

6.1 A figura mostra o resultado experimental do calor específico do Si a baixa temperatura para a composição isotópica natural e para amostras formadas quase que por um só tipo de isótopo.

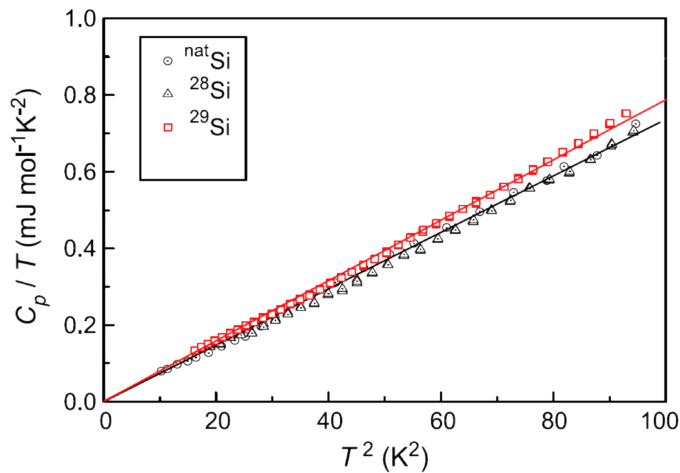


Fig. 1. Heat capacity of natural and isotopically enriched Si in the temperature range $4 \text{ K} < T < 10 \text{ K}$. We have used the standard plot of C_p/T vs. T^2 .

A baixa temperatura o calor específico do Si é bem descrito pelo modelo de Debye,

$$C = Nk_B \frac{12\pi^4}{5} \frac{T^3}{T_{\text{Debye}}^3},$$

onde $T_{\text{Debye}} = \hbar\omega_{\text{Debye}}/k_B$ é a temperatura de Debye.

- Explique porque é que o calor específico é maior para os isótopos mais pesados.
- Qual é a dependência de $C_v(^{29}\text{Si})/C_v(^{28}\text{Si})$ na massa dos isótopos. Diga se é compatível com a figura.
- Obtenha da figura o valor da temperatura de Debye do Si.

Temos que a baixas temperaturas $C_v \simeq 234Nk_B \left(\frac{T}{T_D}\right)^3$. Para uma mole temos que $c_v = 1945 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \left(\frac{T}{T_D}\right)^3$. Lendo no gráfico temos que para 10 K $c_p \simeq c_v \simeq 7 \times 10^{-3} \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ pelo que $\left(\frac{T_D}{10 \text{ K}}\right)^3 \simeq 2.8 \times 10^5$ e $T_D \simeq 650 \text{ K}$. O valor normalmente usado (vulgo Wikipedia) é $T_D \simeq 645 \text{ K}$.

6.2 Considere um sólido num universo a 2 dimensões. Qual seria a dependência na temperatura do calor específico a baixas temperaturas? Qual seria o calor específico a altas temperaturas?

6.3 Considere ondas acústicas num cubo de dimensões $L \times L \times L$, e com condições de barreira infinita na fronteira, ou seja $u(0, x, y) = U(L, x, y) = 0$, etc.

- Mostre que se obtêm vectores de onda que não existem com condições de fronteira periódicas.
- Calcule a densidade de estados no modelo de Debye para estas condições de fronteira. Qual é o calor específico previsto?