

Simulador de Pseudodistâncias GPS

Sílvia Maria Urmal de Almeida

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em:

Engenharia de Telecomunicações e Informática

Orientador: Prof. José Eduardo Charters Ribeiro da Cunha Sanguino

Júri

Presidente: Prof. Ricardo Jorge Fernandes Chaves

Orientador: Prof. José Eduardo Charters Ribeiro da Cunha Sanguino

Vogal: Prof. Francisco Alberto Sena da Silva

Novembro de 2021

Resumo

Com a evolução da tecnologia relacionada com os recetores GPS, é necessário testar o desempenho destes. Para tal, são implementados simuladores que visam auxiliar o desenvolvimento de recetores mais eficientes e o teste de algoritmos de posicionamento e navegação.

Este trabalho tem como intuito criar um simulador de pseudodistâncias GPS para utilizadores do serviço SPS. Este simulador tem como objetivo produzir pseudodistâncias semelhantes às que seriam obtidas entre um dado recetor GPS e vários satélites.

De modo a que as pseudodistâncias sejam o mais realistas possível, é essencial ter em conta as várias fontes de erro que afetam as medições, para além do desvio dos relógios dos recetores. Estas fontes de erro podem ser originárias dos vários segmentos do GPS. Enquanto que nos segmentos de controlo e espaço as fontes de erro são os desvios relacionados com os relógios dos satélites, desvios inter-sinais e erros relacionados com a difusão de efemérides, no segmento do utilizador os erros provêm de atrasos atmosféricos, o ruído do recetor e o multicaminho.

Depois de implementado o simulador, devem ser calculados os DOPs e os erros nas estimativas da posição e desvio do relógio do recetor de modo a que seja possível tirar conclusões sobre o seu desempenho.

Esta dissertação de mestrado foi apoiada pelo Instituto de Telecomunicações.

Palavras Chave: Simulador; Pseudodistâncias; GPS; Fontes de Erro

Abstract

With the evolution of the technology related to GPS receivers, it is necessary to test their performance. To do so, simulators are implemented whose aim is to assist the development of more efficient receivers and test positioning and navigation algorithms.

This work aims to create a GPS pseudorange simulator for users of the SPS service. This simulator's purpose is to produce pseudoranges similar to those that would be obtained between a given GPS receiver and several satellites.

In order for the pseudoranges to be as realistic as possible, it is essential to take into account the various error sources that affect the measurements, besides the receiver's clock's bias. These error sources may originate from various segments of the GPS. While in the control and space segments the error sources are delays related to the satellite clocks, inter-signal delays and errors related to the ephemeris broadcast, in the user segment the errors are associated to atmospheric delays, the receiver noise and multipath.

After the simulator has been implemented, the DOPs and the errors in the estimations of the receiver's position and clock's bias must be calculated so that conclusions can be drawn about its performance.

This MSc dissertation was supported by Instituto de Telecomunicações.

Keywords: Simulator; Pseudoranges; GPS; Error Sources

Agradecimentos

Gostaria de agradecer ao Instituto de Telecomunicações pelos recursos disponibilizados.

Índice

Resumo	iii
Abstract.....	iv
Agradecimentos.....	vi
Índice	viii
Lista de Figuras	x
Lista de Tabelas	xii
Lista de Acrónimos	xiii
1 Introdução.....	1
1.1 Objetivos.....	1
1.2 Organização	1
1.3 Estado da Arte.....	2
2 Conceitos Teóricos.....	4
2.1 GPS	4
2.2 Arquitetura do Sistema GPS	4
2.3 Serviços do GPS	5
2.4 Posição dos Satélites	6
2.5 Pseudodistâncias	14
2.6 Fontes de Erro.....	14
2.6.1 Orçamentos de Erros de Pseudodistâncias	14
2.6.2 Erro dos Relógios dos Satélites	15
2.6.3 Atraso do Grupo L1 P(Y) – L1 C/A.....	16
2.6.4 Erro na Difusão das Efemérides	16
2.6.5 Efeitos Atmosféricos.....	17
Modelo de Hopfield.....	21
2.6.6 Ruído do Recetor e Resolução	25
2.6.7 Multicaminho	25
2.7 Estimativa da Posição do Recetor	26
2.7.1 Algoritmo Least-Squares.....	27
2.7.2 DOPs (<i>Dilution of Precision</i>).....	30
2.8 Formato RINEX	32

3 Desenvolvimento do Simulador.....	35
3.1 Estrutura do Simulador.....	35
3.2 Implementação da Interface do Simulador	37
3.3 Interface do Simulador	38
4 Validação do Simulador de Pseudodistâncias	45
5 Conclusões e Trabalho Futuro	59
5.1 Conclusões.....	59
5.2 Trabalho Futuro	60
Anexos.....	62
Anexo A	62
Anexo B	63
Anexo C.....	66
Anexo D.....	68
Referências	72

Lista de Figuras

Figura 2.1 - Anomalias excêntrica e verdadeira e o raio orbital [10][11].....	9
Figura 2.2 - Plano orbital [10]	10
Figura 2.3 - Deslocação de um satélite após o envio de um sinal a um recetor [10]	12
Figura 2.4 - Obtenção da posição do satélite no instante de transmissão [10]	13
Figura 2.5 - Ionosfera e um IPP [16]	18
Figura 2.6 - Troposfera e as componentes da refração [12].....	21
Figura 2.7 - Multicaminho [13].....	25
Figura 2.8 - Encontrar a posição de um recetor GPS [7].....	27
Figura 2.9 - Vetores Hx , Hx , $z - Hx$ e z em relação ao espaço das colunas de H [10].....	30
Figura 3.1 - Arquitetura do simulador	35
Figura 3.2 - Parâmetros relacionados com o recetor	38
Figura 3.3 - Tabela de ângulos de azimute e elevação	38
Figura 3.4 - TOWs e WNs para as medições das pseudodistâncias.....	39
Figura 3.5 - O utilizador quer utilizar o seu próprio ficheiro RINEX	39
Figura 3.6 - O utilizador não quer utilizar o próprio ficheiro RINEX	39
Figura 3.7 - O utilizador escolhe o modelo UNB3.....	40
Figura 3.8 - O utilizador escolhe o modelo de Hopfield	40
Figura 3.9 - O utilizador insere desvios padrões para cada fonte de erro	41
Figura 3.10 - O utilizador insere o código do país do recetor	41
Figura 3.11 - Botão de submit	41
Figura 3.12 - Download do ficheiro RINEX de Observação.....	42
Figura 3.13 - Download e visualização do gráfico das pseudodistâncias.....	42
Figura 3.14 - Download e visualização do gráfico dos satélites visíveis ao longo o tempo	42
Figura 3.15 - Download e visualização dos gráficos referentes aos atrasos das pseudodistâncias	42
Figura 3.16 - Download e visualização dos gráficos dos erros das estimativas e dos DOPs	43
Figura 4.1 - Gráfico dos erros nas estimativas da posição do recetor ao longo do tempo.....	47
Figura 4.2 - Gráfico dos erros nas estimativas do desvio do relógio do recetor ao longo do tempo	47
Figura 4.3 - Gráfico dos valores dos DOPs ao longo do tempo.....	48
Figura 4.4 - Gráfico das pseudodistâncias para cada satélite ao longo do tempo	49
Figura 4.5 - Gráfico dos satélites visíveis ao longo do tempo.....	50
Figura 4.6 - Gráficos do atraso ionosférico e das elevações para cada satélite ao longo do tempo ...	51
Figura 4.7 - Gráficos do atraso troposférico e das elevações para cada satélite ao longo do tempo ..	51
Figura 4.8 - Gráfico do desvio do relógio dos satélites ao longo do tempo	52
Figura 4.9 - Gráfico dos erros nas estimativas da posição do recetor ao longo do tempo.....	54
Figura 4.10 - Gráfico dos erros nas estimativas do desvio do relógio do recetor ao longo do tempo..	55
Figura 4.11 - Gráfico dos IDs dos satélites ao longo do tempo	57
Figura A.1 - Obtenção da anomalia excêntrica [10].....	62

Figura B.1 - Transformação de coordenadas geodésicas LLA em coordenadas cartesianas XYZ [10]	63
Figura B.2 - Transformação de ECEF para ENU [10]	64
Figura B.3 - Elevação e azimute [10]	65
Figura C.1 - Altitudes do elipsoide h , ortométrica H e do geoide N [7]	66
Figura C.2 - Sistema de coordenadas associado à altitude do geoide [22]	66

Lista de Tabelas

Tabela 2.1 - Efemérides [8]	7
Tabela 2.2 - Orçamento UERE típico para GPS SPS [1].....	15
Tabela 2.3 - Parâmetros de Klobuchar em que $n = 0, 1, 2$ e 3 [8]	18
Tabela 2.4 - Parâmetros fornecidos pelo recetor [8].....	19
Tabela 2.5 - Média dos parâmetros meteorológicos [1].....	23
Tabela 2.6 - Parâmetros meteorológicos sazonais [1].....	23
Tabela 2.7 - Constantes para o modelo troposférico UNB3 [1]	24
Tabela 4.1 - Dados acerca do recetor	46
Tabela 4.2 - Máscara de azimutes e elevações utilizada durante a validação	46
Tabela 4.3 - TOWs, WNs e ritmo para as medições.....	46
Tabela 4.4 - Desvios das variáveis aleatórias.....	46
Tabela 4.5 - Dados acerca do recetor	53
Tabela 4.6 - Máscara de azimutes e elevações utilizada durante a validação	53
Tabela 4.7 - TOWs, WNs e ritmo para as medições.....	53
Tabela 4.8 - Desvios das variáveis aleatórias.....	53
Tabela 4.9 - Dados acerca do recetor	55
Tabela 4.10 - Máscara de azimutes e elevações utilizada durante a validação	56
Tabela 4.11 - TOWs, WNs e ritmo para as medições.....	56
Tabela 4.12 - Desvios das variáveis aleatórias.....	56
Tabela D.1 - Nomeação de ficheiros RINEX [20].....	68
Tabela D.2 - Criação do cabeçalho dos ficheiros RINEX [20]	69

Lista de Acrónimos

ARP	Antenna Reference Point
ASCII	American Standard Code of Information Interchange
C	Civil code
C/A	Coarse/Acquisition code
CDDIS	Crustal Dynamics Information System
CSS	Cascading Style Sheets
DOP	Dilution of Precision
DSP	Digital Signal Processor
ENU	East North Up
ECEF	Earth Centered, Earth Fixed
GDOP	Geometric Dilution of Precision
GEO	Geostationay Earth Orbit
GLONASS	Globalnaya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema
GNSS	Global Navigation Satellite System
GPS	Global Positioning System
HDOP	Horizontal Dilution of Precision
HTML	Hypertext Markup Language
HTTP	Hypertext Transfer Protocol
IGS	International GNSS Service
IODE	Issue of Data, Ephemeris
IPP	Ionospheric Pierce Point
IS	Interface Specification
ISC	Inter-Signal Correction
L1	Portadora L1 do sistema GPS
L2	Portadora L2 do sistema GPS
L5	Portadora L5 do sistema GPS

LEO	Low Earth Orbit
M	Military code
MEO	Medium Earth Orbit
NAVSTAR	Navigation System with Timing and Ranging
P(Y)	Precision code
PDOP	Position Dilution of Precision
PHP	PHP: Hypertext Preprocessor
PPS	Precise Positioning Service
PRN	Pseudorandom Noise
RINEX	Receiver Independent Exchange Format
RSS	Residual Sum of Squares
SA	Selective Availability
SPS	Standard Positioning Service
SPTS	Sistemas de Posicionamento e Telecomunicações por Satélite
TDOP	Time Dilution of Precision
TEC	Total Electron Content
TOW	Time Of Week
UERE	User Equivalent Range Error
UNB3	University of New Brunswick tropospheric model 3 [1][2]
VDOP	Vertical Dilution of Precision
WGS-84	World Geodetic System 1984
WN	Week Number

1 Introdução

1.1 Objetivos

Este projeto consiste no desenvolvimento de um simulador de pseudodistâncias GNSS (*Global Navigation Satellite System*) GPS (*Global Positioning System*) para utilizadores do SPS (*Standard Positioning Service*), ou seja, para utilizadores cujos recetores são de frequência única (L1 C/A), com o intuito de ser utilizado na produção de testes do desempenho de algoritmos de posicionamento e navegação.

O simulador irá utilizar parâmetros orbitais reais do sistema GPS e deve ter em conta as fontes de erro que por norma afetam as medições das pseudodistâncias. Serão implementados modelos para compensar os atrasos ionosférico, troposférico e dos relógios (tanto do recetor como dos satélites).

Será também construído um *site* de forma a que o utilizador possua uma interface com a qual pode interagir com o simulador, dando *inputs* e seguidamente será capaz de visualizar os resultados do simulador.

A eficiência do simulador será validada utilizando as pseudodistâncias resultantes do simulador para efetuar a estimação da posição do recetor e o desvio do seu relógio e comparar as estimativas com os dados que o utilizador deu como input.

1.2 Organização

No segundo capítulo serão abordados vários conceitos teóricos que auxiliam a compreensão do que foi feito na parte prática do projeto. Primeiramente, será feita uma breve introdução ao sistema GPS em que se fazem referências à sua história, segmentos e serviços. De seguida, apresentar-se-á a aquisição das posições dos satélites e das pseudodistâncias entre os satélites e recetores GPS. Serão também apresentadas as fontes de erro que afetam as medições das pseudodistâncias. Cada fonte de erro será esclarecida e serão abordados os modelos utilizados para a sua obtenção. Para além de tudo isto, será discutido como é feita a estimativa da posição do recetor e do desvio do seu relógio e também como são calculados os parâmetros DOP.

No terceiro capítulo, será explicitado o funcionamento do simulador de pseudodistâncias e a interação que o utilizador tem com ele.

No quarto capítulo, será discutida a eficiência do simulador através da análise de diferentes cenários.

No quinto e último capítulo serão apresentadas conclusões para este trabalho também como sugestões para trabalho futuro.

1.3 Estado da Arte

Existem no mercado inúmeros simuladores GNSS [3][4]. Muitos destes simuladores têm como objetivo oferecer soluções para pesquisa, produção de testes e desenvolvimento de receptores para vários GNSS como o GPS, GLONASS (*Globalnaya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema*), Galileo, entre outros.

Estes simuladores são compostos por programas de software e são muitas vezes acompanhados por dispositivos hardware.

Os simuladores GNSS podem ser caracterizados de várias formas de acordo com funcionalidades que ofereçam como por exemplo, o facto de serem capazes de simular constelações de satélites e os respetivos sinais. O simulador GNSS *High Fidelity: Constellator* da Syntony [3] é um desses simuladores. Ele é capaz de reproduzir múltiplos sinais para todas as constelações de satélites disponíveis, opera tanto com várias frequências como com apenas uma e utiliza vários modelos (ionosféricos, da gravidade terrestre, etc.). Para além disto, também oferece a possibilidade de serem feitas simulações para vários tipos de órbitas como as LEO (*Low Earth Orbit*), MEO (*Medium Earth Orbit*), GEO (*Geostationary Earth Orbit*), etc. Deste modo, é possível reproduzir os mais variados cenários de acordo com a preferência do utilizador.

Outra empresa que fornece dispositivos de teste GPS/GNSS é a Spirent Federal. Um exemplo de equipamento que oferece é o GSS9000 [3]. Esta solução tem como objetivo disponibilizar ao seu utilizador a oportunidade de testar sistemas de navegação utilizando várias constelações de não só diferentes GNSS como também de sistemas de navegação regionais. Este simulador permite também efetuar testes utilizando vários códigos, incluindo códigos restritos à utilização civil. Desta maneira, os utilizadores são capazes de criar vários cenários de teste para que possam analisar e tirar conclusões sobre o desempenho dos mais variados sistemas de navegação.

Existem outros modelos de simuladores cujas funcionalidades são ainda mais avançadas e complexas em comparação com os modelos anteriormente descritos, como por exemplo o QA707 GNSS *and Interference Software Simulator* [4] da empresa QASCOM. Esta solução permite testar vários tipos de interferências e ciberataques a GNSS, permitindo a simulação de inúmeros cenários de ataques.

Este trabalho toma como inspiração dispositivos como os acima mencionados. No entanto, será mais simples, na medida em que a solução proposta é baseada apenas em software, tem em conta somente o GNSS GPS e opera exclusivamente para utilizadores do SPS.

2 Conceitos Teóricos

Neste capítulo, serão explicitados vários tópicos teóricos que são relevantes para a realização deste trabalho. Este capítulo é iniciado por uma breve introdução ao GNSS GPS, a sua arquitetura e serviços. Seguidamente, é explicada como é calculada a posição dos satélites e as pseudodistâncias dos satélites ao recetor desejado. São também esclarecidas as fontes de erro que afetam as pseudodistâncias. De seguida, é esclarecida como é efetuada a estimativa da posição de um recetor, o algoritmo *least-squares* e o seu papel na estimativa de posições de recetores GPS e os parâmetros DOP. Por fim, é explicado o formato de apresentação dos ficheiros de dados utilizados pelos GNSS, o RINEX.

2.1 GPS

No início dos anos 70, o Departamento de Defesa dos Estados Unidos lançou um novo projeto, o NAVSTAR-GPS (*Navigation System with Timing and Ranging - Global Positioning System*). Este sistema tem como objetivo oferecer serviços de posicionamento e navegação globais independentemente de condições meteorológicas e a qualquer instante de tempo do dia. Inicialmente, este sistema encontrava-se disponível somente para fins militares norte-americanos. Nos anos 80, a sua disponibilidade foi expandida também para fins civis [5][6].

2.2 Arquitetura do Sistema GPS

O sistema GPS pode ser caracterizado em 3 segmentos distintos [7]:

Segmento do Espaço

Este segmento consiste numa constelação nominal de 24 satélites que orbitam a Terra em 6 planos orbitais. Estes planos orbitais encontram-se a uma distância de 60° entre si e possuem uma inclinação de 55° em relação ao plano equatorial. Estes satélites demoram aproximadamente 12 horas a completar uma volta em torno da Terra. De maneira a que completem uma volta em 12 horas, os satélites viajam a altitudes próximas dos 20200 km. Qualquer recetor GPS é capaz de receber sinais de, no mínimo, 4 satélites em qualquer instante de tempo e em qualquer ponto na Terra [7].

Segmento de Controlo

Tal como o nome indica, o segmento de controlo tem como função controlar todo o sistema GPS. O segmento de controlo é composto por 5 estações terrestres distribuídas pelo mundo em localizações que permitem a monitorização de todos os satélites durante 92% do tempo. Este segmento recolhe

informação sobre a constelação de satélites anteriormente descrita, nomeadamente sobre a sua saúde, órbitas e precisão dos seus relógios. Esta informação, recolhida por todas as estações, é seguidamente enviada para a estação de controlo principal em Colorado Springs nos Estados Unidos. Nesta estação, os dados são processados e são calculadas as efemérides e correções dos relógios dos satélites. De seguida, são enviadas, para cada satélite, através de uma das 3 estações *Uplink*, mensagens com dados de controlo [7].

Segmento do Utilizador

Este segmento consiste na utilização dos recetores GPS pelos utilizadores do sistema. Dependendo do fim para o qual os recetores GPS são utilizados estes são configurados de diferentes formas. Os recetores GPS podem ter como aplicações a navegação terrestre, marítima e aérea, vigilância, cartografia, entre outras. Dependendo da aplicação do recetor, este utiliza diferentes algoritmos no processamento dos dados a que tem acesso, como por exemplo, as pseudodistâncias [7].

2.3 Serviços do GPS

O GPS oferece duas categorias distintas de serviços de posicionamento, o PPS (*Precise Positioning Service*) e o SPS (*Standard Positioning Service*). Enquanto que o PPS está apenas disponível para utilizadores autorizados como as forças armadas norte americanas, aliados e o governo dos Estados Unidos, o SPS está disponível também para utilizadores civis [6][7].

Foi introduzida uma medida, a SA (*Selective Availability*), ao SPS de maneira a diminuir a precisão das medições efetuadas aquando a utilização deste serviço. No entanto, em 2000, esta característica foi descontinuada. Desde então, a SA deixou de ser implementada nas gerações seguintes dos satélites GPS [6][7][8].

O PPS concede acesso aos códigos P(Y) (*Precision*) e C/A (*Coarse Acquisition*) para a portadora L1 o código P(Y) para a portadora L2. O SPS, no entanto, apenas oferece acesso aos códigos C/A transmitidos nas portadoras L1. Estes códigos são dois tipos diferentes do código pseudoaleatório PRN (*Pseudorandom Noise*) [6][7].

Como anteriormente mencionado, as ondas eletromagnéticas portadoras dos sinais que transportam as mensagens de navegação dos satélites são a L1 e L2, cujas frequências são iguais a 1575.42 MHz e 1227.60 MHz, respetivamente. Estes valores foram escolhidos de forma a serem resistentes aos fenómenos atmosféricos que afetam a propagação dos sinais. A portadora L1 transporta tanto códigos P(Y) como C/A, enquanto que a portadora L2 transporta apenas códigos P(Y) [6][7].

Os códigos P(Y) são compostos por cerca de 10^{14} *chips* e são repetidos a cada 38 semanas. Estes códigos possuem um *chip rate* igual a 10.23 MHz. Basta utilizar um código P(Y) para todos os satélites da constelação do segmento do espaço, visto que cada um deles vai receber uma porção deste código

correspondente a uma das 38 semanas. Conforme a secção do código que os satélites recebem, é possível identificar cada um deles [6][7].

Os códigos C/A são compostos por 1023 *chips* e são repetidos a cada 1 ms, o que se reflete num *chip rate* cujo valor é igual a 1.023 MHz. É atribuído a cada um dos satélites um código C/A diferente que permite identificá-lo [6][7].

Em comparação, o chip rate dos códigos C/A é 10 vezes menor que o dos códigos P(Y). Visto que a taxa de transmissão dos códigos P(Y) é maior, isto assegura que os utilizadores destes códigos obtenham uma maior precisão nas medições em comparação com os utilizadores dos códigos C/A [7].

Aos recetores que usam duas portadoras dá-se o nome de recetores de frequência dupla. Os recetores que utilizam apenas uma portadora são denominados de recetores de frequência única [9].

Os recetores de frequência dupla são capazes de compensar o atraso ionosférico de maneira mais eficiente do que os recetores de frequência única. Este aspeto será revisitado mais tarde, quando o tema do atraso ionosférico for apresentado [7].

No contexto deste trabalho, são tidos em conta apenas os códigos originais ou *legacy*, P(Y) e C/A. No entanto, é necessário salientar que, para além dos códigos originais, existem também outros códigos mais recentes que têm vindo a ser desenvolvidos ao longo dos anos. Estes códigos são designados de códigos modernizados e consistem nos códigos M (*military*) e C (*civil*) [6][7].

Os códigos M estão disponíveis para o PPS e os códigos C encontram-se disponíveis para o SPS. Tanto os códigos M como os C são transportados pelas ondas portadoras L1 e L2. Visto que os códigos C são transportados por duas ondas portadoras, um recetor cujo utilizador é civil vai ser capaz de compensar o atraso ionosférico mais eficientemente em comparação com recetor de frequência única [6][7].

Encontra-se também em desenvolvimento a onda portadora L5 que opera a uma frequência de 1176.45 MHz e tem como intuito transportar códigos civis. Desta forma, é possível a um recetor efetuar a estimativa da sua posição com recurso a três ondas portadoras [6][7].

Estas novas tecnologias foram desenvolvidas de modo a não perturbar o funcionamento dos dispositivos que utilizam as tecnologias pré-existentes [6].

2.4 Posição dos Satélites

Posição dos Satélites nos Instantes de Transmissão

É importante efetuar o cálculo da posição de um dado satélite, com recurso a parâmetros orbitais que caracterizam a sua órbita, visto que esta informação é essencial para a aquisição da posição de um dado recetor.

Segundo os parâmetros das efemérides na Tabela 2.1, o recetor é capaz de calcular os termos que permitem alcançar a posição de um dado satélite para um dado instante de tempo t (s) do sistema GPS. Para tal, é necessário ter em conta constantes como a taxa de rotação da Terra $\dot{\Omega}_e = 7.2921151467 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$ e o valor dos parâmetros gravitacionais universais da Terra $\mu = 3.986005 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$ [9].

