Mestrado Integrado em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Controlo Em Espaço de Estados

2011/2012

Exame Época Especial

20 de Julho de 2012, 14 horas – Sala E3

Duração 3 horas

Não é permitida consulta nem calculadoras programáveis

Quotação: P1-a)1 b)1 c)1 d)1, P2-3, P3-5, P4-4, P5-4

P1. Considere o sistema linear e invariante de 2ª ordem, descrito pela equação

$$\frac{dx}{dt} = Ax \quad \text{com} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$$

Responda sucessivamente às seguintes perguntas:

a) Recorrendo à transformada de Laplace, calcule a matriz exponencial e^{At}.

b) Suponha que $x(3) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ determine $x(0)$.

c) Suponha que o modelo de observação é

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & \alpha \end{bmatrix}$$

d) Diga para que valores do parâmetro α é que, por observação de y num intervalo de tempo finito consegue determinar a condição inicial $x(0)$.

P2. A figura 2.1 representa um paciente preparado para ser sujeito a uma intervenção cirúrgica, ligado a um sistema automático de controlo do nível de bloqueio neuromuscular, que constitui uma das componentes da anestesia (a qual visa “paralizar” o paciente). São visíveis, respectivamente, os seguintes elementos do sistema de controlo:

- O sensor de actividade muscular, colocado na mão do paciente;

- O computador que recebe os sinais do sensor e calcula a dose de fármaco relaxante muscular (atracúrio) a aplicar ao doente (variável manipulada) por forma que o seu nível de actividade muscular seja o desejado;
- A seringa perfusora (aparelho verde, do lado esquerdo), que recebe o valor da variável manipulada através de uma porta série ligada ao computador de controlo e aplica ao paciente a dose de fármaco relaxante muscular.

Fig. 2-1. Problema P2. Controlo por computador do nível de actividade muscular de um paciente sujeito a cirurgia.

Neste problema pretende-se projectar um lei de controlo de realimentação de variáveis de estado, a programar no computador, tal que o nível do relaxamento muscular seja o desejado (problema de regulação). Para tal, sabe-se que a relação entre a variável manipulada u e o incremento y do nível de actividade muscular em relação a um nível de referência pode ser representado pelo diagrama de blocos da figura 2-2. Neste diagrama, α é um parâmetro que tem o valor nominal $\alpha = 1$.

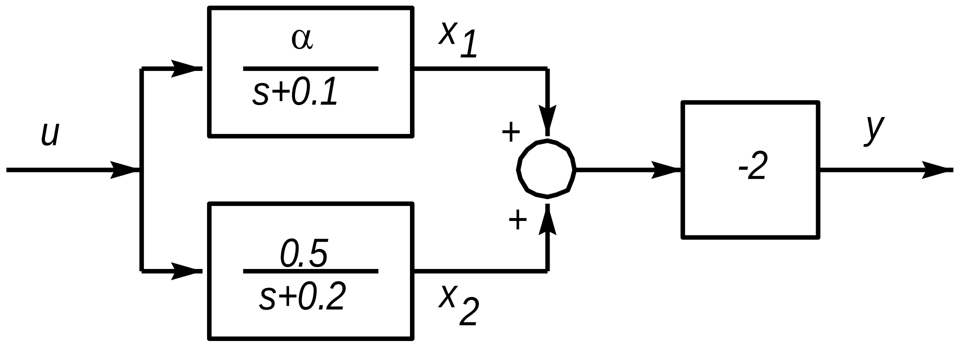

Fig. 2-2. Problema P2. Modelo da actividade muscular do paciente.

Embora o sistema implementado em computador seja discreto, neste problema apenas se considera o algoritmo baseado em equações em tempo contínuo. Responda sucessivamente às seguintes questões:

a) Obtenha uma representação de estado de 2ª ordem do sistema. Tome como entrada u, variáveis de estado x_1 e x_2 e como saída y, indicadas na figura 2-2.

b) Para o valor nominal $\alpha = 1$, dimensione os ganhos da RLVE por forma a que os pólos da cadeia fechada se situem em $-0.2 \pm 0.1j$. Suponha, nesta alínea, que tem acesso à medida directa de x_1 e x_2.

c) Suponha agora que não tem acesso à medida directa de x_1 e x_2. Para o valor nominal $\alpha = 1$ escreva as equações e projecte os ganhos de um observador por forma a que o erro na estimativa do estado tenda para zero, com valores próprios em $-1 \pm 0.1j$ da equação de erro.

P3. Considere um satélite que pode rodar em torno do seu eixo vertical com uma posição angular θ, uma velocidade angular ω e um binário externo de actuação (variável manipulada) u. Num sistema de unidades normalizado, o movimento de rotação do satélite satisfaz as equações

$$\dot{\theta} = \omega$$

$$\dot{\omega} = u$$

O satélite é actuado pela seguinte lei de controlo não linear

$$u = -g(\omega) - h(\theta),$$

em que g e h são funções conhecidas e que satisfazem

$$g(0) = 0, \quad h(0) = 0$$

e ainda

$$\omega g(\omega) > 0 \text{ para } \omega \neq 0$$

$$\theta h(\theta) > 0 \text{ para } \theta \neq 0$$

Recorrendo ao 2º Método de Lyapunov e ao Teorema do Conjunto Invariante, mostre que a origem do sistema em cadeia fechada é um ponto de equilíbrio globalmente assimptoticamente estável.

Sugestão: Utilize uma função de Lyapunov dada pela energia total do sistema em cadeia fechada.

P4. Considere o sistema definido pelo modelo de estado escalar

$$\frac{dx}{dt} = x + u$$

Por aplicação do teorema de Chang-Letov., obtenha uma lei de controlo por realimentação que minimiza o custo definido num horizonte infinito

$$J = \frac{1}{2}\int_0^{\infty} \left(x^2(t) + u^2(t)\right) dt$$

Ajudas úteis: As informações seguintes são úteis para resolver este problema.

P5. A velocidade v de um veículo está relacionada, num sistema de unidades normalizadas, com a taxa de consumo de combustível u através da equação diferencial de 1ª ordem

$$\frac{dv}{dt} = -v + u$$

Recorrendo ao Princípio do Máximo de Pontryagin, determine o perfil óptimo da função $u(t)$ no intervalo de tempo entre $t = 0$ e $t = 10$ que transfere a velocidade do valor $v(0) = 0$ (veículo parado) para o valor $v(10) = 70$, minimizando

$$J(u) = \frac{1}{2}\int_0^{10} u^2(t)dt$$

Ajudas:

$$\frac{dx}{dt} = f(x,u) \qquad x(0) = x_0 \qquad J(u) = \Psi(x(T)) + \int_0^T L(x,u)dt$$

$$-(\frac{d\lambda}{dt})' = \lambda'(t) f_x(x(t),u(t)) + L_x(x(t),u(t))$$

$$H(\lambda, x, u) = \lambda' f(x,u) + L(x,u)$$

Propriedades da transformada de Laplace (L representa a transformada de Laplace e a um parâmetro):

$$L(e^{at}) = \frac{1}{s-a} \qquad L(\frac{dv}{dt}) = sV(s) - v(0)$$