Exc teste, 6ª 9/10/15

Seja $g(x,y) = \sin\left(\frac{y}{x}\right) + x + 2y$

$h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ difᵛᵉˡ no ponto $(1,3)$ com

$h(1,3) = (1,0)$; $Dh(1,3) = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

Calcule, justificando, $D(g\circ h)(1,3)$ e $D_{(-2,1)}(g\circ h)(1,3)$

<u>Res</u> g é claramente uma função difᵛᵉˡ em todo o seu domínio $(x \neq 0)$ (por exp. porque $g \in C^1(D)$)

Pelo teor. da função composta, $g\circ h$ é difᵛᵉˡ no ponto $(1,3)$ c/ matriz Jacobiana

$$D(g\circ h)(1,3) = Dg(h(1,3))\, Dh(1,3) =$$

$$Dg(1,0)\, Dh(1,3) = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{y}{x}\right)\cdot\frac{-y}{x^2} + 1 & \cos\left(\frac{y}{x}\right)\cdot\frac{1}{x} + 2 \end{bmatrix}_{(x,y)=(1,0)} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0+1 & 1+2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 11 \end{bmatrix}$$

Porque $g\circ h$ é difᵛᵉˡ no ponto $(1,3)$

$$D_{(-2,1)}(g\circ h)(1,3) = D(g\circ h)(1,3)\cdot(-2,1)$$

$$= (7,11)\cdot(-2,1) = -14+11 = -3$$