5.1 Considere uma cadeia linear de massas M idênticas em que há "molas" ligando todos as massas entre si.

a) Mostre que a força na massa n é dada por $F_n = \sum_p k_p(u_{n+p} - u_n)$, onde u_n são os deslocamentos em relação ao equilíbrio e k_p é a constante da mola entre p-ésimos vizinhos.

b) Derive a relação de dispersão dessa cadeia linear.

c) Mostre que para longos comprimentos de onda obtem uma equação de onda, desde que assuma um certo comportamento de valores para os k_p.

5.2 Considere uma cadeia linear de massas M idênticas, separadas por uma distância a, e ligadas entre si por molas de constante k. Suponha que se propaga uma onda longitudinal $u_n = A\cos(\omega t - qna)$.

a) Calcule a energia cinética e potencial total da cadeia linear.

b) Calcule o valor médio da energia por átomo. (Média temporal.)

5.3 Considere um cristal hexagonal simples num mundo a duas dimensões. Suponha que os átomos estão ligados entre próximos vizinhos por molas de constante k e têm massa M.

a) Derive a relação de dispersão num mundo a duas dimensões dos fonões longitudinais para vectores de onda $\vec{q}$ paralelo a uma das linhas que une dois átomos vizinhos.

b) Derive a relação de dispersão num mundo a duas dimensões dos fonões longitudinais para vectores de onda $\vec{q}$ perpendicular a uma das linhas que une dois átomos vizinhos.

c) Derive a relação de dispersão num mundo a duas dimensões dos fonões transversais para vectores de onda $\vec{q}$ perpendiculares a uma das linhas que une dois átomos vizinhos.

d) Desenhe os resultados obtidos.