



TÉCNICO
LISBOA

O Impacto da Honra e Vergonha em Dilemas de Bens Públicos

Um estudo sobre a emergência da cooperação

Carina de Oliveira Antunes

Dissertação para a Obtenção do Grau de Mestre em

Engenharia Informática e de Computadores

Orientadores: Prof. Francisco João Duarte Cordeiro Correia dos Santos,
Prof. Fernando Pascoal dos Santos

Júri

Presidente: Prof. António Manuel Ferreira Rito da Silva
Orientador: Prof. Francisco João Duarte Cordeiro Correia dos Santos
Vogal: Prof. José Alberto Rodrigues Pereira Sardinha

Novembro 2017

Agradecimentos

Agradeço aos professores Francisco Santos e Fernando Santos pela paciência e orientação ao longo deste trabalho. Dedico este estudo aos meus pais, amigos, irmãs e namorado. Agradeço aos que tentaram ajudar, mesmo sem nunca chegarem a compreender como é que cooperação, honra e vergonha se relacionam com informática e aos que me deram esperança quando compreenderam. A quem deu capacidade de processamento, quando o meu computador já não aguentava o teu esteve lá. Agradeço em especial a disponibilidade infinita que tiveram para me emprestar os vossos ouvidos, mesmo quando já não me podiam ouvir mais.

Abstract

From the beginning of time cooperation between individuals exists and is necessary for the maintenance of populations, but explaining its emergence and maintenance, overcoming the rational egoism that is still foreseen by classical economics, remains an open question. Understanding how altruism emerges can be the key to solving various current problems, from environmental sustainability to economic well-being.

To understand this phenomenon, models of simpler situations that translate episodes of daily life and that can be observable are used. In this work we use the Public Goods Games paradigm, used to study the evolutionary dynamics of cooperators and defectors in a population in which groups of people interact. However human behavior is more complex than just two decisions, and so we model actions as a continuous interval in which an individual can cooperate at different levels.

To obtain results computational simulations of multi-agent populations are used, where each agent acts and learns using processes proposed by Evolutionary Game Theory and we study the evolution in different types of social structures represented here through complex networks. Well-mixed structures (all agents interact with equal probability) and heterogeneous interaction networks (free of scale).

With this study we propose a model for the emergence of cooperation: honor and shame. We conclude that the structure of the network and the knowledge that an individual has about the degree of others in the network affect learning and that in a general way honor and shame have a positive impact on altruistic behavior, which is more intense when combined.

Keywords: cooperation; public goods games; evolutionary game theory; regular systems; complex systems; modeling

Resumo

Desde o início dos tempos a cooperação entre indivíduos existe e é necessária à manutenção de populações, no entanto explicar como esta emerge e se mantém, afastando o egoísmo racional que ainda hoje é previsto pela economia clássica, continua uma questão em aberto. Compreender como o altruísmo emerge, pode ser a chave para resolver vários problemas atuais, desde a sustentabilidade ambiental ao bem-estar económico.

Para compreender este fenómeno, faz-se uso de modelos de situações mais simples que traduzam episódios do quotidiano e que possam ser observáveis. Neste trabalho usamos os paradigma dos Jogos de Bens Públicos, usado para estudar a dinâmica evolutiva de cooperadores e desertores numa população na qual grupos de pessoas interagem. No entanto o comportamento humano é mais complexo do que apenas duas decisões, e por isso modelamos as ações como um intervalo contínuo em que um individuo pode cooperar a diferentes níveis.

Recorremos a simulações computacionais de populações multi-agentes, onde cada agente age e aprende usando processos propostos pela Teoria dos Jogos Evolutiva e estudamos a evolução em diferentes tipos de estruturas sociais, aqui representadas através de redes complexas. Estruturas bem misturadas (todos os agentes interagem com todos com igual probabilidade) e redes de interação heterogéneas (livres de escala).

Com este estudo propomos um modelo para a emergência da cooperação: a honra e vergonha. Concluimos que a estrutura da rede e o conhecimento que um individuo tem sobre o grau dos outros na rede afetam a aprendizagem e que de uma forma geral a honra e a vergonha têm um impacto positivo no comportamento altruísta, que é mais intenso quando combinadas.

Palavras-Chave: cooperação; jogos de bens públicos; teoria dos jogos evolutiva; sistemas regulares; sistemas complexos; modelação

Tabela de Conteúdos

Lista de Tabelas	vi
Lista de Figuras	viii
1 Introdução	2
1.1 Motivação	2
1.2 Problema	2
1.3 Honra e Vergonha	3
1.4 Métodos	4
2 Conceitos Básicos	5
2.1 Teoria dos Jogos	5
2.1.1 Jogos de Bens Públicos	6
2.2 Teoria Evolutiva dos Jogos	6
2.3 Dinâmica do Replicador	7
2.4 Aprendizagem Social	8
2.5 Estrutura das populações	8
3 Trabalho Relacionado	11
3.1 Modelos para a emergência de cooperação	11
3.1.1 Seleção de Parentesco (Kin selection)	11
3.1.2 Reciprocidade Direta	11
3.1.3 Reciprocidade Indirecta	12
3.1.4 Seleção de Grupo	12
3.1.5 Reciprocidade em Rede	12
3.2 Jogos de bens públicos	13
3.2.1 Jogos de bens públicos iterados	13
3.2.2 Punição do sucesso indevido	14
3.2.3 Punição e Recompensa	14
3.3 Outros Jogos	15
3.3.1 Jogo Do Rendimento Aleatório	15
3.3.2 Jogos de Coordenação - Jogos de Bens Públicos com Limite Mínimo de Coop- radores (<i>Threshold</i>)	15
3.4 Heterogeneidade de Recursos	16
3.5 Resumo	17

4	Modelo	19
4.1	Oferta	19
4.1.1	Oferta máxima	19
4.1.2	Oferta inicial	19
4.2	População	20
4.3	Honra e Vergonha	21
4.4	Threshold	21
4.5	Lucro	21
4.5.1	Jogo de Bens Públicos com duas estratégias	22
4.5.1.1	Modelo com 2 jogadores	22
4.5.1.2	Modelo com N jogadores	22
4.5.2	Jogo de Bens Públicos com estratégias contínuas	23
4.5.2.1	Modelo com 2 jogadores	23
4.5.2.2	Modelo com N jogadores	23
4.5.3	Jogo de Bens Públicos com Threshold	24
4.5.4	Jogo de Bens Públicos com Honra e Vergonha	24
4.5.5	Jogo de Bens Públicos com Threshold e com Honra e Vergonha	25
4.6	Fitness	25
4.6.1	Populações não-estruturadas regulares (PNER)	25
4.6.2	Populações estruturadas heterógeneas (PEH)	26
4.7	Aprendizagem	26
4.7.1	Populações não-estruturadas regulares (PNER)	27
4.7.1.1	Jogo de Bens Públicos	27
4.7.1.2	Jogo com Honra e Vergonha	27
4.7.1.3	Jogo com Threshold	28
4.7.1.4	Jogo com Honra e Vergonha e Threshold	28
4.7.2	Populações estruturadas heterogéneas (PEH)	28
4.7.2.1	Jogo com Honra e Vergonha	29
4.7.2.2	Jogo com Threshold	29
4.7.2.3	Jogo com Honra e Vergonha e Threshold	29
4.8	Resumo	30
5	Arquitetura da solução	31
6	Populações Não-Estruturadas Regulares (PNER)	35
6.1	Jogo de Bens Públicos	35
6.1.1	Análise do impacto do parâmetro de intensidade de aprendizagem β	35
6.1.2	Análise do impacto do factor multiplicador M	36
6.1.3	Análise do impacto da oferta média inicial (OMI)	37
6.1.4	Análise do papel da Honra e da Vergonha na emergência da cooperação	38
6.2	Jogos de Coordenação	39
6.2.1	Análise do papel da Honra e da Vergonha na emergência da cooperação	41
7	Populações Estruturadas Heterógeneas (PEH)	44
7.1	Jogo de Bens Públicos	46
7.1.1	Análise do impacto do parâmetro de intensidade de aprendizagem β	46
7.1.2	Análise do impacto do factor multiplicador M	47
7.1.3	Análise do impacto do tamanho da população Z e da oferta média inicial (OMI)	48

7.1.4	Análise do impacto do tamanho do grupo N	49
7.1.5	Análise do papel da Honra e da Vergonha na emergência da cooperação	50
7.2	Jogos de Coordenação	51
7.2.1	Análise do papel da Honra e da Vergonha na emergência da cooperação	52
8	Conclusão	56
8.0.1	Trabalho Futuro	57
	Bibliography	59

Lista de Tabelas

2.1	Matriz de lucro para o Dilema do Prisioneiro.significa pagar um custo c , para oferecer ao outro jogador um benefício b e Desertar significar não oferecer nada.	5
4.1	Matriz de lucro para um jogador no Jogo de Bens Públicos com duas estratégias entre dois jogadores em que x é o valor da contribuição não nula (igual para todos os jogadores) e M o fator de multiplicação.	22
4.2	Matriz de lucro para um jogador no Jogo de Bens Públicos com duas estratégias entre dois jogadores em que $x = 1$ e $M = 1.5$	22
4.3	Lucro do jogador i dependendo do restante número de contribuidores, para o Jogo de Bens Públicos com duas estratégias, em que N é o total de jogadores, M é o fator multiplicador e x é o valor da contribuição não nula (igual para todos os jogadores)	23
4.4	Matriz de lucro para o jogador i Jogo de Bens Públicos com estratégias infinitas entre dois jogadores em que x_i é a contribuição do jogador i e x_j é a contribuição do jogador j e M é o fator de multiplicação.	23
4.5	Lucro do jogador i dependendo do restante número de contribuidores, para o Jogo de Bens Públicos com estratégias infinitas, em que N é o total de jogadores, M é o fator multiplicador e x_i é a contribuição não negativa do jogador i	23
4.6	Resumo dos parâmetros passados às simulações	30
4.7	Resumo das medidas emergentes em redes estruturadas heterogêneas	30
6.1	Parâmetros fixos para as simulações em PNER	35
6.2	Oferta média inicial (OMI) desejada e obtida na simulação	37
7.1	Parâmetros fixos e medidas emergentes para as simulações em PEH	44

Lista de Figuras

2.1	Impacto do fator β na probabilidade de imitação	8
2.2	a) Rede regular. b) Rede Pequeno Mundo. c) Rede livre de escala. d) Rede aleatória. . .	10
3.1	Imagens das configurações espaciais de cooperadores e desertores retiradas do artigo <i>Social diversity promotes the emergence of cooperation in public goods games</i> de Santos et al [21]. Pode-se ver em a) um único D rodeado de Cs. Sempre que o <i>fitness</i> do D é maior do que o <i>fitness</i> de qualquer um dos Cs, a estratégia de D irá espalhar-se. Os autores mostram que esta disseminação ocorre preferencialmente às folhas, o que contribui para reduzir o <i>fitness</i> do centro D, tornando-o vulnerável ao C central.	13
3.2	Comportamento do gradiente de seleção $g(k)$ em relação à fração de cooperadores na população k/Z . Imagem baseada no artigo "Evolutionary dynamics of collective action in N-person stag hunt dilemmas" de Pacheco et al. [38].	16
3.3	Imagens das configurações espaciais de cooperadores e desertores retiradas do artigo <i>Resource heterogeneity can facilitate cooperation</i> de Dieckmann e Kun [39], ao longo do tempo. Cooperadores (azul) e desertores (vermelho) num Jogo de Bem Público de duas pessoas com (b, d) e sem (a, c) heterogeneidade de riqueza, com locais ricos indicado com cores mais intensas. As qualidades do local e as estratégias iniciais são definidas de forma independente e aleatória, com uma fração de sítios ricos p : $p = 0$ em (a,c), ou seja população homogénea; $p = 0,2$ em (b, d), ou seja população heterogénea; fração de cooperadores igual a 0,5	17
3.4	Resumo do trabalho relacionado e o foco deste estudo em realce.	18
4.1	Lucro do jogo de bens público com e sem threshold para um jogador com $M = 1.5$ e $N = 3$ e $t = 1.5$	24
4.2	Vizinhança e foco do jogo em rede estruturada heterogénea para um jogador i , com grau $k_i = 3$. Obtêm-se $k_i + 1 = 4$ jogos, em que os jogadores correspondentes estão identificados pelos grupos com cores distintas α , em que o jogador i é o centro e β, γ, δ centrados nos seus vizinhos.	26
5.1	Diagrama de classes da solução resumido. A classe ComplexPopulation trata-se da População estruturada heterogénea e a classe UniformPopulation da população não-estruturada homogénea. As classes "Strategy" referem-se a diferentes formas de atribuição de honra e vergonha, atribuída a todos os que se adequem, dividida entre eles ou aleatoriamente a apenas um deles. A classe PGG é o jogo de bens públicos (public goods game, PGG), e os restantes as variações com honra e vergonha e modelos de threshold.	32
5.2	Diagrama de sequência resumido	33
5.3	Diagrama de packages gerado automaticamente a partir da solução, através da ferramenta Code Iris	34

