



TESTE 3 DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL III

CURSOS: LIEC-A

VERSÃO B

## INSTRUÇÕES

- Não é permitida a utilização de quaisquer elementos de consulta nem de equipamentos eletrónicos, incluindo máquinas de calcular
- A utilização de telemóveis/smartphones é totalmente proibida. Devem estar desligados e arrumados durante toda a duração da prova.
- **Justifique as suas respostas e apresente todos os cálculos.**
- Duração do teste é 45 minutos.

Lembre-se de que seu trabalho é classificado com base na qualidade de sua escrita e explicação, bem como na validade da matemática.

Pergunta	cotação	classificação
1	9	
2	11	
<b>Total</b>	20 val.	

Nome: \_\_\_\_\_

N.º: \_\_\_\_\_

Sala: \_\_\_\_\_

1. Consider a função  $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -1 \leq x \leq 0; \\ 2, & 0 < x \leq 1. \end{cases} \quad (1)$$

(a) (4 val.) Determine a série de Fourier no intervalo  $[-1, 1]$  da função  $f$ .

(b) (3 val.) Determine a convergência pontual da série da Fourier de  $f$ .

(c) (2 val.) Indique se a série

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \quad (2)$$

é convergente ou divergente, e no caso de ser convergente determine a soma da série.

2. Considere a equação de calor não homogênea com condições homogêneas de Neumann

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x), \quad 0 < x < 1, 0 < t; \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = 0, \quad 0 < t; \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}(1, t) = 0, \quad 0 < t; \quad (5)$$

$$u(x, 0) = \phi(x), \quad 0 < x < 1. \quad (6)$$

(a) (3 val.) Usando o método de separação de variáveis, determine uma solução formal de (3)–(6) para  $f(x) \equiv 0$  e  $\phi(x)$  uma função de classe  $\mathcal{C}^1$ .

(b) (4 val.) Sendo  $f(x) = \cos(2\pi x)$ , determine uma solução de (3)–(5).

(c) (4 val.) Para  $f(x) = \cos(2\pi x)$  e  $\phi(x) = 1 - \cos(\pi x)$  resolva (3)–(6).