

ELETROMAGNETISMO

LEFT / LENO

8ª Série de problemas

(Vetor de Poynting e Energia eletromagnética, Ondas Eletromagnéticas)

1) *Vetor de Poynting e energia eletromagnética*

Num fio de 2 m de comprimento e seção circular com 1 mm de raio passam 5 A. O fio é homogêneo com resistividade elétrica $\rho_e = 2\pi \times 10^{-7} \Omega\text{m}$.

- Calcule o campo magnético \mathbf{B} à superfície do fio (sug.: use a Lei de Ampère);
- Calcule a resistência do fio;
- Calcule a densidade de corrente e o campo elétrico \mathbf{E} no condutor junto à superfície do fio;
- Calcule o vetor de Poynting $\mathbf{\Sigma}$ junto ao fio;
- Calcule, usando o resultado anterior, a energia de radiação trocada entre o fio e o exterior por unidade de tempo. Para onde vai essa energia?
- Calcule a potência dissipada no fio por efeito de Joule (calor de Joule).

2) *Vetor de Poynting, energia eletromagnética e intensidade em função da distância*

Uma nave a 30 000 km da Terra possui um emissor de 10 W emitindo isotropicamente. Calcule o valor médio do vetor de Poynting e o valor de pico do campo elétrico à superfície da Terra (despreze a curvatura da Terra e considere o ar como tendo constante dielétrica ϵ_0).

A intensidade da radiação solar na órbita da Terra é de aproximadamente $1,37 \text{ kW/m}^2$.

- Qual a potência total emitida pelo Sol, supondo que radia isotropicamente e que está à distância média de 149600000 km da Terra?
- Qual a potência total recebida pela Terra?

3) *Representação de ondas eletromagnéticas*

Uma onda eletromagnética plana e monocromática, propaga-se num meio de constantes elétricas e magnéticas relativas $\epsilon_r=4$ e $\mu_r=1$, e possui um campo elétrico dado por:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = 200 \cos\left(6 \times 10^6 t - kz + \frac{\pi}{3}\right) \vec{e}_y \text{ (V/m)}$$

- Caracterize o estado de polarização desta onda e determine a velocidade de propagação e o vetor de onda;
- Determine a expressão do campo magnético \vec{B} .
- Determine o vetor de Poynting, e calcule o valor médio da densidade de energia eletromagnética transportada por esta onda e a sua intensidade.
- Supondo que esta onda incide segundo um ângulo de 60° relativamente à normal a uma superfície plana de área $A = 20 \text{ m}^2$, determine o valor médio da energia por unidade de tempo que incide nessa superfície.

4) *Representação de ondas eletromagnéticas* [Probl. 9.9 DG]

Escreva as componentes [reais] dos campos elétrico e magnético e o vetor de onda \vec{k} para uma onda monocromática plana de amplitude E_0 , frequência angular ω , e fase inicial 0, que se propague no vácuo e

- na direção e sentido segundo $-\vec{e}_x$, polarizada segundo \vec{e}_z ;
- na direção e sentido segundo $\vec{e}_x + \vec{e}_y + \vec{e}_z$ (desde a origem), com polarização linear no plano xy .

5) *Representação de ondas eletromagnéticas*

Uma onda plana eletromagnética propaga-se num meio dielétrico com permeabilidade magnética $\mu = \mu_0$, tendo a seguinte expressão para o campo elétrico:

$$\begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = \frac{900}{\sqrt{2}} \cos\left(3,768 \times 10^{15}t - 1,257 \times 10^7 \frac{y+z}{\sqrt{2}} + \pi\right) \text{ (V/m)} \\ E_z = \frac{900}{\sqrt{2}} \cos\left(3,768 \times 10^{15}t - 1,257 \times 10^7 \frac{y+z}{\sqrt{2}}\right) \text{ (V/m)} \end{cases}$$

- Calcule o comprimento de onda e o vetor de onda \vec{k} ;
- Calcule a velocidade de propagação da onda e a constante dielétrica do meio;
- Determine as expressões correspondentes para o campo magnético \vec{B} ;
- Verifique que $\vec{k} \cdot \vec{E} = 0$, e que $\vec{k} \cdot \vec{B} = 0$;
- Quando esta onda incide perpendicularmente a um painel solar com 2 m^2 de área, qual a potência (média!) nele incidente?
- Esta onda tem polarização linear (porquê?). Determine os ângulos que [o campo elétrico] faz com os eixos.

