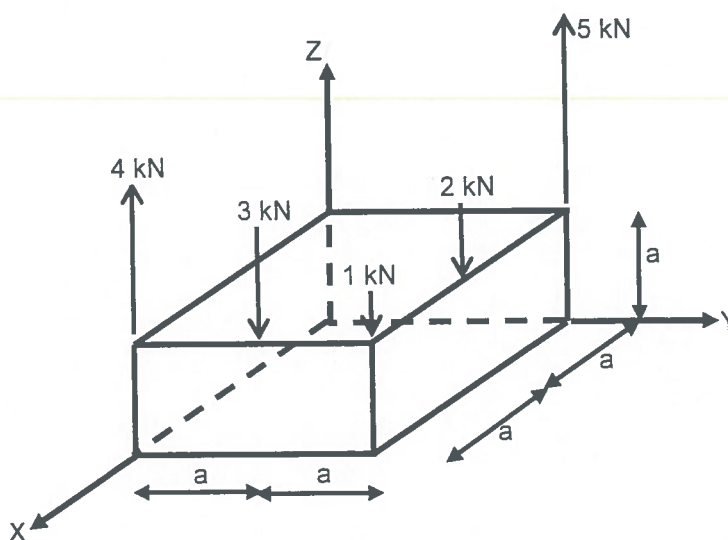


Desligue o telemóvel
 Sem consulta, excepto do formulário fornecido
 Identifique todas as folhas com o número e nome
 Entregue cada problema em folhas separadas
 Justifique adequadamente todas as respostas
 Duração: 1h30m

Problema 1 (5,0)

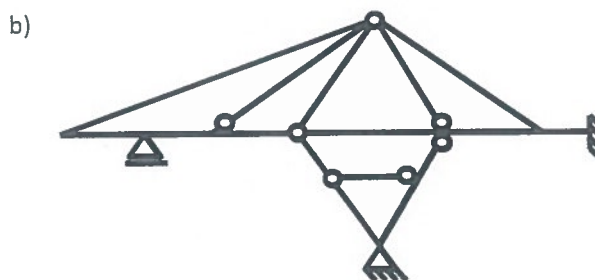
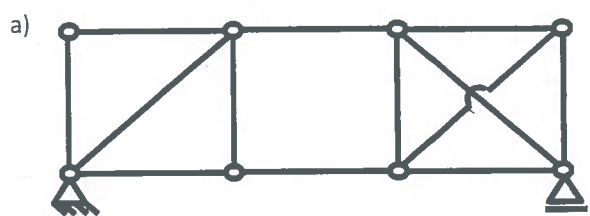
Considere o seguinte sistema de forças

- a) Sabendo que a resultante não é nula, indique qual o caso de redução sem fazer cálculos, justificando. (1,0)
- b) Calcule o momento em relação à origem do referencial sem usar o produto externo (2,0)
- c) Calcule (em função de "a") as coordenadas do ponto onde o eixo central intersecta o plano X-Y (2,0)



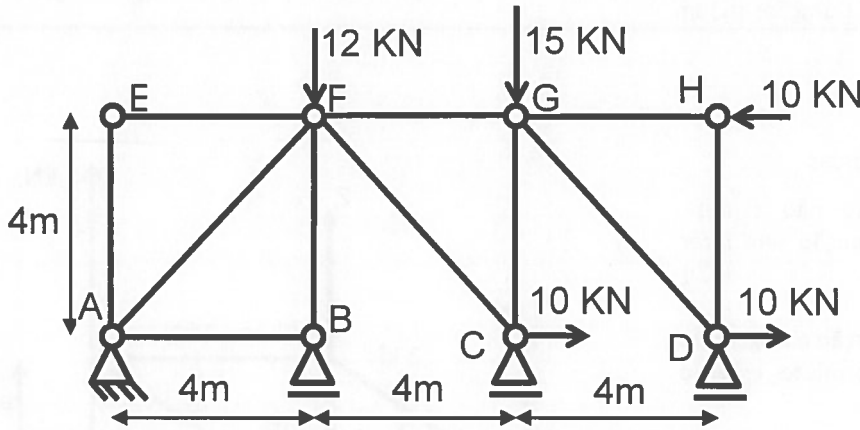
Problema 2 (4,0=2,0+2,0)

Classifique a estadia interior, exterior e global, identificando ligações mal distribuídas, se existirem.