6.1	Impacto do fator de aprendizagem β na cooperação, ao longo de 50.000 gerações com OMI=0.5. Valores de beta superiores a 0 levam a aprendizagem com intensidade proporcional ao parâmetro. Estes resultados foram obtidos sobre a média de 10 simulações para cada valor de β estudado, com $M = 3$, $Z = 600$, $J = 3000$ e $N = 6$	36
6.2	Impacto do fator multiplicador M na cooperação, ao longo de 50.000 gerações. Quando $M > N$ a cooperação emerge, para $M = N$ a cooperação mantém-se e para $M < N$ a cooperação desaparece. Estes resultados foram obtidos sobre a média de 10 simulações para cada valor de β estudado, com $\beta = 1$, $Z = 600$, $J = 3000$ e $N = 6$	37
6.3	Impacto da oferta média inicial na cooperação para uma simulação particular seleccionada aleatoriamente à esquerda e para a média de 10 simulações à direita. Os resultados mostram que a OMI não tem influência nas estratégias ainda que valores maiores levem a evoluções mais lentas, e que não existe muita variação entre uma simulação e a resultado médio obtido no conjunto de várias simulações. Estes resultados foram obtidos sobre a média de 10 simulações para cada valor de oferta média inicial estudado, com $M = 3$, $Z = 600$, $J = 3000$ e $N = 6$	38
6.4	Impacto da vergonha e da honra na cooperação para $OMI = 0$ à esquerda e $OMI = 0.5$ à direita. Os gráficos foram obtidos de simulações particulares escolhidas aleatoriamente, com $G = 50000$, $\beta = 1$, $M = 3$, $z = 600$, $N = 6$, $J = 3000$. A escala de cores de verde a vermelho representa a intensidade da oferta média da população no final de G gerações, em que verde significa oferta média final nula e vermelho significa oferta média final máxima. Podemos ver como a honra e a vergonha combinada levam ao aumento da oferta média e como em OMI=0 a honra tem mais impacto, e OMI=0.5 a vergonha tem mais impacto.	39
6.5	Impacto do Threshold na cooperação, em redes regulares ao final de 50000 gerações. Pode-se ver como a existência de threshold t estimula a cooperação para ofertas médias superiores ou próximas ao threshold. Estes resultados foram obtidos sobre a média de 10 simulações para cada combinação de OMI e T estudado, com $M = 3$, $Z = 600$, $J = 3000$ e $N = 6$	40
6.6	Impacto da oferta média na cooperação, em redes regulares ao final de 50000 gerações, com $t = 0.5$. Estes resultados foram obtidos para uma simulação particular seleccionada aleatoriamente para cada valor de OMI estudado, com $M = 3$, $Z = 600$, $J = 3000$ e $N = 6$ e $\beta = 1$. Os resultados apontam para a existência de dois pontos de equilíbrio, um que tende para não existir cooperação e outro que tende para t	40
6.7	Impacto da honra e da vergonha na cooperação em JBP com threshold em redes regulares ao final de 30.000 gerações para OMI=0, com $t = 0.5$. Estes resultados foram obtidos sobre simulação particular seleccionada aleatoriamente para cada combinação de h e v estudado, com $M = 3$, $Z = 600$, $J = 3000$ e $N = 6$ e $\beta = 1$. h e v são mais eficazes em conjunto	41
6.8	Impacto da honra e da vergonha na cooperação em JBP com threshold em redes regulares ao final de 30.000 gerações com $t = 0.5$ e OMI=0.4 à esquerda e OMI=0.5 à direita. Estes resultados foram obtidos sobre simulações particulares seleccionadas aleatoriamente para cada combinação de h e v estudado, com $M = 3$, $Z = 600$, $J = 3000$ e $N = 6$ e $\beta = 1$. Quando estamos perto do threshold a cooperação já é quase total, apenas pequenos valores de h e v não estimulam a cooperação.	42

6.9	Impacto da honra e da vergonha na cooperação em JBP com threshold em redes regulares ao final de 30.000 gerações para $OMI=0$, com $t = 0.5$. Estes resultados foram obtidos sobre simulações particulares selecionadas aleatoriamente para cada combinação de h e v estudado, com $M = 3$, $Z = 600$, $J = 3000$ e $N = 6$ e $\beta = 1$. A honra não aparenta ter impacto e a vergonha é pouco eficaz a estimular a cooperação quando a OMI está longe do threshold.	42
6.10	Impacto da honra e da vergonha na cooperação em JBP com threshold t em redes regulares ao final de 50.000 gerações com $t = 0.5$ e $OMI=0.4$ à esquerda e $OMI=0.5$ à direita. Estes resultados foram obtidos sobre simulações particulares selecionadas aleatoriamente para cada combinação de h e v estudado, com $M = 3$, $Z = 600$, $J = 3000$ e $N = 6$ e $\beta = 1$. Quando $OMI < t$ honra não é suficiente para estimular a cooperação mas garante valores mais altos de cooperação e quando $OMI \geq t$ a vergonha deixa de ter impacto na cooperação.	43
7.1	Representação em grafo de uma rede de PEH gerada pela simulação.	45
7.2	Distribuição de nós na rede respetivamente a k de uma população gerada por simulação. Escalar linear à esquerda e escala logarítmica à direita. Equação de potência a vermelho criada automaticamente a partir dos dados.	45
7.3	Distribuição de nós na rede pelo grau k , em percentagem relativa ao tamanho da população, a partir de uma população gerada na simulação.	46
7.4	Impacto do β na cooperação ao longo de 500.000 gerações, para uma simulação aleatória à direita e sobre a média de 10 simulações distintas à esquerda. Valores de beta superiores a 0 levam a aprendizagem com intensidade proporcional ao parâmetro. Os gráficos mostram que existe variação significativa entre simulações. Estes resultados foram obtidos sobre a média de 10 simulações para cada valor de β estudado, com $M = 3$, $Z = 900$ e $\langle k \rangle = 8$	47
7.5	Impacto do M na cooperação ao longo de 500.000 gerações sobre a média de 10 simulações distintas. Estes resultados foram obtidos sobre a média de 10 simulações para cada valor de β estudado, com $M = 3$, $Z = 900$ e $\langle k \rangle = 8$. Para $M \ll \langle k \rangle$ a aprendizagem leva ao desaparecimento da cooperação a velocidades inversamente proporcionais a M e para $M \gg \langle k \rangle$ a cooperação aumenta. Para $M = \langle k \rangle$ a cooperação mantém-se.	47
7.6	Impacto do tamanho da população Z na cooperação, para uma simulação particular seleccionada aleatoriamente para cada valor de $Z \in [100, 300, 900]$. Podemos ver como a contribuição tende a desaparecer, independentemente do tamanho da população, mas que Z menores exibem uma aprendizagem com mais erro ou ruído.	48
7.7	Impacto da oferta média inicial na cooperação, ao longo de 500.000 gerações para uma simulação aleatória à esquerda e calculada sobre a média de 10 simulações distintas à direita. Estes resultados foram obtidos com $M = 3$, $Z = 900$ e $\langle k \rangle = 8$ e $\beta = 0.1$. Os resultados mostram que a OMI não tem influência nas estratégias ainda que valores maiores levem a evoluções mais lentas.	48
7.8	Impacto do número de vizinhos na frequência de imitação da estratégia do jogador, sobre 20 simulações para cada uma das ofertas médias iniciais $\in [0, 0.1, 0.2, \dots, 1]$, ao longo de 500.000 gerações, com $\beta = 0.1$ e $M = 3$	49

7.9	Impacto da honra e vergonha no jogo de bens públicos para $OMI=0$ à esquerda e $OMI=0.5$ à direita sobre a média de 10 simulações. A h e a v oferecem um estímulo à cooperação, ainda que bastante menor que para os mesmos valores de OMI em PNER. $M = 3$, $Z = 900$, $\langle k \rangle = 8$ e $\beta = 0.1$	50
7.10	Impacto da honra e vergonha no jogo de bens públicos para $OMI=0$ à esquerda e $OMI=0.5$ à direita para uma simulação aleatória. É visível a variação dos resultados relativos ao resultado médio obtido no conjunto de várias simulações, revelando um erro superior na aprendizagem. $M = 3$, $Z = 900$, $\langle k \rangle = 8$ e $\beta = 0.1$	50
7.11	Impacto do threshold e da oferta média inicial no jogo de bens públicos, calculado sobre a média de 10 simulações. Pode-se ver como a existência de threshold t estimula a cooperação para ofertas médias superiores ou próximas ao threshold, ainda que influencie menos a cooperação que em PNER para baixos valores de t	51
7.12	Impacto da oferta média inicial no jogo de bens públicos com threshold de 0.5 para uma simulação particular escolhida aleatoriamente à esquerda e sobre a média de 10 simulações à direita. Os resultados apresentam variação significativa entre uma simulação seleccionada aleatoriamente e o resultado médio obtido no conjunto de várias simulações. t não apresenta um estímulo coerente à cooperação	52
7.13	Impacto da honra e vergonha no jogo de bens públicos com $t=0.5$ e $OMI = 0$. Estes resultados foram obtidos sobre simulações seleccionadas aleatoriamente para cada combinação de h e v estudado, com $M = 3$, $Z = 900$, $\langle k \rangle = 8$ e $\beta = 0.1$. Ambos os fatores h e v estimulam a cooperação, sendo mais eficazes em \sim conjunto. v revela um impacto superior a estimular a emergência de cooperação e h garante valores mais altos de cooperação. A combinação de honra e vergonha em jogos com threshold leva a valores mais altos de comportamento altruísta que em jogos sem threshold.	53
7.14	Impacto da honra e vergonha dependente do threshold t no jogo de bens públicos com $t = 0.5$ ao fim de 500.000 gerações, $OMI = 0.4$ à esquerda e $OMI = 0.5$ à direita. Estes resultados foram obtidos sobre simulações seleccionadas aleatoriamente para cada combinação de h e v estudado, com $M = 3$, $Z = 900$, $\langle k \rangle = 8$ e $\beta = 0.1$. A cooperação obtida é menos intensa que em PNER. Quando $OMI=t$ e h e v não oferecem estímulo à cooperação, esta tende para 0 ao contrário de tender para t como em PNER.	53
7.15	Impacto da honra e vergonha no jogo de bens públicos com $t=0.5$ e $OMI = 0$. Estes resultados foram obtidos sobre simulações seleccionadas aleatoriamente para cada combinação de h e v estudado, com $M = 3$, $Z = 900$, $\langle k \rangle = 8$ e $\beta = 0.1$. Quando $OMI < t$, a honra por si só não é suficiente para estimular a cooperação, mas estimula valores mais altos de cooperação. Atingem-se valores mais elevados de cooperação em PEH quando $OMI=0$ do que em PNER.	54
7.16	Impacto da honra e vergonha dependente do threshold t no jogo de bens públicos com $t = 0.5$ ao fim de 500.000 gerações, $OMI = 0.4$ à esquerda e $OMI = 0.5$ à direita. Estes resultados foram obtidos sobre simulações seleccionadas aleatoriamente para cada combinação de h e v estudado, com $M = 3$, $Z = 900$, $\langle k \rangle = 8$ e $\beta = 0.1$. Quando se passa de $OMI < t$ para $OMI > t$ a vergonha perde impacto e é a honra que passa a garantir a cooperação. Mais uma vez é visível que a cooperação obtida é menor que em PNER para as mesmas condições.	54

1. *Introdução*

1.1 **Motivação**

A cooperação é o processo em que grupos de organismos agem em conjunto para benefício comum, ao contrário de agirem em competição para benefício próprio. Muitas espécies de animais e plantas cooperam tanto dentro como fora da sua espécie no entanto os mecanismos que criam agentes cooperantes num sistema são dos fenómenos menos bem compreendidos na natureza [1].

A cooperação pode ser voluntária, coagida ou mesmo não intencional, e consequentemente indivíduos e grupos podem atuar de acordo mesmo que não tenham quase nada em comum em relação a interesses ou metas. Exemplos disso podem ser encontrados no comércio, conflitos militares, famílias, locais de trabalho, escolas e prisões e, mais geralmente, qualquer instituição ou organização de que os indivíduos façam parte fora de sua escolha como os impostos.

A importância do estudo da cooperação é imensa: dá resposta a como as populações humanas e animais evoluem para sistemas de interação complexos e dá orientação a problemas atuais como acordos de cooperação entre países para promover a sustentabilidade ecológica ou a proteção dos direitos humanos, superando a Tragédia dos Comuns, situação em que indivíduos agindo de forma independente e racional, de acordo com seus próprios interesses, se comportam em contrariedade aos melhores interesses de uma comunidade, esgotando algum recurso comum [2].

1.2 **Problema**

Em Economia o comportamento humano pode ser reduzido a uma regra determinística, a Teoria da Ação Racional [3], esta por sua vez com origem na Psicologia Social. Esta teoria define a tomada de decisões humana de forma simplista, sugerindo que os indivíduos procuram satisfazer as suas necessidades da forma racionalmente perfeita ao medir sempre os benefícios, subtraindo os custos e agindo de acordo com a maximização dos lucros. É fácil compreender a origem desta teoria, se pensarmos que quando confrontados com uma escolha, as pessoas tendem a privilegiar a com menor custo associado.

Esta teoria tem sido contraposta por diversos Antropólogos Económicos [4, 5], que demonstraram que, nas sociedades tradicionais, as escolhas que as pessoas fazem em relação à produção e à troca de bens seguem padrões de reciprocidade que diferem nitidamente do que o modelo anterior contrapõe. De facto como já referimos existem inúmeros exemplos onde a ação tomada pelo indivíduo não é a opção com o menor custo associado, podendo mesmo ser a escolha dominante numa população. Podemos pensar na divisão de trabalho com foco na justiça social, na criação de estados de segurança social, pagamentos de impostos e tratados internacionais. Estes são todos casos de cooperação, situações em que um indivíduo concede um benefício a outro, sofrendo o custo deste.

Este estudo foca-se em Jogos ou Dilemas de Bens Públicos para simular a interação entre indivíduos e modelar a cooperação entre partes egoístas. Para entender como agentes que relutam em cooperar

com o grupo podem ser induzidos a participar em acordos, o modelo referido é o mais apropriado.

