Mestrado Integrado em

Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Controlo Em Espaço de Estados

2015/2016

Primeiro Teste

8 de Abril de 2015, 20 horas – Salas: V1.23, V1.24, V1.25

Duração 2 horas

Não é permitida consulta nem uso de calculadoras programáveis

Quotação: P1a)**3**b)**1** c)**1 d)1** P2a) **2** b)**1** c)**1 d)1 e)1 f)1** P3a)**2** b)**1** c)**1 d)1** P4 a)**2**

Alternativa a P2 (P2A): a) 2, b) 2 Pode resolver P2 ou P2A mas só um conta.

P1. Considere o sistema linear e invariante no tempo cujo diagrama de blocos se mostra na figura P1-1, em que α é um parâmetro constante, suposto conhecido.

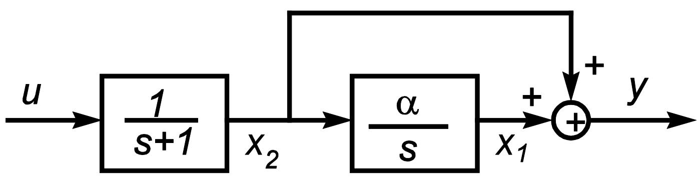


Fig. P1-1. Problema P1. Diagrama de blocos.

a) Escreva, na forma matricial, o modelo de estado do sistema com as variáveis indicadas.

b) **Sem calcular** as matrizes de controlabilidade nem de observabilidade, mostre que existe(m) valor(es) do parâmetro α que leva(m) a perda de controlabilidade ou de observabilidade para o modelo que escreveu.

c) Calcule a matriz de observabilidade e diga se o modelo de estado que escreveu é ou não observável.

d) Calcule a matriz de controlabilidade e diga se o modelo de estado que escreveu é ou não controlável.

P2. A figura P2-1 mostra um circuito de sintonia de uma antena em que se desprezou a resistência dos enrolamentos.

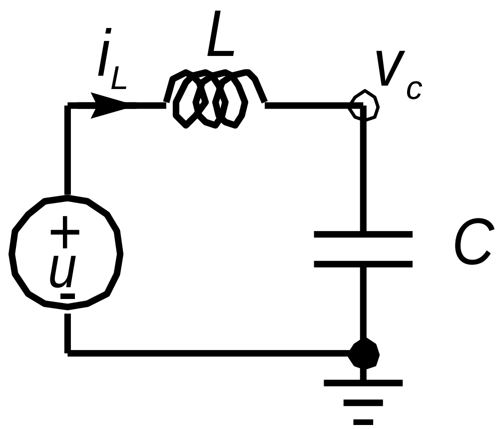


Fig. P2-1. Circuito de ressonância de uma antena.

O circuito consiste numa fonte de tensão de amplitude u que pode variar no tempo e que corresponde à tensão induzida pela onda electro-magnética que ilumina a antena, em série com uma bobina de indutância L e um condensador de capacidade C.

a) Tomando como variáveis de estado $x_1 = v_c$ (a tensão aos terminais do condensador) e $x_2 = i_L$ (a corrente através da bobina), e como entrada u *e* variável de saída $y = v_c$, escreva as equações do modelo de estado deste sistema.
b) Calcule os valores próprios e os correspondente vectores próprios da matriz da dinâmica do sistema. Admita valores genéricos de L e C.
c) A partir do modelo de estado, calcule a função de transferência e indique quais os seus pólos.
d) Admita a partir de agora que, num sistema de unidades normalizado, $L = C = 1$. Suponha que $u(t) = 0$ e que inicialmente não há corrente na bobina e que a tensão no condensador é $1V$. Usando a expressão que estudou para a decomposição modal, escreva a solução da equação homogénea do estado, com a condição inicial indicada. Dê a sua resposta na forma de funções reais para $x_1(t)$ e $x_2(t)$.
e) Esboce a resposta no tempo, nas condições da alínea d) para t entre 0 e π. Faça gráficos separados para $x_1(t)$ e $x_2(t)$. Desenhe também a

correspondente trajectória no espaço de estados, correspondente a esta condição inicial e a este período de tempo.

f) Determine o campo de vectores associado à equação homogénea nos dois seguintes pontos:

   a. Na condição inicial;

   b. No ponto em que a trajectória que determinou nas alíneas d) e e) cruza o eixo x_2.

