EletroMagnetismo
MEFT 2021-2022

Prof. Pedro Abreu
pedro.t.abreu@técnico.ulisboa.pt
12ª Aula

Impedâncias, filtros, potência e tensão efetivas em circuitos AC;
V. EQUAÇÕES DE MAXWELL
2 inconsistências fatais e Maxwell: a Corrente de Deslocamento;
As equações de Maxwell (e equações associadas).

*No princípio Deus criou os céus e a terra. A terra era informe e vazia…**Deus disse:***

$$\begin{cases} \vec{\nabla}\cdot\vec{D}=\rho & \vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0 \\ \vec{\nabla}\times\vec{E}=-\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t} & \vec{\nabla}\times\vec{H}=\vec{J}+\dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t} \end{cases}$$

…e a Luz foi feita!

Autor(es) Sagrado(s) (5000 a.c. - 4900 a.c.)(?)
(pequena variante do Antigo Testamento, Livro do Génesis, 1, 1–3)

Equações de Maxwell

$$\begin{cases} \vec{\nabla}\cdot\vec{D} = \rho & \left(\vec{D}_2 - \vec{D}_1\right)\cdot\vec{n} = \sigma \\ \vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0 & \left(\vec{B}_2 - \vec{B}_1\right)\cdot\vec{n} = 0 \\ \vec{\nabla}\times\vec{E} = -\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t} & \left(\vec{E}_2 - \vec{E}_1\right)\times\vec{n} = 0 \\ \vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J} + \dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t} & \left(\vec{H}_2 - \vec{H}_1\right)_{\parallel} = \vec{K}\times\vec{n} \end{cases}$$

Com as relações constitutivas:

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$$
$$\vec{B} = \mu_0\left(\vec{H} + \vec{M}\right)$$

Meios LHI: $\vec{P} = \varepsilon_0\chi_E\vec{E}$

$$\vec{M} = \chi_M\vec{H}$$

$\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$ $\qquad \varepsilon = \varepsilon_0(1 + \chi_E)$

$\vec{B} = \mu\vec{H}$ $\qquad \mu = \mu_0(1 + \chi_M)$

...e nos condutores: $\vec{J} = \sigma\vec{E}$

Equação de continuidade: $\vec{\nabla}\cdot\vec{J} + \dfrac{\partial\rho}{\partial t} = 0$

$$\vec{K}\cdot\vec{n} + \frac{\partial\sigma}{\partial t} = 0$$

Força de Lorentz:

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}\right) \equiv \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Equações de Maxwell no vazio

$\rho = 0$ $\sigma = 0$ $\vec{J} = 0$ $\vec{K} = 0$ $\varepsilon_r \equiv \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = 1$ $\mu_r \equiv \frac{\mu}{\mu_0} = 1$

$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$ $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ e

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu_0 \dfrac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} = \varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{cases}$$

e como $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}$ e

$$\vec{\nabla} \times \left(-\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}\right) = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla} \times \vec{H}) = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

temos $-\nabla^2 \vec{E} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$ ou

$$\boxed{\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \nabla^2 \vec{E}} \qquad \boxed{\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \nabla^2 \vec{B}}$$

Equação das Ondas: $\boxed{\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = v^2 \nabla^2 \psi}$ $\Rightarrow$ ONDAS E.M. c/ $v = c \equiv \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$

$c = 299\ 792\ 458$ m/s