Tabela 2.1 - Efemérides [9]

Parâmetro (unidade de medida)	Descrição
M_0 (radianos)	Anomalia média no tempo de referência das efemérides
$\Delta\eta$ (radianos/s)	Termo de correção para a velocidade média angular
e (-)	Excentricidade
\sqrt{A} (\sqrt{m})	Raiz quadrada do eixo semi-maior da órbita
Ω_0 (radianos)	Longitude do nó ascendente do plano orbital no início da semana
i_0 (radianos)	Ângulo de inclinação no instante de referência das efemérides
ω (radianos)	Argumento do perigeu
$\dot{\Omega}$ (radianos/s)	Taxa de variação da ascensão reta do nó ascendente
$IDOT$ (radianos/s)	Taxa de variação ângulo de inclinação do plano orbital
C_{uc}, C_{us} (radianos)	Amplitude dos termos de correção harmónica do cosseno e seno ao ângulo de inclinação do plano orbital
C_{rc}, C_{rs} (m)	Amplitude dos termos de correção harmónica do cosseno e seno ao raio da órbita
C_{ic}, C_{is} (radianos)	Amplitude dos termos de correção harmónica do cosseno e seno ao ângulo de inclinação do plano orbital
t_{oe} (s)	Tempo de referência das efemérides

A primeira Lei de Kepler afirma que as órbitas dos satélites são elípticas. Sabendo isto, é possível caracterizar estas órbitas de acordo com a sua excentricidade e e pelo seu eixo semi-maior A (m), dado pela equação (2.1) [10].

$$A = (\sqrt{A})^2 \text{ (m)} \quad (2.1)$$

Os satélites não viajam nas suas órbitas em velocidades constantes, mas sim a maiores velocidades quando se encontram próximos da Terra, perto do perigeu, e a velocidades menores quando se encontram mais perto do apogeu. Este fenómeno pode ser explicado pela segunda lei de Kepler, que indica que um vetor vindo da Terra até a um dado satélite percorre áreas iguais em intervalos de tempo iguais.

O período orbital dos satélites T (s) permite alcançar o valor da velocidade angular média η (radianos/s) a que os satélites viajam nas suas órbitas, sendo que a velocidade angular média vai equivaler a $\frac{2\pi}{T}$ (radianos/s). O período orbital não é, no entanto, um parâmetro disponibilizado nas

mensagens de navegação dos satélites e, por isso, é necessário abordar a obtenção da velocidade angular média por outra vertente.

É possível conceptualizar a velocidade angular média através da terceira lei de Kepler que relaciona o quadrado do período orbital $T^2 (s^2)$ com cubo do eixo semi-maior da órbita $A^3 (m^3)$ como é possível ver na equação (2.2) [10].

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{\mu} A^3 (s^2) \quad (2.2)$$

De seguida, é somado um termo de correção $\Delta\eta$ (*radianos/s*) à velocidade angular média como é possível constatar na seguinte equação [10].

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{A^3}} + \Delta\eta \text{ (radianos/s)} \quad (2.3)$$

A posição de um satélite na sua órbita está dependente do raio orbital r_o (*m*) e da anomalia verdadeira ϕ_o (*radianos*). Esta posição é estabelecida tendo em conta apenas o plano orbital. Mais tarde, vai ser tido em conta o plano equatorial da Terra [10].

De modo a encontrar os valores da anomalia verdadeira e do raio orbital, é necessário primeiro calcular outros termos que vão auxiliar a obtenção deste parâmetro [10].

Primeiramente, é calculada a anomalia média M (*radianos*). Este parâmetro orbital é uma abstração matemática em que se considera que a órbita dos satélites é circular com raio igual ao eixo semi-maior da elipsoide e vai corresponder ao ângulo entre a posição do satélite no instante de tempo de passagem pelo perigeu t_p (*s*) e num dado instante de tempo t (*s*). Visto que o instante de passagem dos satélites pelo perigeu não é um parâmetro que se encontra nas mensagens de navegação, utiliza-se o instante de tempo de referência das efemérides t_{oe} (*s*). O intervalo de tempo Δt (*s*) entre t e t_{oe} é obtido da seguinte forma [10]:

$$\Delta t = t - t_{oe} (s) \quad (2.4)$$

É importante referir que a obtenção do intervalo de tempo Δt (*s*) deve ter em consideração que os instantes de tempo t e t_{oe} podem encontrar-se em semanas diferentes e que o intervalo de tempo Δt (*s*) deve representar o número de segundos entre os dois instantes de tempo.

A anomalia média é então calculada da seguinte forma [10]:

$$M = \eta(t - t_p) = \eta(t_{oe} - t_p) + \eta(t - t_{oe}) = M_0 + \eta(t - t_{oe}) = M_0 + \eta\Delta t \text{ (radianos)} \quad (2.5)$$

A anomalia excêntrica E (*radianos*) é um termo essencial para a obtenção da anomalia verdadeira e do raio orbital [10].

Para compreender este termo é necessário desenhar uma circunferência, explicitada na Figura 2.1, com raio igual ao eixo semi-maior da elipse e centro igual ao da elipse associada à órbita. De

seguida, é traçada uma linha perpendicular ao eixo semi-maior da elipse, que passa pela posição do satélite em P e termina num determinado ponto P' da circunferência anteriormente desenhada. Posteriormente é traçada uma outra linha do centro da circunferência ao ponto P' [10].

A anomalia excêntrica consiste no ângulo entre o perigeu da elipse e o ponto P' como é possível constatar na Figura 2.1 [10].

Este termo é obtido iterativamente através da equação de Kepler (2.6). Esta equação dá uso á anomalia média (em radianos) anteriormente referida [10]. O Anexo A explicita o funcionamento do método iterativo para a obtenção da anomalia excêntrica.

$$E = M + e \sin(E) \text{ (radianos)} \quad (2.6)$$

A partir da anomalia excêntrica é possível calcular-se a anomalia verdadeira ϕ_o (radianos) (2.7). A anomalia verdadeira consiste num ângulo entre o perigeu e o ponto P como a Figura 2.1 exemplifica [10].

$$\phi_o = \arctan\left(\frac{\sqrt{1 - e^2} \sin(E)}{\cos(E) - e}\right) \text{ (radianos)} \quad (2.7)$$

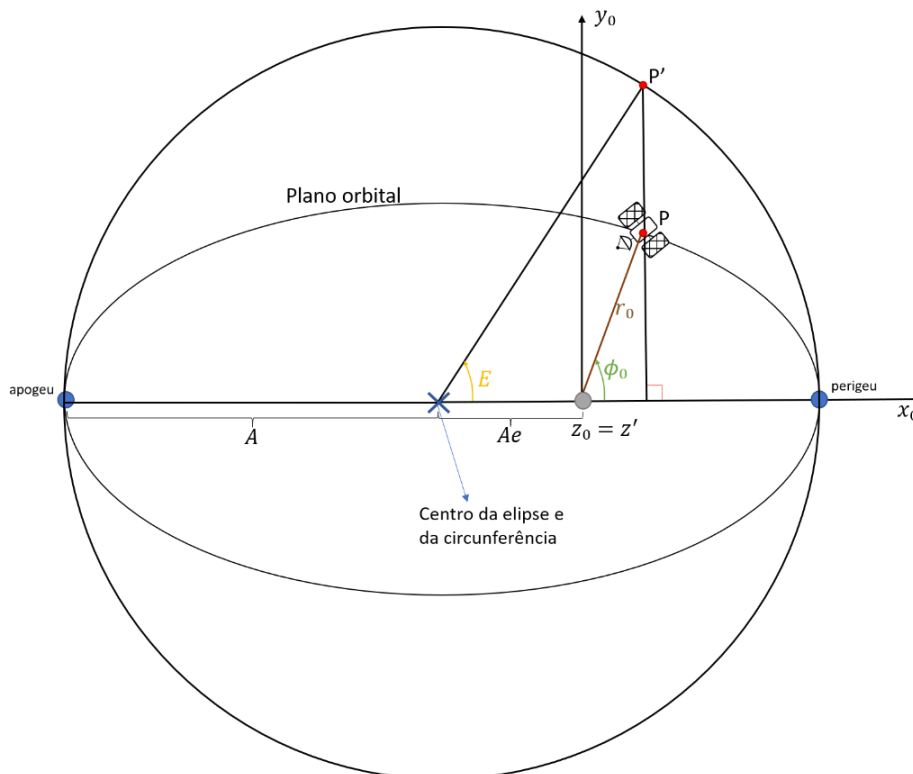


Figura 2.1 - Anomalias excêntrica e verdadeira e o raio orbital [10][11]

O raio orbital r_o (m) representado na Figura 2.1 consiste na distância entre um dado satélite e o foco da elipse, isto é, o centro da Terra [10].

$$r_o = A(1 - e \cos(E)) \text{ (m)} \quad (2.8)$$

Ao raio orbital soma-se um termo de correção δ_r (m) de modo a obter-se o raio orbital corrigido r (m) como demonstrado nas equações (2.9) e (2.10) [10].

$$r = r_o + \delta_r \text{ (m)} \quad (2.9)$$

$$\delta_r = C_{rc} \cos(2\phi) + C_{rs} \sin(2\phi) \text{ (m)} \quad (2.10)$$

A partir da anomalia verdadeira, é possível obter o argumento da latitude ϕ (radianos) como a equação (2.11) demonstra. O argumento da latitude vai auxiliar a descoberta da posição do satélite tendo em conta o plano equatorial visto que o argumento do perigeu ω (radianos) é utilizado [10].

$$\phi = \phi_o + \omega \text{ (radianos)} \quad (2.11)$$

De seguida aplica-se um termo de correção δ_u (radianos) à anomalia verdadeira (2.13), obtendo-se assim o argumento da latitude corrigido u (radianos) (2.12), que se encontra representado na Figura 2.2 [10].

$$u = \phi + \delta_u \text{ (radianos)} \quad (2.12)$$

$$\delta_u = C_{uc} \cos(2\phi) + C_{us} \sin(2\phi) \text{ (radianos)} \quad (2.13)$$

A partir dos termos acima calculados, é possível obter a posição de um dado satélite, através da equação (2.14), em relação ao plano orbital ao qual o eixo do z é perpendicular, como está indicado na Figura 2.2 [10].

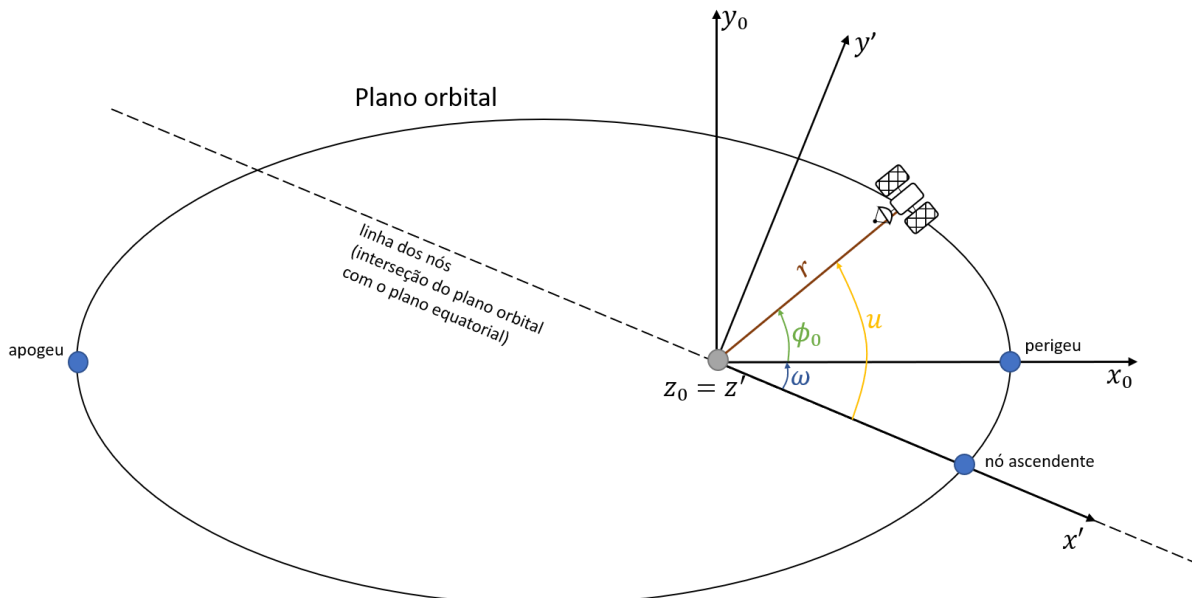


Figura 2.2 - Plano orbital [10]

$$[x' \ y' \ z'] = [r \cos(u) \ r \sin(u) \ 0] \quad (2.14)$$

No entanto, é necessário ter em conta que o sistema de coordenadas em que a posição do satélite é calculada deve ser o ECEF (*Earth Centered, Earth Fixed*). Por outras palavras, o eixo z deve localizar-se no eixo semi-menor da elipsoide que representa o formato do planeta Terra e os eixos x e y devem situar-se no plano equatorial, mais especificamente, o eixo x deve situar-se também no meridiano de referência [12].

O eixo de coordenadas x já se encontra no plano equatorial visto que se encontra na interseção deste plano com o plano orbital, porém, o eixo das coordenadas y encontra-se no plano orbital. Para que se situe no plano equatorial, realiza-se uma rotação em torno x da inclinação do plano orbital. Com esta rotação em torno de x, é também possível posicionar o eixo z de acordo com o eixo semi-menor da elipsoide, perpendicularmente ao plano equatorial. Apesar do eixo x se já encontrar no plano equatorial (latitude de valor igual a 0°), não se encontra também no meridiano de referência (longitude de valor igual 0°), que seria o desejado. Para tal, efetua-se uma rotação em torno de z da longitude do nó ascendente [10].

Para efetuar as rotações anteriormente mencionadas, é necessário descobrir os valores da inclinação do plano orbital e da longitude do nó ascendente [10].

O ângulo de inclinação do plano orbital relativamente ao plano equatorial corrigido i (*radianos*) é obtido da seguinte forma [10]:

$$i = i_o + \delta_i + (IDOT)\Delta t \text{ (radianos)} \quad (2.15)$$

$$\delta_i = C_{ic} \cos(2\phi) + C_{is} \sin(2\phi) \text{ (radianos)} \quad (2.16)$$

A longitude do nó ascendente corrigida Ω (*radianos*) é alcançada através da utilização da equação (2.17) [10].

$$\Omega = \Omega_0 + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_e)\Delta t - \dot{\Omega}_e t_{oe} \text{ (radianos)} \quad (2.17)$$

O nó ascendente tem como significado o ponto na linha dos nós (interseção entre os planos orbital e equatorial) em que um dado satélite cruza o Equador, do hemisfério sul para o hemisfério norte. A longitude do nó ascendente consiste num ângulo entre o nó ascendente e o meridiano de referência [10].

É possível agora, através da equação (2.18), obter a posição de um dado satélite em relação ao sistema de coordenadas cartesianas ECEF em metros, em que Rot_x (2.19) e Rot_z (2.20) representam matrizes de rotação em torno dos eixos x e z, respetivamente [10].

$$[x \ y \ z] = [r \cos(u) \ r \sin(u) \ 0] \cdot Rot_x(-i) \cdot Rot_z(-\Omega) \quad (2.18)$$

$$Rot_x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$Rot_z(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

A equação (2.18) pode ser expandida da seguinte forma:

$$x = r \cos(u) \cos(\Omega) - r \sin(u) \cos(i) \sin(\Omega) \quad (2.21)$$

$$y = r \cos(u) \sin(\Omega) + r \sin(u) \cos(i) \cos(\Omega) \quad (2.22)$$

$$z = r \sin(u) \sin(i) \quad (2.23)$$

Deste modo, conhece-se a posição de um dado satélite para o instante t (s) mencionado na equação (2.4). É, no entanto, essencial descobrir a posição de um dado satélite para o instante de transmissão de um sinal t_{tx} (s) em específico. Isto porque, no intervalo de tempo entre a transmissão do sinal e a receção deste, o satélite continuou a deslocar-se na sua órbita e, portanto, encontra-se numa posição diferente no instante de receção t_{rx} (s), tal como está representado na Figura 2.3. A distância do satélite ao recetor está relacionada com a posição do satélite para o instante de tempo t_{tx} (s), no entanto, se a posição do satélite for calculada para outro instante de tempo, obtém-se uma “nova” posição, o que não é o desejado [10].

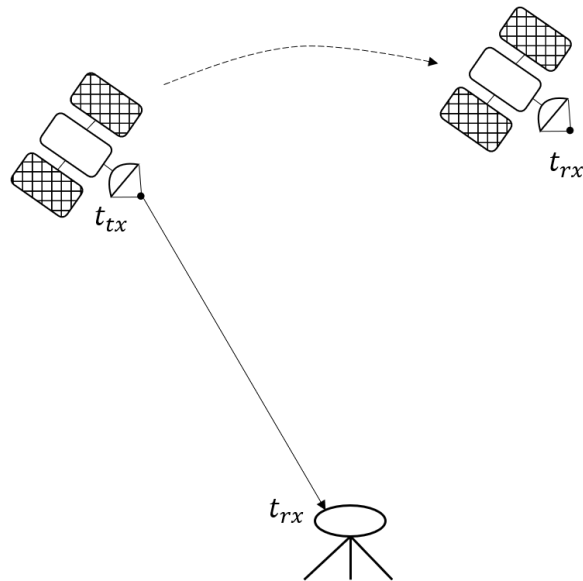


Figura 2.3 - Deslocação de um satélite após o envio de um sinal a um recetor [10]

Conclui-se então que é necessário descobrir qual a posição do satélite para o instante t_{tx} . Para tal, existe uma solução iterativa em que, inicialmente, assume-se que o satélite está a uma distância d (m) do recetor igual a 0. De seguida, calcula-se o instante de transmissão t_{tx} que será igual à subtração do tempo de propagação ($\frac{d}{c}$) ao instante de receção t_{rx} . Nesta primeira iteração, o instante de transmissão será igual ao instante de receção. Seguidamente, é calculada a posição do satélite s que é representada por um vetor linha (1x3). Por fim, é terminada a primeira iteração com a determinação da distância d' (m) entre o satélite e o recetor [10].

Posteriormente, inicia-se uma nova iteração em que se determina novamente a posição do satélite, mas desta vez, para o novo instante de transmissão calculado nesta iteração. A partir da nova posição do satélite, obtém-se uma nova distância d' ao recetor [10].

Enquanto as diferenças entre as distâncias do satélite ao recetor entre uma iteração e outra não forem menores que um valor de $\delta = 1$ milímetro, devem ser realizadas mais iterações [10].

A Figura 2. demonstra o algoritmo acima exposto de forma mais detalhada, em que $\hat{\Omega}_e = 7.2921151467 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$ é a taxa de rotação da Terra e $\Delta\Omega$ é a rotação da Terra durante a transmissão do sinal [10].

No instante de transmissão de um dado sinal GPS, o referencial em que o recetor se encontra está posicionado de uma dada forma. No entanto, este referencial de coordenadas, o ECEF, gira conforme a rotação da Terra sobre o eixo z. Portanto, no instante de receção do sinal GPS, o referencial de coordenadas encontra-se noutra posição. É, por isso, importante que a posição do satélite seja representada no referencial de coordenadas do instante de transmissão. Para tal, é utilizada a matriz de rotação $Rot_z(\Delta\Omega)$ para efetuar a rotação de $\Delta\Omega$ em torno do eixo de coordenadas z, de modo a obter a posição do satélite s em relação ao recetor [10].

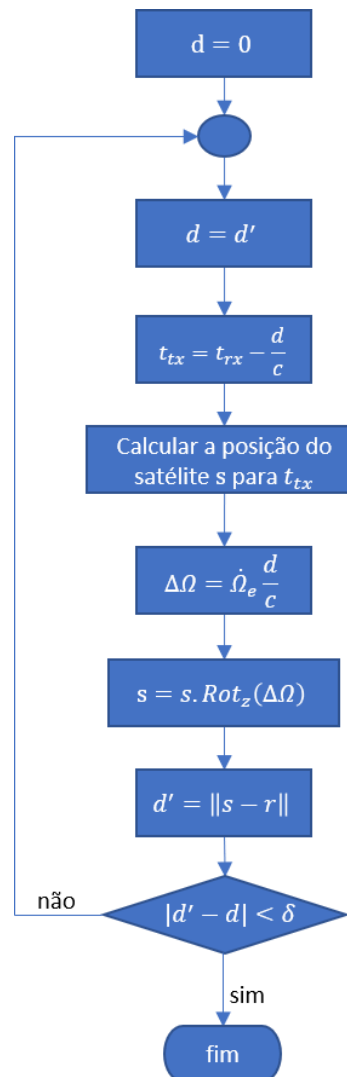


Figura 2.4 - Obtenção da posição do satélite no instante de transmissão [10]

2.5 Pseudodistâncias

As pseudodistâncias são relevantes para a obtenção da localização dos recetores GPS visto que estes necessitam de, no mínimo, quatro destas medições para efetuar uma estimativa da sua posição. As pseudodistâncias podem ser representadas pelas equações (2.24) e (2.25), em que $c = 299792458 \text{ m/s}$ é a velocidade da luz, $c\Delta t_r$ (m) é a distância proveniente do desvio do relógio do recetor, $s = (x_s, y_s, z_s)$ são as coordenadas cartesianas ECEF em metros para um dado satélite e $r = (x_r, y_r, z_r)$ são as coordenadas cartesianas ECEF em metros para um dado recetor [13].

$$\rho = \sqrt{(x_s - x_r)^2 + (y_s - y_r)^2 + (z_s - z_r)^2} + c\Delta t_r \quad (2.24)$$

$$\rho = \|s - r\| + c\Delta t_r \quad (2.25)$$

Estas pseudodistâncias não possuem, no entanto, ruído. Na realidade, as pseudodistâncias são ruidosas e existem fontes de erro que introduzem ruído às medições. Estas fontes de erro são variadas, como por exemplo, o erro dos relógios dos satélites $\Delta t_s(s)$, os efeitos atmosféricos como o erro troposférico $\Delta t_{tropo}(s)$ e ionosférico $\Delta t_{iono}(s)$, etc. A equação (2.26) visa representar as pseudodistâncias que têm em conta algumas destas fontes de erro. Estas fontes de erro serão exploradas na secção 2.6 [1].

$$\rho = \|s - r\| + c\Delta t_r + c\Delta t_s + c\Delta t_{tropo} + c\Delta t_{iono} + \dots \quad (2.26)$$

2.6 Fontes de Erro

2.6.1 Orçamentos de Erros de Pseudodistâncias

Existem inúmeras fontes de erro que afetam as medições das pseudodistâncias. É possível constatar, através da análise da Tabela 2.2, que nos segmentos de controlo e do espaço, as fontes de erro são desvios nos relógios de difusão, o atraso de grupo L1 P(Y) - L1 C/A e o erro na difusão de efemérides. Por outro lado, as fontes de erro provenientes do segmento do utilizador são os atrasos ionosférico e troposférico, o ruído do recetor e o multicaminho [1].

Assume-se que, através de uma distribuição normal com média nula e desvio padrão (m) característico de cada fonte de erro, é possível conceber-se uma variável aleatória em metros representativa do erro de cada um dos parâmetros. Estas variáveis aleatórias têm como intuito não só simular o aspeto aleatório que cada componente tem nas medições das pseudodistâncias como também compensar eventuais erros residuais [1][7].

Analisando a Tabela 2.2, é possível constatar que o atraso ionosférico é de longe a fonte de erro que mais contribui para a incerteza das medições, com um desvio padrão de 7 m , seguido do atraso do relógio dos satélites cujo desvio padrão é 1.1 m . Conclui-se que, mesmo utilizando modelos que tentam remover estes erros, alguns erros residuais prevalecem [7].

À incerteza das medições das pseudodistâncias referentes a cada satélite, dá-se o nome de UERE (User Equivalent Range Error). Admitindo que as fontes de erro na Tabela 2.2 são estatisticamente independentes, é possível assumir que o desvio padrão do UERE $\sigma_{UERE} (m)$ é equivalente à raiz quadrada da soma das variâncias de cada um dos parâmetros σ_j^2 , como está representado na equação (2.27) [1][5].

$$\sigma_{UERE} = \sqrt{\sum_j \sigma_j^2} (m) \quad (2.27)$$

Tabela 2.2 - Orçamento UERE típico para GPS SPS [1]

Segmento	Fonte de Erro	1 σ Erro (m)
Controlo/Espaço	Relógio de difusão	1.1
	Atraso do grupo L1 P(Y) - L1 C/A	0.3
	Erro na difusão de Efemérides	0.8
Utilizador	Atraso ionosférico	7.0
	Atraso troposférico	0.2
	Ruído do recetor e resolução	0.1
	Multicaminho	0.2
UERE do Sistema	Total (RSS)	7.1

2.6.2 Erro dos Relógios dos Satélites

É necessário ter em conta, na criação de um simulador de pseudodistâncias, o desvio do tempo dos relógios dos satélites $\Delta t_s (s)$ em relação ao tempo do sistema GPS. Os relógios dos satélites são muito mais precisos em comparação com os relógios dos recetores, contudo, podem dar origem a desvios que podem atingir valores de até 1 ms [1].

