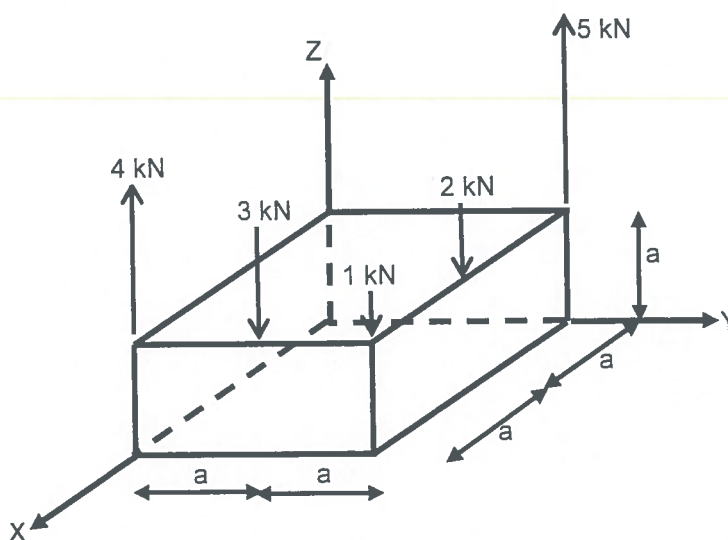


Desligue o telemóvel  
 Sem consulta, excepto do formulário fornecido  
 Identifique todas as folhas com o número e nome  
 Entregue cada problema em folhas separadas  
 Justifique adequadamente todas as respostas  
 Duração: 1h30m

**Problema 1 (5,0)**

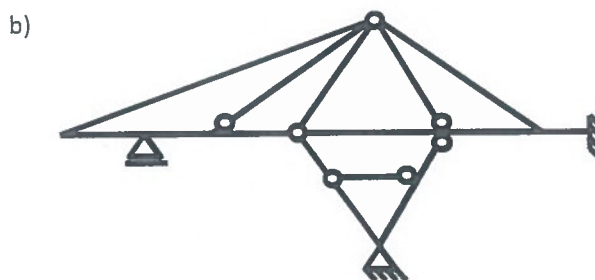
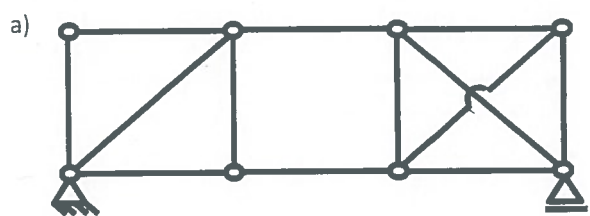
Considere o seguinte sistema de forças

- a) Sabendo que a resultante não é nula, indique qual o caso de redução sem fazer cálculos, justificando. (1,0)
- b) Calcule o momento em relação à origem do referencial sem usar o produto externo (2,0)
- c) Calcule (em função de "a") as coordenadas do ponto onde o eixo central intersecta o plano X-Y (2,0)



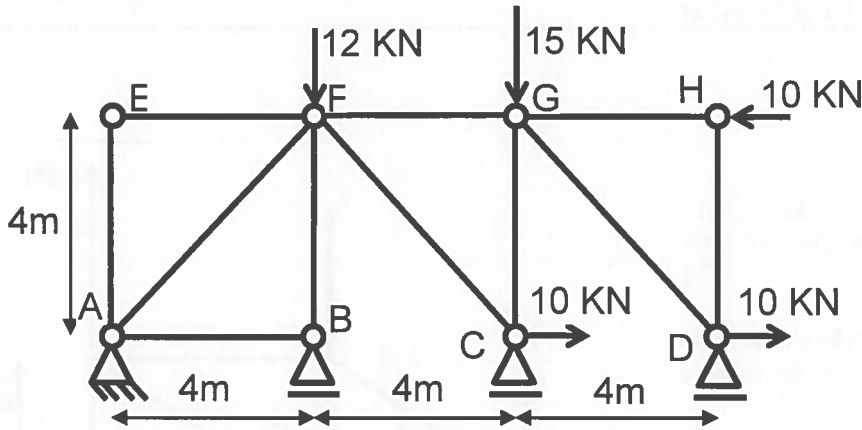
**Problema 2 (4,0=2,0+2,0)**

Classifique a estadia interior, exterior e global, identificando ligações mal distribuídas, se existirem.