Em economia, um **bem público** é entendido como um bem cujos consumidores não podem ser excluídos (não exclusivo) e cujo consumo por uma das partes não limita o consumo de outros (não rival) [6]. No sentido popular, descreve o conjunto de benefícios que são compartilhados por todos os membros (ou a maioria) de uma dada comunidade. Jogos de bens Públicos são assim um padrão da Economia Experimental baseado no conceito de bem público, em que indivíduos contribuem uma quantia, parte das suas posses privadas, para uma pilha - o bem público. As contribuições são então multiplicadas por um fator (maior do que um e menor do que o número de jogadores, N) e divididas uniformemente por todos os jogadores, independentemente de contribuírem ou não. Cada jogador mantém também as posses que não contribuiu.

Este trabalho procura assim explicar a emergência e manutenção da cooperação em populações de indivíduos egoístas. Mais especificamente concentra-se em abandonar o tradicional espaço de estratégias discretas (cooperar ou não cooperar) e modelar a cooperação como uma distribuição contínua em que um indivíduo pode cooperar mais ou menos.

Este ponto em especial contrasta com a grande maioria das análises feitas até hoje, sendo que neste tipo de jogos não existem estudos em que a cooperação seja modelada num espaço de estratégias contínuo.

O problema separa-se ainda em dois com respeito à natureza da população - bem misturada e regular ou estruturada e heterogénea. A primeira é uma população não-estruturada (uma vez que não existe uma estrutura fixa segundo a qual os agentes interagem sempre com os mesmos agentes) e regular (uma vez que o tamanho dos grupos é sempre igual), em que todos os agentes têm a mesma probabilidade de interagirem uns com os outros. A segunda é a que melhor caracteriza sistemas reais, em que alguns indivíduos interagem com mais que outros e portanto exige a definição de uma estrutura, neste caso em particular, a distribuição de grau segue uma lei de potência, designando-se rede livre de escala.

1.3 Honra e Vergonha

Muitas estruturas institucionais sugerem que os castigos e recompensas desempenham um papel importante no estímulo da cooperação. Ser condenado a prisão pode ser modelado como um castigo por não colaborar para um bem público, se virmos por exemplo o roubo como contribuir negativamente para o bem público. Por outro lado prémios como o Nobel ou os Prémios Open Source podem ser modelados como uma recompensa por contribuir para um bem comum, visto que um avanço cultural ou científico tem o potencial de ser usado pelo conjunto da população. Do ponto de vista social sofrer Vergonha por uma ação pode ser visto como uma forma de punição e a Honra pode ser vista como ser objeto de uma recompensa.

É importante referir que apesar de semelhantes Honra e Recompensa, e Vergonha e Castigos não são iguais. Castigos e Recompensas são tipicamente custosos, o que levanta um novo problema: quem está disposto a pagar a recompensa ou pagar um custo para punir quem se porta bem ou mau? Por outro lado, Honra e Vergonha são apenas um custo ou benefício para o praticante da ação.

Concentramos-nos assim no estudo da Honra e Vergonha como catalisadores da cooperação, de formas independentes ou em conjunto.

Um exemplo real desta solução para as redes regulares seria o Estado identificar e colocar à disposição do público o pior e melhor contribuidor para um imposto obrigatório - o que levaria à sensação de honra e vergonha dos sujeitos identificados. Neste exemplo todos os indivíduos participam com o mesmo número de indivíduos - o total da população, sendo por isso regular. Esta situação serve ainda de exemplo a como a cooperação pode ser coagida.

Para estudar como a cooperação emerge naturalmente as redes heterogêneas são as mais adequadas. Se considerarmos que as ações tomadas pelos indivíduos são do conhecimento de todos, então a honra e vergonha acontecem naturalmente. Neste tipo de rede o acumular de situações distintas em que um indivíduo tem a escolha de cooperar é usado para calcular o seu sucesso - sendo que existe heterogeneidade no número de situações que os indivíduos cooperam e no número de indivíduos com que o fazem.

1.4 Métodos

Durante o estudo da cooperação as simulações computacionais podem ser usadas. Este é um método alternativo a testes experimentais com utilizadores reais e provas analíticas. Desta forma as simulações computacionais estão no centro deste trabalho: modelar uma população de indivíduos, estudando possibilidades que expliquem como a cooperação emerge e é mantida.

Em ciências da computação **simular** consiste em implementar alguma formalização, por forma a poder imitar uma situação do mundo real. Existem diversas definições para o que é uma simulação, dentre elas podemos citar que “a simulação é um processo de projetar um modelo computacional de um sistema real e conduzir experiências com este modelo com o propósito de entender seu comportamento e/ou avaliar estratégias para sua operação” [7]. Desta maneira, podemos entender a simulação como um processo amplo que engloba não apenas a construção do modelo, mas todo o método experimental que se segue, tentando descrever o comportamento do sistema e tentando prever o comportamento futuro, através da observação dos efeitos produzidos por alterações no sistema.

Por sua vez, **modelar** uma situação real é simplificá-la, tentando compreendê-la e formalizá-la. No contexto do comportamento humano, construir um modelo implica assumir hipóteses sobre o que acreditamos acontecer na realidade, baseado em alguma evidência. Em ciências da computação este interesse cai em especial sobre os ramos da inteligência artificial, mas esta é uma área estudada em imensas ciências e com implicações em outras tantas, como a Ciência Política ou a Sociologia.

Assim, será necessário ainda o desenho e implementação de uma ferramenta capaz de simular as diferentes redes e modelos e devolver resultados de forma a poder fazer a sua análise e retirar conclusões sobre estes.

2. Conceitos Básicos

2.1 Teoria dos Jogos

A **Teoria dos Jogos** [8] estuda as decisões estratégicas e os resultados dos agentes que interagem nessas estratégias. Na Teoria de Jogos, podemos modelar interações que envolvem cooperação como um Jogo de Doação. Neste jogo, um agente decide oferecer um benefício a outro, incorrendo o custo ele próprio. Se este jogo for jogado com apenas dois indivíduos então é classificado como um Dilema do Prisioneiro, talvez o mais famoso exemplo de conflito na Teoria dos Jogos. Cooperar significa participar no Jogo de Doação e desertar significa não jogar.

Nesta teoria, o resultado destas interações é estudado e previsto através do **Equilíbrio de Nash** [9], situação em que ambos os agentes escolhem uma estratégia específica e não ganham nada por mudá-la para outra, caso a estratégia do oponente se mantenha. Formalmente um equilíbrio de Nash pode ser definido como o conjunto de estratégias previstas como resultado da interação entre os dois jogadores. Se o lucro (payoff é o termo mais utilizado) da estratégia E_i contra a estratégia E_j for dada por $L(E_i, E_j)$, então a estratégia E_k é um Equilíbrio de Nash se

$$L(E_k, E_k) \geq L(E_i, E_k), \forall i \quad (2.1)$$

ou um Equilíbrio de Nash Estrito se

$$L(E_k, E_k) > L(E_i, E_k), \forall i \quad (2.2)$$

Podemos ver na tabela 2.1 que o melhor resultado para um jogador individualmente é desertar na expectativa que o outro jogador coopere, visto que receberá o benefício sem ter o custo. Para além disto, um jogador que escolha desertar nunca terá um incentivo a mudar de estratégia, visto que isto levará a um pior lucro. Devido a isto, desertar é o único Equilíbrio de Nash e portanto é a estratégia mais provável para ambos os indivíduos. No entanto cooperar seria a estratégia que maximizaria o lucro de ambos os agentes. Assim, estamos na presença de um dilema social e a cooperação parece irracional.

	Cooperar	Cooperar
Cooperar	$b - c, b - c$	$-c, b$
Desertar	$b, -c$	$0, 0$

Table 2.1: Matriz de lucro para o Dilema do Prisioneiro. significa pagar um custo c , para oferecer ao outro jogador um benefício b e Desertar significar não oferecer nada.

2.1.1 Jogos de Bens Públicos

A Teoria de Jogos é usada para modelar interações de agentes não só em pares mas também em grupos. Estes jogos são chamados Jogos de N-Pessoas, sendo o mais conhecido uma generalização do dilema do prisioneiro, com mais do que duas pessoas, conhecido como Jogos de Bens Públicos. Neste jogo cada indivíduo oferece uma quantia para uma pilha. As contribuições são então multiplicadas por um fator e divididas por todos os jogadores, independentemente destes contribuírem ou não. A cooperação é definida como contribuir para o pote comum e deserção é definida como não contribuir, recebendo apenas a divisão do pote. Estes indivíduos são muitas vezes chamados de **free riders**, (jogadores gratuitos ou sem custos), uma vez que lucram exclusivamente das contribuições dos outros jogadores. Mais uma vez, a estratégia que maximiza o lucro do agente é desertar, visto que terá o mesmo benefício que todos os outros jogadores, sem ter o custo devido à contribuição inicial para o pote.

A recompensa total do grupo é maximizada quando todos contribuem com todos os seus recursos para a pilha comum. No entanto, o Equilíbrio de Nash neste jogo é contribuições zero de todos; se o problema fosse analisado da perspectiva puramente analítica na teoria dos jogos, então o resultado seria zero contribuições porque qualquer agente racional escolhe contribuir com zero, independentemente do que os outros jogadores jogam.

2.2 Teoria Evolutiva dos Jogos

A **Teoria Evolutiva dos Jogos** [10] é uma ferramenta que permite introduzir complexidade na tradicional teoria dos jogos. Difere da teoria clássica dos jogos, concentrando-se na dinâmica da mudança de estratégia, influenciada não apenas pela qualidade das várias estratégias concorrentes, mas pelo efeito da frequência com que essas diferentes estratégias concorrentes são encontradas na população. Baseia-se no facto de não exigir que os jogadores ajam racionalmente, mas que tenham uma estratégia cuja adopção ao longo do tempo varia segundo heurísticas que não têm necessariamente em conta a informação completa acerca da interação levada a cabo e respectivas estratégias e ganhos. Os resultados do jogo vão testar o quão boa é essa estratégia.

Em biologia, as estratégias são traços geneticamente herdados que controlam a ação de um indivíduo. O ponto-chave do modelo da teoria evolutiva dos jogos é que o sucesso de uma estratégia não é determinado apenas pelo quão boa é a estratégia em si mesma, é uma questão de quão boa ela é na presença de outras estratégias alternativas e da frequência das outras estratégias dentro de uma população concorrente. É também uma questão de quão boa uma estratégia joga contra si mesma, porque no mundo real uma estratégia bem-sucedida acabará por dominar uma população e indivíduos concorrentes nela acabam enfrentando estratégias idênticas às suas.

Os participantes no jogo evolutivo visam tornar-se mais aptos (*fit*) do que os concorrentes - para produzir tantas réplicas de si mesmo como possível, e a recompensa é em unidades de **fitness** (valor relativo em poder reproduzir). Agentes com mais lucro serão considerados mais aptos e assim serão capazes de reproduzir mais. É sempre um jogo multi-jogador com uma população muito grande de concorrentes. As regras descrevem o jogo como na Teoria dos Jogos clássica, mas para as regras dos jogos evolutivos incluem o elemento da **Dinâmica do Replicador**, ou seja, as regras gerais dizem exatamente como os jogadores mais aptos vão gerar mais réplicas de si mesmos na população e como os menos aptos serão eliminados.

A reprodução pode ser vista, não só como gerar novos agentes semelhantes mas também como fazer com que outros agentes imitem o comportamento de outro. Nesta ferramenta o objetivo deixa de ser prever como um indivíduo interage com outro, mas como o seu comportamento muda ao longo da

evolução. Assim, não existe um par de agentes, mas sim uma população a interagir evolutivamente.

Formalmente, o equivalente a um Equilíbrio de Nash é uma **Estratégia Evolutiva Estável (EEE)**. Uma EEE pode ser visto como um equilíbrio de Nash que é "evolutivamente" estável: quando domina uma população a seleção natural por si só é suficiente para impedir que estratégias alternativas (mutantes) invadam a população com sucesso. A teoria não se destina a lidar com a possibilidade de grandes mudanças externas ao ambiente que trazem novas forças seletivas a suportar. Usando a notação apresentada acima, E_k é um EEE se

$$L(E_k, E_k) > L(E_i, E_k), \forall i \neq k \quad (2.3)$$

ou

$$L(E_k, E_k) = L(E_i, E_k) \wedge L(E_k, E_i) > L(E_i, E_i), \forall i \neq k \quad (2.4)$$

A primeira condição garante que E_k é um equilíbrio de Nash estrito. A segunda condição impõe que, embora a estratégia E_i seja neutra em relação à recompensa contra a estratégia E_k , a população de jogadores que continuam a jogar estratégia E_k tem uma vantagem ao jogar contra a estratégia E_i . Conseqüentemente, uma ESS é uma estratégia que não pode ser invadida por qualquer outra estratégia

2.3 Dinâmica do Replicador

A dinâmica do replicador na essência modela o mecanismo da hereditariedade. Esse processo de imitação afetará o estado da população, o que significa que a fração de agentes que usam cada estratégia variará. Este processo de codificação pode ser modulado utilizando a equação do replicador. Esta equação afirma que a fração de população usando uma estratégia pura aumentará (ou diminuirá) proporcionalmente ao impacto dessa estratégia na adaptabilidade que ela fornece. Uma estratégia que dá a um indivíduo alguma vantagem (em comparação com a população restante), irá espalhar-se.

Para formular a dinâmica do replicador é primeiro definir a população. As populações são consideradas **infinitas e bem-misturadas**, isto é, todos os indivíduos na população tem a mesma probabilidade de interagir com todos os outros. Desta forma a frequência com que cada cooperador C interage com um desertor D é dada por $1 - x$ e vice-versa.