Para efetuar o cálculo deste desvio utilizam-se vários parâmetros de correção do relógio obtidos através das mensagens de navegação dos satélites, sendo estes o coeficiente de correção da polarização do relógio $a_{f_0} (s)$; o coeficiente de correção do desvio do relógio $a_{f_1}(s/s)$; o coeficiente de correção da taxa de desvio do relógio $a_{f_2}(s/s^2)$ e o tempo de referência dos dados do relógio $t_{oc}(s)$. Para além destes parâmetros, será também necessário utilizar um dado instantâneo de tempo do sistema GPS $t(s)$ [9].

Depois de adquiridos os dados anteriormente especificados, define-se então uma equação polinomial de segundo grau de forma a determinar o erro introduzido pelos relógios dos satélites. A este polinómio de segundo grau soma-se também o termo de correção relativista $\Delta t_{rel}(s)$ e subtrai-se o diferencial do atraso estimado de grupo $t_{GD}(s)$, como indicado na seguinte equação [9]:

$$\Delta t_s = a_{f_0} + a_{f_1}(t - t_{oc}) + a_{f_2}(t - t_{oc})^2 + \Delta t_{rel} - t_{GD} \quad (2.28)$$

O termo de correção relativista $\Delta t_{rel}(s)$ tem como objetivo colmatar o desvio dos relógios dos satélites tendo em conta o facto de que as órbitas dos satélites possuem uma dada excentricidade e não são meramente circulares [12]. O termo de correção relativista $\Delta t_{rel}(s)$ é dado pela seguinte equação [9]:

$$\Delta t_{rel} = F * e * \sqrt{A} * \sin E_k \quad (2.29)$$

Em que:

- e é a excentricidade da órbita.
- \sqrt{A} ($m^{1/2}$) é a raiz quadrada do eixo semi-maior da órbita do satélite.
- E_k (rad) é a anomalia excêntrica da órbita do satélite.
- F é uma constante cujo valor é igual a $F = -4.442807633 \times 10^{-10} s/\sqrt{m}$

O diferencial do atraso estimado do grupo $t_{GD}(s)$ é um parâmetro de correção para recetores de frequência única. Este parâmetro tem como objetivo compensar o atraso entre os códigos L1 P(Y) e L2 P(Y). Este parâmetro é obtido através das mensagens de navegação GPS difundidas pelos satélites [9].

2.6.3 Atraso do Grupo L1 P(Y) – L1 C/A

Um outro parâmetro de correção é a correção inter-sinal $ISC_{L1C/A}(s)$ que tem como objetivo eliminar o atraso entre os códigos L1 P(Y) e L1 C/A. A este atraso dá-se o nome de atraso do grupo L1 P(Y) – L1 C/A. Este parâmetro de correção pode ser adquirido nas mensagens de navegação dos satélites e deve ser somado ao polinómio de segundo grau que determina o desvio dos relógios dos satélites [9].

No entanto, no contexto deste projeto, visto que os ficheiros RINEX que são dados como input não possuem este parâmetro de correção, este parâmetro é substituído por uma variável aleatória de média nula e 0.3 m de desvio padrão e considera-se uma fonte de erro independente do atraso dos relógios dos satélites.

2.6.4 Erro na Difusão das Efemérides

Este erro provém de disparidades entre os parâmetros orbitais transmitidos nas efemérides e as verdadeiras órbitas dos satélites. Isto sucede-se porque existem forças, para além da força gravitacional da Terra, que influenciam as órbitas dos satélites, o que torna difícil a sua parametrização por parte do Segmento de Controlo [14].

Quando o Segmento de Controlo envia, através das estações *Uplink*, os parâmetros das efemérides aos satélites, estes parâmetros podem não corresponder às verdadeiras órbitas dos satélites no instante de receção devido a desvios nas órbitas que ainda não foram tidos em conta [1][14].

Algumas das forças que são responsáveis pelos desvios nas órbitas dos satélites são as forças gravitacionais da Lua e do Sol [14].

2.6.5 Efeitos Atmosféricos

A atmosfera terrestre pode ser dividida em várias camadas. Neste contexto, no entanto, trabalha-se apenas com duas, a ionosfera e a troposfera. Cada uma destas camadas é caracterizada pelos diferentes fenômenos que nela ocorrem [12].

Tanto o atraso ionosférico como o atraso troposférico advêm do facto de os sinais mudarem de meio de propagação quando passam pela atmosfera, atrasando assim as suas velocidades de propagação e alterando a sua trajetória. Por outras palavras, ocorre o fenómeno de refração quando os sinais transpõem a atmosfera. Os índices de refração na atmosfera n têm como objetivo relacionar as velocidades de propagação dos sinais GPS v (m/s) nestas camadas com a velocidade da luz $c = 299792458 m/s$, tal como é demonstrado pela equação (2.30). É, no entanto, complexo calcular os desvios nas trajetórias de propagação dos sinais, dadas as componentes que constituem as camadas atmosféricas [1][7][12].

$$n = \frac{c}{v} \quad (2.30)$$

Atraso Ionosférico

A camada mais externa da atmosfera terrestre é a ionosfera, situando-se entre os 50 km e os 1000 km de altitude [15]. O atraso ionosférico pode dar origem a erros nas medições entre os 50 m e 150 m [7]. O seu nome é derivado do fenómeno de ionização que ocorre nesta camada. A radiação solar que atinge esta camada faz com que os átomos sejam ionizados e, conforme a concentração de eletrões que foram libertados numa dada zona da ionosfera por onde o sinal GPS passa, a trajetória da onda portadora do sinal GPS será perturbada introduzindo desta forma um atraso na transmissão do sinal [1].

Para quantificar o número de eletrões livres por metro quadrado existente no caminho percorrido por um sinal GPS (assumindo que o satélite que emitiu o sinal encontra-se a uma elevação de 90°), foi definida uma unidade de medida, o TEC (*Total Electron Content*). Uma unidade TEC é equivalente a 10^{16} eletrões/ m^2 [1][15].

A partir do índice de refração ionosférico, é possível obter uma equação, (2.31), para o atraso ionosférico Δt_{iono} (s) que estabelece uma relação entre a densidade de eletrões TEC (eletrões/ m^2) e o quadrado da frequência f^2 (Hz^2) de uma dada onda portadora, em que $c = 299792458 m/s$ é a velocidade da luz. Apesar da existência desta equação, não é correto assumir que o TEC num determinado local é um dado facilmente alcançável, visto que está dependente da radiação solar que varia conforme a altura do dia, estação do ano, atividade solar, etc. [1][15].

$$\Delta t_{iono} = \frac{40.3}{cf^2} TEC \quad (2.31)$$

A ionosfera é um meio dispersivo, isto é, na ionosfera, a propagação de ondas depende da sua frequência. Enquanto que um recetor de frequência dupla pode simplesmente efetuar uma comparação entre as distâncias percorridas do satélite até ao recetor pelas portadoras L1 e L2, um recetor de frequência única tem de recorrer a modelos ionosféricos, como o modelo de Klobuchar, para compensar o atraso ionosférico provocado pela presença de eletrões livres na ionosfera [1][9][12].

Modelo de Klobuchar

O modelo de Klobuchar [9][16] é uma solução para recetores que operam numa frequência única. Este modelo permite eliminar aproximadamente 50% do atraso introduzido nas medições aquando a passagem de um sinal GPS pela ionosfera. Partindo do princípio de que os eletrões livres acumulam-se numa camada a cerca de 350 km de altura, é necessário ter em conta a inclinação do sinal GPS quando este transpõe a camada. Dá-se o nome de IPP (*Ionospheric Pierce Point*), ao ponto na camada onde o sinal GPS a perfurou, como está indicado na Figura 2.5. O fator de obliquidade F tem como função combinar a inclinação do caminho do sinal acima mencionada ao atraso ionosférico vertical, de modo a obter o atraso ionosférico na inclinação.

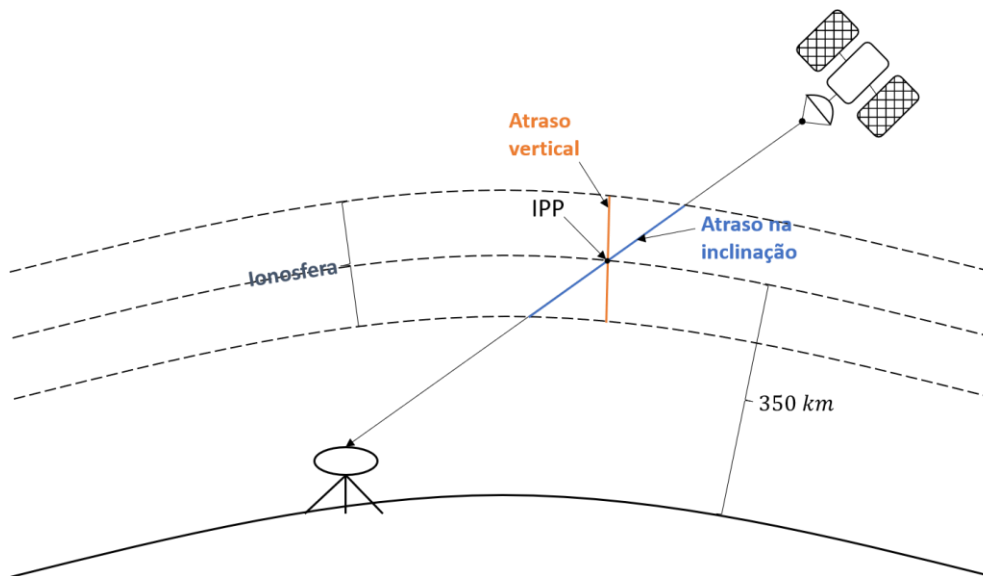


Figura 2.5 - Ionosfera e um IPP [16]

Para realizar este modelo, é necessário utilizar vários termos sendo estes os parâmetros de Klobuchar e os parâmetros fornecidos pelo recetor:

Tabela 2.3 - Parâmetros de Klobuchar em que $n = 0, 1, 2$ e 3 [9]

Parâmetros	Descrição
α_n	Coefficientes de uma equação cúbica que representa a amplitude do atraso vertical
β_n	Coefficientes de uma equação cúbica que representa o período do modelo

Tabela 2.4 - Parâmetros fornecidos pelo recetor [9]

Parâmetro (unidade de medida)	Descrição
E (<i>semi – círculos</i>)	Ângulo de elevação entre o utilizador e o satélite
A (<i>semi – círculos</i>)	Ângulo do azimute entre o utilizador e o satélite
ϕ_u (<i>semi – círculos</i>)	Latitude do utilizador
λ_u (<i>semi – círculos</i>)	Longitude do utilizador
$GPS\ time$ (s)	Tempo do sistema calculado pelo recetor

A partir dos parâmetros fornecidos pelo recetor na Tabela 2.4 e dos parâmetros de Klobuchar fornecidos nas mensagens de navegação na Tabela 2.3, é possível calcular os seguintes termos:

- Fator de obliquidade:

$$F = 1 + 16 * (0.53 - E)^3 \quad (2.32)$$

- Ângulo centrado na Terra entre a posição do utilizador e o IPP:

$$\Psi = \frac{0.0137}{(E + 0.11)} - 0.022 \text{ (semi – círculos)} \quad (2.33)$$

- Latitude do IPP:

$$\phi_i = \phi_u + \Psi * \cos(A) \text{ (semi – círculos), para } |\phi_i| \leq 0.416 \quad (2.34)$$

Se $\phi_i > 0.416$, então $\phi_i = 0.416$ e se $\phi_i < -0.416$, então $\phi_i = -0.416$.

- Longitude do IPP:

$$\lambda_i = \lambda_u + \frac{\Psi \text{ sen}(A)}{\cos(\phi_i)} \text{ (semi – círculos)} \quad (2.35)$$

- Latitude geomagnética do IPP:

$$\phi_m = \phi_i + 0.064 * \cos(\lambda_i - 1.617) \text{ (semi – círculos)} \quad (2.36)$$

- Tempo local:

$$t = 4.32 * (10^4) * \lambda_i + GPS\ time\ (s), \text{ para } 0 \leq t < 86400 \quad (2.37)$$

Se $t \geq 86400$, então $t = t - 86400$ e se $t < 0$, então $t = t + 86400$.

- Amplitude do atraso ionosférico:

$$AMP = \sum_{n=0}^3 \alpha_n \phi_m^n (s), \text{ para } AMP \geq 0 \quad (2.38)$$

Se $AMP < 0$, então $AMP = 0$.

- Período do atraso ionosférico:

$$PER = \sum_{n=0}^3 \beta_n \phi_m^n (s), \text{ para } PER \geq 72000 \quad (2.39)$$

Se $PER < 72000$, então $PER = 72000$.

- Fase do atraso ionosférico:

$$X = \frac{2\pi * (t - 50400)}{PER} \text{ (radianos)} \quad (2.40)$$

Este modelo ionosférico terá como resultado o atraso ionosférico Δt_{iono} (s) para recetores que operam numa frequência única que é dado pela seguinte fórmula:

$$\Delta t_{iono} = \begin{cases} F * \left(5 * 10^{-9} + AMP * \left(1 - \frac{X^2}{2} + \frac{X^4}{24} \right) \right), & \text{para } |X| < 1.57 \\ F * 5 * 10^{-9}, & \text{para } |X| \geq 1.57 \end{cases} \quad (2.41)$$

Atraso Troposférico

A troposfera é uma das camadas que compõem a atmosfera, sendo que é a camada que se encontra mais próxima da superfície terrestre chegando a alturas de cerca de 40 km e é onde ocorrem os fenómenos meteorológicos [6]. O resultado da distância proveniente do atraso troposférico poderá tomar valores entre os 2.4 m e os 25 m [1].

Nesta camada, o fenómeno físico da não-dispersividade é válido para sinais com frequências de até 15 GHz. Por outras palavras, na troposfera, a velocidade de propagação das ondas portadoras de sinais GPS não depende da sua frequência. Este facto não afeta recetores de frequência única, mas sim recetores de frequência dupla, pois não conseguem obter o atraso troposférico através de uma comparação entre as distâncias percorridas pelas portadoras L1 e L2, visto que ambas sofreram o mesmo atraso [1][12].

É possível separar a refração na troposfera em duas componentes distintas, a seca e a húmida. Enquanto que a componente seca da refração está relacionada com a pressão atmosférica, a componente húmida da refração está associada ao vapor de água, que é um parâmetro mais difícil de medir visto que varia muito ao longo do tempo. Apesar de a componente húmida da refração ser a componente para a qual a obtenção de valores precisos é mais difícil, é a que menos contribui para o atraso troposférico, contribuindo apenas com 10%. Os restantes 90% do atraso resultam da componente seca da refração troposférica [1][12].

É possível concluir, através da visualização da Figura 2.6 que a componente húmida da refração troposférica estende-se a alturas de cerca de 11 km, enquanto que a componente seca da refração na troposfera pode atingir alturas de cerca 40 km [12].

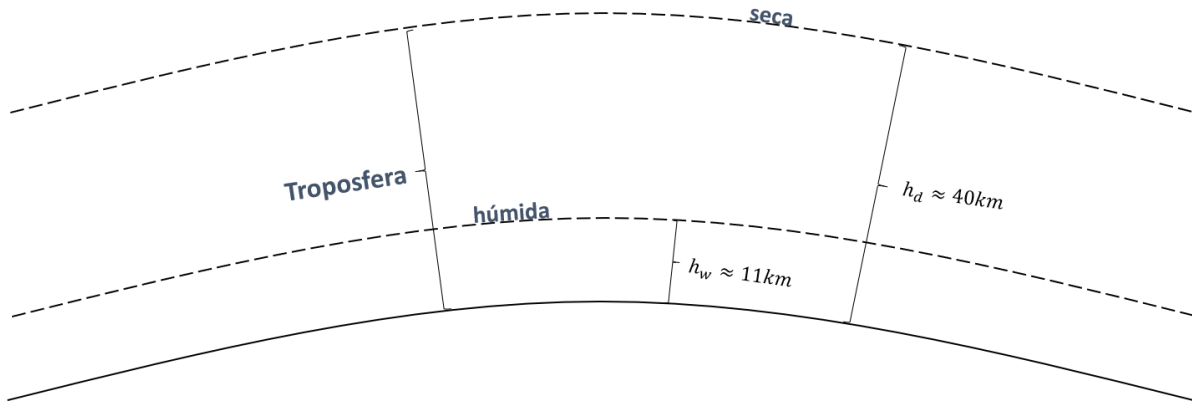


Figura 2.6 - Troposfera e as componentes da refração [12]

Existem múltiplos modelos que visam compensar o atraso dos sinais GPS introduzido pela troposfera. Dois exemplos são o modelo de Hopfield e o modelo UNB3 (*University of New Brunswick tropospheric model 3*).

Modelo de Hopfield

O modelo de Hopfield [1][12] está dependente da recolha de dados de sensores meteorológicos de modo a que seja possível efetuar o cálculo das duas componentes da refração troposférica.

A partir do índice de refração troposférico n , é possível obter a refração troposférica N_{tropo} , como está representado na equação (2.42). A partir da refração troposférica é possível obter o erro d_{tropo} (m) proveniente do percurso do sinal pela troposfera como indicado em (2.43), em que $h(m)$ é a altitude troposférica.

$$N_{tropo} = 10^6(n - 1) \quad (2.42)$$

$$d_{tropo} = 10^{-6} \int_{h=0}^h N_{tropo}(h) dh \quad (2.43)$$

Tendo em conta o facto de que a refração troposférica é composta pelas componentes seca e húmida, obtém-se a equação (2.44), que permite reescrever a equação (2.43) para a equação (2.45), em que $h_d(m)$ e $h_w(m)$ são as altitudes das componentes seca e húmida da troposfera.

$$N_{tropo} = N_d + N_w \quad (2.44)$$

$$d_{tropo} = 10^{-6} \int_{h=0}^{h_d} N_d(h) dh + 10^{-6} \int_{h=0}^{h_w} N_w(h) dh \quad (2.45)$$

Estas equações possibilitam uma melhor compreensão de como o modelo de Hopfield retornará o erro troposférico.

Primeiramente, é necessário efetuar os cálculos das componentes seca e húmida da refração à superfície $N_{d,0}$ e $N_{w,0}$. Para tal, são utilizadas as constantes empíricas $a_1 = 77.64 \text{ K/mbar}$, $a_2 = -12.96 \text{ K/mbar}$ e $a_3 = 37190 \text{ K}^2/\text{mbar}$ e dados meteorológicos como a pressão atmosférica $p(\text{mbar})$, a pressão parcial do vapor de água $e(\text{mbar})$ e a temperatura $T(\text{K})$.

$$N_{d,0} = a_1 \frac{p}{T} \quad (2.46)$$

$$N_{w,0} = a_2 \frac{e}{T} + a_3 \frac{e}{T^2} \quad (2.47)$$

De acordo com este modelo, as componentes seca e húmida da refração troposférica $N_d(h)$ e $N_w(h)$ são determinadas segundo uma relação entre as componentes seca e húmida da refração à superfície $N_{d,0}$ e $N_{w,0}$, a altitude elipsoidal $h(\text{m})$ e as altitudes das componentes seca e húmida da troposfera $h_d(\text{m})$ e $h_w(\text{m})$, respetivamente.

$$h_d = 40136 + 148.72(T - 273.16) \quad (2.48)$$

$$N_d(h) = N_{d,0} \left[\frac{h_d - h}{h_d} \right]^4 \quad (2.49)$$

$$h_w \approx 11000 \text{ m} \quad (2.50)$$

$$N_w(h) = N_{w,0} \left[\frac{h_w - h}{h_w} \right]^4 \quad (2.51)$$

É possível agora obter-se o atraso troposférico $d_{tropo}(m)$ no zénite, utilizando a informação anteriormente determinada:

$$d_{tropo} = 10^{-6} \int_{h=0}^{h_d} N_d(h) dh + 10^{-6} \int_{h=0}^{h_w} N_w(h) dh \quad (2.52)$$

$$d_{tropo} = \frac{10^{-6}}{5} [N_{d,0} h_d + N_{w,0} h_w] \quad (2.53)$$

Por último, utilizam-se funções de mapeamento para cada uma das componentes $m_d(E)$ e $m_w(E)$ em que $E(^{\circ})$ é o ângulo de elevação, de modo a determinar o erro troposférico $d_{tropo}(m)$. Estas funções de mapeamento têm como objetivo compensar o aumento do comprimento do caminho que o sinal GPS vai percorrer tendo em conta o ângulo de elevação caso o satélite não se encontre no zénite (ou seja, caso o satélite não se encontre a uma elevação de 90°).

$$m_d(E) = \frac{1}{\sin(\sqrt{E^2 + 6.25})} \quad (2.54)$$

$$m_w(E) = \frac{1}{\sin(\sqrt{E^2 + 2.25})} \quad (2.55)$$

$$d_{tropo} = \frac{10^{-6}}{5} [N_{d,0} h_d m_d(E) + N_{w,0} h_w m_w(E)] \quad (2.56)$$

Modelo UNB3

Um modelo existente para o cálculo do atraso troposférico é o UNB3 [1][17]. Este modelo não tem qualquer contribuição de informação proveniente de sensores meteorológicos, tendo apenas como input as coordenadas do recetor e o dia do ano D , cujo valor começa a partir do dia 1 de janeiro.

A partir da latitude do recetor $\phi(^{\circ})$ e do dia do ano D , é possível obter 5 parâmetros meteorológicos que irão permitir mais tarde calcular o atraso troposférico. Estes parâmetros são a pressão $p(\text{mbar})$, a temperatura $T(K)$, a pressão do vapor de água $e(\text{mbar})$ e a taxa de lapso da temperatura $\beta(K/m)$ e taxa de lapso do vapor de água λ .

Com base na Tabela 2.5 e na Tabela 2.6, obtêm-se os valores médios e as variações sazonais dos parâmetros acima mencionados. Os valores dos parâmetros são obtidos de acordo com a latitude mais próxima da latitude do recetor ϕ_i e o valor da latitude da linha seguinte ϕ_{i+1} na Tabela 2.5 e Tabela 2.6. Caso a latitude do recetor seja menor ou igual a 15° ou maior ou igual a 75° , utilizam-se os valores diretamente das tabelas para alcançar os valores dos parâmetros.

Tabela 2.5 - Média dos parâmetros meteorológicos [1]

Latitude($^{\circ}$)	$p_0(\text{mbar})$	$T_0(K)$	$e_0(\text{mbar})$	$\beta_0(K/m)$	λ_0
15 ou menos	1013.25	299.65	26.31	6.30×10^{-3}	2.77
30	1017.25	7.00	8.85	6.05×10^{-3}	3.15
45	1015.75	11.00	7.24	5.58×10^{-3}	2.57
60	1011.75	15.00	5.36	5.39×10^{-3}	1.81
75 ou mais	1013.00	14.50	3.39	4.53×10^{-3}	1.55

Tabela 2.6 - Parâmetros meteorológicos sazonais [1]

Latitude($^{\circ}$)	$\Delta p(\text{mbar})$	$\Delta T(K)$	$\Delta e(\text{mbar})$	$\Delta \beta(K/m)$	$\Delta \lambda$
15 ou menos	0	0	0	0	0
30	-3.75	7.00	8.85	0.25×10^{-3}	0.33
45	-2.25	11.00	7.24	0.32×10^{-3}	0.46
60	-1.75	15.00	5.36	0.81×10^{-3}	0.74
75 ou mais	-0.50	14.50	3.39	0.62×10^{-3}	0.30

As fórmulas (2.58), (2.59) e (2.60) serão utilizadas para obter cada um dos 5 parâmetros meteorológicos anteriormente referidos. Para latitudes no hemisfério norte e sul, utilizam-se valores diferentes de D_{min} , tal como é indicado em (2.57).

$$D_{min} = \begin{cases} 28 & \text{em latitudes do norte} \\ 211 & \text{em latitudes do sul} \end{cases} \quad (2.57)$$

$$\xi_0(\phi) = \xi_0(\phi_i) + [\xi_0(\phi_{i+1}) - \xi_0(\phi_i)] \cdot \frac{\phi - \phi_i}{(\phi_{i+1} - \phi_i)} \quad (2.58)$$

$$\Delta\xi(\phi) = \Delta\xi(\phi_i) + [\Delta\xi(\phi_{i+1}) - \Delta\xi(\phi_i)] \cdot \frac{\phi - \phi_i}{(\phi_{i+1} - \phi_i)} \quad (2.59)$$

$$\xi = \xi(\phi) - \Delta\xi(\phi) \cdot \cos\left[\frac{2\pi(D - D_{min})}{365.25}\right] \quad (2.60)$$

Seguidamente, é possível calcular os atrasos para as componentes seca $d_{dry}(m)$ e húmida $d_{wet}(m)$ da troposfera no zénite. Para tal, utilizam-se os valores calculados anteriormente e a altitude ortométrica $H(m)$, juntamente com múltiplas constantes indicadas na Tabela 2.7.

