



**TÉCNICO**  
LISBOA

# **Modelização do Arco Elétrico em Disjuntores para Análise de Transitórios Eletromagnéticos**

**Kevin Silva Pedro**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em

## **Engenharia Eletrotécnica e de Computadores**

Orientador(es): Prof. José Manuel Dias Ferreira de Jesus  
Prof. Maria Eduarda de Sampaio Pinto de Almeida Pedro

### **Júri**

Presidente: Prof. Rui Manuel Gameiro de Castro  
Orientador: Prof. Maria Eduarda de Sampaio Pinto de Almeida Pedro  
Vogal: Prof. José Luís Costa Pinto de Sá

**Abril de 2017**



## **Agradecimentos**

A entrega deste trabalho simboliza o fim de um ciclo e o início de outro. Durante este período, foram muitas as emoções vividas e os conhecimentos adquiridos. Termino com a convicção de que todo o processo foi fundamental no meu desenvolvimento como pessoa.

Em primeiro lugar, agradeço ao Professor José Manuel Dias Ferreira de Jesus e à Professora Maria Eduarda de Sampaio Pinto de Almeida Pedro por toda a disponibilidade e apoio, sem o qual, o desenvolvimento desta dissertação seria uma tarefa muito mais difícil.

Em segundo lugar, é importante referir que sem o apoio incondicional dos meus pais e do meu irmão este percurso não seria possível, limito-me por isso a dizer que estou-lhes eternamente grato.

Por fim, e não menos importante, agradeço o apoio daqueles que me acompanharam ao longo deste percurso, com os quais tive oportunidade de criar laços de amizade e partilho o meu sucesso académico.



## Resumo

Os disjuntores têm um papel muito importante nos Sistemas de Energia Elétrica (SEE). São eles os responsáveis pelas operações de manobra, ligando e desligando elementos da rede, bem como da interrupção de correntes nocivas ao SEE. Contudo, o disjuntor não responde instantaneamente e apresenta, além disso, um comportamento não-linear, resultante do aparecimento de um arco elétrico no dielétrico existente no seu interior. Por este motivo a modelização do arco elétrico assume grande importância no sentido em que possibilita a sua representação, e portanto, a análise dos seus impactos.

Para abordar este tema, é realizado numa primeira fase um enquadramento teórico, onde são referidas as características de formação do arco elétrico e seus regimes de extinção. Os disjuntores e os diversos tipos de tecnologias de extinção do arco também são aspetos mencionados. Por fim, são apresentados os modelos do arco, com especial interesse no estudo dos modelos Caixa Preta (P- $\tau$ ).

Numa segunda fase, são implementados os modelos Caixa Preta para dois defeitos distintos: defeito aos terminais do disjuntor e defeito quilométrico. Foi possível apurar, através das simulações realizadas, que cada modelo possui características próprias na representação do arco, independentes do tipo de defeito. Apesar disso, os parâmetros mais comuns apresentam uma influência de modelação idêntica. Resumidamente, são modelos versáteis de fácil implementação, cuja aplicação se centra na análise do processo de interrupção da corrente no disjuntor, mas que apresentam algumas limitações de aplicabilidade.

**Palavras-chave:** Disjuntor, Arco elétrico, Modelos Caixa Preta, Defeito Terminal, Defeito Quilométrico, Interrupção, Reignição



## Abstract

Circuit breakers play a very important role in Electrical Power Systems. They are responsible for switching operations, connecting and disconnecting network elements, as well as interrupting currents harmful to the system. However, the circuit breaker doesn't respond instantaneously and exhibits also a non-linear behavior, resulting from the appearance of an electric arc in the dielectric. For this reason the modeling of the electric arc takes great importance, which makes possible its representation, and therefore, the analysis of its impacts.

To approach this subject, a theoretical framework is carried out in a first phase, where the characteristics of electric arc's formation and its extinction regimes are mentioned. Circuit breakers and the various types of extinguishing technologies are also mentioned. Finally, the arc models are presented, with special interest in the study of the Black Box models ( $P-\tau$ ).

In a second phase, the Black Box models are implemented for two distinct faults: terminal fault and short-line fault. It was possible to verify, through the simulations, that each model has its own arc representation characteristics, independent of the type fault. Despite this, the most common model parameters have an identical modeling influence. Briefly, these are versatile and easy-to-implement models whose application is focused on the analysis of current interruption process in the circuit-breaker, but which exhibit some applicability limitations.

**Keywords:** Circuit-breaker, Electric Arc, Black Box Models, Terminal Fault, Short-line Fault, Interruption, Re-ignition



# Conteúdo

Agradecimentos . . . . .	iii
Resumo . . . . .	v
Abstract . . . . .	vii
Lista de Tabelas . . . . .	xi
Lista de Figuras . . . . .	xiii
Lista de Acrónimos e Símbolos . . . . .	xvii
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação . . . . .	2
1.2 Objetivos . . . . .	2
1.3 Estrutura da Tese . . . . .	2
<b>2 Estado da Arte</b>	<b>3</b>
2.1 Arco Elétrico de Manobra . . . . .	3
2.1.1 Regimes de Extinção do Arco . . . . .	5
2.1.1.1 Regime Térmico . . . . .	7
2.1.1.2 Regime Dielétrico . . . . .	8
2.2 Disjuntores . . . . .	9
2.2.1 Definição . . . . .	9
2.2.2 Tipo de Disjuntores . . . . .	11
2.2.2.1 Disjuntores a Ar . . . . .	13
2.2.2.2 Disjuntores a Óleo . . . . .	13
2.2.2.3 Disjuntores a Vácuo . . . . .	13
2.2.2.4 Disjuntores a SF6 . . . . .	14
2.2.2.4.1 Propriedades do SF6 . . . . .	14
2.2.2.4.2 Disjuntores SF6 de Dupla Pressão . . . . .	16
2.2.2.4.3 Disjuntores SF6 a Pressão Única (Sopro) . . . . .	16
2.2.2.4.4 Disjuntores SF6 de Dois Ciclos . . . . .	18
2.2.2.4.5 <i>Selfblast</i> . . . . .	19
2.3 Modelos do Arco Elétrico . . . . .	20
2.3.1 Modelos Físicos . . . . .	20

2.3.2	Modelos Caixa Preta . . . . .	21
2.3.2.1	Modelo do Arco de <i>Cassie</i> . . . . .	24
2.3.2.2	Modelo do Arco de <i>Mayr</i> . . . . .	25
2.3.2.3	Modelo do Arco de <i>Habedank</i> . . . . .	26
2.3.2.4	Modelo do Arco de <i>Schavemaker</i> . . . . .	26
2.3.2.5	Modelo do Arco de <i>Schwarz</i> . . . . .	27
2.3.2.6	Modelo do Arco de <i>KEMA</i> . . . . .	27
<b>3</b>	<b>Simulação dos Modelos Caixa Preta</b>	<b>29</b>
3.1	Considerações Gerais . . . . .	29
3.1.1	Defeito aos Terminais do Disjuntor . . . . .	29
3.1.2	Defeito Quilométrico . . . . .	31
3.2	Implementação Numérica dos Modelos . . . . .	35
3.3	Validação dos Modelos . . . . .	45
<b>4</b>	<b>Resultados</b>	<b>47</b>
4.1	Defeito aos Terminais do Disjuntor . . . . .	47
4.1.1	Modelo do arco de <i>Cassie</i> . . . . .	47
4.1.2	Modelo do arco de <i>Mayr</i> . . . . .	49
4.1.3	Modelo do arco de <i>Habedank</i> . . . . .	52
4.1.4	Modelo do arco de <i>Schavemaker</i> . . . . .	53
4.1.5	Modelo do arco de <i>Schwarz</i> . . . . .	55
4.1.6	Modelo do arco de <i>KEMA</i> . . . . .	56
4.2	Defeito Quilométrico . . . . .	58
4.2.1	Modelo do arco de <i>Cassie</i> . . . . .	58
4.2.2	Modelo do arco de <i>Mayr</i> . . . . .	60
4.2.3	Modelo do arco de <i>Habedank</i> . . . . .	62
4.2.4	Modelo do arco de <i>Schavemaker</i> . . . . .	64
4.2.5	Modelo do arco de <i>Schwarz</i> . . . . .	65
4.2.6	Modelo do arco de <i>KEMA</i> . . . . .	66
4.3	Comparação dos Modelos . . . . .	67
4.3.1	Defeito aos Terminais do Disjuntor . . . . .	68
4.3.2	Defeito Quilométrico . . . . .	69
<b>5</b>	<b>Conclusão</b>	<b>73</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>75</b>
<b>A</b>	<b>Implementação Numérica dos Modelos</b>	<b>77</b>
<b>B</b>	<b>Validação dos Modelos</b>	<b>81</b>

# Lista de Tabelas

3.1	Expressões da condutância para o método de <i>Euler</i> . . . . .	37
3.2	Expressões da condutância para o método Trapezoidal . . . . .	39
3.3	Expressões da condutância para o método Trapezoidal (cont.) . . . . .	40
3.4	Expressões da condutância para o método de <i>Runge-Kutta</i> . . . . .	43
3.5	Expressões da condutância para o método de <i>Runge-Kutta</i> (cont.) . . . . .	44
4.1	Parâmetros considerados nas simulações para ambos os defeitos . . . . .	68
4.2	Resumo de interrupções/reignições para o defeito aos terminais do disjuntor . . . . .	68
4.3	Resumo de interrupções/reignições para o defeito quilométrico . . . . .	71



# Lista de Figuras

2.1	Arco elétrico num meio gasoso [2]	4
2.2	Grau de ionização térmica em função da temperatura para alguns gases e metais [1]	4
2.3	Regiões do Arco elétrico [1]	5
2.4	Distribuição de potencial ao longo do arco elétrico e nos terminais do disjuntor [1]	6
2.5	Regimes de extinção do arco para um defeito aos terminais do disjuntor [3]	7
2.6	Evolução da corrente e da condutância no regime térmico [3]	8
2.7	Regime dielétrico [3]	9
2.8	Tipo de Disjuntores [3]	11
2.9	Características dos dielétricos [2]	12
2.10	Utilização das várias técnicas de acordo com os níveis de tensão [2]	12
2.11	Disjuntores SF6 145 kV e 420 kV [3]	14
2.12	Condutividade térmica do SF6 em função da temperatura [2]	15
2.13	Disjuntor SF6 de pressão única [9]	16
2.14	Fases de abertura do disjuntor [9]	17
2.15	Processo de extinção do arco no disjuntor SF6 de dois ciclos [9]	18
2.16	Câmara de extinção de disjuntor <i>Selfblast</i> [3]	19
2.17	Arco cilíndrico	22
3.1	Circuito de teste - Defeito aos terminais	30
3.2	Configuração em curto-circuito	30
3.3	Configuração do circuito na abertura do disjuntor (arco elétrico)	31
3.4	Configuração do circuito após extinção do arco elétrico	31
3.5	Circuito de teste - Defeito quilométrico	32
3.6	Tensão no terminal do disjuntor do lado da linha após interrupção [16]	32
3.7	Circuito equivalente de um segmento de linha $\Delta x$ [1]	33
3.8	Configuração em curto-circuito	34
3.9	Configuração do circuito na abertura do disjuntor (arco elétrico)	34
3.10	Configuração do circuito após extinção do arco elétrico	35
3.11	Comparação dos métodos numéricos para uma interrupção de Mayr	42
3.12	<i>Arc Model Blockset</i> [17, 25]	45

4.1	Tensão do arco considerando $U_c = 3,85 \text{ kV}$ e $U_c = 10 \text{ kV}$ . . . . .	48
4.2	Tensão do arco considerando $\tau = 120 \mu\text{s}$ e $\tau = 12 \mu\text{s}$ . . . . .	48
4.3	Tensão do arco considerando $\tau = 1,2 \mu\text{s}$ . . . . .	49
4.4	Condutância do arco para os diferentes valores de $\tau$ . . . . .	49
4.5	Grandezas do arco considerando $P = 30,9 \text{ kW}$ . . . . .	50
4.6	Tensão do arco considerando $P = 100 \text{ kW}$ , $\tau = 30 \mu\text{s}$ e $\tau = 0,3 \mu\text{s}$ . . . . .	51
4.7	Grandezas do arco considerando $\tau = 30 \mu\text{s}$ . . . . .	51
4.8	Tensão do arco considerando $\tau = 0,3 \mu\text{s}$ . . . . .	52
4.9	Tensão do arco considerando diferentes valores de $\tau_c$ e $\tau_m$ . . . . .	52
4.10	Tensão do arco considerando $\tau_c = 120 \mu\text{s}$ , $\tau_m = 30 \mu\text{s}$ . . . . .	53
4.11	Tensão e corrente do arco considerando $P_0 = 1 \text{ kW}$ , $P_1 = 0,8$ e $U_a = 2 \text{ kV}$ . . . . .	54
4.12	Tensão do arco para os parâmetros $\tau = 100 \mu\text{s}$ . . . . .	54
4.13	Tensão do arco para os parâmetros $\tau = 100 \mu\text{s}$ , $P_0 = 1 \text{ kW}$ , $U_a = 2 \text{ kV}$ . . . . .	55
4.14	Tensão do arco considerando $a = 0,5$ e $b = 1,2$ . . . . .	55
4.15	Tensão do arco para os parâmetros $\tau = 10 \mu\text{s}$ e $P_0 = 30 \text{ kW}$ . . . . .	56
4.16	Tensão do arco de KEMA . . . . .	57
4.17	Tensão do arco considerando $U_c = 3,85 \text{ kV}$ e $U_c = 10 \text{ kV}$ . . . . .	58
4.18	Tensão $u_1$ e $u_2$ considerando $U_c = 3,85 \text{ kV}$ e $U_c = 10 \text{ kV}$ . . . . .	59
4.19	Tensão do arco considerando $\tau = 120 \mu\text{s}$ , $\tau = 12 \mu\text{s}$ e $\tau = 1,2 \mu\text{s}$ . . . . .	59
4.20	Tensão $u_1$ e $u_2$ considerando $\tau = 120 \mu\text{s}$ , $\tau = 12 \mu\text{s}$ e $\tau = 1,2 \mu\text{s}$ . . . . .	60
4.21	Condutância do arco considerando diferentes valores de $\tau$ . . . . .	60
4.22	Grandezas do arco considerando $P = 30,9 \text{ kW}$ . . . . .	61
4.23	Grandezas do arco considerando $P = 30,9 \text{ kW}$ . . . . .	62
4.24	Tensão do arco considerando $\tau = 30 \mu\text{s}$ . . . . .	62
4.25	Grandezas do arco considerando $\tau = 0,3 \mu\text{s}$ . . . . .	63
4.26	Tensão do arco . . . . .	63
4.27	Tensão do arco considerando $\tau_c = 120 \mu\text{s}$ , $\tau_m = 30 \mu\text{s}$ e $P = 30,9 \text{ kW}$ . . . . .	64
4.28	Tensão e corrente de arco considerando $P_0 = 1 \text{ kW}$ , $P_1 = 0,8$ e $U_a = 2 \text{ kV}$ . . . . .	64
4.29	Tensão do arco considerando $\tau = 100 \mu\text{s}$ . . . . .	65
4.30	Tensão do arco . . . . .	66
4.31	Tensão do arco . . . . .	66
4.32	Tensão do arco . . . . .	67
4.33	Tensão do arco considerando $\tau = 10 \mu\text{s}$ . . . . .	69
4.34	Tensão do arco considerando $\tau = 10 \mu\text{s}$ . . . . .	70
A.1	a) Bobine b) Esquema equivalente da bobine . . . . .	78
A.2	a) Condensador b) Esquema equivalente do condensador . . . . .	78
A.3	Modelo linha sem perdas [20] . . . . .	79
A.4	Esquema equivalente da linha sem perdas [20] . . . . .	79

A.5	Circuito de teste equivalente - Defeito terminal . . . . .	80
A.6	Circuito de teste equivalente - Defeito quilométrico . . . . .	80
B.1	Tensão do arco - Modelo de <i>Cassie</i> . . . . .	81
B.2	Tensão do arco - Modelo de <i>Mayr</i> . . . . .	82
B.3	Tensão do arco - Modelo de <i>Habedank</i> . . . . .	82
B.4	Tensão do arco - Modelo de <i>Schavemaker</i> . . . . .	83
B.5	Tensão do arco - Modelo de <i>Schwarz</i> . . . . .	84
B.6	Tensão do arco - Modelo de <i>KEMA</i> . . . . .	84
B.7	Tensão do arco - Modelo de <i>Cassie</i> . . . . .	85
B.8	Tensão do arco - Modelo de <i>Mayr</i> . . . . .	86
B.9	Tensão do arco - Modelo de <i>Habedank</i> . . . . .	86
B.10	Tensão do arco - Modelo de <i>Schavemaker</i> . . . . .	87
B.11	Tensão do arco - Modelo de <i>Schwarz</i> . . . . .	88
B.12	Tensão do arco - Modelo de <i>KEMA</i> . . . . .	88



# Lista de Acrónimos e Símbolos

$C$	Capacidade em paralelo dos condutores
$E$	Campo elétrico
$G$	Condutância em paralelo dos condutores
$GVO$	Grande volume de óleo
$J$	Densidade de corrente
$K$	Condutividade térmica
$L$	Indutância em série dos condutores
$P$	Potência de arrefecimento
$PVO$	Pequeno volume de óleo
$Q$	Energia interna
$R$	Perdas por radiação
$SF_6$	Hexaflureto de enxofre
$T$	Temperatura
$TTR$	Tensão transitória de restabelecimento
$U_c$	Tensão constante do arco
$V_i$	Potencial de ionização do meio gasoso
$\Delta t$	Passo de integração
$\gamma$	Calor transferido por unidade de comprimento
$\rho$	Densidade do gás
$\sigma$	Condutividade elétrica
$\tau$	Constante de tempo do arco
$\tau_c$	Constante de tempo do arco de <i>Cassie</i>

$\tau_m$	Constante de tempo do arco de <i>Mayr</i>
$e$	Carga do eletrão
$f$	Fração de átomos ionizados
$g$	Condutância do arco
$h$	Entalpia
$i_a$	Corrente do arco
$i_c$	Corrente no condensador
$i_{cc}$	Corrente de curto-circuito
$k$	Constante de Boltzmann
$p$	Pressão
$r$	Raio do cilindro
$u$	Velocidade do gás
$u_1$	Tensão no terminal do disjuntor do lado do gerador
$u_2$	Tensão no terminal do disjuntor do lado da linha
$u_a$	Tensão do arco

# Capítulo 1

## Introdução

O sistema de energia é um sistema complexo no qual existe constantemente operações de manobra, ligando e desligando elementos da rede, tanto por razões internas, equilíbrio entre a geração e o consumo, como externas, curto-circuitos, descargas atmosféricas. Os disjuntores são os equipamentos responsáveis pelas operações de manobra mencionadas, e assumem um papel fundamental na interrupção de correntes nocivas ao sistema.

Normalmente é considerado, por simplicidade de representação, que a mudança de estados do disjuntor se processa instantaneamente, ou seja, que o disjuntor é ideal. Na realidade o disjuntor não responde instantaneamente e apresenta, além disso, um comportamento não-linear, durante as operações de manobra, resultante do aparecimento de um arco elétrico no dielétrico existente no seu interior. O tempo que os transitórios eletromagnéticos estão presentes no sistema é muito curto, no entanto durante a sua presença os componentes do sistema são sujeitos a elevadas intensidades de corrente, assim como elevados picos de tensão. Estes esforços podem causar danos consideráveis ao sistema e comprometer a segurança das pessoas. Deste modo a modelização de transitórios eletromagnéticos, nomeadamente do arco elétrico, assume grande importância no estudo da sua influência no processo de interrupção da corrente.

A literatura da especialidade apresenta diversos modelos para representar o comportamento do arco elétrico no disjuntor. Uns de maior complexidade, denominados modelos físicos, que se baseiam nas equações da dinâmica dos fluídos para traduzir o comportamento do arco como plasma. Outros mais simples, denominados modelos Caixa Preta ( $P-\tau$ ), que traduzem a variação não-linear da condutância do arco em função da tensão e corrente do arco. Enquanto o primeiro tipo de modelos é maioritariamente utilizado pelos fabricantes no desenvolvimento dos equipamentos, o segundo é utilizado em estudos de transitórios eletromagnéticos uma vez que traduzem a interação entre o arco elétrico e o circuito em análise.

## 1.1 Motivação

Como já foi referido no início deste capítulo, os disjuntores não respondem instantaneamente e apresentam um comportamento não-linear, resultante do aparecimento de um arco elétrico aquando da interrupção da corrente de curto-circuito. Desse modo, é fundamental compreender a influência do arco elétrico no processo de interrupção, de modo a garantir que o mesmo é realizado com sucesso. Caso contrário, compromete-se a integridade física dos diversos equipamentos do sistema, bem como a segurança das pessoas.

## 1.2 Objetivos

O objetivo desta dissertação passará numa primeira fase pela abordagem de conceitos fundamentais ao seu desenvolvimento, nomeadamente, as características do arco elétrico de manobra, os diferentes disjuntores e respetivas tecnologias de extinção, assim como os modelos do arco elétrico em disjuntores.

Numa segunda fase, pretende-se implementar os modelos Caixa Preta num programa de cálculo de transitórios eletromagnéticos (*Matlab*), para dois defeitos distintos. O objetivo é estudar as características dos diversos modelos, bem como a influência da caracterização do arco elétrico no disjuntor na análise de transitórios eletromagnéticos, em particular os que resultam da interrupção de correntes de curto-circuito.

## 1.3 Estrutura da Tese

No capítulo 2, designado por Estado da Arte, é realizado um enquadramento teórico do tema a ser abordado nesta dissertação. Neste enquadramento teórico é efetuada uma análise dos aspetos físicos relevantes do arco elétrico, bem com dos seus regimes de extinção, são introduzidos os diferentes tipos de disjuntor e analisadas as suas características e modos de funcionamento. Por fim, são descritos os diferentes modelos até hoje desenvolvidos, principalmente, os modelos caixa preta mais relevantes.

No capítulo 3, em primeiro lugar são tomados em consideração aspetos essenciais à implementação dos modelos do arco apresentados no capítulo 2. Posteriormente, são apresentadas e validadas as diferentes soluções de implementação numérica dos modelos.

No capítulo 4, são analisados os resultados dos diferentes modelos para ambos os defeitos, terminal e quilométrico. É ainda realizado uma comparação dos diferentes modelos em função da eventual interrupção da corrente.

No capítulo 5, são retiradas conclusões do trabalho realizado, bem como propostas para trabalhos futuros.

## Capítulo 2

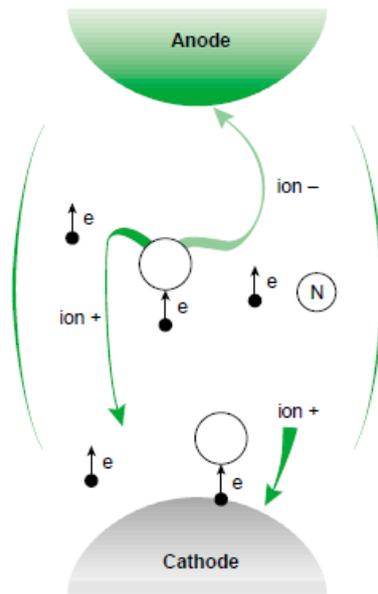
# Estado da Arte

### 2.1 Arco Elétrico de Manobra

O arco elétrico presente no disjuntor, durante uma operação de manobra, assume um papel importante neste processo. O arco elétrico é um canal de plasma que se estabelece entre os contactos do disjuntor depois de uma descarga no gás de extinção. Quando a corrente flui através do disjuntor e os seus contactos se começam afastar, a energia magnética armazenada nas indutâncias do sistema de energia impedem a interrupção da corrente, forçando a sua continuidade. Imediatamente antes da separação dos contactos, a área de contacto é muito reduzida e a elevada densidade de corrente leva a que o material dos contactos funda. O material dos contactos que fundiu “explode” e origina uma descarga no meio envolvente, que consoante o tipo de disjuntor, poderá ser ar, vácuo, óleo ou SF6 [1].

À medida que a energia cinética das moléculas aumenta, a matéria muda do estado sólido para o estado líquido e deste último para o estado gasoso. O contínuo aumento de temperatura, equivalente ao aumento do estado de energia, leva as moléculas a dissociarem-se em átomos. Se o nível de energia continuar a aumentar, os eletrões que orbitam estes átomos dissociam-se em eletrões livres originando iões positivos. Este estado da matéria denomina-se por plasma. O canal de plasma, caracterizado pela sua alta temperatura, é altamente condutor devido aos eletrões livres e iões positivos que o constituem, permitindo assim a continuidade da corrente após a separação dos contactos. A condutividade do plasma é função da temperatura e aumenta rapidamente com esta grandeza [1].

A ionização térmica, resultante da elevada temperatura do arco, é originada pela transferência de energia entre os eletrões e fotões que possuem energia cinética elevada, e os iões positivos e os átomos neutros com energia cinética reduzida (ver figura 2.1). Em simultâneo, existe um processo de recombinação onde os eletrões livres e os iões positivos se recombinaem em átomos neutros. Quando a taxa de ionização é igual à taxa de recombinação atinge-se o equilíbrio térmico. Normalmente assume-se que o arco elétrico está em equilíbrio térmico durante todo o fenómeno transitório, uma vez que as constantes de tempo dos processos de ionização e recombinação são desprezáveis face às variações do mesmo [1].



**Figura 2.1:** Arco elétrico num meio gasoso [2]

A relação da pressão  $P$  e da temperatura  $T$  com a fração de átomos ionizados  $f$  é dado pela equação de *Saha* [1]:

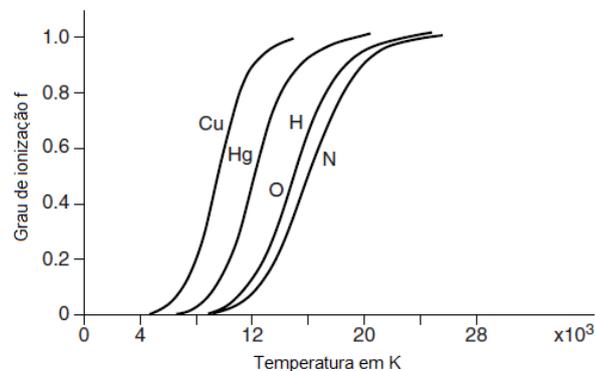
$$\frac{f^2}{1-f^2} P = 3,16 \times 10^{-7} T^{\frac{5}{2}} e^{-\frac{eV_i}{kT}} \quad (2.1)$$

onde

$e$  = carga do elétron

$V_i$  = potencial de ionização do meio gasoso

$k$  = constante de Boltzmann



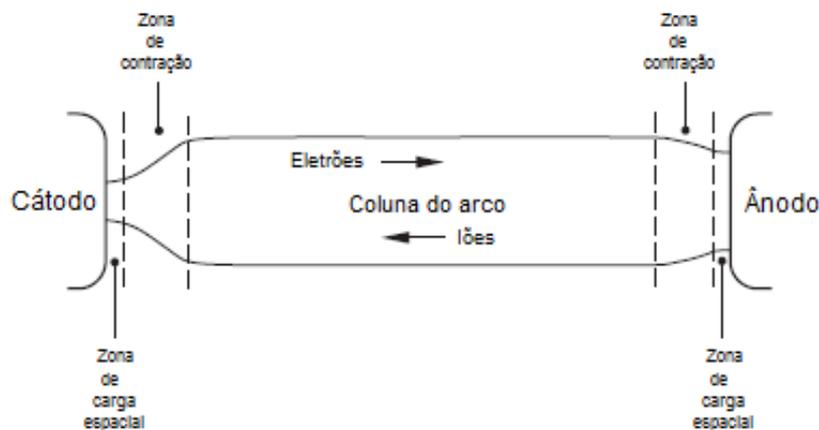
**Figura 2.2:** Grau de ionização térmica em função da temperatura para alguns gases e metais [1]

A figura 2.2 ilustra a ionização térmica, à pressão atmosférica, para vários elementos como o oxigênio, o hidrogênio, o nitrogênio, o cobre e o mercúrio. Atualmente uma das técnicas utilizadas

para forçar a diminuição da intensidade de corrente do arco, equivalente a alterar o meio de um estado condutor ( $f = 1$ ) para um estado não condutor ( $f = 0$ ), consiste no arrefecimento do mesmo com recurso a um gás pressurizado. A figura 2.2 permite verificar o elevado declive existente entre a temperatura e o grau de ionização. Deste modo é possível concluir que uma pequena variação de temperatura produz uma grande variação do grau de ionização, sendo este o fundamento da técnica referida anteriormente.

O arco elétrico é constituído por três regiões (ver figura 2.3):

- Coluna do arco
- Região do cátodo
- Região do ânodo



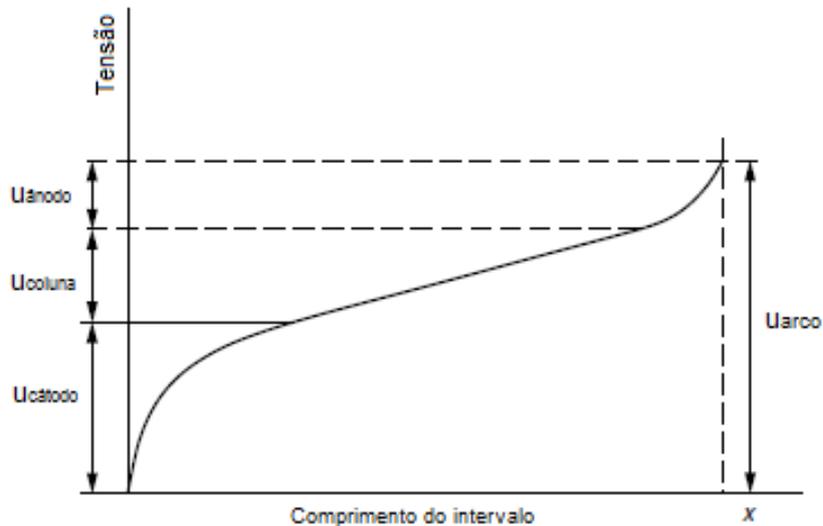
**Figura 2.3:** Regiões do Arco elétrico [1]

Na coluna do arco o fluxo de corrente é sustentado pelos eletrões livres, onde existe um balanço entre estes e os iões positivos. A temperatura situa-se normalmente entre os 7000-25000K, dependendo do meio e da configuração da câmara de corte [1]. A tensão que se estabelece entre os terminais do disjuntor devido à resistência do arco e à queda de tensão no cátodo e no ânodo é denominada de tensão do arco [2]. Através da figura 2.4 é possível averiguar a distribuição de potencial típica ao longo do arco elétrico e nos contactos do disjuntor.

A distribuição de potencial ao longo do arco é função das transferências de energia entre o canal de plasma e o meio envolvente, a corrente de arco, a pressão, a velocidade de escoamento e as propriedades do meio envolvente [1]. As transferências de energia manifestam-se por radiação, condução e convecção, sendo características da capacidade de arrefecimento do disjuntor [2].

### 2.1.1 Regimes de Extinção do Arco

O processo de interrupção num disjuntor de média/alta tensão assume certa complexidade proveniente da interação simultânea de diversos fenómenos (elétricos e magnéticos). Como já foi referido, o arco elétrico é formado devido à impossibilidade de uma descontinuidade energética. Desse modo,



**Figura 2.4:** Distribuição de potencial ao longo do arco elétrico e nos terminais do disjuntor [1]

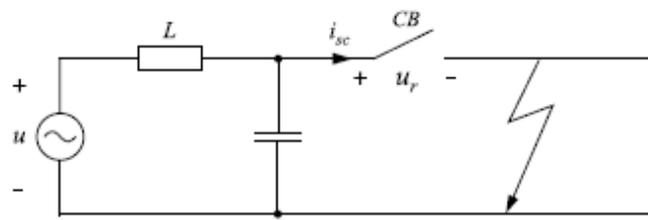
o arco elétrico é inevitável uma vez que, por um lado é impossível separar os contactos do disjuntor exatamente no zero da corrente, por outro a separação dos contactos não é realizada com velocidade suficientemente elevada de modo que a tensão de disrupção entre os mesmos seja superior à tensão aplicada.

No processo de extinção do arco elétrico estão envolvidos dois regimes (requisitos) físicos:

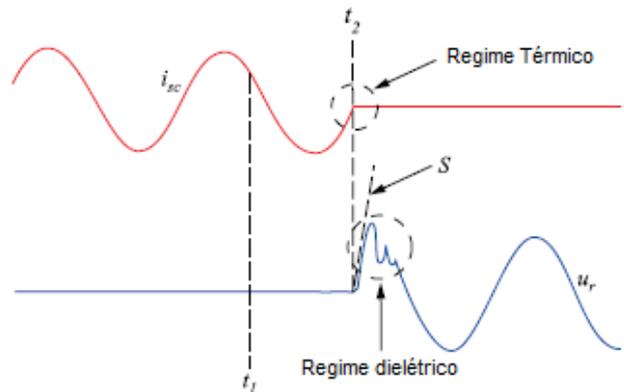
- **Regime Térmico:** O canal do arco deve ser arrefecido para uma temperatura suficientemente baixa, na qual deixa de ser condutor elétrico.
- **Regime Dielétrico:** Após a extinção do arco, o meio de isolamento presente na câmara de corte deve suportar a tensão rapidamente crescente que aparece aos terminais do disjuntor. Esta tensão denomina-se de tensão de restabelecimento e a sua componente transitória, tensão transitória de restabelecimento (TTR) que é motivada pela continuidade de energia elétrica e magnética.

Se qualquer um dos requisitos não for cumprido a corrente continuará a fluir até que, passado meio ciclo, atinge novamente o zero. Em cada passagem da corrente por zero repete-se a verificação das condições necessárias à sua extinção. Os disjuntores interrompem a corrente normalmente no segundo ou mesmo no terceiro zero, iniciando-se a contabilização com a separação dos contactos [3]. Na figura 2.5 a) apresenta-se o circuito equivalente para o defeito aos terminais do disjuntor. Na figura 2.5 b) representa-se a corrente de curto-circuito e a tensão de restabelecimento, para o defeito em questão, onde se evidencia o regime térmico e dielétrico.

O instante de tempo  $t_1$  representa o momento de separação dos contactos, o instante  $t_2$  o momento da extinção do arco e  $S$  a taxa de crescimento da tensão de restabelecimento.