6) *Representação de ondas eletromagnéticas*

Uma onda plana eletromagnética propaga-se num meio dielétrico com permeabilidade magnética $\mu = \mu_0$, tendo a seguinte expressão para o campo elétrico:

$$\begin{cases} E_x = 4 \times 10^{-9} \sin(5 \times 10^5 t - 2 \times 10^{-3} y) \text{ (V/m)} \\ E_y = 0 \\ E_z = 4 \times 10^{-9} \cos(5 \times 10^5 t - 2 \times 10^{-3} y) \text{ (V/m)} \end{cases}$$

- Calcule o comprimento de onda e o vetor de onda \vec{k} ;
- Calcule a velocidade de propagação da onda e a constante dielétrica do meio;
- Determine as expressões correspondentes para o campo magnético \vec{B} ;
- Verifique que $\vec{k} \cdot \vec{E} = 0$, e que $\vec{k} \cdot \vec{B} = 0$.
- Quando esta onda incide num painel solar com 2 m^2 de área, segundo um ângulo com a normal ao painel de 60° , qual a potência (média!) nele incidente?
- Esta onda não tem polarização linear (porquê?). Que polarização tem?

7) *Representação de ondas eletromagnéticas, vetor de Poynting, intensidade* [Probl. 4.9 BH&R]

Uma onda de rádio plana e monocromática propaga-se num meio não condutor com $\mu_r = 1$. O campo elétrico é dado pela expressão

$$\vec{E} = 0,5 \cos\left(6,5 \times 10^6 t - 3,1 \times 10^{-2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} y - \frac{1}{2} z\right)\right) \vec{e}_x \text{ (V/m)}$$

- Determine a direção e o sentido de propagação da onda (calcule o vetor de onda \vec{k});
- Determine o índice de refração e a constante dielétrica do meio;
- Escreva a expressão para o campo magnético \vec{B} ;
- Caracterize a polarização da onda;
- Determine o vetor de Poynting e a intensidade da onda.

8) Representação de ondas eletromagnéticas, vetor de Poynting, intensidade [Probl. 4.11 BH&R]

Uma onda de rádio plana e monocromática propaga-se no vácuo na direção $+\vec{e}_x$ polarizada linearmente com o campo elétrico na direção $+\vec{e}_y$. A sua frequência é $f = 1$ MHz. A intensidade é 20 W/m^2 .

- Calcule o comprimento de onda e o vetor de onda, \vec{k} ;
- Determine o vetor de Poynting;
- Determine as amplitudes de \vec{E} e \vec{B} e escreva as expressões para os campos elétrico e magnético.

9) Onda eletromagnética esférica [Probl. 9.35 DG]

Suponha uma onda eletromagnética monocromática com a seguinte expressão para o campo elétrico, que se propaga no vácuo (esta é a expressão mais simples para uma onda eletromagnética esférica):

$$\vec{E}(r, \theta, \varphi, t) = A \frac{\sin \theta}{r} \left[\cos(kr - \omega t) - \frac{1}{kr} \sin(kr - \omega t) \right] \vec{e}_\varphi$$

- Mostre que o campo elétrico obedece às equações de Maxwell e determine o campo magnético correspondente (com $c = \frac{\omega}{k}$; nos cálculos, use $z = kr - \omega t$);
- Calcule o vetor de Poynting e estime a intensidade da onda. O vetor de Poynting aponta na direção esperada? Como varia I com r ?
- Integre $I \cdot dS$ numa superfície esférica para calcular a potência total radiada.