



TESTE 3 DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL III

CURSOS: LIEC-A

VERSÃO A

INSTRUÇÕES

- Não é permitida a utilização de quaisquer elementos de consulta nem de equipamentos eletrónicos, incluindo máquinas de calcular
- A utilização de telemóveis/smartphones é totalmente proibida. Devem estar desligados e arrumados durante toda a duração da prova.
- **Justifique as suas respostas e apresente todos os cálculos.**
- Duração do teste é 45 minutos.

Lembre-se de que seu trabalho é classificado com base na qualidade de sua escrita e explicação, bem como na validade da matemática.

Pergunta	cotação	classificação
1	9	
2	11	
Total	20 val.	

Nome: _____

N.º: _____

Sala: _____

1. Consider a função $f: [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} -1, & -2 \leq x \leq 0; \\ 1, & 0 < x \leq 2. \end{cases} \quad (1)$$

(a) (4 val.) Determine a série de Fourier no intervalo $[-2, 2]$ da função f .

(b) (3 val.) Determine a convergência pontual da série da Fourier de f .

(c) (2 val.) Indique se a série

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \quad (2)$$

é convergente ou divergente, e no caso de ser convergente determine a soma da série.

2. Considere a equação de calor não homogênea com condições homogêneas de Dirichlet

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x), \quad 0 < x < 1, 0 < t; \quad (3)$$

$$u(0, t) = 0, \quad 0 < t; \quad (4)$$

$$u(1, t) = 0, \quad 0 < t; \quad (5)$$

$$u(x, 0) = \phi(x), \quad 0 < x < 1. \quad (6)$$

(a) (3 val.) Usando o método de separação de variáveis, determine uma solução formal de (3)–(6) para $f(x) \equiv 0$ e $\phi(x)$ uma função de classe C^1 .

(b) (4 val.) Sendo $f(x) = \text{sen}(\pi x)$, determine uma solução de (3)–(5).

(c) (4 val.) Para $f(x) = \text{sen}(\pi x)$ e $\phi(x) = \text{sen}(\pi x) + 2 \text{sen}(3\pi x)$ resolva (3)–(6).