(a) Circuito equivalente simplificado



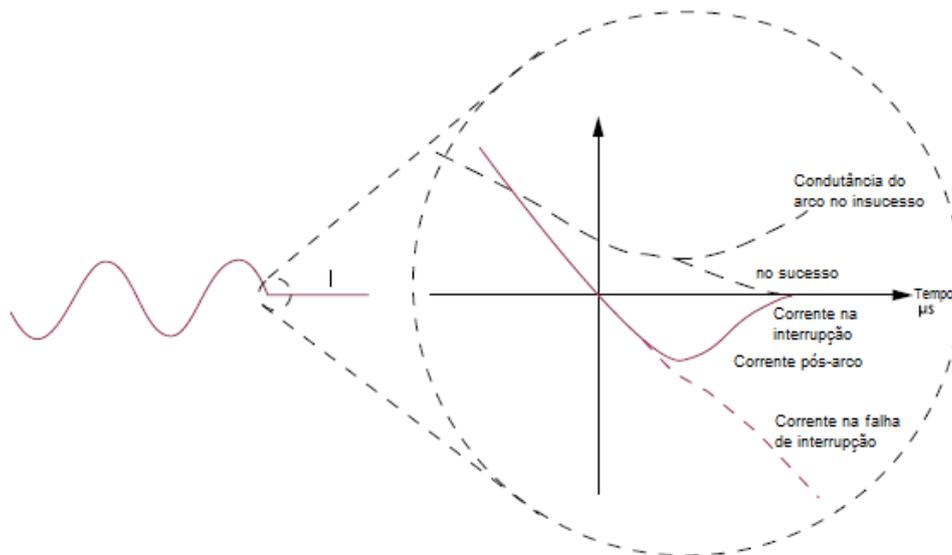
(b) Curvas da corrente de curto-circuito  $i_{sc}$  e tensão de restabelecimento  $u_r$

**Figura 2.5:** Regimes de extinção do arco para um defeito aos terminais do disjuntor [3]

### 2.1.1.1 Regime Térmico

Após a abertura do disjuntor surge um arco elétrico composto por iões, eletrões e por vapor metálico dos contactos. O arco é sustentado pela energia dissipada sob efeito de joule e subsiste enquanto a temperatura do meio for elevada [2]. A potência dissipada é função da tensão do arco. A interrupção do arco elétrico é realizada na passagem da corrente por zero, na condição de que o canal ionizado recupere rapidamente as suas características dielétricas. À medida que a corrente se aproxima de zero, a condutância do arco diminui com a diminuição da corrente. Quando a corrente atinge teoricamente o zero, a condutância do arco diminui em função da constante de tempo de desionização do meio. Esta constante de tempo é inerente à inércia do meio em recuperar as suas características dielétricas. Neste instante de tempo, a condutância assume um valor pequeno diferente de zero que, dependente da tensão do arco aplicada, pode dar origem a uma corrente de alguns amperes denominada de corrente pós-arco (ver figura 2.6). A evolução seguinte depende de um balanço energético. Se a entrada de potência no arco exceder a potência de arrefecimento do disjuntor, o meio readquire um estado condutor, originado por falha térmica, e a corrente continua a fluir. Caso contrário, obtém-se uma interrupção térmica com sucesso [2].

A figura 2.6 ilustra a evolução expectável da corrente e da condutância para o caso de sucesso e insucesso da interrupção. É também visível que o regime de interrupção térmico corresponde ao período de tempo que começa alguns microssegundos antes do zero da corrente, até à extinção da corrente pós-arco, alguns microssegundos depois do zero da corrente [3].



**Figura 2.6:** Evolução da corrente e da condutância no regime térmico [3]

A duração do regime térmico depende do processo em si e do meio de extinção envolvido no mesmo [4].

### 2.1.1.2 Regime Dielétrico

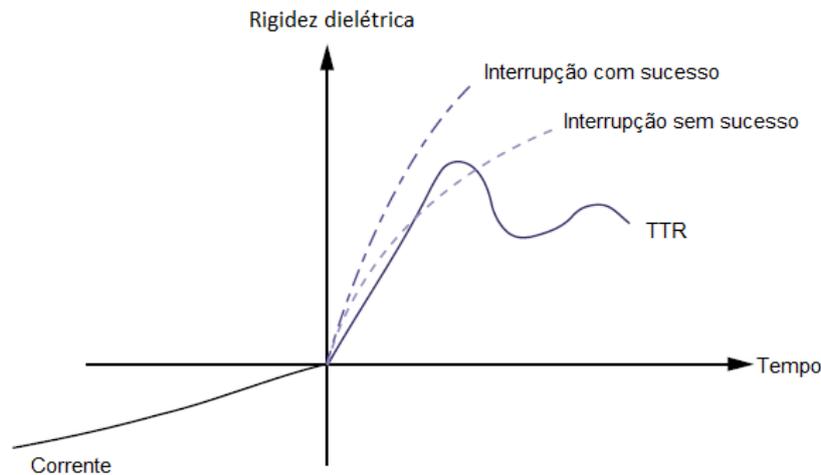
O regime dielétrico inicia-se com a extinção da corrente pós-arco e com a manifestação da tensão transitória de restabelecimento que surge aos terminais do disjuntor<sup>1</sup> (TTR). Neste intervalo de tempo, apesar de a corrente ser nula, o meio presente na câmara de corte encontra-se a uma temperatura bastante superior à temperatura ambiente. Este facto diminui significativamente a sua rigidez dielétrica dada a sua dependência inversamente proporcional com a temperatura. O sucesso da interrupção dielétrica irá depender da taxa de recuperação da rigidez dielétrica e da taxa de crescimento da TTR, situação ilustrada na figura 2.7.

Por observação da figura 2.7, é possível concluir que se a taxa de recuperação da rigidez dielétrica (tensão de disrupção dos contactos - curva a tracejado) for superior à taxa de crescimento da TTR (tensão da TTR - curva contínua) obtém-se uma interrupção dielétrica com sucesso. Caso contrário, resulta uma interrupção sem sucesso e o arco elétrico irá escorvar por falha dielétrica [3]. Se a corrente escorvar num intervalo de tempo com corrente igual a zero inferior a um quarto do ciclo da frequência fundamental, o processo é denominado de reignição térmica (em inglês *re-ignition*<sup>2</sup>) [5]. De outro modo é denominado de reignição dielétrica (em inglês *restrike*<sup>3</sup>) [6].

<sup>1</sup> Por exemplo, num disjuntor de 245 kV o intervalo entre os contactos pode ser sujeito a 400 kV ou mais passados 70 a 200 microssegundos depois do zero da corrente [3].

<sup>2</sup> Recomeço da corrente, entre os contactos de um dispositivo de comutação mecânica, durante uma operação de interrupção num intervalo de tempo com corrente igual a zero inferior a um quarto do ciclo da frequência fundamental [5].

<sup>3</sup> Recomeço da corrente, entre os contactos de um dispositivo de comutação mecânica, durante uma operação de interrupção num intervalo de tempo com corrente igual a zero superior a um quarto do ciclo da frequência fundamental. [6].



**Figura 2.7:** Regime dielétrico [3]

## 2.2 Disjuntores

### 2.2.1 Definição

O disjuntor é um dispositivo mecânico capaz de estabelecer, conduzir, interromper e suportar correntes, em condições normais e anormais de funcionamento do sistema elétrico [7]. Entende-se como condições normais as operações de manobra em que o sistema funciona sem perturbações como, por exemplo, desligar uma linha do sistema elétrico. Em relação às condições anormais de funcionamento destacam-se as mais comuns, eliminação de curto-circuitos, correntes de sobrecarga e a mitigação das consequências negativas das descargas atmosféricas. Para ambos os casos de funcionamento o disjuntor assume funções de manobra, permitindo a conexão ou desconexão dos vários troços da rede.

As correntes de curto-circuito devem ser interrompidas com sucesso, o mais rápido possível, de modo a salvaguardar a integridade dos equipamentos e as pessoas dos seus efeitos nefastos (térmicos e mecânicos). Por este motivo o estudo da interrupção de correntes de curto-circuito, onde o arco elétrico é parte integrante do processo, assumem uma certa relevância. Outro aspeto importante a salvaguardar prende-se com a estabilidade do sistema elétrico, por conseguinte a interrupção e a correspondente religação devem ocorrer com a maior brevidade possível.

As interrupções de corrente podem suceder em três categorias diferentes [2]:

- Corrente de carga, é normalmente menor do que a corrente nominal. A corrente nominal é o valor da corrente que o equipamento pode suportar continuamente nas condições recomendadas de uso e operação;
- Corrente de sobrecarga, quando a corrente excede o seu valor nominal;
- Correntes de curto-circuito, quando existe uma falha na rede. O seu valor depende de diversos fatores como a distância do gerador mais próximo, o tipo de defeito e as impedâncias a montante.

Existem vários tipos de curto-circuito:

- Defeito aos terminais, curto-circuito na proximidade do disjuntor;
- Defeito quilométrico, curto-circuito à terra de uma linha de transmissão a alguns quilómetros do disjuntor em questão;

O tipo de curto-circuito é importante dado que a capacidade de interrupção exigida, assim como os esforços a que o disjuntor é submetido, são função do mesmo. Estes esforços a que os disjuntores são sujeitos durante situações transitórias, como é o caso do arco elétrico, assumem diversas naturezas:

- Dielétrica (tensão)
- Térmica (correntes indutivas/capacitivas e de curto-circuito)
- Eletromecânica (correntes de curto-circuito)

Em suma, perante os aspetos referidos, identifica-se de modo sintetizado as características mais relevantes de um disjuntor [3, 7]:

1. Interromper de forma rápida e sucessiva a corrente na ocorrência de curto-circuitos, limitando os danos causados aos equipamentos que compõem o sistema;
2. Quando fechado deve conduzir a corrente nominal sem produzir qualquer aumento de calor nos seus componentes, equivalente a uma condutividade muito elevada;
3. Quando aberto deve comportar-se como um bom isolador;
4. Na posição estacionária, aberto ou fechado, o disjuntor deve ser capaz de suportar qualquer sobretensão para o qual está designado;
5. Realizar o movimento de abertura num intervalo de tempo curto, ainda que tenha permanecido por um período de vários meses na posição fechado;
6. Suportar os efeitos do arco elétrico, eletromagnéticos e mecânicos, além do efeito térmico;
7. O disjuntor deve ser capaz, à sua tensão nominal, de estabelecer e cortar correntes dentro dos valores estipulados sem comprometer o seu funcionamento no futuro.

Por fim convém referir que os disjuntores são instalados em associação com os relés específicos, sendo estes responsáveis pelo sinal de acionamento na ocorrência de uma violação do parâmetro operacional em questão.

## 2.2.2 Tipo de Disjuntores

A interrupção da corrente é passível de ser realizada através de diversas técnicas, que se diferenciam pelo meio presente na câmara de corte ser diferente. Os disjuntores são desse modo designados de acordo com o meio presente.



**Figura 2.8:** Tipo de Disjuntores [3]

As técnicas de interrupção mais utilizadas, atualmente, são as seguintes:

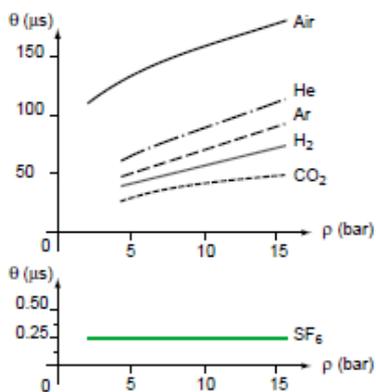
- Ar livre/comprimido
- Óleo
- Vácuo
- SF6

Determinadas características são comuns a todos os tipos de disjuntores, independentemente das classes de corrente e tensão para os quais foram projetados. Contudo, os detalhes variam significativamente de acordo com a técnica de extinção adotada [7].

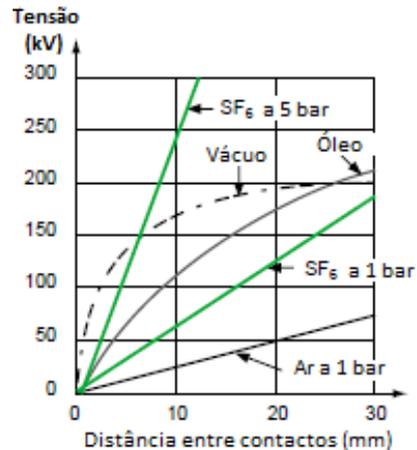
A escolha do meio de extinção a ser utilizado é de extrema importância na concepção do disjuntor e está diretamente relacionado com as condições a que o mesmo vai ser aplicado. Para esta finalidade o meio deve assegurar as seguintes características [2]:

- Possuir elevada condutividade térmica, especialmente no regime térmico de maneira a remover eficazmente a energia térmica do arco;
- Readquirir rapidamente as propriedades dielétricas de modo a evitar rutura no regime dielétrico;
- A temperatura elevada comportar-se como um bom condutor elétrico, reduzindo desse modo a resistência do arco e conseqüentemente a energia dissipada;
- A temperatura reduzida comportar-se como isolador, proporcionando a extinção da corrente.

Nas figuras 2.9 (a) e (b) apresenta-se o comportamento de diversos meios dielétricos, ar à pressão atmosférica e pressão elevada, óleo, vácuo e SF6, onde se ilustram dois parâmetros característicos



(a) Constante de tempo de desionização  $\theta$  em função da pressão  $\rho$

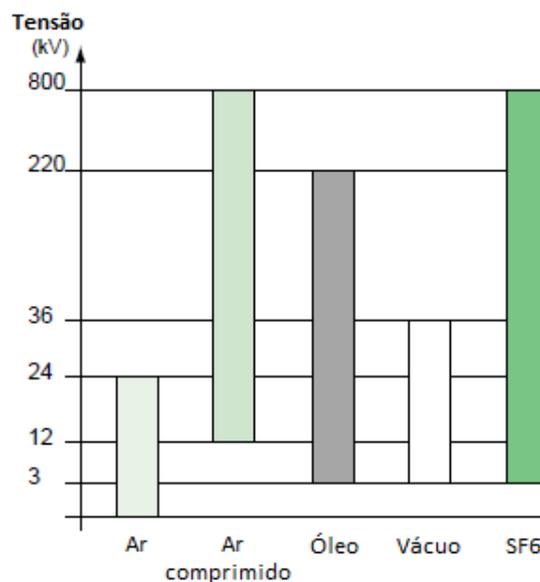


(b) Rigidez dielétrica em função das distâncias dos contactos para as várias técnicas

**Figura 2.9:** Características dos dielétricos [2]

importantes, a constante de tempo de desionização e a rigidez dielétrica. Na figura 2.9 (a) ilustra-se a constante de tempo de desionização em função da pressão e na figura 2.9 (b) apresenta-se as curvas da rigidez dielétrica em função da distância entre os contactos. Destas curvas é possível constatar o grande potencial do SF6, quer pelo facto de suportar tensões mais elevadas que os outros gases à mesma pressão, quer pelo facto da constante de tempo de desionização não depender da pressão a que se utilize o gás. Os disjuntores caracterizados por esta técnica revelam, por estas razões, uma elevada potência de interrupção que justifica a sua generalizada utilização.

A figura 2.10 permite evidenciar os níveis de tensão em que cada um dos meios é frequentemente aplicado.



**Figura 2.10:** Utilização das várias técnicas de acordo com os níveis de tensão [2]

Nos subcapítulos seguintes são descritas, sucintamente, as várias tecnologias de interrupção desenvolvidas.

### 2.2.2.1 Disjuntores a Ar

Os disjuntores a ar foram, historicamente, os primeiros a serem utilizados muito devido à sua simplicidade. Surgiram, em meados da década 30, como a melhor técnica de extinção do arco elétrico na alta tensão [8].

Neste género de disjuntores o sistema mecânico exerce, simultaneamente, duas funções, proporcionar a abertura e fecho dos contactos e extinguir o arco. O princípio de extinção consiste em criar um fluxo de ar sobre o arco, fluxo este provocado por um diferencial de pressão. A extinção do arco requer uma elevada pressão do ar, cerca de 2 MPa, o que significa que o risco de fuga é elevado e portanto a instalação, a manutenção e reparação são dispendiosas [3, 9].

Esta tecnologia possui a vantagem de ter uma grande capacidade de corte com curtos tempos de interrupção. Por outro lado possui unidades de interrupção com rigidez dielétrica limitada<sup>4</sup>.

### 2.2.2.2 Disjuntores a Óleo

Com o aumento das potências de interrupção, e com a elevação dos níveis de tensão dos sistemas elétricos, surgiram os disjuntores a óleo mineral isolante. O óleo mineral começou a ser utilizado pelas suas propriedades isolantes e de extinção. Neste tipo de disjuntor distingue-se dois tipos de efeitos de extinção do arco: o efeito de hidrogénio e o efeito de fluxo líquido.

O efeito de hidrogénio resume-se ao facto do arco, a alta temperatura, decompor o óleo em diversos gases, onde o hidrogénio é o gás predominante. A predominância é tal que na verdade o arco “queima” numa atmosfera de hidrogénio. Dado que este gás apresenta uma condutividade térmica elevada, a remoção do calor na vizinhança do arco processa-se de maneira eficiente.

O efeito de fluxo líquido consiste em impulsionar óleo frio sobre o arco proporcionando continuidade ao processo de evaporação já descrito. Os gases resultantes possibilitam dessa forma retirar grandes quantidades de calor. Este fluxo de óleo pode ocorrer de forma espontânea com a diminuição de corrente ou com recurso a dispositivos mecânicos. Normalmente são utilizados ambos os processos. Existem duas categorias de disjuntores a óleo: grande e pequeno volume de óleo (GVO e PVO, respetivamente). A introdução desta tecnologia possibilitou enormes avanços, principalmente, na redução de unidades<sup>5</sup> de interrupção. Outra grande vantagem é que toda a manutenção, mesmo a abertura das unidades de interrupção, pode ser levada a cabo ao ar livre. Contudo, embora a manutenção seja relativamente simples, requerem manutenções frequentemente [3, 8, 9].

### 2.2.2.3 Disjuntores a Vácuo

Só em meados dos anos 70 foram fabricados os primeiros disjuntores a vácuo, com uma enorme aceitação na média tensão. As propriedades do vácuo como meio isolante são há muito tempo, conhecidos, contudo as dificuldades técnicas referentes à técnica de vácuo fizeram com que a sua produção fosse adiada para início dos anos 70.

<sup>4</sup>Por exemplo, um disjuntor de 420 kV necessita de 10 unidades de interrupção em serie por fase [3]

<sup>5</sup>Por exemplo, para o mesmo disjuntor de 420 kV apenas são necessárias 4 unidades em serie por fase.

A possibilidade de estabelecer um arco elétrico no vácuo é algo que levanta muitas dúvidas. A origem do arco pressupõe a existência de elétrons e íons positivos que lhe sirvam de suporte, e à partida, não existe a possibilidade de encontrar tais partículas no vácuo. Contudo, nos disjuntores a vácuo, os elétrons e íons positivos são fornecidos pelo vapor de partículas metálicas provenientes da evaporação dos contactos. Após a interrupção da corrente as partículas metálicas depositam-se e recupera-se a rigidez dielétrica. A recuperação dielétrica é realizada com constantes de tempo muitíssimo baixas, o que permite grandes capacidades de interrupção em câmaras de corte pequenas [8, 9].

#### 2.2.2.4 Disjuntores a SF6

Em 1953, foi desenvolvido pelos Estados Unidos o primeiro protótipo de SF6 para alta tensão, até então os disjuntores de óleo e ar comprimido eram os métodos de extinção utilizados.

Por se tratar de uma tecnologia superior, os disjuntores de SF6 acabaram por substituir as técnicas anteriormente utilizadas por razões económicas e práticas (substancialmente menos manutenção), mas também pela procura de maiores níveis de exigência. Além disso, o número de unidades de interrupção necessárias foram também reduzidas. Para o nível dos 300 kV seria utilizado apenas uma unidade por fase, enquanto para um nível superior, por exemplo, 550 kV seriam duas unidades. O número de unidades de interrupção são dependentes da tensão da rede e da potência de corte necessária [3].



**Figura 2.11:** Disjuntores SF6 145 kV e 420 kV [3]

Na figura 2.11 apresenta-se disjuntores de SF6, um de 420 kV, de um polo com duas unidades de interrupção e outro de 145 kV de um polo com uma unidade de interrupção.

A energia requerida à operação destes mesmos disjuntores, visto que utilizam o mecanismo de mola carregada, é mais reduzida quando comparados com os correspondentes disjuntores a óleo [3].

##### 2.2.2.4.1 Propriedades do SF6

O gás SF6, como é conhecido na gíria, assume o nome científico de hexafluoreto de enxofre. É um gás bastante apreciado pelas suas propriedades químicas e físicas, razão pela qual é utilizado há mais de 30 anos como meio de extinção em disjuntores de alta e muito alta tensão [3].

- **Propriedades químicas**

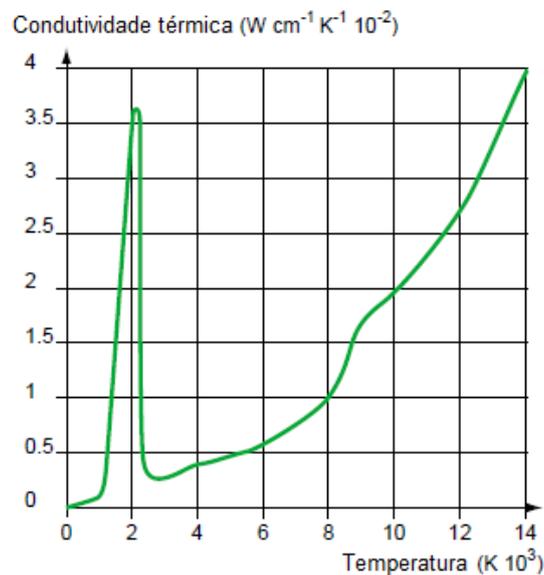
No seu estado puro o SF<sub>6</sub> é um gás incolor, inodoro, não inflamável e insolúvel em água. É um gás nobre, estável e inerte, com todas as possíveis ligações químicas preenchidas. Trata-se de um gás regenerável, que após sofrer disrupção, tem a capacidade de reverter o processo regenerando a molécula de SF<sub>6</sub>.

Um pequeno número de subprodutos são obtidos a partir da disrupção do SF<sub>6</sub> na presença de impurezas, como o dióxido de enxofre ou tetra fluoreto de carbono. Estes subprodutos permanecem confinados e são facilmente absorvidos pelos compostos ativos, tais como o silicato de alumínio que são muitas vezes colocados no ambiente de rutura [2, 3, 8].

- **Propriedades físicas**

1. **Propriedades térmicas**

A condutividade térmica do gás SF<sub>6</sub> é idêntica à do ar, contudo a condutividade térmica do SF<sub>6</sub> revela um pico para a sua temperatura de dissociação (ver figura 2.12). Em redor dessa temperatura, que se caracteriza pela temperatura do arco na proximidade do zero de corrente, dispor de uma condutividade térmica acrescida é muito vantajoso na remoção da energia térmica do arco. Este pormenor revela-se bastante diferenciador em relação a outros gases [2, 3].



**Figura 2.12:** Condutividade térmica do SF<sub>6</sub> em função da temperatura [2]

2. **Propriedades dielétricas**

O SF<sub>6</sub> tem uma elevada rigidez dielétrica devido às suas propriedades eletronegativas (ver figura 2.9 b)). O tempo de vida dos eletrões é muito baixo e em conjunto com as moléculas de SF<sub>6</sub> formam iões pesados com baixa mobilidade. A probabilidade de disrupção do gás

dielétrico por efeito avalanche é assim retardado. Este facto confere a este meio uma constante de desionização extremamente baixa [2, 3].

Existem inúmeras tecnologias do disjuntor SF6, as quais diferem no modo como o arrefecimento do arco acontece. Descrevem-se abaixo algumas das mais conceituadas.

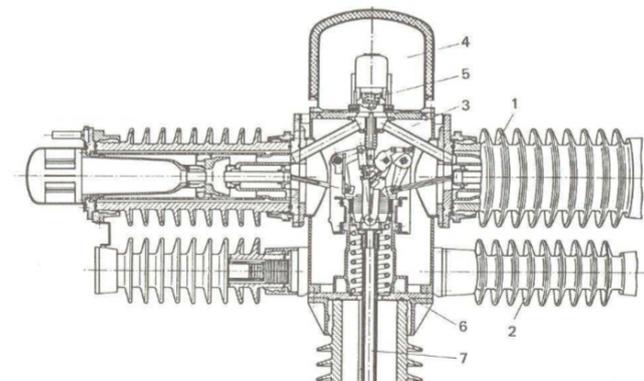
#### 2.2.2.4.2 Disjuntores SF6 de Dupla Pressão

Este género de disjuntores constituem a 1ª geração de disjuntores SF6. Como o próprio nome sugere, o disjuntor de pressão dupla é constituído por dois circuitos distintos, um circuito de alta pressão (20 bar) e um de baixa pressão (2,5 bar). No momento da interrupção, por acionamento de uma válvula de descarga, o SF6 pressurizado é injetado estabelecendo-se um fluxo de gás sobre o arco elétrico. A injeção do gás SF6 a alta pressão é efetuada em sincronismo com a abertura dos contactos através do próprio mecanismo de transmissão. Após a abertura dos contactos, o SF6 é bombeado automaticamente por um compressor do circuito de baixa pressão para o circuito de alta pressão ficando apto para uma nova intervenção [8, 7, 9].

Hoje em dia a sua produção foi descontinuada, cedendo o seu lugar aos disjuntores de pressão única (sopro) de construção extremamente mais simples.

#### 2.2.2.4.3 Disjuntores SF6 a Pressão Única (Sopro)

Este método, também denominado de sopro, surgiu com o propósito de contornar problemas enfrentados pela técnica de 1ª geração. Nestes disjuntores o gás está num sistema fechado com pressão única, de 3,5 a 7 bar. O diferencial de pressão, sempre presente nos disjuntores de meio gasoso de modo a criar um fluxo de gás sobre o arco, é obtido criando-se uma sobrepressão transitória durante a abertura dos contactos [8, 9]. Na figura 2.13 é visível a constituição deste tipo de disjuntor.

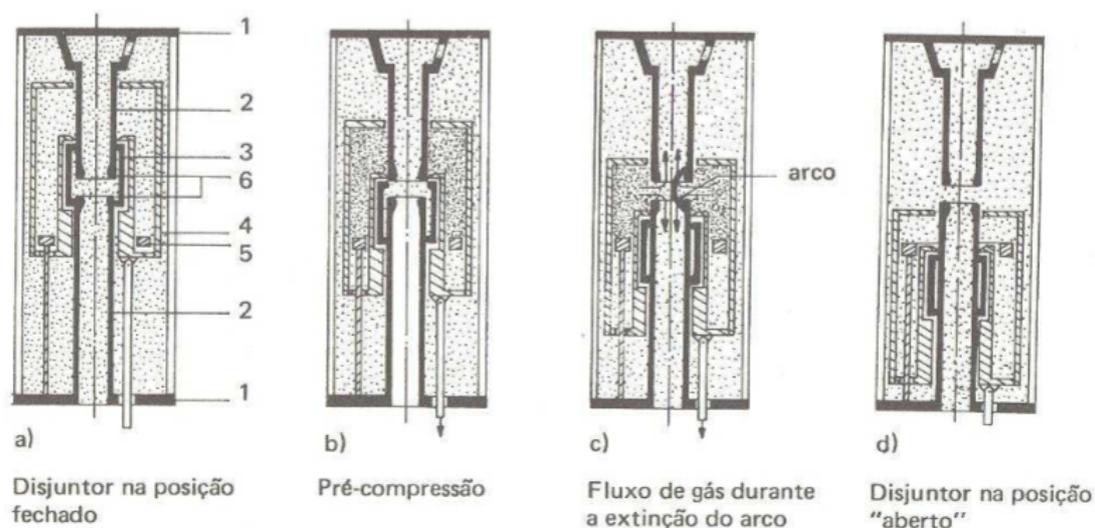


**Figura 2.13:** Disjuntor SF6 de pressão única [9]

onde

- 1 – Unidade de interrupção
- 2 – Condensador de equalização
- 3 – Cabeçote de distribuição
- 4 – Reservatório intermédio de SF6 alta pressão
- 5 – Válvula de sopro
- 6 – Mola de desligamento
- 7 – Barra isolante

Ao suceder o comando de abertura do disjuntor, o contacto móvel e o cilindro começam a movimentar-se comprimindo o gás contra o êmbolo fixo, ver fig. 2.14 b). A pressão neste espaço aumenta com a diminuição do volume até ao momento em que os contactos se separam. Verifica-se, então, o aparecimento do arco e no mesmo instante a descarga da sobrepressão para o resto do sistema, ocasionando um fluxo de gás sobre o arco extinguindo-o (ver fig. 2.14 c)) [8, 9].



**Figura 2.14:** Fases de abertura do disjuntor [9]

onde

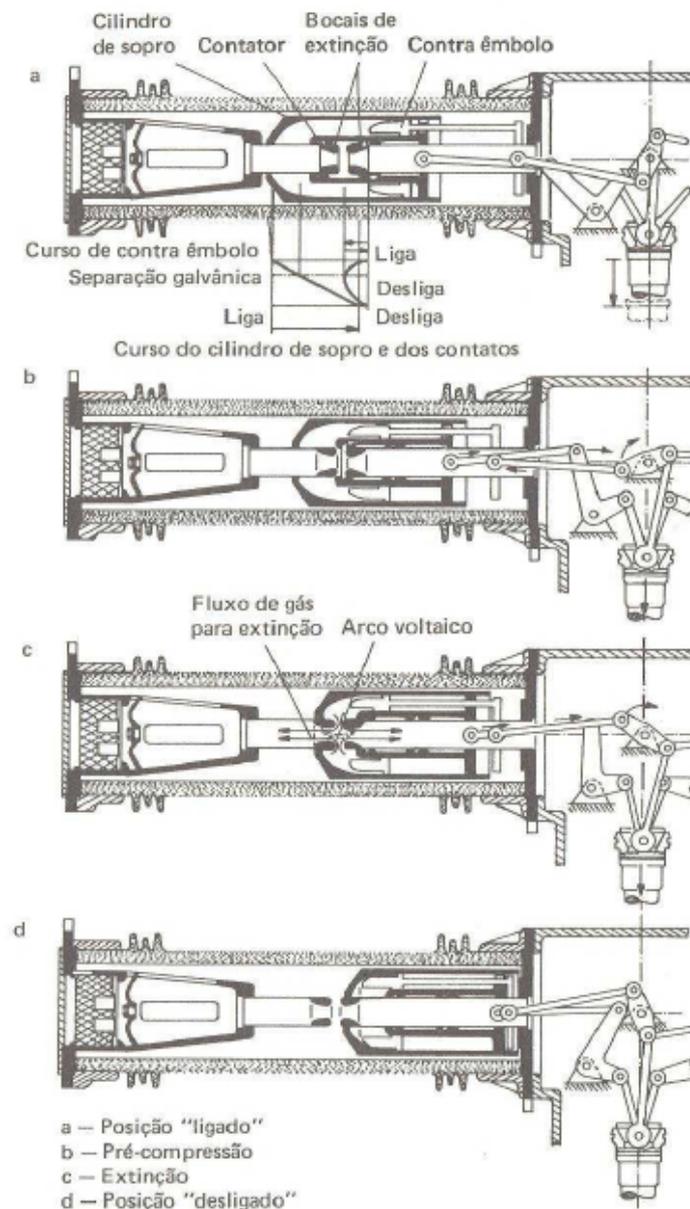
- 1 – Placas de contacto
- 2 – Contactos fixos
- 3 – Tubo do contacto móvel
- 4 – Cilindro de sopro
- 5 – Êmbolo
- 6 – Bocais de extinção

Deste modo é desnecessário o recurso a dispositivos de geração de alta pressão e injeção temporizada presentes nos disjuntores de dupla pressão [9].

#### 2.2.2.4.4 Disjuntores SF6 de Dois Ciclos

Esta técnica de interrupção é um avanço baseado na técnica de pressão única com a capacidade de extinguir o arco em intervalos de tempo mais curtos que a anterior, nomeadamente, em dois ciclos. Assim como no caso anterior, durante a manobra de abertura, o cilindro move-se contra um êmbolo, que, neste caso, ao invés de ser fixo é, na verdade, um contra êmbolo móvel. Durante o intervalo de abertura em que o gás é comprimido, o contra êmbolo move-se em sentido contrário ao do ciclo, aumentando deste modo a quantidade de gás soprado contra o arco elétrico. Atingido o final da manobra, ele desloca-se de volta à sua posição original [8, 9].

Na figura 2.15 podemos visualizar o esquema de um disjuntor de dois ciclos a SF6:

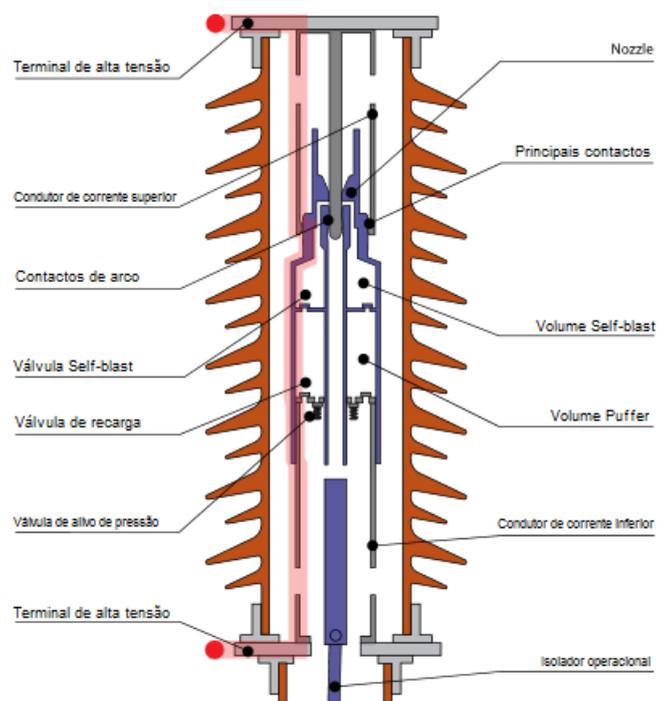


**Figura 2.15:** Processo de extinção do arco no disjuntor SF6 de dois ciclos [9]

Esta tecnologia surgiu da importância de se interromper rapidamente elevadas correntes de curto-circuito em redes com tensão nominal superior a 420 kV. Este requisito é essencial para salvaguardar a estabilidade da rede e a existência de geradores próximos a alimentar o curto-circuito. Neste tipo de instalações, uma corrente de curto-circuito que leve um intervalo de tempo longo a ser interrompida pode danificar seriamente os equipamentos a ela ligados [9].

#### 2.2.2.4.5 *Selfblast*

O conceito da técnica *selfblast*, em português auto-sopro, é de aproveitar a energia libertada pelo arco para extingui-lo. É por isso uma técnica que reduz significativamente a quantidade de energia operacional necessária ao seu funcionamento. No entanto, como depende da energia libertada pelo arco, apenas pode ser aplicada em casos de correntes elevadas, uma vez que a energia libertada é proporcional à corrente a ser interrompida [7, 3]. Aquando da interrupção propriamente dita, a energia do arco provoca um aumento de temperatura do meio e, conseqüentemente, um aumento de pressão no volume *selfblast*, como se pode visualizar na figura 2.16.



**Figura 2.16:** Câmara de extinção de disjuntor *Selfblast* [3]

No momento do zero da corrente, devido à sobrepressão existente no volume *selfblast*, o gás é injetado na região dos contactos. Deste modo, forma-se um fluxo que irá resfriar o meio e, assim, contribuir para a extinção do arco elétrico.

## 2.3 Modelos do Arco Elétrico

No capítulo anterior abordamos os diferentes disjuntores com o objetivo de perceber os diversos processos de extinção utilizados na interrupção da corrente. Neste capítulo pretende-se abordar a modelação matemática do arco em disjuntores, a qual é baseada em simplificações de processos físicos complexos. Estas simplificações são assumidas consoante a aplicação final do modelo do arco. O desenvolvimento de modelos para caracterizar o arco elétrico são fundamentais no projeto de disjuntores, assim como na avaliação do seu desempenho no processo de interrupção da corrente. Há mais de 50 anos que a modelação de arcos elétricos é um tópico de investigação. Desde então que foram desenvolvidos inúmeros modelos dependendo das aplicações desejadas [10].

Os modelos existentes podem ser classificados em duas categorias [1, 10]:

- Modelos Físicos
- Modelos de Parâmetros

Contudo dentro da categoria dos modelos de parâmetros é definida outra categoria denominada de Modelos Caixa Preta (*Black Box*). Estes modelos consistem, basicamente, numa variação dos modelos de parâmetros no sentido em que funções e tabelas mais simples são utilizadas para determinar os parâmetros dos modelos [1, 10].

Nos subcapítulos seguintes é executada uma breve referência aos modelos físicos. Os modelos caixa preta, ao contrário dos modelos físicos, serão abordados com especial detalhe.

