Mestrado Integrado em

Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Controlo Em Espaço de Estados

2011/2012

Primeiro Teste

26 de Março de 2012, 20 horas - salas V1.33, V1.34, V1.36

Duração 2 horas

Não é permitida consulta nem calculadoras programáveis

Quotação: P1a)3 b)1 c)-2; P2-a)1 b)2 c)1 d)1 e)1; P3-4, P4-4.

P1. Obtenha modelos de estado equivalentes às seguintes funções de transferência:

a) $G(s) = \dfrac{1}{s^3 + 3s^2 + 2s + 5}$

b) $G(s) = \dfrac{s+5}{s^3 + 3s^2 + 2s + 5}$

c) A série de dois sistemas descritos pelas funções de transferência

$$G_1(s) = \frac{1}{s+5} \quad \text{e} \quad G_2(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1},$$

em que a entrada do sistema 1 é a saída do sistema 2.

P2. Considere o sistema autónomo

$$\frac{dx}{dt} = Ax \qquad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

a) Calcule os valores próprios e os vectores próprios da matriz A.

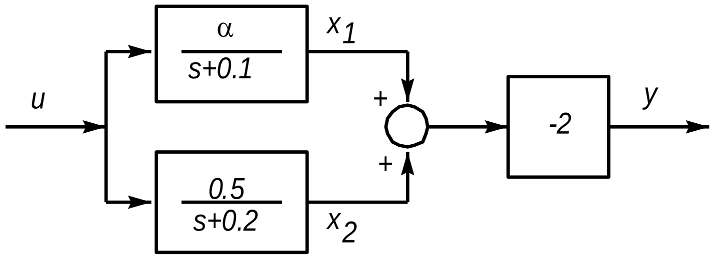
b) Usando o método que preferir, calcule $x(t)$ com a condição inicial $x(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$.

c) Indique uma condição inicial tal que $x(t)$ tenda para zero.

d) Usando o método que preferir, calcule e^{At} (matriz de transição).

e) Sabendo que $x(4)=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$ calcule $x(5)$.

P3. Considere o sistema descrito pelo diagrama de blocos



a) Obtenha o modelo de estado com as variáveis indicadas.

b) Diga para que valores do parâmetro α o modelo de esatdo que obteve écontrolável e aqqueles para o qual é observável.

c) Dê uma interpretação dos resultados da alínea b) em termos da função de transferência.

P4. Considere o sistema dinâmico linear descrito pela equação de estado

$$\frac{dx}{dt}=Ax+bu\text{, com condição inicial } x(0)\text{,}$$

em que $x\in R^n$ (vector coluna) é o estado, $u\in R$ (escalar), é a entrada, $t\in R$ é o tempo, e $A\in R^{n\times n}$ e $b\in R^n$ são matrizes de parâmetros. Utilizando a transformação de variáveis

$$x(t)=e^{At}z(t)\text{,}$$

em que $z\in R^n$ é uma nova variável de estado, obtenha uma expressão para a solução da equação, em que o estado $x(t)$ num instante genérico t é expresso em função da condição inicial, da entrada e dos parâmetros do sistema.

Ajudas: $\frac{d}{dt}e^{At}=Ae^{At}$, $\frac{d}{dt}\left(M(t)N(t)\right)=\dot{M}N+M\dot{N}$