A altitude ortométrica ou, por outras palavras, altitude acima do nível médio das águas do mar é obtida através da subtração da altitude do geóide $N(m)$ à altitude elipsoidal $h(m)$ do recetor [12]. O Anexo C explicita como é possível obter a altitude do geóide para um dado conjunto de coordenadas.

Tabela 2.7 - Constantes para o modelo troposférico UNB3 [1]

Constante (unidade de medida)	Descrição
$k_1 = 77.604 \text{ K/mbar}$	Constante de refração
$k_2 = 382000 \text{ K}^2/\text{mbar}$	Constante de refração
$R_d = 287.054 \text{ J/kg/K}$	Constante de gás para ar seco
$g_m = 9.784 \text{ m/s}^2$	Aceleração da gravidade na coluna centroide atmosférica
$g = 9.80665 \text{ m/s}^2$	Aceleração da gravidade à superfície

$$d_{dry} = \left(1 - \frac{\beta \cdot H}{T}\right)^{\frac{g}{R_d \beta}} \cdot \left(\frac{10^6 k_1 R_d p}{g_m}\right) \quad (2.61)$$

$$d_{wet} = \left(1 - \frac{\beta \cdot H}{T}\right)^{\frac{(\lambda+1)g}{R_d \beta} - 1} \cdot \left(\frac{10^6 k_2 R_d}{g_m (\lambda + 1) - \beta R_d} \cdot \frac{e}{T}\right) \quad (2.62)$$

Concluem-se os cálculos para a aquisição do valor do atraso troposférico $d_{tropo}(m)$, utilizando os valores dos erros para as componentes seca e húmida previamente calculados e uma função de mapeamento m . Para a obtenção desta função, utiliza-se o ângulo de elevação do satélite $E(^{\circ})$:

$$m(E) = \frac{1.001}{\sqrt{0.002001 + \sin^2(E)}} \quad (2.63)$$

$$d_{tropo} = m \cdot (d_{dry} + d_{wet}) \quad (2.64)$$

2.6.6 Ruído do Recetor e Resolução

O ruído do recetor e resolução é uma das fontes de erro provenientes do segmento do utilizador, mais concretamente do equipamento do recetor GPS em si [12].

Esta fonte de erro está associada ao ruído térmico do recetor GPS [18]. O ruído térmico é resultante de pequenas variações numa dada corrente elétrica, neste caso em concreto, a corrente elétrica no recetor [19].

Para além do ruído térmico, efeitos de interferência também contribuem para o ruído do recetor e resolução [1].

2.6.7 Multicaminho

O multicaminho é uma fonte de erro que é proveniente do segmento do utilizador, mas, ao contrário do ruído do recetor e resolução, não advém do equipamento do recetor GPS, mas sim das características do meio que o rodeia [12].

Como o nome indica, multicaminho é um fenómeno que consiste na receção de um mesmo sinal várias vezes, porque este chega ao recetor por múltiplos caminhos de propagação. Este efeito é provocado pela presença de superfícies refletoras tais como edifícios, árvores, etc. que se encontram perto do recetor e que fazem com que o sinal seja refletido. A Figura 2.7 tem como intuito exemplificar o fenómeno do multicaminho [5][12].

Quanto menor for o ângulo de elevação dos satélites em relação à posição dos recetores, maior será o efeito do multicaminho nos sinais GPS [12].

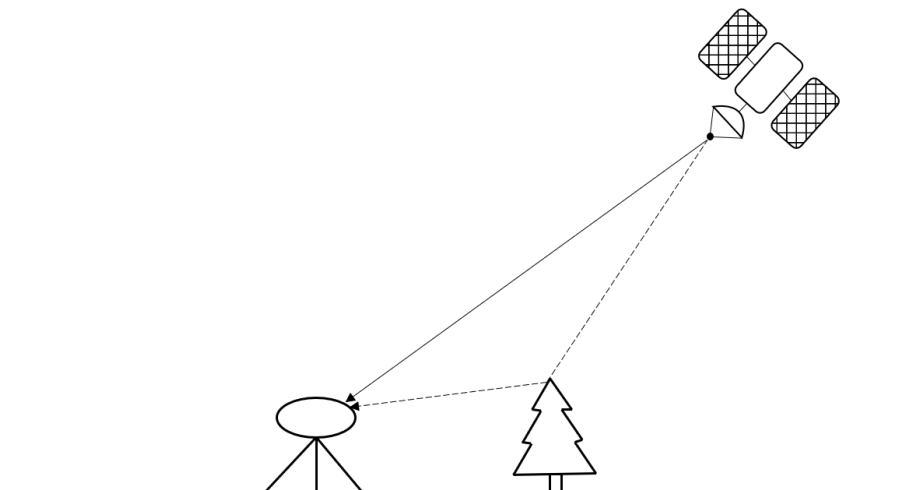


Figura 2.7 - Multicaminho [13]

2.7 Estimativa da Posição do Recetor

De maneira a que seja possível ao recetor descobrir a sua posição em coordenadas (latitude, longitude e altitude), é necessária informação sobre a posição de pelo menos quatro satélites e as respetivas distâncias ao recetor [13].

Um recetor é capaz de calcular as posições dos satélites nos instantes de transmissão através da informação que recebe nas mensagens de navegação dos satélites [13].

A distância de um dado satélite ao recetor é calculada multiplicando o intervalo de tempo que o sinal GPS demorou a percorrer o seu caminho desde o instante de emissão ao instante de receção pela velocidade da luz. Dado que os satélites transmitem códigos PRN, os recetores comparam estes códigos com réplicas que eles próprios produzem de maneira a alcançar os valores dos intervalos de tempo que os sinais demoraram a chegar aos recetores [13].

As pseudodistâncias consistem nas distâncias de um dado recetor aos satélites juntamente com as distâncias provenientes dos atrasos que o sinal GPS vai sofrer ao longo da sua viagem entre os satélites e o recetor. Assumindo que o desvio do relógio do recetor em relação ao tempo do sistema GPS - uma das fontes de erro que afetam as pseudodistâncias - afeta igualmente todas as medições das pseudodistâncias dos satélites, é possível estimar a posição do recetor utilizando informação proveniente de pelo menos quatro satélites [7].

O número mínimo de satélites que envia informação deve ser quatro visto que os recetores têm de calcular os valores de 4 incógnitas: a latitude, longitude, altitude e o desvio dos seus relógios [13].

É então efetuada lateração circular para quatro satélites, como está indicado na Figura 2.8, que consiste na utilização de várias esferas com centro nos satélites e raio igual às pseudodistâncias dos satélites ao recetor que se vão interseccionar em dois pontos. Um dos pontos encontra-se a altitudes demasiado elevadas para ser considerado uma estimativa realista da posição do recetor e por isso deve ser descartado, deixando desta forma apenas um ponto disponível para ser considerado como estimativa da posição do recetor [7].

Caso os recetores recebam informação de mais do que o número mínimo de satélites necessário, esta informação será utilizada para minimizar os erros na obtenção das estimativas das localizações [13].

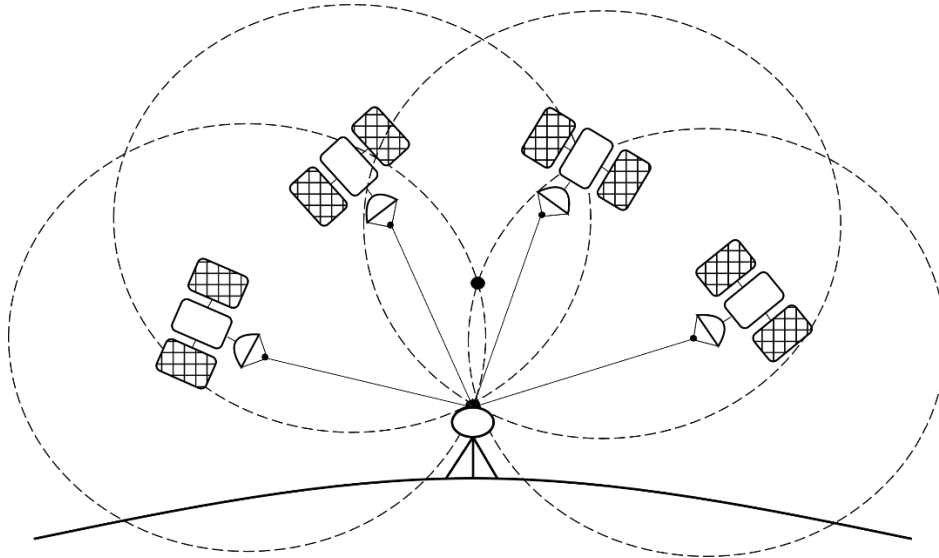


Figura 2.8 - Encontrar a posição de um recetor GPS [7]

2.7.1 Algoritmo Least-Squares

Um algoritmo que permite obter a estimativa da posição de um dado recetor é o *least-squares* [7][10] com base em medições de pseudodistâncias $\rho^{(j)}$ (2.65), em que j corresponde à medição de um dado satélite.

As equações das pseudodistâncias não são lineares em torno a posição do recetor r e por isso devem ser desenvolvidas em série de Taylor.

Primeiramente, é definida uma função f :

$$\rho^{(j)} = \|s^{(j)} - r\| + c\Delta t = \sqrt{(s_x^{(j)} - r_x)^2 + (s_y^{(j)} - r_y)^2 + (s_z^{(j)} - r_z)^2} + c\Delta t = f(r_x, r_y, r_z) \quad (2.65)$$

Admite-se que a função f é igual para $r_0 + \Delta r$ em que r_0 consiste numa estimativa da posição do recetor r que se encontra a uma distância Δr da verdadeira posição de r .

$$f(r_x, r_y, r_z) = f(r_{0x} + \Delta r_x, r_{0y} + \Delta r_y, r_{0z} + \Delta r_z) \quad (2.66)$$

A função f é então desenvolvida na primeira ordem da expansão da série de Taylor da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} f(r_x, r_y, r_z) &= f(r_{0x} + \Delta r_x, r_{0y} + \Delta r_y, r_{0z} + \Delta r_z) \\ &\cong f(r_{0x}, r_{0y}, r_{0z}) + f'_{r_x}(r_{0x}, r_{0y}, r_{0z})\Delta r_x + f'_{r_y}(r_{0x}, r_{0y}, r_{0z})\Delta r_y + f'_{r_z}(r_{0x}, r_{0y}, r_{0z})\Delta r_z \end{aligned} \quad (2.67)$$

As derivadas parciais são calculadas da seguinte forma:

$$f'_{r_x}(r_x, r_y, r_z) = \frac{1}{2}((s_x^{(j)} - r_x)^2 + (s_y^{(j)} - r_y)^2 + (s_z^{(j)} - r_z)^2)^{-\frac{1}{2}} * 2(s_x^{(j)} - r_x)(-1)$$

$$= -\frac{(s_x^{(j)} - r_x)}{\sqrt{(s_x^{(j)} - r_x)^2 + (s_y^{(j)} - r_y)^2 + (s_z^{(j)} - r_z)^2}} \quad (2.68)$$

$$f'_{r_y}(r_x, r_y, r_z) = -\frac{(s_y^{(j)} - r_y)}{\sqrt{(s_x^{(j)} - r_x)^2 + (s_y^{(j)} - r_y)^2 + (s_z^{(j)} - r_z)^2}} \quad (2.69)$$

$$f'_{r_z}(r_x, r_y, r_z) = -\frac{(s_z^{(j)} - r_z)}{\sqrt{(s_x^{(j)} - r_x)^2 + (s_y^{(j)} - r_y)^2 + (s_z^{(j)} - r_z)^2}} \quad (2.70)$$

É agora possível desenvolver a equação das pseudodistâncias do seguinte modo:

$$\rho^{(j)} \cong \|s^{(j)} - r_0\| + c\Delta t - \frac{(s^{(j)} - r_0)^T \Delta r}{\|s^{(j)} - r_0\|}$$

$$= \frac{(s^{(j)} - r_0)^T (s^{(j)} - r_0)}{\|s^{(j)} - r_0\|} + c\Delta t + \frac{(s^{(j)} - r_0)^T (r_0 - r)}{\|s^{(j)} - r_0\|} \quad (2.71)$$

$$= e_0^{(j)T} (s^{(j)} - r_0 + r_0 - r) + c\Delta t = e_0^{(j)T} (s^{(j)} - r_0 + r_0 - r) + c\Delta t$$

$$= e_0^{(j)T} (s^{(j)} - r) + c\Delta t$$

$$\rho^{(j)} \cong e_0^{(j)T} (s^{(j)} - r) + c\Delta t \quad (2.72)$$

É de salientar que $e_0^{(j)}$ consiste num vetor unitário com início em r_0 e que aponta na direção da posição do satélite $s^{(j)}$:

$$e_0^{(j)} = \frac{(s^{(j)} - r_0)}{\|s^{(j)} - r_0\|} \quad (2.73)$$

De seguida, é possível desenvolver a equação (2.72) para:

$$\rho^{(j)} - e_0^{(j)T} s^{(j)} \cong -e_0^{(j)T} r + c\Delta t \cong \begin{bmatrix} -e_0^{(j)T} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ c\Delta t \end{bmatrix} \quad (2.74)$$

Dadas as equações das pseudodistâncias para m satélites é possível criar a matriz H (2.76) e os vetores z (2.75) e x (2.77), sendo que o vetor x é o vetor que contém as incógnitas a serem calculadas.

$$z = \begin{bmatrix} \rho^{(1)} - e_0^{(1)T} s^{(1)} \\ \rho^{(2)} - e_0^{(2)T} s^{(2)} \\ \dots \\ \rho^{(m)} - e_0^{(m)T} s^{(m)} \end{bmatrix} \quad (2.75)$$

$$H = \begin{bmatrix} -e_0^{(1)T} & 1 \\ -e_0^{(2)T} & 1 \\ \dots \\ -e_0^{(m)T} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

$$x = \begin{bmatrix} r \\ c\Delta t \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

Dadas as equações anteriores, é possível formular as equações (2.78) (2.79).

$$\begin{bmatrix} \rho^{(1)} - e_0^{(1)T} s^{(1)} \\ \rho^{(2)} - e_0^{(2)T} s^{(2)} \\ \dots \\ \rho^{(m)} - e_0^{(m)T} s^{(m)} \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} -e_0^{(1)T} & 1 \\ -e_0^{(2)T} & 1 \\ \dots \\ -e_0^{(m)T} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ c\Delta t \end{bmatrix} \quad (2.78)$$

$$z \cong Hx \quad (2.79)$$

Dado que as pseudodistâncias possuem ruído, é necessário somar à equação (2.79), uma componente de ruído n (2.80), obtendo-se desta forma a equação (2.81).

$$n = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \dots \\ n_m \end{bmatrix} \quad (2.80)$$

$$z \cong Hx + n \quad (2.81)$$

A matriz H tem dimensões $m \times 4$, os vetores z e n têm dimensões $m \times 1$ enquanto que o vetor x possui dimensões 4×1 .

A equação (2.81) não tem solução, isto é, z não pertence ao espaço das colunas de H , como a Figura 2.9 indica. Por outras palavras, não há valores de x que permitam que Hx seja igual a z . Tendo isto em conta, para se obter um valor de x que melhor se enquadre às medições das pseudodistâncias que foram feitas, é necessário utilizar o algoritmo *least-squares*.

Este algoritmo tenta alcançar uma estimativa \hat{x} do valor x de modo a ser possível utilizar o vetor $z - H\hat{x}$, perpendicular ao espaço das colunas de H , como é possível constatar na Figura 2.9, que minimiza a diferença entre os vetores z e Hx .

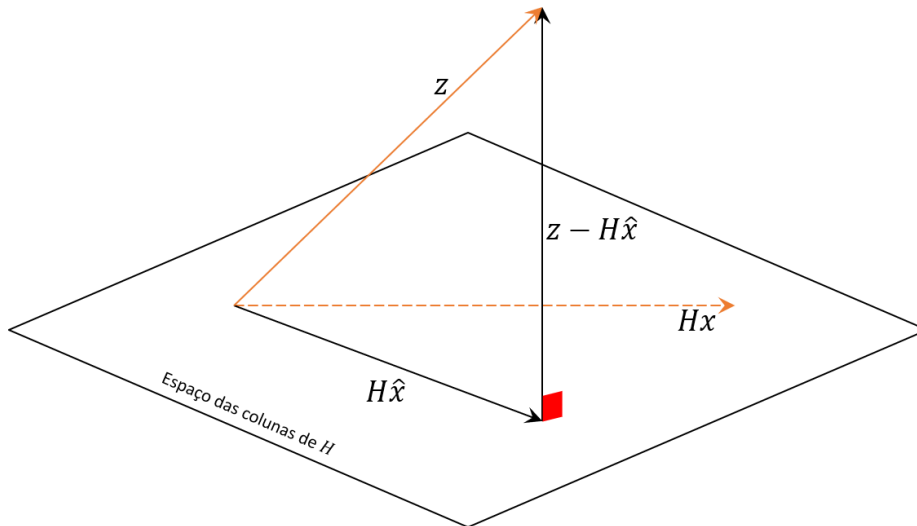


Figura 2.9 - Vetores Hx , $H\hat{x}$, $z - H\hat{x}$ e z em relação ao espaço das colunas de H [10]

Assim sendo, é possível escrever a seguinte equação:

$$H^T(z - H\hat{x}) = 0 \Leftrightarrow H^T H\hat{x} = H^T z \quad (2.82)$$

A estimativa de x , \hat{x} pode ser então obtida da seguinte maneira:

$$\hat{x} = (H^T H)^{-1} H^T z \quad (2.83)$$

2.7.2 DOPs (*Dilution of Precision*)

A geometria dos satélites visíveis em torno da posição de um recetor num dado instante de tempo vai influenciar os resultados da estimativa da posição deste. Os parâmetros DOP (*Dilution of Precision*) permitem avaliar esta geometria [1][12].

Como o nome destes parâmetros indica, a precisão da estimativa da posição dilui-se quando a geometria dos satélites não é favorável. Quanto maior for o valor de DOP, maior é o erro na precisão com que são feitas as estimativas das posições [1][12].

Os DOPs podem ser calculados a partir da matriz de covariância do erro de estimação $C_{\hat{x}}$ [1][10], em que \hat{x} representa o erro da estimativa de x .

O valor de \tilde{x} pode ser obtido de acordo com a equação (2.84) em que \hat{x} representa a estimativa de x . A matriz H possui dimensões $m \times 4$ e é dada pela equação (2.76). O vetor n , representado pela equação (2.84), consiste numa componente de ruído que se encontra presente nas pseudodistâncias.

$$\tilde{x} = x - \hat{x} = -(H^T H)^{-1} H^T n \quad (2.84)$$

A matriz $C_{\tilde{x}}$ é dada pela seguinte equação:

$$\begin{aligned}
 C_{\tilde{x}} &= E[(\tilde{x} - E[\tilde{x}])(\tilde{x} - E[\tilde{x}])^T] \\
 &= (H^T H)^{-1} H^T C_n H (H^T H)^{-1} \\
 &= (H^T C_n^{-1} H)^{-1} \\
 &= \sigma_\rho^2 (H^T H)^{-1}
 \end{aligned} \tag{2.85}$$

A matriz de covariância de n , C_n (2.86), é uma matriz de dimensões $m \times m$. Assume-se que $\sigma_{n_1}^2 = \sigma_{n_2}^2 = \dots = \sigma_{n_m}^2 = \sigma_\rho^2$, isto é, o ruído das medições das m pseudodistâncias possui a mesma variância [1][10].

$$C_n = \begin{bmatrix} \sigma_{n_1}^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{n_2}^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{n_m}^2 \end{bmatrix} \tag{2.86}$$

Analisando a matriz de covariância do erro de estimação $C_{\tilde{x}}$ é possível concluir que a matriz $(H^T H)^{-1}$, de dimensões 4×4 , representa a influência que a geometria dos satélites tem na estimativa da posição de um dado recetor e, por isso, é utilizada no cálculo dos parâmetros DOP [1][10].

$$(H^T H)^{-1} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} & D_{44} \end{bmatrix} \tag{2.87}$$

O parâmetro GDOP (*Geometric Dilution of Precision*) avalia a precisão da estimativa da posição e do desvio do relógio do recetor dada a geometria dos satélites em relação ao recetor [1][10]. Pode ser obtido da seguinte forma:

$$GDOP = \sqrt{D_{11} + D_{22} + D_{33} + D_{44}} \tag{2.88}$$

O parâmetro PDOP (*Position Dilution of Precision*) avalia a precisão da estimativa da posição do recetor dada a geometria dos satélites em relação ao recetor [1][10]. Pode ser obtido da seguinte forma:

$$PDOP = \sqrt{D_{11} + D_{22} + D_{33}} \tag{2.89}$$

O parâmetro TDOP (*Time Dilution of Precision*) avalia a precisão da estimativa do desvio do relógio do recetor dada a geometria dos satélites em relação ao recetor [1][10]. Pode ser obtido da seguinte forma:

$$TDOP = \sqrt{D_{44}} \tag{2.90}$$

O parâmetro HDOP (*Horizontal Dilution of Precision*) avalia a precisão da estimativa da latitude e da longitude do recetor dada a geometria dos satélites em relação ao recetor [1][10]. Pode ser obtido da seguinte forma:

$$HDOP = \sqrt{D_{11} + D_{22}} \quad (2.91)$$

O parâmetro VDOP (*Vertical Dilution of Precision*) avalia a precisão da estimativa da altitude do recetor dada a geometria dos satélites em relação ao recetor [1][10]. Pode ser obtido da seguinte forma:

$$VDOP = \sqrt{D_{33}} \quad (2.92)$$

No caso do cálculo do HDOP e do VDOP, as matrizes H a serem utilizadas devem ser construídas com as posições do recetor e dos satélites em coordenadas ENU (*East North Up*) [1][10]. O Anexo B explicita como é feita a conversão de coordenadas ECEF para ENU.

2.8 Formato RINEX

O formato RINEX (*Receiver Independent Exchange Format*) [20][21] foi desenvolvido com o intuito de organizar e apresentar os dados que são trocados nos GNSS conforme um dado padrão, como por exemplo, os dados transmitidos pelos satélites aos recetores e as medições feitas pelos recetores.

Utilizando os dados transmitidos pelos satélites, os recetores realizam várias medições com vista a estimar a sua posição. A este conjunto de medições dá-se o nome de observáveis que são constituídas fundamentalmente pela fase da onda portadora, pseudodistância e tempo de observação.

Existem 3 tipos de ficheiros ASCII (*American Standard Code of Information Interchange*) que o formato RINEX versão 3 oferece:

- Ficheiro de mensagens de Navegação;
- Ficheiro de dados de Observação;
- Ficheiro de dados Meteorológicos.

Estes ficheiros são constituídos por duas componentes, um cabeçalho e uma secção de dados.

O cabeçalho localiza-se no início do ficheiro e descreve a informação comum a todo o ficheiro em etiquetas. Tem-se como alguns exemplos de etiquetas a versão do ficheiro RINEX, os parâmetros de correção ionosféricos no caso dos ficheiros de mensagens de navegação, o intervalo de tempo de observação no caso dos ficheiros de dados de observação, entre muitos outros.

A secção de dados, tal como o nome indica, disponibiliza os dados do ficheiro.

Os ficheiros de mensagens de navegação RINEX têm como objetivo armazenar informação sobre os parâmetros orbitais dos satélites, também como parâmetros de correção ionosféricos e dos relógios dos satélites.

