Propagação & Antenas

Docente Responsável: **Prof. Carlos R. Paiva**

Duração: 45 minutos **22 de Outubro de 2021**

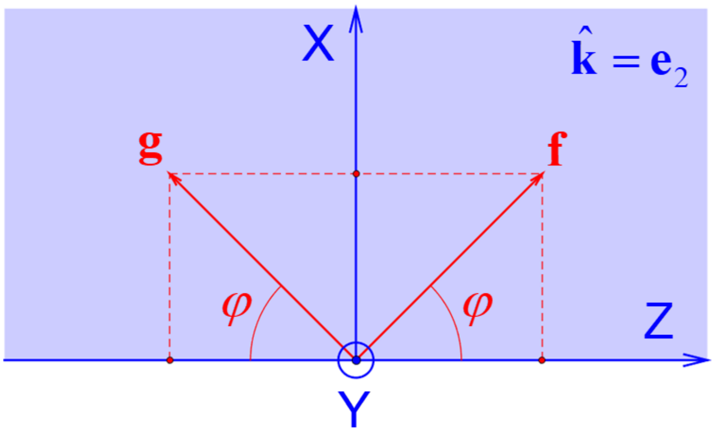
Ano Lectivo: 2021 / 2022 **SEGUNDO MAP45**

Uma onda plana e monocromática TEM propaga-se ao longo do eixo Y, i.e., tem-se $\hat{\mathbf{k}} = \mathbf{e}_2$. O campo eléctrico (instantâneo) é dado pela expressão $\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \Re\left\{ \mathbf{E}_0 \exp\left[i\,\Phi(\mathbf{r},t) \right] \right\} \in \mathbb{R}^3$, em que $\Phi(\mathbf{r},t)$ representa a fase da onda, com

$$\boxed{\Phi(\mathbf{r},t) = \mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t}\,.$$

O vector complexo $\mathbf{E}_0 = \mathbf{E}_1 + i\,\mathbf{E}_2 \in \mathbb{C}^3$ é tal que $\mathbf{E}_1 = \mathsf{A}\,\mathbf{f} \in \mathbb{R}^3$ e $\mathbf{E}_2 = \alpha\,\mathsf{A}\,\mathbf{g} \in \mathbb{R}^3$. Tem-se $\alpha > 0$ e ainda $\mathsf{A} > 0$. Os vectores reais $(\mathbf{f},\mathbf{g})$ são unitários e dados por

$$\boxed{0 \le \varphi \le \frac{\pi}{2}} \quad \rightarrow \quad \boxed{\begin{aligned} \mathbf{f} &= \sin(\varphi)\,\mathbf{e}_1 + \cos(\varphi)\,\mathbf{e}_3 \\ \mathbf{g} &= \sin(\varphi)\,\mathbf{e}_1 - \cos(\varphi)\,\mathbf{e}_3 \end{aligned}}\,.$$



Questões:

1. Determine quais os valores do ângulo φ que correspondem a uma polarização linear. Justifique a sua resposta e indique a direcção de polarização.

2. Note que existe um par de valores (α_0, φ_0) que conduz a uma polarização circular. Determine esses valores $\alpha = \alpha_0$ e $\varphi = \varphi_0$, indicando (ainda) qual a orientação (direita ou esquerda) da polarização. Justifique a sua resposta.

3. Considere, agora, que $\varphi = \pi/3$ e que α é a solução positiva da equação quadrática

$$\boxed{\sqrt{3}\left(1-\alpha^2\right)=\alpha}\ .$$

Nestas condições, diga se a polarização é linear, circular ou elíptica. Justifique a sua resposta.

4. Nas condições da alínea anterior classifique a orientação da polarização. Justifique.

5. Ainda nas condições de **3.**, determine os vectores axiais $\mathbf{F}_1$ e $\mathbf{F}_2$.

6. Ainda nas condições de **3.**, determine os semi-eixos (maior, a; e menor, b) caso a polarização seja elíptica.

7. Ilustre graficamente a polarização a que corresponde a sua resposta às questões **3** – **6** dadas anteriormente.

8. Admita, agora, que combina duas ondas com polarizações diferentes: uma delas corresponde a ter-se $\mathbf{E}_0$; a outra corresponde a ter-se $\mathbf{E}_0^*$. Ou seja: o campo eléctrico instantâneo da composição das duas ondas é dado por

$$\boxed{\mathbf{E}(\mathbf{r},t)=\Re\left\{\left(\mathbf{E}_0+\mathbf{E}_0^*\right)\exp\left[i\,\Phi(\mathbf{r},t)\right]\right\}\in\mathbb{R}^3}\ .$$

Classifique completamente a polarização que se obtém com esta composição. Ilustre a sua resposta com um gráfico.

9. Suponha que tem, apenas, $\mathbf{E}_0 = \mathsf{A}\,\mathbf{e}_1$, i.e., $\mathbf{E}_1 = \mathsf{A}\,\mathbf{e}_1$ e $\mathbf{E}_2 = 0$. Explique de que polarização se trata e prove que esta polarização pode ser escrita como uma combinação linear de duas ondas – uma onda, com polarização circular direita; outra onda, com polarização circular esquerda.