**Problema 3 (5,0)**

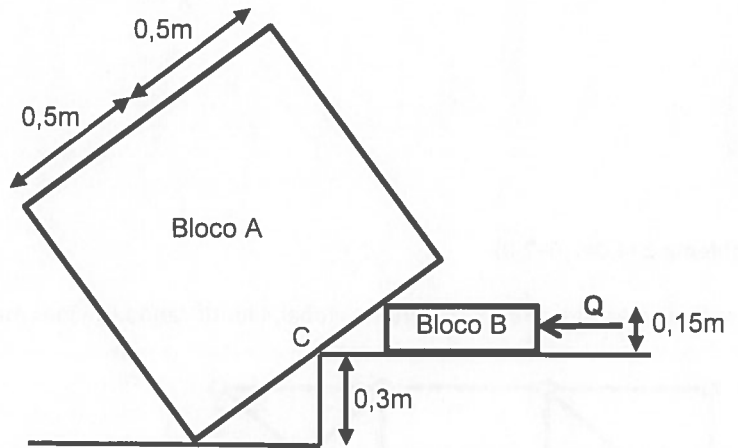
Calcule as reações de apoio da estrutura indicada na figura



**Problema 4 (6,0)**

Considere o sistema indicado na figura. O bloco A é um cubo de peso 12 kN e pode simular-se por uma força concentrada no centro do bloco. O ponto C está a meio da aresta (face) do bloco. O bloco B pesa 4 kN e não pode rodar. O coeficiente de atrito estático em todas as superfícies é  $\mu=0,25$

- a) Calcule a força Q que corresponderia ao início do movimento de rotação do bloco A. (4,5)
- b) Verifique se antes de se atingir essa força ocorre o deslizamento do bloco A para a esquerda. (1,5)



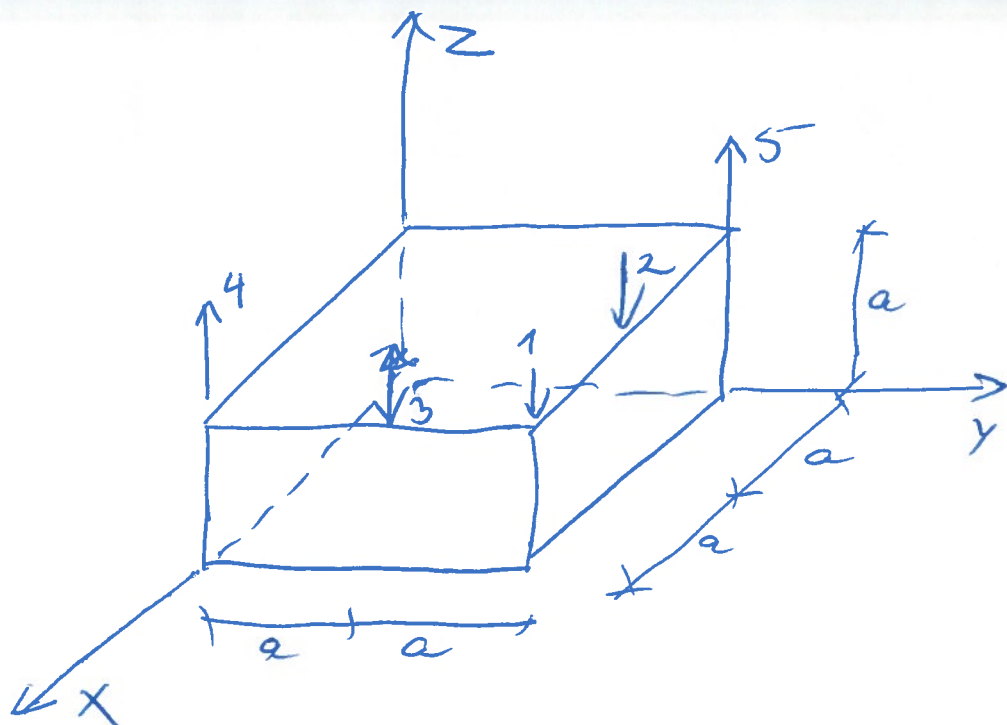
Formulário:

$$\vec{F}_{AB} = F_{AB} \vec{\lambda}_{AB} \quad \vec{\lambda}_{AB} = \frac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|} \quad \vec{M}_A = \vec{AP} \times \vec{F} \quad M_{AB} = \vec{\lambda}_{AB} \cdot \vec{M}_A$$

$$\vec{M}_B = \vec{M}_A + \vec{BA} \times \vec{R} \quad \vec{AQ} = \frac{\vec{R} \times \vec{M}_A}{R^2} + \lambda \vec{R}$$

$$F_a \leq \mu_e N \quad T_2 = T_1 e^{\mu_e \beta}$$

# Problema 1



a) Vecta único, porque é um sistema de forças paralelas,  
logo  $\vec{M}_R \perp \vec{R} \Rightarrow \vec{R} \cdot \vec{M}_R = 0$