Podemos também olhar para a equação replicador como a derivada de x ao longo do tempo, rastreando a evolução do uso de estratégias puras por população ao longo do tempo. Sendo, $x = (x_1, \dots, x_n)$ um vetor onde x_i é a percentagem de população usando a estratégia e_i , relativa a um conjunto de estratégias possíveis, $E = (e_1, \dots, e_n)$, e onde n é o número possível de estratégias a equação replicador fica

$$\dot{x}_i = x_i[f_i(x) - \phi(x)], \quad \phi(x) = \sum_{j=1}^n x_j f_j(x) \quad (2.5)$$

onde $f_i(x)$ é *fitness* da estratégia i e $\phi(x)$ é a média do *fitness* da população.

Quando existem apenas duas estratégias, como Cooperar (C) e Desertar (D) a equação fica equivalente a

$$\dot{x} = x(1 - x)[f_C(x) - f_D(x)] \quad (2.6)$$

onde x é a fração de cooperadores (e, portanto, $(1 - x)$ é a fração de desertores), $f_C(x)$ é o *fitness* de cooperadores e $f_D(x)$ de desertores.

A equação de replicador não incorpora mutação e por isso não é capaz de inovar novos tipos ou estratégias puras.

2.4 Aprendizagem Social

Sob dinâmica de imitação, a estratégia do jogador mais *fit* é adoptada pelo jogador menos *fit* com a probabilidade $p = 1$. Similarmente, sob a dinâmica do replicador, a seleção aumenta a fração dos indivíduos mais *fit*. No entanto às vezes os indivíduos menos bem sucedidos podem conseguir substituir os mais bem sucedidos. Enquanto que tais erros ocasionais podem ser negligenciados com segurança em grandes populações, podem ter efeitos decisivos em populações finitas. [11]

Estes efeitos são bem capturados pela substituição da probabilidade p acima com a função de Fermi [12]

$$p = \frac{1}{1 + e^{-\beta(f_B - f_A)}} \quad (2.7)$$

o que dá a probabilidade de que B substitua A . Tal processo que é chamado de comparação pairwise. Ao usar esta regra de atualização, a imitação ocorrerá com probabilidade proporcional à diferença entre o *fitness* de ambos os indivíduos ($f_B - f_A$).

Se o agente A e o agente B tiverem o mesmo *fitness*, a imitação ocorrerá com probabilidade 0.5, significando que o *fitness* não terá influência neste processo de imitação. O parâmetro β determinará a intensidade da seleção. Novamente, se este valor for 0, a imitação ocorrerá aleatoriamente e com probabilidade igual a 0.5. Se β for muito grande, a imitação dependerá fortemente da diferença entre as recompensas. Como podemos ver na figura 2.1 para valores de β a partir de 1 a aprendizagem torna-se próxima de determinística.

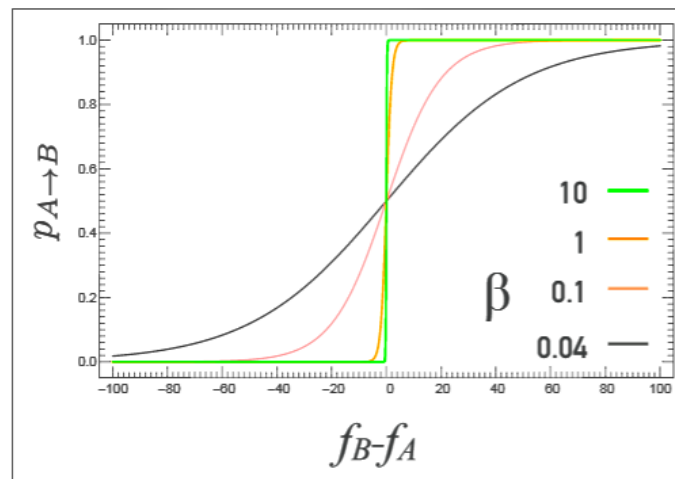


Figure 2.1: Impacto do fator β na probabilidade de imitação

2.5 Estrutura das populações

Os grafos fornecem um meio muito conveniente de representar as inter-relações entre processos, organismos, organizações, populações ou até mesmo componentes destes. A metáfora clássica da estrutura social é um grafo ou rede, em que os indivíduos, membros de uma população, ocupam os vértices e assim as arestas definem quem interage com quem. Diferentes organismos podem ser representados por diferentes grafos, os mesmos organismos podem estar inter-relacionados por meio de mais de um grafo.

Como é que esses sistemas na natureza que chamamos de complexos e adaptativos (cérebros, colónias de insetos, sistema imunológico, células, economia global, evolução biológica) produzem com-

portamento tão complexo e adaptativo a partir de regras simples e subjacentes?

A maioria das redes sociais, biológicas e tecnológicas exibem características topológicas substanciais não triviais, com padrões de ligação entre seus elementos que não são nem puramente regulares, onde cada vértice tem o mesmo número de vizinhos, nem puramente aleatórios. Tais características incluem um alto coeficiente de agrupamento, estrutura da comunidade e estrutura hierárquica por exemplo. Colônias de insetos como formigas ou abelhas, a cardumes, mercados financeiros, ou redes sociais todas são caracterizadas como redes complexas e adaptativas e possuem estas características. [13]

Em contraste, muitos dos modelos matemáticos de redes que foram estudadas no passado, tais como redes regulares e aleatórias, não mostram essas características.

Na teoria de grafos, uma **rede regular** é um grafo onde cada vértice tem o mesmo número de vizinhos, isto é, cada vértice tem o mesmo grau. Um grafo regular com vértices de grau k é chamado de grafo k -regular ou grafo regular de grau k . Se k for igual ao tamanho do grafo, ou seja se todos os vértices estiverem conectados entre si, este é então chamado de grafo completo.

A **rede aleatória** é o termo geral para se referir a distribuições de probabilidade em grafos. Os grafos aleatórios podem ser descritos simplesmente por uma distribuição de probabilidade, ou por um processo aleatório que os gera. Uma rede aleatória pode também ser regular.

Dois classes bem conhecidas e muito estudadas de redes complexas são a **Rede livre de escala** (*scale-free networks*) [14] e a **Rede Pequeno Mundo** (*small-world networks*) [15, 16]. Ambas são caracterizados por características estruturais específicas: a primeira por uma distribuição cujo grau segue a lei de potência (*power-law degree distribution*), em que a maioria dos vértices tem poucas ligações, contrastando com a existência de alguns nós que apresentam um elevado número de ligações e caminhos curtos e de alta aglomeração para a última, indicando que as pessoas estariam a poucos graus de separação umas das outras, ou seja, num "mundo pequeno".

O grau de um nó é o número de ligações que entram nesse nó. Assim, uma distribuição de grau é uma distribuição do número de nós em vários graus. Uma distribuição de lei de potência tem a forma

$$P(k) \sim k^{-\lambda} \quad (2.8)$$

onde k é o grau no caso de redes e λ é o expoente característico dessa lei de potência específica. As leis de potência apresentam uma característica peculiar: sua forma é invariante relativamente à escala e por isso estas redes são livres de escala. Alguns exemplos que usualmente são apresentados como redes livres de escala são redes sociais, a Internet, algumas redes financeiras, a rede de interação das proteínas e redes de estradas, rotas marítimas e rotas aéreas.

O aspeto visual das 4 redes faladas pode ser observado na Figura 2.2. Observe na Fig. 2.2.c) a existência de alguns nós com um elevado número de conexões e um grande número de nós com poucos vizinhos. Esses nós altamente conectados são geralmente chamados **hubs**.

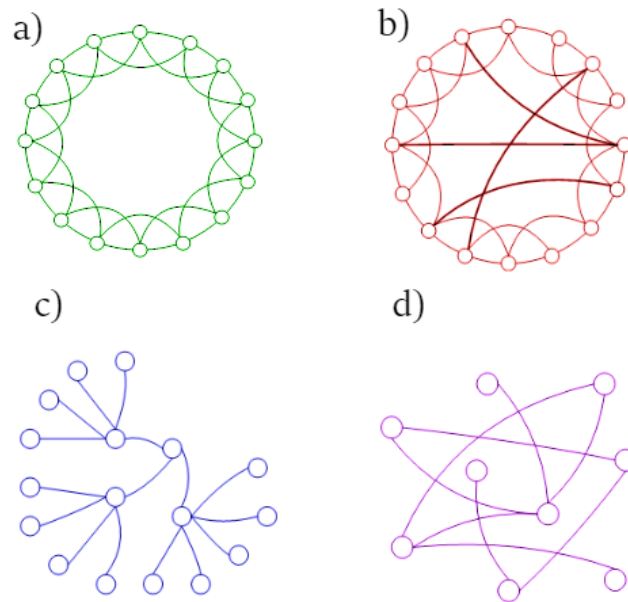


Figure 2.2: a) Rede regular. b) Rede Pequeno Mundo. c) Rede livre de escala. d) Rede aleatória.

3. Trabalho Relacionado

3.1 Modelos para a emergência de cooperação

Nowak sumariza cinco modelos para a emergência da cooperação, onde a seleção natural consegue levar à cooperação [17]. São Seleção de Parentesco, Reciprocidade Directa, Reciprocidade Indireta, Reciprocidade em Rede e Seleção de grupo (ou seleção multi-níveis). Cada um destes mecanismos é explicado com mais detalhe de seguida.

3.1.1 Seleção de Parentesco (Kin selection)

Afirma que quão mais relacionados geneticamente os indivíduos estiverem maior a probabilidade da cooperação emergir. A ideia por trás deste mecanismo é que a cooperação pode sobrepor-se à seleção natural se o dador e o recipiente de um ato altruísta estiverem relacionados geneticamente, por forma proteger a propagação dos seus genes. Hamilton define que o coeficiente do grau de relacionamento (*relatedness*) deve exceder o rácio custo-benefício do ato altruísta. Aqui define-se o grau de relacionamento como a probabilidade de partilharem um gene.

Esta explicação, apesar de satisfatória é insuficiente, visto que a cooperação também emerge quando os indivíduos não são relacionados geneticamente.

3.1.2 Reciprocidade Directa

A reciprocidade directa baseia-se na ideia de que a cooperação emerge com uma probabilidade maior, quão maior for a probabilidade de voltar a jogar com o mesmo jogador. Neste mecanismo assume-se a existência de encontros repetidos entre dois indivíduos usando o Dilema do Prisioneiro. Em cada ronda um individuo tem a escolha de cooperar ou desertar, e portanto um individuo pode cooperar numa ronda, devido à expectativa que o outro coopere na ronda seguinte e assim conseguindo maiores lucros.

Várias estratégias foram estudadas para jogar este jogo. A estratégia que se tem vindo a revelar mais bem sucedida é a mais simples de todas: tit-for-tat (TFT) [18]. Nesta estratégia o jogador começa sempre com cooperação e depois faz o mesmo que o outro jogador jogou na ronda anterior. No entanto, esta estratégia falha em caso de uma jogada de não cooperação acidental. Neste caso, porque tit-for-tat não consegue corrigir erros, leva a uma longa sequência de retaliação. Desta forma apareceu a estratégia generous-tit-for-tat, uma versão generosa da anterior que algumas vezes coopera mesmo que o outro jogador não tenha cooperado. Mais recentemente surgiu a estratégia Win-Stay Lose-Shift (WSLS) [19], que é a ideia muito simples de manter a estratégia se está a funcionar e trocar de estratégia se não está a ter sucesso.

Quando comparadas a estratégia TFT relevou-se um grande catalisador de cooperação numa população maioritariamente desertora mas quando a cooperação é alcançada a estratégia WSLS é melhor a mantê-la.

O número de estratégias possíveis é infinito, mas uma regra é geral: a reciprocidade direta pode levar à emergência de cooperação se a probabilidade de um novo encontro entre indivíduos exceder o rácio custo-benefício do ato altruísta.

Esta estratégia é uma vez mais insuficiente, visto que muitas vezes a cooperação existe sem que haja reciprocidade direta, por exemplo quando se doa para a caridade sem nenhum retorno.

3.1.3 Reciprocidade Indirecta

A reciprocidade indireta baseia-se na ideia da reputação [20]. Cooperar estabelece uma boa reputação que no futuro será recompensada por outros indivíduos. Desta forma se um indivíduo tiver uma melhor reputação leva a que mais indivíduos cooperem com ele, e que quanto mais cooperarem melhor será a sua reputação. A cooperação emerge para que mais tarde cooperem consigo.

Na mecânica comum dois indivíduos são escolhidos aleatoriamente, em que um é o dador e outro o recipiente. O dador decide então cooperar ou não e a interação é observada por um conjunto de indivíduos da população que podem informar outros. Assim a reciprocidade indireta pode levar à cooperação se a probabilidade de saber a reputação de um indivíduo exceder o rácio custo-benefício do ato altruísta.

Este modelo é bastante satisfatório em população de humanos, mas em animais tem menos potencial visto que exige um grau cognitivo elevado: é necessário memorizar as interações anterior e monitorizar as alterações na população, e é também necessário uma linguagem para partilhar a informação relativa à reputação.

3.1.4 Seleção de Grupo

Baseia-se na ideia que indivíduos tendem a cooperar mais dentro do seu meio e a desertarem quando interagem com indivíduos de outros meios.

A teoria por trás deste mecanismo é que a seleção natural existe não só no indivíduo mas também em grupos, e que um grupo de cooperadores pode ter mais sucesso que um de desertores. Neste mecanismo uma população é subdividida em grupos, em que cooperadores ajudam apenas dentro do seu grupo e desertores não ajudam ninguém. Indivíduos reproduzem proporcionalmente com o seu lucro e os seus descendentes são adicionados ao mesmo grupo.

Se um grupo atingir um certo tamanho pode dividir-se em dois, e outro grupo é extinto para que o tamanho da população seja mantido. Apesar de só os indivíduos se reproduzirem (os grupos não se reproduzem), a seleção natural entre grupo existe na mesma, visto que uns grupos crescem mais depressa que outros e dividem-se com mais regularidade, levando à extinção de outros. Em particular grupos em que só existem cooperadores crescem mais depressa que grupos em que só existem desertores, e em grupos mistos desertores reproduzem-se mais. Assim, a seleção no nível mais baixo, dentro do grupo, favorece os desertores e no nível mais alto, entre grupos, favorece os cooperadores.