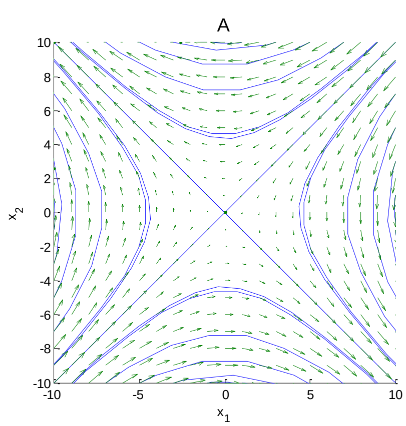
   Desenhe os vectores correspondentes no esboço da trajectória do espaço de estados que realizou em e).

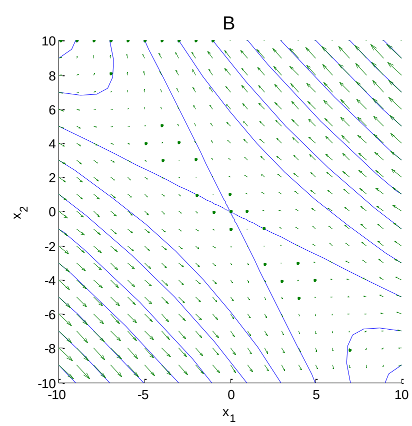
Atenção: O problema P2A é uma alternativa ao problema P2, mas que vale muito menos. Apenas poderá entregar uma das soluções, de P2 ou de P2A. Se entregar as duas, apenas será feita a correcção de P2. Deverá indicar claramente qual a opção que escolhe, se P2 ou se P2A. Aconselha-se que tente resolver P2.

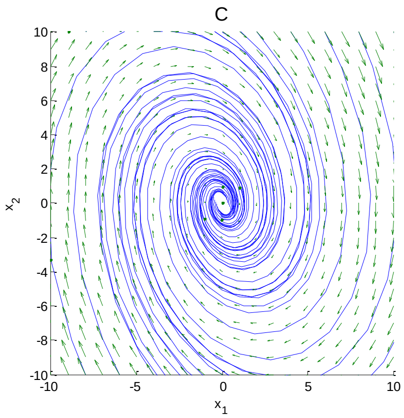
P2A. Relativamente ao moelo de estado linear $\dot{x} = Ax$, considere as matrizes, numeradas de 1 a 4:

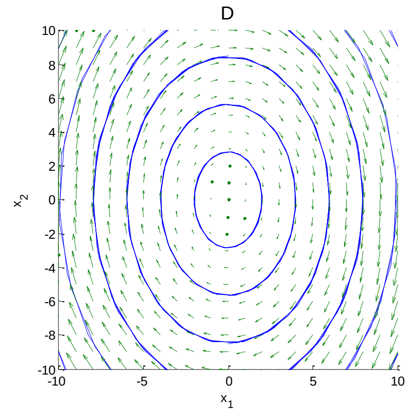
$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -0.6 \end{bmatrix} \qquad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1.5 \\ -1.5 & 0 \end{bmatrix} \qquad A_3 = \begin{bmatrix} -5/3 & -4/3 \\ 4/3 & 5/3 \end{bmatrix} \qquad A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

Considere ainda os retratos de fase que se mostram na figura P2-1, e que estão identificados com as letras A, B, C e D.









a) Diga, justificadamente, que matriz está associada a cada retrato de fase.
b) Relativamente a A_2 calcule uma expressão que dê o estado como função do tempo, sabendo que a condição inicial é $x(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$.

P3. A figura P3-1 mostra o sistema de controlo da temperatura do vapor sobreaquecido numa caldeira de dimensão média para a produção de energia eléctrica.

