

Transformação de Coordenadas

João Matos

Departamento de Engenharia Civil e Arquitectura

(Versão 1.0) – 5 Março 2007

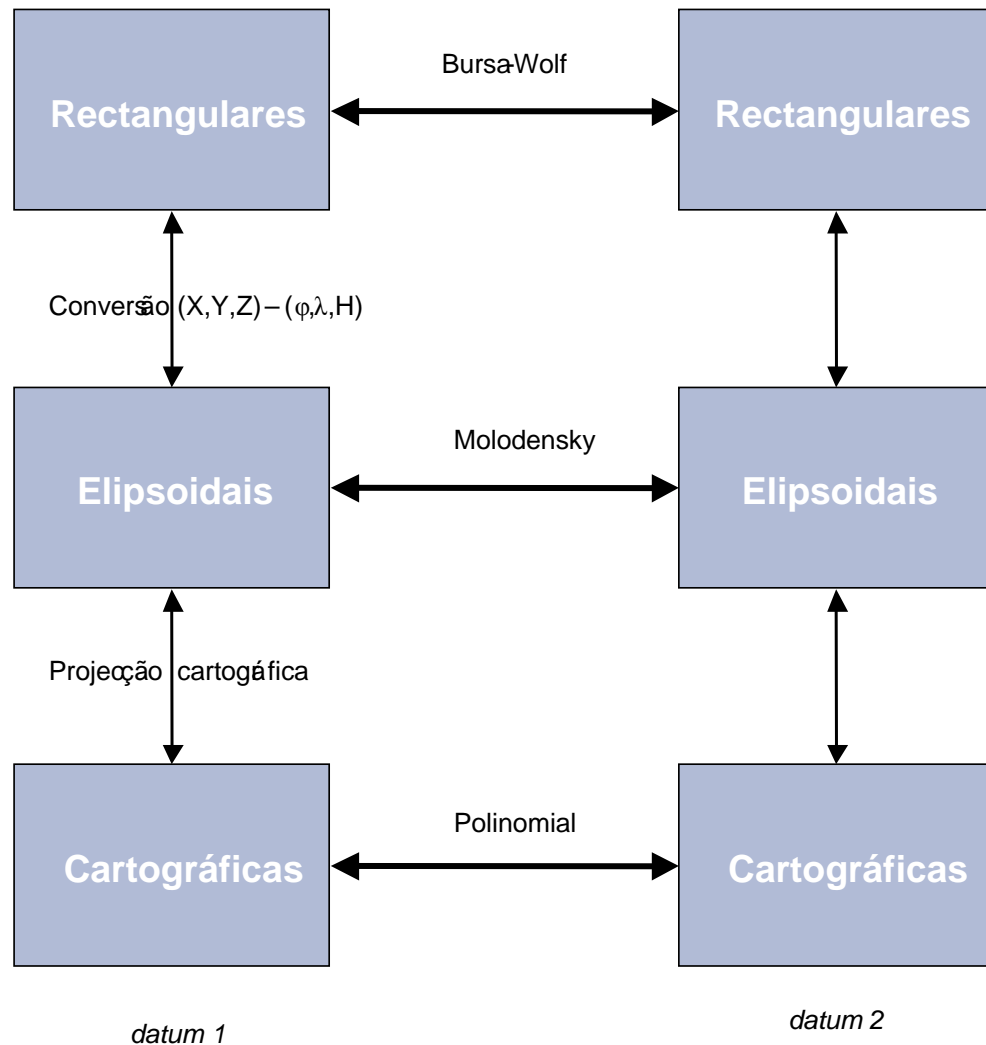
Motivação

A existência de diferentes sistemas de coordenadas é incontornável, tanto por razões técnicas como por razões históricas.

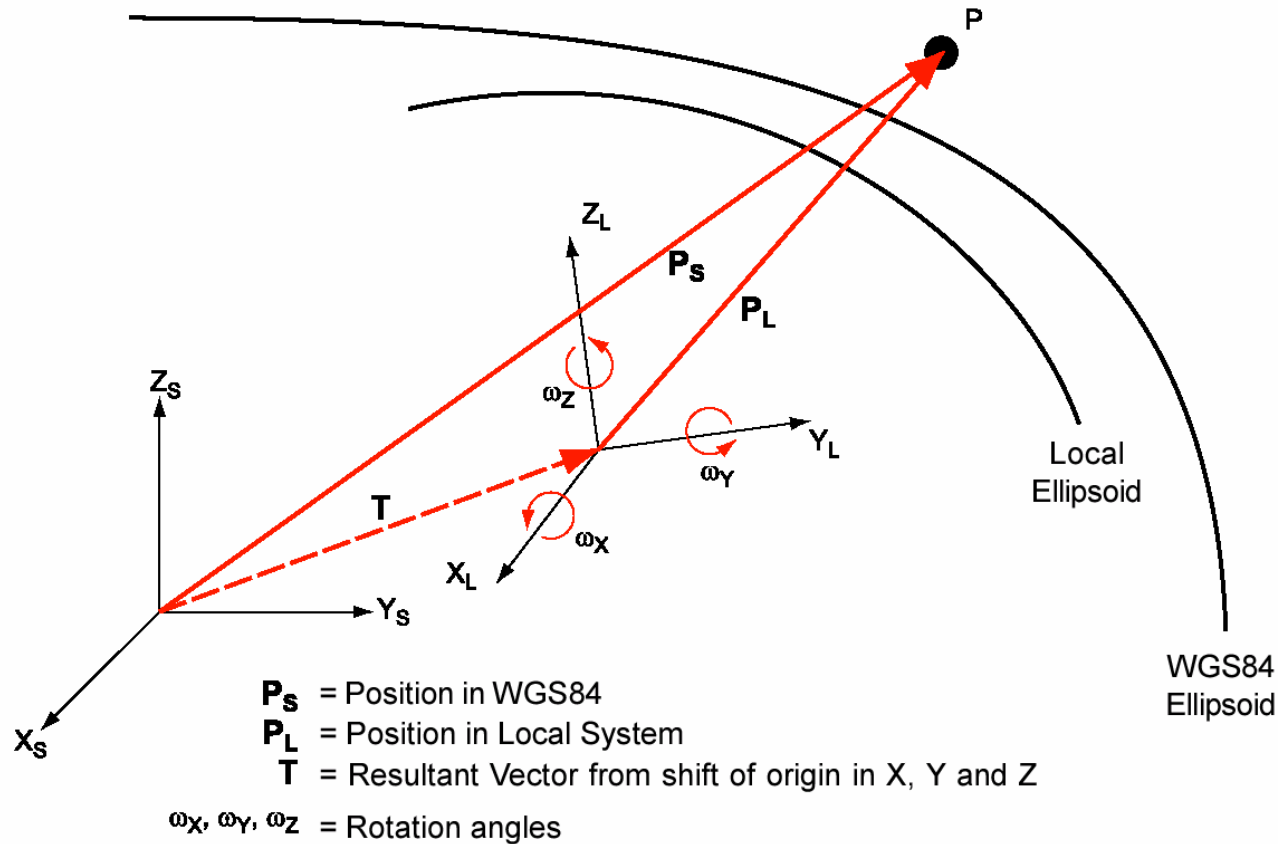
As coordenadas de um mesmo ponto podem diferir devido a estarem referenciadas em *data* diferentes ou a serem projectadas de forma diferente.