### 2.3.1 Modelos Físicos

Os engenheiros responsáveis por projetar disjuntores trabalham em grande parte com modelos físicos do arco elétrico quando pretendem criar um novo protótipo. Os modelos físicos são os mais complexos, uma vez que fundamentam a descrição do arco elétrico através das equações da dinâmica de fluidos e das leis da termodinâmica, em combinação com as equações de Maxwell [1, 10]. Estes modelos baseiam-se nas equações da conservação da massa (2.2), do momento (2.3) e da energia (2.4) [11].

$$\underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial t}}_{\text{Variação da densidade por unid. de vol.}} = - \underbrace{\nabla \cdot (\rho u)}_{\text{Fluxo de massa por unid. de vol.}} \quad (2.2)$$

$\rho$  = densidade do gás [kg/m<sup>3</sup>]

$u$  = velocidade do gás [m/s]

$$\underbrace{\rho \frac{\partial u}{\partial t}}_{\text{Aceleração de um ponto no espaço}} = - \underbrace{\nabla p}_{\text{Força de aceleração pela distribuição de pressão}} - \underbrace{\rho(u \nabla) u}_{\text{Aceleração durante o movimento ao longo das linhas de fluxo}} \quad (2.3)$$

$p = \text{pressão [kg/ms}^2\text{]}$

$$\underbrace{\rho \frac{\partial h}{\partial t}}_{\text{Variação da energia por unid. de vol.}} + \underbrace{u \nabla(\rho h)}_{\text{Entrada de energia por convecção do fluxo de massa}} - \underbrace{\sigma E^2}_{\text{Calor produzido por efeito de joule}} = \underbrace{\nabla \cdot (pu)}_{\text{Trabalho realizado pelo fluxo através do gradiente de pressão}} + \underbrace{\nabla \cdot (K \nabla T)}_{\text{Perdas por condução térmica}} + \underbrace{R(T, \rho)}_{\text{Perdas por radiação}} \quad (2.4)$$

$\sigma = \text{condutividade elétrica [S/m]}$

$K = \text{condutividade térmica [W/mK]}$

$T = \text{temperatura do gás [K]}$

$h = \text{entalpia do gás [J/kg]}$

$R = \text{perdas por radiação [W/m}^3\text{]}$

$E = \text{campo elétrico [V/m]}$

A obtenção da solução utilizando estas equações é complexa, sendo usualmente impostas simplificações adequadas de modo a reduzir essa complexidade.

### 2.3.2 Modelos Caixa Preta

Contrariamente aos modelos anteriores, os modelos caixa preta, também conhecidos por *Black Box* ou modelos P- $\tau$ , são mais simples uma vez que o arco é descrito por uma equação diferencial. Estes modelos são de facto modelos matemáticos fundamentados em considerações físicas que determinam a relação entre a condutância do arco e a tensão e corrente do mesmo [10, 12].

Apesar destes modelos não serem adequados para projetar disjuntores, são muito importantes para simular a interação arco-circuito em estudos de rede, onde apresentam um nível de precisão bastante razoável. Para este propósito de simulação é de interesse o comportamento das grandezas elétricas do arco, em virtude da caracterização dos processos físicos inerentes. Contudo, a formulação destes modelos provêm de simplificações físicas, sendo por isso importante perceber qual o seu limite de aplicabilidade [10, 12].

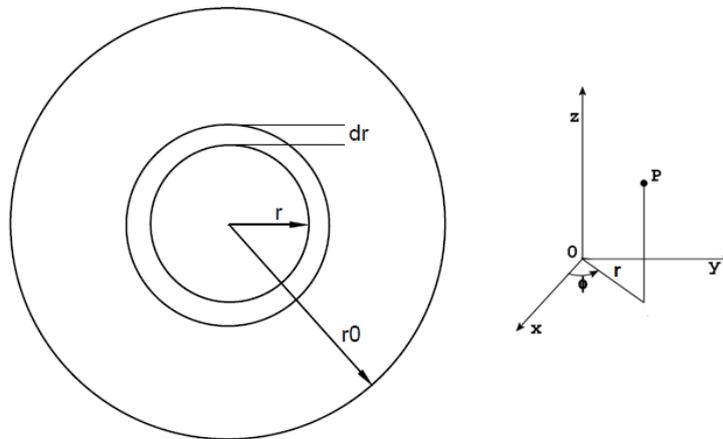
O objetivo principal destes modelos é utilizar os dados de tensão e corrente obtidos em ensaios laboratoriais de um disjuntor e através de uma equação diferencial deduzir os parâmetros do modelo matemático do arco. Os parâmetros determinados são específicos para a experiência em questão. Este modelo poderá ser utilizado posteriormente para prever a interrupção levada a cabo pelo disjuntor noutras condições do circuito [12]. Tendo em conta que testar disjuntores em laboratório é cada vez mais difícil devido às elevadas potências exigidas, mas também bastante dispendioso, estes modelos revelam a sua grande vantagem, precisamente, na previsão.

Apesar disso, é importante referir que estes modelos apenas permitem estudar o regime térmico do arco, ou seja, verificar se existe ou não interrupção térmica. Em relação ao regime dielétrico, o seu estudo tem de ser realizado posteriormente com os dados da TTR e com o conhecimento da taxa de recuperação dielétrica do gás em questão, algo que não está patente nas equações diferenciais

destes modelos. Também não é possível utilizá-los em disjuntores a vácuo, porque o processo que desencadeia o arco é diferente daquele que ocorre nos gases, em especial, no SF6 [10].

Estes modelos são tipicamente aplicados em casos de curto-circuito aos terminais do disjuntor, defeitos quilométricos e para estudar a supressão de corrente de pequenas correntes indutivas [10, 12].

Os modelos caixa preta são deduzidos da equação do balanço de energia que descreve o arco elétrico num meio gasoso [11]. Considera-se um arco com uma forma cilíndrica, como se mostra na figura 2.17, onde as perdas de energia ocorrem apenas por condução de calor na direção radial [11]. O calor transferido através da superfície lateral do cilindro com raio  $r$ , por unidade de tempo e por unidade de comprimento, é dado por:



**Figura 2.17:** Arco cilíndrico

$$\varphi(r) = -2\pi rk \frac{\partial T}{\partial r} \quad (2.5)$$

$\varphi$  = calor transferido por unidade de comprimento [W/m]

$r$  = raio do cilindro [m]

$T$  = temperatura em função da coordenada radial [K]

$k$  = condutividade térmica [W/mK]

A transferência de calor, por unidade de tempo e por unidade comprimento, através da superfície lateral do cilindro com raio  $r + dr$ , onde  $dr$  é uma distância infinitamente pequena, é dada por:

$$\varphi(r + dr) = \varphi(r) + \frac{\partial \varphi}{\partial r} dr \quad (2.6)$$

Portanto, efetuando o ganho de calor na camada  $dr$ , por unidade de tempo e por unidade comprimento, resulta:

$$\varphi(r) - \varphi(r + dr) = -\frac{\partial \varphi}{\partial r} dr = 2\pi \frac{\partial}{\partial r} (rk \frac{\partial T}{\partial r}) dr \quad (2.7)$$

Contudo, a produção de calor, por unidade de tempo e por unidade comprimento, como resultado do campo elétrico na camada  $dr$  resume-se à expressão (2.8):

$$2\pi r E J dr = 2\pi r \sigma E^2 dr \quad (2.8)$$

$E$  = campo elétrico na direção axial [V/m]

$\sigma$  = condutividade elétrica [S/m]

$J$  = densidade de corrente [A/m<sup>2</sup>]

O calor total acumulado na camada  $dr$  pode ser escrito segundo a expressão (2.9):

$$2\pi \frac{\partial}{\partial r} (rk \frac{\partial T}{\partial r}) dr + 2\pi r \sigma E^2 dr \quad (2.9)$$

Integrando a expressão (2.9), através da secção radial do arco entre os limites 0 e  $r_0$ , resulta o calor total acumulado por unidade de comprimento [11]:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = 2\pi r_0 k \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=r_0} + E^2 g \text{ ou } \frac{\partial Q}{\partial t} = -P + E^2 g \quad (2.10)$$

$Q$  = energia interna por unidade de comprimento [J/m]

$P$  = potência de arrefecimento por unidade de comprimento [W/m]

$g$  = condutância por unidade de comprimento [S/m]

A equação (2.10) é de facto uma forma simplificada da equação (2.4). Consoante as aproximações realizadas sobre a equação (2.10), e a sua respetiva integração ao longo do comprimento do arco, resulta a expressão final desse mesmo modelo.

A maioria dos modelos caixa preta publicados são baseados numa equação diferencial ordinária de 1ª ordem que pode ser transformada numa equação generalizada [10]:

$$\frac{1}{g} \frac{dg}{dt} = \frac{1}{\tau(|i|, g)} \left( \frac{ui}{P(|i|, g)} - 1 \right) \quad (2.11)$$

$\tau$  = constante de tempo do arco [s]

Os diferentes modelos caixa preta diferem no tipo de dependência das funções dos parâmetros. Quando os parâmetros  $P$  e  $\tau$  são constantes, caso de *Cassie* e *Mayr*, é possível inferir uma interpretação física destas equações. De facto esta equação generalizada foi historicamente derivada de modelos com parâmetros constantes.

### 2.3.2.1 Modelo do Arco de Cassie

Cassie ao desenvolver este modelo assumiu as seguintes premissas [10, 13, 14, 11]:

1. A temperatura do arco, a densidade de corrente e o campo elétrico são considerados constantes;
2. A convecção térmica é o principal fenómeno de remoção de energia do arco;
3. A secção transversal do arco varia com a corrente e com o tempo;

Segundo estas premissas, a condutividade, a energia interna e as perdas de energia por unidade de volume são constantes [13, 14, 11]:

$$g = g' A \Leftrightarrow A = \frac{g}{g'} \quad (2.12)$$

$$Q = Q' A \Leftrightarrow Q = Q' \frac{g}{g'} \quad (2.13)$$

$$P = P' A \Leftrightarrow P = P' \frac{g}{g'} \quad (2.14)$$

$g'$  = condutividade por unidade de volume [S/m<sup>3</sup>]

$Q'$  = energia por unidade de volume [J/m<sup>3</sup>]

$P'$  = perdas de energia por unidade de volume [W/m<sup>3</sup>]

Aplicando estas considerações na equação (2.10), resulta a seguinte equação:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{Q'g}{g'} \right) = \frac{Q'}{g'} \frac{dg}{dt} = -\frac{P'g}{g'} + E^2g \Leftrightarrow \quad (2.15)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{g} \frac{dg}{dt} = \frac{d \ln g}{dt} = \frac{P'}{Q'} \left( \frac{E^2}{P'/g'} - 1 \right) \quad (2.16)$$

A constante de tempo do arco, que assume um valor constante, é introduzida de modo a contabilizar o atraso no tempo devido à capacidade de energia armazenada e à taxa de perdas de energia ser finita:

$$\tau = \frac{Q}{P} = \frac{Q'}{P'} \quad (2.17)$$

$\tau$  = constante de tempo do arco [s]

No estado estacionário, o calor produzido pelo arco é igual às perdas, estas últimas assumem a seguinte expressão:

$$P = gE^2 \Leftrightarrow E = \sqrt{P/g} = \sqrt{P'/g'} = E_0 \quad (2.18)$$

$E_0$  = Campo elétrico constante do arco [V/m]

Aplicando as simplificações (2.17) e (2.18) na equação (2.15), e integrando essa mesma expressão ao longo do comprimento do arco, resulta a equação do modelo do arco de *Cassie* como é usualmente conhecida [14]:

$$\frac{1}{g} \frac{dg}{dt} = \frac{1}{\tau} \left( \frac{u^2}{U_c^2} - 1 \right) \quad (2.19)$$

$g$  = condutância do arco [S]

$u$  = tensão de arco [V]

$\tau$  = constante de tempo do arco [s]

$U_c$  = tensão constante do arco [V]

Este modelo é adequado principalmente para estudos que envolvem correntes de elevada intensidade devido às considerações assumidas [10].

### 2.3.2.2 Modelo do Arco de *Mayr*

*Mayr* ao desenvolver este modelo assumiu as seguintes premissas [10, 13, 11]:

1. As variações de temperatura são dominantes e a secção transversal cilíndrica do arco é constante;
2. A condução térmica é o principal fenómeno de remoção de energia do arco,  $P = -2\pi r_0 k \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r_0}$ ;
3. Extrapolou a condutância como função exponencial da energia interna do arco,  $g = K \exp(Q/Q_0)$ ;

Aplicando estas considerações na equação (2.10), resulta:

$$E^2 g - P = \frac{d}{dt} (Q_0 \ln(g/K)) = Q_0 \frac{d \ln g}{dt} \quad (2.20)$$

onde  $K$  e  $Q_0$  são constantes.

Depois de alguma manipulação algébrica:

$$\frac{d \ln g}{dt} = \frac{1}{\tau} \left( \frac{E^2 g}{P} - 1 \right) \quad (2.21)$$

$\tau = Q_0/P$  constante de tempo do arco [s]

$P$  = potência de arrefecimento por unidade de comprimento [W/m]

Integrando a equação (2.21), ao longo do comprimento do arco, resulta a equação do modelo do arco de *Mayr* como é usualmente conhecida [10, 13]:

$$\frac{1}{g} \frac{dg}{dt} = \frac{1}{\tau} \left( \frac{u^2}{P} - 1 \right) \quad (2.22)$$

$g$  = condutância do arco [S]

$u$  = tensão do arco [V]

$i$  = corrente do arco [A]

$\tau$  = constante de tempo do arco [s]

$P$  = potência de arrefecimento [W]

Devido às considerações assumidas, este modelo é adequado para o regime térmico (baixas intensidades de corrente) [10].

### 2.3.2.3 Modelo do Arco de *Habedank*

O modelo do arco de *Habedank* é uma junção de dois modelos, o modelo de *Cassie* e o modelo de *Mayr* com constantes de tempo  $\tau_c$  e  $\tau_m$ , respetivamente. Perante isto o modelo de *Habedank* pode ser definido como um modelo de quatro parâmetros, as duas constantes de tempo já referidas, a potência de arrefecimento do arco  $P_0$  e a tensão constante do arco  $U_c$  caracterizada no modelo de *Cassie*. As equações diferenciais que definem o modelo de *Habedank* são ilustradas abaixo [15]:

$$\frac{1}{g_c} \frac{dg}{dt} = \frac{1}{\tau_c} \left( \frac{u^2}{U_c^2} - 1 \right) \quad (2.23)$$

$$\frac{1}{g_m} \frac{dg}{dt} = \frac{1}{\tau_m} \left( \frac{ui}{P_0} - 1 \right) \quad (2.24)$$

$$\frac{1}{g} = \frac{1}{g_c} + \frac{1}{g_m} \quad (2.25)$$

onde  $g_c$  é a condutância do modelo de *Cassie*,  $g_m$  é a condutância do modelo de *Mayr* e  $g$  condutância do arco. Neste caso o arco elétrico é modelado com recurso aos dois modelos já abordados, sendo que a condutância do arco  $g$  resulta da soma do inverso da condutância de ambos os modelos,  $g_c$  e  $g_m$ . O modelo do arco de *Cassie* descreve com maior rigor correntes elevadas, ao contrário do modelo do arco de *Mayr* que descreve apenas com precisão correntes de pequenas intensidades. Assim, o modelo de *Habedank* resultou da agregação de dois modelos que se complementam mutuamente, permitindo uma representação mais rigorosa das diversas intensidades de corrente.

### 2.3.2.4 Modelo do Arco de *Schavemaker*

O modelo de *Schavemaker* é um modelo de *Mayr* modificado com uma constante de tempo  $\tau$  e uma potência de arrefecimento que é função da potência elétrica de entrada. O parâmetro  $U_a$  pode ser utilizado para obter uma tensão constante nos intervalos de corrente elevada, contudo se não se pretender tal efeito pode assumir o valor zero. A equação do modelo do arco de *Schavemaker* é usualmente conhecida por [16]:

$$\frac{1}{g} \frac{dg}{dt} = \frac{1}{\tau} \left( \frac{ui}{\max(U_a |i|, P_0 + P_1 ui)} - 1 \right) \quad (2.26)$$

onde  $P_1$  e  $P_0$  são potências de arrefecimento.

### 2.3.2.5 Modelo do Arco de Schwarz

O modelo do arco de Schwarz é também um modelo de Mayr modificado. Neste modelo a constante de tempo e a potência de arrefecimento são função da condutância do arco. A equação do modelo do arco de Schwarz como é usualmente conhecida representa-se por [10, 13, 17]:

$$\frac{1}{g} \frac{dg}{dt} = \frac{1}{\tau g^a} \left( \frac{ui}{Pg^b} - 1 \right) \quad (2.27)$$

onde  $a$  é o parâmetro que influencia a dependência da constante de tempo com a condutância,  $P$  a potência de arrefecimento,  $b$  o parâmetro que influencia a dependência da potência de arrefecimento com a condutância.

### 2.3.2.6 Modelo do Arco de KEMA

O modelo KEMA é baseado nas equações clássicas de Mayr e Cassie abordados nos subcapítulos anteriores. Este modelo modeliza o arco com recurso a três modelos de Mayr modificados [18]:

$$\frac{dg_1}{dt} = \frac{1}{\tau_1 \Pi_1} g_1^{\lambda_1} u_1^2 - \frac{1}{\tau_1} g_1 \quad (2.28)$$

$$\frac{dg_2}{dt} = \frac{1}{\tau_2 \Pi_2} g_2^{\lambda_2} u_2^2 - \frac{1}{\tau_2} g_2 \quad (2.29)$$

$$\frac{dg_3}{dt} = \frac{1}{\tau_3 \Pi_3} g_3^{\lambda_3} u_3^2 - \frac{1}{\tau_3} g_3 \quad (2.30)$$

$$\frac{1}{g(t)} = \frac{1}{g_1(t)} + \frac{1}{g_2(t)} + \frac{1}{g_3(t)} \quad (2.31)$$

$$u = u_1 + u_2 + u_3; \quad (2.32)$$

onde

$$\tau_2 = \frac{\tau_1}{k_1} \quad \tau_3 = \frac{\tau_2}{k_2} \quad \Pi_3 = \frac{\Pi_2}{k_3} \quad (2.33)$$

$g$  = condutância total do arco [S]

$u_n$  = tensão da secção  $n$  do arco [V]

$u$  = tensão total do arco [V]

$\tau_n$  = constante de tempo da secção  $n$  do arco [s]

$\Pi_n$  = potência de arrefecimento do submodelo  $n$  [ $A^{(\lambda-1)} V^{(3-\lambda)}$ ]

$k_n$  = parâmetros livres

$\lambda_n$  = controlo do submodelo  $n$ ;

Comparativamente com os modelos anteriores, este modelo assume-se de complexidade superior pelo número elevado de parâmetros (graus de liberdade) que o constitui. Os parâmetros de cada modelo são as constantes de tempo  $\tau_n$ , as potências de arrefecimento  $\Pi_n$ <sup>6</sup> e os parâmetros adimensionais  $\lambda_n$  [18, 17]. Se  $\lambda = 1$ , resulta a equação do modelo de *Cassie* com  $\Pi = U_0^2$ . Se  $\lambda = 2$ , resulta a equação do modelo de *Mayr* com  $\Pi = P_0$ . Os parâmetros  $k_n$  dependem do tipo de disjuntor e o  $\tau_1, \Pi_1, \Pi_2$  dependem do estado atual do mesmo [19, 17]. Apesar de ser um modelo deduzido de considerações físicas, a verdade é que se assume como um modelo matemático, onde a descrição física deixa de ser perceptível. Desse modo, a sua aplicação é maioritariamente prática e obriga à realização de ensaios experimentais.

---

<sup>6</sup>Por vezes define-se o inverso deste parâmetro por  $A_n$

## Capítulo 3

# Simulação dos Modelos Caixa Preta

Neste capítulo procedeu-se à implementação, em *Matlab*, dos diferentes modelos anteriormente apresentados com a finalidade de estudar e visualizar as suas características, bem como a interação arco-circuito. Decidiu-se com este objetivo implementar os modelos do arco para dois casos distintos de defeito:

1. Defeito aos terminais do disjuntor
2. Defeito quilométrico

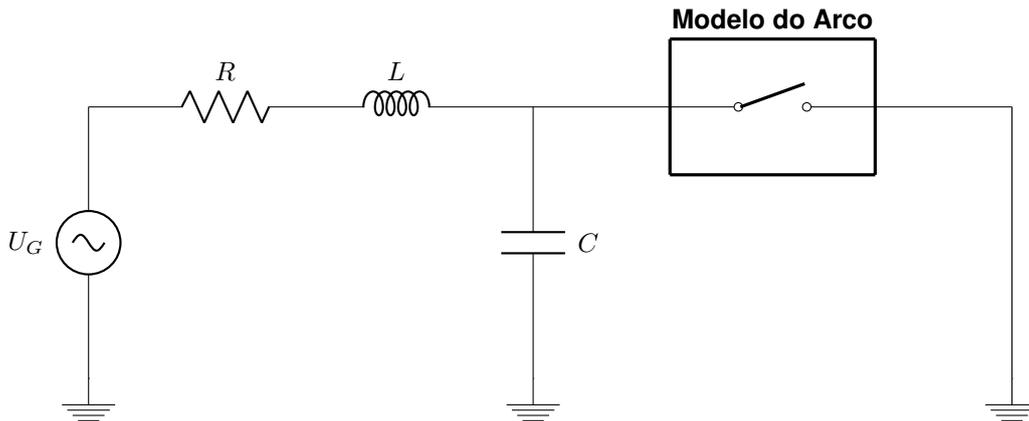
Este tipo de defeitos são usualmente aplicados em simulações com disjuntores pela severidade que apresentam. Considera-se que ambos os defeitos são trifásicos simétricos à terra uma vez que o objetivo é estudar o arco aos terminais do disjuntor. Depois de verificada a correta implementação dos modelos, para cada caso de curto-circuito, o objetivo é avaliar a influência de cada parâmetro dos modelos do arco.

### 3.1 Considerações Gerais

No sentido de desenvolver o programa em *Matlab* que permitiu realizar as simulações foi necessário considerar alguns aspetos. Em primeiro lugar, os defeitos são caracterizados por um circuito equivalente diferente, e portanto, o programa contempla dois circuitos de teste distintos. Em segundo lugar, foi essencial ter a perceção das várias configurações que os circuitos assumem nos diferentes momentos da interrupção da corrente.

#### 3.1.1 Defeito aos Terminais do Disjuntor

A figura 3.1 ilustra o circuito de teste que representa o esquema monofásico equivalente para o curto-circuito aos terminais do disjuntor. O circuito é constituído por uma fonte de tensão sinusoidal de valor eficaz  $U_G$ , uma resistência  $R$  em série com uma indutância  $L$  e uma capacidade  $C$  em paralelo com o disjuntor. O disjuntor é representado por um dos modelos do arco apresentados no capítulo 2.3. Este modelo será responsável por descrever o valor da condutância do arco elétrico em função do



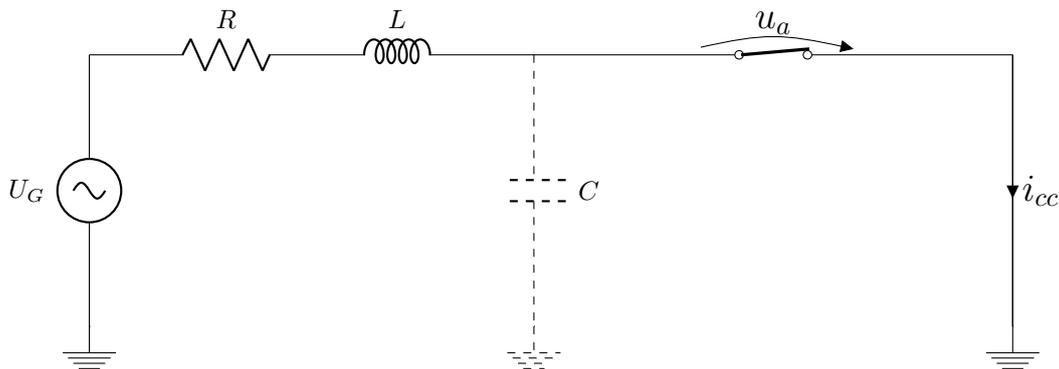
**Figura 3.1:** Circuito de teste - Defeito aos terminais

tempo, aos terminais do disjuntor. A condutância é obtida através da resolução da respectiva equação diferencial, onde se entra em consideração com a tensão e corrente do arco.

Durante a interrupção da corrente de curto-circuito são identificáveis três momentos distintos:

### 1. Situação de curto-circuito

Na situação de curto-circuito o circuito de teste assume a configuração da figura 3.2.



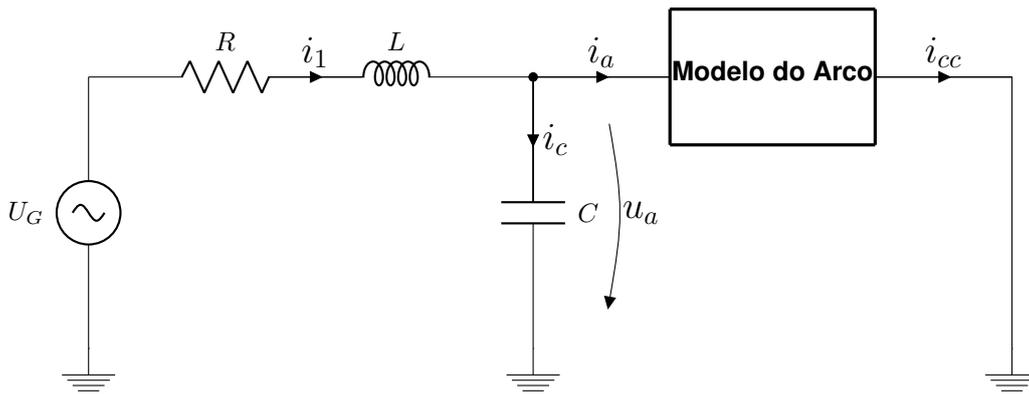
**Figura 3.2:** Configuração em curto-circuito

Perante esta situação, onde os contactos do disjuntor ainda se encontram fechados, não existe queda de tensão no disjuntor ( $u_a = 0$ ). O valor eficaz da corrente de curto-circuito é calculado através da seguinte expressão:

$$I_{cc} = \frac{U_G}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \quad (3.1)$$

### 2. Abertura do disjuntor e arco elétrico

Quando ocorre a abertura do disjuntor, e se estabelece o arco elétrico, o circuito de teste assume a configuração da figura 3.3. O disjuntor é representado por um dos modelos do arco implementados. A resolução da equação diferencial do respetivo modelo permite obter a condutância do arco para cada instante de tempo. Neste caso concreto a tensão do arco, que por sua vez é a tensão aos terminais do condensador, é considerada variável de estado, e portanto, a corrente do arco resulta da aplicação da lei de ohm,  $i_a = u_a g_a$ .



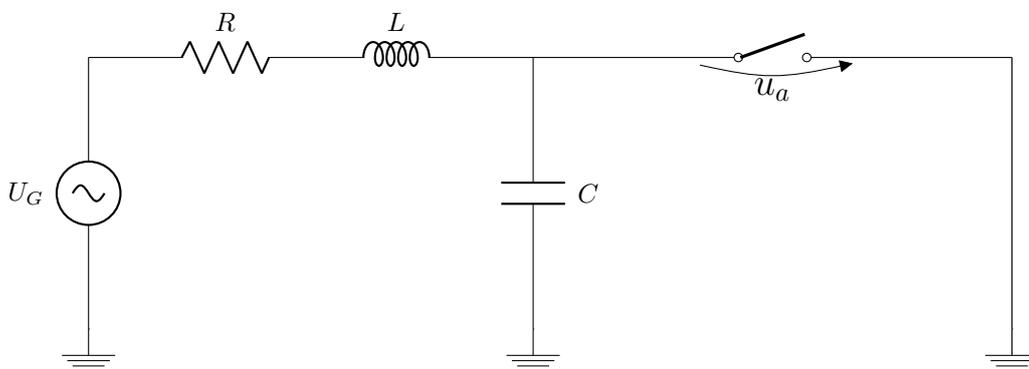
**Figura 3.3:** Configuração do circuito na abertura do disjuntor (arco elétrico)

Na presente configuração do circuito existem duas hipóteses de evolução:

- (a) O disjuntor consegue extinguir a corrente e o circuito assume a configuração da figura 3.4;
- (b) O disjuntor não consegue cortar a corrente e fica indefinidamente na presente configuração, onde a resistência de arco irá aumentar e diminuir, consecutivamente, com a evolução da corrente.

### 3. Após extinção do arco elétrico

Após a extinção do arco o circuito de teste assume a configuração da figura 3.4.



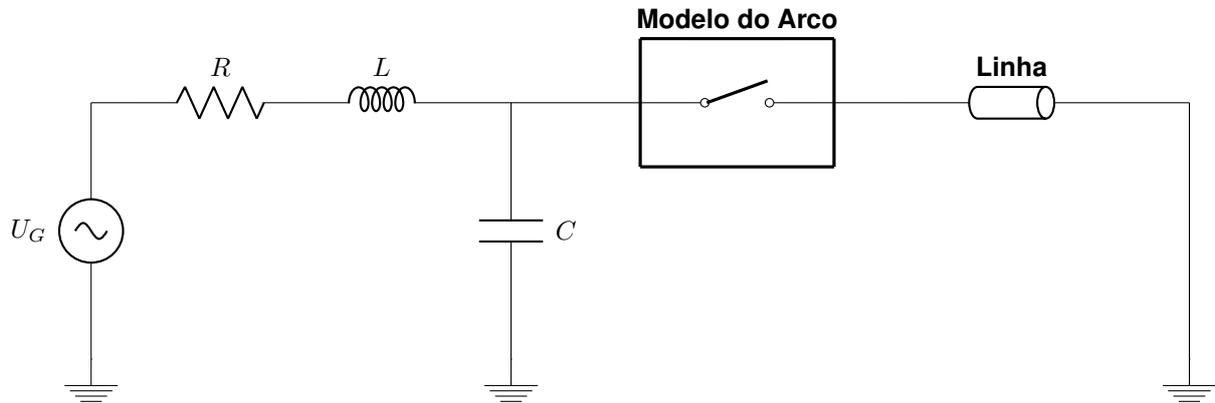
**Figura 3.4:** Configuração do circuito após extinção do arco elétrico

Após a extinção da corrente de curto-circuito, a resistência do arco assume um valor muito elevado, idealmente infinito, que separa fisicamente o lado do gerador (a montante do disjuntor) da zona de defeito (a jusante do disjuntor). A tensão do arco assume nos momentos iniciais após o corte da corrente a tensão transitória de restabelecimento (TTR). Posteriormente, evolui para uma situação estacionária, que se caracteriza por um nível de tensão próximo do nível de tensão do gerador.

#### 3.1.2 Defeito Quilométrico

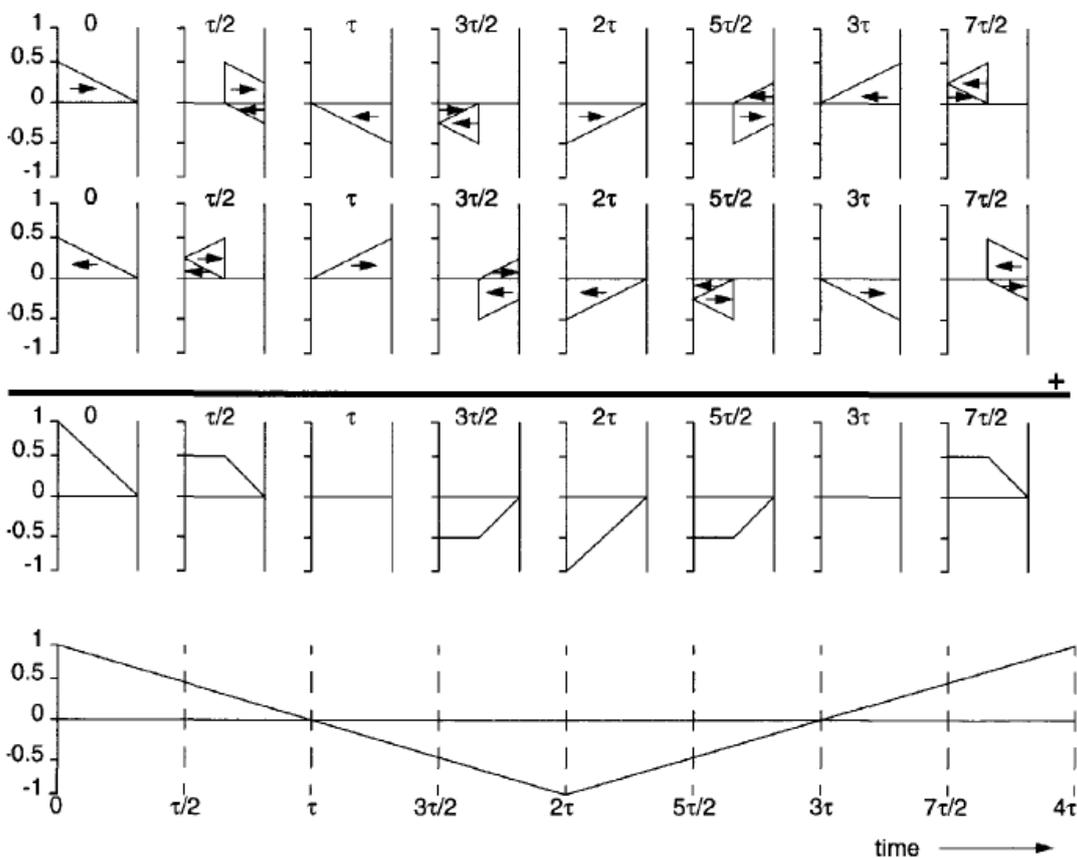
O defeito quilométrico é dos defeitos mais severos que os disjuntores têm de interromper termicamente [10]. Neste caso o defeito ocorre na linha alguns quilômetros a jusante dos terminais do disjuntor. Este

defeito é caracterizado pelo circuito equivalente/teste que se apresenta na figura 3.5.



**Figura 3.5:** Circuito de teste - Defeito quilométrico

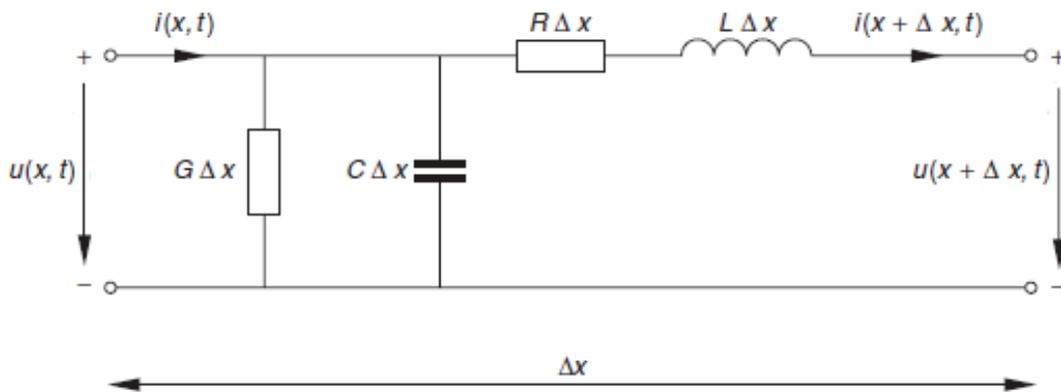
Depois da interrupção da corrente de curto-circuito, a energia armazenada na linha é dissipada através de ondas de tensão e corrente, as quais refletem entre o ponto de curto-circuito (fator de reflexão igual a -1) e a extremidade da linha em aberto aos terminais do disjuntor (fator de reflexão igual a 1), como demonstra a figura 3.6 [20].



**Figura 3.6:** Tensão no terminal do disjuntor do lado da linha após interrupção [16]

A tensão no terminal do disjuntor do lado da linha resulta da adição das duas ondas que se propagam nesta em sentidos opostos. O resultado é uma onda triangular com um período de quatro vezes a constante de propagação e um declive bastante elevado [20].