3.1.5 Reciprocidade em Rede

Foca-se no facto que populações reais não são bem misturadas, mas tem estruturas espaciais ou redes sociais que implicam que alguns indivíduos interagem mais frequentemente do que outros. Uma abordagem para captar esse efeito e a teoria do grafo evolucionário, na qual os indivíduos ocupam os vértices de um grafo. As arestas determinam quem interage com quem.

Neste mecanismo um cooperador paga um custo e para cada vizinho receber um benefício. Os desertores não tem custos, e seus vizinhos não recebem benefícios e desta forma a reciprocidade da rede pode favorecer a cooperação: os cooperadores podem dominar a população ao gerar clusters em

que se ajudam mutuamente. Assim, a reciprocidade da rede pode favorecer a cooperação se o rácio benefício-custo for maior que o número médio de vizinhos por indivíduo.

Santos et al. [21] mostram que os nós altamente conectados (*hubs*) são aqueles que se transformam mais rapidamente em cooperação. Isto é porque, sob este modelo de contribuição, o *fitness* de um cooperador aumenta com a sua conectividade. Consequentemente, a heterogeneidade confere uma vantagem natural aos *hubs*.

Os autores explicam também como um Desertor(D) sozinho num grande hub pode ser tomado por um Cooperador (C): os Ds são vítimas de seu próprio sucesso ao gerarem outros Ds na sua vizinhança, reduzem o seu *fitness*. Consequentemente, tornam-se vulneráveis aos Cs próximos. Uma vez invadido por um C, um *hub* permanecerá C, porque ao colocar Cs nas suas vizinhanças, aumentam o seu *fitness*. O papel do Cs é portanto crucial ao espalharem a estratégia do cooperador através destas redes e ao dominarem os *hubs* em que estão. Esta dinâmica pode ser vista na figura 3.1.

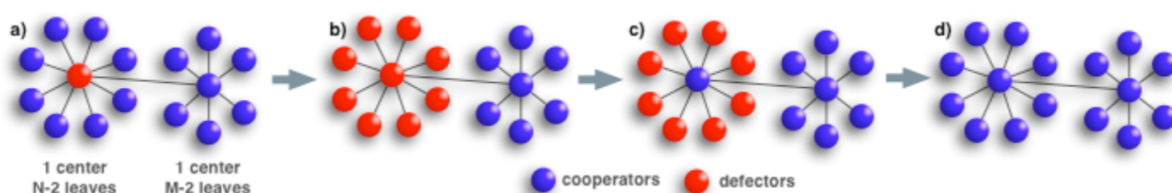


Figure 3.1: Imagens das configurações espaciais de cooperadores e desertores retiradas do artigo *Social diversity promotes the emergence of cooperation in public goods games* de Santos et al [21]. Pode-se ver em a) um único D rodeado de Cs. Sempre que o *fitness* do D é maior do que o *fitness* de qualquer um dos Cs, a estratégia de D irá espalhar-se. Os autores mostram que esta disseminação ocorre preferencialmente às folhas, o que contribui para reduzir o *fitness* do centro D, tornando-o vulnerável ao C central.

3.2 Jogos de bens públicos

Na verdade, o Equilíbrio de Nash do dilema do prisioneiro e jogos de bem público nem sempre é encontrado em experiências. As pessoas tendem a acrescentar algo ao pote. A contribuição média normalmente depende do fator de multiplicação, sendo que os fatores superiores produzem proporções maiores na contribuição [22].

Para que a contribuição seja "irracional" em privado, os bens públicos devem ser multiplicados por uma quantidade menor do que o número de jogadores e maior do que 1.

Testes com um grupo grande, cerca de 40 indivíduos e um fator de multiplicação muito baixo, 1.03 mostram que a população tende para que ninguém contribua nada depois de algumas iterações do jogo. No entanto, com o mesmo grupo de tamanho e um fator de multiplicação de 1.3, o nível médio de doação inicial contribuído para o pote é de cerca de 50% [23].

3.2.1 Jogos de bens públicos iterados

Jogos de bens públicos iterados envolvem o mesmo grupo de indivíduos que jogam o jogo básico durante uma série de rondas. O resultado típico é uma proporção decrescente de contribuição pública, do jogo simples. Quando os contribuidores observam que nem todos os jogadores contribuem tanto como eles tendem a reduzir a quantidade que compartilham na próxima ronda [24, 25]. No entanto, o montante contribuído para o pote de bens públicos raramente atinge zero, porque tende a permanecer um conjunto de cooperadores patológicos.

Uma explicação para a queda do nível de contribuição é a aversão à desigualdade [26]: se os jogadores recebem uma parte maior por uma contribuição menor, os membros que compartilham com ele o bem público reagem contra a injustiça percebida (mesmo que a identidade dos *free riders* seja desconhecida e seja apenas um jogo). Aqueles que não contribuem nada em uma ronda, raramente contribuem algo em rondas posteriores.

3.2.2 Punição do sucesso indevido

Fehr e Schmidt mostraram que a aversão à desigualdade manifesta-se nos seres humanos como a "disposição de sacrificar o ganho potencial para bloquear outro indivíduo de receber uma recompensa superior". Eles argumentam que essa resposta aparentemente auto-destrutiva é essencial para criar um ambiente no qual a negociação bilateral possa prosperar. Sem a rejeição da injustiça, uma cooperação estável seria mais difícil de manter (por exemplo, haveria mais oportunidades para *free riders*) [26].

James H. Fowler e seus colegas também argumentam que a aversão à desigualdade é essencial para a cooperação em contextos multilaterais [27]. Em particular, eles mostram que os indivíduos em Jogos de Rendimentos Aleatórios (estritamente relacionados com Jogos de Bens Públicos) estão dispostos a gastar o seu próprio dinheiro para reduzir os rendimentos dos membros mais ricos do grupo e aumentar os rendimentos dos membros mais pobres do grupo [28]. Assim, os indivíduos que lucram exclusivamente sobre as contribuições de outros membros do grupo são suscetíveis de serem punidos porque ganham mais, criando um incentivo descentralizado para a manutenção da cooperação.

3.2.3 Punição e Recompensa

A opção de punir desertores e recompensar as maiores contribuições depois de uma ronda do Jogo de Bens Públicos tem sido a questão de muitos estudos. Os resultados sugerem fortemente que não recompensar não é visto como uma punição, e que as recompensas não substituem a punição. Em vez disso, as recompensas são usadas de forma completamente diferente: como um meio para reforçar a cooperação e maiores lucros.

A punição é exercida através de um custo, e na maioria das experiências leva a uma maior cooperação em grupo [29]. No entanto, uma vez que a punição é custosa, tende a conduzir a ganhos mais baixos, pelo menos inicialmente [30]. Por outro lado, um estudo de 2007 constatou que recompensas por si só não poderiam sustentar a cooperação a longo prazo [31].

Muitos estudos, portanto, enfatizam a combinação de punição e recompensas. A combinação parece produzir um nível mais elevado de cooperação e de recompensas para jogos iterados em grupos heterogêneos [29, 31], bem como em grupos homogêneos.

Sigmund et al. [32] estudam ainda os efeitos da **reputação** juntamente com a Punição e Recompensa e concluem que esta pode de facto induzir justiça e cooperação nas populações, adaptando-se através da aprendizagem ou da imitação. De fato, a inclusão dos efeitos de reputação nos modelos dinâmicos correspondentes leva à evolução do comportamento economicamente produtivo, com agentes contribuindo para o bem público e punindo aqueles que não o fazem ou recompensando aqueles que o fazem. A análise sugere que a reputação é essencial para promover o comportamento social entre agentes egoístas e que é consideravelmente mais eficaz com punição do que com recompensa.

3.3 Outros Jogos

3.3.1 Jogo Do Rendimento Aleatório

No jogo de rendimento aleatório, os jogadores são divididos em grupos de quatro membros anônimos. Cada jogador recebe uma soma de dinheiro gerada aleatoriamente por um computador. Os indivíduos veem os retornos de outros membros do grupo para essa ronda e têm a oportunidade de reduzir os rendimentos dos outros alocando "tokens negativos". Cada **token** negativo reduz o lucro do comprador por 1 unidade monetária (UM) e diminui o retorno de um indivíduo alvo por 3 UMs. Os grupos são gerados aleatoriamente após cada ronda para evitar que a reputação influencie as decisões. As interações são estritamente anônimas e os indivíduos sabem disso.

Experiências mostram que a redução de rendimento alheio é frequente: 62% dos participantes reduziram os rendimentos de outros pelo menos uma vez; 31% fizeram isso cinco ou mais vezes (de quinze vezes possíveis). Os resultados mostram ainda que a quantidade total de *tokens* negativos recebidos aumentou com o rendimento relativo do indivíduo alvo [33].

Os autores concluem que as motivações igualitárias ajudam a conduzir o castigo altruísta, ao observarem que aqueles que exibem preferências mais fortes pela igualdade estão mais dispostos a punir os *free-riders* em jogos de bens públicos o que afeta significativamente a cooperação [33]. Os testes, com 100 elementos, mostraram que os mesmos indivíduos que atribuem sinais negativos a altos salários na experiência de rendimento aleatório também gastam significativamente mais na punição de baixos contribuidores no jogo de bens públicos.

3.3.2 Jogos de Coordenação - Jogos de Bens Públicos com Limite Mínimo de Cooperadores (*Threshold*)

Como vimos anteriormente um jogo de bem público em que o fator multiplicador M é menor que o tamanho da população N e em que existem ambos Cooperadores (C) e Desertores (D) os C estão sempre em desvantagem. Isto acontece porque se k C contribuírem com c os D terminam com um lucro equivalente a kMc/N e os C obtêm $kMc/N - c$.

Uma mecânica estudada que permite um estímulo à cooperação é a introdução de um limite mínimo de cooperadores. Este é um Jogo conhecido como **Stag-Hunt(Caça ao Veado)**, que tem como origem os problemas de ação coletiva. Podemos pensar não só nas caçadas literais, como a caça à Baleia [34] em que é necessário um número mínimo de cooperadores mas também nas relações internacionais [35].

Um exemplo interessante é o modelo "três num barco, dois devem remar" [36, 37], uma generalização do jogo para três jogadores, onde contribuições de dois em cada três jogadores são necessárias para o sucesso. Os resultados mostram que se dois outros remam, há um incentivo para desertar, mas se apenas um rema existe um incentivo para contribuir.

Podemos ver na figura 3.2, baseada no artigo de Pacheco et al. [38] o comportamento do gradiente de seleção $g(k)$ em relação à fração de cooperadores na população. Analiticamente, $g(t)$ é a equação (2.6): $g(x) = \dot{x} = (\dots)$. Consideremos por instantes que o tamanho da população é Z , para simplicidade da análise, e portanto a fração de cooperadores na população é k/Z . O sinal de $g(t)$ indica a direção da seleção, e assim podemos observar que em condições normais em que o $M < Z$ e com tamanho de grupo fixo em 10 e *threshold* em 5 existem dois pontos de equilíbrio.

Para populações pequenas, neste caso podemos ver $10 < Z < 20$, a cooperação é desvantajosa para todos os C, visto que $g(t)$ é negativa. Para populações maiores, acima de 40 foi obtido um ponto de coordenação k_l e um ponto de coexistência k_r .

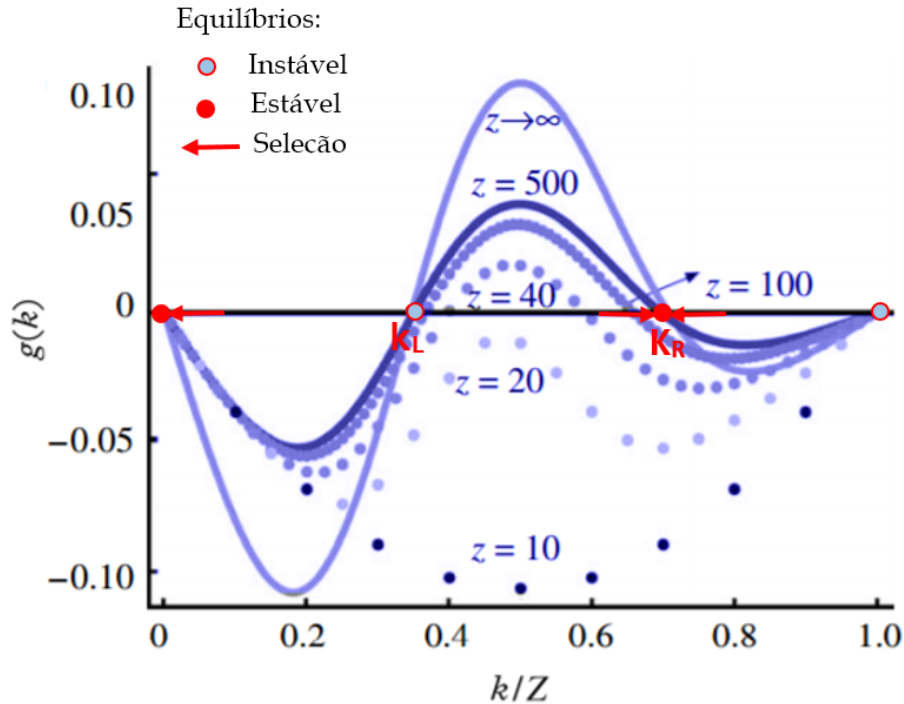


Figure 3.2: Comportamento do gradiente de seleção $g(k)$ em relação à fração de cooperadores na população k/Z . Imagem baseada no artigo "Evolutionary dynamics of collective action in N-person stag hunt dilemmas" de Pacheco et al. [38].