A transformação de coordenadas entre *data* requer o conhecimento de coordenadas de pontos correspondentes em ambos os sistemas e é a partir destas que se calculam os parâmetros de transformação.

Transformação de coordenadas



Transformação de Bursa-Wolf



Transformação entre dois data em sistemas de coordenadas geodésicas rectangulares.

Considera, como aproximação, que as rotações em torno dos eixos são muito pequenas

Transformação de Bursa-Wolf

Transformação de 7 parâmetros

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & \omega & -\psi \\ -\omega & 1 & \varepsilon \\ \psi & -\varepsilon & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} (1 + \Delta L)$$

X', Y', Z' – coordenadas no novo sistema de destino

X, Y, Z – coordenadas no datum original

$\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ – Componentes de translacção

ω – ângulo de rotação em torno do eixo dos zz

ψ – ângulo de rotação em torno do eixo dos yy

ε – ângulo de rotação em torno do eixo dos xx

ΔL – Factor de Escala

Transformação de Molodensky

$$\Delta\varphi = \frac{-\Delta X \operatorname{sen} \varphi \cos \lambda - \Delta Y \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \lambda + \Delta Z \cos \varphi + (f\Delta a + a\Delta f) \operatorname{sen} 2\varphi}{R_M},$$

$$\Delta\lambda = \frac{-\Delta X \operatorname{sen} \lambda + \Delta Y \cos \lambda}{R_N \cos \varphi},$$

$$\Delta h = \Delta X \cos \varphi \cos \lambda - \Delta Y \cos \varphi \operatorname{sen} \lambda + \Delta Z \operatorname{sen} \varphi + (f\Delta a + a\Delta f) \operatorname{sen}^2 \varphi.$$

$\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ – Componentes de translação

Δa – Variação do semi-eixo maior

Δf – Variação do achatamento

Transformação entre dois *data* em sistemas de coordenadas geodésicas elipsoidais.

Considera, como aproximação, que não há rotação em torno dos eixos de coordenadas rectangulares.

É uma transformação de 5 parâmetros em que, em geral, os dois parâmetros de variação de achatamento e semi-eixo maior são conhecidos.

Transformação Polinomial

Transformação Afim

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & D \\ B & E \\ C & F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1 & P_1 \\ M_2 & P_2 \\ \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

Transformação Conforme

$$\begin{aligned} X_{ti} = & A_x + B X_{oi} - C Y_{oi} + D(X_{oi}^2 - Y_{oi}^2) - 2E X_{oi} Y_{oi} + \\ & F(X_{oi}^3 - 3 X_{oi} Y_{oi}^2) - G(3 X_{oi}^2 Y_{oi} - Y_{oi}^3) + \\ & H(X_{oi}^4 - 6 X_{oi}^2 Y_{oi}^2 + Y_{oi}^4) + I(4 X_{oi} Y_{oi}^3 - 4 X_{oi}^3 Y_{oi}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_{ti} = & A_y + B Y_{oi} + C X_{oi} + 2D X_{oi} Y_{oi} + E(X_{oi}^2 - Y_{oi}^2) + \\ & F(3 X_{oi}^2 Y_{oi} - Y_{oi}^3) + G(X_{oi}^3 - 3 X_{oi} Y_{oi}^2) + \\ & H(4 X_{oi}^3 Y_{oi} - 4 X_{oi} Y_{oi}^3) + I(X_{oi}^4 - 6 X_{oi}^2 Y_{oi}^2 + Y_{oi}^4) \end{aligned}$$

Considerações Gerais

Os valores dos parâmetros de transformação entre data dependem do conjunto de pontos (cujas coordenadas têm uma incerteza associada) utilizados na sua estimativa.

A transformação de Bursa-Wolf é a que pressupõe menos simplificações e, portanto, se existirem disponíveis pontos de coordenadas conhecidas em ambos os sistemas em quantidade suficiente, é a transformação mais exacta.

As transformações polinomiais são mais adequadas a sistemas locais ou aplicadas a pequenas áreas, uma vez que não reflectem toda a complexidade da mudança de datum e da distorsão associada a uma projecção cartográfica. São também adequadas à transformação directa de representações geográficas das quais não se conhece o datum ou que apresentam erros geométricos não atribuíveis a uma diferença no sistema de referência.

Questões de consolidação e revisão de conhecimentos

Porque razão, em trabalhos topográficos, não se utiliza uma única projecção para todo o planeta ?

Tendo em conta a existência de deformação, o que significa “representação à escala 1/1000” ?

Uma mesma projecção, aplicada sobre dois data diferentes com os mesmos parâmetros e para um mesmo ponto, produz coordenadas cartográficas iguais ?

Qual a relação entre o Norte Cartográfico, o Norte Geográfico e o Norte Magnético ?