A maioria da bibliografia disponível considera um modelo de parâmetros concentrados para a linha de transmissão, por exemplo, o modelo de linha artificial KEMA [16]. No entanto para determinado comprimento de linha essa aproximação deixa de ser válida, uma vez que nem todos os pontos da linha assumem o mesmo nível de tensão no mesmo instante de tempo. Consequentemente, recorre-se ao modelo de parâmetros distribuídos [20]. Nesse modelo é considerada a propagação das ondas ao longo da linha apresentadas na figura 3.6. Cada troço elementar de linha  $\Delta x$  é modelado por parâmetros  $R$ ,  $L$ ,  $G$  e  $C$  definidos por unidade de comprimento, como se ilustra na figura 3.7.



**Figura 3.7:** Circuito equivalente de um segmento de linha  $\Delta x$  [1]

Neste trabalho assumiu-se uma linha de transmissão sem perdas, e portanto, os parâmetros distribuídos assumem os seguintes valores:

$$R = 0 \text{ } \Omega/\text{m}$$

$$G = 0 \text{ S/m}$$

$$L = 1,25 \text{ mH/km}$$

$$C = 9,0 \text{ nF/km}$$

$$l = 3 \text{ km}$$

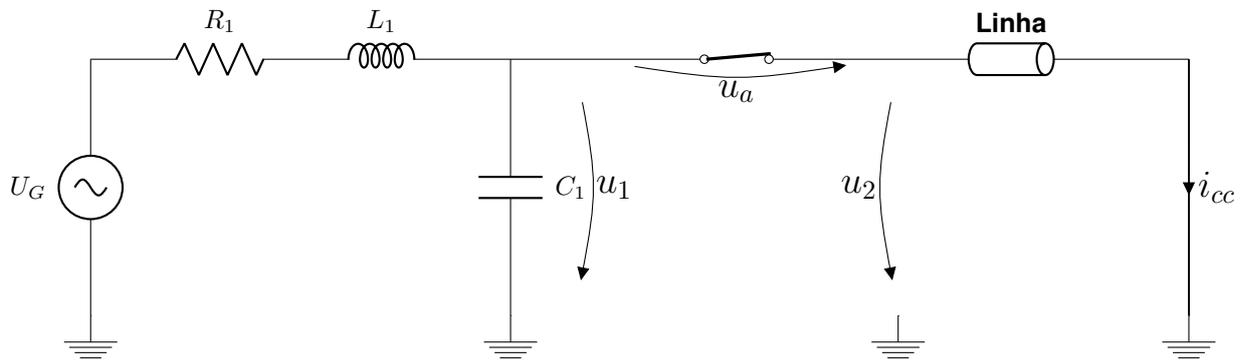
Estes valores enquadram-se nos valores típicos de uma linha aérea de transmissão de energia e foram obtidos da referência [20]. Apesar de não ser realista uma linha sem perdas, esta consideração dá origem a um transitório mais severo, uma vez que as ondas não reduzem a sua amplitude durante a propagação na linha. Este modelo apresenta maior complexidade de implementação quando comparado com o modelo de parâmetros concentrados, pelo facto de considerar a propagação das ondas de tensão e corrente já referidas. Do mesmo modo realizado para o defeito terminal, vamos avaliar os diferentes momentos a que o circuito de teste está sujeito. O defeito quilométrico é caracterizado pelo circuito de teste que se apresenta na figura 3.5.

Neste defeito, ao contrário do anterior, existe a necessidade de representar a linha de transmissão, onde o curto-circuito ocorre três quilómetros a jusante do disjuntor. Assim sendo, a linha representa-se pelos parâmetros distribuídos referidos anteriormente. Os parâmetros  $R_1$ ,  $L_1$  e  $C_1$ , que representam a rede a montante, são em tudo iguais aos do circuito apresentado para o caso de defeito aos terminais do disjuntor. O disjuntor é também, neste caso, representado pelos modelos do arco apresentados no capítulo 2.3, responsável por descrever a condutância do arco elétrico em função do tempo.

Durante a interrupção da corrente de curto-circuito são perceptíveis três momentos distintos:

### 1. Situação de curto-circuito

Na situação de curto-circuito o circuito de teste assume a configuração da figura 3.8.

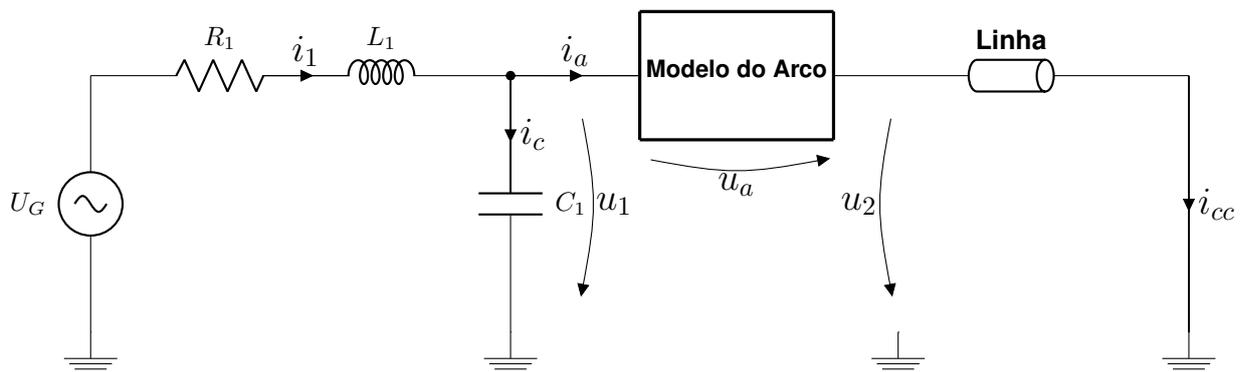


**Figura 3.8:** Configuração em curto-circuito

Neste momento a queda de tensão aos terminais do disjuntor é igual a zero e a condutância muito elevada.

### 2. Abertura do disjuntor e arco elétrico

Quando os contactos do disjuntor se começam afastar o circuito de teste assume a configuração da figura 3.9.



**Figura 3.9:** Configuração do circuito na abertura do disjuntor (arco elétrico)

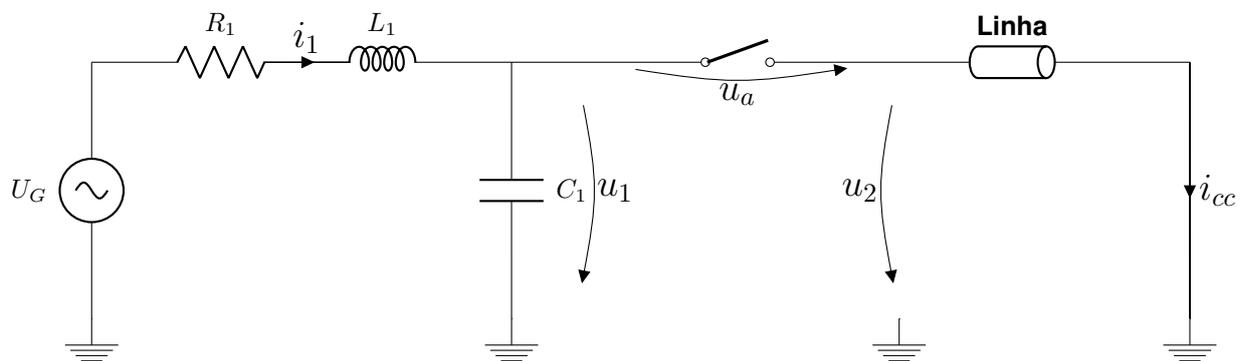
O arco elétrico que se estabelece é representado por um dos modelos do arco implementados. A resolução da equação diferencial do respetivo modelo permite descrever a evolução da condutância ao longo do tempo. A tensão do arco, ao contrário do caso anterior, não é variável de estado e resulta da diferença entre a tensão do condensador  $u_1$  e a tensão à entrada da linha  $u_2$ .

Na presente configuração do circuito existem duas hipóteses de evolução:

- (a) O disjuntor consegue extinguir a corrente e o circuito assume a configuração da fig.3.10;
- (b) O disjuntor não consegue cortar a corrente e fica indefinidamente nesta configuração, onde a resistência do arco irá aumentar e diminuir, consecutivamente, com a evolução da corrente.

### 3. Após extinção do arco elétrico

Após a extinção do arco o circuito de teste assume a configuração da figura 3.10.



**Figura 3.10:** Configuração do circuito após extinção do arco elétrico

Uma vez extinta a corrente de curto-circuito, a resistência de arco assume um valor muito elevado que separa fisicamente o circuito a montante do disjuntor da linha a jusante do disjuntor.

Concluída esta análise para ambos os casos podemos concluir que a consideração do arco elétrico vem adicionar complexidade e não linearidade ao processo. Consequentemente, deixa de ser possível aplicar o princípio da sobreposição que é aplicável apenas na ausência de arco (situação ideal).

## 3.2 Implementação Numérica dos Modelos

A análise da modulação do arco elétrico e a sua interação com o circuito leva à utilização de métodos numéricos. Com essa finalidade elaborou-se um programa em *Matlab* [21], como referido anteriormente. Não obstante, para que fosse possível simular os circuitos de teste e os respectivos modelos foi essencial transformar funções contínuas em funções discretas, ou por outras palavras, discretizar essas mesmas funções aplicando métodos numéricos.

Perante tal situação foi mandatório ter em consideração tanto os elementos dos circuitos como a equação diferencial do modelo.

### Circuito

Na caracterização dos circuitos considerou-se cada elemento descrito por um equivalente de *Norton* [22]. O seu desenvolvimento encontra-se no Anexo A.

## Modelo do Arco

Com a intenção de resolver a equação diferencial ordinária (EDO), que rege o comportamento elétrico do arco, foram aplicados diferentes métodos numéricos. Neste trabalho foram implementados o método de *Euler*, o método Trapezoidal, e por fim, o método de *Runge-Kutta* de 2ª ordem. Por conseguinte vamos relembrar sucintamente as expressões e aproximações dos diferentes métodos.

O método de *Euler* é um método de passo único e o mais simples de todos os métodos numéricos para problemas de valor inicial [23].

### Definição do problema

O problema consiste em determinar a função  $y = y(t)$  que satisfaz, simultaneamente, a equação diferencial e a condição inicial:

$$\begin{cases} y' = f(t, y(t)), t \in [a, b] \\ y(t_0) = y_0, t \in [a, b] \end{cases} \quad (3.2)$$

Este problema é denominado problema do valor inicial (PVI) de 1ª ordem. Se  $y$  é continuamente diferenciável até à segunda ordem em  $[a, b]$  e  $t_n, t_{n+1} \in [a, b]$ , então pela fórmula de Taylor [23],

$$y(t_{n+1}) = y(t_n) + \Delta t y' + \frac{(\Delta t)^2}{2} y''(\xi_n), \text{ onde } t_n < \xi_n < t_{n+1} \quad (3.3)$$

Donde, da equação diferencial de (3.2) e (3.3) concluímos que

$$y(t_{n+1}) = y(t_n) + \Delta t f(t_n, y(t_n)) + \frac{(\Delta t)^2}{2} y''(\xi_n) \quad (3.4)$$

Se  $\Delta t$  for pequeno o termo  $\frac{(\Delta t)^2}{2} y''(\xi_n)$  também será pequeno e podemos escrever

$$y(t_{n+1}) = y(t_n) + \Delta t f(t_n, y(t_n)) \quad (3.5)$$

Basicamente, em jeito de conclusão, o método de *Euler* consiste em calcular a solução através das seguintes expressões [23]:

$$\begin{cases} y_0 = y(t_0) \\ y_{n+1} = y_n + \Delta t f(t_n, y(t_n)), n = 0, \dots, m - 1 \end{cases} \quad (3.6)$$

onde  $m$  é o numero de sub-intervalos de  $[a, b]$  resultante de um determinado  $\Delta t$ .

Descrito o método de Euler resume-se aplicá-lo às equações dos modelos do arco referidos no capítulo 2.3. Por exemplo, para o modelo de *Cassie* considera-se a formulação (3.7) para o problema em questão.

$$\begin{cases} g'(t) = f(t, u(t), g(t)) = \frac{g}{\tau} \left( \frac{u^2}{U_c^2} - 1 \right) \\ g(0) = 10^4, t_0 \in [a, b] \end{cases} \quad (3.7)$$

Aplicando o método obtemos as expressões:

$$g(t) = g(t - \Delta t) + \Delta t f(t - \Delta t, u(t - \Delta t), g(t - \Delta t)) \quad (3.8)$$

$$= g(t - \Delta t) + \Delta t \left( \frac{g(t - \Delta t)}{\tau} \left( \frac{u_a(t - \Delta t)^2}{U_c^2} - 1 \right) \right) \quad (3.9)$$

Fazendo alguma manipulação algébrica resulta a expressão final:

$$g(t) = g(t - \Delta t) + \frac{\Delta t i_a(t - \Delta t) u_a(t - \Delta t)}{\tau U_c^2} - \frac{\Delta t}{\tau} g(t - \Delta t) \quad (3.10)$$

$$= \frac{\Delta t i_a(t - \Delta t) u_a(t - \Delta t)}{\tau U_c^2} + g(t - \Delta t) \left( 1 - \frac{\Delta t}{\tau} \right) \quad (3.11)$$

Aplicando o mesmo raciocínio nos restantes modelos resultam as expressões da tabela 3.1, que proporcionam a descrição da condutância do arco em cada instante de tempo.

**Tabela 3.1:** Expressões da condutância para o método de *Euler*

Modelo do Arco	Expressão da condutância $g(t)$
Cassie	$g(t) = \frac{\Delta t i_a(t - \Delta t) u_a(t - \Delta t)}{\tau U_c^2} + g(t - \Delta t) \left( 1 - \frac{\Delta t}{\tau} \right)$
Mayr	$g(t) = \frac{\Delta t i_a(t - \Delta t)^2}{\tau_m P} + g(t - \Delta t) \left( 1 - \frac{\Delta t}{\tau_m} \right)$
Habedank	$g(t) = \frac{\Delta t i_a(t - \Delta t) u_a(t - \Delta t)}{\tau U_c^2} + g(t - \Delta t) \left( 1 - \frac{\Delta t}{\tau} \right)$ $g(t) = \frac{\Delta t i_a(t - \Delta t)^2}{\tau_m P} + g(t - \Delta t) \left( 1 - \frac{\Delta t}{\tau_m} \right)$ $\frac{1}{g(t)} = \frac{1}{g_c(t)} + \frac{1}{g_m(t)}$
Schavemaker	$g(t) = \frac{\Delta t i_a(t - \Delta t)^2}{\tau \max(U_a  i , P_0 + P_1 u_a(t - \Delta t) i_a(t - \Delta t))} + g(t - \Delta t) \left( 1 - \frac{\Delta t}{\tau} \right)$
Schwarz	$g(t) = \frac{\Delta t i_a(t - \Delta t)^2}{\tau g(t - \Delta t)^a P_0 g(t - \Delta t)^b} + g(t - \Delta t) \left( 1 - \frac{\Delta t}{\tau g(t - \Delta t)^a} \right)$
KEMA	$g_1(t) = \frac{\Delta t A_1}{\tau_1} g_1(t - \Delta t)^{\lambda_1} u_{a1}(t - \Delta t)^2 + \left( 1 - \frac{\Delta t}{\tau_1} \right) g_1(t - \Delta t)$ $g_2(t) = \frac{\Delta t A_2}{\tau_2} g_2(t - \Delta t)^{\lambda_2} u_{a2}(t - \Delta t)^2 + \left( 1 - \frac{\Delta t}{\tau_2} \right) g_2(t - \Delta t)$ $g_3(t) = \frac{\Delta t A_3}{\tau_3} g_3(t - \Delta t)^{\lambda_3} u_{a3}(t - \Delta t)^2 + \left( 1 - \frac{\Delta t}{\tau_3} \right) g_3(t - \Delta t)$ $\frac{1}{g(t)} = \frac{1}{g_1(t)} + \frac{1}{g_2(t)} + \frac{1}{g_3(t)}$

O método trapezoidal é, semelhante ao método anterior, um método de passo único utilizado na resolução de equações diferenciais ordinárias (EDO's) [23]. Pretende-se, de forma idêntica ao realizado para o método anterior, obter a solução de um problema de valor inicial definido de modo equivalente ao (3.2). Este método implícito deriva da regra dos trapézios para integrais e assume a equação (3.12) [23]:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{\Delta t}{2} (f(t_n, y_n) + f(t_{n+1}, y_{n+1})) \quad (3.12)$$

onde  $\Delta t$  é o passo de integração.

Descrito o método trapezoidal resume-se aplicá-lo às equações diferenciais dos modelos do arco apresentados no capítulo 2.3. Por exemplo, para o modelo de Schwarz considera-se a formulação (3.13) para o problema em questão:

$$\begin{cases} g'(t) = f(t, i_a(t), g(t)) = \frac{1}{\tau g^a} \left( \frac{i_a^2}{P g^b} - g \right) \\ g(0) = 10^4, t_0 \in [a, b] \end{cases} \quad (3.13)$$

Aplicando o método obtemos as seguintes equações:

$$K_1 = f(t - \Delta t, i_a(t - \Delta t), g(t - \Delta t)) = \frac{1}{\tau g(t - \Delta t)^a} \left( \frac{i_a(t - \Delta t)^2}{P g(t - \Delta t)^b} - g(t - \Delta t) \right) \quad (3.14)$$

$$K_2 = f(t, i_a(t), g(t)) = \frac{1}{\tau g(t)^a} \left( \frac{i_a(t)^2}{P g(t)^b} - g(t) \right) \quad (3.15)$$

$$g(t) = g(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} (K_1 + K_2) \quad (3.16)$$

Resumindo o mesmo raciocínio para os restantes modelos, resultam as expressões das tabelas 3.2 e 3.3, que proporcionam a descrição da condutância do arco em cada instante de tempo.

**Tabela 3.2:** Expressões da condutância para o método Trapezoidal

Modelo do Arco	Expressão da condutância $g(t)$
Cassie	$K_1 = \frac{g(t - \Delta t)}{\tau_c} \left( \frac{u_a(t - \Delta t)^2}{U_c^2} - 1 \right)$
	$K_2 = \frac{g(t)}{\tau_c} \left( \frac{u_a(t)^2}{U_c^2} - 1 \right)$
	$g(t) = g(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2}(K_1 + K_2)$
Mayr	$K_1 = \frac{1}{\tau_m} \left( \frac{i_a(t - \Delta t)^2}{P_0} - g(t - \Delta t) \right)$
	$K_2 = \frac{1}{\tau_m} \left( \frac{i_a(t)^2}{P_0} - g(t) \right)$
	$g(t) = g(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2}(K_1 + K_2)$
Habedank	$K_{1c} = \frac{1}{\tau_c} \left( \frac{i_a(t - \Delta t)^2}{U_c^2 g_c(t - \Delta t)} - g_c(t - \Delta t) \right)$
	$K_{2c} = \frac{1}{\tau_c} \left( \frac{i_a(t)^2}{U_c^2 g_c(t)} - g_c(t) \right)$
	$g_c(t) = g_c(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2}(K_1 + K_2)$
	$K_{1m} = \frac{1}{\tau_m} \left( \frac{i_a(t - \Delta t)^2}{P_0} - g_m(t - \Delta t) \right)$
	$K_{2m} = \frac{1}{\tau_m} \left( \frac{i_a(t)^2}{P_0} - g_m(t) \right)$
	$g_m(t) = g_m(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2}(K_1 + K_2)$
	$\frac{1}{g(t)} = \frac{1}{g_c(t)} + \frac{1}{g_m(t)}$
Schavemaker	$K_1 = \frac{1}{\tau} \left( \frac{i_a(t - \Delta t)^2}{\max(U_a  i_a(t - \Delta t) , P_0 + P1 \frac{i_a(t - \Delta t)^2}{g(t - \Delta t)})} - g(t - \Delta t) \right)$
	$K_2 = \frac{1}{\tau} \left( \frac{i_a(t)^2}{\max(U_a  i_a(t) , P_0 + P1 \frac{i_a(t)^2}{g(t)})} - g(t) \right)$
	$g(t) = g(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2}(K_1 + K_2)$
Schwarz	$K_1 = \frac{1}{\tau g(t - \Delta t)^a} \left( \frac{i_a(t - \Delta t)^2}{P_0 g(t - \Delta t)^b} - g(t - \Delta t) \right)$
	$K_2 = \frac{1}{\tau g(t)^a} \left( \frac{i_a(t)^2}{P_0 g(t)^b} - g(t) \right)$
	$g(t) = g(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2}(K_1 + K_2)$

**Tabela 3.3:** Expressões da condutância para o método Trapezoidal (cont.)

Modelo do Arco	Expressão da condutância $g(t)$
KEMA	$K_{11}(t) = \frac{A_1}{\tau_1} g_1(t - \Delta t)^{\lambda_1} u_{a1}(t - \Delta t)^2 - \frac{g_1(t - \Delta t)}{\tau_1}$
	$K_{21}(t) = \frac{A_1}{\tau_1} g_1(t)^{\lambda_1} u_{a1}(t)^2 - \frac{g_1(t)}{\tau_1}$
	$g_1(t) = g_1(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} (K_{11} + K_{21})$
	$K_{12}(t) = \frac{A_2}{\tau_2} g_2(t - \Delta t)^{\lambda_2} u_{a2}(t - \Delta t)^2 - \frac{g_2(t - \Delta t)}{\tau_2}$
	$K_{22}(t) = \frac{A_2}{\tau_2} g_2(t)^{\lambda_2} u_{a2}(t)^2 - \frac{g_2(t)}{\tau_2}$
	$g_2(t) = g_2(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} (K_{12} + K_{22})$
	$K_{13}(t) = \frac{A_3}{\tau_3} g_3(t - \Delta t)^{\lambda_3} u_{a3}(t - \Delta t)^2 - \frac{g_3(t - \Delta t)}{\tau_3}$
	$K_{23}(t) = \frac{A_3}{\tau_3} g_3(t)^{\lambda_3} u_{a3}(t)^2 - \frac{g_3(t)}{\tau_3}$
	$g_3(t) = g_3(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} (K_{13} + K_{23})$
	$\frac{1}{g(t)} = \frac{1}{g_1(t)} + \frac{1}{g_2(t)} + \frac{1}{g_3(t)}$

O método de *Runge-Kutta* é um método numérico importante na aproximação de soluções de EDO, desenvolvido por volta de 1900 pelos matemáticos *C.Runge* e *M.W.Kutta* [23]. Pretende-se, de forma idêntica ao realizado para o método anterior, obter a solução do problema de valor inicial definido em (3.2). A família dos métodos explícitos de *Runge-Kutta* são dados pela expressão (3.17) [23]:

$$y_{n+1} = y_n + \Delta t \sum_{i=1}^m c_i k_i, \quad (3.17)$$

onde

$$\begin{aligned} k_1 &= f(t_n, y_n), \\ k_2 &= f(t_n + \alpha_2 \Delta t, y_n + \Delta t \beta_{21} k_1), \\ k_3 &= f(t_n + \alpha_3 \Delta t, y_n + \Delta t (\beta_{31} k_1 + \beta_{32} k_2)), \\ &\vdots \\ k_m &= f(t_n + \alpha_m \Delta t, y_n + \Delta t \sum_{j=1}^{m-1} \beta_{mj} k_j) \end{aligned}$$

Para especificar um método em particular, é necessário fornecer a variável  $m$  (número de estados), os coeficientes  $\beta_{mj}$  (para  $1 \leq j < i \leq m$ ) e os coeficientes  $c_i$  (para  $i = 1, 2, \dots, m$ ). Como se pretende implementar o método de Runge-Kutta de 2 estados, considera-se a variável  $m$  igual a dois. Neste caso particular, as eqs. (3.17) são equivalentes ao seguinte sistema de equações [23]:

$$k_1 = f(t_n, y_n), \quad (3.18)$$

$$k_2 = f(t_n + \alpha_2 \Delta t, y_n + \Delta t \beta_{21} k_1), \quad (3.19)$$

$$y_{n+1} = y_n + \Delta t \sum_{i=1}^m c_i k_i, \quad (3.20)$$

Os coeficientes podem assumir diversos valores, contudo, como se pretende implementar o método de *Runge-Kutta* de 2ª ordem, ou também conhecido por método de *Euler* modificado, estes assumem os seguintes valores,  $\alpha_2 = 1/2$ ,  $c_1 = 0$ ,  $c_2 = 1$  e  $\beta_{21} = 1/2$  [23]. Deste modo resultam as equações que permitem calcular a solução do PVI:

$$k_1 = f(t_n, y_n), \quad (3.21)$$

$$k_2 = f(t_n + \frac{\Delta t}{2}, y_n + \frac{\Delta t}{2} k_1), \quad (3.22)$$

$$y_{n+1} = y_n + \Delta t k_2 \quad (3.23)$$

Descrito o método de *Runge-Kutta* resta aplica-lo às equações dos modelos do arco descritos no capítulo 2.3. Para o modelo de *Mayr*, por exemplo, considera-se a formulação (3.24) para o problema em questão.

$$\begin{cases} g'(t) = f(t, i(t), g(t)) = \frac{1}{\tau} \left( \frac{i_a^2}{P} - g(t) \right) \\ g(0) = 10^4, t_0 \in [a, b] \end{cases} \quad (3.24)$$

Aplicando o método obtemos as seguintes expressões:

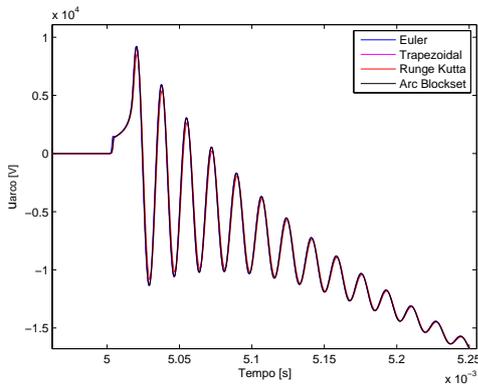
$$K_1 = f(t - \Delta t, i(t - \Delta t), g(t - \Delta t)) = \frac{1}{\tau} \left( \frac{i_a(t - \Delta t)^2}{P} - g(t - \Delta t) \right) \quad (3.25)$$

$$K_2 = f\left(t - \frac{\Delta t}{2}, i\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right), g\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right) + \frac{\Delta t}{2}K_1\right) = \frac{1}{\tau} \left( \frac{i_a\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right)^2}{P} - \left(g\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right) + \frac{\Delta t}{2}K_1\right) \right) \quad (3.26)$$

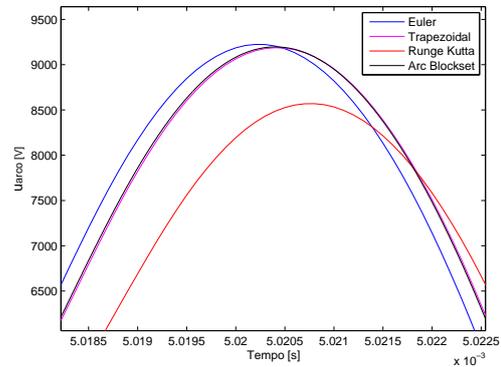
$$g(t) = g(t - \Delta t) + \Delta t K_2 \quad (3.27)$$

Resumindo o mesmo raciocínio para os restantes modelos, resultam as expressões das tabelas 3.4 e 3.5, que proporcionam a descrição da condutância do arco em cada instante de tempo.

As expressões das tabelas 3.1, 3.2, 3.3, 3.4 e 3.5 foram implementadas para os dois casos de defeito, terminal e quilométrico. No entanto, é necessário optar por um dos três métodos de integração implementados para realizar o estudo dos parâmetros dos modelos. Com essa finalidade, realizaram-se algumas simulações de modo a verificar o modelo que apresenta melhor aproximação da solução. A figura 3.11 ilustra uma dessas simulações, onde se compara os três métodos de integração com a solução do *Arc Blockset*<sup>1</sup> para o defeito aos terminais.



(a) Evolução da tensão do arco de Mayr



(b) Pormenor da tensão do arco para  $t \in [5,018, 5,0225]$  ms

**Figura 3.11:** Comparação dos métodos numéricos para uma interrupção de Mayr

Através do gráfico da figura 3.11 b), é possível concluir que o método trapezoidal apresenta o resultado mais próximo do método do *Arc Blockset*, e portanto, foi o método escolhido para realizar as simulações.

<sup>1</sup>Consiste num método trapezoidal com formula de diferenciação regressiva incorporada (método de 2 estados), que irá ser usado como base de validação.

**Tabela 3.4:** Expressões da condutância para o método de *Runge-Kutta*

Modelo do Arco	Expressão da condutância $g(t)$
Cassie	$K_1 = \frac{g(t - \Delta t)}{\tau_c} \left( \frac{u_a(t - \Delta t)^2}{U_c^2} - 1 \right)$ $K_2 = \frac{g(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} K_1}{\tau_c} \left( \frac{u_a(t - \Delta t)^2}{U_c^2} - 1 \right)$ $g(t) = g(t - \Delta t) + \Delta t K_2$
Mayr	$K_1 = \frac{1}{\tau_m} \left( \frac{i_a(t - \Delta t)^2}{P_0} - g(t - \Delta t) \right)$ $K_2 = \frac{1}{\tau_m} \left( \frac{i_a(t - \Delta t)^2}{P_0} - (g(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} K_1) \right)$ $g(t) = g(t - \Delta t) + \Delta t K_2$
Habedank	$K_{1c} = \frac{1}{\tau_c} \left( \frac{i_a(t - \Delta t)^2}{U_c^2 g_c(t - \Delta t)} - g_c(t - \Delta t) \right)$ $K_{2c} = \frac{1}{\tau_c} \left( \frac{i_a(t - \Delta t)^2}{U_c^2 (g_c(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} K_{1c})} - (g_c(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} K_{1c}) \right)$ $g_c(t) = g_c(t - \Delta t) + \Delta t K_{2c}$ $K_{1m} = \frac{1}{\tau_m} \left( \frac{i_a(t - \Delta t)^2}{P_0} - g_m(t - \Delta t) \right)$ $K_{2m} = \frac{1}{\tau_m} \left( \frac{i_a(t - \Delta t)^2}{P_0} - (g_m(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} K_{1m}) \right)$ $g_m(t) = g_m(t - \Delta t) + \Delta t K_{2m}$ $\frac{1}{g(t)} = \frac{1}{g_c(t)} + \frac{1}{g_m(t)}$
Schavemaker	$K_1 = \frac{1}{\tau} \left( \frac{i_a(t - \Delta t)^2}{\max(U_a  i_a(t - \Delta t) , P_0 + P_1 \frac{i_a(t - \Delta t)^2}{g(t - \Delta t)})} - g(t - \Delta t) \right)$ $K_2 = \frac{1}{\tau} \left( \frac{i_a(t - \Delta t)^2}{\max(U_a  i_a(t - \Delta t) , P_0 + P_1 \frac{i_a(t - \Delta t)^2}{g(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} K_1})} - (g(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} K_1) \right)$ $g(t) = g(t - \Delta t) + \Delta t K_2$
Schwarz	$K_1 = \frac{1}{\tau g(t - \Delta t)^a} \left( \frac{i_a(t - \Delta t)^2}{P_0 g(t - \Delta t)^b} - g(t - \Delta t) \right)$ $K_2 = \frac{1}{\tau (g(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} K_1)^a} \left( \frac{i_a(t - \Delta t)^2}{P_0 (g(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} K_1)^b} - (g(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} K_1) \right)$ $g(t) = g(t - \Delta t) + \Delta t K_2$

**Tabela 3.5:** Expressões da condutância para o método de *Runge-Kutta* (cont.)

Modelo do Arco	Expressão da condutância $g(t)$
KEMA	$K_{11}(t) = \frac{A_1}{\tau_1} g_1(t - \Delta t)^{\lambda_1} u_{a1}(t - \Delta t)^2 - \frac{g_1(t - \Delta t)}{\tau_1}$
	$K_{21}(t) = \frac{A_1}{\tau_1} (g_1(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} K_{11})^{\lambda_1} u_{a1}(t - \Delta t)^2 - \frac{g_1(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} K_{11}}{\tau_1}$
	$g_1(t) = g_1(t - \Delta t) + \Delta t K_{21}$
	$K_{12}(t) = \frac{A_2}{\tau_2} g_2(t - \Delta t)^{\lambda_2} u_{a2}(t - \Delta t)^2 - \frac{g_2(t - \Delta t)}{\tau_2}$
	$K_{22}(t) = \frac{A_2}{\tau_2} (g_2(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} K_{12})^{\lambda_2} u_{a2}(t - \Delta t)^2 - \frac{g_2(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} K_{12}}{\tau_2}$
	$g_2(t) = g_2(t - \Delta t) + \Delta t K_{22}$
	$K_{13}(t) = \frac{A_3}{\tau_3} g_3(t - \Delta t)^{\lambda_3} u_{a3}(t - \Delta t)^2 - \frac{g_3(t - \Delta t)}{\tau_3}$
	$K_{23}(t) = \frac{A_3}{\tau_3} (g_3(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} K_{13})^{\lambda_3} u_{a3}(t - \Delta t)^2 - \frac{g_3(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} K_{13}}{\tau_3}$
	$g_3(t) = g_3(t - \Delta t) + \Delta t K_{23}$
	$\frac{1}{g(t)} = \frac{1}{g_1(t)} + \frac{1}{g_2(t)} + \frac{1}{g_3(t)}$

### 3.3 Validação dos Modelos

Após a implementação dos modelos e dos circuitos anteriormente abordados, surgiu a necessidade de verificar a correta implementação dos mesmos. Neste capítulo procede-se à verificação dos modelos através da comparação dos mesmos com os dados obtidos na referência bibliográfica [24]. No entanto, esta referência apenas permite uma comparação muito geral do correto andamento da tensão do arco de cada modelo, visto que os parâmetros do circuito de teste, da respectiva referência, são desconhecidos. Por outras palavras permite-nos ter uma ideia da forma como evolui a tensão do arco de cada modelo, obviamente com um grau de incerteza inerente pelas razões já apontadas.

Para colmatar esta situação, e de certo modo efetuar-se uma verificação mais fundamentada dos modelos implementados, foi utilizado o *Arc Model Blockset*, desenvolvido pela universidade de Delft no ano 2001 [17, 25]. Trata-se de uma extensão do *Matlab Simulink/Power System Blockset* que pode ser usado para fazer estudos de interação arco-circuito durante o processo de interrupção da corrente em disjuntores. Permite simular através do Matlab Simulink determinados modelos do arco elétrico que estão a priori definidos. Através da figura 3.12 é possível visualizar os modelos que são constituintes do mesmo:

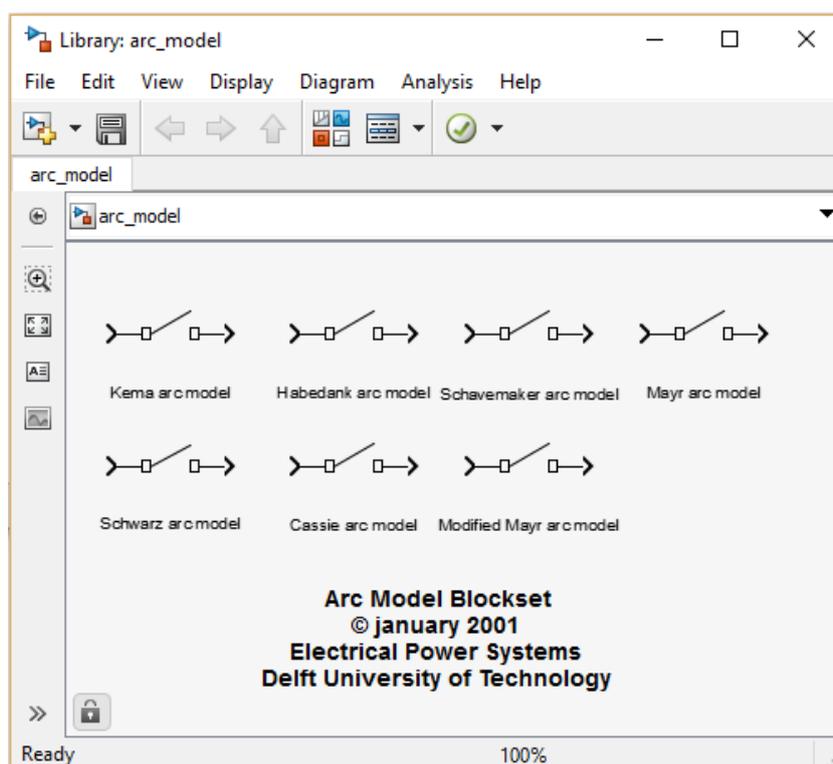


Figura 3.12: *Arc Model Blockset* [17, 25]

O objetivo é desse modo comparar as simulações efetuadas no Simulink com as resultantes do programa *Matlab* implementado. As simulações efetuadas, para os dois casos de defeito, encontram-se no Anexo B. Perante as simulações apuradas podemos concluir que os modelos estão validados e foram corretamente implementados, pelo que estão finalmente reunidas as condições para efetuar os estudos pretendidos.



