



TESTE 3 DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL III

CURSOS: LIEC-A

VERSÃO C

INSTRUÇÕES

- Não é permitida a utilização de quaisquer elementos de consulta nem de equipamentos eletrónicos, incluindo máquinas de calcular
- A utilização de telemóveis/smartphones é totalmente proibida. Devem estar desligados e arrumados durante toda a duração da prova.
- **Justifique as suas respostas e apresente todos os cálculos.**
- Duração do teste é 45 minutos.

Lembre-se de que seu trabalho é classificado com base na qualidade de sua escrita e explicação, bem como na validade da matemática.

Pergunta	cotação	classificação
1	9	
2	11	
Total	20 val.	

Nome: _____

Nº: _____

Sala: _____

1. Considere a função $f: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x \leq -\frac{\pi}{2} \text{ ou } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}; \\ 1, & -\frac{\pi}{2} < x < 0 \text{ ou } \frac{\pi}{2} < x \leq \pi. \end{cases} \quad (1)$$

(a) (4 val.) Determine a série de Fourier no intervalo $[-\pi, \pi]$ da função f .

(b) (3 val.) Determine a convergência pontual da série da Fourier de f .

(c) (2 val.) Indique se a série

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \quad (2)$$

é convergente ou divergente, e no caso de ser convergente determine a soma da série.

2. Considere a equação das ondas em um material resistente

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2r \frac{\partial u}{\partial t}, \quad 0 < x < \pi, 0 < t; \quad (3)$$

$$u(0, t) = 0, \quad 0 < t; \quad (4)$$

$$u(\pi, t) = 0, \quad 0 < t; \quad (5)$$

$$u(x, 0) = 0, \quad 0 < x < \pi; \quad (6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = \text{sen}(x) + 3 \text{sen}(2x), \quad 0 < x < \pi; \quad (7)$$

onde r é uma constante.

(a) (4 val.) Para $0 < r < 1$ determine uma solução de (3)–(7).

(b) (4 val.) Para $1 < r < 2$ determine uma solução de (3)–(7).

(c) (3 val.) Para $r = 1$ determine uma solução de (3)–(7).