Sugestões de Pesquisa

<http://www.igeoe.pt>

<http://www.galleryofmapprojections.com/>

<http://www.cse.ucsc.edu/research/slvq/map.html>

<http://www.gis.psu.edu/projection/>

Understanding Maps : A Systematic history of their use and development; Alan Hodgkiss, Ed.
Wm Dawson & Son, 1981

Map Projections ; Erik Garafarend; Friedrich Krumm, Ed. Springer-Verlag, 2006

Exercícios

Selecione seis vértices geodésicos com coordenadas conhecidas em Datum 73 e WGS84 e calcule os parâmetros de transformação para os métodos de Bursa-Wolfe e Molodensky. Analise os resíduos e compare com os valores correspondentes dados pelos parâmetros de transformação nacionais.

Projecte os mesmos pontos com a projecção de Gauss-Kruger (pode utilizar o Ponto Central para ambas) e aplique uma transformação polinomial para transformação de coordenadas. Analise os resultados.

(Utilize o programa SAGIT)

Casos de aplicação

Compatibilização de Sistemas de Coordenadas em Timor-Leste

Compatibilização de Sistemas de Coordenadas para a Carta Escolar de Lisboa

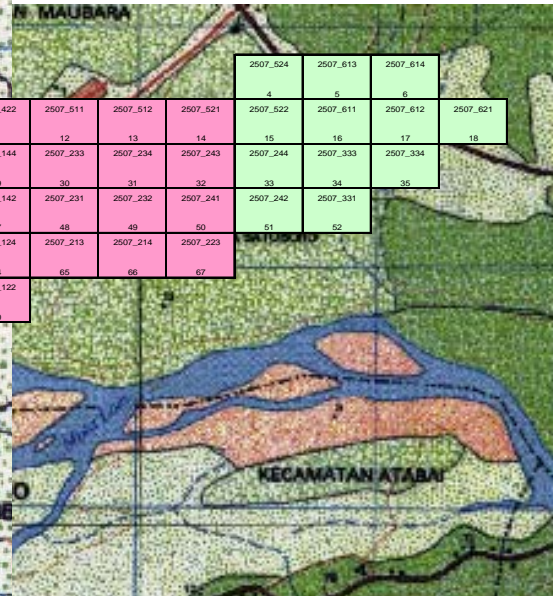
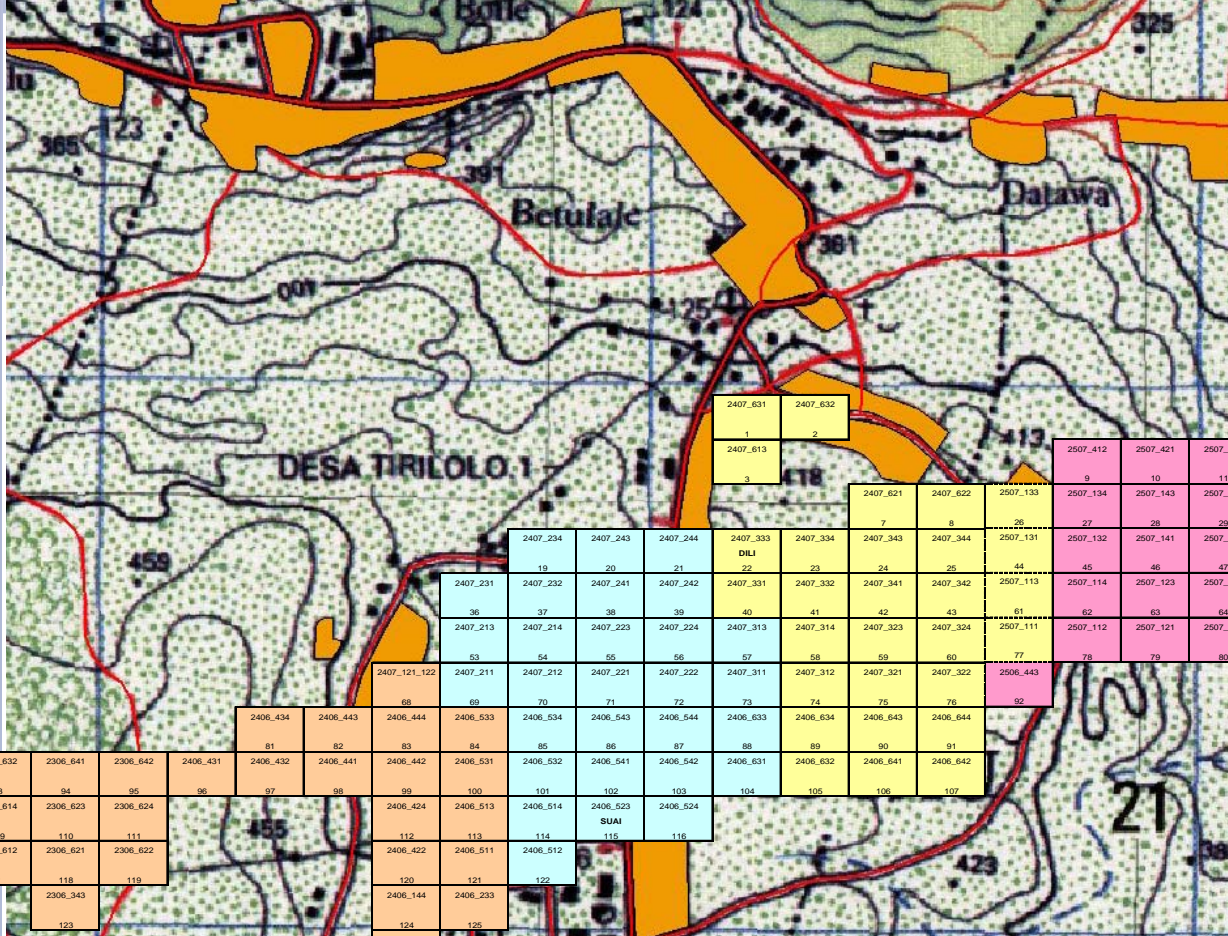
Aplicações a análises históricas