Os ficheiros de dados de observação RINEX têm como objetivo, para uma determinada época, armazenar dados sobre as pseudodistâncias entre um dado recetor e vários satélites.

No contexto deste trabalho, são utilizados como input do simulador ficheiros de mensagens de navegação, obtidos através do centro de dados IGS (*International GNSS Service*) CDDIS (*Crustal Dynamics Data Information System*) [22] ou do utilizador, que são de seguida decodificados. É de salientar que o simulador foi criado de modo a decodificar apenas ficheiros RINEX cujas versões são as 3.02 e 3.04, visto que estas duas versões foram as mais prevalentes no centro de dados IGS CDDIS.

O output do simulador, as pseudodistâncias, vai ser convertido para o formato RINEX versão 3.04, isto é, vão ser criados ficheiros de dados de observação RINEX para armazenar o output do simulador.

Decodificação de Ficheiros de Mensagens de Navegação RINEX

A decodificação dos ficheiros RINEX consiste na leitura destes e posteriormente no armazenamento dos dados pertinentes num ficheiro em que cada parâmetro está associado a uma posição específica numa dada linha. Cada linha de dados deste novo ficheiro vai corresponder a informação proveniente de um só satélite. Deste modo, é possível aceder aos dados e seguidamente utilizá-los de uma forma mais simples e eficaz.

Por vezes, os ficheiros RINEX possuem vários conjuntos de parâmetros orbitais correspondentes ao mesmo satélite, mas gerados em instantes de tempo diferentes. Neste caso, são escolhidos os dados que são mais recentes, isto é, é escolhido o grupo de parâmetros cujo IODE (*Issue of Data, Ephemeris*) é mais recente. O IODE é um parâmetro que funciona como um indicador temporal que permite a um recetor GPS saber quando é que as efemérides que recebeu na mensagem de navegação foram criadas [9][23].

3 Desenvolvimento do Simulador

Neste capítulo será explorada a arquitetura do simulador, particularmente como foram obtidas as várias componentes essenciais para a implementação do simulador. Será também esclarecida a interação do utilizador com o simulador, nomeadamente, os parâmetros que controla e a interface do simulador.

3.1 Estrutura do Simulador

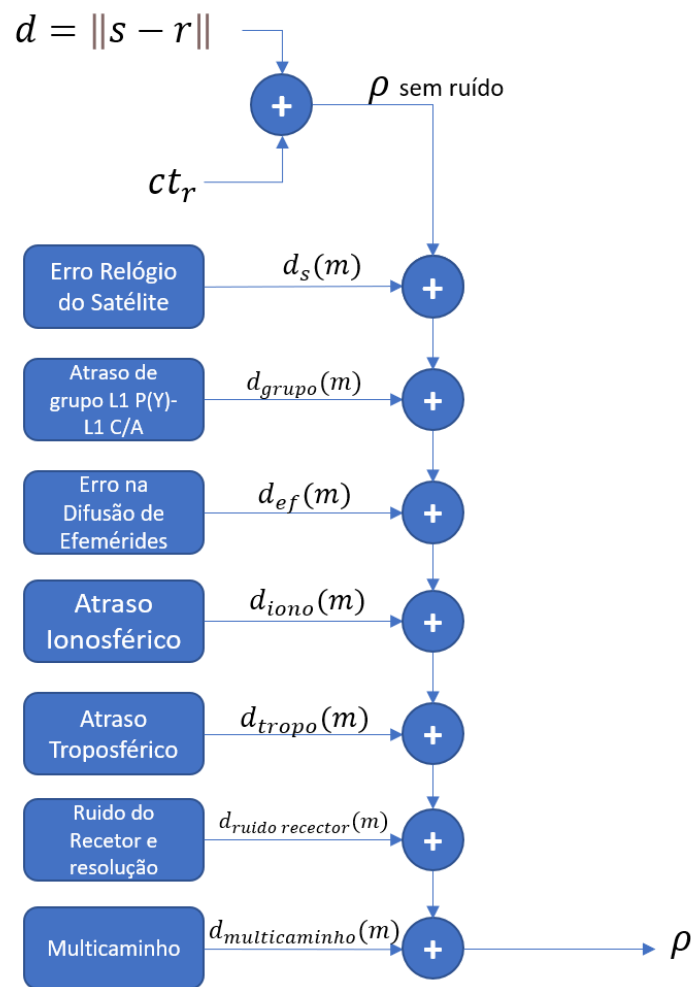


Figura 3.1 - Arquitetura do simulador

Este simulador foi concretizado através de vários scripts de MATLAB que interagem entre si e utilizam informação proveniente de vários ficheiros com dados.

Primeiramente, é pedido ao utilizador que introduza as coordenadas cartesianas da localização do recetor e o desvio e o ritmo do desvio do relógio do recetor.

O utilizador tem a oportunidade de controlar o valor da elevação mínima, em relação a um dado intervalo de ângulos de azimute escolhido pelo utilizador, para os quais as medições das pseudodistâncias são feitas. Ao manipular estes parâmetros, o utilizador pode simular situações em que um dado recetor GPS se encontra em locais onde pode haver obstáculos na passagem do sinal GPS, como por exemplo, a existência de edifícios nas imediações. Deste modo, o utilizador controla a direção e elevação dos sinais GPS para o qual o simulador vai devolver as medições das pseudodistâncias.

O utilizador fornece ao simulador os TOW e WN iniciais e finais também como o ritmo (de 2 em 2 segundos, por exemplo) para os quais deseja as medições das pseudodistâncias.

O utilizador pode decidir submeter o seu próprio ficheiro da mensagem de navegação RINEX como *input* para o simulador.

Por outro lado, o utilizador pode optar por não fornecer o ficheiro RINEX e o simulador, por sua vez, vai extrair o ficheiro *online* no centro de dados IGS CDDIS compatível com os WN e TOW anteriormente fornecidos. A recolha do RINEX depende também da posição do recetor escolhida, sendo que os ficheiros podem ser originários de estações no Canadá ou nas Filipinas. Deste modo, o simulador consegue assegurar que as efemérides que são utilizadas nos cálculos encontram-se válidas e que existem vários satélites visíveis para inúmeros pontos no globo.

De seguida, é feita a leitura do ficheiro de dados. Através dos parâmetros orbitais que aí se encontram, é possível determinar as posições dos vários satélites no ficheiro.

O atraso ionosférico é dado pelo output do modelo de Klobuchar, ao qual é necessário fornecer parâmetros de correção ionosféricos provenientes do ficheiro da mensagem de navegação RINEX. O atraso do relógio dos satélites é calculado segundo a secção 2.6.2 do relatório que utiliza parâmetros de correção provenientes do ficheiro de dados anteriormente mencionado. Para se obter os erros destes parâmetros em termos de distâncias, é necessário multiplicar estes atrasos pela velocidade da luz.

Posteriormente, é-lhe pedido que escolha entre os dois modelos troposféricos disponíveis, o modelo UNB3 ou o modelo de Hopfield. Consoante a sua escolha, será pedido ao utilizador que introduza alguns dados a respeito do modelo selecionado. Tanto o modelo UNB3 como o modelo de Hopfield dão como output o erro troposférico em metros.

Cada um destes erros foi simulado através de variáveis aleatórias de distribuição normal.

O erro proveniente do multicaminho é simulado através de uma variável aleatória adquirida por meio de uma distribuição normal com média nula e desvio padrão adquirido através da Tabela 2.2. O mesmo procedimento é feito para o ruído do recetor e resolução, o erro na difusão das efemérides e o atraso do grupo L1 P(Y) - L1 C/A. É necessário salientar que o utilizador pode também optar por alterar o desvio padrão utilizado na criação das variáveis aleatórias anteriormente mencionadas.

A partir desta informação, são calculadas, num determinado intervalo de tempo, a um dado ritmo, as pseudodistâncias dos satélites. Tal como é demonstrado na Figura 3.1, cada pseudodistância é calculada somando-se as distâncias provenientes de cada fonte de erro, incluindo a distância proveniente do desvio do relógio do recetor, à distância entre o satélite e o recetor.

Por fim, são criados os ficheiros de dados de observação RINEX com as pseudodistâncias, que são exibidos ao utilizador.

3.2 Implementação da Interface do Simulador

Para que o utilizador possa mais facilmente interagir com o simulador, foi implementada uma página *web*. Neste site, é capaz de introduzir todos os dados necessários para o funcionamento do simulador e, posteriormente, visualizar os resultados.

Foi utilizado um servidor HTTP (*Hypertext Transfer Protocol*) Apache de modo a disponibilizar a página *web* do simulador a clientes. Um servidor, tal como o nome indica, é um programa de software que tem como intuito oferecer um serviço aos vários clientes que o requisitam. No caso deste trabalho, o serviço providenciado é o acesso à página *web* do simulador [24]. O projeto Servidor HTTP Apache foi inicialmente lançado em 1995 e consiste num software gratuito empregue por inúmeras entidades (tanto empresas como indivíduos) maioritariamente em sistemas operativos Linux, sendo que é dos servidores *web* mais utilizados no mundo inteiro [25][26].

Depois de instalado o servidor na máquina, é necessário criar um ficheiro `index.php`. Este ficheiro foi concebido utilizando a linguagem de programação HTML (*HyperText Markup Language*) juntamente com CSS (*Cascading Style Sheets*), JavaScript e PHP (*PHP: Hypertext Preprocessor*).

A linguagem de programação CSS foi utilizada com o intuito de estilizar o documento `index.html`, isto é, permite customizar a aparência da página *web* [27].

JavaScript ou, como abreviatura, JS é uma linguagem de programação que foi utilizada no âmbito deste trabalho com o objetivo de controlar certos aspetos do comportamento da página *web* [28].

O PHP consiste numa linguagem de programação *open-source* bastante utilizada em desenvolvimento *web*. Possui várias características, entre elas a execução do código num dado servidor, gerando, desta maneira, um output visível ao utilizador [29]. Neste trabalho, o código PHP é essencial para formar uma ligação entre o input dado pelo utilizador na página e os scripts MATLAB que necessitam deste input. Para além disso, é também utilizado como recurso para apresentar o output do simulador ao utilizador.

As linguagens referidas podem ser embebidas no código HTML, permitindo desta forma implementar num só documento a estrutura, aspeto e comportamento da página do simulador. O código PHP é embebido em HTML utilizando as instruções `<?php e ?>`. No caso do CSS são utilizadas as instruções `<style>` e `</style>` e para JavaScript `<script>` e `</script>`.

3.3 Interface do Simulador

Depois de desenvolvida a interface do simulador, é possível oferecer ao utilizador do simulador uma forma simples de interação com este. O site do simulador pode ser acedido através do IP 100.68.20.168, no entanto, o utilizador necessita de estar conectado à rede do Instituto Superior Técnico.

Como mencionado na secção 3.1, o utilizador necessita de oferecer as coordenadas do recetor GPS, o desvio e ritmo do desvio do seu relógio como está representado na Figura 3.2.

Insira as Coordenadas do Recetor:

Latitude (°):

Longitude (°):

Altitude (m):

Insira outros Parâmetros acerca do Recetor:

Desvio do Relógio (μ s):

Ritmo do Desvio do Relógio (μ s):

Figura 3.2 - Parâmetros relacionados com o recetor

De seguida, o utilizador deve inserir os valores dos ângulos do azimute e da elevação. Deste modo o utilizador vai poder aplicar uma máscara às medições que vão ser efetuadas. Isto é, para um dado intervalo de ângulos de azimute apenas são aceites medições das pseudodistâncias para uma dada elevação mínima. É possível ver na Figura 3.3 que, por exemplo, para azimutes com valores compreendidos entre os 0° e os 9° , o ângulo de elevação mínimo para as medições das pseudodistâncias é 5° .

Insira os Valores dos Ângulos do Azimute e Elevação:

Azimute (°):		Elevação (°):
> 0°	9	5
10	149	5
150	299	5
300	$\leq 360^\circ$	5

Figura 3.3 - Tabela de ângulos de azimute e elevação

Posteriormente, o utilizador escolhe os TOWs e WNs iniciais e finais para o intervalo de tempo para o qual vai obter o output do simulador. Para além destes parâmetros, o utilizador tem também a opção de escolher o ritmo em que são feitas as medições das pseudodistâncias. Na Figura 3.4, encontra-se ilustrado o caso em que o output do simulador é obtido para um intervalo de tempo compreendido por instantes da mesma semana a um ritmo de um em um segundo.

Insira os Seguintes Parâmetros:

Insira o TOW inicial (s):
213984

Insira o TOW final (s):
217584

Insira o WN inicial:
2149

Insira o WN final:
2149

Insira o ritmo para as medições (s):
1

Figura 3.4 - TOWs e WNs para as medições das pseudodistâncias

De seguida, o utilizador precisa de escolher entre utilizar o seu próprio ficheiro RINEX ou não. Caso opte por disponibilizar o seu próprio ficheiro RINEX deve também inserir o nome completo desse ficheiro, como indicado na Figura 3.5. Por outro lado, caso o utilizador não queira utilizar o seu próprio ficheiro RINEX, não necessita de inserir quaisquer parâmetros, como indicado na Figura 3.6.

Parâmetros Orbitais:

Quer utilizar o seu próprio ficheiro RINEX ?
 Sim Não

Insira o seu ficheiro RINEX:

Insira o nome do ficheiro:
AMC400USA_R_2021068110

Selecione um ficheiro: AMC400USA_R_20210681100_01H_GN.mx

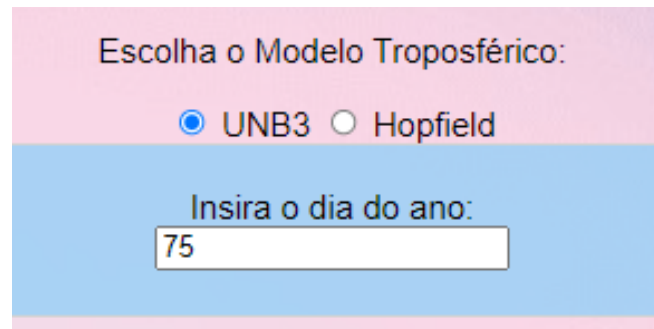
Figura 3.5 - O utilizador quer utilizar o seu próprio ficheiro RINEX

Parâmetros Orbitais:

Quer utilizar o seu próprio ficheiro RINEX ?
 Sim Não

Figura 3.6 - O utilizador não quer utilizar o próprio ficheiro RINEX

Seguidamente, o utilizador deve optar entre um dos dois modelos troposféricos disponibilizados pelo simulador. Se encolher o modelo UNB3, deve inserir o dia do ano, como indicado na Figura 3.7. Se optar pelo modelo de Hopfield, o utilizador deve inserir os valores dos parâmetros da pressão atmosférica, pressão parcial do vapor de água e a temperatura, como indicado na Figura 3.8.



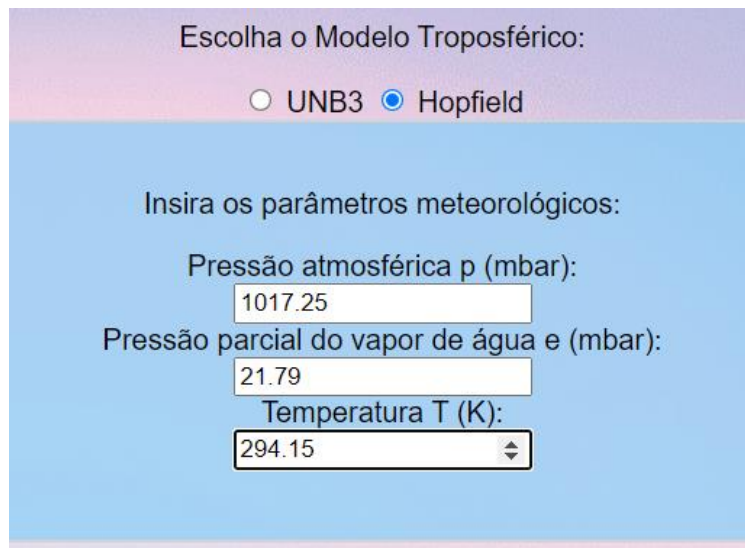
Escolha o Modelo Troposférico:

UNB3 Hopfield

Insira o dia do ano:

75

Figura 3.7 - O utilizador escolhe o modelo UNB3



Escolha o Modelo Troposférico:

UNB3 Hopfield

Insira os parâmetros meteorológicos:

Pressão atmosférica p (mbar):

1017.25

Pressão parcial do vapor de água e (mbar):

21.79

Temperatura T (K):

294.15

Figura 3.8 - O utilizador escolhe o modelo de Hopfield

De seguida, o utilizador insere os valores dos desvios padrão de cada componente de erro das pseudodistâncias ilustrado na Figura 3.9. A partir de cada um destes desvios padrões o simulador vai gerar variáveis aleatórias de distribuição normal como mencionado na secção 3.1.

Insira os Desvios das Variáveis Aleatórias:

σ relógio do satélite (m):

σ atraso de grupo L1 P(Y) - L1 C/A (m):

σ difusão efemérides (m):

σ atraso ionosférico (m):

σ atraso troposférico (m):

σ ruído do recetor e resolução (m):

σ multicaminho (m):

Figura 3.9 - O utilizador insere desvios padrões para cada fonte de erro

Posteriormente, o utilizador insere o código do país correspondente às coordenadas do recetor, ilustrado na Figura 3.10. Isto auxilia o simulador a criar o ficheiro RINEX de observação com o nome correto.

Insira o código do país:

Código do país:

Figura 3.10 - O utilizador insere o código do país do recetor

O utilizador carrega no botão *submit*, representado na Figura 3.11, para submeter os dados ao simulador.

Figura 3.11 - Botão de *submit*

Depois de carregar no botão de *submit* e esperar que o simulador calcule os resultados, o utilizador pode fazer *download* do ficheiro RINEX de observação criado pelo simulador, como a Figura 3.12 indica. O Anexo D explica o processo de criação e nomeação de um ficheiro RINEX de observação.



Figura 3.12 - Download do ficheiro RINEX de Observação

O utilizador pode também observar e fazer *download* de um gráfico que representa as medições das pseudodistâncias ao longo do tempo, como a Figura 3.13 indica.



Figura 3.13 - Download e visualização do gráfico das pseudodistâncias

Para além dos gráficos acima mencionados, o utilizador também pode visualizar e fazer o *download* do gráfico que representa quais os satélites que se encontram visíveis dada a máscara de elevações e azimutes escolhida pelo utilizador, como a Figura 3.14 ilustra.



Figura 3.14 - Download e visualização do gráfico dos satélites visíveis ao longo o tempo

O utilizador pode visualizar e fazer *download* dos gráficos que representam a evolução dos desvios dos relógios dos satélites e dos atrasos troposféricos e ionosféricos ao longo do tempo, como a Figura 3.15 indica.



Figura 3.15 - Download e visualização dos gráficos referentes aos atrasos das pseudodistâncias

Por fim, o utilizador tem acesso aos gráficos dos erros nas estimativas da posição do recetor, do relógio do recetor e os valores dos DOPs ao longo do tempo, dadas as pseudodistâncias geradas pelo simulador como é demonstrado na Figura 3.16.

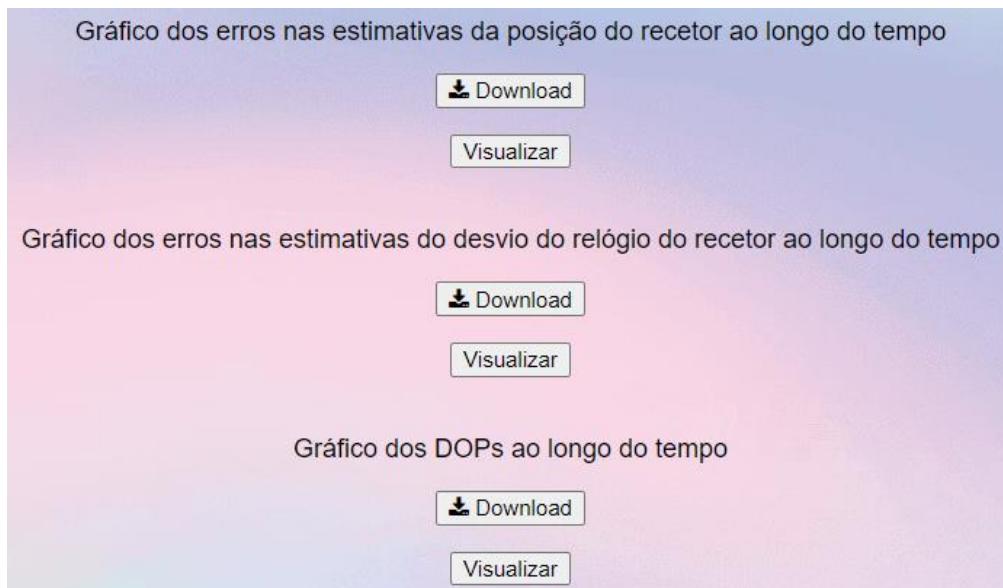


Figura 3.16 - Download e visualização dos gráficos dos erros das estimativas e dos DOPs

No final da página do *website*, o utilizador tem acesso a mensagens de erro para várias situações. Caso algum dos parâmetros que selecionou não se encontre correto, ou o simulador não tenha sido capaz de extrair os ficheiros de mensagem de navegação RINEX necessários. Outra mensagem de erro que o utilizador pode visualizar alerta para o facto de existirem menos de 4 satélites visíveis ao recetor num dado instante de tempo ao longo da experiência.

4 Validação do Simulador de Pseudodistâncias

Os recetores GPS são compostos por várias componentes sendo uma delas o processador de sinais digitais ou DSP. Este elemento dos recetores é constituído por vários canais em que cada um deles recebe informação de um satélite em específico. Cada canal calcula a pseudodistância do recetor ao respetivo satélite, que é posteriormente enviada ao processador do recetor. Com estes dados, o processador estima a posição do recetor [1].

Tal como o DSP, o simulador de pseudodistâncias devolve como output as pseudodistâncias do recetor a vários satélites. De modo a que seja possível validar o funcionamento do simulador de pseudodistâncias, é imitado o comportamento do processador de um recetor GPS.

A validação vai consistir na utilização das pseudodistâncias produzidas pelo simulador, processando-as de acordo com a especificação de interface IS-200-GPS e de seguida estimar a posição do recetor utilizando o algoritmo *least-squares*.

Os modelos utilizados para a correção dos erros nas medições das pseudodistâncias não são capazes de corrigir integralmente todas as componentes de erro das pseudodistâncias. Visto que foram utilizadas variáveis aleatórias de modo a introduzir ruído às medições, é difícil prever o impacto que estas tiveram nas medições das pseudodistâncias. Conclui-se, portanto, que não é possível compensar o efeito do multicaminho, o ruído do recetor e resolução, o erro na difusão das efemérides e o atraso de grupo L1 P(Y) - L1 C/A nas medições das pseudodistâncias. É também possível concluir que não é possível compensar totalmente o atraso troposférico, ionosférico e o erro do relógio dos satélites visto que para além dos modelos utilizados, foram também empregues variáveis aleatórias de maneira a adicionar ruído a estas fontes de erro.

A cada pseudodistância é removida a distância proveniente do desvio do relógio do satélite, de acordo com a secção 2.6.2, e a distância proveniente dos atrasos ionosférico e troposférico, como explicitado na secção 2.6.5. O erro troposférico é compensado utilizando o modelo UNB3.

Depois de tratadas as pseudodistâncias, é aplicado o algoritmo *least-squares* que efetua estimativas da posição e desvio do relógio do recetor GPS para vários instantes de tempo.

Também são calculados os valores dos parâmetros DOP, que permitem tirar conclusões sobre o efeito que a geometria dos satélites tem sobre a precisão com que a posição e o desvio do relógio do recetor são estimados.

1º Cenário

Neste primeiro cenário de validação do simulador, foram criados e analisados vários gráficos de acordo com os dados de *input* explicitados nas seguintes tabelas.