3.4 Heterogeneidade de Recursos

Como vimos anteriormente a estrutura social promove a cooperação, expondo localmente os agentes egoístas aos seus próprios atos, mas não é a única heterogeneidade a ter em conta - também os recursos dos indivíduos são um fator a ter em conta.

Dieckmann e Kun [39] mostram como a cooperação pode ser mantida quando alguns agentes têm acesso a mais recursos do que outros. A cooperação pode então emergir mesmo em populações em que a tentação de desertar (correspondendo a ganhos relativamente baixos ao promover o bem público) é tão forte que os atores agiriam de maneira totalmente egoísta se seus recursos fossem distribuídos uniformemente. Com alta tentação para desertar, existe sempre um cooperador rico no núcleo de um aglomerado cooperante (Podemos ver na figura 3.3.b, retirada do artigo de Dieckmann e Kun [39]). Assim, os cooperadores em locais ricos melhoram os retornos dos cooperadores vizinhos em locais pobres e, assim, permitem que a cooperação se espalhe num ambiente heterogêneo. Os resultados sugerem que os cooperadores em pequenas ilhas ricas são o principal mecanismo através do qual a heterogeneidade de recursos facilita a manutenção da cooperação. Isso também explica por que a maior facilidade de cooperação ocorre em baixos valores de p (fração de núcleos ricos): nessas condições, as ilhas ricas são pequenas e, portanto, são suscetíveis de abrigar apenas cooperadores, enquanto as ilhas grandes e ricas quando p é alto, são suscetíveis de abrigar cooperadores e desertores e, conseqüentemente, são facilmente assumidos por desertores.

No trabalho em questão mostra-se também que a heterogeneidade dos recursos pode dificultar a cooperação quando a tentação de desertar é significativamente reduzida. Quando a tentação de desertar é baixa (figura 3.3.c,d), os desertores não conseguem sobreviver no ambiente homogêneo (c), mas também não podem ser expulsos da população no ambiente heterogêneo (d), graças aos

desertores ricos nos núcleos de clusters.

Em todos os casos, o nível de cooperação pode ser maximizado pela gestão da heterogeneidade dos recursos. A heterogeneidade dos recursos pode, portanto, ser crucial para o surgimento e manutenção da cooperação.

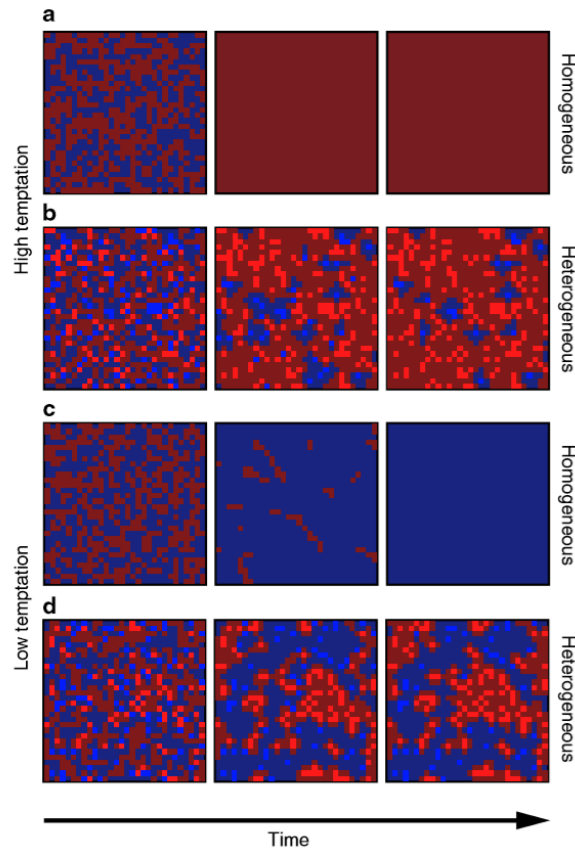


Figure 3.3: Imagens das configurações espaciais de cooperadores e desertores retiradas do artigo *Resource heterogeneity can facilitate cooperation* de Dieckmann e Kun [39], ao longo do tempo. Cooperadores (azul) e desertores (vermelho) num Jogo de Bem Público de duas pessoas com (b, d) e sem (a, c) heterogeneidade de riqueza, com locais ricos indicado com cores mais intensas. As qualidades do local e as estratégias iniciais são definidas de forma independente e aleatória, com uma fração de sítios ricos p : $p = 0$ em (a,c), ou seja população homogénea; $p = 0,2$ em (b, d), ou seja população heterogénea; fração de cooperadores igual a 0,5

3.5 Resumo

Os mecanismos de cooperação tem sido muito motivo de estudo. Seja através de Jogos de Bens Públicos, do Dilema do Prisioneiro ou outros não referidos como o Jogo do Ultimato ou do Ditador, todos estes mecanismos procuram explicar como um individuo esquece o seu interesse em proveito do bem comum. No entanto o contexto deste estudo irá focar-se apenas nos Jogos de Bens Públicos visto se adequarem a enúmeras situações reais de cooperação - pagamentos de impostos, criação de estados de segurança social ou serviços de saúde pública, tratados internacionais ou tentativas voluntárias de reduzir o consumo de combustíveis fósseis todos podem ser modelados como indivíduos que optam sofrer um custo para que o grupo obtenha um proveito comum.

Podemos ver na Figura 3.4 um resumo do trabalho relacionado e o foco do estudo em realce. Neste estudo propomos a Honra e a Vergonha como catalisadores para a cooperação num contexto de multi-

jogadores em que a cooperação pode ser vista como estratégias contínuas modeladas entre $]0\%, 100\%]$
 - uma modelação mais próxima da realidade, em que as pessoas muitas vezes não cooperam ou desertam exclusivamente. Iremos estudar a evolução no contexto de dois modelos: Jogos de Bem Público e Jogos de Coordenação.

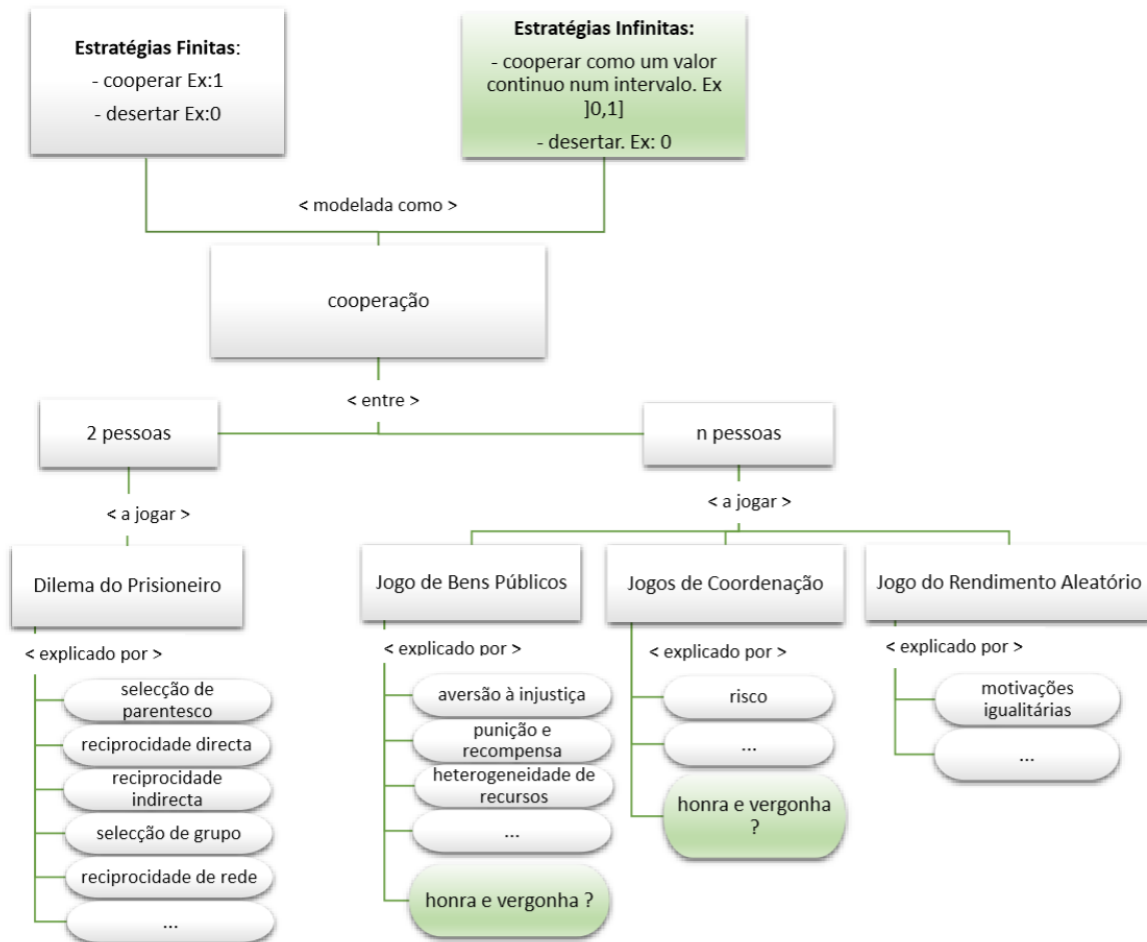


Figure 3.4: Resumo do trabalho relacionado e o foco deste estudo em realce.

4. Modelo

Nesta secção, apresentamos propostas para o modelo de cooperação, com honra e vergonha, lucro, fitness e aprendizagem do Jogo de Bens Públicos, para as variantes de N-Pessoas ou 2 Pessoas, estratégias finitas ou contínuas, populações não-estruturadas regulares ou estruturadas heterogêneas e ainda com threshold.

4.1 Oferta

No contexto deste trabalho a oferta de um jogador i , $x(i)$ é modelada como um número real no espaço contínuo $\in [0, 1]$, sendo assim um modelo mais próximo da realidade, em que indivíduos podem investir mais ou menos.

4.1.1 Oferta máxima

A contribuição máxima pode ser modelada de diversas formas: pode ser fixa ou dinâmica e homogênea ou heterogênea. Se fixa pode ser ainda modelada como um valor fixo por jogo ou por indivíduo. No primeiro modelo um indivíduo tem disponível sempre o mesmo valor em cada um dos jogos que participa, no segundo um indivíduo tem disponível um valor que pode ser dividido em cada um dos jogos que participa numa geração.

Todos os modelos são válidos e mostram apenas variantes do problema, sendo que alguns modelos acrescentam um grau de complexidade ao jogo, modelando uma situação mais próxima do real.

No âmbito desta tese definimos a contribuição máxima como uma das variantes mais simples: um valor fixo por jogo e homogêneo na população.

4.1.2 Oferta inicial

Assumimos que a oferta inicial do jogador i , $x_0(i)$ segue uma adaptação da distribuição gaussiana, centrada na oferta média inicial (OMI) desejada.

$$x_0(i) = r * \sigma + \mu \quad (4.1)$$

em que r é um decimal gerado aleatoriamente de uma distribuição gaussiana com média 0 e desvio-padrão 1, μ é a OMI desejada e σ é o desvio-padrão dado por

$$\sigma = \frac{\min(\mu - x_{Min}, x_{Max} - \mu) + \theta}{3} \quad (4.2)$$

em que x_{Min} é a oferta mínima possível e x_{Max} é a máxima, correspondendo a 0 e 1 no nosso modelo. Desta forma garantimos que existe uma variação máxima dentro do intervalo $[x_{Min}, x_{Max}]$, segundo a regra de 3-sigma, ou seja, segundo as especificações da distribuição gaussiana garantimos que 99,7% das ofertas geradas estão contidas no intervalo $[0, 1]$.

Os casos fora desse intervalo são convertidos em x_{Min} ou x_{Max} , caso estejam abaixo ou acima desse valor respetivamente, devido à obrigatoriedade das ofertas estarem contidas nesse intervalo.

Note-se que quanto mais perto μ estiver de $\frac{x_{Min}+x_{Max}}{2}$ maior será a variação de ofertas.

Por fim, θ foi adicionado como um erro que garante variação de valores nos casos extremos em que $\mu = x_{Min}$ ou $\mu = x_{Max}$. No nosso modelo definimos $\theta = 0.1$.

4.2 População

O âmbito deste estudo inclui a criação e análise de uma população não-estruturada regular (PNER) e de uma população estruturada heterogénea (PEH).

Na PNER os agentes interagem em grupos com o mesmo tamanho, em que estes grupos são formados sempre de forma aleatória, de jogo para jogo, sendo por isso uma população não estruturada. Desta forma em cada jogo, N elementos são selecionados segundo uma distribuição uniforme, por outras palavras todos os nós têm a mesma probabilidade de interagir uns com os outros. Como vimos anteriormente, uma rede regular é uma rede onde cada vértice tem o mesmo número de vizinhos e portanto esta rede é também regular. No nosso modelo o tamanho do grupo N foi definido como $N = 6$ para as PNER.

A PEH foi modelada como uma rede livre de escala. Escolheu-se o algoritmo de Barabasi-Albert que se baseia em dois conceitos gerais: crescimento e anexação preferencial.

O processo de crescimento inicia-se com uma rede arbitrária de n_0 nós. Novos nós são adicionados à rede, um a um, e cada um desses novos nós faz conexões com outros c nós já existentes, onde c é uma variável do modelo. A probabilidade do novo nó s se conectar a um outro nó i qualquer já presente na rede é proporcional ao número de ligações que o nó i possui. Formalmente, a probabilidade p_i de que o novo nó s se conecte a um vértice i já presente é:

$$p_i = \frac{k_i}{\sum_j k_j} \quad (4.3)$$

em que k_i é o grau do nó i e a soma no denominador, realizada sobre todos os nós j já existentes na rede, é a normalização da probabilidade. Este processo de escolha de conexão é repetido então para cada uma das c ligações que o novo nó irá fazer.