Compatibilização de sistemas de coordenadas para diferentes conjuntos de dados geográficos na preparação de um SIG para Timor-Leste

João Matos

Departamento de Engenharia Civil e Arquitectura

(Versão 1.0) – 1 Março 2007



2306_632	2306_641	2306_642	2306_643
83	84	85	86
2306_613	2306_614	2306_623	2306_624
108	109	110	111
2306_611	2306_612	2306_621	2306_622
117	?	118	119
		2306_343	
		123	

2406_434	2406_443	2406_444	2406_533	2406_534	2406_543	2406_544	2406_633	2406_634	2406_643	2406_644	
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	
2406_431	2406_432	2406_441	2406_442	2406_531	2406_532	2406_541	2406_542	2406_631	2406_632	2406_641	2406_642
96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107
			2406_424	2406_513	2406_514	2406_523	2406_524				
			2406_422	2406_511	2406_512						
			120	121	122						
			2406_144	2406_233							
			124	125							
			2406_142								
			126								

2407_234	2407_243	2407_244	2407_333	2407_334	2407_343	2407_344	2407_421	2407_422	2507_103
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
2407_231	2407_232	2407_241	2407_242	2407_331	2407_332	2407_341	2407_342	2507_113	2507_114
36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
2407_213	2407_214	2407_223	2407_224	2407_313	2407_314	2407_323	2407_324	2507_111	2507_112
53	54	55	56	57	58	59	60	61	62
2407_121_122	2407_211	2407_212	2407_221	2407_222	2407_311	2407_312	2407_321	2407_322	2506_443
68	69	70	71	72	73	74	75	76	77
									92

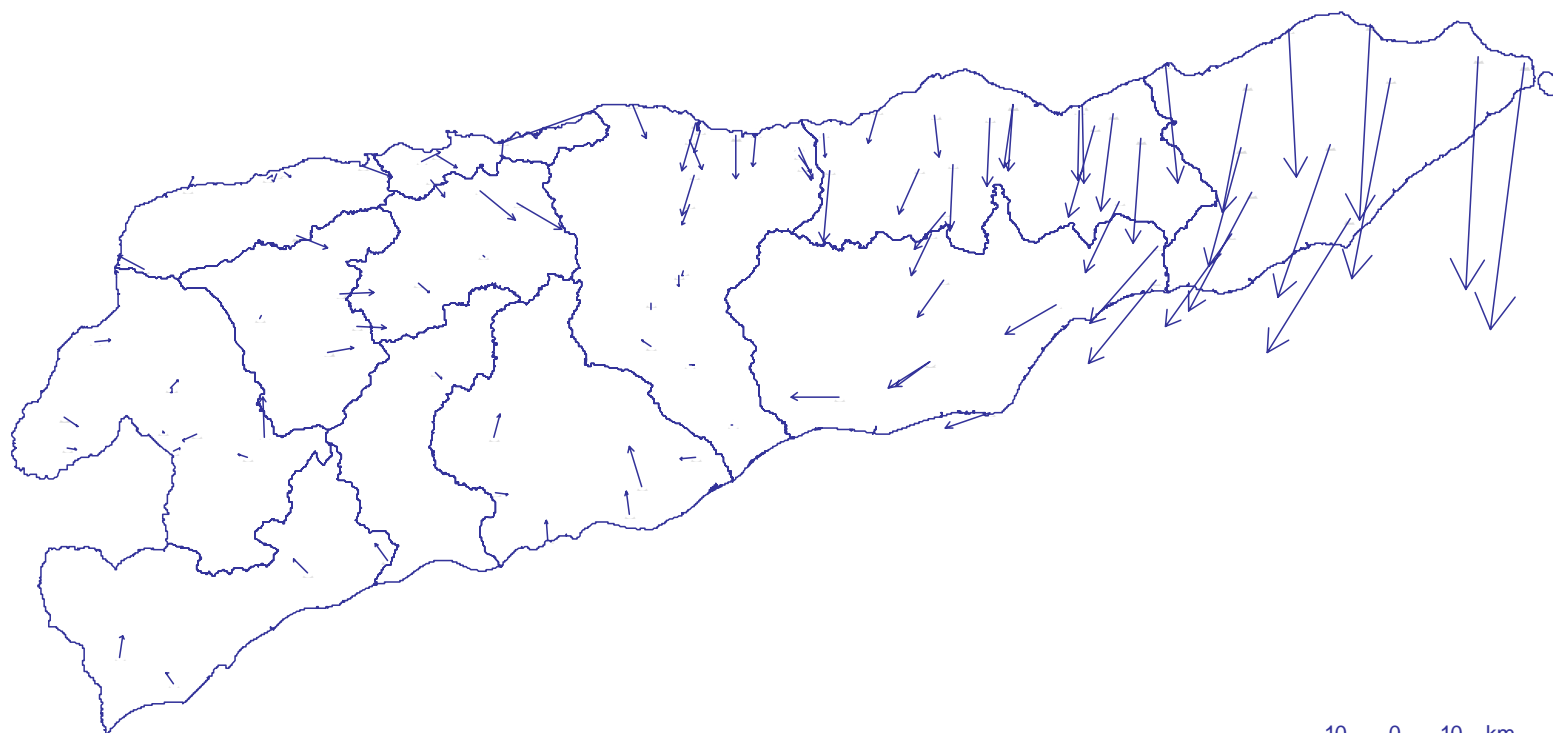
2407_631	2407_632
1	2
2407_613	
3	

2407_621	2407_622	2507_133
7	8	9
		25
		26
		27
		28
		29
		30
		31
		32
		33
		34
		35

2507_412	2507_421	2507_422	2507_511	2507_512	2507_521
9	10	11	12	13	14
2507_134	2507_143	2507_144	2507_233	2507_234	2507_243
27	28	29	30	31	32
2507_132	2507_141	2507_142	2507_231	2507_232	2507_241
45	46	47	48	49	50
2507_114	2507_123	2507_124	2507_213	2507_214	2507_223
62	63	64	65	66	67
2507_112	2507_121	2507_122			

