TÉCNICO LISBOA

**Mestrado Integrado em**

**Engenharia Electrotécnica e de Computadores**

# Controlo Em Espaço de Estados

**2018/2019**

## Primeiro Teste

10 de Abril de 2019, 20 horas – Duração 2 horas

**Não é permitida consulta nem uso de calculadoras programáveis**

**Quotação: P1**a)3 b)2 P2 a)4 b)2 P3 a)2 b)1 c)1 d) 1 e) 1 P4 a)1 b)2

**P1.** Considere o sistema com entrada $u$ e saída $y$, com função de transferência

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 4s + 3}$$

a) Obtenha uma realização de estado do sistema usando variáveis de fase (a saída e as suas derivadas).

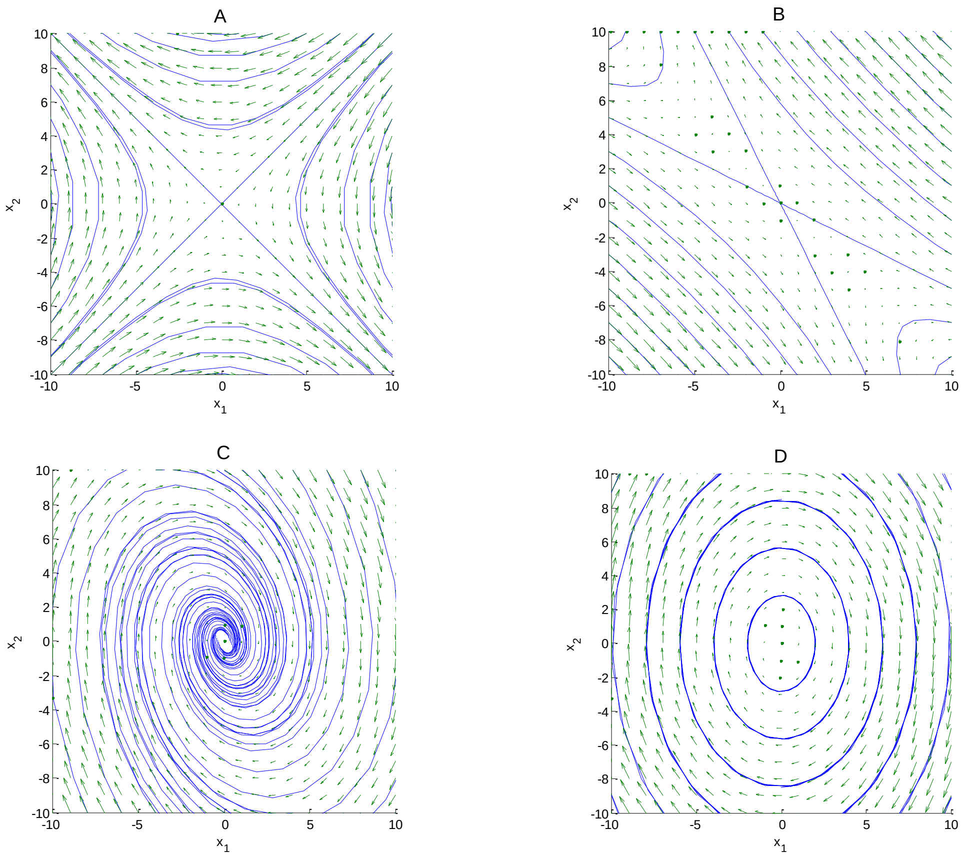
b) Considere agora o sistema cuja função de transferência é modificada do da alínea a) pela adição de um zero e defina variáveis de estado convenientes. Escreva as equações de estado na forma matricial.

$$G(s) = \frac{s+1}{s^2 + 4s + 3}$$

**P2.** Relativamente ao modelo de estado linear $\dot{x} = Ax$, considere as matrizes, numeradas de 1 a 4:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -0.6 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1.5 \\ -1.5 & 0 \end{bmatrix} \quad A_3 = \begin{bmatrix} -5/3 & -4/3 \\ 4/3 & 5/3 \end{bmatrix} \quad A_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

Considere ainda os retratos de fase que se mostram na figura P2-1, e que estão identificados com as letras A, B, C e D.




a) Diga, justificadamente, que matriz está associada a cada retrato de fase.

b) Relativamente a $A_2$ calcule uma expressão que dê o estado como função do tempo, sabendo que a condição inicial é $x(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$.

**P3.** Considere o modelo de estado de ordem 2

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & \alpha \end{bmatrix} x(t).$$

O parâmetro $\alpha$ tem um valor conhecido. Responda às seguintes questões:

a) Projecte o vector de ganhos de um regulador por realimentação de variáveis de estado que coloque os pólos da cadeia fechada em $-4 \pm j4$

b) Diga se é ou não possível calcular os ganhos de um observador assimptótico que coloque os valores próprios da dinâmica do erro em quaisquer valores que sejam especificados? Dê a sua resposta em função do parâmetro $\alpha$.

c) Dê uma interpretação da resposta à alínea anterior em função da função de transferência do processo.

d) Suponha que $\alpha = 2$. Projecte um observador assimptótico que coloque os pólos do erro de estimação de estado em $-10 \pm j10$.

e) Desenhe um diagrama de blocos do controlador, incluindo o observador, usando apenas blocos básicos (integradores, ganhos, somas) **escalares**.

**P4.** Considere a equação de estado homogénea de ordem 2

$$\dot{x} = Ax$$

Relativamente a esta equação, conhecem-se duas soluções para condições iniciais linearmente independentes, as quais são dadas, para todo o $t$ maior ou igual a zero, por

$$x^1(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

e

$$x^2(t) = \begin{bmatrix} -1 + e^t \\ e^t \end{bmatrix}$$

a) Escreva a matriz de transição (exponencial da matriz), $e^{At}$.

b) A partir de $e^{At}$ calcule a matriz $A$ (os elementos de $A$ são constantes).