Mestrado Integrado em

Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Controlo Em Espaço de Estados

2013/2014

Primeiro Teste

8 de Abril de 2018, 20 horas – sala C01

Duração 2 horas

Não é permitida consulta nem calculadoras programáveis

Quotação: P1 a)1 b)2 c)2 d)1 P2 a) 3 b) 1 c) 2 P3 a) 1 b) 1 c) 1 d) 1 P4-4.

P1. A figura representa uma vista lateral esquemática de um corte de um canal no qual existe uma comporta que é movimentada por um motor.

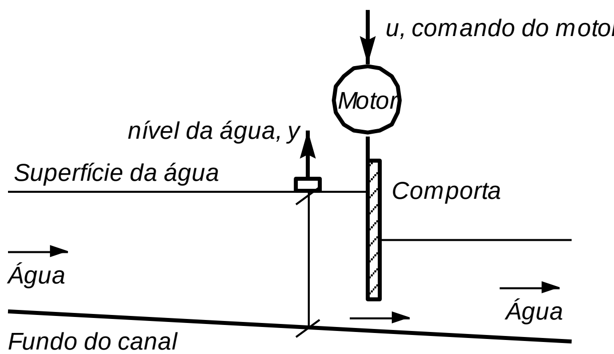


Figura P1-1. Problema 1.

A função de transferência que relaciona o sinal u de comando do motor com a posição da comporta, v, é

$$G_1(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 3}.$$

A função de transferência que relaciona a posição da comporta, v, com o nível da água y medido por um sensor a montante da comporta é

$$G_2(s) = \frac{s+4}{s^3 + 3s^2 + 2s + 4}.$$

Responda às perguntas seguintes:

a) Obtenha uma realização de estado de G_1.

b) Obtenha uma realização de estado de G_2.

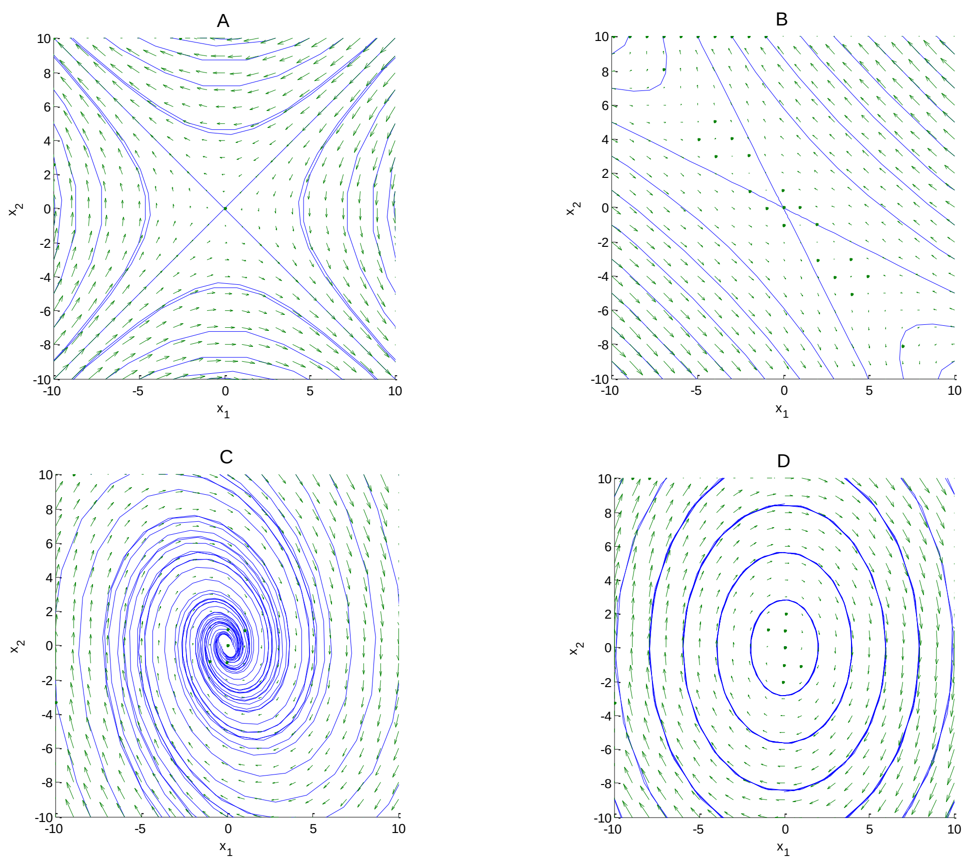
c) Obtenha uma realização de estado do sistema global (dado pela série de G_1.e G_2), e tal que o estado do sistema global seja a concatenação dos estados de G_1.e G_2 que definiu nas alíneas a) e b).

d) Desenha um diagrama de blocos de G_2, usando apenas integradores, ganhos e pontos de soma algébrica (somadores ou subtractores), todos **escalares**.