2507_524	2507_613	2507_614	
4	5	6	
2507_522	2507_611	2507_612	2507_621
15	16	17	18
2507_244	2507_333	2507_334	
51	52		

Vectores Diferença (Transf Inp - Out)

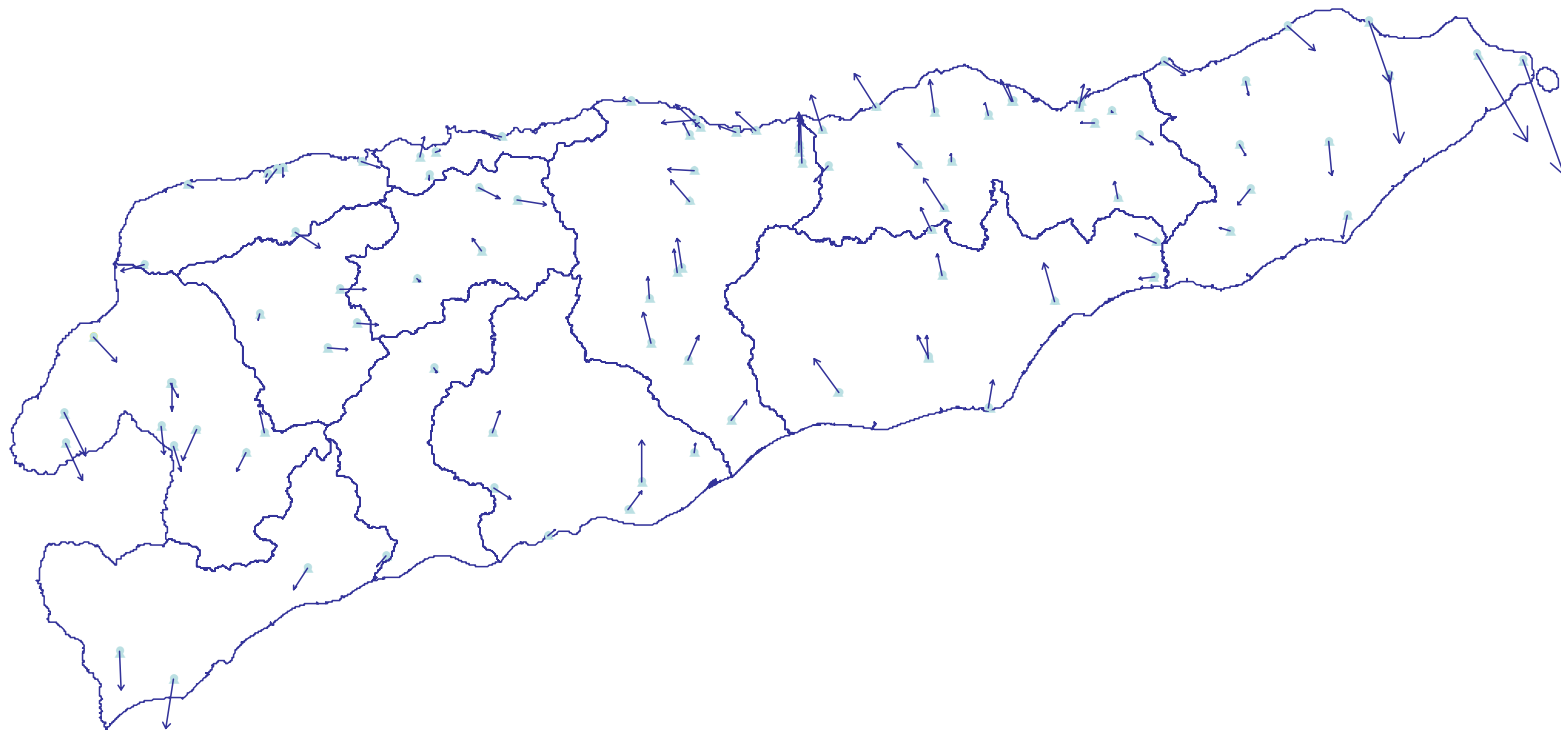


10 0 10 km

1:1000000
setas x 100

Máximo: 460 m
Média: 87 m

Vectores Diferença (Transf Global - Out)