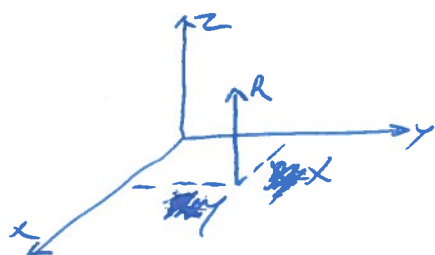
b)  $\vec{M}_0 = M_x \vec{e}_1 + M_y \vec{e}_2$

$$M_x = -3a - 1 \times 2a - 2 \times 2a + 5 \times 2a = a$$

$$M_y = -4 \times 2a + 3 \times 2a + 1 \times 2a + 2 \times a = 2a$$

$$\vec{M}_0 = a \vec{e}_1 + 2a \vec{e}_2$$

c) Eixo central = linha de acção da resultante



$$+R \sin \alpha = M_x$$

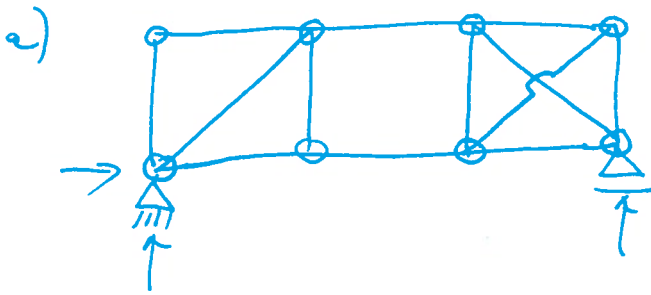
$$-R \sin \beta = M_y$$

$$\vec{R} = (4 - 3 - 1 - 2 + 5) \vec{e}_3 = 3 \vec{e}_3$$

$$M_x = a = 3x \quad x = a/3$$

$$M_y = 2a = -3x \quad x = -\frac{2}{3}a$$

# Problema 2

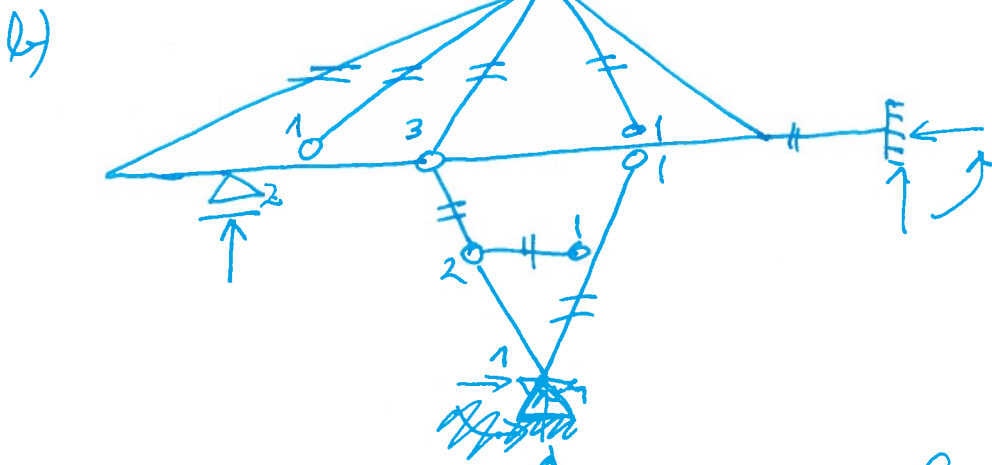


Estática externa - 3 ligações

estática  $3 - 3 = 0 \rightarrow$  isostática

Estática interna - 1 quadro isostático (esquerda), 1 quadro hipostático (meio), 1 quadro hiperestático (direita)  
 - aparentemente isostática, com ligações mal distribuídas, por a hiperestaticidade de um quadro não compensa a hipostaticidade de outro  $\rightarrow$  hiperestática de 1 grau

