TÉCNICO LISBOA

Data: 25 de Fevereiro 2022 (8h00)
Duração do exame: 2h
Docente Responsável: Patricia Conde Muíño

Termodinâmica e Física Estatística

LMAC 2021/22

EXAME 2

Este exame terá a duração de duas horas e deve ser resolvido numa folha de ponto devidamente identificada. Justifique sempre as suas respostas apresentando todos os cálculos.

CONSTANTES: R=8.314 J/(mol·K); Expressões úteis: $E = \frac{3}{2}NkT$

Exercício 1. [7.00 valores] Um material sólido cristalino contendo N átomos é submetido a um campo magnético exterior H. Cada átomo na rede cristalina pode estar num de dois estados: (i) com o seu momento magnético μ paralelo ao campo magnético H, ao qual corresponde uma energia de $E_{at} = -\mu H$; (ii) com o seu momento magnético μ anti-paralelo ao campo magnético H, correspondente a $E_{at} = +\mu H$. O sistema encontra-se em equilíbrio a uma temperatura T. Responda às seguintes alíneas, justificando sempre a sua resposta e apresentando todos os cálculos:

A) [1.0 valores] Calcule o número de graus de liberdade do sistema, considerando que os átomos não se podem deslocar na rede cristalina, e desprezando possíveis rotações ou vibrações.

N

B) [1.0 valores] Calcule o número total de estados acessíveis ao sistema, Ω_{Tot}.

2^N

C) [2.0 valores] Demonstre que a função de partição que descreve o sólido verifica a expressão seguinte: $\ln Z = A \ln\left(e^{-B/kT} + e^{B/kT}\right)$ e calcule as constantes A e B.

A=N; B=$H\mu$

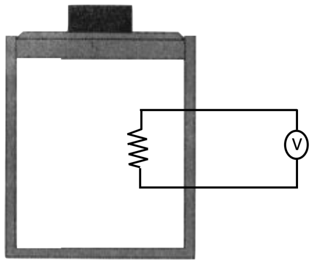
D) [1.5 valores] Calcule a entropia do sistema.

$$S = k(\ln Z + \beta \bar{E}) = kN \ln\left(e^{\mu H/(kT)} + e^{-\mu H/(kT)}\right) - \frac{N\mu H}{T} \tanh\left(\frac{\mu H}{kT}\right)$$

E) [1.5 valores] Sabendo que o momento magnético de cada átomo é respectivamente $m = +\mu$ no estado paralelo e $m = -\mu$ no estado anti-paralelo, qual será a magnetização total média do material?

$$\bar{M} = N\bar{m} = N\mu \tanh\left(\frac{\mu H}{kT}\right)$$

Exercício 2. [6. valores] Numa experiência de calorimetria utiliza-se um calorímetro constituído por um recipiente com um gás ideal no seu interior como indicado na figura. O recipiente é feito de uma liga metálica de calor específico $c_{cal} = 2 \times 10^3$ J/(kg·K) e 1 kg de massa, que está isolado termicamente do exterior. O calorímetro contem dois moles de um gás ideal monoatómico a volume constante. O sistema está inicialmente em equilíbrio térmico a $T = 27°$ C. Utiliza-se uma resistência eléctrica para aquecer o gás e, durante os 30 minutos em que a resistência está ligada, esta transfere 2 kJ de energia para o sistema, atingindo-se um novo equilíbrio térmico a uma nova temperatura.



A) [1.5 valores] Demonstre que, para um gás ideal monoatómico, o calor específico molar a volume constante é dado por $c_v = \dfrac{3}{2}R$

$\mathrm{V} = \mathrm{cte} \Rightarrow Q = \Delta E \Rightarrow \nu c_v \Delta T = \dfrac{3}{2}\nu R \delta T \Rightarrow c_v = \dfrac{3}{2}R$

B) [1.5 valores] Calcule a variação de temperatura do gás.

0.99 K

C) [1.5 valores] Calcule a variação de entropia do calorímetro e do gás.

$\Delta S_{gas} = 0.082\ J/K;\ \Delta S_{cal} = 6.6\ J/K$

D) [1.5 valores] Qual é a variação de energia interna do gás?

25 J

Exercício 3. [3.0 valores] Numa experiência, estudam-se os efeitos do aumento de pressão num material sólido caracterizado por um calor específico a pressão constante c_p, por uma densidade ρ e um coeficiente de expansão volumétrico α. O material é submetido a um processo reversível e adiabático que o leva de um estado inicial T_0, p_0 a um estado final T_1, p_1.

A) [1.5 valores] Demonstre que $\left(\dfrac{\partial S}{\partial p}\right)_T = -\left(\dfrac{\partial V}{\partial T}\right)_p$

B) [1.5 valores] Calcule a temperatura final em função da variação de pressão e da temperatura inicial T_0.

$T_f = T_0 \exp\left(\dfrac{\alpha \Delta p}{\rho c_p}\right)$

Exercício 4. [4.0 valores] Dois corpos feitos do mesmo material e com capacidades caloríficas a volume constante C_1 e $C_2 = 2C_1$ utilizam-se como reservatórios de calor de uma máquina de Carnot. Os reservatórios encontram-se inicialmente a temperaturas T_1 e T_2, respectivamente, com $T_1 > T_2$. Como resultado da operação da máquina, os reservatórios alcançam uma temperatura final comum T_f.

A) [1.5 valores] Calcule a temperatura final T_f.

$T_f = \left(T_2 T_1^{C_1/C_2}\right)^{C_2/(C_2+C_1)} = \left(T_2^2 T_1\right)^{1/3}$

B) [1.5 valores] Calcule a quantidade de trabalho efectuada pela máquina durante a operação, W.

$W = C_1(T_1 - T_f) - C_2(T_f - T_2) = C_1(T_1 - 3T_f - 2T_2)$

C) [1.0 valores] Se o processo fosse irreversível, a temperatura final seria maior ou menor que T_f? Por que?

Maior. $\Delta S \geq 0 \Rightarrow T_f \geq \left(T_2^2 T_1\right)^{1/3}$.