Mestrado Integrado em

Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Controlo Em Espaço de Estados

2014/2015

Primeiro Teste

10 de Abril de 2015, 20 horas – salas C09 e C13

Duração 2 horas

Não é permitida consulta nem uso de calculadoras programáveis

Quotação: P1a)**3**b)**1** c)**2** P2a) **3** b)**2** c)**1** P3a)**2,5** b)**2** c)**1** P4 a)**0,5** b)**0.5** c)**1**d)**0.5**

P1. Considere o sistema linear e invariante no tempo cujo diagrama de blocos se mostra na figura P1-1, em que α é um parâmetro constante, suposto conhecido.

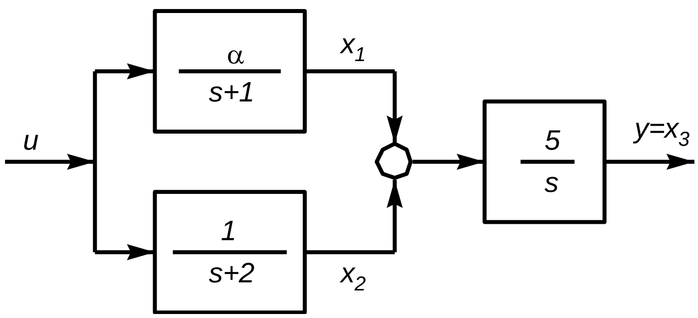

Fig. P1-1. Problema P1. Diagrama de blocos.

a) Escreva, na forma matricial, o modelo de estado do sistema com as variáveis indicadas.

b) **Sem calcular** as matrizes de controlabilidade nem de observabilidade, mostre que existe(m) valor(es) do parâmetro α que leva(m) a perda de controlabilidade ou de observabilidade para o modelo que escreveu.

c) Calcule a matriz de observabilidade e diga se o modelo de estado que escreveu é ou não observável.

P2. Relativamente ao modelo de estado linear $\dot{x} = Ax$, considere as matrizes, numeradas de 1 a 4:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \quad A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1.5 \\ 1.5 & 0 \end{bmatrix} \quad A_4 = \begin{bmatrix} -5/3 & -4/3 \\ 4/3 & 5/3 \end{bmatrix}$$

Considere ainda os retratos de fase que se mostram na figura P2-1, e que estão identificados com as letras A, B, C e D.

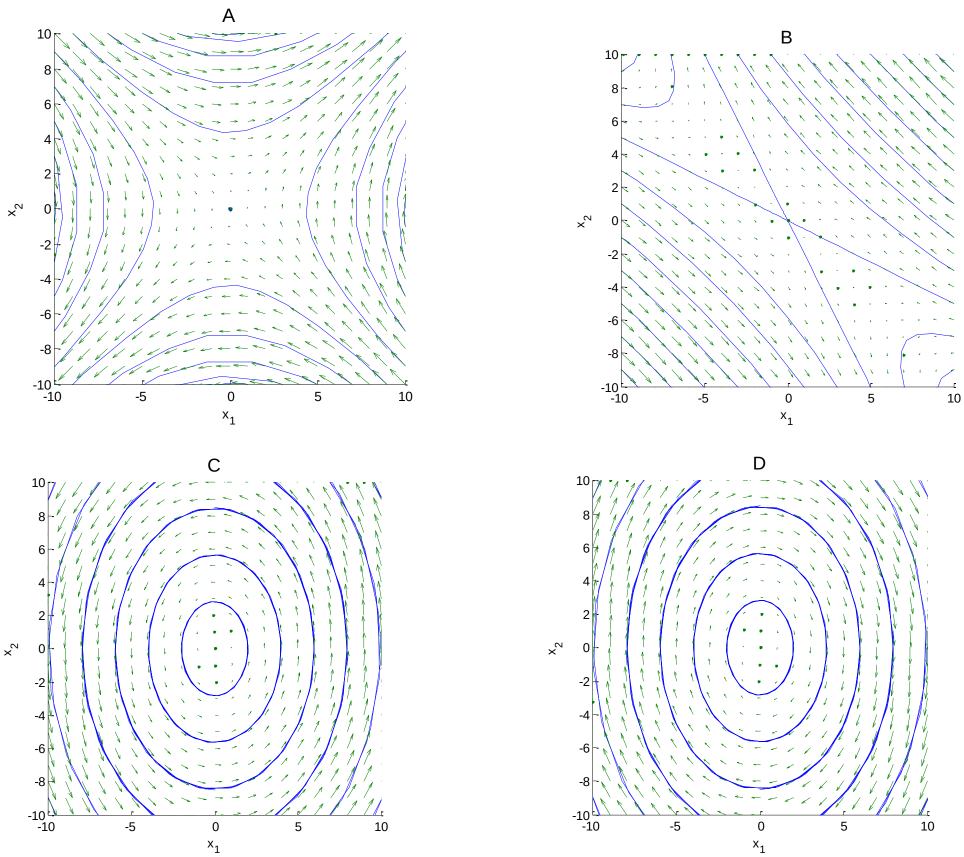

Fig. P2-1. Problema P2. Retratos de fase.

a) Diga, justificadamente, que matriz está associada a cada retrato de fase.
b) Relativamente a A_3 calcule uma expressão que dê o estado como função do tempo, sabendo que a condição inicial é $x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. Repita com a condição inicial $x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.
c) Para a mesma matriz da alínea b), calcule $e^{A_3 t}$ pelo método que preferir.

P3. A figura P3-1 mostra um pêndulo cuja oscilação pode ser influenciada por uma força (variável manipulada) u.

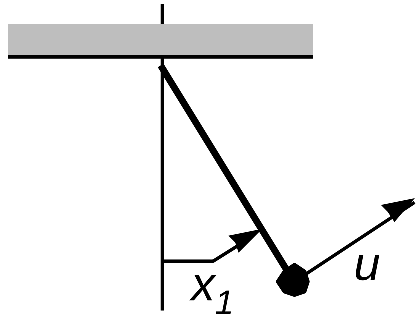

Fig. P3-1 Pêndulo actuado por uma força manipulável.

Neste problema pretende-se projectar um controlador por realimentação de variáveis de estado para regular a posição do pêndulo. Para tal, conhece-se o seguinte modelo de estado a força u com a saída y dada pela velocidade ângular do pêndulo:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -25 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \qquad y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} x(t)$$

Responda às seguintes questões:

a) Projecte um regulador por realimentação de variáveis de estado que coloque os pólos da cadeia fechada em $-4 \pm j4$

b) Projecte um observador assimptótico que coloque os pólos do erro de estimação de estado em $-10 \pm j10$

c) Desenhe um diagrama de blocos do controlador, incluindo o observador, usando apenas blocos básicos (integradores, ganhos, somas) **escalares**.

P4. Considere a equação diferencial escalar

$$\dot{x} = ax + b \tag{P4-1}$$

em que $x \in R$ para cada instante, a e b são constantes conhecidas, e a condição inicial é $x(0) = 0$. Pretende-se resolver esta equação diferencial.

Para tal, substitui-se a equação (P4-1) por

$$\dot{x} = ax + by \tag{P4-2}$$

em que $y = 1$.

a) Escreva uma equação diferencial verificada por y e diga qual a respectiva condição inicial.

b) Escreva o sistema de equações diferenciais formado por (P4-2) e pela equação que obteve na alínea a) na forma de um modelo de estado linear na forma matricial. Chame A à matriz da dinâmica do sistema.

c) Calcule a exponencial e^{At} da matriz que obteve na alínea b).

d) Use o resultado da alínea c) para resolver a equação (P4-1).