Problema 3 (5,0)

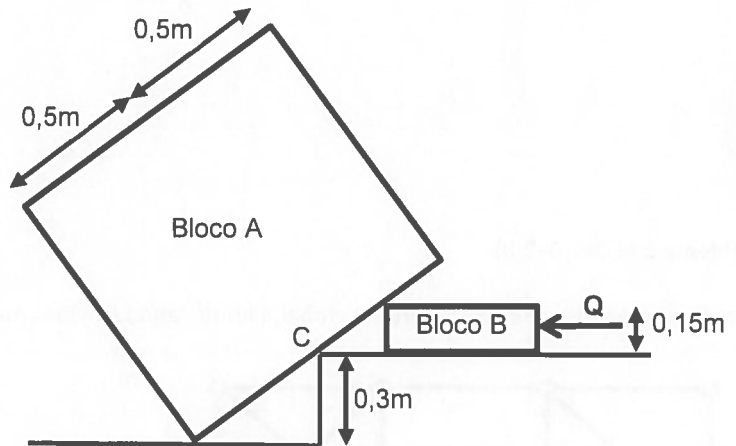
Calcule as reacções de apoio da estrutura indicada na figura



Problema 4 (6,0)

Considere o sistema indicado na figura. O bloco A é um cubo de peso 12 kN e pode simular-se por uma força concentrada no centro do bloco. O ponto C está a meio da aresta (face) do bloco. O bloco B pesa 4 kN e não pode rodar. O coeficiente de atrito estático em todas as superfícies é $\mu=0,25$

- a) Calcule a força Q que corresponderia ao início do movimento de rotação do bloco A. (4,5)
- b) Verifique se antes de se atingir essa força ocorre o deslizamento do bloco A para a esquerda. (1,5)



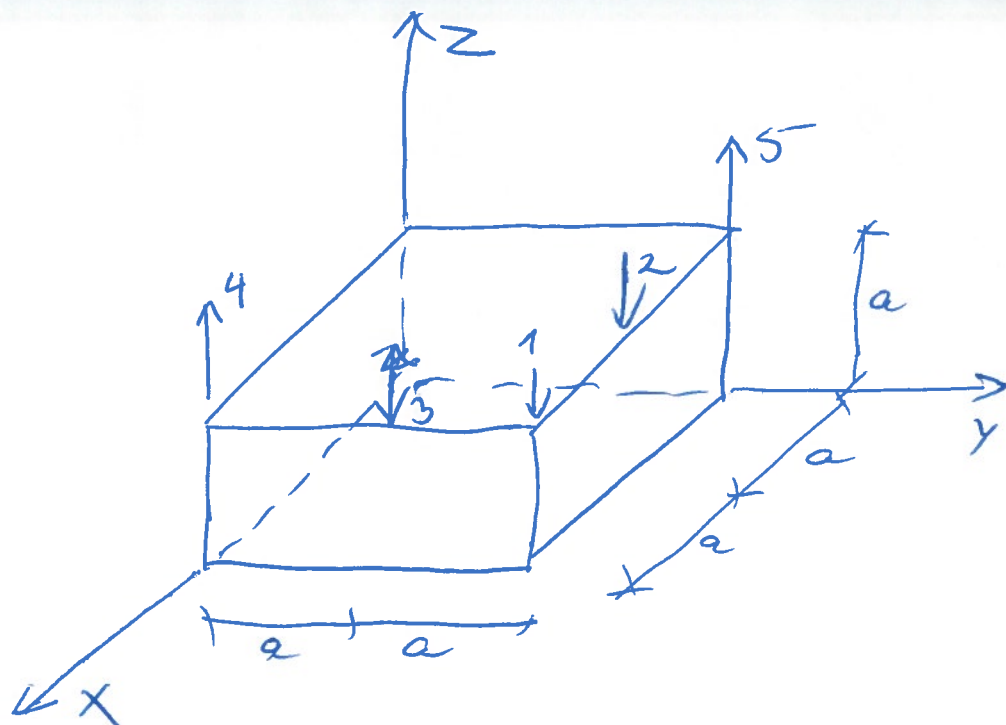
Formulário:

$$\vec{F}_{AB} = F_{AB} \vec{\lambda}_{AB} \quad \vec{\lambda}_{AB} = \frac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|} \quad \vec{M}_A = \vec{AP} \times \vec{F} \quad M_{AB} = \vec{\lambda}_{AB} \cdot \vec{M}_A$$

$$\vec{M}_B = \vec{M}_A + \vec{BA} \times \vec{R} \quad \vec{AQ} = \frac{\vec{R} \times \vec{M}_A}{R^2} + \lambda \vec{R}$$

$$F_a \leq \mu_e N \quad T_2 = T_1 e^{\mu_e \beta}$$

Problema 1



a) Vecta único, porque é um sistema de forças paralelas,
logo $\vec{M}_R \perp \vec{R} \Rightarrow \vec{R} \cdot \vec{M}_R = 0$

