EletroMagnetismo

LEFT+LENO 2021-2022

Prof. Pedro Abreu
pedro.t.abreu@técnico.ulisboa.pt
1ª Aula

Introdução às forças elétricas e magnéticas
Lei de Coulomb
Eletrostática: campo e potencial elétricos
div $\vec{E}$ e rot $\vec{E}$ revisitados
Linhas de campo e propriedades do Campo Elétrico

Examinador – O que é então eletricidade ?
Aluno – Oh, Senhor Professor, tenho a certeza de que sabia o que era, mas esqueci-me!
Examinador – Mas que grande tragédia! Apenas dois seres alguma vez souberam o que era Eletricidade, o Autor da Natureza e você. E agora uma esqueceu-se!

Oxford, ca. 1890, in "More Random Walks in Science", Robert L. Weber, Ed. IOP, Londres

As forças fundamentais na natureza

- Forças **nucleares** (descobertas apenas no século XX – 1as "teorias" em 1934):
  - **Fraca**, de alcance muitíssimo curto ($\approx 10^{-18}$ m), apenas entre partículas elementares
  - **Forte**, muitíssimo intensa quando a distância entre quarks é $>10^{-15}$ m, para anular a "cor" ao juntar quarks (*r*,*g*,*b*) e anti-quarks (anti-*r*, anti-*g*, anti-*b*) em partículas compostas (protão, neutrão,...), levando a um alcance limitado ao tamanho ≈protão
  - Forte residual, entre protões e neutrões, muito intensa, limitada aos núcleos

- Força **elétrica** provocada por cargas elétricas (Coulomb), bastante intensa ($\approx 10^{10}$ qQ/r^2 [N]), atrativa entre cargas opostas e repulsiva entre cargas do mesmo sinal, **que se anula quando a carga total é nula**

- Força elétrica residual ($\approx 10^{10}$ qQd/r^3 [N]) entre átomos neutros, para formar moléculas, **redes cristalinas**, **sólidos**, líquidos, etc. Anulam-se quando opostas.

- Força magnética [provocada por cargas elétricas em movimento (Ampère)] de intensidade ≈força elétrica residual, **que se anulam com correntes opostas.**

- Força **gravítica**, muito muito fraca ($\approx 10^{-11}$ mM/r^2 [N]), mas as massas somam-se todas

- À escala do Universo, anulam-se TODAS as forças EXCEPTO a GRAVÍTICA

- À nossa escala, ≈ **tudo** é dominado pelas **forças elétricas (eletromagnéticas)!**

As forças elétricas e magnéticas

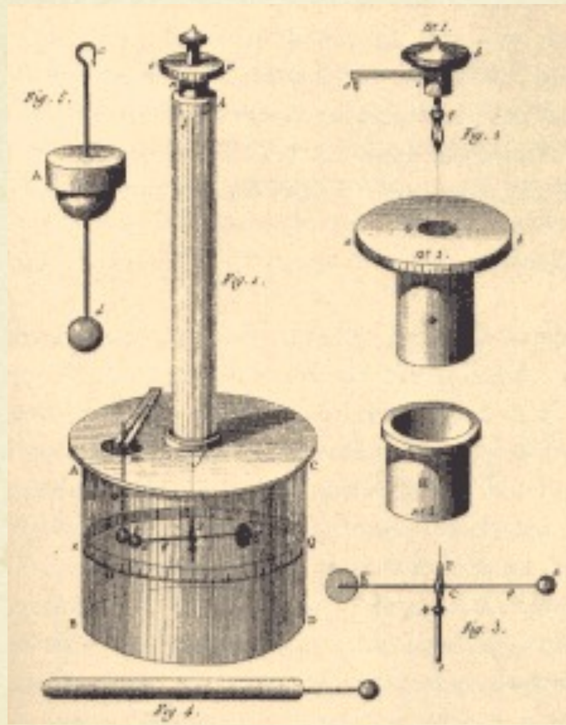
- Desde a pré-história:
  - Magnes (pastor, 4000 a.C.) encontra minérios de óxido de ferro, em *Magnesia* na costa turca, que são atraídos/repelidos entre si
  - Thales (Mileto, séc.VII a.C.) estuda estes fenómenos e a fricção de âmbar com pedaços de feltro e de lã, provocando forças atrativas e repulsivas
  - Na China descobre-se o movimento e utilidade da bússola (séc.XII)
  - W.Gilbert (Inglaterra, séc.XVI) recupera os trabalhos de Thales, e faz estudos mais sistemáticos dos fenómenos com o âmbar, denominando-os de eletricidade (da palavra grega para âmbar: *elecktron*), publicando-os na sua obra "De magnete"
  - Benjamin Franklin (USA, séc.XVIII) estuda os relâmpagos e a corrente elétrica, convencionando os sinais para as cargas elétricas e sentido da corrente elétrica (das cargas positivas), e descobrindo o para-raios.
  - ...e muitos outros tiveram contribuições importantíssimas! (Coulomb, Galvani, Volta, Oersted, Ampère, Joule, **Faraday**, **Maxwell**, Hertz, Planck, Einstein, Dirac, Feynman/Schwinger/Tomonaga...)