# Capítulo 4

## Resultados

Neste capítulo apresentam-se os resultados obtidos das simulações realizadas e procede-se à sua análise. As simulações foram realizadas para variações dos parâmetros de entrada de cada modelo do arco, sendo verificadas as consequências no comportamento elétrico do mesmo. Consistiu, essencialmente, num estudo da influência dos parâmetros dos diversos modelos. Apresentam-se nos subcapítulos seguintes os resultados, e respetiva análise, para ambos os defeitos.

### 4.1 Defeito aos Terminais do Disjuntor

As simulações para o defeito aos terminais do disjuntor foram realizadas para os mesmos elementos do circuito, garantindo que as modificações observadas se devem à alteração dos parâmetros do modelo e não do circuito de teste. A situação de simulação foi desse modo a seguinte:

$$U_G = 150 \text{ kV}$$

$$R = 100 \ \Omega$$

$$L = 3,81 \text{ mH}$$

$$C = 1,98 \text{ nF}$$

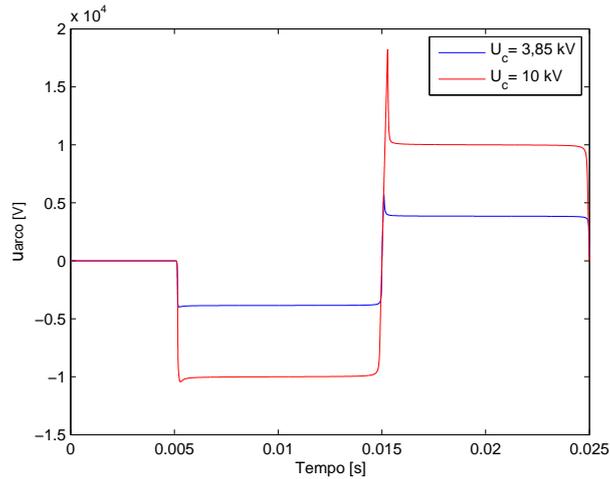
$$\text{Tempo de simulação} = 25 \text{ ms}$$

Os próximos subcapítulos apresentam as simulações realizadas para os diferentes modelos do arco.

#### 4.1.1 Modelo do arco de *Cassie*

Apresentado no capítulo 2.3, o modelo do arco de *Cassie* consiste num modelo de 2 parâmetros de entrada,  $U_c$  a tensão do arco e  $\tau$  a constante de tempo do arco. As simulações da figura 4.1 foram obtidas para um tempo de abertura igual a 5 ms,  $\tau = 12 \ \mu\text{s}$ ,  $U_c = 3,85 \text{ kV}$  e  $U_c = 10 \text{ kV}$ .

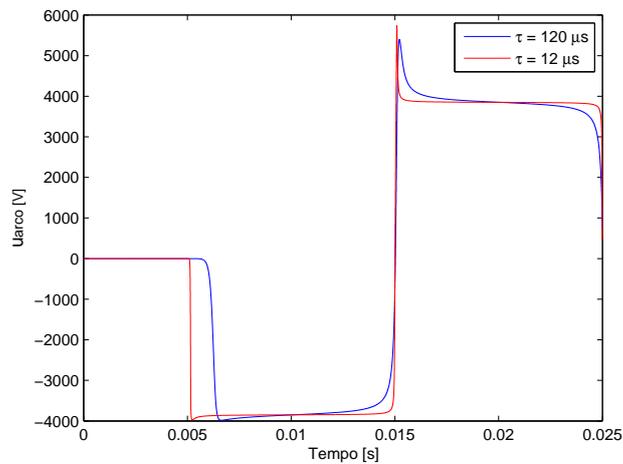
Através do gráfico 4.1 é perceptível que o parâmetro  $U_c$  determina o nível de tensão constante do arco, sendo este tanto maior quanto maior o valor do parâmetro. O facto de assumir um nível de tensão



**Figura 4.1:** Tensão do arco considerando  $U_c = 3,85 \text{ kV}$  e  $U_c = 10 \text{ kV}$

constante para o arco é pouco realista.

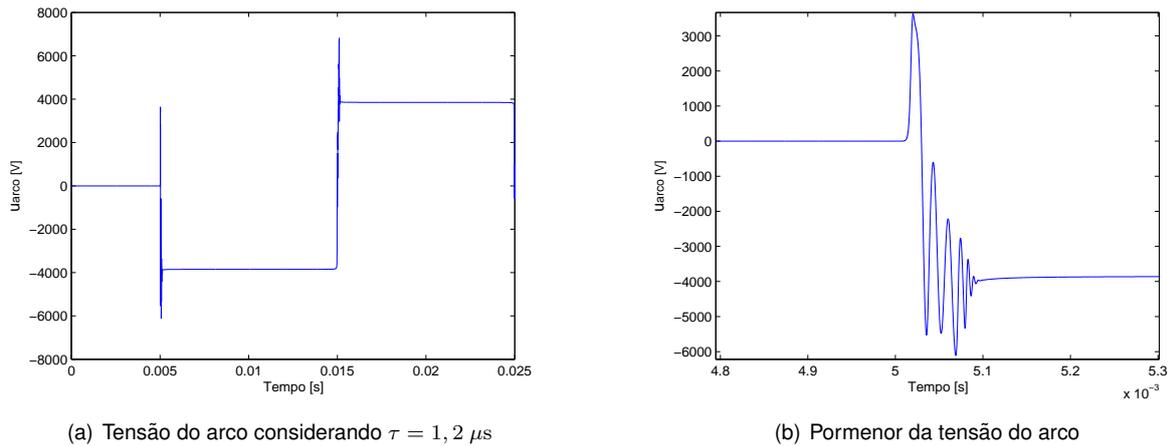
Em relação ao segundo parâmetro  $\tau$ , as simulações das figuras 4.2, 4.3 e 4.4 foram obtidas para um tempo de abertura também igual a 5 ms,  $U_c = 3,85 \text{ kV}$  e para três valores diferentes de  $\tau$ , nomeadamente,  $\tau = 120 \mu\text{s}$ ,  $\tau = 12 \mu\text{s}$  e  $\tau = 1,2 \mu\text{s}$ .



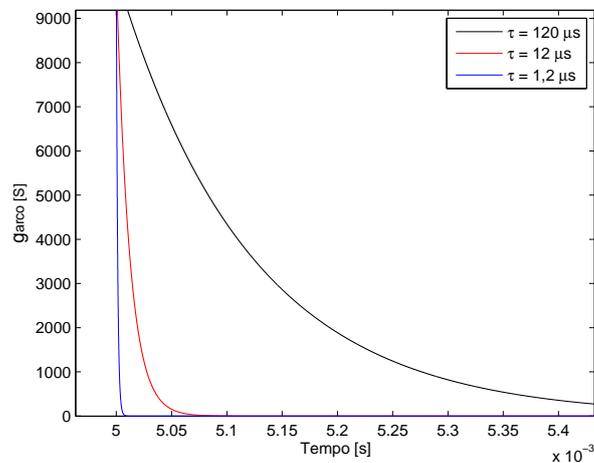
**Figura 4.2:** Tensão do arco considerando  $\tau = 120 \mu\text{s}$  e  $\tau = 12 \mu\text{s}$

Perante estes resultados é possível aferir que a constante de tempo do arco influencia a subida da tensão para o seu nível predefinido, neste caso,  $U_c = 3,85 \text{ kV}$ . Quanto maior a constante de tempo mais tarde é atingindo esse mesmo nível.

Observando o gráfico 4.4, conclui-se que quanto menor a constante de tempo, mais rapidamente decresce a condutância do arco. Assim quanto mais rapidamente ocorrer a desionização do meio, maior será a probabilidade de sucesso na interrupção da corrente. É ainda visível que à medida que a constante de tempo do arco diminui, a tensão do arco, na vizinhança do zero, apresenta oscilações sucessivamente maiores com essa diminuição. O pior caso encontra-se para o caso de  $\tau = 1,2 \mu\text{s}$ , ilustrado no gráfico 4.3 b). Uma vez que nos outros casos a diminuição da condutância é feita de uma



**Figura 4.3:** Tensão do arco considerando  $\tau = 1,2 \mu s$



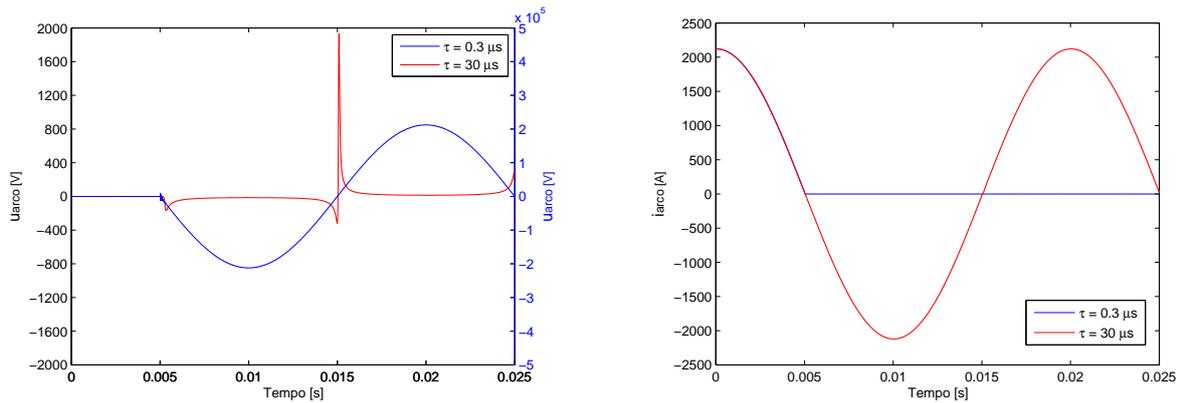
**Figura 4.4:** Condutância do arco para os diferentes valores de  $\tau$

forma mais gradual, principalmente para  $\tau = 120 \mu s$ , as oscilações verificadas não são significativas.

#### 4.1.2 Modelo do arco de *Mayr*

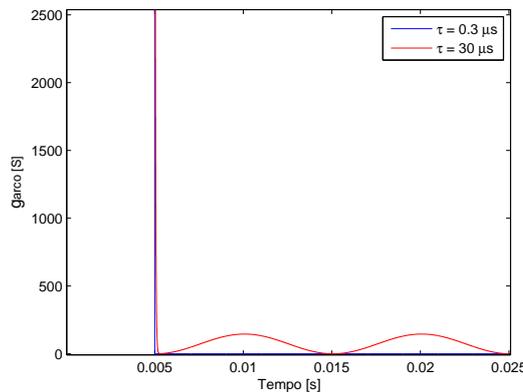
Semelhante ao modelo anterior, o modelo do arco de *Mayr* é também um modelo de dois parâmetros, a potência de arrefecimento do arco  $P$  e a constante de tempo do arco  $\tau$ . Para analisar a influência de  $\tau$  realizaram-se as simulações da figura 4.5, com um tempo de abertura igual a 5 ms.

A figura 4.5 ilustra a evolução das grandezas do arco (tensão, corrente e condutância) para  $P = 30,9 \text{ kW}$ ,  $\tau = 30 \mu s$  e  $\tau = 0,3 \mu s$ . Através do gráfico 4.5 a) verifica-se que existe uma reignição para  $\tau = 30 \mu s$  e uma interrupção para  $\tau = 0,3 \mu s$ . No primeiro caso, a tensão do arco assume um valor relativamente reduzido. A corrente continua a fluir, como se pode observar pelo gráfico 4.5 b), e a condutância vai aumentando e diminuindo à medida que a corrente vai passando por zero, ver gráfico 4.5 c). No segundo caso, a corrente é interrompida no primeiro zero de corrente (ver gráfico 4.5 b)). A tensão aos terminais do disjuntor evolui para um nível de tensão próximo daquele que se observa no gerador, situação ilustrada no gráfico 4.5 a). Na figura 4.5 c), a condutância diminui, no instante de



(a) Tensão do arco considerando  $\tau = 30 \mu s$  e  $\tau = 0,3 \mu s$

(b) Corrente do arco considerando  $\tau = 30 \mu s$  e  $\tau = 0,3 \mu s$



(c) Condutância do arco considerando  $\tau = 30 \mu s$  e  $\tau = 0,3 \mu s$

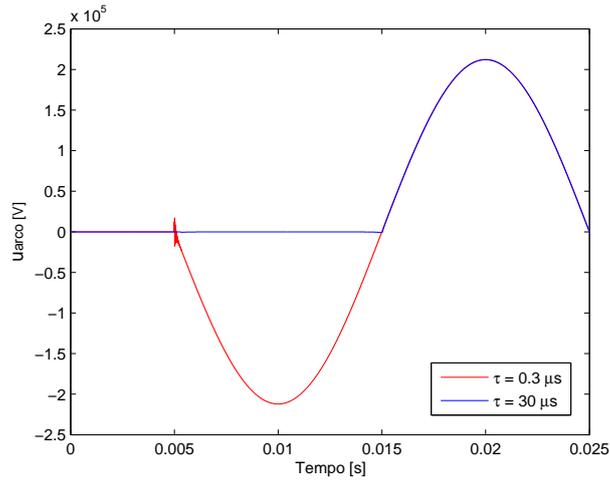
**Figura 4.5:** Grandezas do arco considerando  $P = 30,9 \text{ kW}$

abertura, do seu valor inicial ( $10^4 \text{ S}$ ) para zero muito rapidamente. O motivo de se alterar a situação de reignição para interrupção foi discutido no modelo anterior e justifica-se pelo facto da condutância diminuir mais rapidamente, aquando do zero da corrente, com a diminuição de  $\tau$ .

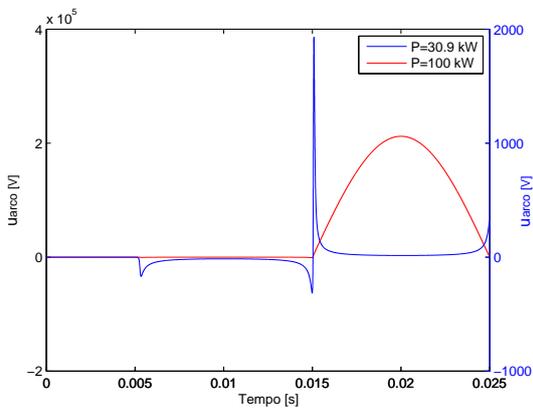
Foi realizada uma outra simulação com os parâmetros  $P = 100 \text{ kW}$ ,  $\tau = 30 \mu s$  e  $\tau = 0,3 \mu s$ , presente no gráfico 4.6, verificando-se a interrupção de corrente em ambos os casos. Para  $\tau = 30 \mu s$  a corrente é interrompida no primeiro zero, enquanto para  $\tau = 0,3 \mu s$  existe um reacendimento e a corrente é interrompida na segunda passagem por zero.

De modo a avaliar a influência da potência de arrefecimento  $P$  simularam-se dois casos, no primeiro usaram-se os parâmetros  $\tau = 30 \mu s$ ,  $P = 30,9 \text{ kW}$  e  $P = 100 \text{ kW}$ , no segundo consideraram-se os parâmetros  $\tau = 0,3 \mu s$ ,  $P = 30,9 \text{ kW}$  e  $P = 100 \text{ kW}$ . Ambos os casos foram, de igual modo, simulados para um tempo de abertura igual a 5 ms. O gráfico 4.7 ilustra o primeiro caso mencionado. O aumento da potência de arrefecimento, levou neste caso, à passagem de uma situação de reignição para interrupção, conforme apresenta o gráfico 4.7 a). Contudo, a interrupção apenas é realizada no segundo zero da corrente (ver gráfico 4.7 b)). No gráfico 4.7 c), verifica-se que a condutância acompanha a evolução da corrente até ao segundo zero, onde tende para zero.

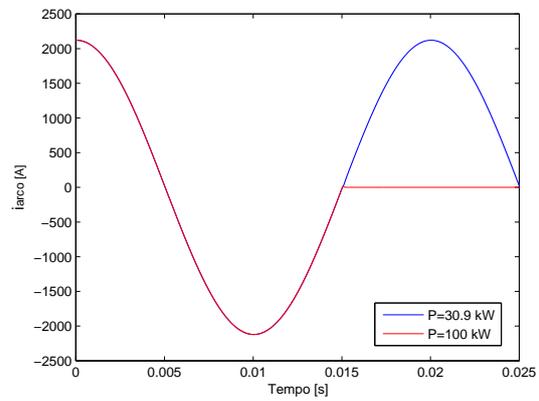
O segundo caso é ilustrado no gráfico 4.8, onde ambos os casos são de interrupção. Assim, perante



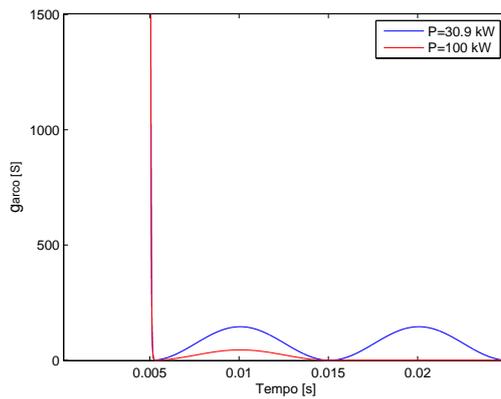
**Figura 4.6:** Tensão do arco considerando  $P = 100 \text{ kW}$ ,  $\tau = 30 \mu\text{s}$  e  $\tau = 0,3 \mu\text{s}$



(a) Tensão do arco considerando  $P = 30,9 \text{ kW}$  e  $P = 100 \text{ kW}$



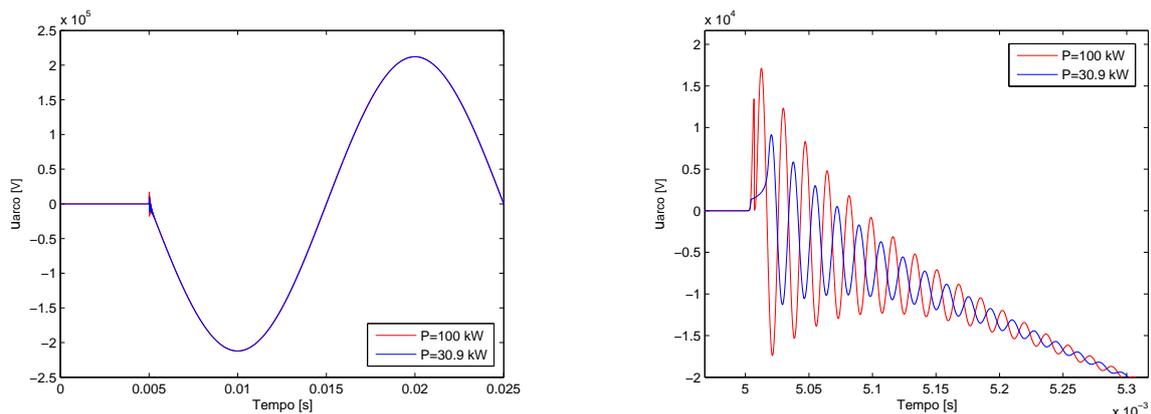
(b) Corrente do arco considerando  $P = 30,9 \text{ kW}$  e  $P = 100 \text{ kW}$



(c) Condutância do arco considerando  $P = 30,9 \text{ kW}$  e  $P = 100 \text{ kW}$

**Figura 4.7:** Grandezas do arco considerando  $\tau = 30 \mu\text{s}$

um caso de interrupção, é possível concluir que o aumento da potência de arrefecimento conduz a um agravamento da amplitude da tensão transitória de restabelecimento (TTR).



(a) Tensão do arco considerando  $P = 30,9 \text{ kW}$  e  $P = 100 \text{ kW}$

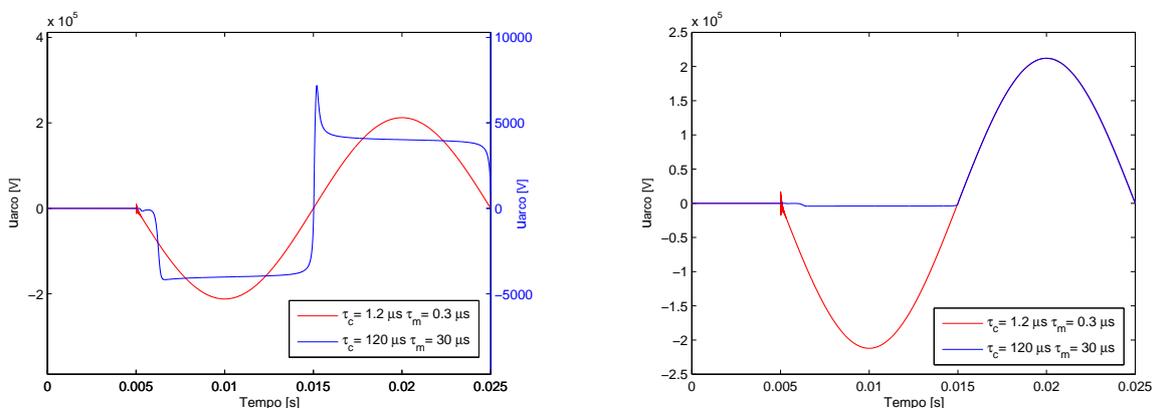
(b) Tensão transitória de restabelecimento - pormenor de a) para  $t \in [4.95, 5.4] \text{ ms}$

**Figura 4.8:** Tensão do arco considerando  $\tau = 0,3 \mu\text{s}$

### 4.1.3 Modelo do arco de *Habedank*

O modelo do arco de *Habedank* é uma junção dos últimos dois modelos e consiste num modelo de 4 parâmetros,  $\tau_c$ ,  $\tau_m$ ,  $P$  e  $U_c$ . Uma vez que, pelas simulações anteriores, se conhece a influência da constante de tempo do arco decidiu-se alterar as respetivas,  $\tau_c$  e  $\tau_m$ , simultaneamente.

As simulações foram realizadas para um tempo de abertura igual a 5 ms após o início da simulação.



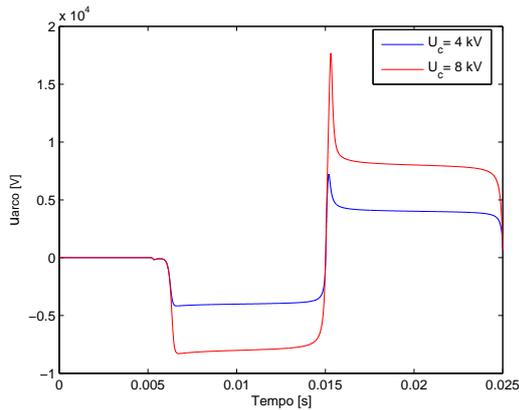
(a) Tensão do arco considerando  $P = 30,9 \text{ kW}$  e  $U_c = 4 \text{ kV}$

(b) Tensão do arco considerando  $P = 100 \text{ kW}$  e  $U_c = 4 \text{ kV}$

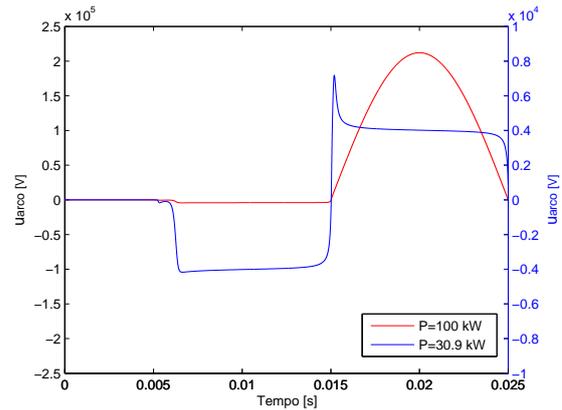
**Figura 4.9:** Tensão do arco considerando diferentes valores de  $\tau_c$  e  $\tau_m$

O gráfico da figura 4.9 a) ilustra uma diminuição da constante de tempo. Por observação concluímos novamente que a sua diminuição leva à passagem de um estado de reignição para um estado de interrupção da corrente. De modo idêntico ao modelo de *Cassie*, o parâmetro  $U_c$  estabelece um nível de tensão constante que se observa nas regiões onde a intensidade de corrente é elevada. Através da simulação do gráfico da figura 4.10 a), resultante da alteração do valor da tensão de 4 kV para 8 kV, comprova-se que o mesmo sucede para este modelo.

Aumentando a potência de arrefecimento, caso que é apresentado no gráfico 4.10 b), atinge-se um corte da corrente apenas no segundo zero. Inicialmente, embora que pouco perceptível no gráfico 4.10



(a) Tensão do arco considerando  $P = 30,9 \text{ kW}$



(b) Tensão do arco considerando  $U_c = 4 \text{ kV}$

**Figura 4.10:** Tensão do arco considerando  $\tau_c = 120 \mu\text{s}$ ,  $\tau_m = 30 \mu\text{s}$

b), a tensão assume o valor constante de 4 kV e só posteriormente evolui para um nível de tensão próximo do valor da tensão da rede. Por fim, o gráfico da figura 4.9 b) evidencia uma redução da constante de tempo do arco para uma potência de arrefecimento de 100 kW. Esta diminuição permite obter uma interrupção no primeiro zero da corrente, com uma TTR mais exigente do que aquela obtida no gráfico 4.9 a).

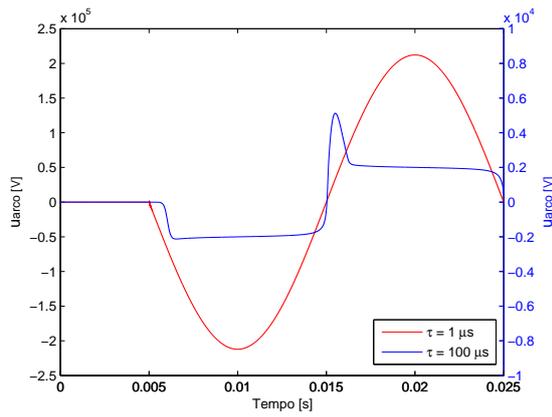
#### 4.1.4 Modelo do arco de *Schavemaker*

O modelo do arco de *Schavemaker* é um modelo de *Mayr* modificado que apresenta 4 parâmetros. Para além da constante de tempo do arco  $\tau$  que está presente em todos os modelos, a potência de arrefecimento  $P_0$  e a tensão do arco  $U_a$ . No entanto, este modelo apresenta ainda uma particularidade que consiste em alterar a potência de arrefecimento em função da potência elétrica de entrada no arco através do parâmetro adimensional  $P_1$ .

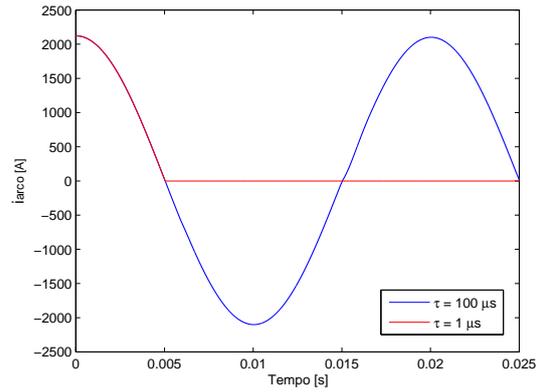
A influência da constante de tempo está presente nos gráficos da figura 4.11, os quais são resultado da simulação para  $\tau = 100 \mu\text{s}$  e  $\tau = 1 \mu\text{s}$ . Também neste modelo se verifica que a diminuição deste parâmetro altera o paradigma de reignição para interrupção. Nos gráficos 4.11 c) e d) ilustra-se, para o caso de interrupção, a tensão transitória de restabelecimento e a corrente pós-arco de alguns miliamperes, respetivamente. Ambos os conceitos foram abordados no capítulo 2.1.

O gráfico da figura 4.12 a) resulta de uma simulação para um incremento de 3 kV na tensão do arco. A tensão tende novamente para o nível predefinido e verifica-se ainda uma acentuação da sobrelevação da tensão no segundo zero da corrente.

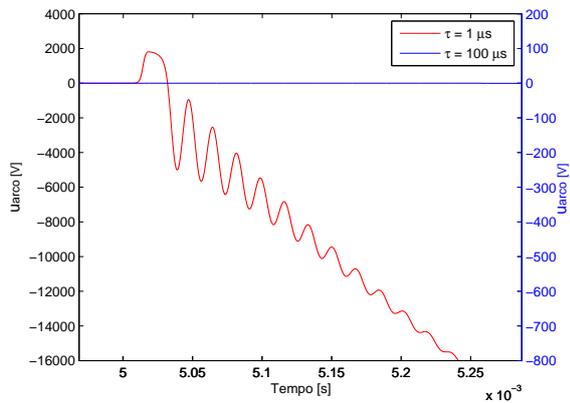
Em relação à potência de arrefecimento  $P_0$ , realizaram-se duas simulações presentes no gráfico 4.12 b). Deste último é possível concluir que este parâmetro origina uma sobrelevação também no segundo zero da corrente. Este resultado é de certo modo intuitivo dado que na proximidade do zero da corrente o aumento da potência de arrefecimento favorece uma maior desionização do meio. Apesar disso, se esse efeito não ocorrer de modo a interromper a corrente, surge uma tensão elevada proveniente do aumento da rigidez dielétrica do meio (maior resistência aos terminais do disjuntor).



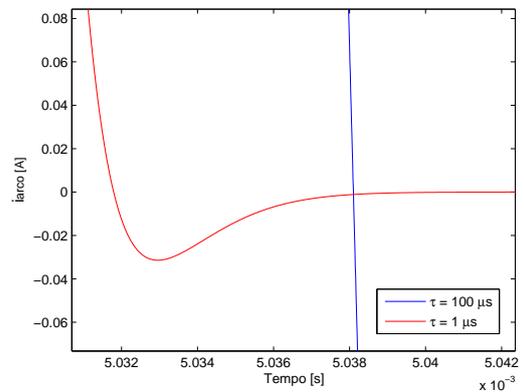
(a) Tensão do arco



(b) Corrente do arco

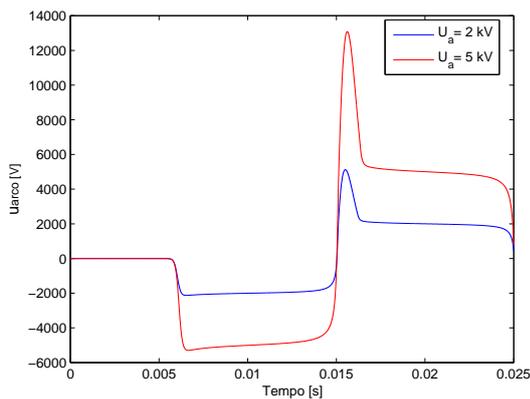


(c) Tensão transitória de restabelecimento - pormenor de a) para  $t \in [4.95, 5.3]$  ms

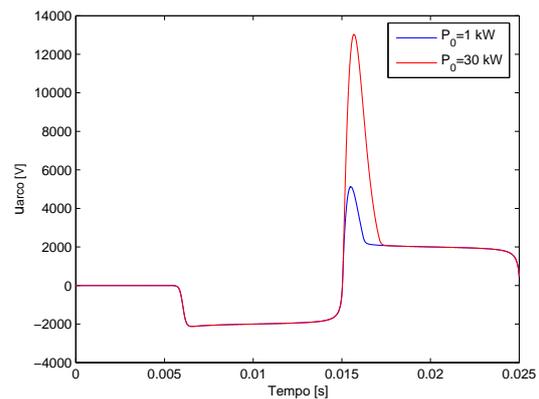


(d) Corrente pós-arco

**Figura 4.11:** Tensão e corrente do arco considerando  $P_0 = 1$  kW,  $P_1 = 0,8$  e  $U_a = 2$  kV



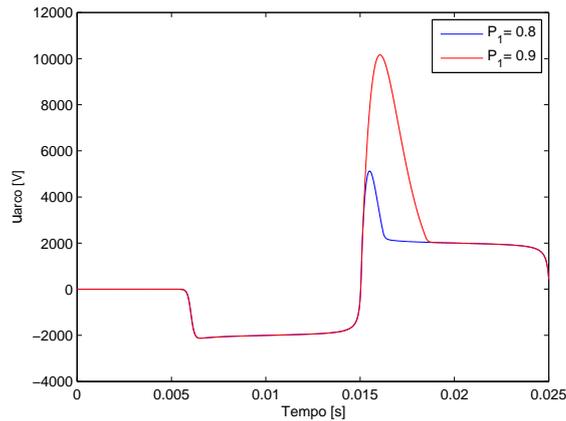
(a) Tensão do arco considerando  $P_1 = 0,8$  e  $P_0 = 1$  kW



(b) Tensão do arco considerando  $U_a = 2$  kV e  $P_1 = 0,8$

**Figura 4.12:** Tensão do arco para os parâmetros  $\tau = 100$   $\mu$ s

O parâmetro adimensional  $P_1$  revela-se muito sensível, razão pela qual se procedeu a um incremento de apenas 0,1 (ver figura 4.13). Através da figura 4.13, observa-se uma acentuação da tensão idêntica ao verificado para o parâmetro anterior. As alterações no comportamento elétrico do arco, por variação dos parâmetros  $P_0$  e  $P_1$ , localizam-se na proximidade do zero da corrente (tensão e corrente

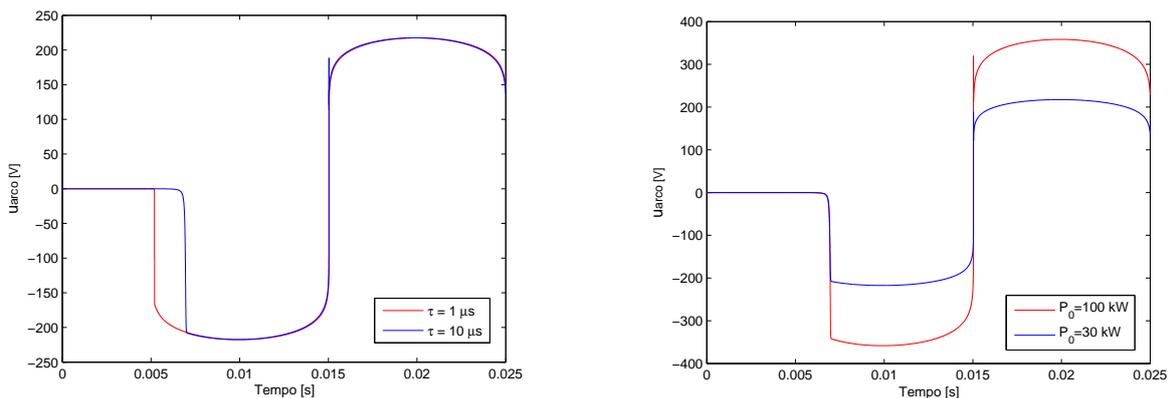


**Figura 4.13:** Tensão do arco para os parâmetros  $\tau = 100 \mu\text{s}$ ,  $P_0 = 1 \text{ kW}$ ,  $U_a = 2 \text{ kV}$

do arco em fase). Deste modo, é possível concluir que para baixas intensidades de corrente resulta a expressão  $P_{total} = P_0 + P_1 u_a i_a$  para a potência total de arrefecimento, enquanto que para altas intensidades de corrente resulta a expressão  $P_{total} = U_a |i_a|$ , motivo pelo qual se observa o valor de tensão constante definido nesse intervalo de corrente.