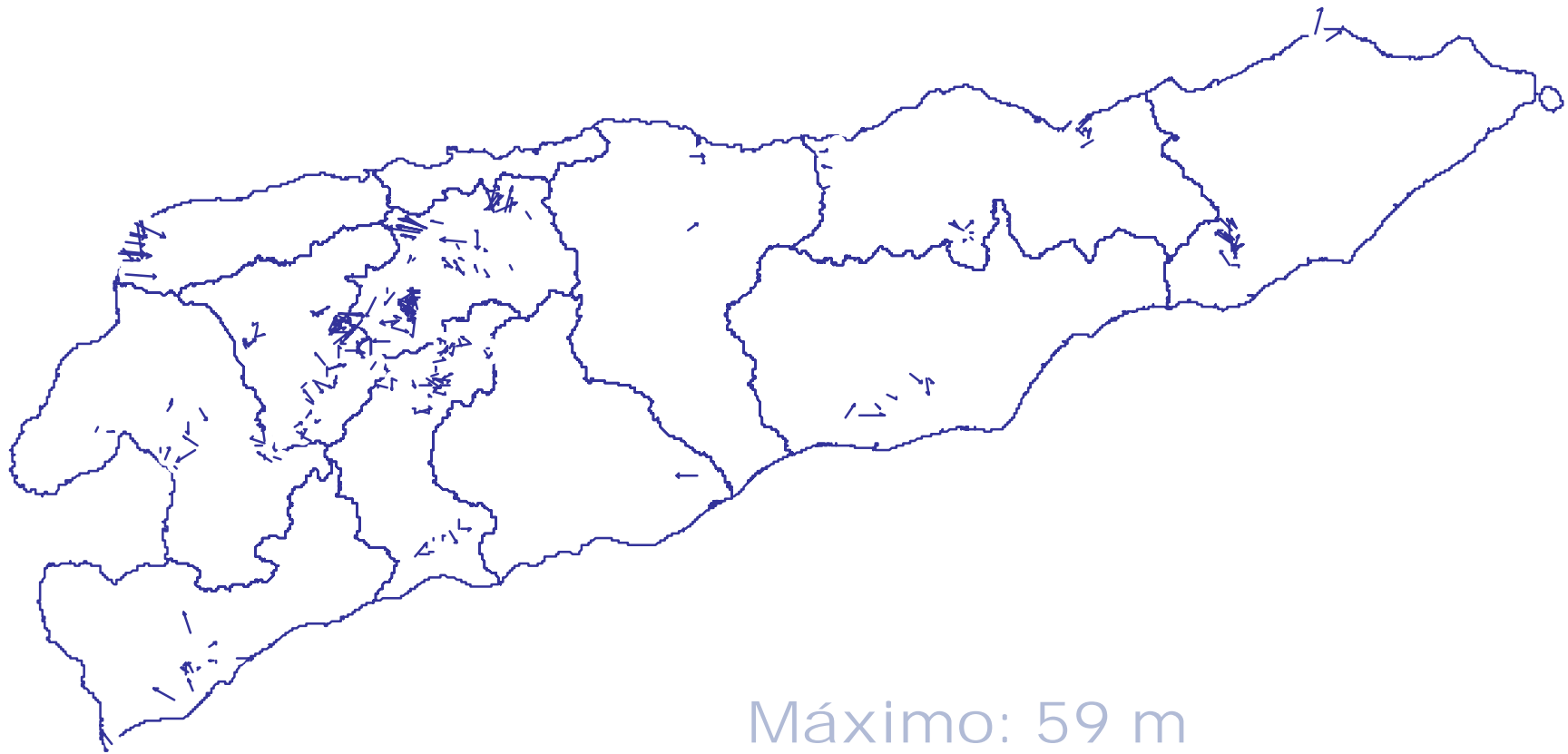


Máximo: 210 m
Média: 44 m

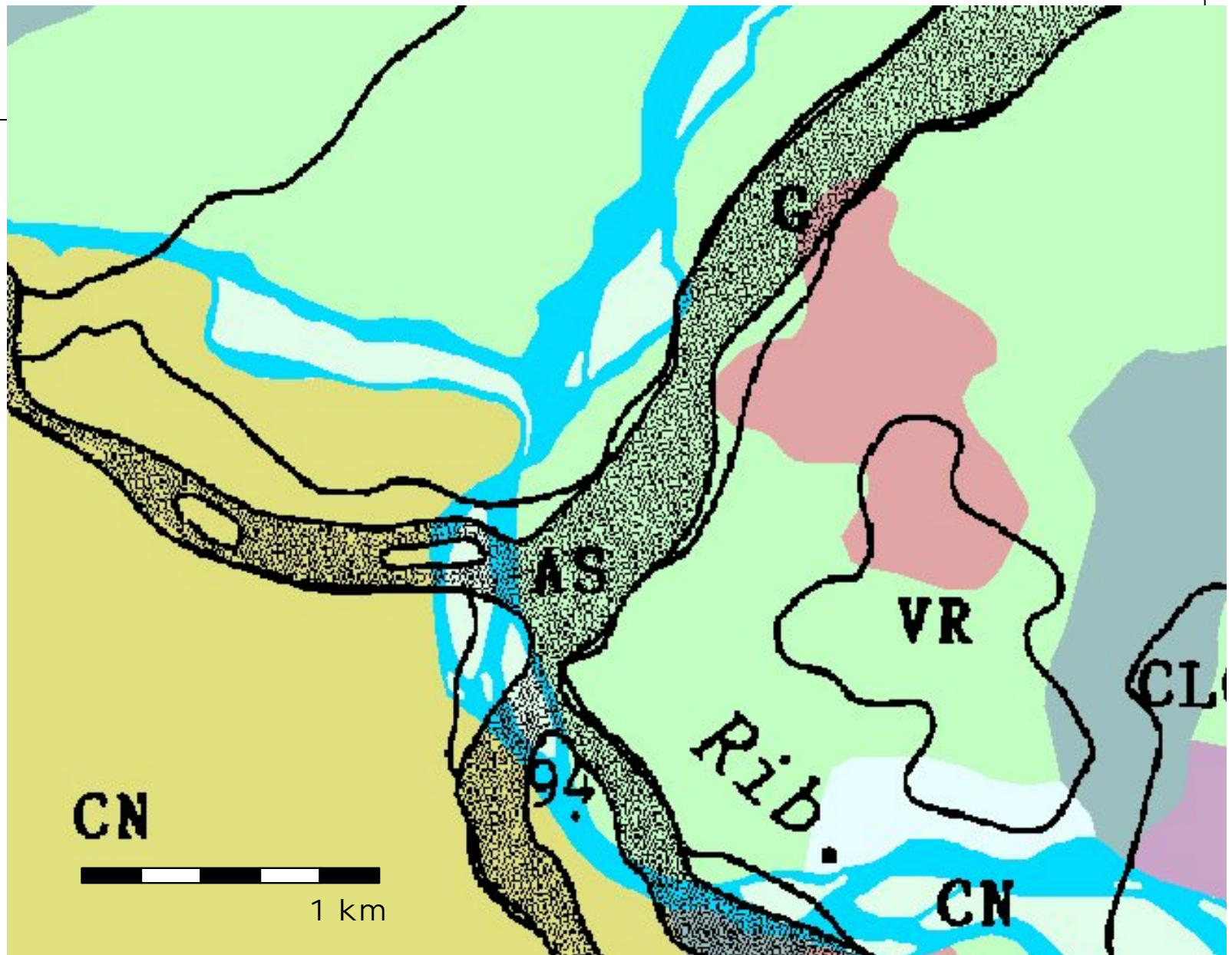
10 0 10 km



1:1000000
setas x 100



Máximo: 59 m
Média: 18 m

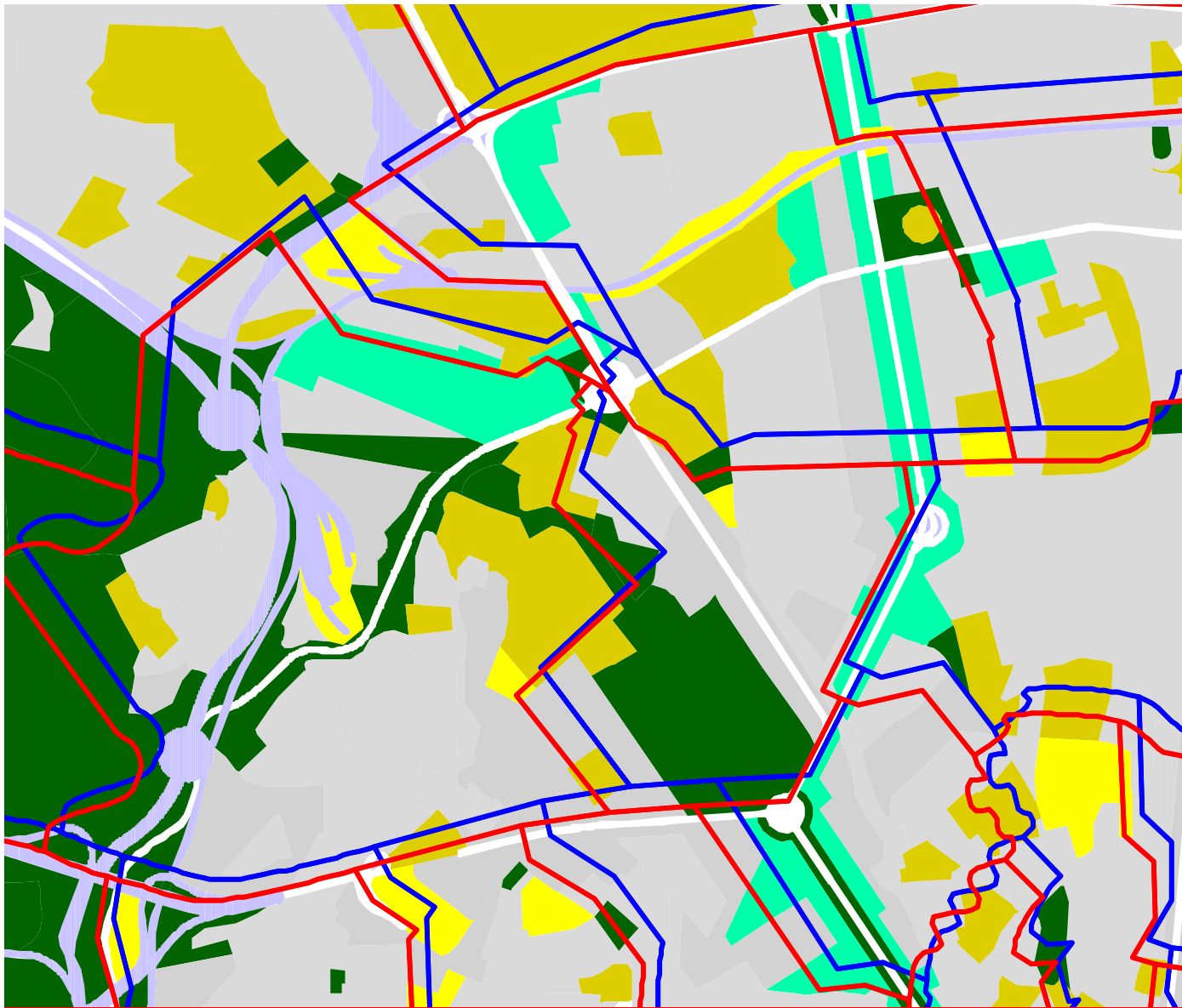


Compatibilização de sistemas de coordenadas para diferentes conjuntos