- Força elétrica provocada por cargas elétricas (Coulomb) e força magnética provocada por cargas elétricas em movimento (correntes elétricas) (Ampère)

A Lei de Coulomb e a Força Eléctrica

Charles Coulomb (1736-1806)

Medição da força elétrica(*)



(*) usando uma balança de torsão muito melhorada em relação à usada por Cavendish para a determinação de

$G_N = 6{,}67\times10^{-11}$ N.kg^{-2}m^2

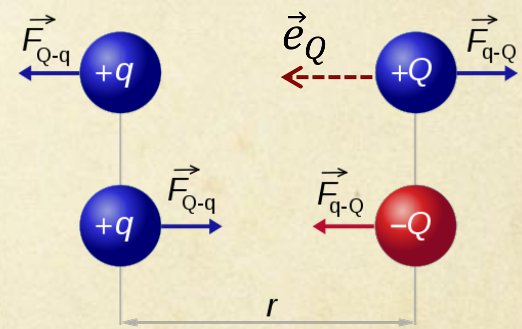
em $\vec{F} = G_N \dfrac{mM}{r^2}\vec{e}_M$

$$\vec{F} = k_e \frac{qQ}{r^2}\vec{e}_Q$$

$$k_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cong \mathbf{9\times10^{9}}\ \mathrm{m/F}$$

$[Q]_{SI} = \mathrm{C} = \mathrm{Coulomb}$

$$1\ \mathrm{C} = \frac{e}{1{,}6\times10^{-19}}$$



- Cargas com o mesmo sinal repelem-se
- Cargas de sinal contrário atraem-se

Força gravítica entre 2 protões no ^{4}He: **1,86x10^{-34} N** mas força eléctrica => **230,4 N !**

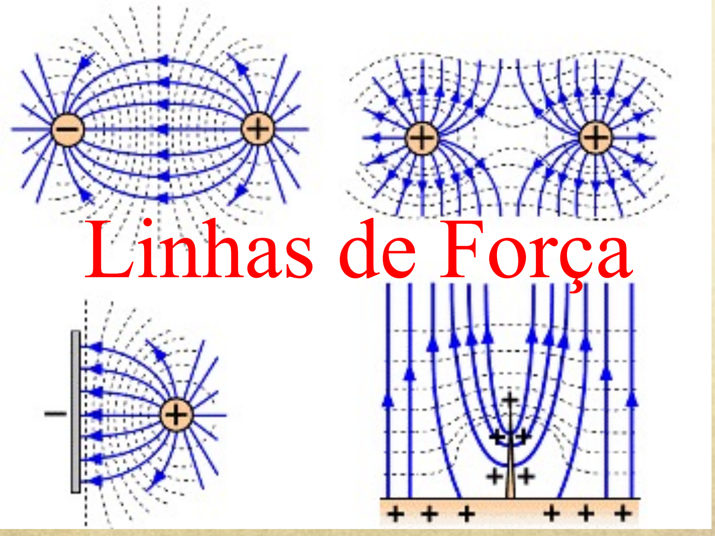
Como é que há núcleos?! (existe uma força nuclear forte ≈60 x força elétrica)

Campo Eléctrico e Linhas de Força

$$\vec{F} = k_e \frac{{\color{blue}q}Q}{r^2}\vec{e}_Q \Rightarrow \vec{F} = {\color{blue}q}k_e \frac{Q}{r^2}\vec{e}_Q = {\color{blue}q}{\color{red}\vec{E}}$$

Campo Eléctrico $\boxed{\vec{E} = k_e \frac{Q}{r^2}\vec{e}_Q}$

- Vector ([E]=V/m)
- Aditivo
  $\vec{E}(1,2) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$



- Linhas tangentes ao Campo Eléctrico
- Nunca se cruzam
- Representam-se mais linhas onde o campo é mais intenso (maior densidade de linhas de força)

ELETROSTÁTICA => Calcular $\vec{E}$ para {cargas}

Campo Eléctrico devido a distribuições de carga(s) elétrica(s)

- 1 carga pontual Q na origem $\vec{E} = k_e \frac{Q}{r^2} \vec{e}_Q$
   - {Cargas Q_i em posições r_i } $\vec{E} \equiv \vec{E}(\vec{r}) = k_e \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^2} \vec{e}_i$
- Distribuições de carga (em volume ρ, em superfície σ ou em linha λ)

$$\vec{E}(\vec{r}) = k_e \iiint_{Vol.} \frac{\rho(\vec{r}')(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dv' \qquad \vec{E} = k_e \iint_{S} \frac{\sigma(\vec{r}')(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} ds'$$

$$\vec{E} = k_e \int_{l} \frac{\lambda(\vec{r}')(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dl'$$

e ADITIVO! => $\vec{E} \equiv \sum \vec{E}_i$

Propriedades do Campo Elétrico (eletrostático)