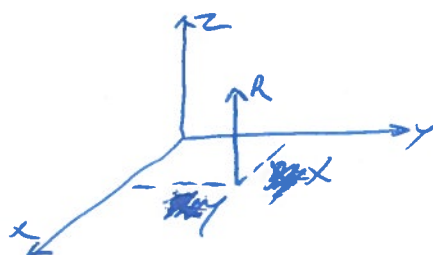
b) $\vec{M}_0 = M_x \vec{e}_1 + M_y \vec{e}_2$

$$M_x = -3a - 1 \times 2a - 2 \times 2a + 5 \times 2a = a$$

$$M_y = -4 \times 2a + 3 \times 2a + 1 \times 2a + 2 \times a = 2a$$

$$\vec{M}_0 = a \vec{e}_1 + 2a \vec{e}_2$$

c) Eixo central = linha de acção da resultante



$$+R x = M_x$$

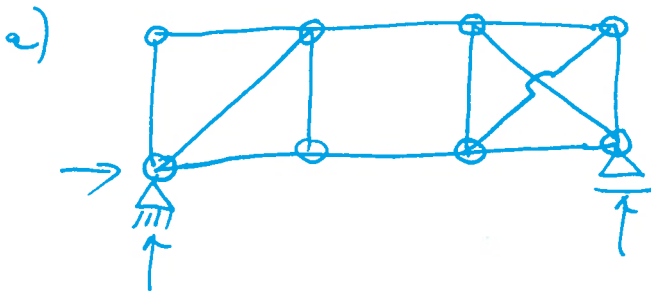
$$-R y = M_y$$

$$\vec{R} = (4 - 3 - 1 - 2 + 5) \vec{e}_3 = 3 \vec{e}_3$$

$$M_x = a = 3x \quad x = a/3$$

$$M_y = 2a = -3y \quad y = -\frac{2}{3}a$$

Problema 2

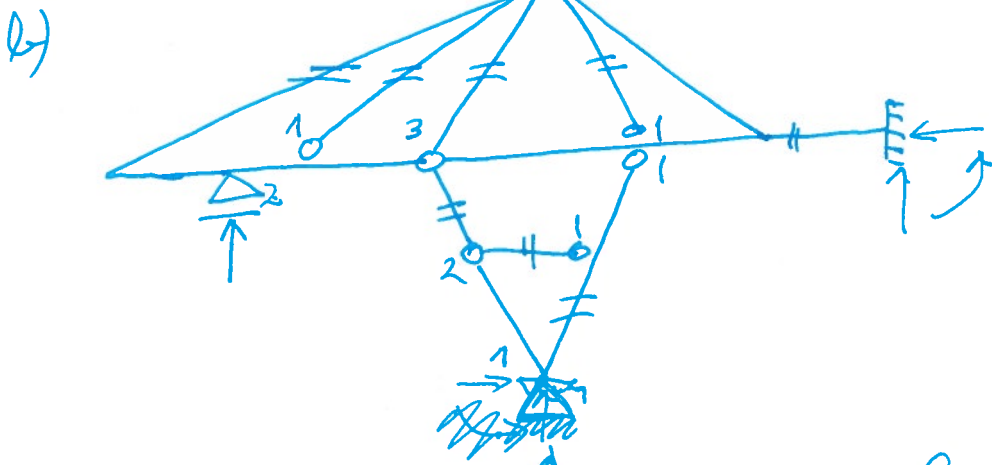


Estática externa - 3 ligações

estática $3 - 3 = 0 \rightarrow$ isostática

Estática interna - 1 quadro isostático (esquerda), 1 quadro hipostático (meio), 1 quadro hiperestático (direita)
 - aparentemente isostática, com ligações mal distribuídas, por a hiperestaticidade de um quadro não compensa a hipostaticidade de outro \rightarrow hiperestática de 1 grau