Estática global = estática interna + estática externa  $\Rightarrow$  aparentemente isostática, com ligações mal distribuídas  $\rightarrow$  hiperestática de 1 grau



Estática externa  $6 - 3 = 3 \rightarrow 2 \times$  hiperestática

Estática global  $\rightarrow$  método da estrutura arborescente

ligações  $2 + 1 + 3 + 4 + 1 + 1 + 1 + 2 + 1 = 16$

costas 8

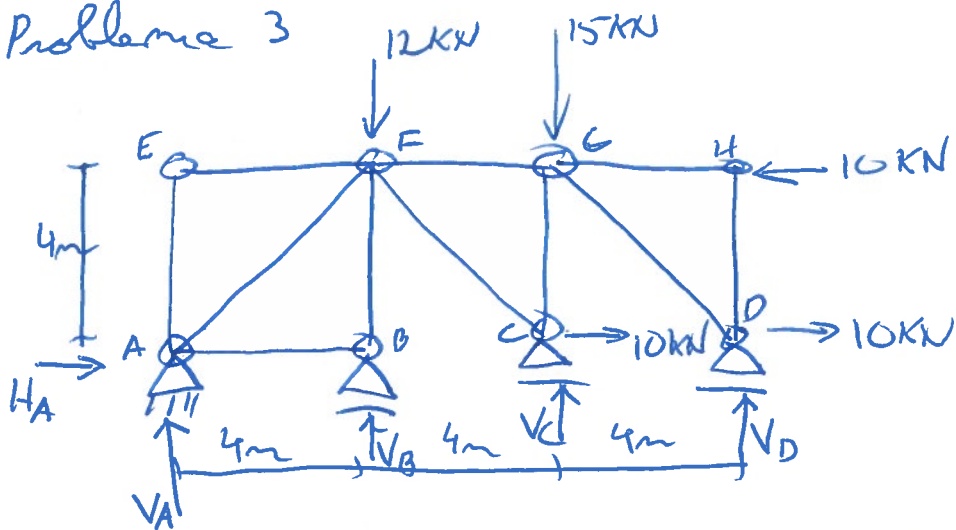
$8 \times 3 - 16 = 8$

8 x hiperestática

6 x hiperestática

Estática interna  $3 - 3 = 0$

### Problema 3



$$\sum M_{AB}^{dir} = 0 \quad 4V_D + 2 \times 10 \times 4 = 0 \quad V_D = -10 \downarrow$$

$$\sum M_F^{dir} = 0 \quad 4V_C + 8 \times V_D + 2 \times 10 \times 4 - 4 \times 15 = 0$$

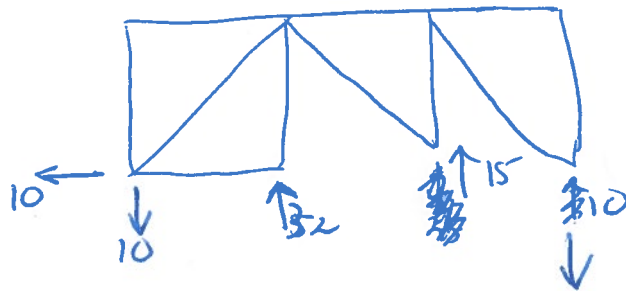
$$4V_C = +8 \times 10 - 80 + 60 \quad V_C = \frac{15}{4} \uparrow$$