#### 4.1.5 Modelo do arco de Schwarz

O modelo de Schwarz é também um modelo de 4 parâmetros. No entanto as funções que caracterizam os parâmetros são ligeiramente diferentes. A constante de tempo do arco, assim como a potência de arrefecimento, são função da condutância do arco. Trata-se de uma dependência não linear e modifica-se através dos parâmetros adimensionais  $a$  e  $b$ , respetivamente. Realizaram-se algumas simulações com o intuito de visualizar a influência dos parâmetros em questão.



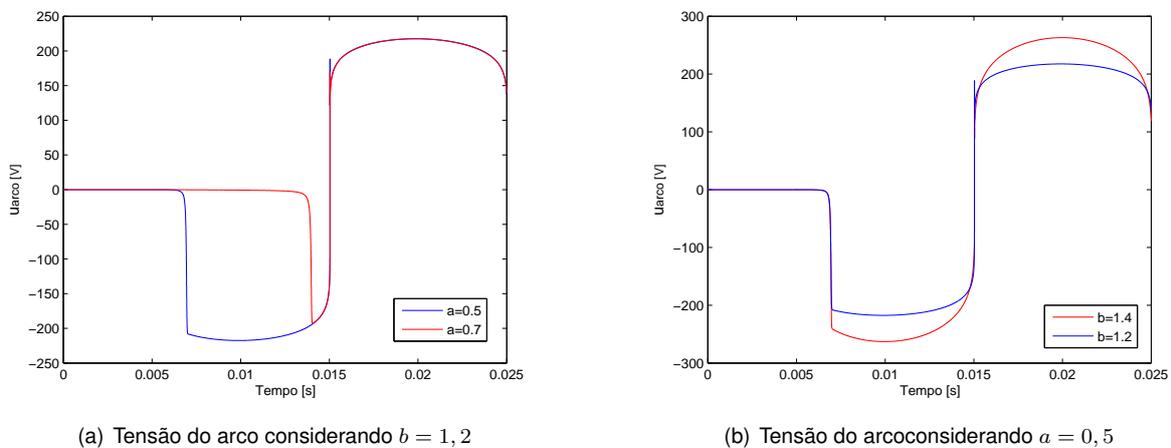
(a) Tensão do arco considerando  $P_0 = 30 \text{ kW}$

(b) Tensão do arco considerando  $\tau = 10 \mu\text{s}$

**Figura 4.14:** Tensão do arco considerando  $a = 0,5$  e  $b = 1,2$

O gráfico da figura 4.14 a) ilustra a modificação da constante de tempo do arco. Ao contrário do sucedido para anteriores modelos, a modificação referida não originou uma interrupção da corrente. Contudo, é notório um atraso da tensão aquando da abertura do disjuntor, sendo que quanto mais pequena for a constante menor o respetivo atraso. O gráfico da figura 4.14 b) reflete as simulações

para  $P_0 = 30 \text{ kW}$  e  $P_0 = 100 \text{ kW}$ . Comparando ambos os casos, conclui-se que o aumento do valor máximo da tensão é consequência do aumento da potência de arrefecimento.



**Figura 4.15:** Tensão do arco para os parâmetros  $\tau = 10 \mu\text{s}$  e  $P_0 = 30 \text{ kW}$

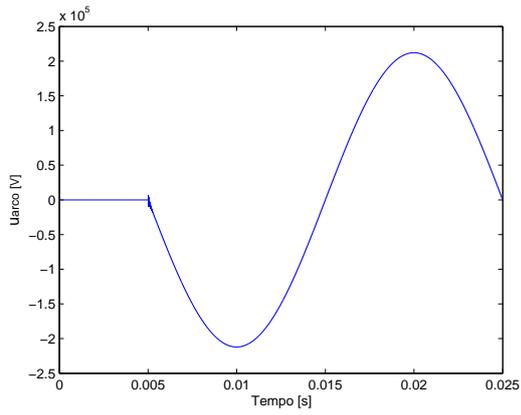
O parâmetro  $a$  controla indiretamente a constante de tempo do arco, por intermédio da condutância. Através do gráfico 4.15 a) é possível verificar, com o aumento desta constante, um atraso da tensão relativamente ao tempo de abertura. Por comparação dos gráficos 4.14 a) e 4.15 a), é notório que este efeito é análogo ao aumento da constante de tempo do arco.

O parâmetro  $b$  controla indiretamente a potência de arrefecimento, por intermédio da condutância. O incremento deste parâmetro contempla um aumento de tensão que se verifica no gráfico 4.15 b). O resultado “arredondado” da tensão deve-se à alteração da dependência da potência de arrefecimento com a condutância ( $P(g) = P_0 g^b$ ). Esta alteração promoveu um aumento da potência de arrefecimento, e consequente diminuição da condutância.

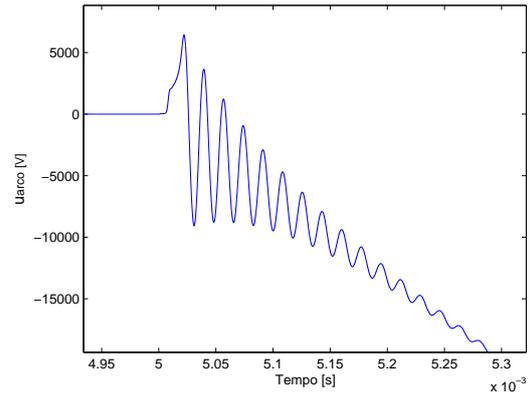
#### 4.1.6 Modelo do arco de KEMA

O modelo do arco de KEMA, comparativamente com os modelos anteriores, é considerado um modelo de complexidade superior. Apresenta um número elevado de parâmetros (graus de liberdade) e o arco é modulado através da resolução de 3 equações diferenciais. Apesar de ser um modelo deduzido de considerações físicas, a verdade é que se assume como um modelo matemático, onde a descrição física deixa de ser perceptível. Assim, é um modelo cuja aplicação é maioritariamente prática e que obriga à realização de ensaios experimentais.

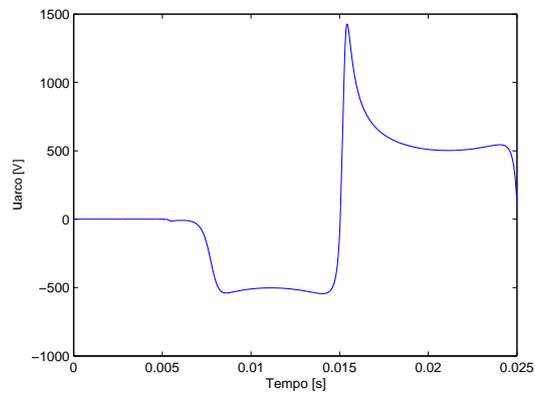
Perante o descrito não se justifica apresentar simulações com variação de parâmetros, em vez disso, apresenta-se um caso de interrupção e reignição de modo a analisar as características de evolução elétrica do mesmo. No gráfico da figura 4.16 a) ilustra-se um exemplo da evolução elétrica em caso de interrupção. A TTR está representada no gráfico 4.16 b). O gráfico 4.16 c) apresenta o andamento elétrico da tensão do arco para um caso de reignição. Contudo, dois exemplos não são suficientes para entender a versatilidade proveniente do elevado número de graus de liberdade deste modelo.



(a) Tensão do arco - Interrupção



(b) Tensão de restabelecimento - pormenor de a) para  $t \in [4.95, 5.35]$  ms



(c) Tensão do arco - Reignição

**Figura 4.16:** Tensão do arco de KEMA

## 4.2 Defeito Quilométrico

As simulações para o defeito quilométrico foram realizadas para os mesmos elementos do circuito, garantindo que as modificações observadas se devem à alteração dos parâmetros do modelo e não do circuito de teste. A situação de simulação foi desse modo a seguinte:

$$U_G = 150 \text{ kV}$$

$$R_1 = 100 \ \Omega$$

$$L_1 = 3,81 \text{ mH}$$

$$C_1 = 1,98 \text{ nF}$$

$$L_2 = 1,25 \text{ mH/km}$$

$$C_2 = 9,00 \text{ nF/km}$$

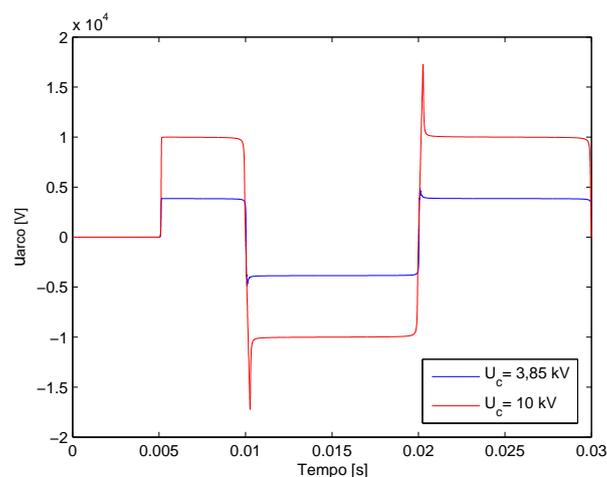
$$Z_0 = 372,68 \ \Omega$$

$$\text{Tempo de simulação} = 30 \text{ ms}$$

Perante a definição dos parâmetros a ser utilizados, procede-se a análise do respetivo defeito para os diferentes modelos implementados.

### 4.2.1 Modelo do arco de *Cassie*

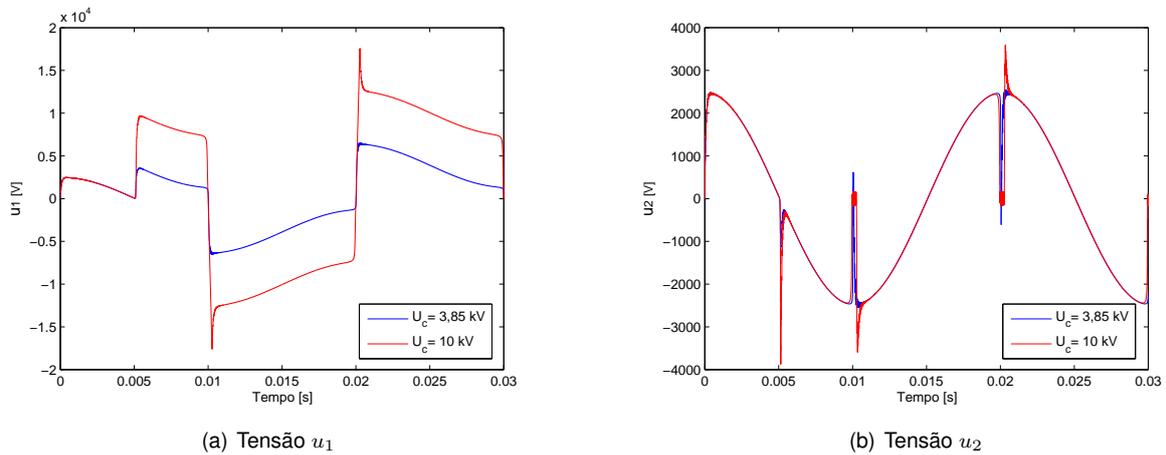
A aplicação do modelo do arco de *Cassie* para o defeito quilométrico resume-se aos parâmetros também utilizados no defeito anterior. No gráfico da figura 4.17 ilustra-se a variação do parâmetro da tensão do arco  $U_c$ . O comportamento da tensão é idêntico ao observado no defeito anterior (ver figura 4.1).



**Figura 4.17:** Tensão do arco considerando  $U_c = 3,85 \text{ kV}$  e  $U_c = 10 \text{ kV}$

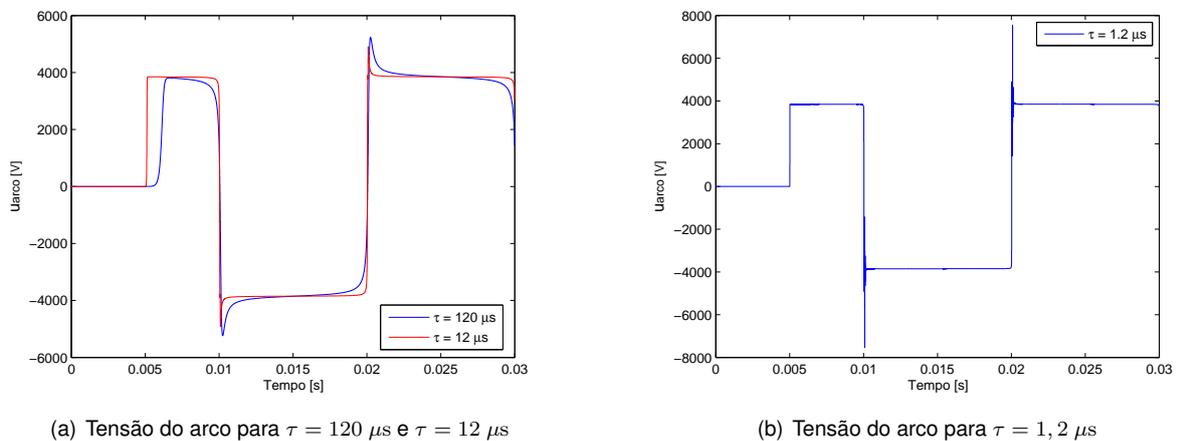
Os gráficos da figura 4.18 apresentam as tensões  $u_1$  e  $u_2$  em função da tensão constante do arco. As tensões enunciadas são referentes aos terminais do disjuntor do lado do gerador e do lado da linha,

respetivamente. Através do gráfico 4.18 b) conclui-se que a tensão  $u_2$  possui um andamento sinusoidal, embora com perturbações e abaixamentos de tensão nos zeros de corrente. A tensão  $u_1$  apresenta um andamento trapezoidal, ver gráfico 4.18 a). Por intermédio dos gráficos 4.18 a) e b) conclui-se que a alteração visível na tensão do arco, patente no gráfico 4.17, se deve à alteração do nível de tensão estabelecido em  $u_1$  uma vez que a tensão  $u_2$  permanece idêntica.



**Figura 4.18:** Tensão  $u_1$  e  $u_2$  considerando  $U_c = 3,85$  kV e  $U_c = 10$  kV

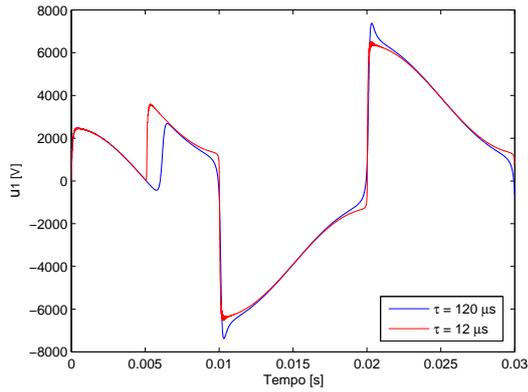
As simulações obtidas para a variação da constante de tempo do arco, gráficos 4.19 a) e b), são também semelhantes aos resultados obtidos para o defeito aos terminais.



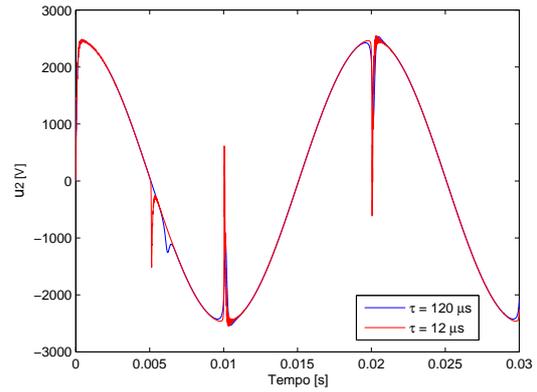
**Figura 4.19:** Tensão do arco considerando  $\tau = 120 \mu s$ ,  $\tau = 12 \mu s$  e  $\tau = 1,2 \mu s$

Por se considerar importante visualizar as modificações nas tensões  $u_1$  e  $u_2$ , consequentes da alteração da constante de tempo do arco, registaram-se os gráficos da figura 4.20. Comparando os diferentes gráficos realiza-se que a diminuição deste parâmetro, em especial para  $\tau = 1,2 \mu s$ , origina fenómenos oscilatórios aquando da passagem da corrente por zero.

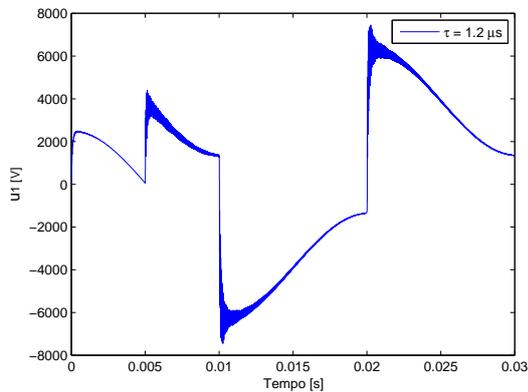
A taxa de diminuição da condutância em função da constante de tempo do arco, patente no gráfico da figura 4.21, comprova uma vez mais a sua dependência inversamente proporcional com este parâmetro.



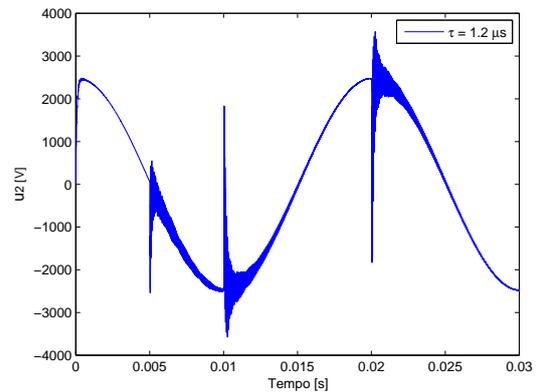
(a) Tensão  $u_1$  para  $\tau = 120 \mu s$  e  $\tau = 12 \mu s$



(b) Tensão  $u_2$  para  $\tau = 120 \mu s$  e  $\tau = 12 \mu s$

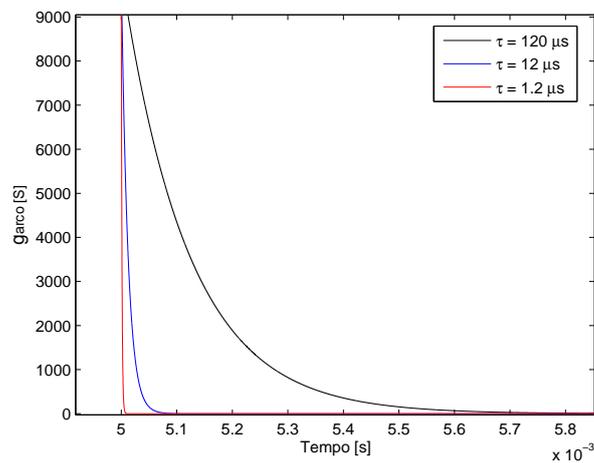


(c) Tensão  $u_1$  para  $\tau = 1, 2 \mu s$



(d) Tensão  $u_2$  para  $\tau = 1, 2 \mu s$

**Figura 4.20:** Tensão  $u_1$  e  $u_2$  considerando  $\tau = 120 \mu s$ ,  $\tau = 12 \mu s$  e  $\tau = 1, 2 \mu s$

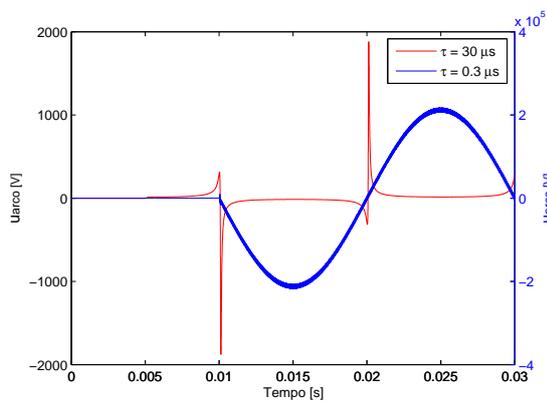


**Figura 4.21:** Condutância do arco considerando diferentes valores de  $\tau$

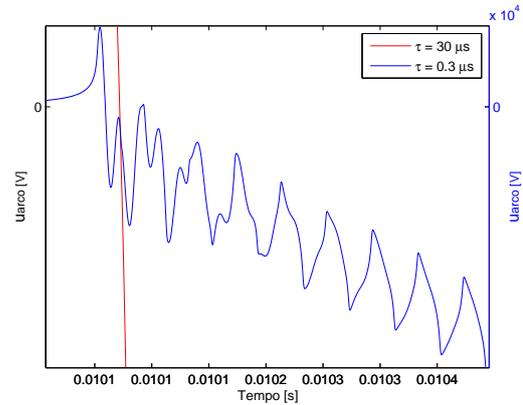
## 4.2.2 Modelo do arco de *Mayr*

A aplicação do modelo do arco de *Mayr* para o defeito quilométrico resume-se de igual modo aos parâmetros utilizados no defeito anterior. Os gráficos da figura 4.22 ilustram a tensão, a corrente e a condutância do arco para uma variação da constante de tempo do arco. Os resultados obtidos são

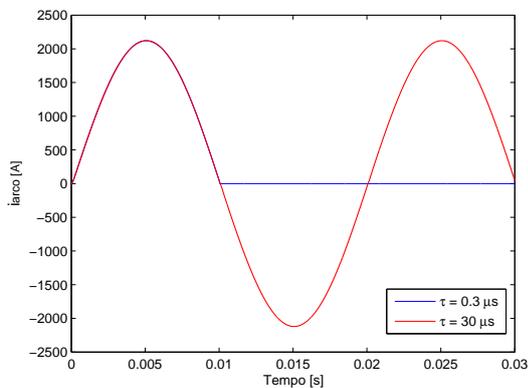
idênticos ao defeito anterior, com exceção da TTR (ver figura 4.22 b)), que apresenta um andamento triangular proveniente da propagação das ondas de tensão na linha aquando do corte de corrente.



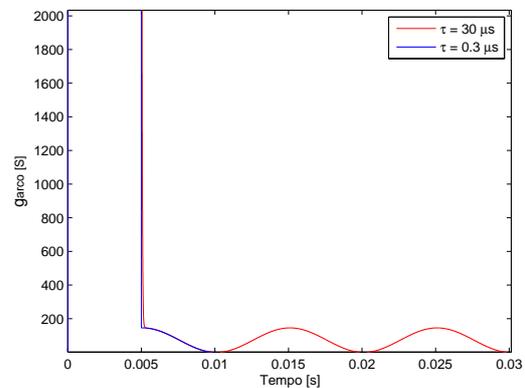
(a) Tensão do arco considerando  $\tau = 30 \mu\text{s}$  e  $\tau = 0,3 \mu\text{s}$



(b) Tensão de restabelecimento - pormenor de a) para  $t \in [0,0101, 0,0104] \text{ s}$



(c) Corrente do arco considerando  $\tau = 30 \mu\text{s}$  e  $\tau = 0,3 \mu\text{s}$



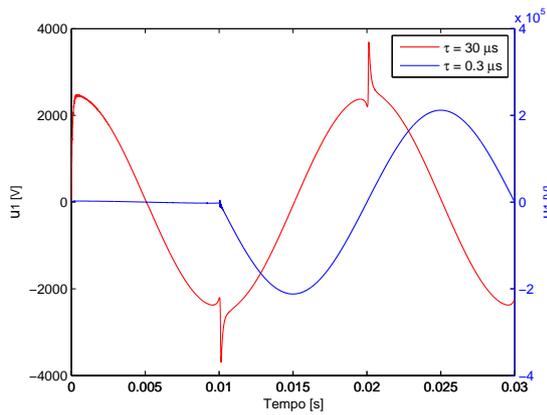
(d) Condutância do arco considerando  $\tau = 30 \mu\text{s}$  e  $\tau = 0,3 \mu\text{s}$

**Figura 4.22:** Grandezas do arco considerando  $P = 30,9 \text{ kW}$

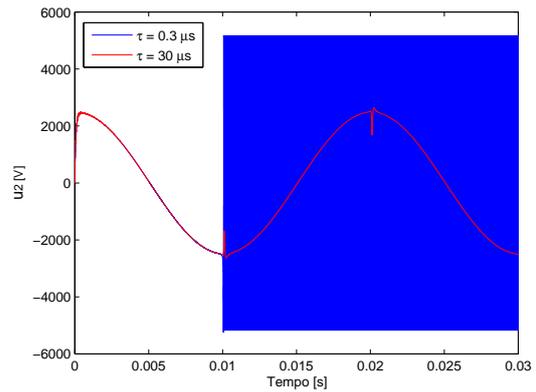
As tensões  $u_1$  e  $u_2$  estão representadas para a mesma variação na figura 4.23. Através dos gráficos 4.23 a) e b) é possível comparar a evolução das respetivas tensões para a situação de reignição e interrupção. No caso de reignição observa-se um evolução sinusoidal, à parte de pequenos transitórios aquando do zero de corrente. No caso de interrupção a tensão  $u_1$  tende para um nível de tensão próximo do valor da rede, enquanto que a tensão  $u_2$  assume uma evolução triangular pelas razões já referidas e conforme se observa em maior detalhe no gráfico 4.23 c).

A potência de arrefecimento foi avaliada para dois valores distintos da constante de tempo do arco,  $\tau = 30 \mu\text{s}$  e  $\tau = 0,3 \mu\text{s}$ . O primeiro caso, presente na figura 4.24, ilustra a tensão do arco resultante da reignição para  $P = 30,9 \text{ kW}$  e  $P = 100 \text{ kW}$ . Para estes valores de potência de arrefecimento, ao contrário do sucedido no defeito anterior, não existe interrupção da corrente. Deste modo verifica-se nos gráficos 4.24 a) e b) duas situações de reignição que se diferenciam pela amplitude máxima atingida.

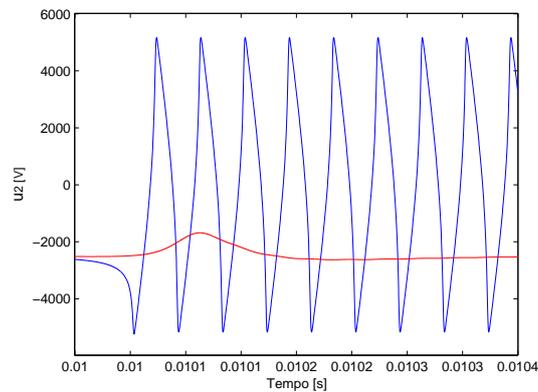
Os gráficos da figura 4.25 providenciam a tensão do arco e a tensão  $u_2$  considerando a variação de  $P$  referida para  $\tau = 0,3 \mu\text{s}$ . A consequência é um incremento da amplitude de ambas as tensões.



(a) Tensão  $u_1$  considerando  $\tau = 30 \mu s$  e  $\tau = 0,3 \mu s$

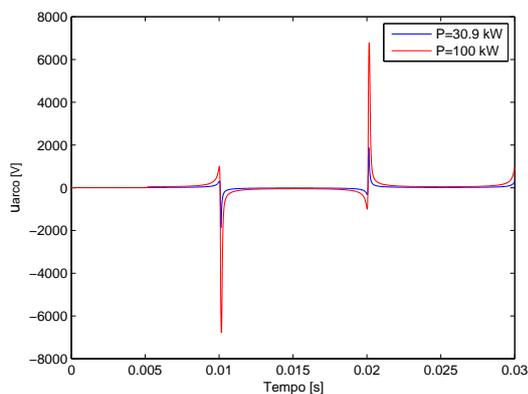


(b) Tensão  $u_2$  considerando  $\tau = 30 \mu s$  e  $\tau = 0,3 \mu s$

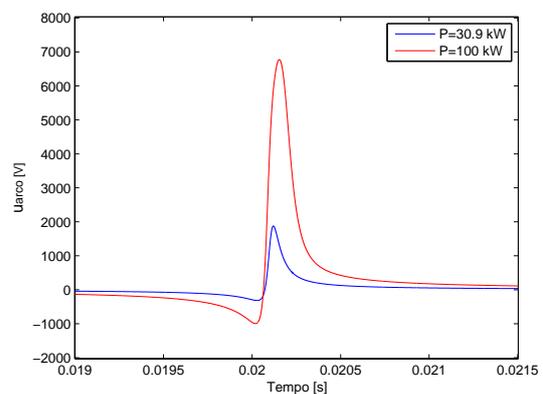


(c) Pormenor de  $u_2$  para  $t \in [0,01, 0,0104]$  s

**Figura 4.23:** Grandezas do arco considerando  $P = 30,9 \text{ kW}$



(a) Tensão do arco considerando  $P = 30,9 \text{ kW}$  e  $P = 100 \text{ kW}$

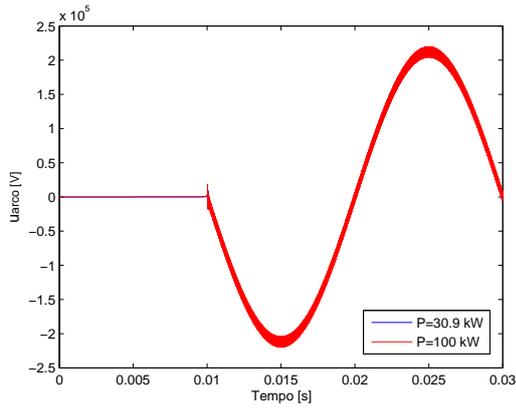


(b) Pormenor de a) para  $t \in [0,019, 0,022]$  s

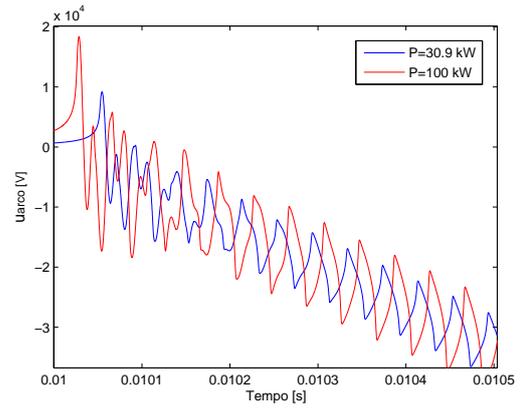
**Figura 4.24:** Tensão do arco considerando  $\tau = 30 \mu s$

### 4.2.3 Modelo do arco de *Habedank*

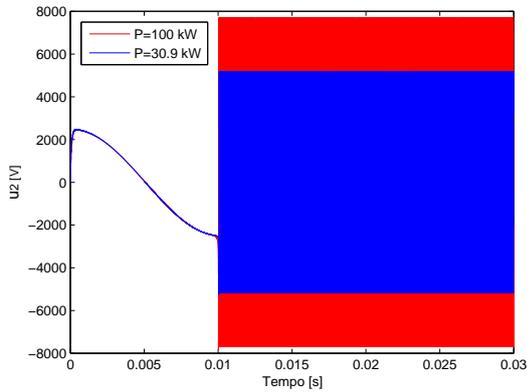
Neste subcapítulo são analisadas as simulações do modelo do arco de *Habedank* para o defeito quilométrico. O gráfico da figura 4.26 a) ilustra a variação da constante de tempo do arco e o gráfico 4.26 b) a variação da potência de arrefecimento. Os resultados são idênticos aos obtidos para o defeito aos



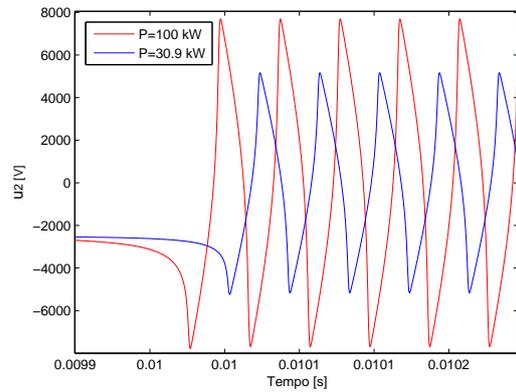
(a) Tensão do arco para  $P = 30,9 \text{ kW}$  e  $P = 100 \text{ kW}$



(b) Pormenor de a) para  $t \in [0.01, 0.0105] \text{ s}$



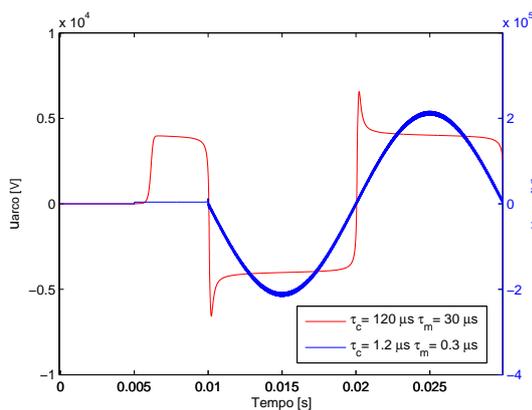
(c) Tensão  $u_2$  para  $P = 30,9 \text{ kW}$  e  $P = 100 \text{ kW}$



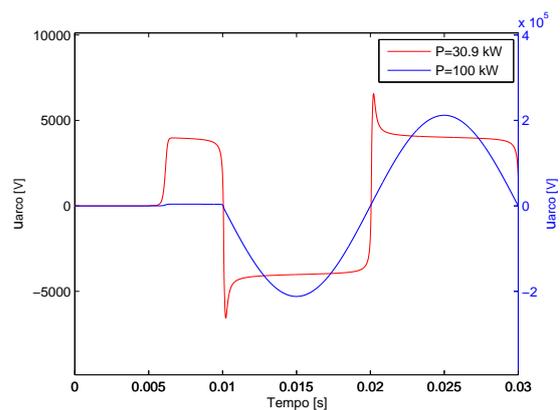
(d) Pormenor de  $u_2$  para  $t \in [0.0099, 0.0103] \text{ s}$

**Figura 4.25:** Grandezas do arco considerando  $\tau = 0,3 \mu\text{s}$

terminais, e as relações confirmam-se, a constante de tempo contribui para o corte da corrente, assim como a potência de arrefecimento.