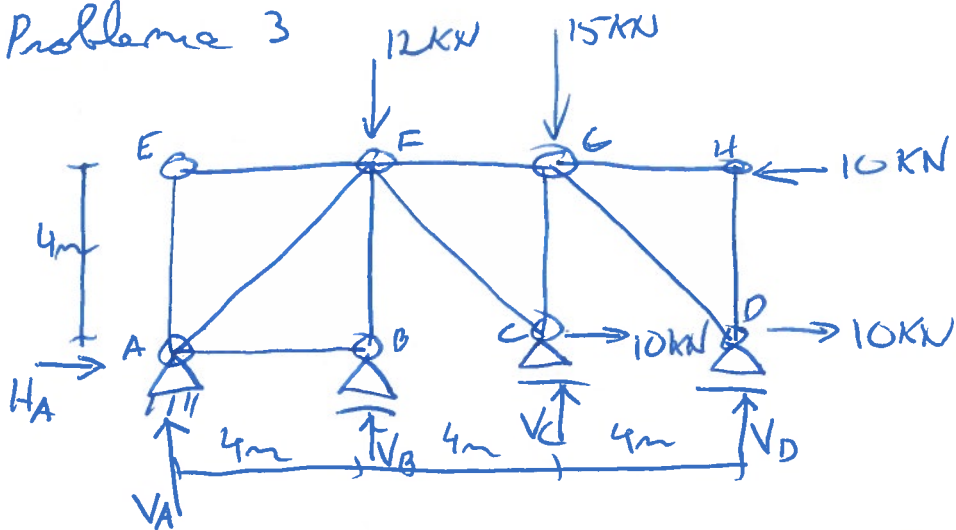
Estática global = estática interna + estática externa \Rightarrow aparentemente isostática, com ligações mal distribuídas \rightarrow hiperestática de 1 grau



Estática externa $6 - 3 = 3 \rightarrow 2 \times$ hiperestática

Estática global \rightarrow método da estrutura arborescente
 ligações $2 + 1 + 3 + 4 + 1 + 1 + 1 + 2 + 1 = 16$
 cortes 8
 $8 \times 3 - 16 = 8$ $8 \times$ hiperestática
 Estática interna $3 - 3 = 0$ $6 \times$ hiperestática

Problema 3



$$\sum M_{AB}^{dir} = 0 \quad 4V_D + 2 \times 10 \times 4 = 0 \quad V_D = -10 \downarrow$$

$$\sum M_F^{dir} = 0 \quad 4V_C + 8 \times V_D + 2 \times 10 \times 4 - 4 \times 15 = 0$$

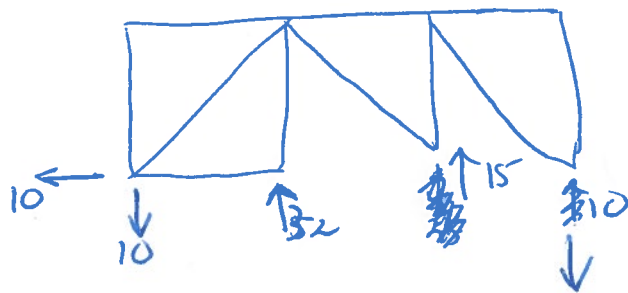
$$4V_C = +8 \times 10 - 80 + 60 \quad V_C = \frac{15}{4} \uparrow$$