Tabela 4.1 - Dados acerca do recetor

Latitude (°)	38.7377
Longitude (°)	- 9.1385
Altitude (m)	199.5442
Desvio do Relógio (μs)	500
Ritmo do Desvio do Relógio (μs)	0.4

Tabela 4.2 - Máscara de azimutes e elevações utilizada durante a validação

Azimute (°)	Elevação (°)
0 a 9	5
10 a 149	10
150 a 299	5
300 a 360	20

Tabela 4.3 - TOWs, WNs e ritmo para as medições

TOW inicial (s)	213984
TOW final (s)	217584
WN inicial	2149
WN final	2149
Ritmo das medições (s)	1

Tabela 4.4 - Desvios das variáveis aleatórias

$\sigma_{relógio\ do\ satélite}$ (m)	1.1
$\sigma_{atraso\ de\ grupo}$ (m)	0.3
$\sigma_{difusão\ das\ efemérides}$ (m)	0.8
$\sigma_{atraso\ ionosférico}$ (m)	7.0
$\sigma_{atraso\ troposférico}$ (m)	0.2
$\sigma_{ruído\ do\ recetor}$ (m)	0.1
$\sigma_{multicaminho}$ (m)	0.2

Neste cenário, o atraso troposférico foi simulado utilizando o modelo UNB3 e o dia do ano escolhido como input foi o dia 75. É importante salientar também que, neste caso, o simulador pesquisa e utiliza o ficheiro de mensagem de navegação RINEX através da posição do recetor e dos TOWs e WNs dados como *input*.

É possível ver na Figura 4.1 o gráfico que relaciona o tempo em segundos com os erros entre a verdadeira posição do recetor e as estimativas da posição que foram feitas.

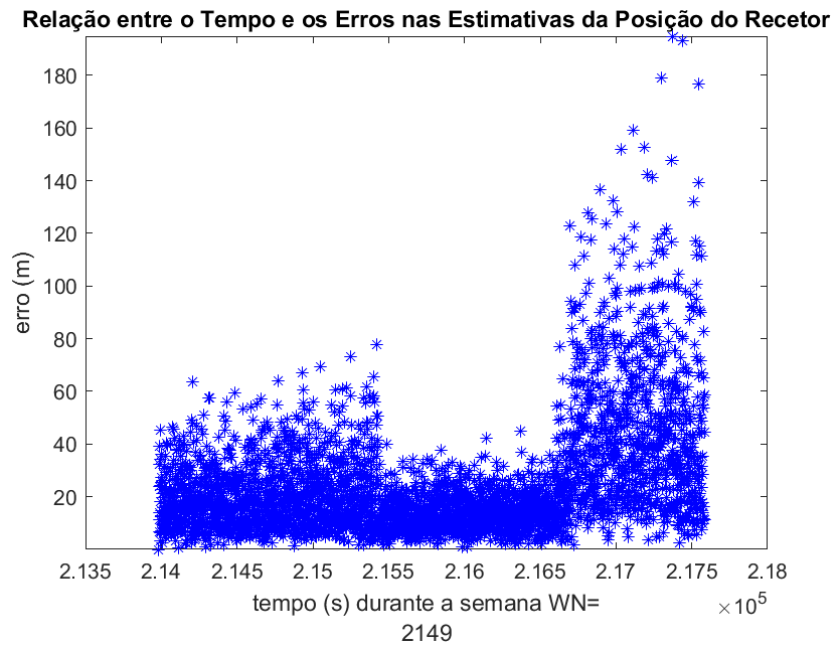


Figura 4.1 - Gráfico dos erros nas estimativas da posição do recetor ao longo do tempo

É possível concluir, através da visualização da Figura 4.1, que os erros concentram-se maioritariamente em valores entre os 0 e os 30 metros chegando, no entanto, a valores que alcançam os 190 metros.

O algoritmo *least-squares* permite também obter estimativas do desvio do relógio do recetor. A Figura 4.2 apresenta o gráfico que relaciona o tempo em segundos com os erros entre o verdadeiro desvio do relógio do recetor e as estimativas do desvio do relógio do recetor.

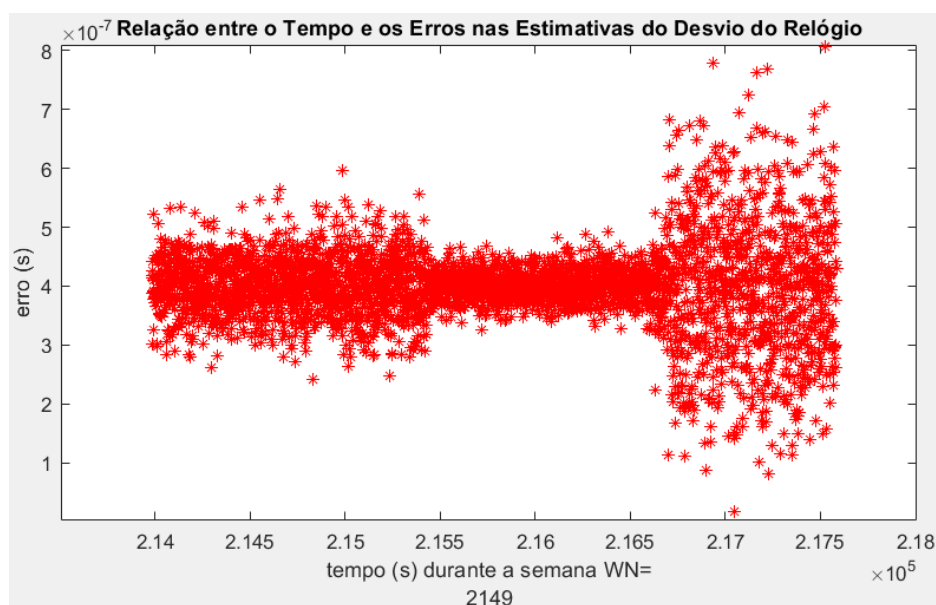


Figura 4.2 - Gráfico dos erros nas estimativas do desvio do relógio do recetor ao longo do tempo

Neste caso, os erros nas estimativas do desvio do relógio do recetor são consideravelmente maiores em comparação com os valores dos erros nas estimativas da posição do recetor. Os erros nas estimativas do desvio do relógio do recetor compreendem-se em valores entre os 3×10^{-7} e os 5×10^{-7} segundos, havendo intervalos de tempo em que estes valores podem variar entre os 0 e os 8×10^{-7} segundos.

São também calculados os vários parâmetros DOPs referentes às constelações de satélites para cada instante de tempo.

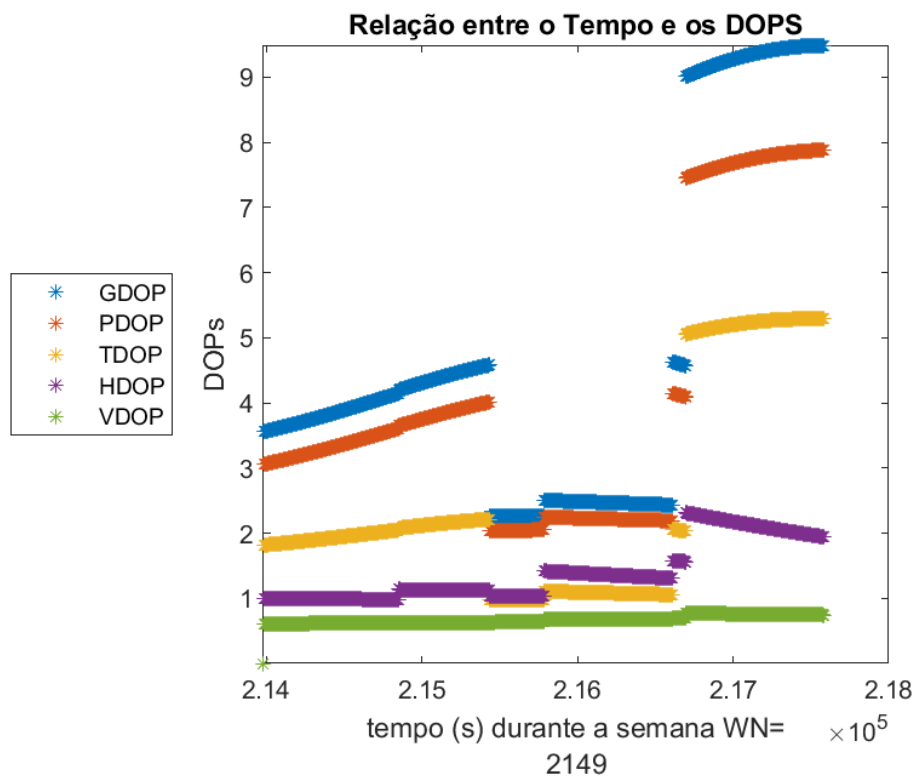


Figura 4.3 - Gráfico dos valores dos DOPs ao longo do tempo

Analisando o gráfico dos DOPs na Figura 4.3, no intervalo de tempo entre aproximadamente $TOW = 215500 s$ e $TOW = 216900 s$, os valores dos parâmetros GDOP, PDOP e TDOP são os menores o que indica uma melhor geometria dos satélites da constelação durante este intervalo de tempo. Deste modo, os erros das estimativas da posição e do desvio do relógio do recetor concentram-se em valores mais específicos, como é possível ver na Figura 4.1 e na Figura 4.2.

Por outro lado, conclui-se que nos últimos instantes, entre cerca de $TOW = 216900 s$ e $TOW = 217584 s$, os valores dos parâmetros GDOP, PDOP e TDOP aumentam consideravelmente o que permite inferir que a geometria dos satélites é pior durante este intervalo de tempo. Este agravamento reflete-se também na estimativa da posição e do desvio do relógio do recetor, havendo uma maior dispersão dos valores dos erros nas estimativas durante esse intervalo de tempo, como é possível ver na Figura 4.1 e na Figura 4.2.

Para além dos erros nas estimativas da posição do recetor, do desvio do relógio do recetor e o cálculo dos DOPs ao longo do tempo, também é possível observar a evolução das pseudodistâncias de cada satélite ao longo do tempo, como a Figura 4.4 indica.

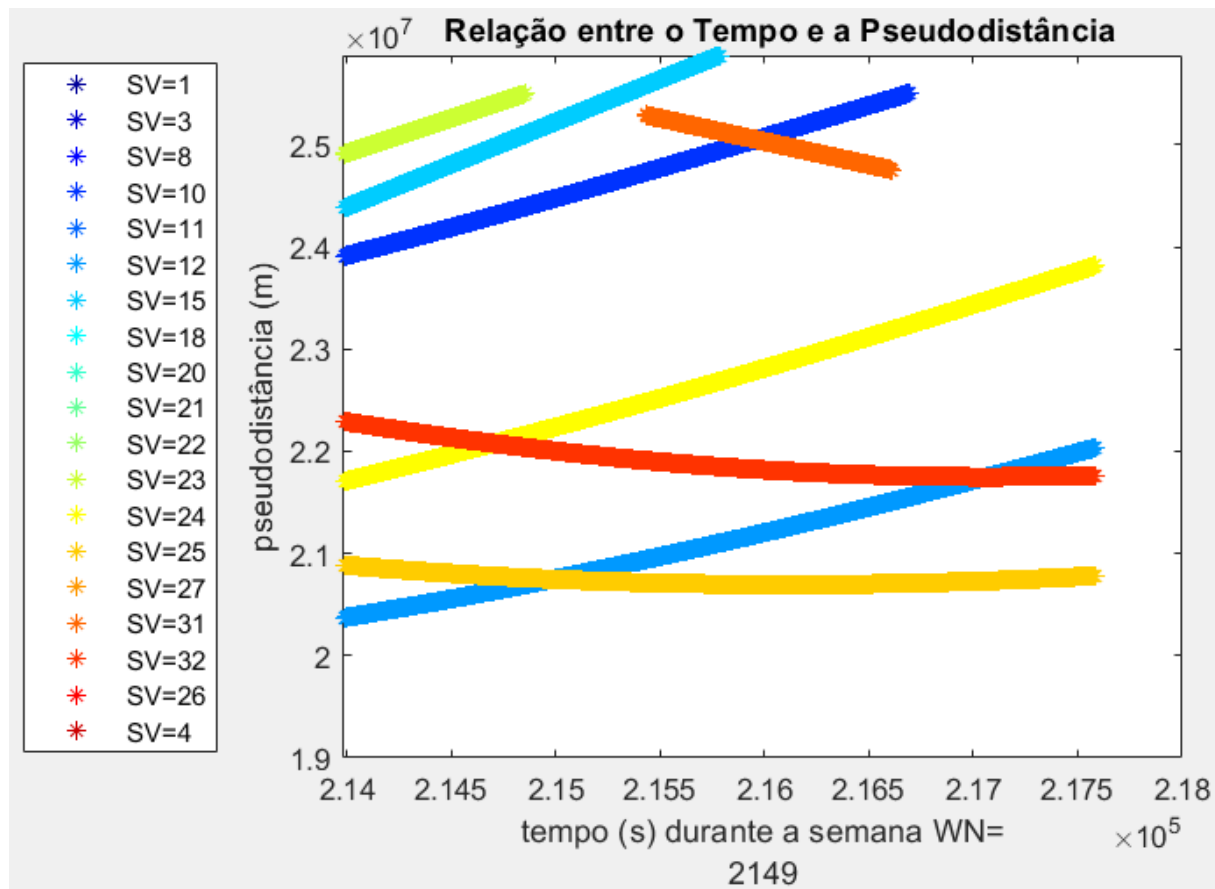


Figura 4.4 - Gráfico das pseudodistâncias para cada satélite ao longo do tempo

Foi criado também um gráfico que indica quais os satélites que se encontram visíveis ao utilizador para cada instante de tempo.

Analisando a Figura 4.5, constata-se que nem todos os satélites se encontram visíveis ao mesmo tempo, existindo, no entanto, um mínimo de 4 satélites visíveis, assegurando, desta forma, que seja sempre possível estimar a posição do recetor e o desvio do seu relógio.

No entanto, caso o utilizador escolha elevações mínimas muito mais elevadas para a máscara, corre o risco de existirem instantes de tempo para os quais há menos de 4 satélites visíveis. Nesse caso, seria então impossível estimar a posição e desvio do relógio do recetor.

Na Figura 4.5, é possível ver que para o intervalo de tempo entre aproximadamente $TOW = 216900 s$ e $TOW = 217584 s$, o número de satélites visíveis ao recetor é 4. Na Figura 4.3, os valores dos GDOP, PDOP e TDOP aumentam bastante para esse mesmo instante de tempo, o que indica que a geometria dos 4 satélites não é favorável.

Ao invés, quando se encontra disponível um maior número de satélites visíveis, os valores dos DOPs são menores, como é possível ver no intervalo de tempo $TOW = 215500\text{ s}$ e $TOW = 216900\text{ s}$ nos gráficos da Figura 4.3 e da Figura 4.5.

Em conclusão, são preferíveis amostras de tempo em que existam mais satélites visíveis do que o contrário.

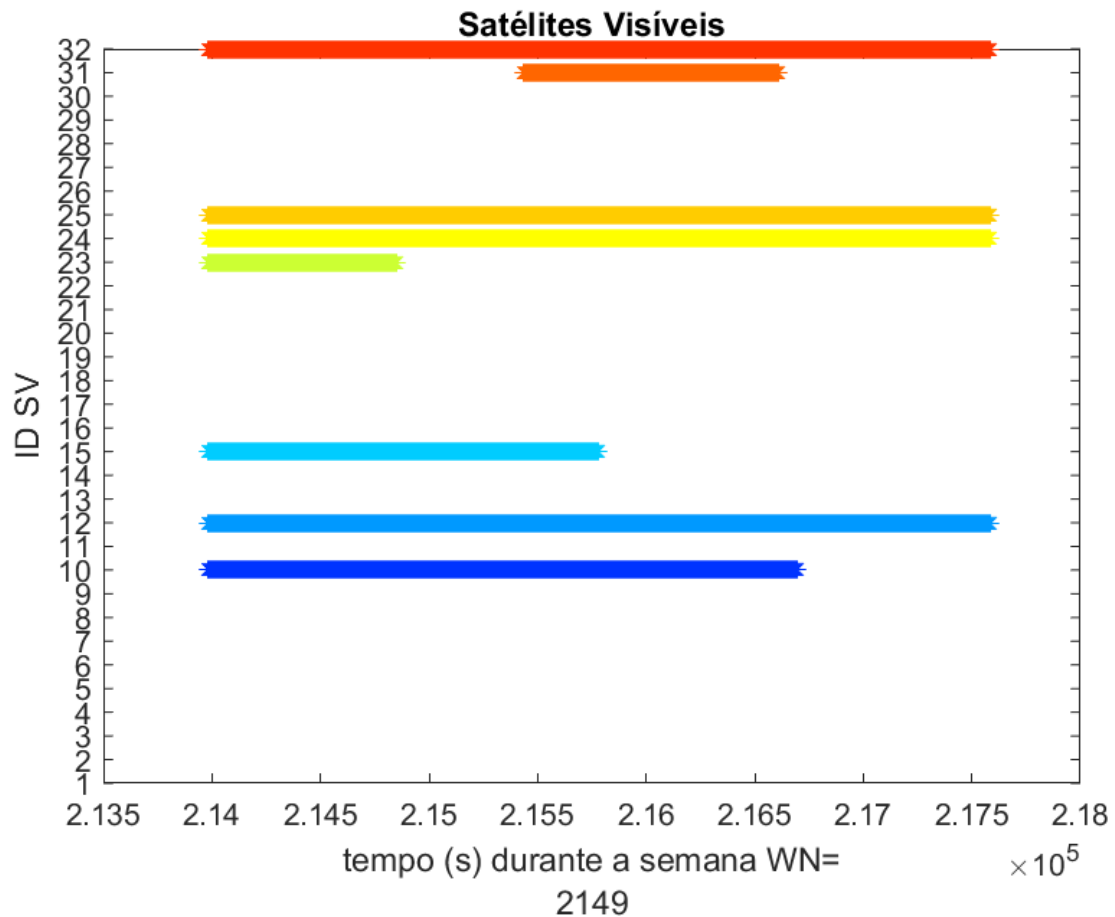


Figura 4.5 - Gráfico dos satélites visíveis ao longo do tempo

Foram também concebidos gráficos que representam os atrasos troposférico e ionosférico e o desvio dos relógios dos satélites ao longo do tempo. No caso dos atrasos troposférico e ionosférico, foram também representadas as elevações em graus para cada satélite, visto que estes atrasos encontram-se associados aos valores das elevações.

Comparando os valores dos atrasos ionosféricos de cada satélite com os valores correspondentes das elevações, na Figura 4.6, observa-se que à medida que as elevações dos satélites diminuem, os atrasos ionosféricos incrementam.

O inverso também se sucede. Para casos em que os valores das elevações dos satélites evoluem de forma incremental, os atrasos ionosféricos desses satélites tendem a diminuir.

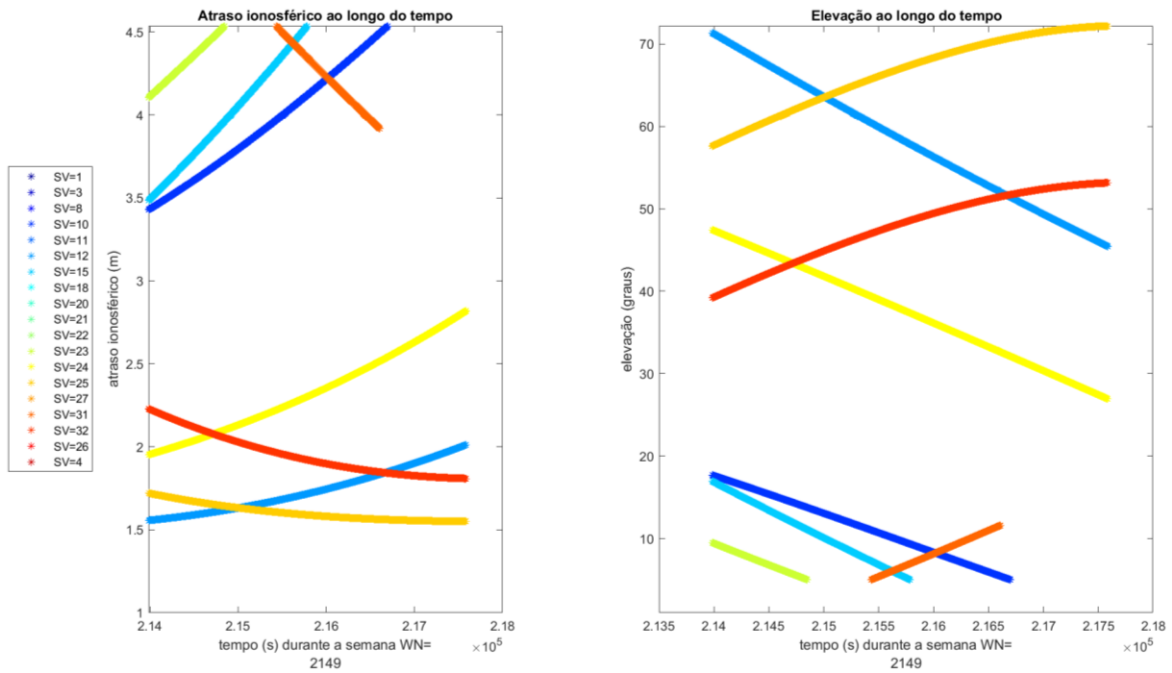


Figura 4.6 - Gráficos do atraso ionosférico e das elevações para cada satélite ao longo do tempo

É possível concluir que para satélites que se encontram a baixas elevações em relação ao recetor, os seus atrasos ionosféricos são significativamente maiores em comparação com satélites cujas elevações são maiores. Tem-se como exemplo o satélite 23 que se encontra a elevações muito baixas, menores que 10° , resultando em valores do atraso ionosférico elevados, de cerca de 4,1 a 4,5 metros. O satélite 32, contrariamente ao satélite 23, navegou a elevações mais elevadas, entre os 70° e os 45° , e por isso, o seu atraso ionosférico é mais baixo, entre os 1,5 e os 2 metros.

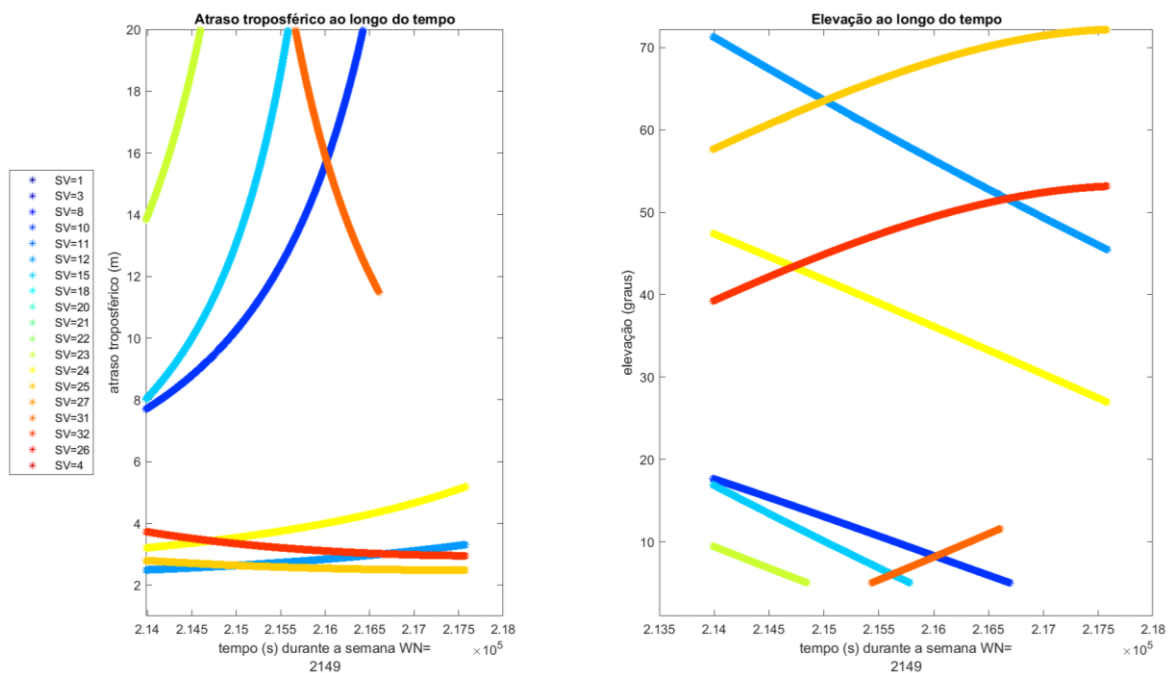


Figura 4.7 - Gráficos do atraso troposférico e das elevações para cada satélite ao longo do tempo

Analisando a Figura 4.7 e comparando-a com a Figura 4.6, conclui-se que os atrasos troposféricos e ionosféricos evoluem de maneira semelhante. À medida que a elevação de um dado satélite aumenta, o valor do atraso troposférico correspondente diminui. O oposto também se sucede, isto é, à medida que a elevação de um dado satélite diminui, o atraso troposférico tende a aumentar.

