12. i) Como $\lim_{n\to+\infty} \dfrac{\sqrt[3]{n+1}}{n(n+2)} \Big/ \dfrac{n^{1/3}}{n^2} = 1$

e a série $\sum_{n\in\mathbb{N}} \dfrac{n^{1/3}}{n^2} = \sum_{n\in\mathbb{N}} \dfrac{1}{n^{5/3}}$ é uma

série de Dirichlet convergente pelo critério

de comparar a série $\sum \dfrac{\sqrt[3]{n+1}}{n(n+2)}$ é tb. convergente

ii) A série $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\dfrac{2}{3}\right)^n$ é uma série geométrica convergente

cuja soma é $\dfrac{\frac{2}{3}}{1-\frac{2}{3}} = 2$

logo a série $\sum_{n=1}^{+\infty} \dfrac{2^{n+1}}{3^{n-1}} = 6 \cdot \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\dfrac{2}{3}\right)^n$ é tb. convergente

cuja soma é 12.

iii) $\lim \dfrac{a_{n+1}}{a_n} = \lim \dfrac{2^{n+1}((n+1)!)^2}{(2n+2)!} \Big/ \dfrac{2^n (n!)^2}{(2n)!} = 2 \lim \dfrac{(n+1)^2}{(2n+2)(2n+1)} =$

$= \lim \dfrac{n+1}{2n+1} = 1/2 = l < 1$, do critério

de D'Alembert a série $\sum_{n\in\mathbb{N}} a_n$ é

uma série absolutamente convergente.

7