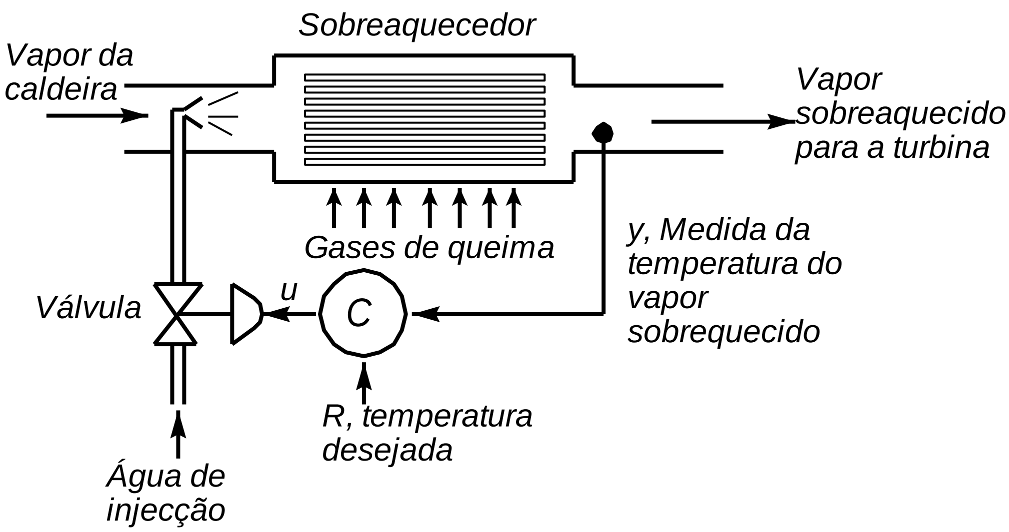


Fig. P3-1 Controlo da temperatura do vapor sobreaquecido numa caldeira de dimensão média.

No vapor que vem da caldeira é injectada água que passa através da de uma válvula. Quando a água injectada se vaporiza, absorve energia do vapor e baixa a sua temperatura. O vapor passa em seguida pelo sobreaquecedor que é constituído por uma série de tubos em paralelo no exterior dos quais passam gases de queima, o que permite aumentar a temperatura do vapor. Antes de este sair para utilização na turbina. A injecção de água permite manipular a temperatura do vapor através do comando da válvula. O comando u da válvula é calculado (numa escala de 0 a 100%, sendo 0 a válvula completamente fechada e 100% a válvula completamente aberta) pelo controlador C com base em R (a referência de temperatura desejada) e na medida y da temperatura do vapor, realizada através de um termopar colocado na conduta de vapor, à saída do sobreaquecedor.

Neste problema pretende-se projectar o controlador de temperatura C usando realimentação de variáveis de estado e um observador. Vamos considerar apenas o caso em que a referência de temperatura é nula, o que corresponde a uma temperatura de equilíbrio. Para tal, conhece-se o seguinte modelo de estado que relaciona a posição u da válvula com a saída y dada pela temperatura do vapor:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} u(t) \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t)$$

Responda às seguintes questões:

a) Projecte um regulador por realimentação de variáveis de estado que coloque os pólos da cadeia fechada em $-2 \pm j2$

b) Projecte um observador assimptótico que coloque os pólos do erro de estimação de estado em $-10 \pm j10$

c) Diga se seria possível projectar a realimentação da variável de estado por forma a colocar os pólos do controlador em $-50 \pm j50$, usando o observador projectado na alínea b). Justifique.

d) Desenhe um diagrama de blocos do controlador, incluindo o observador, usando apenas blocos básicos (integradores, ganhos, somas) **escalares**.

P4. Considere o modelo de estado em tempo discreto com condições iniciais nulas e em que a entrada $u(k)$ é nula para k negativo

$$x(k+1) = Ax(k) + bu(k) \qquad \text{(P4-1)}$$

Escreva a entrada como a soma de funções que são apenas diferentes de zero num único ponto:

$$u(k) = u(0)\delta(k) + u(1)\delta(k-1) + u(2)\delta(k-2) + \cdots + u(N)\delta(k-N)$$

Usando o Princípio de Sobreposição, e o facto de a solução da equação homogénea

$$x(k+1) = Ax(k),\ x(k_0) \text{ dado}$$

ser

$$x(k) = A^{k-k_0}x(k_0),$$

obtenha uma expressão para a solução da equação não homogénea (P4-1).