de dados geográficos na preparação da Carta Escolar de Lisboa

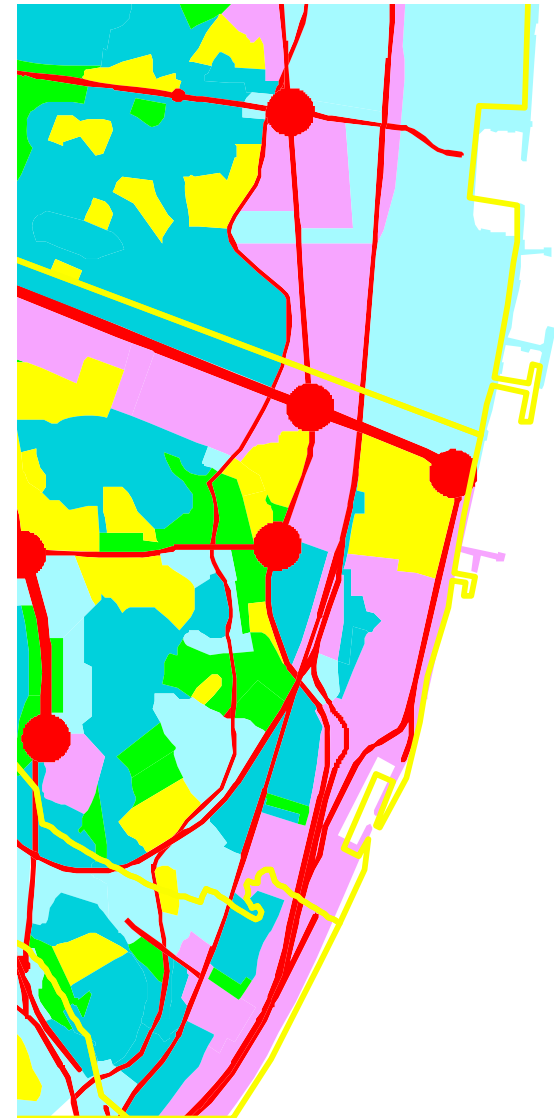
João Matos

Departamento de Engenharia Civil e Arquitectura

(Versão 1.0) – 1 Março 2007



Transformação polinomial para ajustamento de limites de freguesia de Lisboa ao PDM