P2. Relativamente ao moelo de estado linear $\dot{x} = Ax$, considere as matrizes, numeradas de 1 a 4:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -0.6 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1.5 \\ -1.5 & 0 \end{bmatrix} \quad A_3 = \begin{bmatrix} -5/3 & -4/3 \\ 4/3 & 5/3 \end{bmatrix} \quad A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

Considere ainda os retratos de fase que se mostram na figura P2-1, e que estão identificados com as letras A, B, C e D.



a) Diga, justificadamente, que matriz está associada a cada retrato de fase.

b) Relativamente a A_2 calcule uma expressão que dê o estado como função do tempo, sabendo que a condição inicial é $x(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$.

c) **O que verdadeiramente aconteceu na batalha de Waterloo**. Em 18 de Junho de 1815 travou-se a batalha de Waterloo (junto à aldeia do mesmo nome, na Bélgica) em que o exército aliado comandado pelo Duque de Wellington (neste exército predominavam os ingleses, mas nele falavam-se 17 línguas diferetnes!) venceu o exército francês comandado por Napoleão. A vitória só pendeu decisivamente para o lado de Wellington após a chegada do general Bucher (um general prussiano que, ao visitar

Londres disse: “Que bela cidade para ser saqueada”) e das suas tropas, que se juntaram aos aliados. A matriz A_2 acima representa o modelo de estado que traduz a evolução do número de soldados franceses e aliados durante a batalha. Neste modelo, x_1 representa o número de soldados franceses (a dividir por 10000, ou seja, $x_1 = 1$ significa 10000 soldados francses) e x_2 o número de soldados aliados (também a dividir por 10000). Inicialmente, os franceses tinham 30000 soldados e os aliados 25000. O general Bucher trouxe 10000 soldados, que se juntaram aos aliados. Mostre que se Bucher não chegasse, Napoleão ganharia a batalha de Waterloo (que dizer, ao passar o tempo, evoluir-se-ia para uma situação em que $x_1 > 0$ e $x_2 = 0$) , mas que, com o reforço dos soldados de Bucher, é Wellington que vence (quer dizer, com o passar do tempo atinge-se uma situação em que $x_1 = 0$ e $x_2 > 0$). Admita para simplificar que Bucher e os seus soldados chegam no início da batalha. Use um esboço do retrato de fase para justificar a sua resposta.

P3. Um permutador de calor permite transferir calor de um fluido (fonte de calor) para outro que se pretende aquecer. Consta normalmente de dois circuitos separados. Num dos circuitos circula o fluido a aquecer e noutro (que o envolve por forma a permitir a transferência de calor), o fluido que constitui a fonte de calor (por exemplo, vapor). Regulando o caudal de fluido quente, varia-se a quantidade de energia transmitida por unidade de tempo ao fluido a aquecer, o que permite influenciar a sua temperatura. A fig. P3-1 mostra uma visão esquemática de um permutador de calor.

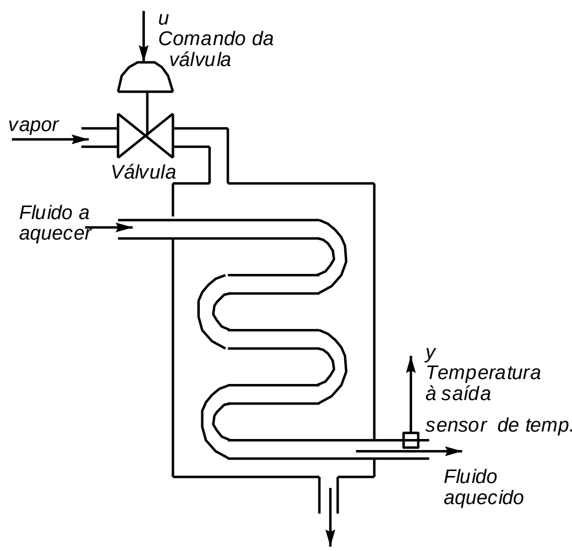


Fig. P3-1 Esquema de um permutador de calor.

Neste problema pretende-se projectar um controlador por realimentação de variáveis de estado para regular a temperatura de saída do fluído por actuação na válvula do vapor. Para tal, conhece-se o seguinte modelo de estado que relaciona incrementos no comando da válvula u em torno de um ponto de trabalho, com os incrementos y da temperatura do fluido à saída:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -0.017 & 0.017 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \end{bmatrix} u(t) \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t)$$

Responda às seguintes questões:

a) Projecte um regulador por realimentação de variáveis de estado que coloque os pólos da cadeia fechada em $-0.05 \pm j0.087$

b) Diga justificadamente se o modelo é controlável

c) Projecte um observador assimptótico que coloque os pólos do erro de estimação de estado em $-0.15 \pm j0.26$

d) Diga justificadamente se o modelo é observável

P4. Considere o sistema dinâmico linear descrito pela equação de estado

$$\frac{dx}{dt} = Ax + bu \text{ , com condição inicial } x(0) \text{ ,}$$

em que $x \in R^n$ (vector coluna) é o estado, $u \in R$ (escalar), é a entrada, $t \in R$ é o tempo, e $A \in R^{n \times n}$ e $b \in R^n$ são matrizes de parâmetros. Utilizando a transformação de variáveis

$$x(t) = e^{At} z(t) \text{ ,}$$

em que $z \in R^n$ é uma nova variável de estado, obtenha uma expressão para a solução da equação, em que o estado $x(t)$ num instante genérico t é expresso em função da condição inicial, da entrada e das matrizes que definem o sistema.

Ajudas: $\frac{d}{dt} e^{At} = Ae^{At}$, $\frac{d}{dt}\left(M(t)N(t)\right) = \dot{M}N + M\dot{N}$