$$\sum F_x = 0 \quad H_A + 2 \times 10 - 10 = 0 \quad H_A = -10 (\leftarrow)$$

$$\sum F_y = 0 \quad V_A + V_B + V_C + V_D - 12 - 15 = 0$$

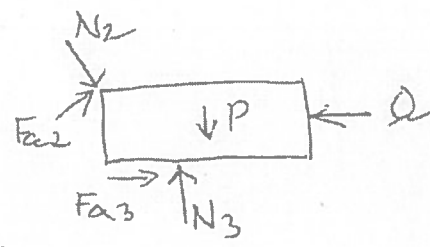
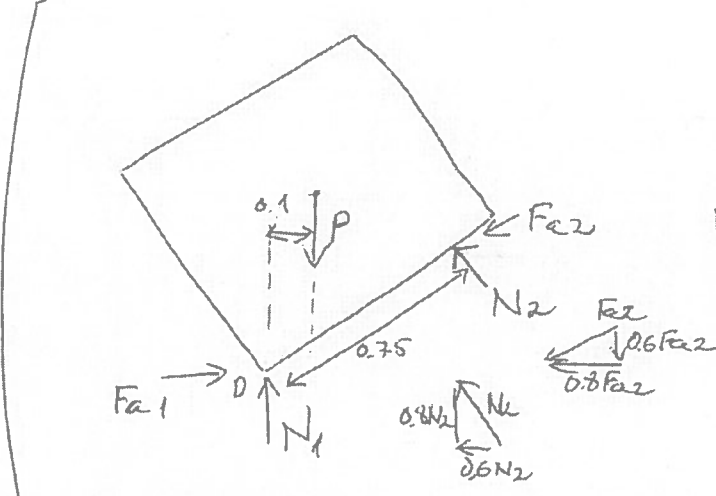
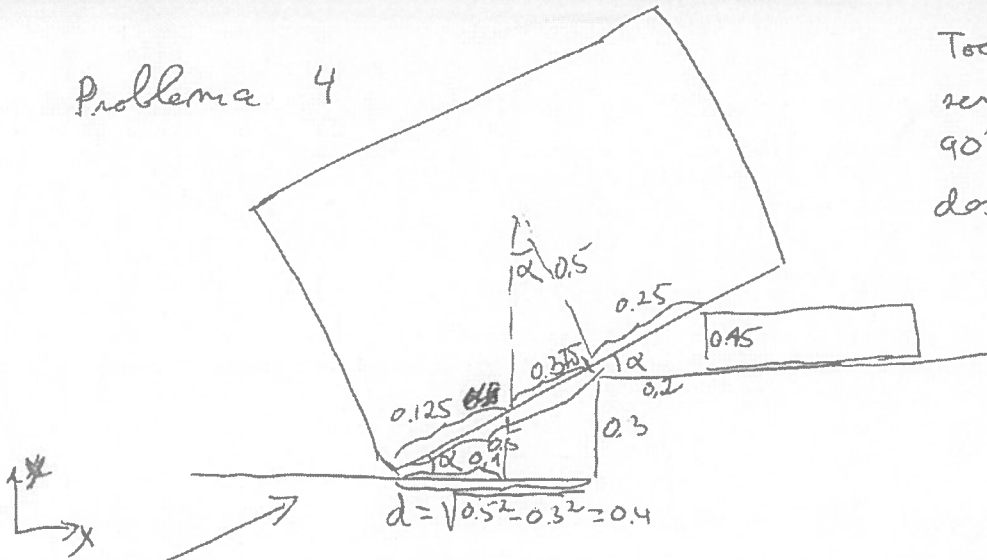
$$\sum M_F^{eq} = 0 \quad -4V_A + 4H_A = 0 \quad -4V_A + 4 \times (-10) = 0 \quad V_A = -10 (\downarrow)$$

$$-10 + V_B + \frac{15}{4} + (-10) - 12 - 15 = 0 \quad V_B = 32 \uparrow$$



# Problema 4

Todos os triângulos são semelhantes com ângulos  $90^\circ, \alpha, 90-\alpha$ . As proporções dos lados são  $\frac{5}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}$  ou  $\frac{1}{0.8}, \frac{0.6}{0.8}, \frac{0.4}{0.8}$



Geometria

$\Sigma M_D = 0$  (deslocamento)

$$0 = -0.15 N_2 + 0.1 \times 12 \quad N_2 = 1.6$$

$$F_{a2} = 0.25 N_2 = 0.4$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad N_1 - 12 + 0.8 \times 1.6 - 0.6 \times 0.4 = 0$$

$$N_1 = 12 + 2.4 - 0.24 = 14.16$$

$$\Sigma F_x = 0 \quad F_{a1} - 0.8 \times 0.4 - 0.6 \times 1.6 = 0$$

$$F_{a1} = 0.32 + 0.96 = 1.28$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad N_3 - 0.8 N_2 + 0.6 F_{a2} = 0$$

$$N_3 - 0.8 \times 1.6 + 0.6 \times 0.4 = 0$$

$$N_3 = 1.04$$

$$\Sigma F_x = 0 \quad F_{a3} + 0.8 \times F_{a2} + 0.6 N_2 - Q = 0$$

$$Q = 0.25 \times 1.04 + 0.8 \times 0.4 + 0.6 \times 1.6$$

$$Q = 1.54$$

b)  $F_{a2} < 0.25 N_1$

$$1.28 < 0.25 \times 14.16 = 3.54 \rightarrow \text{Verifica}$$

Não há deslizamento do bloco A antes da rotação