O satélite 23 encontra-se a elevações menores que 10° , resultando em valores do atraso troposférico elevados, de cerca de 14 a 20 metros. Por outro lado, o satélite 32 encontra-se a elevações elevadas, entre os 70° e os 45° , e por isso, o seu atraso troposférico é mais baixo, entre os 4 e os 3,5 metros.

Por fim, é possível também assertar que o atraso troposférico assume valores significativamente maiores que o atraso ionosférico.

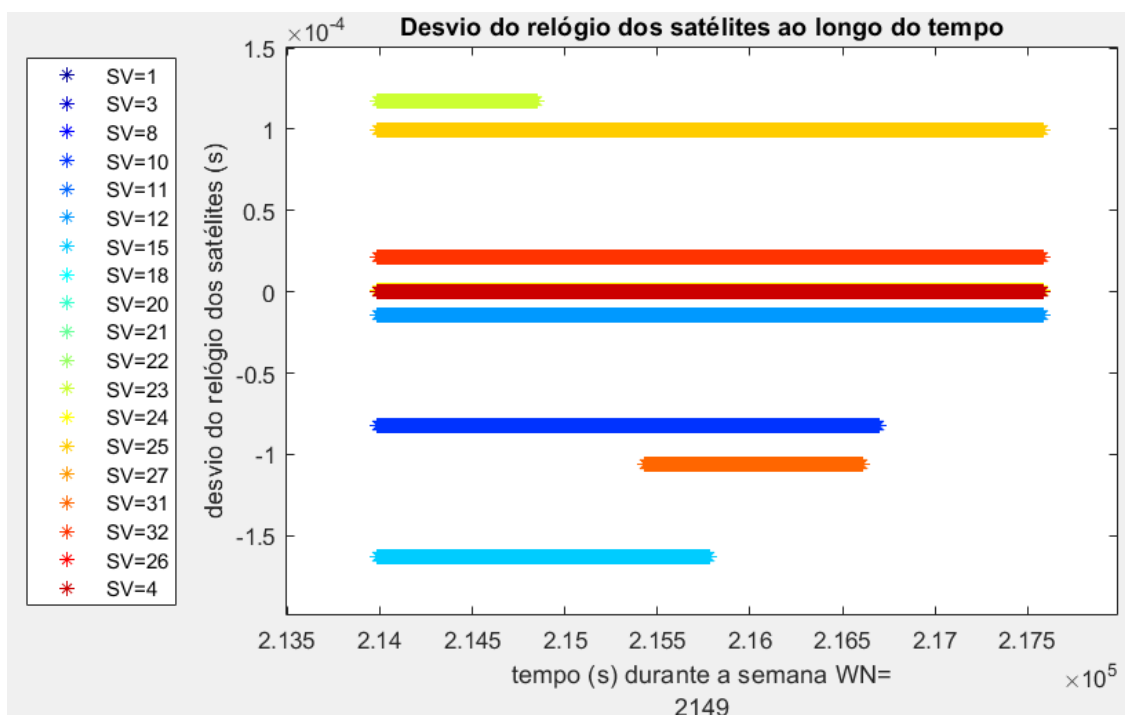


Figura 4.8 - Gráfico do desvio do relógio dos satélites ao longo do tempo

Visto que o atraso do relógio de um dado satélite não está dependente da sua posição na órbita relativamente à posição do recetor, o seu valor é constante ao longo do tempo, como é possível ver no gráfico da Figura 4.8.

Ao analisar ao gráfico da Figura 4.8, é possível constatar que existem satélites cujos relógios apresentam um atraso negativo em relação ao tempo GPS, como é o caso do satélite 15 com cerca de -160 microssegundos. Neste caso, pode concluir-se que o tempo do relógio do satélite 15 encontra-se adiantado em relação ao tempo do sistema GPS.

2º Cenário – Alteração dos Desvios das Variáveis Aleatórias

Neste cenário de validação do simulador, foram criados e analisados vários gráficos de acordo com os dados de *input* explicitados nas seguintes tabelas. Neste caso, foram alterados os valores dos desvios das variáveis aleatórias na Tabela 4.8.

Tabela 4.5 - Dados acerca do recetor

Latitude (°)	38.7377
Longitude (°)	- 9.1385
Altitude (m)	199.5442
Desvio do Relógio (μs)	500
Ritmo do Desvio do Relógio (μs)	0.4

Tabela 4.6 - Máscara de azimutes e elevações utilizada durante a validação

Azimute (°)	Elevação (°)
0 a 9	5
10 a 149	10
150 a 299	5
300 a 360	20

Tabela 4.7 - TOWs, WNs e ritmo para as medições

TOW inicial (s)	213984
TOW final (s)	217584
WN inicial	2149
WN final	2149
Ritmo das medições (s)	1

Tabela 4.8 - Desvios das variáveis aleatórias

$\sigma_{relógio\ do\ satélite}$ (m)	2.0
$\sigma_{atraso\ de\ grupo}$ (m)	1.0
$\sigma_{difusão\ das\ efemérides}$ (m)	1.0
$\sigma_{atraso\ ionosférico}$ (m)	11.0
$\sigma_{atraso\ troposférico}$ (m)	1.0
$\sigma_{ruído\ do\ recetor}$ (m)	1.0
$\sigma_{multicaminho}$ (m)	1.0

Neste cenário, o atraso troposférico foi simulado utilizando o modelo UNB3 e o dia do ano escolhido como input foi o dia 75. É importante salientar também que, neste caso, o simulador pesquisa e utiliza o ficheiro de mensagem de navegação RINEX através da posição do recetor e dos TOWs e WNs dados como *input*.

Este cenário, em comparação com o primeiro, possui a particularidade de os desvios das variáveis aleatórias, utilizadas pelo simulador com intuito de simular o ruído nas pseudodistâncias, terem valores maiores.

A Figura 4.9 e a Figura 4.10 ilustram os gráficos que relacionam o tempo (s) com os erros nas estimativas da posição e do desvio do relógio do recetor neste cenário de teste.

Analisando estas figuras e comparando-as com a Figura 4.1 e a Figura 4.2 do cenário anterior, constata-se que, neste caso, os erros das estimativas alcançam valores muito mais elevados. Os erros nas estimativas da posição do recetor chegam a valores de até 300 metros. O mesmo sucede-se com os erros nas estimativas do desvio do relógio do recetor que ultrapassam os 9×10^{-7} segundos.

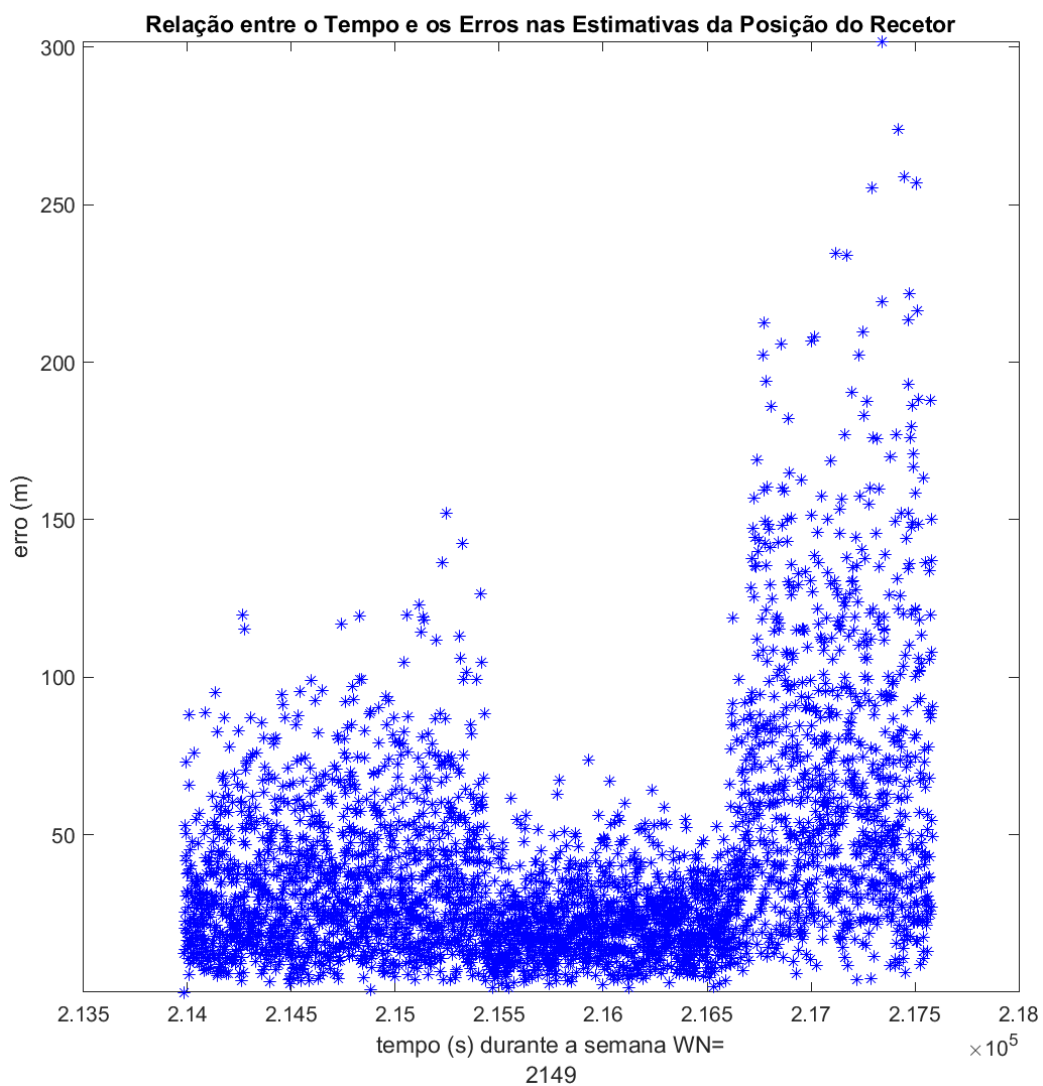


Figura 4.9 - Gráfico dos erros nas estimativas da posição do recetor ao longo do tempo

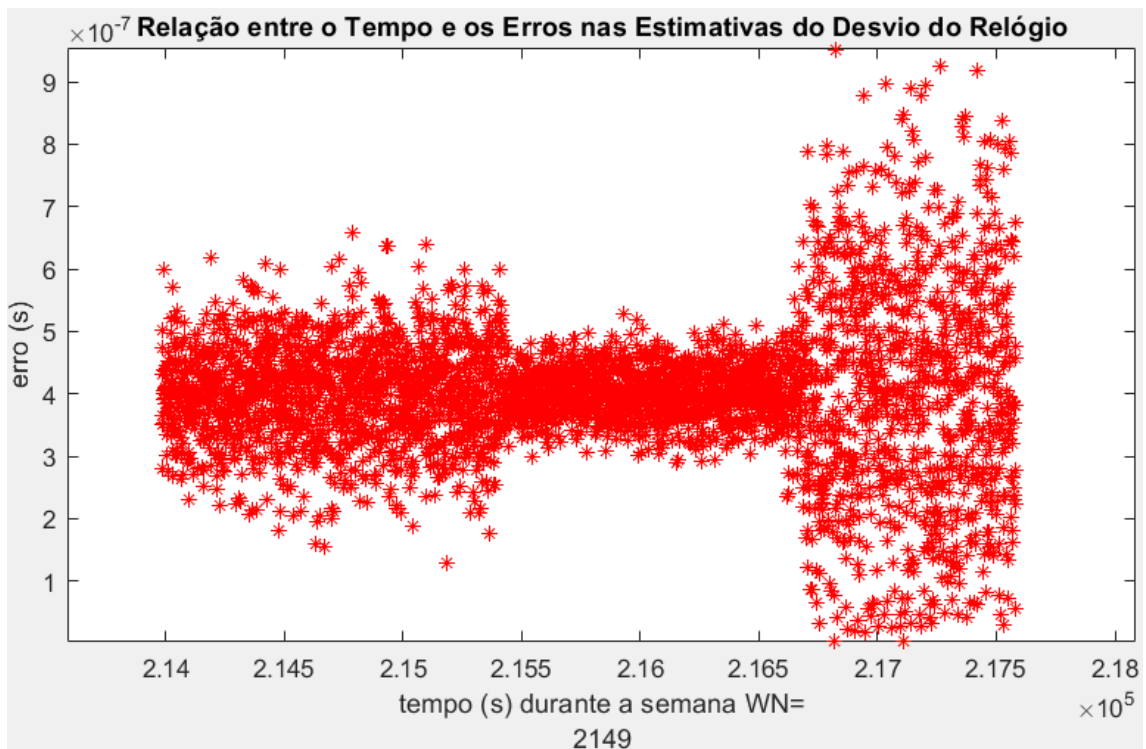


Figura 4.10 - Gráfico dos erros nas estimativas do desvio do relógio do recetor ao longo do tempo

É possível concluir que, como neste cenário as pseudodistâncias são mais ruidosas, as estimativas da posição e do desvio do relógio do recetor possuem erros com valores maiores e mais dispersos.

3º Cenário – Alteração da Posição do Recetor

Neste cenário de validação do simulador, foram criados e analisados vários gráficos de acordo com os dados de *input* explicitados nas seguintes tabelas. Neste caso, foram alteradas as coordenadas da posição do recetor na Tabela 4.9 em relação aos valores do primeiro cenário.

Tabela 4.9 - Dados acerca do recetor

Latitude (°)	40
Longitude (°)	130
Altitude (m)	200
Desvio do Relógio (μs)	500
Ritmo do Desvio do Relógio (μs)	0.4

Tabela 4.10 - Máscara de azimutes e elevações utilizada durante a validação

Azimute (°)	Elevação (°)
0 a 9	5
10 a 149	10
150 a 299	5
300 a 360	20

Tabela 4.11 - TOWs, WNs e ritmo para as medições

TOW inicial (s)	213984
TOW final (s)	217584
WN inicial	2149
WN final	2149
Ritmo das medições (s)	1

Tabela 4.12 - Desvios das variáveis aleatórias

$\sigma_{\text{relógio do satélite}} (m)$	1.1
$\sigma_{\text{atraso de grupo}} (m)$	0.3
$\sigma_{\text{difusão das efemérides}} (m)$	0.8
$\sigma_{\text{atraso ionosférico}} (m)$	7.0
$\sigma_{\text{atraso troposférico}} (m)$	0.2
$\sigma_{\text{ruído do recetor}} (m)$	0.1
$\sigma_{\text{multicaminho}} (m)$	0.2

Analisando a Figura 4.11, é possível aferir que o número de satélites visíveis e os seus IDs são diferentes dos que são apresentados nos cenários anteriores.

Este fenómeno pode ser explicado devido ao facto de o recetor encontrar-se noutra posição e, por isso, o simulador de pseudodistâncias recebe dados orbitais de outra estação.

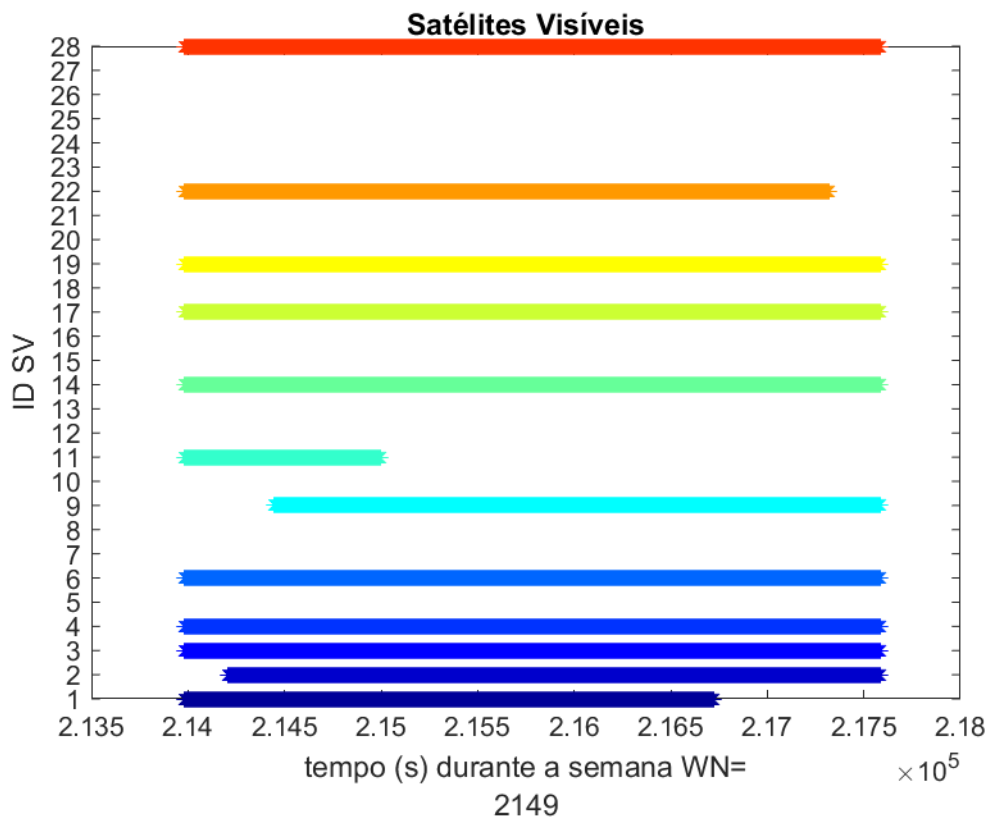


Figura 4.11 - Gráfico dos IDs dos satélites ao longo do tempo

5 Conclusões e Trabalho Futuro

5.1 Conclusões

Após a elaboração deste projeto, é possível concluir que as tarefas inicialmente descritas como objetivos a superar foram cumpridas.

Um dos objetivos cumpridos com sucesso consiste na utilização, por parte do simulador, de parâmetros orbitais reais do sistema GPS e a implementação de modelos de modo a compensar várias fontes de erro que afetam as medições das pseudodistâncias.

Foi elaborada uma página web para o simulador de pseudodistâncias de modo a que o utilizador possua um meio por onde interagir com o simulador, dando-lhe *inputs* e recebendo de seguida variados *outputs*.

Como anteriormente mencionado, o utilizador pode submeter *inputs* para utilização por parte do simulador. Este aspeto é um benefício para o utilizador visto que pode manipular inúmeras variáveis do simulador de acordo com as suas preferências ou cenários que deseja simular, enriquecendo desta forma o trabalho desenvolvido.

Os *outputs* do simulador consistem no ficheiro RINEX de observação com as pseudodistâncias de todos os satélites visíveis, num gráfico que representa as pseudodistâncias ao longo do tempo e em outros gráficos semelhantes para as componentes de atraso troposférico, ionosférico e do desvio dos relógios dos satélites. Para além destes *outputs*, o simulador também disponibiliza gráficos dos DOPs, e gráficos dos erros nas estimativas da posição e do desvio do relógio do recetor. O facto de o utilizador ter acesso a toda esta informação é uma mais-valia visto que lhe permite não só obter pseudodistâncias de acordo com os dados que ofereceu ao simulador, como também tirar várias conclusões acerca dos fatores que afetam essas mesmas pseudodistâncias.

Os resultados observados no funcionamento do simulador de pseudodistâncias GPS encontram-se em concordância com as expectativas de um ponto de vista teórico. Graças às experiências efetuadas, foi possível tirar várias conclusões acerca dos resultados obtidos. Foi possível observar uma relação entre os valores das elevações dos satélites e os valores dos atrasos troposféricos e ionosféricos, quanto maiores forem as elevações menores são os atrasos. Concluiu-se também que existe uma relação entre os valores dos DOPs e o número de satélites visíveis para um dado instante de tempo, isto é, quanto maior for o número de satélites visíveis, menor é o valor dos parâmetros DOP. É também possível afirmar, dados os resultados das experiências efetuadas, que o aumento dos valores dos DOPs corresponde a um aumento no erro nas estimativas da posição e desvio do relógio do recetor. Por fim, foi provado que, em simulações com mais ruído, dá-se uma diminuição na precisão das estimativas.

5.2 Trabalho Futuro

Existem certos aspetos deste trabalho que podem ser melhorados de maneira a aumentar a qualidade do simulador e da sua utilização por parte do utilizador. Estas novas ideias não puderam, no entanto, ser implementadas devido a constrangimentos no tempo disponível para concretizar todas as outras tarefas essenciais para a conclusão do projeto.

De momento, o simulador consegue, através da posição do recetor e dos TOWs e WNs fornecidos pelo utilizador, extrair ficheiros de mensagem de navegação RINEX do centro de dados IGS CDDIS. Estes ficheiros podem ser originários de uma estação situada no Canadá ou de uma estação nas Filipinas. Existem, no entanto, cenários em que o utilizador pode escolher uma posição para o simulador que se se encontre afastada o suficiente de uma das estações que não existam pelo menos 4 satélites visíveis ao mesmo tempo. Posto isto, não é possível estimar a posição e desvio do relógio do recetor para certos cenários. Este problema poderia ser revisitado futuramente de modo a que o simulador possa ter acesso a ficheiros de mais estações noutras partes do mundo abrangendo assim uma maior área do globo.

Seria também interessante explorar a possibilidade de implementar mais modelos para a obtenção do atraso troposférico de modo a providenciar ao utilizador do simulador uma maior seleção de modelos.

Na mesma vertente do incremento da oferta ao utilizador, ele poderia ter um maior poder de escolha no que toca às variáveis dos vários modelos disponíveis. Isto é, o utilizador poderia alterar mais variáveis de *input*, como por exemplo, as efemérides dos satélites, as variáveis dos modelos troposféricos, do modelo ionosférico de Klobuchar e do desvio do relógio dos satélites.

Por outro lado, outros tópicos referentes ao projeto também podem ser trabalhados, como por exemplo, o *site*. Algo que poderia ser uma mais-valia consiste na melhoria da estética da interface do simulador.

Por fim, um outro objetivo que poderia ser interessante alcançar no futuro seria a implementação do simulador para outros GNSS. Isto é, futuramente o utilizador teria a possibilidade de escolher entre pseudodistâncias para outros GNSS como o GLONASS e/ou o Galileu para além do GPS.

Anexos

Anexo A

Anomalia Excêntrica

Neste anexo será explicitada a obtenção da anomalia excêntrica por via de uma solução iterativa da equação de Kepler [10].

Segundo a equação de Kepler, a anomalia excêntrica E (*radianos*) é uma incógnita que se encontra dos dois lados da equação e num dos lados encontra-se inserido dentro de um seno. Por esta razão é necessário utilizar uma solução iterativa, como é demonstrado pela Figura A.1.

Na primeira iteração, atribui-se um valor a E igual à anomalia média M (*radianos*). Posteriormente, é possível calcular um novo valor para a anomalia excêntrica dada pela equação de Kepler. De seguida, é comparado este novo valor com o valor da anomalia excêntrica antigo, que no caso da primeira iteração é a anomalia média.

Enquanto que a diferença entre os valores da anomalia excêntrica entre uma iteração e outra não for menor que $\delta = 10^{-12}$ radianos, devem ser realizadas mais iterações.

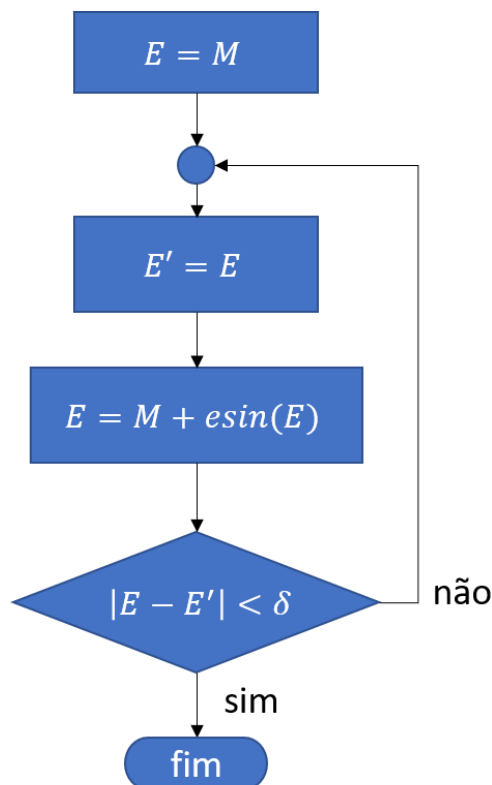


Figura A.1 - Obtenção da anomalia excêntrica [10]

Anexo B

B.1 Transformação de Coordenadas Geodésicas LLA para Cartesianas XYZ

Esta secção do anexo tem como objetivo demonstrar como é feita a transformação das coordenadas geodésicas, ou LLA, de um dado ponto $P = (\phi, \lambda, h)$, que ϕ (*radianos*) é a latitude, λ (*radianos*) é a longitude e h (*m*) é a altitude como está representado na Figura B.1, em coordenadas cartesianas em metros, ou XYZ, $P = (x, y, z)$ [1][10].

