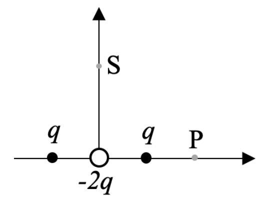
ELETROMAGNETISMO

LEFT+LENO

2ªSérie de problemas

(Eletrostática – dipolo elétrico, condutores, Teorema de Gauss, Eq.Laplace, Met.Imagens)

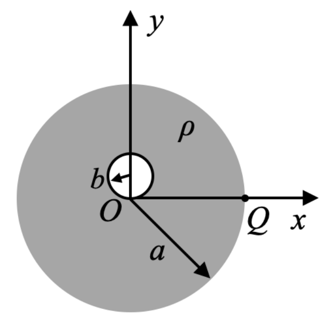
1) *Quadripolo elétrico* [Exerc.2.15C JL]
Duas cargas elétricas de valor q estão colocadas nos pontos $(d, 0,0)$ e $(-d, 0,0)$, e uma carga $q' = -2q$ está colocada na origem.



a) Calcule o campo elétrico e o potencial elétrico no ponto $P(2d, 0, 0)$ e num ponto $(R, 0, 0)$ com $R \gg d$.

b) Calcule o campo elétrico e o potencial elétrico no ponto $S(0, 2d, 0)$ e num ponto $(0, R, 0)$ com $R \gg d$.

2) *Potencial elétrico* [Exerc.2.8C JL]
A figura representa o corte transversal de um cilindro muito comprido de raio a, uniformemente carregado com densidade volúmica de carga ρ, no qual existe uma cavidade cilíndrica do mesmo comprimento e de raio b.



a) Calcule o campo e potencial elétricos em qualquer ponto do espaço para $b = 0$.

b) Calcule o campo elétrico no ponto $Q(a, 0,0)$ (assinalado na figura) em função de b.
[R: $\vec{E} = \frac{\rho a}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{b^2}{a^2+b^2}\right)\vec{e}_x + \frac{\rho b^3}{2\varepsilon_0(a^2+b^2)}\vec{e}_y$]

3) *Campo elétrico e potencial elétrico*
Calcule o campo elétrico e o potencial elétrico criados por dois cilindros coaxiais, homogéneos, o primeiro maciço de raio R_1, e o segundo de raios interior R_{2i} e exterior R_{2e}, infinitos, uniformemente carregados em volume com densidade de carga respetivamente $\rho_1 = -\rho$ e $\rho_2 = \rho$. Assuma que $\phi(R_{2e}) = 0$.

a) a uma distância $r > R_{2e}$;
b) a uma distância $R_{2i} < r < R_{2e}$;
c) a uma distância $R_1 < r < R_{2i}$;
d) a uma distância $r < R_1$;
e) Discuta a [des]continuidade do campo e do potencial elétricos ao passar as superfícies $(R = R_1, R_{2i}, R_{2e})$.

4) *Campo elétrico e potencial elétrico*
Calcule o campo elétrico e o potencial elétrico criados por dois **condutores** cilindrícos coaxiais e homogéneos, o primeiro maciço de raio R_1, e o segundo maciço de raios interior R_{2i} e exterior R_{2e}, muito compridos, uniformemente carregados com carga elétrica por unidade de comprimento respetivamente $\lambda_1 = -\lambda$ e $\lambda_2 = \lambda$.
a) a uma distância $r > R_{2e}$;
b) a uma distância $R_{2i} < r < R_{2e}$;
c) a uma distância $R_1 < r < R_{2i}$;
d) a uma distância $r < R_1$;
e) Discuta a [des]continuidade do campo e do potencial elétricos ao passar as superfícies $(R = R_1, R_{2i}, R_{2e})$.