Teorema de Helmholtz

Qualquer campo que tenda para zero no infinito, pode ser determinado unicamente pelo conhecimento da sua divergência e do seu rotacional (e se estes tenderem para zero quando r tende para infinito mais depressa do que $1/r^2$)

$\text{div}\,\vec{E}$? $\qquad \vec{E} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint \dfrac{\rho(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^2}\,\vec{e}\,'dv'$

$$\text{div}\,\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint \rho(\vec{r}\,')\,\text{div}\frac{\vec{e}\,'}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^2}\,dv' \quad \text{mas} \quad \text{div}\frac{\vec{e}\,'}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^2} = 4\pi\delta^3(\vec{r}-\vec{r}\,')$$

pelo que

$$\text{div}\,\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint \rho(\vec{r}\,')4\pi\delta^3(\vec{r}-\vec{r}\,')dv' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}4\pi\int \rho(\vec{r}\,')\delta^3(\vec{r}-\vec{r}\,')dv' = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

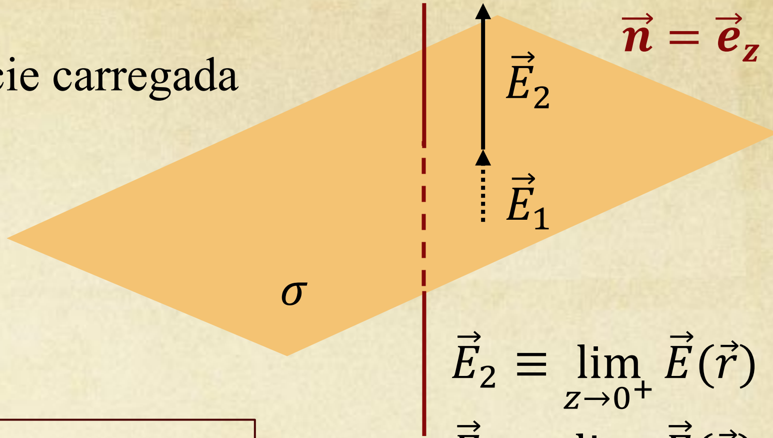
$\boxed{\text{div}\,\vec{E} \equiv \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}}$ e $\text{rot}\,\vec{E}$? $\quad \vec{\nabla}\times\vec{E} = \vec{\nabla}\times\left(\dfrac{\vec{e}_r}{r^2}\right) = 0$ campo central

$\boxed{\text{rot}\,\vec{E} \equiv \vec{\nabla}\times\vec{E} = 0} \iff \exists_\phi\!: \boxed{\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi}$ $\quad \phi$=**POTENCIAL ELÉTRICO**

$[\phi]$=V(Volt) $\quad V \equiv \phi_2 - \phi_1$ = d.d.p.=TENSÃO

$$\boxed{\operatorname{div}\vec{E} \equiv \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$

E ao passar uma superfície carregada com densidade σ ?



$$\vec{E}_2 \equiv \lim_{z\to 0^+} \vec{E}(\vec{r})$$

$$\vec{E}_1 \equiv \lim_{z\to 0^-} \vec{E}(\vec{r})$$

$$\boxed{\left(\vec{E}_2 - \vec{E}_1\right)\cdot\vec{n} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

O campo elétrico é **descontínuo** ao passar uma superfície carregada na **componente normal** à superfície

$$\boxed{\left(\vec{E}_2 - \vec{E}_1\right)\times\vec{n} = 0}$$

O campo elétrico é **contínuo** ao passar uma superfície carregada nas **componentes paralelas** à superfície

$$\boxed{\operatorname{rot}\vec{E} \equiv \vec{\nabla}\times\vec{E} = 0} \Leftrightarrow \vec{E} = -\vec{\nabla}\phi \Leftrightarrow \int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l} = \phi(a) - \phi(b)$$

O potencial elétrico ϕ (em Volt) é **contínuo** em todo o seu domínio
O integral de linha do campo elétrico **não depende do caminho** escolhido

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$$

O potencial elétrico ϕ pode ser obtido a partir de sendo $\mathcal{R}$ o ponto de referência ($\phi(\mathcal{R}) \equiv 0$):

$$\boxed{\phi(\vec{r}) \equiv -\int_{\mathcal{R}}^{\vec{r}} \vec{E}\cdot d\vec{l}}$$

Este ponto **é arbitrário!** mas, em geral e sempre que possível $\mathcal{R} \to \infty$, isto é, $\phi(\infty) = 0$.

Tensão $V \equiv \phi_2 - \phi_1 = -\int_1^2 \vec{E}\cdot d\vec{l}$