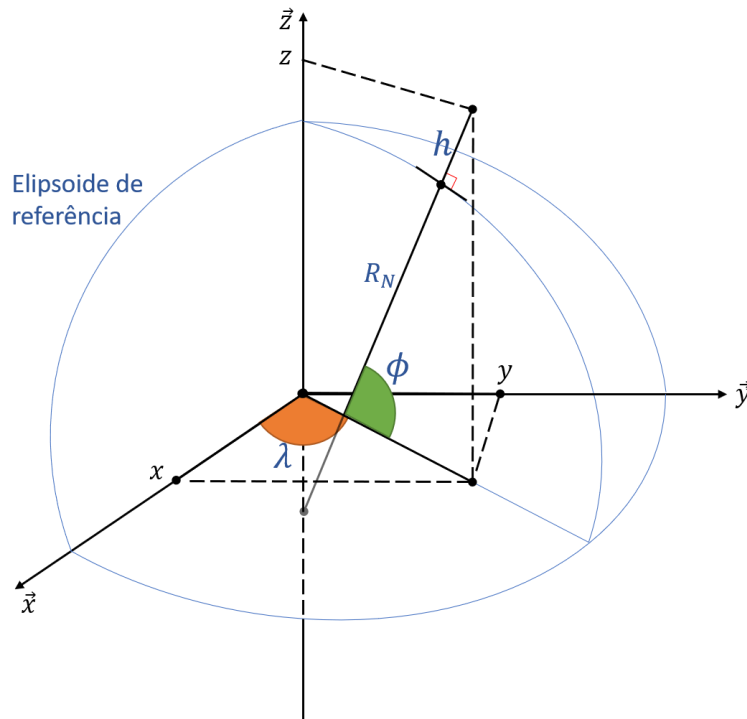


Figura B.1 - Transformação de coordenadas geodésicas LLA em coordenadas cartesianas XYZ [10]

Para efetuar a transformação de coordenadas cartesianas em coordenadas geodésicas, é necessário utilizar vários parâmetros associados ao elipsoide WGS-84, em que $a = 6378137.0$ m é o eixo semi-maior do elipsoide de referência e $f = 1/298.25722563$ é o achatamento do elipsoide de referência.

Um outro parâmetro essencial é o raio da curvatura na vertical principal R_N :

$$R_N = \frac{a}{\sqrt{1 - f(2 - f)(\sin \phi)^2}} \quad (\text{B.1})$$

Dada as coordenadas geodésicas do ponto P e o raio da curvatura na vertical principal R_N é possível calcular as coordenadas cartesianas do ponto P da seguinte forma:

$$x = (R_N + h) \cos \phi \cos \lambda \quad (\text{m}) \quad (\text{B.2})$$

$$y = (R_N + h) \cos \phi \sin \lambda \quad (\text{m}) \quad (\text{B.3})$$

$$z = ((1 - f)^2 R_N + h) \sin \phi \quad (\text{m}) \quad (\text{B.4})$$

B.3 Transformação de ECEF para ENU

É possível transformar o sistema de coordenadas ECEF para o sistema de coordenadas ENU (*East North Up*) de um dado ponto P [10][30].

Para tal, são efetuadas duas rotações. É utilizada a rotação em torno do eixo z $Rot_z\left(\lambda + \frac{\pi}{2}\right)$ de maneira a alinhar o eixo x ao eixo e (*east*) e a rotação em torno do eixo x $Rot_x\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right)$ de modo a alinhar o eixo z ao eixo u (*up*). A Figura B.2 representa as translações feitas pelos eixos do sistema de coordenadas ECEF que dão origem ao sistema de coordenadas ENU.

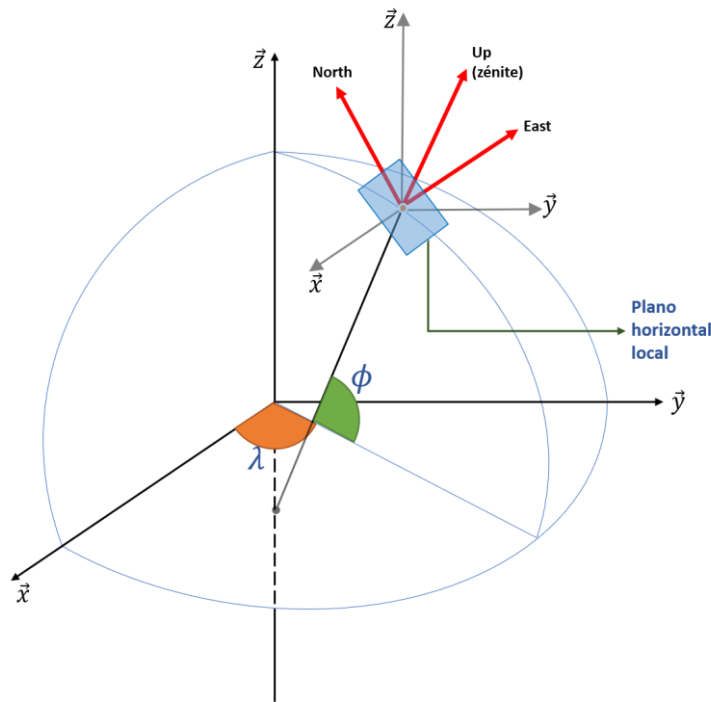


Figura B.2 - Transformação de ECEF para ENU [10]

$$[e \ n \ u] = [x \ y \ z] \cdot Rot_z\left(\lambda + \frac{\pi}{2}\right) \cdot Rot_x\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) \quad (B.5)$$

$$Rot_z\left(\lambda + \frac{\pi}{2}\right) = \begin{bmatrix} \cos\left(\lambda + \frac{\pi}{2}\right) & -\sin\left(\lambda + \frac{\pi}{2}\right) & 0 \\ \sin\left(\lambda + \frac{\pi}{2}\right) & \cos\left(\lambda + \frac{\pi}{2}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (B.6)$$

$$Rot_x\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) & -\sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) \\ 0 & \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) & \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) \end{bmatrix} \quad (B.7)$$

Desta forma, obtém-se as seguintes equações para os vetores coordenadas ENU do ponto $P = (e, n, u)$.

$$e = -x\sin(\lambda) + y\cos(\lambda) \quad (\text{B.8})$$

$$n = -x\cos(\lambda)\sin(\phi) - y\sin(\lambda)\sin(\phi) + z\cos(\phi) \quad (\text{B.9})$$

$$u = x\cos(\lambda)\cos(\phi) + y\sin(\lambda)\cos(\phi) + z\sin(\phi) \quad (\text{B.10})$$

B.4 Cálculo dos Ângulos de Azimute e Elevação

Para efetuar o cálculo dos ângulos de azimute e elevação [10][30], é necessária a utilização de um vetor unitário com origem na posição do recetor r_{pos} e que aponta na direção da posição de um dado satélite s_{pos} . Esse vetor unitário vai ser por sua vez convertido em coordenadas ENU, como a secção B.2 explicita.

$$[e \ n \ u] = \frac{s_{pos} - r_{pos}}{\|s_{pos} - r_{pos}\|} \quad (\text{B.11})$$

A partir do vetor unitário obtido pela equação XYZ, obtém-se as equações para os ângulos do azimute e elevação:

$$azi = \tan^{-1}\left(\frac{e}{n}\right) \quad (\text{B.12})$$

$$ele = \tan^{-1}\left(\frac{u}{\sqrt{n^2 + e^2}}\right) \quad (\text{B.13})$$

É possível ver na Figura B.3 a representação dos ângulos de elevação e de azimute para um dado ponto de coordenadas (e, n, u) .

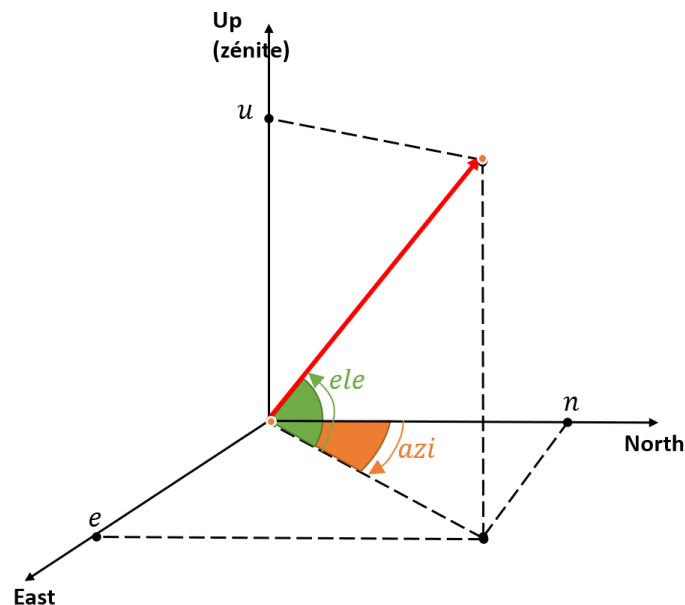


Figura B.3 - Elevação e azimute [10]

Anexo C

Altitude do Geoide

Analisando a Figura C.1, é possível concluir que a altitude do geoide N (m) consiste na subtração da altitude ortométrica (ou altitude acima do nível médio das águas do mar) H (m) à altitude do elipsoide h (m) [7][31].

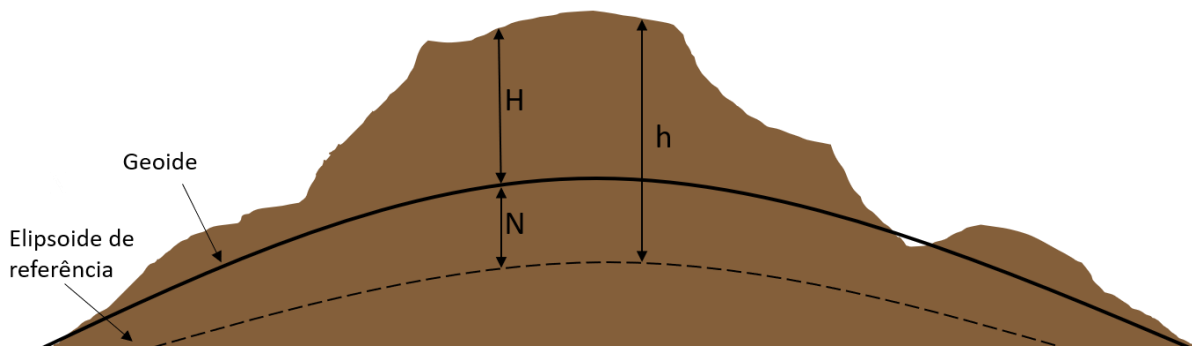


Figura C.1 - Altitudes do elipsoide h , ortométrica H e do geoide N [7][31]

Este anexo tem como objetivo explicitar o método de interpolação bilinear da altitude do geoide para um dado ponto P [31][32].

Para utilizar este método, é necessário um ficheiro de dados em que se encontram várias latitudes de longitudes que variam de 30' em 30', cujas altitudes do geoide são conhecidas.

A partir desta informação é possível encontrar as coordenadas dos 4 pontos mais próximos do ponto P e as respectivas altitudes do geoide N_1 , N_2 , N_3 e N_4 , como é demonstrado na Figura C.2.

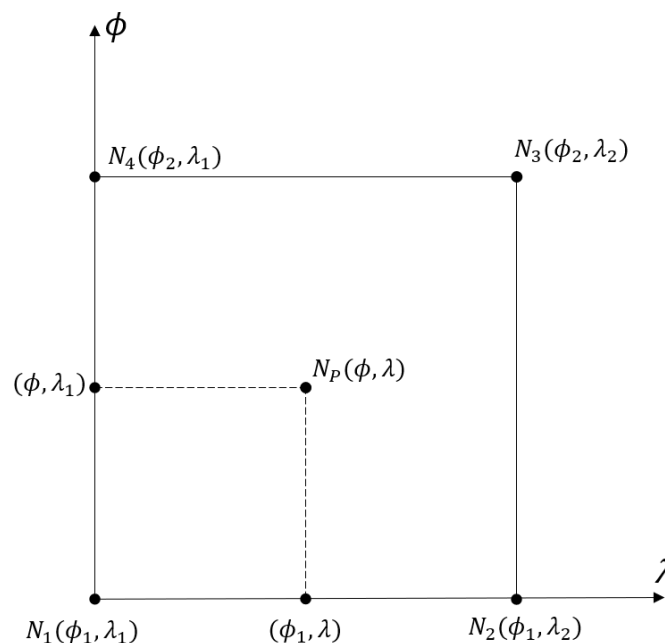


Figura C.2 - Sistema de coordenadas associado à altitude do geoide [32]

As coordenadas dos 4 pontos permitem a obtenção das coordenadas não-dimensionais do ponto P, X e Y, (C.1) e (C.2).

$$X = \frac{(\lambda - \lambda_1)}{(\lambda_2 - \lambda_1)} \quad (\text{C.1})$$

$$Y = \frac{(\phi - \phi_1)}{(\phi_2 - \phi_1)} \quad (\text{C.2})$$

Com base nas altitudes do geóide dos 4 pontos mais próximos do ponto P, calculam-se os coeficientes a_0, a_1, a_2 e a_3 , (C.3), (C.4), (C.5) e (C.6).

$$a_0 = N_1 \quad (\text{C.3})$$

$$a_1 = N_2 - N_1 \quad (\text{C.4})$$

$$a_2 = N_4 - N_1 \quad (\text{C.5})$$

$$a_3 = N_1 + N_3 - N_2 - N_4 \quad (\text{C.6})$$

Dadas as coordenadas não-dimensionais do ponto P e os coeficientes, obtém-se a altitude do geóide para o ponto P $N_P(\phi, \lambda)$ (m), (C.7).

$$N_P(\phi, \lambda) = a_0 + a_1X + a_2Y + a_3XY \quad (\text{C.7})$$

Anexo D

Ficheiros RINEX de Observação

D.1 Nomeação dos ficheiros RINEX de Observação

Este anexo tem como intuito especificar como são nomeados os ficheiros RINEX de observação, ou seja, os ficheiros que o utilizador do simulador recebe como output com informação sobre as pseudodistâncias do recetor aos satélites.

Primeiramente, é necessário expor o processo de nomeação dos ficheiros RINEX [20]. A Tabela D.1 tem como objetivo ilustrar este processo. A primeira coluna expõe os vários campos que constituem o nome dos ficheiros, sendo de seguida descritos na segunda coluna da mesma tabela. Por fim, são dados exemplos para cada campo na última coluna. Os exemplos estão de acordo com os inputs que estão ilustrados nas figuras que descrevem a interface do simulador na secção 3.3.

Tabela D.1 - Nomeação de ficheiros RINEX [20]

Campo	Descrição	Exemplo
<LOCALIZAÇÃO/ESTAÇÃO-MONUMENTO/RECETOR/PAÍS>	XXXXMRCCC XXXX – nome de uma estação IGS existente M – monumento ou número de marcador (valores entre 0 e 9) R – número do recetor (valores entre 0 e 9) CCC – código do país de origem	SIMU00PT
<FONTE DE DADOS>	R – dados provenientes de um recetor S – dados provenientes de um <i>stream</i> de dados U – fonte desconhecida	R
<INSTANTE DE TEMPO INICIAL>	Instante da primeira observação. YYYYDDHMM YYYY – ano DDD – dia do ano HHMM – horas e minutos do dia	2021681125
<PERÍODO DE TEMPO DO FICHEIRO>	DDU DD – período de tempo do ficheiro U – unidades do período do ficheiro	01H
<FREQUÊNCIA DOS DADOS>	DDU DD – frequência dos dados U – unidades da frequência dos dados	01S

<TIPO DE DADOS>	DD DD – tipo de dados	GO (– Observação GPS)
<FORMATO>	FFF FFF – formato do ficheiro	rnx

É possível concluir, a partir do exemplo dado na Tabela D.1, que o nome do ficheiro RINEX é o seguinte:
SIMU00PT_R_2021681125_01H_01S_GO.rnx.

D.2 Cabeçalho dos ficheiros RINEX de Observação

Depois de esclarecida a descrição do nome dos ficheiros RINEX, é também essencial especificar o cabeçalho destes ficheiros [20]. A Tabela D.2 auxilia esta especificação. Na primeira coluna da tabela encontram-se os nomes das etiquetas do cabeçalho, que devem situar-se nas colunas 61 a 80 do ficheiro RINEX. Na segunda coluna é dada uma explicação sobre como deve ser preenchido o cabeçalho para cada etiqueta.

Tabela D.2 - Criação do cabeçalho dos ficheiros RINEX [20]

Etiqueta do Cabeçalho	Descrição
RINEX VERSION / TYPE	Versão do formato RINEX: 3.04 Tipo de Ficheiro: O (Observação) Sistema de satélites: G (GPS)
PGM / RUN BY / DATE	Nome do programa que cria o ficheiro; Nome da agência que cria o ficheiro; Data e tempo da criação do ficheiro, em UTC
MARKER NAME	Nome do marcador da antena
MARKER NUMBER	Número do marcador da antena
OBSERVER/AGENCY	Nome do observador/agência
REC # / TYPE / VERS	Número do recetor, tipo e versão
APPROX POSITION XYZ	Posição geocêntrica do marcador aproximada
ANT # / TYPE	Número da antena e tipo
ANTENNA: DELTA H/E/N	Altura da antena: altura do ARP acima do marcador; Excentricidade horizontal do ARP relativo ao marcador (este e norte);
SYS / # / OBS TYPES	Código do sistema de satélites (G); Número de tipos de observações diferentes; Descritores das observações: - Tipo: C (Código/Peudodistância);

	-Banda: 1 (L1); -Atributo: C (baseado no código C).
INTERVAL	Intervalo das observações em segundos
TIME OF FIRST OBS	Instante da primeira observação (ano, mês, dia, hora, minuto e segundo)
TIME OF LAST OBS	Instante da última observação (ano, mês, dia, hora, minuto e segundo)
LEAP SECONDS	Número de <i>leap seconds</i> atual
# OF SATELLITES	Número de satélites correspondente às observações guardadas no ficheiro
PRN / # OF OBS	Números dos satélites; Número de observações para cada satélite.
END OF HEADER	Último registo no cabeçalho

Referências

- [1] E. D. Kaplan e C. J. Hegarty, *Understanding GPS: Principles and Applications*, 2.^a ed. Norwood, MA, EUA: Artech House Publishers, 2006.
- [2] J. P. Collins, "Assessment and Development of a Tropospheric Delay Model for Aircraft Users of the Global Positioning System", Department of Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick, Fredericton, Canada, 1999.
- [3] "2020 Simulator Buyers Guide". <https://www.gpsworld.com/2020-simulator-buyers-guide/> (acedido Mai. 13, 2021).
- [4] "2019 Simulator Buyers Guide". <https://www.gpsworld.com/2019-simulator-buyers-guide/> (acedido Mai. 13, 2021).
- [5] D. Dardari, E. Falletti, e M. Luise, *Satellite and Terrestrial Radio Positioning Techniques: A Signal Processing Perspective*, 1.^a ed. Waltham, MA, EUA: Elsevier, 2012.
- [6] A. Leick, L. Rapoport, e D. Tatarnikov, *GPS Satellite Surveying*, 4.^a ed. Hoboken, NJ, EUA: John Wiley & Sons, Inc., 2015.
- [7] A. Küpper, *Location-based Services : Fundamentals and Operation*, West Sussex, Inglaterra: John Wiley & Sons, Inc., 2005.
- [8] National Coordination Office for Space-Based Positioning, Navigation and Timing (Insituição), "GPS.gov Selective Availability". <https://www.gps.gov/systems/gps/modernization/sa/> (acedido Out. 10, 2021).
- [9] A. Flores, "NAVSTAR GPS Space Segment/Navigation User Segment Interfaces, Interface Specification IS-GPS-200, Revision M", 2021.
- [10] J. Sanguino, "Apontamentos das Aulas - SPTS", Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, 2019.
- [11] "Eccentric Anomaly". <https://mathworld.wolfram.com/EccentricAnomaly.html> (acedido Mai. 05, 2021).
- [12] D. B. Hofmann-Wellenhof, D. H. Lichtenegger, e D. E. Wasle, *GNSS — Global Navigation Satellite Systems: GPS, GLONASS, Galileo, and more*, Viena, Austria: Springer-Verlag Wien, 2008.
- [13] A. LaMarca e E. de Lara, *Location Systems: An Introduction to the Technology Behind Location Awareness*. Bonita Springs, FL, EUA: Morgan & Claypool, 2008.
- [14] J. Van Sickle, "PennState College of Earth and Mineral Sciences Official Website: The Orbital Bias". <https://www.e-education.psu.edu/geog862/node/1717> (acedido Mai. 13, 2021).
- [15] J. Van Sickle, "PennState College of Earth and Mineral Sciences Official Website: The

- Ionospheric Effect". <https://www.e-education.psu.edu/geog862/node/1715> (acedido Mai. 13, 2021).
- [16] ESA - European Space Agency (Instituição), "ESA: Klobuchar Ionospheric Model". https://gssc.esa.int/navipedia/index.php/Klobuchar_Ionospheric_Model (acedido Dez. 23, 2020).
- [17] ESA - European Space Agency (Instituição), "ESA: Tropospheric Delay". https://gssc.esa.int/navipedia/index.php/Tropospheric_Delay#cite_ref-6 (acedido Mai. 13, 2021).
- [18] J. Van Sickle, "PennState College of Earth and Mineral Sciences Official Website: Receiver Noise". <https://www.e-education.psu.edu/geog862/node/1722> (acedido Dez. 16, 2021).
- [19] P. Poshala, R. KK, e R. Gupta, "Signal Chain Noise Figure Analysis", *Texas Instruments*, vol. SLAA652, n. October, pp. 1–14, 2014.
- [20] International GNSS Service (IGS), RINEX Working Group, e Radio Technical Commission for Maritime Services Special Committee 104 (RTCM-SC104), "Rinex The Receiver Independent Exchange Format Version 3.04", vol. 104, pp. 1–74, 2012.
- [21] A. Pestana, "Technical Report: Reading RINEX 2.11 Observation Data Files", n. Abril, 2015, doi: 10.13140/RG.2.1.4888.4087.
- [22] NASA - National Aeronautics and Space Administration (Instituição), "Background of the CDDIS". <https://cddis.nasa.gov/About/Background.html> (acedido Abr. 27, 2021).
- [23] J. Van Sickle, "PennState College of Earth and Mineral Sciences Official Website: Ephemerides". <https://www.e-education.psu.edu/geog862/node/1737> (acedido Mai. 05, 2021).
- [24] Microsoft Official Academic Course, *Windows Server Administration Fundamentals , Exam 98-365 (Microsoft Official Academic Course)*. Hoboken, NJ, EUA: John Wiley & Sons, 2011.
- [25] "Apache HTTP Server Project". https://httpd.apache.org/ABOUT_APACHE.html (acedido Mai. 13, 2021).
- [26] "Netcraft: Web Server Survey". <https://news.netcraft.com/archives/2020/12/22/december-2020-web-server-survey.html> (acedido Mai. 13, 2021).
- [27] "CSS Tutorial". <https://www.w3schools.com/css/> (acedido Mai. 13, 2021).
- [28] D. Flanagan, *JavaScript: The Definitive Guide*, 6.^a ed. Sebastopol, CA, EUA: O'Reilly Media, 2011.
- [29] "PHP". <https://www.php.net/manual/en/intro-what-is.php> (acedido Mai. 15, 2021).
- [30] ESA - European Space Agency (Instituição), "ESA: Transformations between ECEF and ENU coordinates".

https://gssc.esa.int/navipedia/index.php/Transformations_between_ECEF_and_ENU_coordinates (acedido Mar. 02, 2021).

- [31] The Defense Mapping Agency (Instituição), *DMA Technical Report Geodesy For The Layman*. St. Louis, MO, EUA: CRC, 1987.
- [32] E.J. Kirkland, *Bilinear Interpolation*. In: *Advanced Computing in Electron Microscopy*, 2ª ed. Boston, MA, EUA: Springer, 2010.