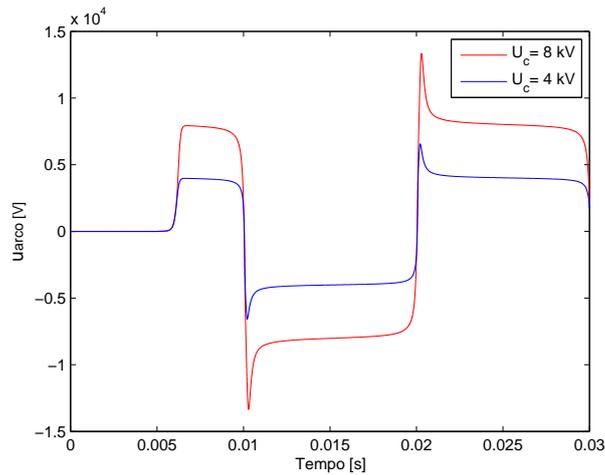
(a) Tensão do arco considerando  $P = 30,9 \text{ kW}$  e  $U_c = 4 \text{ kV}$



(b) Tensão do arco considerando  $\tau_c = 120 \mu\text{s}$ ,  $\tau_m = 30 \mu\text{s}$  e  $U_c = 4 \text{ kV}$

**Figura 4.26:** Tensão do arco

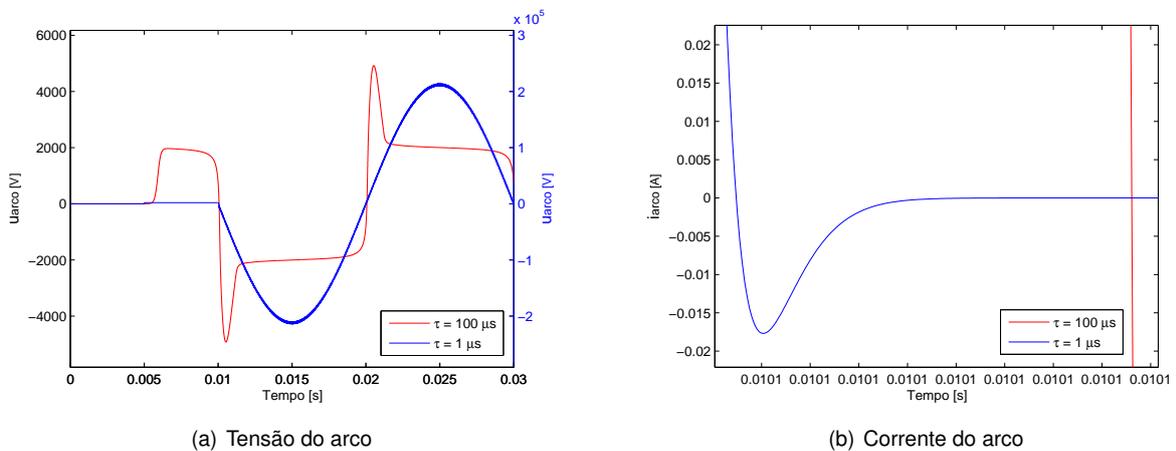
O gráfico 4.27 ilustra a tensão do arco para uma variação do parâmetro  $U_c$ , onde os resultados obtidos eram expectáveis.



**Figura 4.27:** Tensão do arco considerando  $\tau_c = 120 \mu s$ ,  $\tau_m = 30 \mu s$  e  $P = 30,9 \text{ kW}$

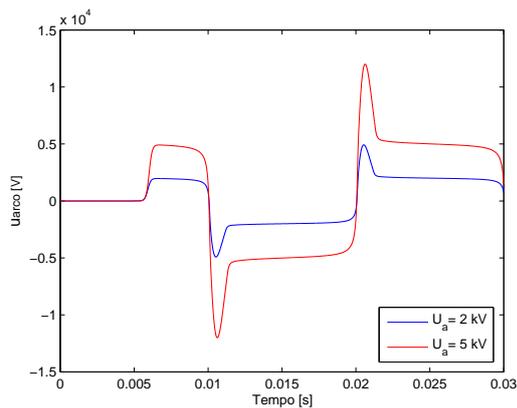
#### 4.2.4 Modelo do arco de *Schavemaker*

O estudo da constante de tempo do arco para este modelo foi realizado, com os parâmetros utilizados no defeito anterior,  $\tau = 100 \mu s$  e  $\tau = 1 \mu s$ , conforme se ilustra na figura 4.28. A tensão e corrente do arco resultante das respectivas simulações, ver gráficos 4.28 a) e b), deduzem-se semelhantes aos resultados obtidos para o defeito aos terminais.

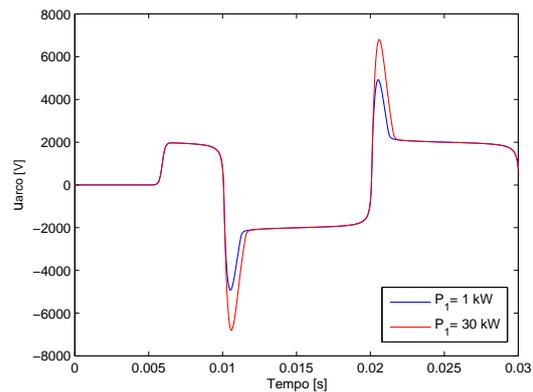


**Figura 4.28:** Tensão e corrente de arco considerando  $P_0 = 1 \text{ kW}$ ,  $P_1 = 0,8$  e  $U_a = 2 \text{ kV}$

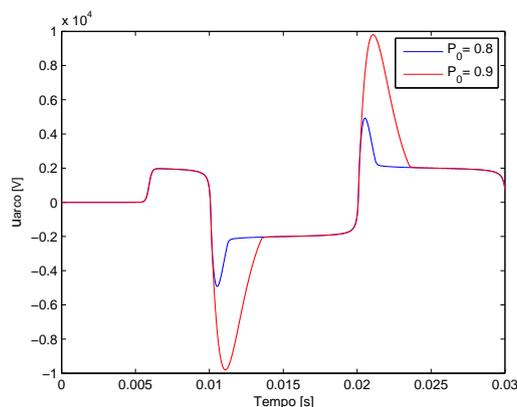
As simulações efetuadas para os restantes parâmetros, nos quais se inclui a tensão constante do arco e as potências de arrefecimento  $P_1$  e  $P_0$ , representam-se nos gráficos da figura 4.29. A influência de cada parâmetro mantém-se de acordo com os resultados adquiridos anteriormente, conforme se observa pelos gráficos a), b) e c) da figura 4.29.



(a) Tensão do arco para  $P_0 = 1 \text{ kW}$  e  $P_1 = 0.8$



(b) Tensão do arco para  $U_a = 2 \text{ kV}$  e  $P_1 = 0.8$



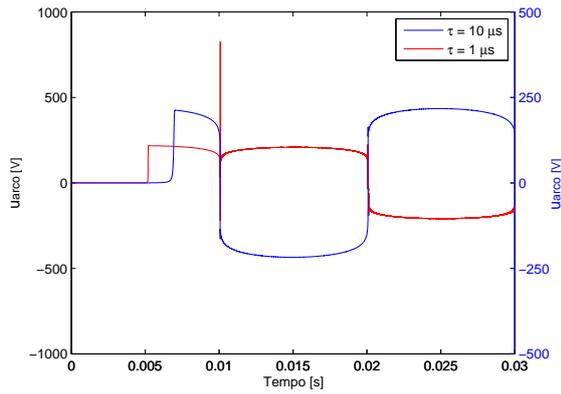
(c) Tensão do arco para  $P_0 = 1 \text{ kW}$ ,  $U_a = 2 \text{ kV}$

**Figura 4.29:** Tensão do arco considerando  $\tau = 100 \mu\text{s}$

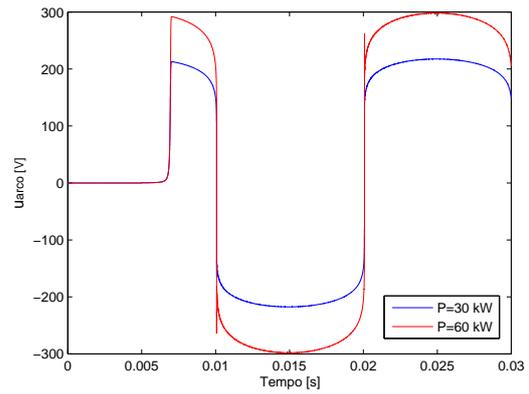
#### 4.2.5 Modelo do arco de Schwarz

As simulações do modelo do arco de Schwarz para o defeito quilométrico foram realizadas considerando os parâmetros utilizados no defeito terminal. No entanto a variação da constante de tempo do arco apresenta resultados inesperados. Conforme se observa pelo gráfico da figura 4.30 a), a tensão do arco não apresenta para  $\tau = 1 \mu\text{s}$  um andamento correto, uma vez que na arcada negativa da corrente a tensão é positiva. Perante este resultado é possível concluir que a constante de tempo do arco possui uma gama de valores aplicáveis, fora dos quais o modelo deixa de representar fielmente as grandezas do arco. Esta gama de valores altera com o tipo de defeito, uma vez que para o defeito anterior não se evidenciou esta questão.

As simulações realizadas para os restantes parâmetros, nos quais se inclui a potência de arrefecimento  $P_1$  e os parâmetros adimensionais  $a$  e  $b$ , representam-se nos gráficos 4.30 b) e 4.30 a) e b), respetivamente. Conforme se observa pelos gráficos referidos, a influência de cada parâmetro mantém-se de acordo com os resultados adquiridos anteriormente.

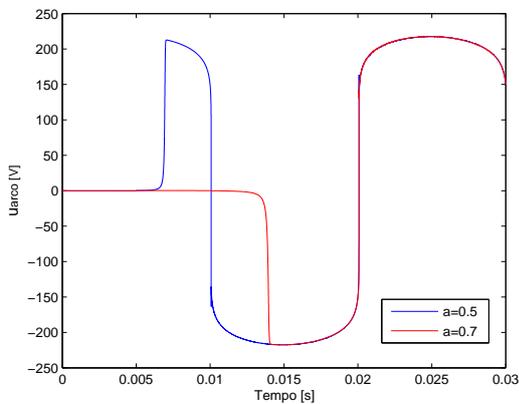


(a) Tensão do arco para  $P = 30 \text{ kW}$ ,  $a = 0,5$  e  $b = 1,2$

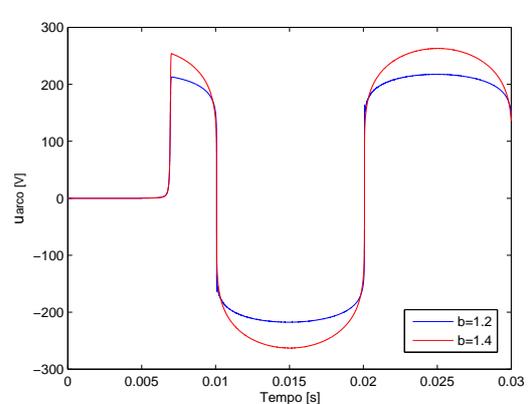


(b) Tensão do arco para  $\tau = 10 \mu\text{s}$ ,  $a = 0,5$  e  $b = 1,2$

**Figura 4.30: Tensão do arco**



(a) Tensão do arco para  $\tau = 10 \mu\text{s}$ ,  $P = 30 \text{ kW}$  e  $b = 1,2$



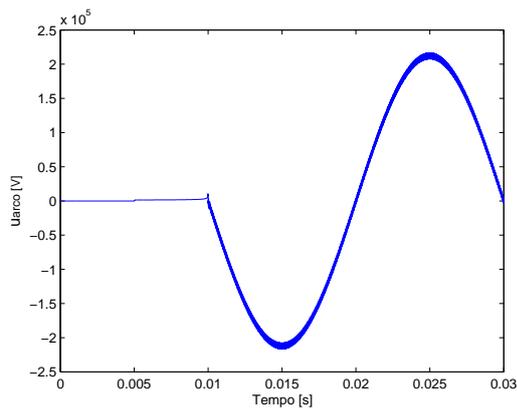
(b) Tensão do arco para  $\tau = 10 \mu\text{s}$ ,  $P = 30 \text{ kW}$  e  $a = 0,5$

**Figura 4.31: Tensão do arco**

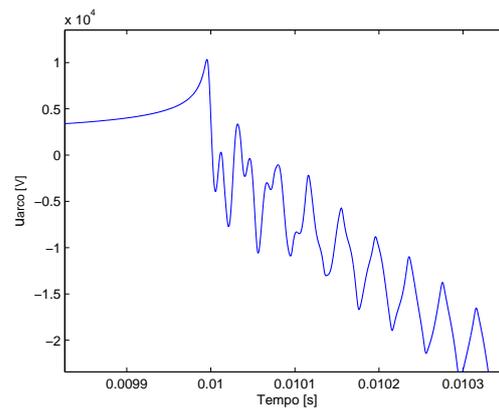
## 4.2.6 Modelo do arco de KEMA

Perante a complexidade já abordada deste modelo não se justifica apresentar simulações com variação de parâmetros, em vez disso, apresenta-se um caso de interrupção e outro de reignição de modo a analisar as características de evolução elétrica do arco. No gráfico da figura 4.32 a) ilustra-se um exemplo da evolução elétrica em caso de interrupção. A TTR encontra-se detalhada no gráfico 4.32 b), o qual permite concluir que também este modelo tem a capacidade de caracterizar a tensão transitória de restabelecimento típica de um defeito quilométrico.

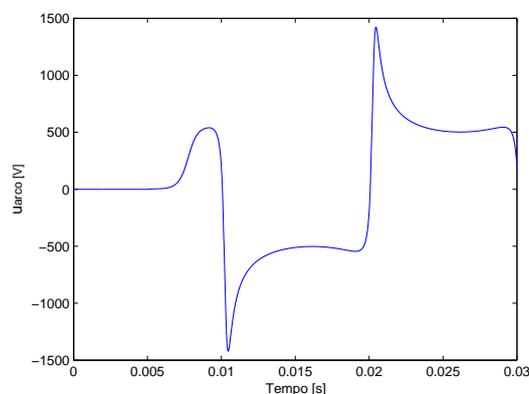
O gráfico 4.32 c) apresenta o andamento elétrico da tensão do arco para um caso de reignição. Contudo, uma vez mais, dois exemplos não são suficientes para entender a versatilidade deste modelo. Os resultados obtidos são novamente idênticos aos observados para o defeito aos terminais do disjuntor.



(a) Tensão do arco - Interrupção



(b) Tensão de restabelecimento - pormenor de a) para  $t \in [0,0099, 0,0103]$  s



(c) Tensão do arco - Reignição

**Figura 4.32:** Tensão do arco

### 4.3 Comparação dos Modelos

No capítulo anterior foram estudados os parâmetros dos diversos modelos, bem como a sua influência na descrição das grandezas elétricas do arco. No entanto, a análise realizada revela-se pouco incisiva no eventual corte da corrente por parte dos diferentes modelos do arco implementados. Desse modo, é importante perceber se para determinados parâmetros/condições do circuito existe interrupção da corrente, e se esse resultado é transversal a todos os modelos implementados.

Neste capítulo pretende-se comparar os diversos modelos em função da interrupção da corrente para as mesmas condições de simulação, sem entrar em consideração com a evolução das grandezas do arco. Com esse objetivo, foram realizadas simulações para ambos os defeitos com os parâmetros que se indicam na tabela 4.1.

Conforme se observa pela tabela 4.1, e apesar de alguns dos modelos possuírem parâmetros específicos, foi realizado um esforço de uniformização dos mesmos, permitindo assim a sua comparação. Por outro lado, como a interrupção da corrente é função dos parâmetros escolhidos, conforme se concluiu no capítulo anterior, o resultado obtido será diferente consoante a escolha de parâmetros realizada. No entanto, esse facto não invalida a análise em questão uma vez que o objetivo é concluir se

**Tabela 4.1:** Parâmetros considerados nas simulações para ambos os defeitos

Modelos do Arco	Parâmetros						
	$\tau[\mu\text{s}]$	$U[\text{kV}]$	$P[\text{kW}]$	$P_0[\text{kW}]$	$P_1$	$a$	$b$
<i>Cassie</i>	10	10	-	-	-	-	-
<i>Mayr</i>	10	-	30.9	-	-	-	-
<i>Habedank</i>	10	10	30.9	-	-	-	-
<i>Schavemaker</i>	10	10	-	30.9	1	-	-
<i>Schwarz</i>	10	-	30.9	-	-	1	1
<i>KEMA</i>	10	-	-	-	-	-	-

todos os modelos do arco, perante as mesmas condições de simulação, apresentam o mesmo resultado independentemente do mesmo.

#### 4.3.1 Defeito aos Terminais do Disjuntor

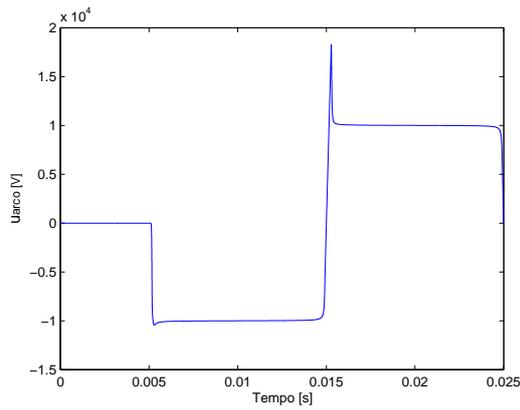
Neste subcapítulo são apresentadas as simulações realizadas para o defeito aos terminais do disjuntor, considerando os parâmetros referidos na tabela 4.1.

De modo a otimizar a análise pretendida, foi sintetizada na tabela 4.2 a informação de interesse presente nas figuras 4.33 a) a f).

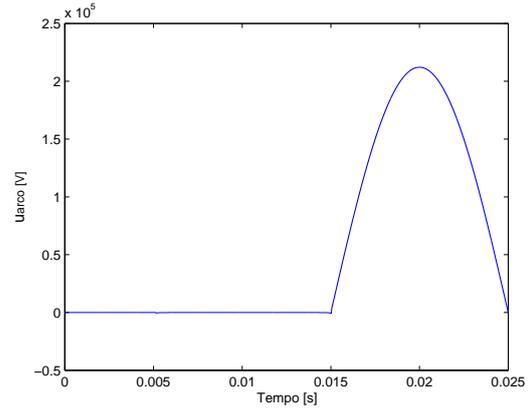
**Tabela 4.2:** Resumo de interrupções/reignições para o defeito aos terminais do disjuntor

Modelos do Arco	Defeito Terminal - Interrupção / Reignição
<i>Cassie</i>	<i>Reignição</i>
<i>Mayr</i>	<i>Interrupção (2º zero)</i>
<i>Habedank</i>	<i>Interrupção (2º zero)</i>
<i>Schavemaker</i>	<i>Interrupção</i>
<i>Schwarz</i>	<i>Reignição</i>
<i>KEMA</i>	<i>Interrupção</i>

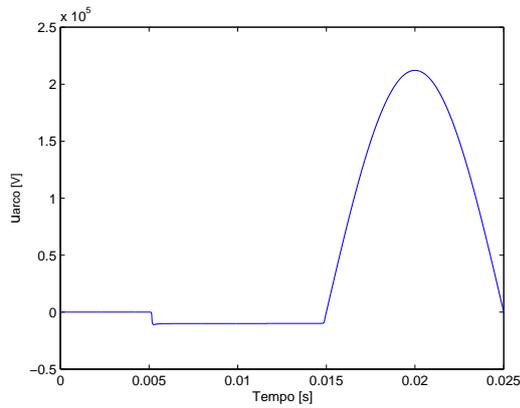
Através da tabela 4.2 é possível concluir que, ao contrário do que poderia ser expectável para as mesmas condições de simulação, nem todos os modelos apresentam o mesmo resultado. O modelo de *Cassie* e *Schwarz* revelam uma reignição, enquanto que os restantes modelos, *Mayr*, *Habedank*, *Schavemaker* e *KEMA* revelam interrupção da corrente. Apesar disso, o modelo de *Mayr* e *Habedank*



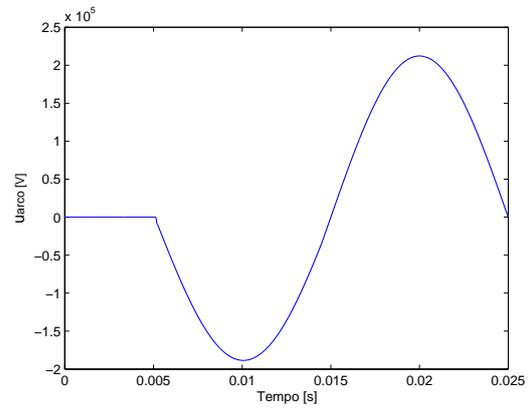
(a) Tensão do arco - Cassie



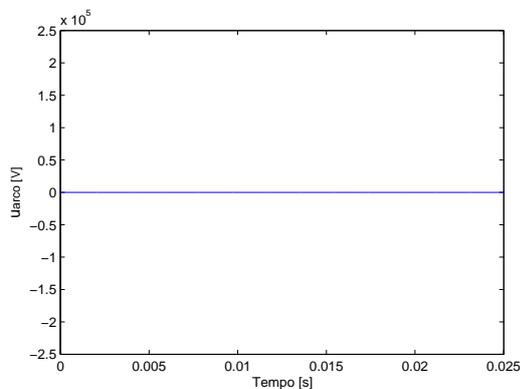
(b) Tensão do arco - Mayr



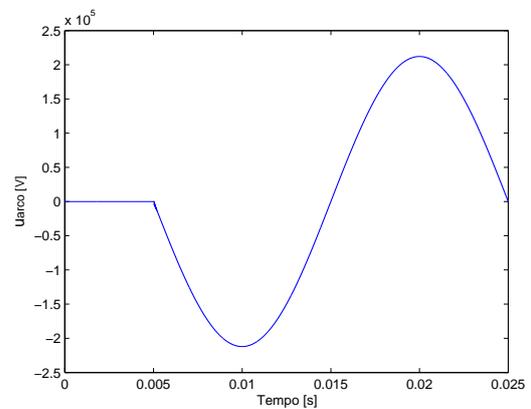
(c) Tensão do arco - Habedank



(d) Tensão do arco - Schavemaker



(e) Tensão do arco - Schwarz



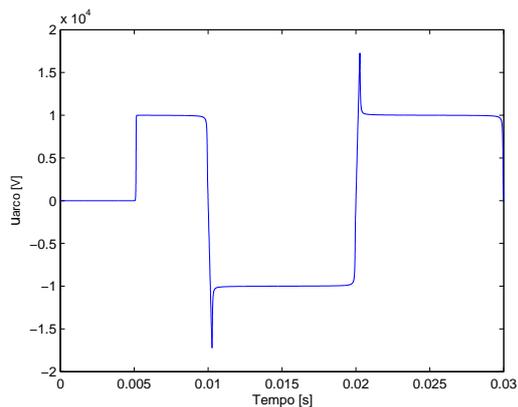
(f) Tensão do arco - KEMA

**Figura 4.33:** Tensão do arco considerando  $\tau = 10 \mu s$

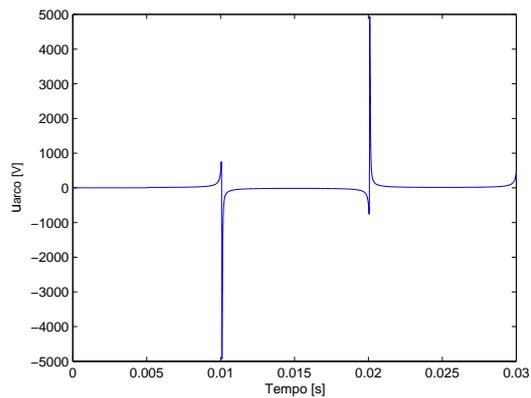
mostram que houve um reacendimento durante o processo de interrupção, uma vez que a corrente apenas é interrompida na segunda passagem por zero.

### 4.3.2 Defeito Quilométrico

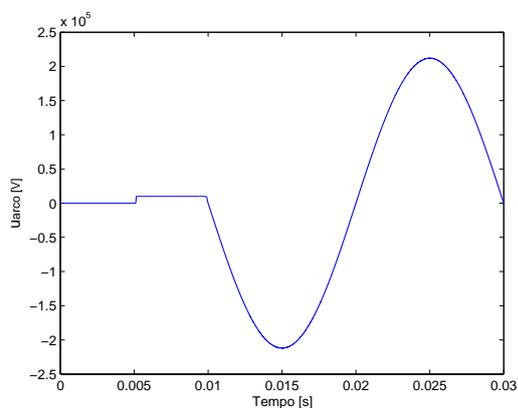
De modo idêntico ao subcapítulo anterior, apresentam-se as simulações realizadas para o defeito quilométrico considerando os parâmetros referidos na tabela 4.1.



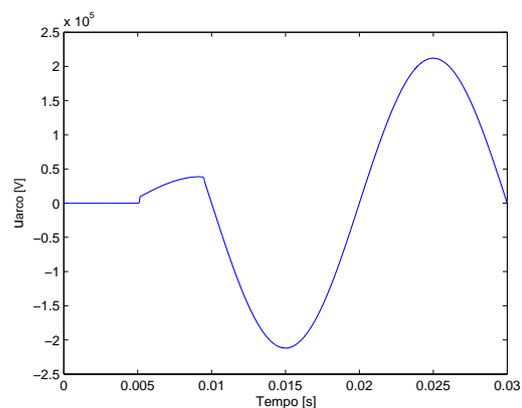
(a) Tensão do arco - *Cassie*



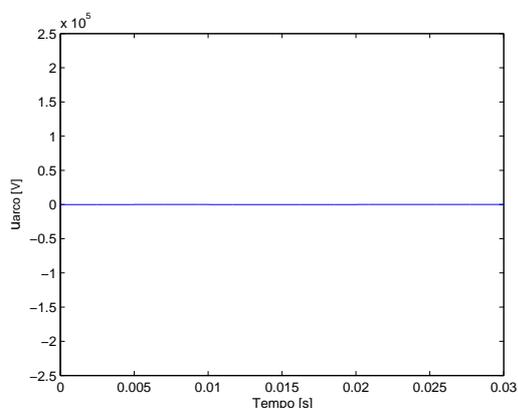
(b) Tensão do arco - *Mayr*



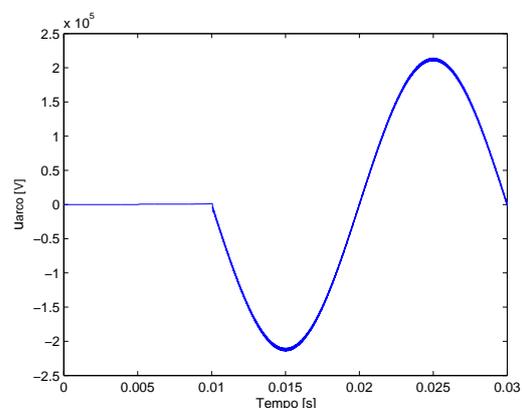
(c) Tensão do arco - *Habedank*



(d) Tensão do arco - *Schavemaker*



(e) Tensão do arco - *Schwarz*



(f) Tensão do arco - *KEMA*

**Figura 4.34:** Tensão do arco considerando  $\tau = 10 \mu s$

Com o objetivo de otimizar a análise pretendida, foi sintetizada na tabela 4.3 a informação de interesse presente nas figuras 4.34 a) a f).

Através da tabela 4.3, concluímos também para o defeito quilométrico que os modelos não apresentam resultados idênticos. O modelo de *Cassie*, *Schwarz* e *Mayr* revelam uma reignição da corrente, enquanto que os restantes modelos, *Habedank*, *Schavemaker* e *KEMA* revelam interrupção da corrente, sem reacendimento do arco. É ainda possível verificar que o modelo de *Habedank* não depende

**Tabela 4.3:** Resumo de interrupções/reignições para o defeito quilométrico

Modelos do Arco	Defeito Quilométrico - Interrupção / Reignição
<i>Cassie</i>	<i>Reignição</i>
<i>Mayr</i>	<i>Reignição</i>
<i>Habedank</i>	<i>Interrupção</i>
<i>Schavemaker</i>	<i>Interrupção</i>
<i>Schwarz</i>	<i>Reignição</i>
<i>KEMA</i>	<i>Interrupção</i>

diretamente dos resultados dos modelos que o constituem, *Cassie* e *Mayr*, uma vez que os mesmos apresentam resultados opostos. Quando os modelos operam em conjunto a descrição da corrente é complementada, e o resultado pode ser, conseqüentemente, diferente conforme se observa na tabela 4.3.

Convém referir que não é possível comparar as tabelas 4.2 e 4.3 porque muito dificilmente os parâmetros que descrevem o arco elétrico seriam os mesmos para as duas situações de defeito. Prova disso, é o facto do modelo de *Habedank* apresentar uma interrupção com reacendimento para o defeito terminal e uma interrupção sem reacendimento para o defeito quilométrico, sabendo que este último é mais severo. De modo a viabilizar essa comparação seria necessário proceder a um ensaio experimental de modo a extrair os parâmetros para cada tipo de defeito.



## Capítulo 5

# Conclusão

O objetivo deste trabalho foi estudar os modelos Caixa Preta utilizados na modelização do arco elétrico em disjuntores, que se estabelece aquando da interrupção da corrente de curto-circuito.

Com essa finalidade foram implementados os diferentes modelos Caixa Preta para dois defeitos distintos, defeito aos terminais do disjuntor e defeito quilométrico. Das simulações realizadas foi possível concluir que cada modelo do arco possui características intrínsecas próprias, uma vez que as grandezas do arco são representadas de modo distinto. Por exemplo, o modelo do arco de *Cassie* apresenta, em caso de reignição, a tensão do arco com um nível constante, enquanto que o modelo do arco de *Schwarz* apresenta uma evolução da tensão característica de uma dependência exponencial. Este facto está associado às diferentes equações diferenciais que constituem os diversos modelos do arco implementados.

No entanto, os parâmetros presentes na maioria dos modelos, como a constante da tensão do arco  $U_c$ , a constante de tempo do arco  $\tau$  e a potência de arrefecimento  $P$ , revelam uma influência na caracterização do arco transversal a todos os modelos.

A tensão constante do arco  $U_c$  predetermina o nível de tensão do arco numa reignição e quanto maior o seu valor, maior o nível definido. A constante de tempo do arco  $\tau$  influencia o tempo de resposta da tensão após a abertura do disjuntor, e permite sobretudo alterar a situação de sucesso ou insucesso da interrupção. Esta constante corresponde à inércia do gás de extinção em recuperar as suas características dielétricas (constante de desionização do meio). Desse modo, quanto menor o seu valor mais rapidamente decresce a condutância do arco (maior rigidez dielétrica entre os terminais do disjuntor), e maior é a probabilidade de ocorrer interrupção da corrente. A potência de arrefecimento  $P$  tem influência na amplitude máxima da tensão do arco e contribui de igual modo para a interrupção da corrente. A energia removida do arco é proporcional a esta constante, conseqüentemente, quanto maior for o seu valor mais rapidamente o meio recupera as suas características dielétricas. Se tal não ocorrer de modo significativo que permita a interrupção da corrente, é verificada uma tensão do arco com amplitude máxima acrescida proveniente do decréscimo da condutância do meio (aumento da rigidez dielétrica). Portanto, o tipo de influência dos parâmetros é igual para todos os modelos e independente do tipo de defeito. Foi ainda possível concluir que os mesmos apresentam uma gama de aplicabilidade

dependente do tipo de defeito e do modelo em questão.

Na literatura da especialidade a linha não é representada por parâmetros distribuídos e considera-se ser uma contribuição nova deste trabalho a utilização do modelo da linha de parâmetros distribuídos. As simulações para o defeito quilométrico permitiram confirmar a compatibilidade deste modelo com os modelos do arco, e evidenciar a ótima capacidade dos modelos em descrever o comportamento elétrico do arco, bem como a tensão transitória de restabelecimento característica deste tipo de defeito.

Quando comparados entre si, para os mesmos parâmetros e situação de simulação, os modelos do arco não revelam todos o mesmo resultado em relação ao corte de corrente. O facto de os modelos serem constituídos por diferentes equações diferenciais é uma das razões que justifica a falta de uniformidade de resultados. Por outro lado, uma vez que no limite todos teriam que apresentar o mesmo resultado, é possível concluir que os parâmetros não se encontram ajustados ao modelo e defeito em causa. De modo a complementar esta análise, teria sido oportuno extrair os parâmetros de um ensaio experimental, algo que não foi possível concretizar neste trabalho.

No geral revelam-se modelos versáteis de fácil implementação, que se centram na descrição/análise do processo de interrupção da corrente no disjuntor. A sua aplicação está no entanto limitada ao regime térmico da interrupção, determinado pela presença da condutividade do arco e do pós-arco, a arcos elétricos em meios gasosos (ar e SF<sub>6</sub>) e a corrente do tipo alternada. Não entram em consideração com a distância entre os contactos do disjuntor, o tempo de abertura do disjuntor que para efeito de simulação é considerado instantâneo e a percepção dos processos físicos é desvanecido pela formulação matemática.

Na impossibilidade de o fazer neste trabalho seria interessante aplicar os modelos do arco, em trabalhos futuros, a resultados experimentais de modo a avaliar as suas capacidades de previsão e representação do processo de interrupção da corrente. Outro tópico oportuno seria estudar a capacidade dos modelos Caixa Preta em representar fenómenos de supressão de corrente.

# Bibliografia

- [1] L. Van Der Sluis. *Transients in power systems*. John Wiley & Sons Ltd, 2001. ISBN:0-471-48639-6.
- [2] S. Theoleyre. Mv breaking techniques. *Cahiers Techniques (Schneider Electric Technical Documents)*, Cahier, 193, 1999.
- [3] A. Alfredsson. Live tank circuit breakers application guide. *ABB*.
- [4] J. A. Martinez-Velasco. *Power system transients: parameter determination*. CRC press, 2009.
- [5] IEC 60050 - International Electrotechnical Vocabulary - Details for IEV number 441-17-45: "re-ignition (of an AC mechanical switching device)". <http://www.electropedia.org/iev/iev.nsf/display?openform&ievref=441-17-45>, . Accessed: 2016-10-5.
- [6] IEC 60050 - International Electrotechnical Vocabulary - Details for IEV number 441-17-46: "restrike (of an AC mechanical switching device)". <http://www.electropedia.org/iev/iev.nsf/display?openform&ievref=441-17-46>, . Accessed: 2016-10-5.
- [7] A. Lawson and P. Sampaio. Consolidação de material didático para a disciplina de equipamentos elétricos. 2012.
- [8] A. C. C. d. Carvalho, C. Portela, J. Teixeira, and R. Colombo. *Disjuntores e chaves: aplicação em sistemas de potencia*. EDUFF, 1995.
- [9] Principais tipos de disjuntores. [http://paginas.fe.up.pt/~jrf/aulas0506/sobreintensidade/resumo\\_sp.pdf](http://paginas.fe.up.pt/~jrf/aulas0506/sobreintensidade/resumo_sp.pdf). Acedido em: 2016-10-5.
- [10] W. Cigre. 13-01: Applications of black-box modelling to circuit breakers. *Electra*, 149:40–71, 1993.
- [11] P. H. Schavemaker. *Digital testing of high-voltage SF6 circuit breakers*. PhD thesis, TU Delft, Delft University of Technology, 2002.
- [12] Cigré Working Group 13.01. State of the art of circuit-breaker modelling. *Cigré Brochure*, (135), 1998.
- [13] T. E. Browne. A Study of A-C Arc Behavior Near Current Zero by Means or Mathematical Models. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, 67(1):141–153, 1948. ISSN 0096-3860. doi: 10.1109/T-AIEE.1948.5059653.

- [14] A. Cassie. Theorie nouvelle des arcs de rupture et de la rigidité des circuits. *Cigre, Report*, 102: 588–608, 1939.
- [15] U. Habedank. On the mathematical-description of arc behavior in the vicinity of current zero. *etz Archiv*, 10(11):339–343, 1988.
- [16] P. H. Schavemaker and L. Van der Slui. An improved mayr-type arc model based on current-zero measurements [circuit breakers]. *IEEE Transactions on Power delivery*, 15(2):580–584, 2000.
- [17] P. Schavemaker. Arc model blockset for use with matlab simulink and power system blockset–user’s guide. *Delft University of Technology*, 2001.
- [18] R. Smeets and V. Kertesz. Evaluation of high-voltage circuit breaker performance with a validated arc model. *IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution*, 147(2):121–125, 2000.
- [19] N. Gustavsson. Evaluation and simulation of black-box arc models for high-voltage circuit-breakers. 2004.
- [20] J. P. S. Paiva. *Redes de Energia Eléctrica: Uma Análise Sistémica, 2ª Edição*. Lisboa, IST Press, 2007.
- [21] M. U. Guide. The mathworks, 1998.
- [22] H. W. Dommel. Digital computer solution of electromagnetic transients in single and multiphase. *Networks IEEE*, 88(4):388–399, 1969.
- [23] S. C. Chapra and R. P. Canale. *Numerical methods for engineers*, volume 2. McGraw-Hill New York, 2012.
- [24] L. Yuan, L. Sun, and H. Wu. Simulation of fault arc using conventional arc models. *Energy and Power Engineering*, 5(04):833, 2013.
- [25] Delft University of Technology - Arc models blockset download. <http://www.ewi.tudelft.nl/en/the-faculty/departments/electrical-sustainable-energy/intelligent-electrical-power-grids/downloads/>. Acedido em: 2016-3-10.