Com este mecanismo, os nós com grau elevado tendem a acumular rapidamente ainda mais ligações, enquanto nós com grau baixo, contendo apenas algumas ligações, tem probabilidade muito pequena de serem escolhidos como o destino para uma nova ligação. Assim, os novos nós tem uma "preferência" para unir-se a nós já fortemente ligados. Note-se ainda que há um valor mínimo para o grau de um nó, sendo ele igual ao parâmetro c e que o grau médio $\langle k \rangle$ da rede pode ser calculado analiticamente, sendo $\langle k \rangle = 2c$.

Podemos ver de seguida o pseudo-código do algoritmo implementado para criar redes, que inclui crescimento e anexação preferencial como definido por Barabasi-Albert. Sempre que uma ligação é adicionada a probabilidade dos restantes nós serem anexados é atualizada para não contar com o nó já adicionado, de forma a que seja adicionado sempre uma ligação por iteração. Ou seja a probabilidade dos outros nós serem adicionados aumenta, garantido que se só sobrar um nó a que se possa conectar, a sua probabilidade então é 1. Isto é feito através da variável *degreeToIgnore* que contem o somatório do grau dos nós já ligados ao nó s em cada momento.

No nosso modelo definimos $n_0 = 10$ começando assim com uma rede regular completa de tamanho 10. O número de nós adicionado a novo nó foi definido como $c = 4$ garantindo assim grau mínimo,

Algorithm 1 Algoritmo criação rede livre de escala.

```
1: set up initial network with  $n_0$  nodes all connected between them
2: repeat
3:    $degreeToIgnore \leftarrow 0$ 
4:   repeat
5:     Add node  $s$ 
6:      $i \leftarrow 0$ 
7:     repeat
8:        $p_i \leftarrow 0$ 
9:       if does not exist edge from  $i$  to  $s$  then
10:         $p_i \leftarrow \frac{k_i}{\sum_j k_j - degreeToIgnore}$ 
11:      end if
12:      if  $rand < p_i$  then
13:         $degreeToIgnore \leftarrow degreeToIgnore + k_i$ 
14:        Add edge from  $i$  to  $s$ 
15:      end if
16:       $i \leftarrow i + 1$ 
17:    until one edge added
18:  until  $c$  edges added
19: until  $n - n_0$  nodes added
```

$k_{Min} = 4$ e grau médio $\langle k \rangle = 8$.

4.3 Honra e Vergonha

Vários modelos poderiam ser usados para implementar a honra e a vergonha, visto serem valores abstratos que significam um impacto emocional mas também social, sendo vistos como uma redução ou acréscimo ao fitness de um indivíduo.

Optámos por definir a honra e a vergonha como uma percentagem relativa à contribuição máxima, para se adequar ao valores em estudo e mostrar o impacto da sua variação. Esta relação seria especialmente interessante no estudo de heterogeneidade de recursos, em que se poderia manter uma relação proporcional de vergonha e honra com as posses que um indivíduo tem.

Desta forma o lucro de um jogador i pode ser afetado por um acréscimo ou redução de $hx_{Max}(i)$ e $vx_{Max}(i)$, respetivamente, sendo que h e v são os fatores honra e vergonha e $x_{Max}(i)$ é a contribuição máxima para o jogador i .

4.4 Threshold

O threshold pode ser modelado como uma percentagem da contribuição máxima de todos os jogadores ou como um valor absoluto.

Neste modelo optámos por definir o threshold como um valor relativo à contribuição máxima do grupo, em que T é a percentagem, e t o threshold, e $x_{max}(i)$ a contribuição máxima do jogador i

$$t = T \sum_{i=0}^N x_{max}(i) \quad (4.4)$$

4.5 Lucro

O lucro é modelado da mesma forma independentemente da estrutura da população. A metáfora de jogo geralmente é definida pela sua matriz de recompensa, e é desse ponto que iremos partir,

começando pela versão mais simples do jogo: duas estratégias.

4.5.1 Jogo de Bens Públicos com duas estratégias

Para a versão mais comum do jogo, as duas estratégias são definidas como

- Cooperar: contribuir $x, x > 0$
- Desertar: contribuir 0

em que x é igual para todos os jogadores, sendo portanto possível reduzir o somatório das ofertas a uma multiplicação de x pelo total de contribuidores.

O lucro de um jogador $i, l(i)$, pode ser definido como o resultado do Jogo de Bem Público acrescido do restante do valor inicial que o jogador tinha disponível para contribuir, como se pode ver na equação 4.5

$$l(i) = \frac{MxC}{N} + (1 - x_i), 1 < M < N \quad (4.5)$$

em que N é o total dos jogadores, C o total de contribuidores, x_i é a contribuição do jogador i e M é o fator multiplicador ($1 < M < N$).

4.5.1.1 Modelo com 2 jogadores

A matriz de lucro para dois jogadores pode ser vista na tabela 4.1. Para um modelo em que $x = 1$ e $M = 1.5$ a matriz de lucro para um jogador pode-se ver na figura 4.2. Como se pode constatar a estratégia que maximiza o lucro individual é Desertar na expectativa que o outro jogador coopere. No entanto se ambos pensarem assim o payoff individual será 1 (mantém-se o valor que já se tinha inicialmente).

	Cooperar	Desertar
Cooperar	xM	$xM/2$
Desertar	$xM/2 + x$	x

Table 4.1: Matriz de lucro para um jogador no Jogo de Bens Públicos com duas estratégias entre dois jogadores em que x é o valor da contribuição não nula (igual para todos os jogadores) e M o fator de multiplicação.

	Cooperar	Desertar
Cooperar	1,5	0.75
Desertar	1.75	1

Table 4.2: Matriz de lucro para um jogador no Jogo de Bens Públicos com duas estratégias entre dois jogadores em que $x = 1$ e $M = 1.5$

4.5.1.2 Modelo com N jogadores

Para N jogadores podemos ver na tabela 4.3 o lucro do jogador i dependendo do número de outros cooperadores. É fácil concluir que a estratégia melhor para o jogador i é desertar na expectativa que os restantes $N - 1$ jogadores cooperem. Mais uma vez levando a que a estratégia em equilíbrio seja todos os jogadores desertarem, obtendo x como lucro.

	$N - 1$	$N - 2$	$N - 3$...	0
Cooperar	xM	$x(N - 1)M/N$	$x(N - 2)M/N$		xM/N
Desertar	$x(N - 1)M/N + x$	$x(N - 2)M/N + x$	$x(N - 3)M/N + x$		x

Table 4.3: Lucro do jogador i dependendo do restante número de contribuidores, para o Jogo de Bens Públicos com duas estratégias, em que N é o total de jogadores, M é o fator multiplicador e x é o valor da contribuição não nula (igual para todos os jogadores)

4.5.2 Jogo de Bens Públicos com estratégias contínuas

Adaptando a equação 4.5 a estratégias infinitas podemos modelar na equação 4.6 o lucro do jogador i como o resultado de aplicar o fator multiplicador sobre a média de todas as ofertas dos jogadores, acrescido do restante do valor inicial que o jogador tinha disponível para contribuir

$$l(i) = \frac{M \sum_j^N x_j}{N} + (1 - x_i), 1 < M < N \quad (4.6)$$

em que N é o total dos jogadores, x_i é a contribuição do jogador i e M é o fator multiplicador ($1 < M < N$).

4.5.2.1 Modelo com 2 jogadores

Na tabela 4.4 podemos ver o lucro para o jogador i ao jogar com o jogador j .

	Cooperar	Desertar
Cooperar	$(x_i + x_j)M/2 + (1 - x_i)$	$x_iM/2 + (1 - x_i)$
Desertar	$x_jM/2 + x_i$	x_i

Table 4.4: Matriz de lucro para o jogador i Jogo de Bens Públicos com estratégias infinitas entre dois jogadores em que x_i é a contribuição do jogador i e x_j é a contribuição do jogador j e M é o fator de multiplicação.

4.5.2.2 Modelo com N jogadores

O lucro do jogador i dependendo do número de outros jogadores a contribuir pode ser visto na tabela 4.5

	$N - 1$	$N - 2$	$N - 3$...	0
Cooperar	$\frac{M \sum_{j=1}^N x_j}{N}$	$\frac{M \sum_{j=1}^{N-1} x_j}{N}$	$\frac{M \sum_{j=1}^{N-2} x_j}{N}$...	$\frac{Mx_i}{N}$
Desertar	$\frac{M \sum_{j \neq i}^N x_j}{N} + (1 - x_i)$	$\frac{M \sum_{j \neq i}^{N-1} x_j}{N} + (1 - x_i)$	$\frac{M \sum_{j \neq i}^{N-2} x_j}{N} + (1 - x_i)$...	x_i

Table 4.5: Lucro do jogador i dependendo do restante número de contribuidores, para o Jogo de Bens Públicos com estratégias infinitas, em que N é o total de jogadores, M é o fator multiplicador e x_i é a contribuição não negativa do jogador i

Das tabelas anteriores é possível tirar as mesmas conclusões: um jogador irá optar por Desertar pois dá-lhe o maior lucro, mas quando todos os jogadores optarem pela mesma estratégia irão cair no equilíbrio em que todos Desertam, obtendo como lucro o valor que dispunham inicialmente.

4.5.3 Jogo de Bens Públicos com Threshold

Adaptando os modelos anteriores ao jogo com threshold podemos modelar o fitness do jogador como a equação seguinte,

$$l(i) = \begin{cases} \frac{M \sum_j^N x_j}{N} + (1 - x_i), & \text{if } \sum_j^N x_j \geq t \\ 1 - x_i, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.7)$$

em que t é o threshold, x_j é a contribuição do jogador j , N o total de jogadores, M o fator multiplicador e $1 < M < N$.

Neste modelo espera-se um incentivo à contribuição. Se ignorarmos na função de lucro a parte relativa à oferta não oferecida ($1 - x_i$), quando estamos perto de atingir o threshold o benefício de cooperar é maior relativamente ao anterior, sendo que se passa de um $l(i) = 0$ para $\frac{M \sum_j^N x_j}{N}$. Acima do threshold espera-se também um incentivo visto que custo de não cooperar é maior - passa-se da fração anterior para 0. Podemos ver na figura 4.1 um exemplo com $N = 3$, $M = 1.5$ e $t = 1.5$ para o jogo com e sem threshold, ignorando ainda o restante de lucro vindo do valor não oferecido ao pote. Podemos ver como o lucro passa de 0 para 0.75 quando o total de contribuições chega ao threshold, existindo um incentivo relativamente ao jogo sem threshold muito mais forte a atingir esse valor se abaixo dele e a mante-lo se acima.

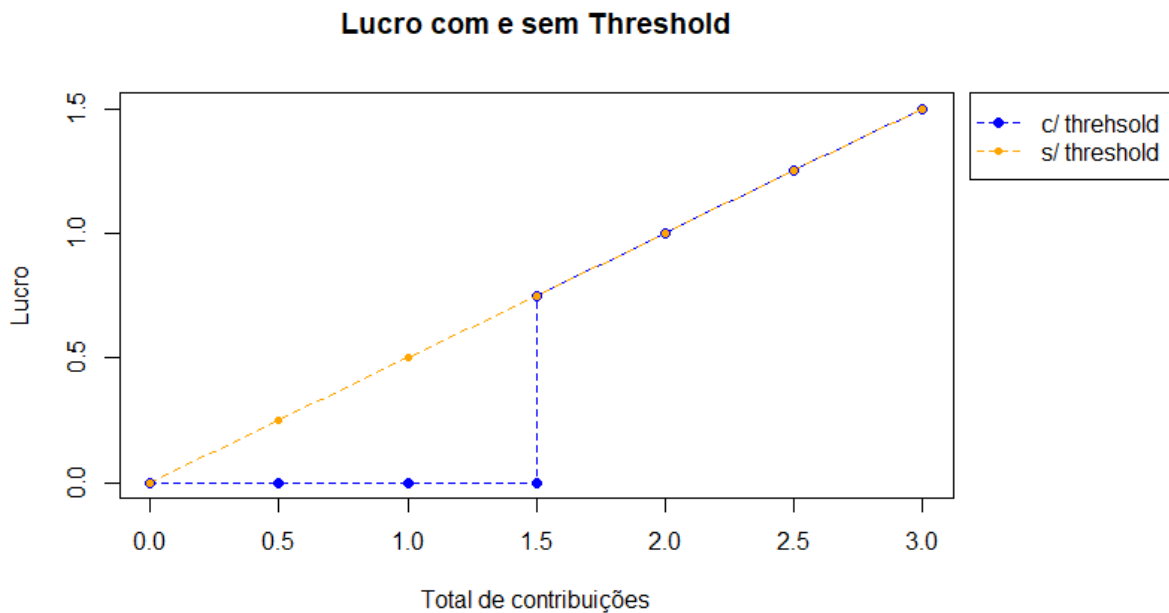


Figure 4.1: Lucro do jogo de bens público com e sem threshold para um jogador com $M = 1.5$ e $N = 3$ e $t = 1.5$.

4.5.4 Jogo de Bens Públicos com Honra e Vergonha

Como vimos anteriormente a honra e a vergonha serão modeladas como uma percentagem da contribuição máxima de um jogador. Desta forma o lucro do jogador i pode ser modelado como o lucro modelado anteriormente acrescido da honra se for um dos jogadores que contribuiu a oferta máxima e

decrecido da vergonha se contribuiu a menor oferta.

$$l(i) = \begin{cases} \frac{M \sum_j^N x_j}{N} + (1 - x_i) + hx_{Max}(i), & \text{if } \forall j : x_i \geq x_j \\ \frac{M \sum_j^N x_j}{N} + (1 - x_i) - vx_{Max}(i), & \text{if } \forall j : x_i \leq x_j \\ \frac{M \sum_j^N x_j}{N} + (1 - x_i), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.8)$$

em que h é o fator honra, v é o fator vergonha e $x_{Max}(i)$ a contribuição máxima do jogador i .