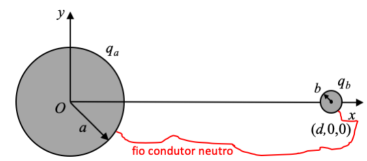
5) *Campo elétrico e potencial elétrico* [Exerc.2.17C JL]

A atmosfera terrestre tem cargas elétricas livres distribuídas uniformemente com uma densidade volúmica de carga ρ. Supondo a Terra esférica de raio $R_T = 6371$ km, determine:

a) A densidade ρ, sabendo que o campo elétrico na atmosfera é dirigido para o centro da Terra, com as intensidades $E(R_T) = 100$ V/m à superfície da Terra e $E(R_T + h) = 25$ V/m à altitude de h =1,5 km;

b) A densidade superficial de carga elétrica à superfície da Terra, supondo-a condutora.

6) *Condutores* [Exerc.3.5 JL]



Duas esferas condutoras homogéneas de raios a e b, com os centros separados pela distância d (ver figura), têm respetivamente carga q_a=Q e q_b=0, na altura em que se ligam por um fio condutor neutro.

a) Calcule os potenciais elétricos das duas esferas, bem como as cargas em cada esfera, após atingir o equilíbrio e desprezando a carga que possa ficar no fio, supondo que $a, b \ll d \ll \infty$.

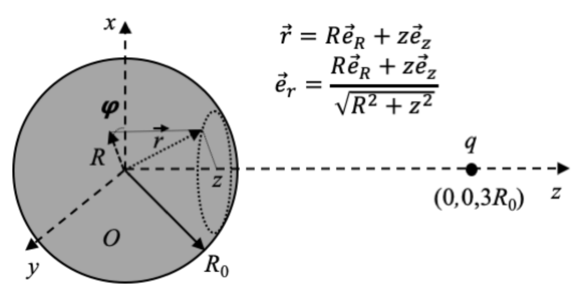
b) Calcule os potenciais elétricos das duas esferas, bem como as cargas em cada esfera, após atingir o equilíbrio e desprezando a carga que possa ficar no fio, no limite $d \to \infty$ (isto é, de forma a que não haja influência elétrica entre as cargas).

7) *Equação de Laplace*

Determine o potencial elétrico na região do espaço (x, y, z) delimitado pelos planos $x = 0$ e $x = d$ e pelo plano $y = 0$ (para $y > 0$), com as condições fronteira $\phi(x = 0, y, z) = \phi(x = d, y, z) = 0$ e no plano y =0, $\phi(x, 0, z) = \varphi_0 \sin\frac{\pi x}{d}$ (para $0 \leq x \leq d$) e calcule o campo elétrico nessa região.

[R: *Sug.: parta da solução geral da equação de Laplace* $\nabla^2\phi = 0$ *com separação de variáveis,* $\phi(x, y, z) = \sum_{j=0}^{\infty}\left(A_j e^{a_j x} + A_j' e^{-a_j x}\right)\left(B_j e^{b_j y} + B_j' e^{-b_j y}\right)\left(C_j e^{c_j z} + C_j' e^{-c_j z}\right)$, *com* $a_j^2 + b_j^2 + c_j^2 = 0$, *e aplique as condições fronteira (note que* a_j, b_j, c_j *são números complexos – que podem ser reais).*]

8) *Método das Imagens (solução sugerida por Lord Kelvin)*



Uma esfera condutora de raio R_0 está ligada à Terra (potencial elétrico $\phi = 0$ V), na origem do referencial. À distância $z = 3R_0$ do centro da esfera está uma carga pontual q).

a) Calcule o potencial elétrico em todo o espaço (em função das coordenadas cilíndricas (R, φ, z) do ponto onde está a calcular o potencial).
[R: *Sug.: Comece por mostrar que pode substituir a esfera por uma carga pontual* $q' = -q/3$ *colocada em* $z = +R_0/3$;]

b) Sabendo que a normal à superfície exterior da esfera se pode escrever em coordenadas cilíndricas como $\vec{n} = \frac{1}{R_0}\left[\left(\sqrt{R_0^2 - z^2}\right)\vec{e}_R + z\vec{e}_z\right]$, calcule a densidade de carga elétrica à superfície da esfera.