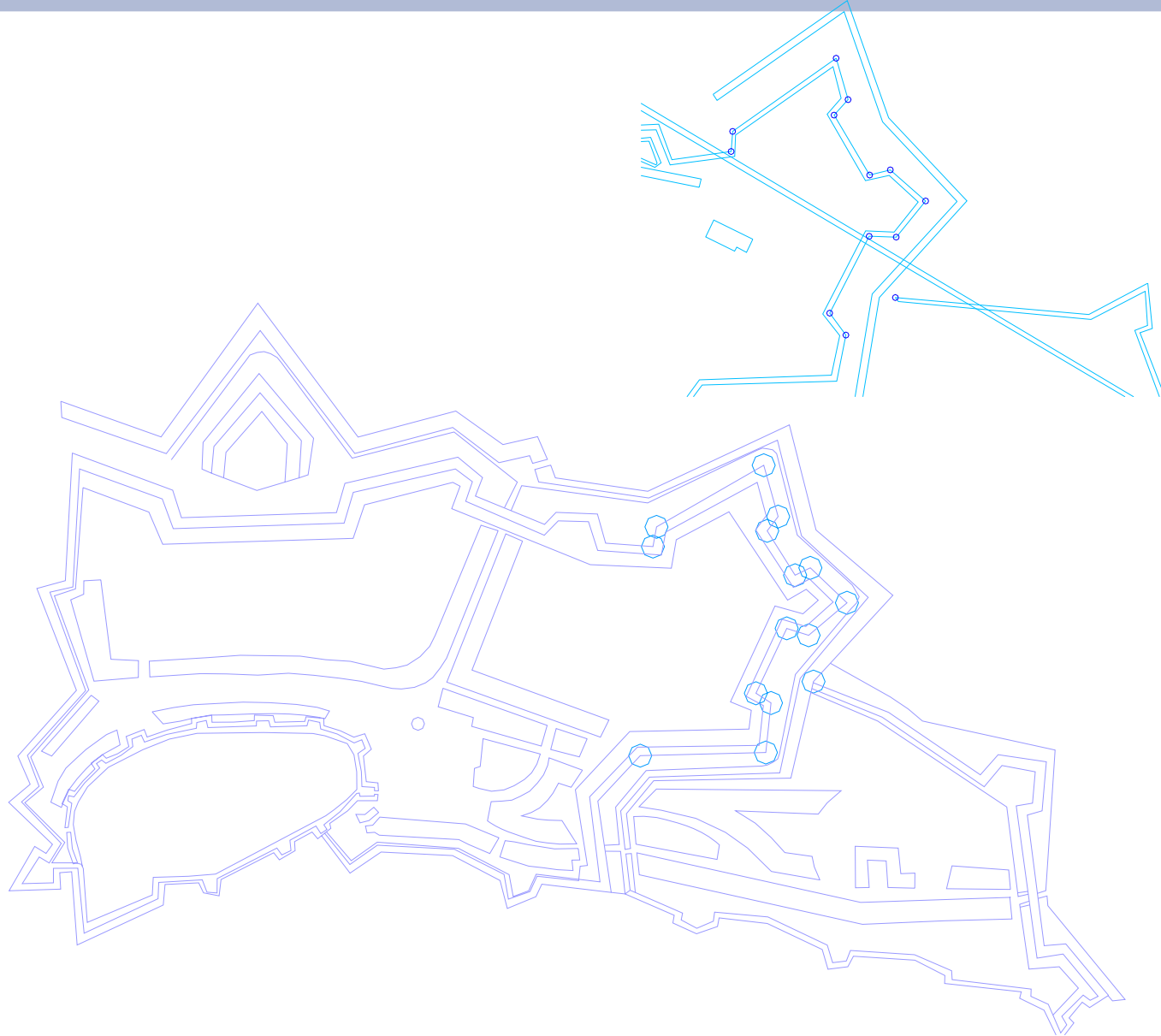
Transformação polinomial para ajustamento de limites de freguesia de Lisboa ao PDM

Compatibilização de sistemas de coordenadas aplicados a estudos históricos

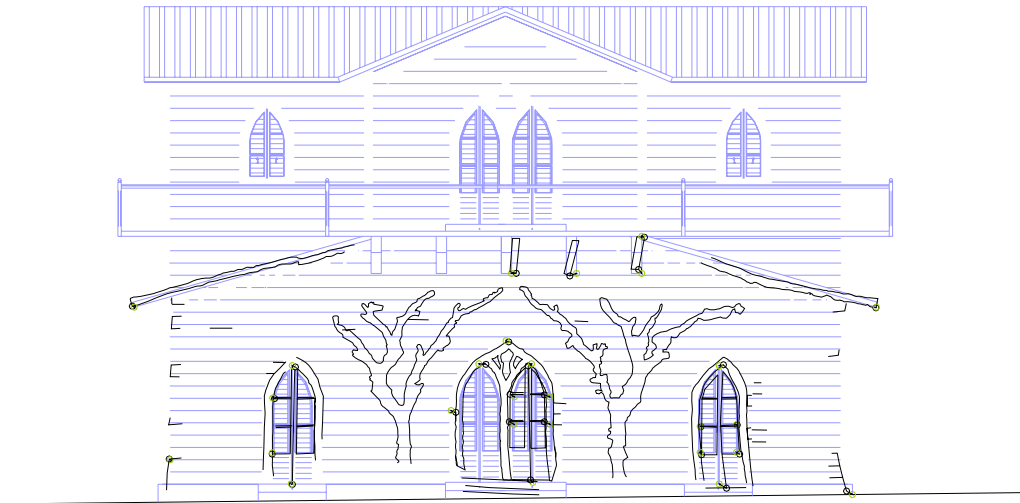
João Matos

Departamento de Engenharia Civil e Arquitectura

(Versão 1.0) – 1 Março 2007



Transformação polinomial para mapa antigo das muralhas de Caminha



Transformação polinomial de elementos decorativos sobre a fachada do Chalet da Condessa (Sintra) referenciados em fotografia antiga e aplicação sobre levantamento actual.