Mestrado Integrado em

Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Controlo Em Espaço de Estados

2017/2018

Primeiro Teste

18 de Abril de 2018, 20 horas – Duração 2 horas

Não é permitida consulta nem uso de calculadoras programáveis

Quotação: P1a)3 b)2 P2 a)4 b)2 c)1 P3 a)2 b)2 c)1 P4 a)1 b)2

P1. Considere o sistema com entrada u e saída y, com função de transferência

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 3s + 2}$$

a) Obtenha uma realização de estado do sistema usando variáveis de fase (a saída e as suas derivadas).
b) Usando apenas blocos básicos **escalares** (integradores, somadores e ganhos), desenhe um diagrama de blocos que permita simular o modelo de estado.

P2. Relativamente ao modelo de estado linear $\dot{x} = Ax$, considere as matrizes, numeradas de 1 a 4:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \quad A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1.5 \\ 1.5 & 0 \end{bmatrix} \quad A_4 = \begin{bmatrix} -5/3 & -4/3 \\ 4/3 & 5/3 \end{bmatrix}$$

Considere ainda os retratos de fase que se mostram na figura P2-1, e que estão identificados com as letras A, B, C e D.

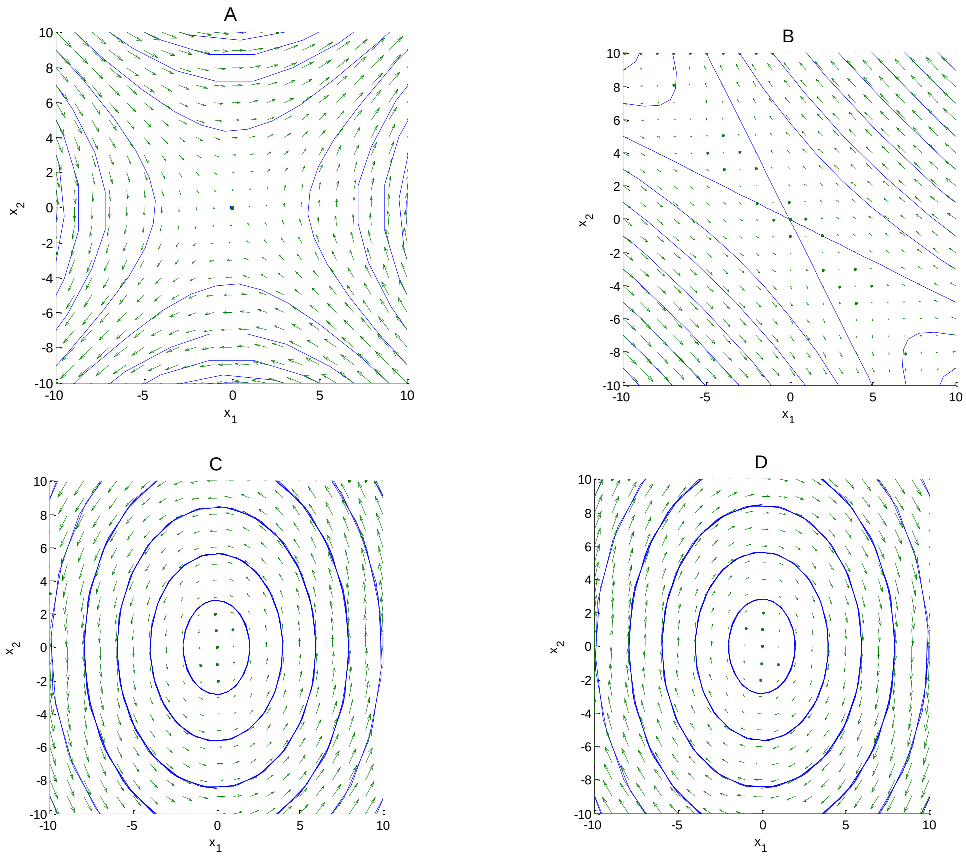

Fig. P2-1. Problema P2. Retratos de fase.

a) Diga, justificadamente, que matriz está associada a cada retrato de fase.

b) Relativamente a A_3 calcule uma expressão que dê o estado como função do tempo, sabendo que a condição inicial é $x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. Repita com a condição inicial $x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

c) Para a mesma matriz da alínea b), calcule $e^{A_3 t}$ pelo método que preferir. Note que há um método que leva a uma resposta imediata.

P3. A figura P3-1 mostra um pêndulo cuja oscilação pode ser influenciada por uma força (variável manipulada) u. Neste problema pretende-se projectar um controlador por realimentação de variáveis de estado para regular a posição do pêndulo.

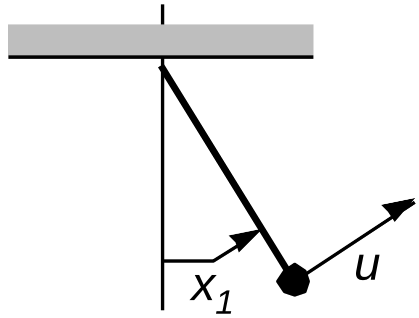

Fig. P3-1 Pêndulo actuado por uma força manipulável.

Para tal, conhece-se o seguinte modelo de estado que relaciona a força u com a saída y dada pela velocidade ângular do pêndulo

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -25 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), \qquad y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} x(t).$$

Responda às seguintes questões:

a) Projecte um regulador por realimentação de variáveis de estado que coloque os pólos da cadeia fechada em $-4 \pm j4$

b) Projecte um observador assimptótico que coloque os pólos do erro de estimação de estado em $-10 \pm j10$

c) Desenhe um diagrama de blocos do controlador, incluindo o observador, usando apenas blocos básicos (integradores, ganhos, somas) **escalares**.

P4. O sistema mecânico que se mostra na figura P4-1 é uma simplificação da suspensão de um veículo automóvel. O veículo é representado pela massa m, que se assume ser uma massa pontual, e está ligado ao perfil da estrada através da mola de coeficiente k e de um amortecedor colocado em paralelo com um coeficiente de atrito β. O ponto *A* está ligado à estrada, que não é plana, o que corresponde a deslocar este ponto na vertical de uma distância u, que depende do tempo. Apenas se consideram movimentos na vertical. Devido à variação do nível u da estrada, o veículo vai deslocar-se na vertical de uma quantidade y.

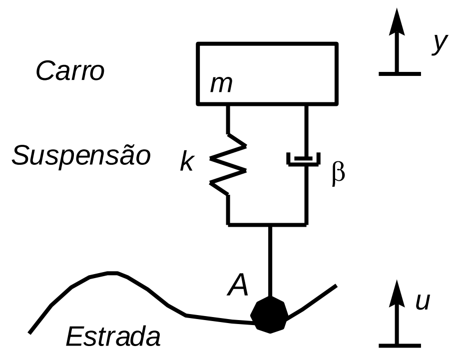

Figura P4-1. Problema P4.

Quando a mola é esticada ou comprimida com uma variação de comprimento Δ, a mola exerce uma força que se opõe ao movimento com módulo $k\Delta$. O amortecedor é tal que, quando a diferença de velocidades entre os seus extremos é v, exerce uma força que se opõe ao movimento com módulo βv.

a) Recorrendo à lei de Newton, escreva uma equação diferencial que relacione u (sinal de entrada) com y (sinal de saída). Considere uma situação de partida em que a mola equilibra o peso do veículo, pelo que o peso **não** entra nesta equação.

b) Defina um conjunto de variáveis de estado convenientes e com o número mínimo, e escreva as equações de estado correspondentes na forma matricial. Apresente todos os cálculos intermédios relevantes.