## Apêndice A

# Implementação Numérica dos Modelos

Para simular os defeitos com a inclusão do arco elétrico, foi aplicado o método de integração trapezoidal de modo a converter a equação diferencial que rege cada um dos circuitos em equações algébricas. O método de integração trapezoidal envolvido consiste na seguinte aproximação e expressão:

$$\int_{t-\Delta t}^t f(t)dt \simeq \frac{f(t) + f(t - \Delta t)}{2} \Delta t \quad (\text{A.1})$$

Aplicando o método de integração trapezoidal para integrar a equação que relaciona a tensão com a corrente na bobine obtém-se:

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt} \Leftrightarrow i(t) - i(t - \Delta t) = \frac{1}{L} \int_{t-\Delta t}^t v(t) dt \approx \frac{v(t - \Delta t) + v(t)}{2L} \Delta t \quad (\text{A.2})$$

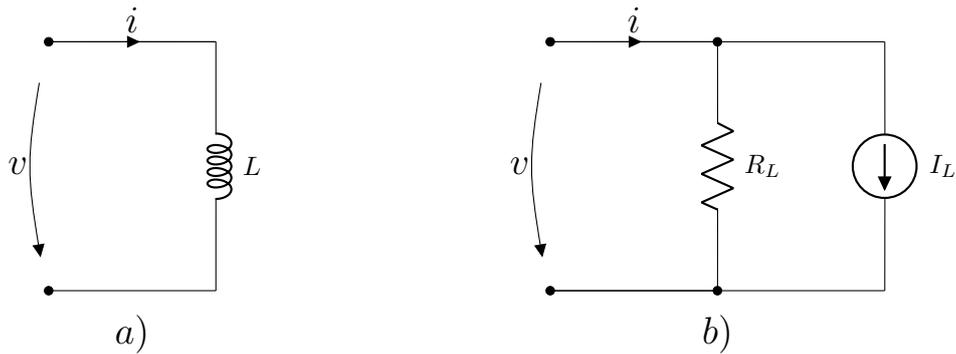
ou seja,

$$i(t) = \frac{v(t)}{R_L} + I_L(t - \Delta t) \quad (\text{A.3})$$

sendo

$$I_L(t - \Delta t) = i(t - \Delta t) + \frac{v(t - \Delta t)}{R_L}, \quad R_L = \frac{2L}{\Delta t} \quad (\text{A.4})$$

O resultado obtido permite caracterizar a bobine por um circuito equivalente de *Norton* [22], conforme se observa na figura A.1.



**Figura A.1:** a) Bobine b) Esquema equivalente da bobine

Aplicando o método de integração trapezoidal para integrar a equação que relaciona a tensão com a corrente no condensador obtém-se:

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt} \Leftrightarrow v(t) - v(t - \Delta t) = \frac{1}{C} \int_{t-\Delta t}^t i(t) dt \approx \frac{i(t - \Delta t) + i(t)}{2C} \Delta t \quad (\text{A.5})$$

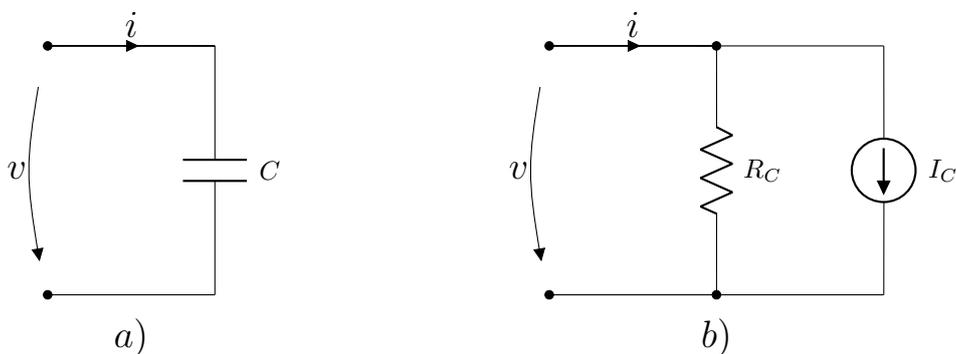
ou seja,

$$i(t) = \frac{v(t)}{R_C} + I_C(t - \Delta t) \quad (\text{A.6})$$

sendo

$$I_C(t - \Delta t) = -i(t - \Delta t) - \frac{v(t - \Delta t)}{R_C}, \quad R_C = \frac{\Delta t}{2C} \quad (\text{A.7})$$

O resultado obtido permite representar o condensador através de um circuito equivalente de *Norton* [22], conforme se observa na figura A.2.



**Figura A.2:** a) Condensador b) Esquema equivalente do condensador

No caso do defeito quilométrico considera-se o modelo da linha de transmissão representado na figura A.3.

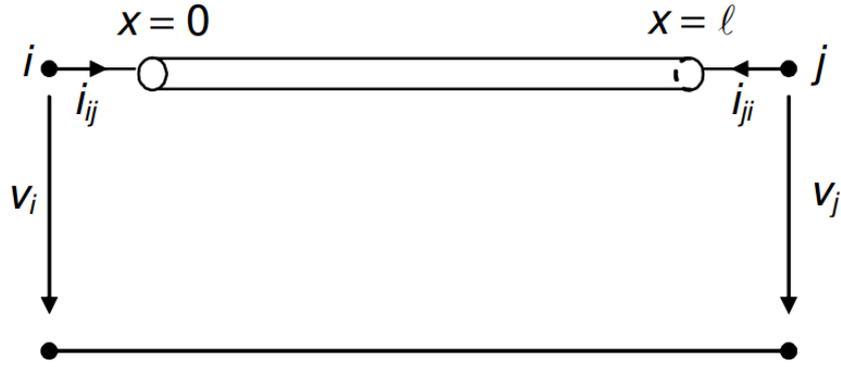


Figura A.3: Modelo linha sem perdas [20]

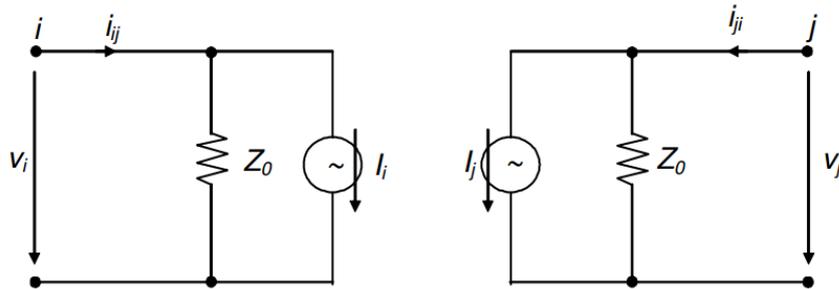


Figura A.4: Esquema equivalente da linha sem perdas [20]

Aplicando o método de integração trapezoidal no modelo da figura A.3, resulta o esquema equivalente da figura A.4 com as seguintes expressões:

$$i_{ji}(t) = \frac{v_j(t)}{Z_0} + I_j(t), \quad I_j(t) = -\frac{v_i(t-\tau)}{Z_0} - i_{ij}(t-\tau) \quad (\text{A.8})$$

$$i_{ij}(t) = \frac{v_i(t)}{Z_0} + I_i(t), \quad I_i(t) = -\frac{v_j(t-\tau)}{Z_0} - i_{ji}(t-\tau) \quad (\text{A.9})$$

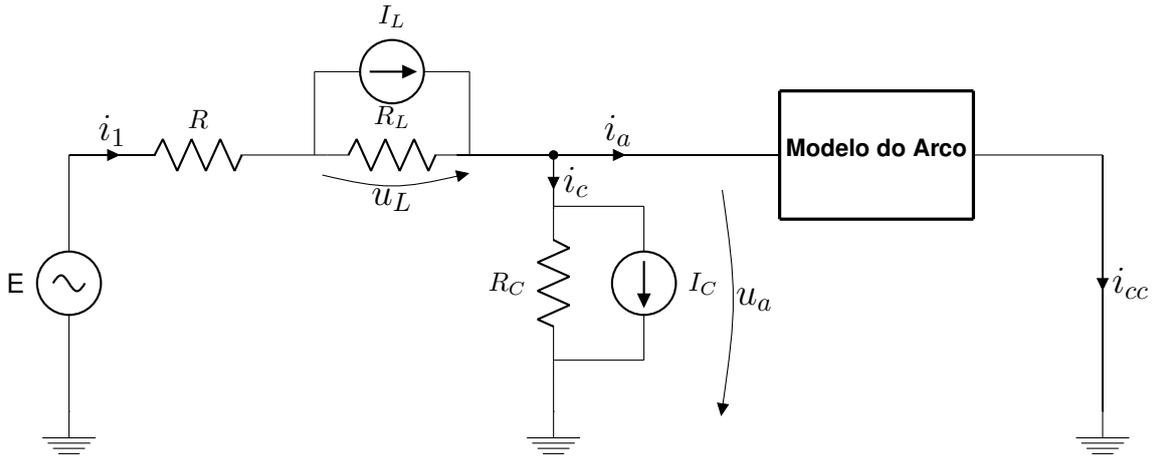
$$Z_0 = \sqrt{L/C}, \quad \tau = \frac{l}{c} \quad (\text{A.10})$$

Procedendo à substituição dos elementos do circuito de teste considerado para o defeito aos terminais, figura 3.1, pelos seus respectivos esquemas equivalentes, resulta a configuração final da figura A.5. Através da figura A.5, deduzem-se as expressões algébricas que regem o funcionamento do circuito e que são parte integrante da implementação:

$$e = i_1 R + u_L + u_a \quad (\text{A.11})$$

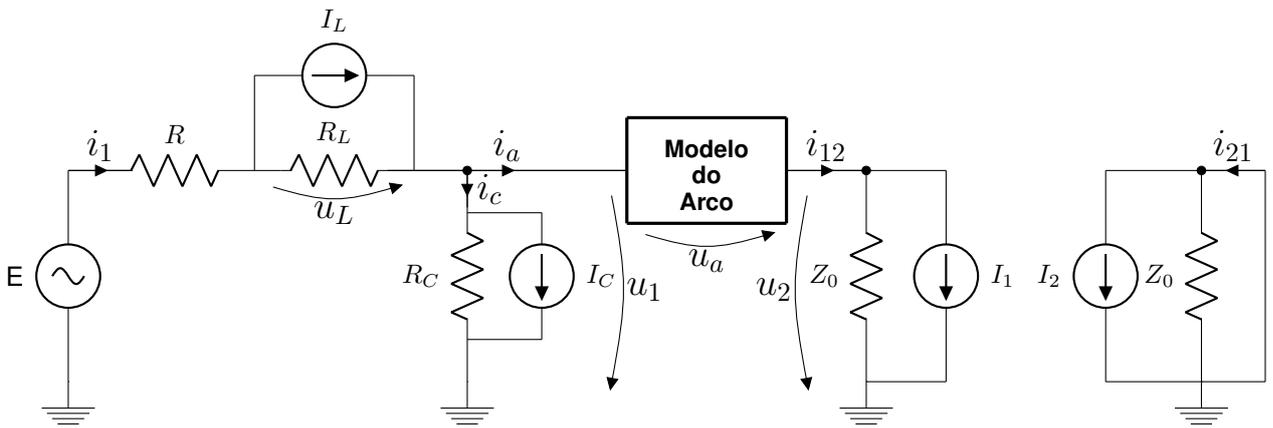
$$u_L = (i_1 - I_L) R_L \quad (\text{A.12})$$

$$u_a = i_a r_a = (i_1 - i_a - I_C) R_C \quad (\text{A.13})$$



**Figura A.5:** Circuito de teste equivalente - Defeito terminal

Replicando o raciocínio anterior para o caso do defeito quilométrico, resulta a configuração final da figura A.6.



**Figura A.6:** Circuito de teste equivalente - Defeito quilométrico

Através da figura A.6, deduzem-se as expressões algébricas que regem o funcionamento do circuito:

$$e(t) = Ri_1(t) + (i_1(t) - I_{L1}(t))R_L + u_1(t) \quad (\text{A.14})$$

$$u_1(t) = (i_c(t) - I_C(t))R_C \quad (\text{A.15})$$

$$u_2(t) = (i_{12}(t) - I_1(t))Z_0 \quad (\text{A.16})$$

$$u_a(t) = i_{12}(t)r_a(t) = i_a(t)r_a(t) = u_1(t) - u_2(t) \quad (\text{A.17})$$

$$i_a(t) = \frac{u_2(t)}{Z_0} + I_1(t), \quad I_1(t) = -i_{21}(t - \tau) \quad (\text{A.18})$$

$$i_{21}(t) = I_2(t), \quad I_2(t) = -\frac{u_2(t - \tau)}{Z_0} - i_a(t - \tau) \quad (\text{A.19})$$

## Apêndice B

# Validação dos Modelos

### Defeito aos Terminais do Disjuntor

As simulações foram efetuadas para os seguintes elementos do circuito:

$$U_G = 150 \text{ kV}$$

$$R = 100 \Omega$$

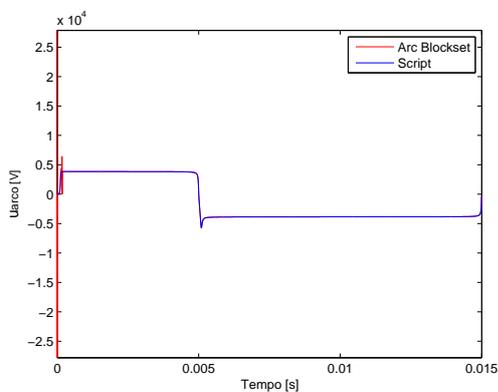
$$L = 3,81 \text{ mH}$$

$$C = 1,98 \text{ nF}$$

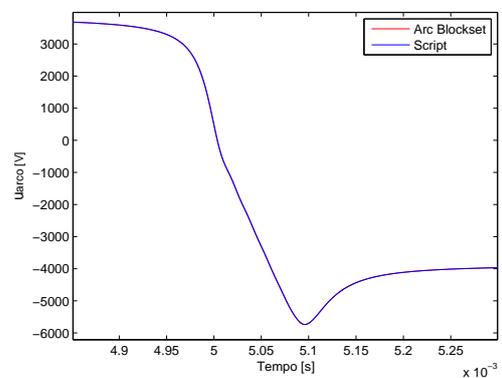
$$\text{Tempo de simulação} = 15 \text{ ms}$$

$$\Delta t = 0,1 \mu\text{s}$$

### Modelo do arco de *Cassie*



(a) Evolução da tensão do arco de Cassie



(b) Aproximação do zero da tensão do arco

**Figura B.1:** Tensão do arco - Modelo de *Cassie*

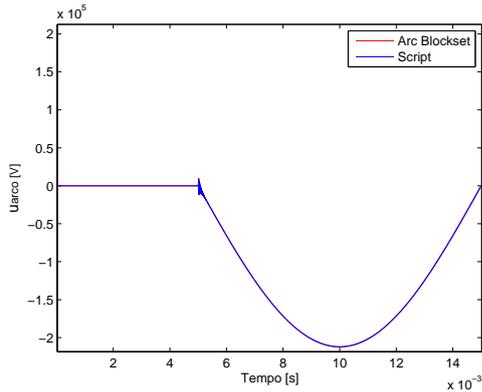
A simulação da figura B.1 foi obtida para os seguintes parâmetros do modelo de *Cassie*:

$$\tau_c = 12 \mu s$$

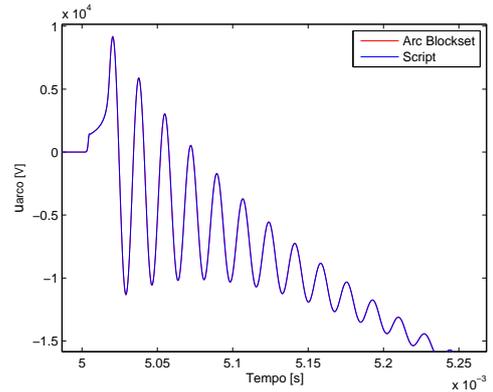
$$U_c = 3,85 \text{ kV}$$

Tempo de abertura do disjuntor = 0 s

### Modelo do arco de *Mayr*



(a) Evolução da tensão do arco de *Mayr*



(b) Aproximação do zero da tensão do arco

**Figura B.2:** Tensão do arco - Modelo de *Mayr*

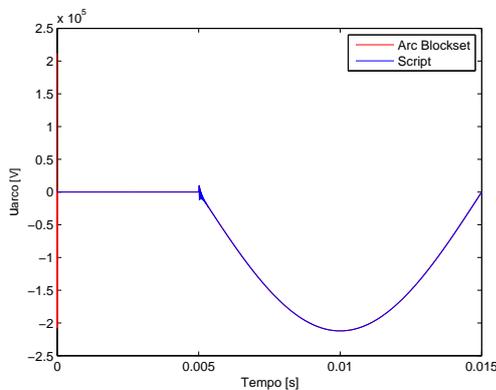
A simulação da figura B.2 foi obtida para os seguintes parâmetros do modelo de *Mayr*:

$$\tau_m = 0,3 \mu s$$

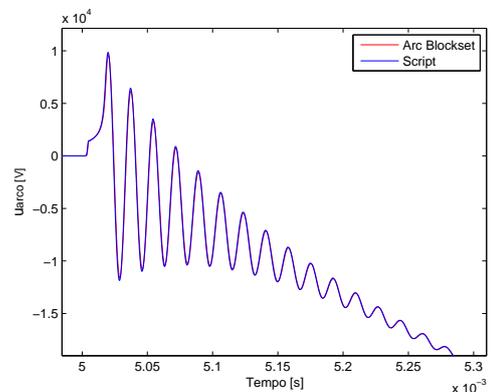
$$P = 30,9 \text{ kW}$$

Tempo de abertura do disjuntor = 5 ms

### Modelo do arco de *Habedank*



(a) Evolução da tensão do arco de *Habedank*



(b) Aproximação do zero da tensão do arco

**Figura B.3:** Tensão do arco - Modelo de *Habedank*

A simulação da figura B.3 foi obtida para os seguintes parâmetros do modelo de *Habedank*:

$$\tau_c = 1,2 \mu s$$

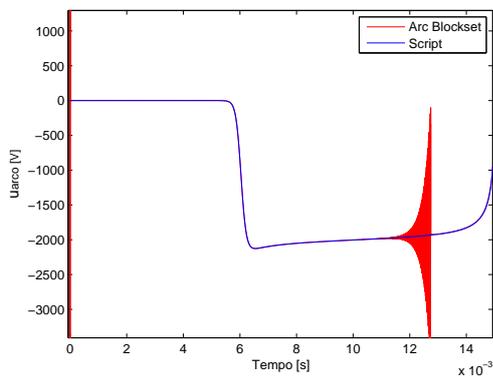
$$U_c = 3,85 \text{ kV}$$

$$\tau_m = 0,3 \mu s$$

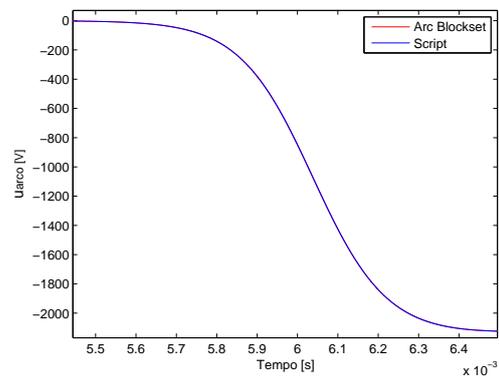
$$P_0 = 30,9 \text{ kW}$$

Tempo de abertura do disjuntor = 5 ms

### Modelo do arco de *Schavemaker*



(a) Evolução da tensão do arco de Schavemaker



(b) Aproximação do zero da tensão do arco

**Figura B.4:** Tensão do arco - Modelo de *Schavemaker*

A simulação da figura B.4 foi obtida para os seguintes parâmetros do modelo de *Schavemaker*:

$$\tau = 100 \mu s$$

$$U_a = 2 \text{ kV}$$

$$P_0 = 1 \text{ kW}$$

$$P_1 = 0,8$$

Tempo de abertura do disjuntor = 5 ms

### Modelo do arco de *Schwarz*

A simulação da figura B.5 foi obtida para os seguintes parâmetros do modelo de *Schwarz*:

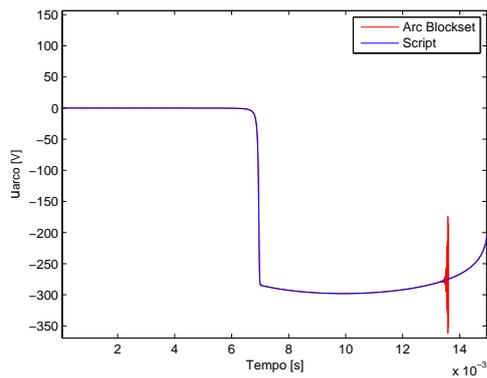
$$\tau = 10 \mu s$$

$$P = 60 \text{ kW}$$

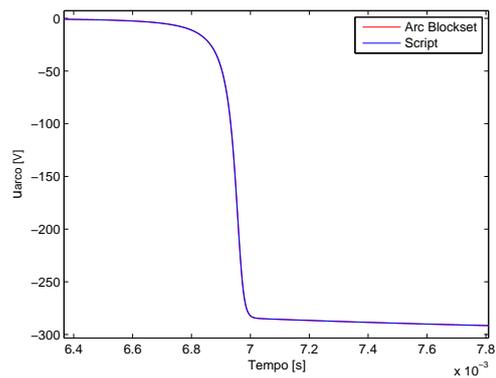
$$a = 0,5$$

$$b = 1,2$$

Tempo de abertura do disjuntor = 5 ms



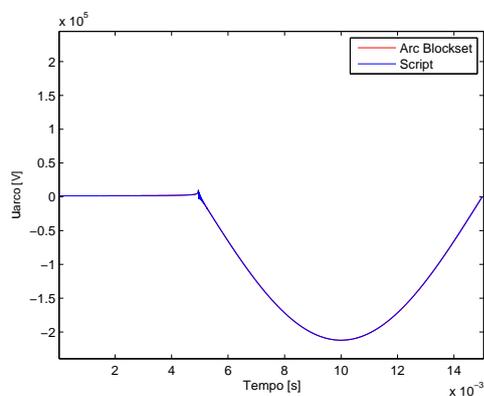
(a) Evolução da tensão do arco de Schwarz



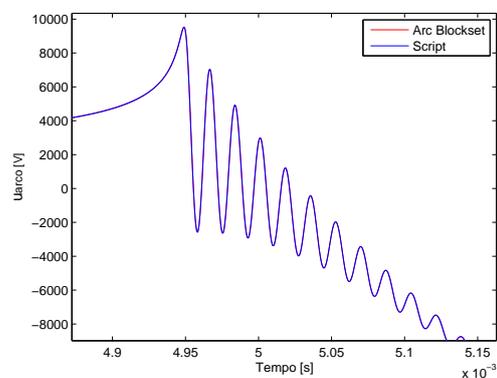
(b) Aproximação do zero da tensão do arco

**Figura B.5:** Tensão do arco - Modelo de Schwarz

### Modelo do arco de KEMA



(a) Evolução da tensão do arco de KEMA



(b) Aproximação do zero da tensão do arco

**Figura B.6:** Tensão do arco - Modelo de KEMA

A simulação da figura B.6 foi obtida para os seguintes parâmetros do modelo de KEMA:

$$\tau_1 = 2,87894 \mu\text{s}$$

$$A_1 = 0,4236938 \mu\text{W}^{-1}$$

$$A_2 = 17,0195 \mu\text{W}^{-1}$$

$$K_1 = 4,9$$

$$K_2 = 5$$

$$K_3 = 100$$

$$\lambda_1 = 1,4375$$

$$\lambda_2 = 1,9$$

$$\lambda_3 = 2,0$$

$$\text{Tempo de abertura do disjuntor} = 0 \text{ s}$$

$$\Delta t = 10 \text{ ns}$$

## Defeito Quilométrico

As simulações foram realizadas para os seguintes elementos do circuito:

$$U_G = 150 \text{ kV}$$

$$R = 100 \ \Omega$$

$$L = 3,81 \text{ mH}$$

$$C = 1,98 \text{ nF}$$

$$L_2 = 1,25 \text{ mH/km}$$

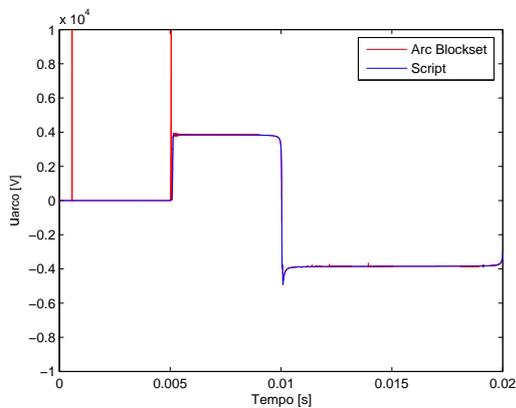
$$C_2 = 9,0 \text{ nF/km}$$

$$Z = 372,68 \ \Omega$$

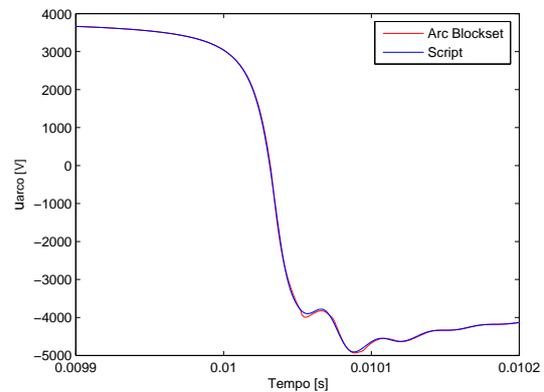
$$\text{Tempo de simulação} = 15 \text{ ms}$$

$$\Delta t = 0,01 \ \mu\text{s}$$

## Modelo do arco de *Cassie*



(a) Evolução da tensão do arco de Cassie



(b) Aproximação do zero da tensão do arco

**Figura B.7:** Tensão do arco - Modelo de *Cassie*

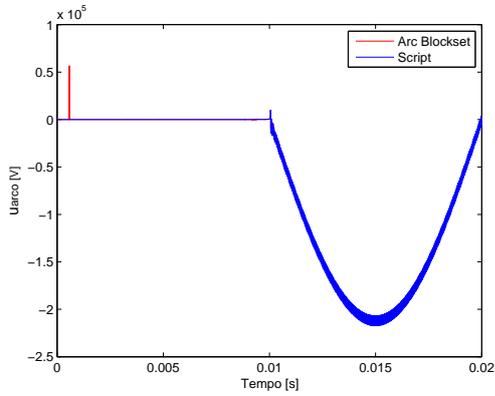
A simulação da figura B.7 foi obtida para os seguintes parâmetros do modelo de *Cassie*:

$$\tau_c = 12 \ \mu\text{s}$$

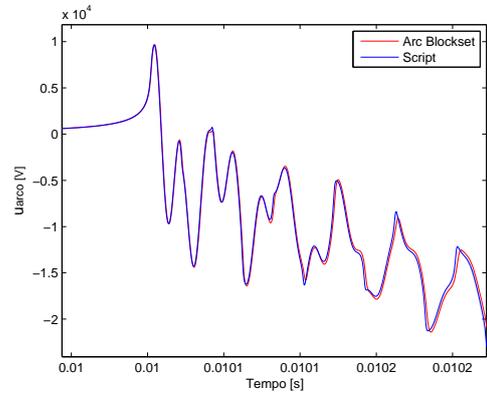
$$U_c = 3,85 \text{ kV}$$

$$\text{Tempo de abertura do disjuntor} = 5 \text{ ms}$$

### Modelo do arco de *Mayr*



(a) Evolução da tensão do arco de *Mayr*



(b) Aproximação do zero da tensão do arco

**Figura B.8:** Tensão do arco - Modelo de *Mayr*

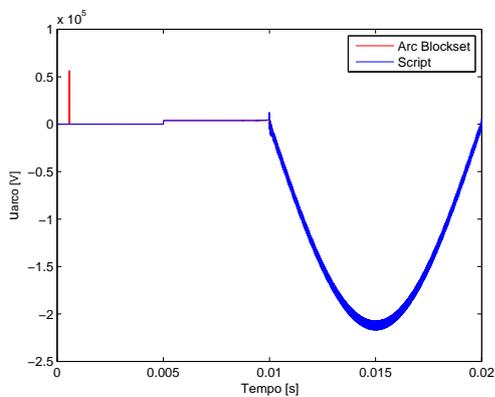
A simulação da figura B.8 foi obtida para os seguintes parâmetros do modelo de *Mayr*:

$$\tau_m = 0,3 \mu s$$

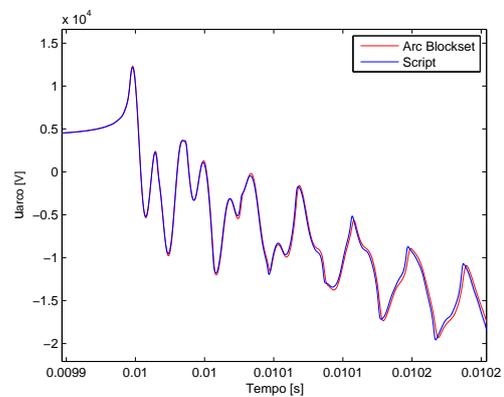
$$P = 30,9 \text{ kW}$$

$$\text{Tempo de abertura do disjuntor} = 5 \text{ ms}$$

### Modelo do arco de *Habedank*



(a) Evolução da tensão do arco de *Habedank*



(b) Aproximação do zero da tensão do arco

**Figura B.9:** Tensão do arco - Modelo de *Habedank*

A simulação da figura B.9 foi obtida para os seguintes parâmetros do modelo de *Habedank*:

$$\tau_c = 1,2 \mu s$$

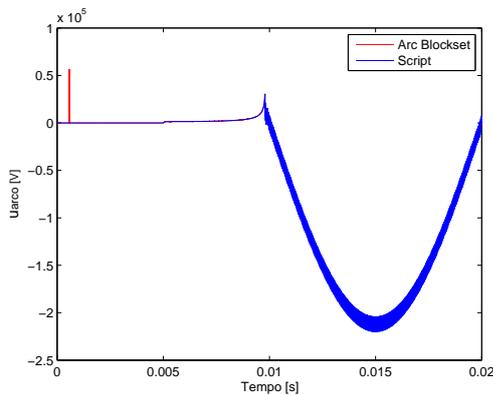
$$U_c = 3,85 \text{ kV}$$

$$\tau_m = 0,3 \mu s$$

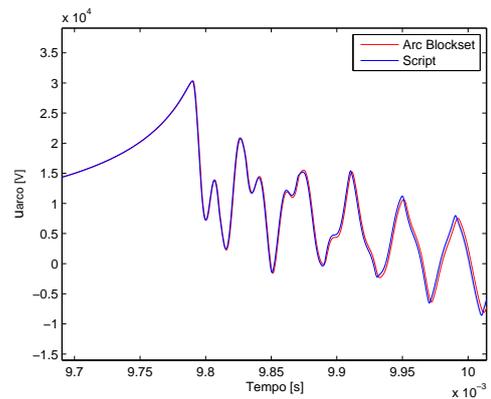
$$P_0 = 30,9 \text{ kW}$$

Tempo de abertura do disjuntor = 5 ms

### Modelo do arco de *Schavemaker*



(a) Evolução da tensão do arco de Schavemaker



(b) Aproximação do zero da tensão do arco

**Figura B.10:** Tensão do arco - Modelo de *Schavemaker*

A simulação da figura B.10 foi obtida para os seguintes parâmetros do modelo de *Schavemaker*:

$$\tau = 0,2 \mu s$$

$$U_a = 0 \text{ kV}$$

$$P_0 = 15 \text{ kW}$$

$$P_1 = 0,995$$

Tempo de abertura do disjuntor = 5 ms

### Modelo do arco de *Schwarz*

A simulação da figura B.11 foi obtida para os seguintes parâmetros do modelo de *Schwarz*:

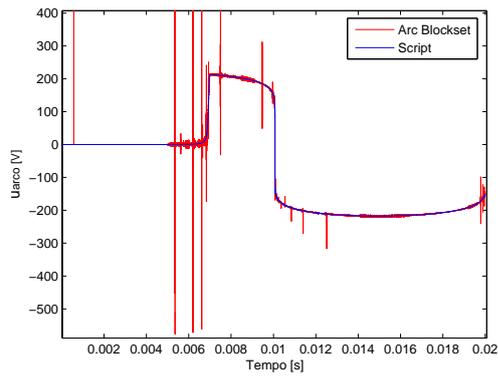
$$\tau = 10 \mu s$$

$$P = 30 \text{ kW}$$

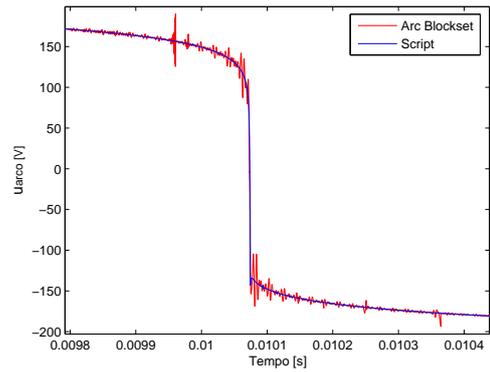
$$a = 0,5$$

$$b = 1,2$$

Tempo de abertura do disjuntor = 5 ms



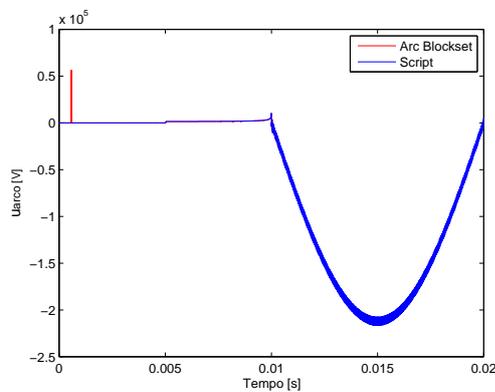
(a) Evolução da tensão do arco de Schwarz



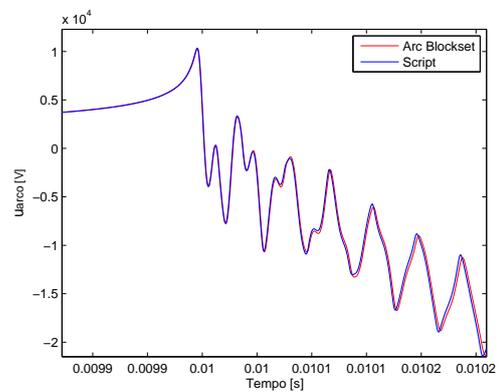
(b) Aproximação do zero da tensão do arco

**Figura B.11:** Tensão do arco - Modelo de *Schwarz*

### Modelo do arco de *KEMA*



(a) Evolução da tensão do arco de *KEMA*



(b) Aproximação do zero da tensão do arco

**Figura B.12:** Tensão do arco - Modelo de *KEMA*

A simulação da figura B.12 foi obtida para os seguintes parâmetros do modelo de *KEMA*:

$$\tau_1 = 2,87894 \mu\text{s}$$

$$A_1 = 0,4236938 \mu\text{W}^{-1}$$

$$A_2 = 17,0195 \mu\text{W}^{-1}$$

$$K_1 = 4,9$$

$$K_2 = 5$$

$$K_3 = 100$$

$$\lambda_1 = 1,4375$$

$$\lambda_2 = 1,9$$

$$\lambda_3 = 2,0$$

$$\text{Tempo de abertura do disjuntor} = 5 \text{ ms}$$

$$\Delta t = 10 \text{ ns}$$