$$\sum F_x = 0 \quad H_A + 2 \times 10 - 10 = 0 \quad H_A = -10 (\leftarrow)$$

$$\sum F_y = 0 \quad V_A + V_B + V_C + V_D - 12 - 15 = 0$$

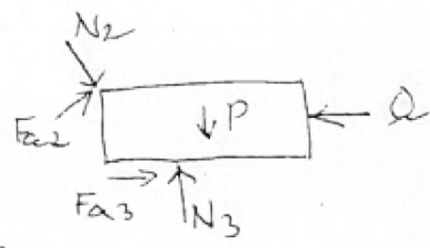
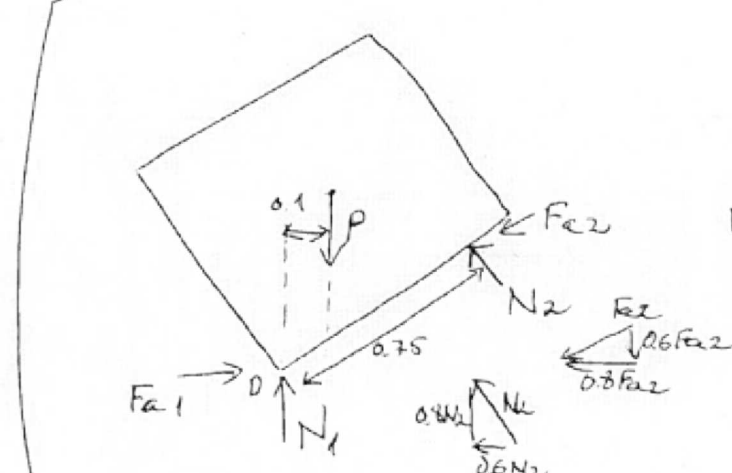
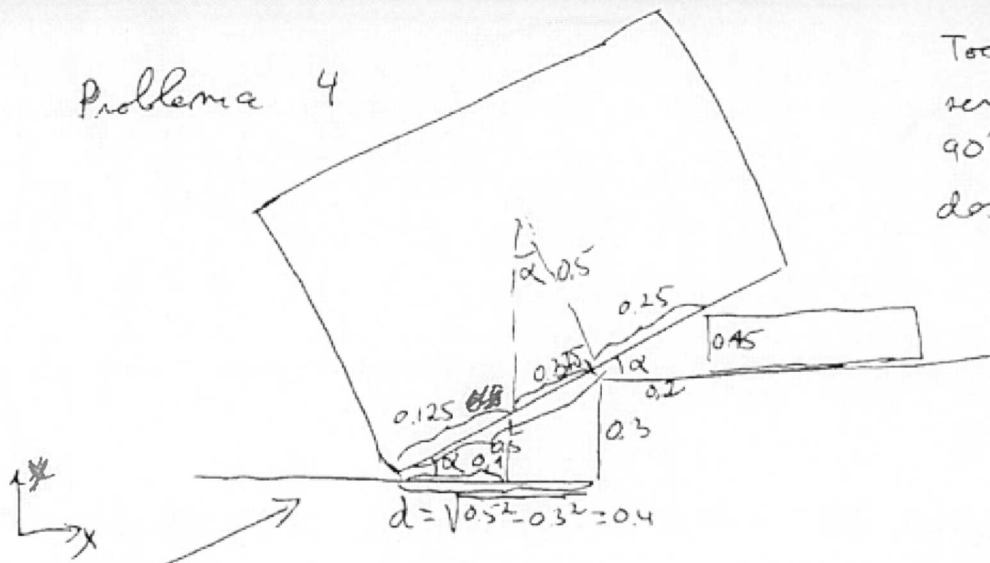
$$\sum M_F^{eq} = 0 \quad -4V_A + 4H_A = 0 \quad -4V_A + 4 \times (-10) = 0 \quad V_A = -10 (\downarrow)$$

$$-10 + V_B + \frac{15}{4} + (-10) - 12 - 15 = 0 \quad V_B = 32 \uparrow$$



Problema 4

Todos os triângulos são semelhantes com ângulos $90^\circ, \alpha, 90-\alpha$. As proporções dos lados são $\frac{5}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{0.8}, \frac{1}{0.6}, \frac{1}{0.4}$



Geometria

$$\sum M_D = 0 \text{ (deslocamento)}$$

$$0 = -0.15 N_2 + 0.1 \times 12 \quad N_2 = 1.6$$

$$F_{a2} = 0.25 N_2 = 0.4$$

$$\sum F_y = 0 \quad N_1 - 12 + 0.8 \times 1.6 - 0.6 \times 0.4 = 0$$

$$N_1 = 12 + 0.24 \rightarrow 1.28 = 10.96$$

$$\sum F_x = 0 \quad F_{a1} - 0.8 \times 0.4 - 0.6 \times 1.6 = 0$$

$$F_{a1} = 0.32 + 0.96 = 1.28$$

$$\sum F_y = 0 \quad N_3 - 0.6 N_2 + 0.6 F_{a2} - P = 0$$

$$N_3 - 0.6 \times 1.6 + 0.6 \times 0.4 - 4 = 0$$

$$N_3 = 5.04$$

$$\sum F_x = 0 \quad F_{a3} + 0.8 \times F_{a2} + 0.6 N_2 - Q = 0$$

$$Q = 0.25 \times 5.04 + 0.8 \times 0.4 + 0.6 \times 1.6$$

$$Q = 2.54$$

b) $F_{a2} < 0.25 N_1$

$$1.28 < 0.25 \times 10.96 = 2.74 \rightarrow \text{Verifica}$$

Não há deslizamento do bloco A antes da rotação