Algumas variantes podem ser feitas a este modelo para lidar com múltiplas contribuições máximas e mínimas. Se considerarmos que a honra e a vergonha são um valor limitado e não podem ser atribuídas a todos os jogadores que cumpram o requisitos simultaneamente, podemos alterar o modelo anterior para que $hx_{Max}(i)$ e $vx_{Max}(i)$ passem a ser divididos pelo total de melhores/piiores contribuidores ou então atribuir esse total a apenas um dos melhores/piiores contribuidores aleatoriamente.

4.5.5 Jogo de Bens Públicos com Threshold e com Honra e Vergonha

Podemos modelar a honra e vergonha no jogo de bens públicos com threshold de várias formas. Para este estudo vamos considerar dois modelos: um em que aplicamos ambos os fatores, e outro em que aplicamos apenas um deles, dependendo se o limite foi atingido ou não.

Se juntarmos as duas equações anteriores obtemos o primeiro modelo, composto por duas equações para simplificar a leitura: quando o threshold é atingido e quando não é

$$l(i) = \begin{cases} \frac{M \sum_j^N x_j}{N} + (1 - x_i) + hx_{Max}(i), & \text{if } \forall j : x_i \geq x_j \\ \frac{M \sum_j^N x_j}{N} + (1 - x_i) - vx_{Max}(i), & \text{if } \forall j : x_i \leq x_j, \sum_j^N x_j \geq t \\ \frac{M \sum_j^N x_j}{N} + (1 - x_i), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.9)$$

$$l(i) = \begin{cases} (1 - x_i) + hx_{Max}(i), & \text{if } \forall j : x_i \geq x_j \\ (1 - x_i) - vx_{Max}(i), & \text{if } \forall j : x_i \leq x_j, \sum_j^N x_j < t \\ 1 - x_i, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.10)$$

Aplicando a honra apenas se o threshold for atingido e a vergonha apenas se não for obtemos o ultimo modelo

$$l(i) = \begin{cases} \frac{M \sum_j^N x_j}{N} + (1 - x_i) + hx_{Max}(i), & \text{if } \forall j : x_i \geq x_j, \sum_j^N x_j \geq t \\ \frac{M \sum_j^N x_j}{N} + (1 - x_i), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.11)$$

$$l(i) = \begin{cases} (1 - x_i) - vx_{Max}(i), & \text{if } \forall j : x_i \leq x_j, \sum_j^N x_j < t \\ 1 - x_i, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.12)$$

4.6 Fitness

Nesta secção apresentamos uma proposta para o modelo de fitness em populações não-estruturadas regulares (PNER) e populações estruturadas heterógeneas (PEH).

4.6.1 Populações não-estruturadas regulares (PNER)

Para obter o fitness de um individuo numa PNER este individuo será colocado a jogar muitos dilemas de bem público e depois é calculada a média deste resultados. Em cada um destes jogos são seleccionados N jogadores aleatórios, com $N \ll Z$, sendo Z o tamanho da população.

Desta forma o fitness de um individuo i pode ser modelado como a média do lucro obtido em J jogos

$$f(i) = \frac{\sum_{j=0}^J l_j(i)}{J} \quad (4.13)$$

em que $l_j(i)$ é o lucro do jogador i para o jogo j .

4.6.2 Populações estruturadas heteróneas (PEH)

Nas PEH o fitness de um individuo é visto como a soma do lucro dos seus jogos, em vez da média, de forma a não eliminar o efeito da heterogeneidade da rede.

Neste modelo um individuo i , com grau k_i joga $k_i + 1$ jogos, k_i jogos centrados em cada um dos seus vizinhos, e um jogo centrado em i . Ou seja um individuo joga um jogo com os seus vizinhos, e joga também os jogos dos seus vizinhos, em que ele faz o papel de vizinho, como se pode ver na figura 4.2. Em cada um destes jogos, N irá então ser k_i , sendo i o individuo centro do jogo em questão.

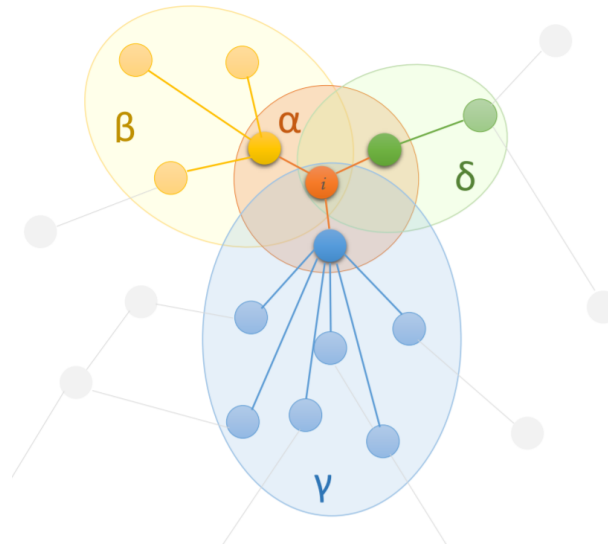


Figure 4.2: Vizinhança e foco do jogo em rede estruturada heterónea para um jogador i , com grau $k_i = 3$. Obtêm-se $k_i + 1 = 4$ jogos, em que os jogadores correspondentes estão identificados pelos grupos com cores distintas α , em que o jogador i é o centro e β, γ, δ centrados nos seus vizinhos.

O fitness fica então como a soma de cada um jogos jogos J em que i participa

$$f(i) = \sum_{j=0}^J l_j(i) \quad (4.14)$$

em que $l_j(i)$ é o lucro do jogador i para o jogo j .

Consideramos ainda que para o grau médio de uma rede $\langle k \rangle$, o número médio de jogos $\langle J \rangle$ fica $\langle J \rangle = \langle k \rangle + 1$ e o número médio de indivíduos em cada jogo $\langle N \rangle$ fica $\langle N \rangle = \langle k \rangle + 1$.

4.7 Aprendizagem

Nesta secção iremos apresentar o modelo de aprendizagem escolhido em cada uma das redes. Optámos por aplicar a equação 2.7 definida na secção 2, definindo um β adequado à população em

questão, com base na diferença máxima possível entre o fitness de dois indivíduos. Escolhemos um β que garanta uma probabilidade de imitação de aproximadamente 95% para a diferença máxima de fitness, na versão simples do jogo de forma a oferecer alguma margem de manobra à variação de fitness máxima com a aplicação de threshold e os fatores honra e vergonha.

Por forma a conseguirmos explorar o intervalo de estratégias infinitas e a permitir uma margem de erro na aprendizagem definimos a nova estratégia x_{t+1} como

$$x_{t+1} = x_t + (y * \epsilon), y \in \{-1, 0, 1\} \quad (4.15)$$

sendo x_t a estratégia a imitar, ϵ o parâmetro erro e y gerado de uma distribuição uniforme aleatória, ou seja, todos os valores de y são igualmente prováveis.

Definimos ainda que ambos os indivíduos A e B em jogo são escolhidos aleatoriamente na rede, segundo uma distribuição uniforme de tamanho Z , independentemente do tipo de população.

4.7.1 Populações não-estruturadas regulares (PNER)

Definimos as seguintes constantes para o modelo, de forma a podermos calcular o β ideal com base na diferença máxima possível entre o fitness de dois indivíduos.

- Tamanho da população Z : 600 indivíduos
- Número de Jogadores em cada grupo N : 6 elementos
- Número de jogos J : 3000 jogos
- Fator multiplicador M : 3

4.7.1.1 Jogo de Bens Públicos

Para obter o fitness mínimo de um jogador juntamos a equação 4.13 e a equação da tabela 4.5 para o caso de cooperar a contribuição máxima x_{Max} com 0 outros jogadores a cooperar, e obtemos a equação

$$f_{Min}(i) = \frac{JL_{Min}(i)}{J} = L_{Min}(i) = \frac{Mx_{Min}}{N} \quad (4.16)$$

Para obter o fitness máximo de um jogador focamos-nos agora no caso de não cooperar quando todos os outros indivíduos cooperam a contribuição máxima x_{Max} e obtemos a equação

$$f_{Max}(i) = \frac{JL_{Max}(i)}{J} = L_{Max}(i) = \frac{M(N-1)x_{Max}}{N} + 1 - x_{Min} \quad (4.17)$$

Aplicando os nossos parâmetros às equações definidas obtemos $f_{Min}(i) = \frac{3*1}{6} = \frac{1}{2}$, $f_{Max}(i) = \frac{3*5*1}{6} + 1 - 0 = \frac{7}{2}$ e a diferença máxima de fitness $f_{Max}(i) - f_{Min}(i) = \frac{7}{2} - \frac{1}{2} = 3$.

Assim escolhemos $\beta = 1$, pois permite uma probabilidade de imitação $p \approx 95\%$ para a diferença máxima de fitness.

4.7.1.2 Jogo com Honra e Vergonha

A aplicação da honra e vergonha levam a que o $L_{Min}(i)$ seja reduzido da vergonha máxima, $v_{Max}x_{Max}(i)$ e o $L_{Max}(i)$ seja acrescido da honra máxima, $h_{Max}x_{Max}(i)$, obtendo

$$f_{Min}(i) = \frac{JL_{Min}(i)}{J} = L_{Min}(i) = \frac{Mx_{Min}}{N} - v_{Max}x_{Max}(i) \quad (4.18)$$

$$f_{Max}(i) = \frac{JL_{Max}(i)}{J} = L_{Max}(i) = \frac{M(N-1)x_{Max}}{N} + 1 - x_{Min} + h_{Max}x_{Max}(i) \quad (4.19)$$

Aplicando os nossos parâmetros às equações definidas obtemos $f_{Min}(i) = \frac{3*1}{6} - 1 = -\frac{1}{2}$, $f_{Max}(i) = \frac{3*5*1}{6} + 1 - 0 + 1 = \frac{9}{2}$ e uma diferença máxima de fitness correspondente a 5 que leva a uma probabilidade de imitação $p \approx 99.3\%$.

4.7.1.3 Jogo com Threshold

Nesta secção consideramos que $f_{Min}(i) = 0$, no caso em que o threshold não é atingido e o $f_{Max}(i)$ se mantém igual à versão sem threshold.

Obtemos uma diferença máxima de fitness correspondente a 3.5 que permite uma probabilidade de imitação $p \approx 97\%$.

4.7.1.4 Jogo com Honra e Vergonha e Threshold

Neste jogo consideramos o $f_{Min}(i) = v_{Max}x_{Max}(i) = -1$ e o fitness máximo mantém-se o mesmo que o jogo com honra e vergonha.

Obtemos uma diferença máxima de fitness correspondente a 5.5 que leva a uma probabilidade de imitação $p \approx 99.5\%$.

4.7.2 Populações estruturadas heterogêneas (PEH)

Nas populações estruturadas heterogêneas assumimos que um indivíduo não sabe a diferença máxima absoluta de fitness entre si e o outro indivíduo a possivelmente imitar, mas tem apenas conhecimento da diferença máxima de fitness para o grau médio da população.

Optámos por este modelo de aprendizagem por oferecer uma maior semelhança com a realidade: numa população um indivíduo não tem conhecimento do número real de ligações que outro tem, especialmente se não o conhece (não estarem ligados na rede) nem qual o grau que os vizinhos deste têm. Realisticamente, tem-se conhecimento apenas de uma média do grau que um indivíduo na população tem, e por isso apenas uma noção aproximada da diferença de fitness máxima para a grau médio da população.

Definindo as constantes para a população

- Tamanho da população Z : 900 indivíduos
- Grau médio $\langle k \rangle$: 8 vizinhos
- Grau mínimo k_{Min} : 4 vizinhos
- Número de jogadores para o jogo do elemento de grau médio $N = \langle k \rangle + 1$: 9 elementos
- Número de jogos do elemento de grau médio $J = \langle k \rangle + 1$: 9 jogos
- Fator multiplicador M : 3

Para obter o fitness mínimo de um jogador juntamos a equação 4.13 e a equação da tabela 4.5 para o caso de cooperar a contribuição máxima x_{Max} com 0 outros jogadores a cooperar, e obtemos a equação

$$f_{Min}(i) = JL_{Min}(i) = J \frac{Mx_{Min}}{N} \quad (4.20)$$

Para obter o fitness máximo de um jogador focamos-nos agora no caso de não cooperar quando todos os outros indivíduos cooperam a contribuição máxima x_{Max} e obtemos a equação

$$f_{Max}(i) = JL_{Max}(i) = J \frac{M(N-1)x_{Max}}{N} + 1 - x_{Min} \quad (4.21)$$

Aplicando os nossos parâmetros às equações definidas obtemos $f_{Min}(i) = 9 * \frac{3*1}{9} = \frac{1}{3}$, $f_{Max}(i) = 9 * (\frac{3*8*1}{9} + 1 - 0) = 33$ e a diferença máxima de fitness é então $f_{Max}(i) - f_{Min}(i) = 33 - \frac{1}{3} = 30$.

Assim escolhemos $\beta = 0.1$, pois permite uma probabilidade de imitação $p \approx 95\%$ para a diferença máxima de fitness do grau médio.

4.7.2.1 Jogo com Honra e Vergonha

A aplicação da honra e vergonha levam a que o $L_{Min}(i)$ seja reduzido da vergonha máxima, $v_{Max}x_{Max}(i)$ e o $L_{Max}(i)$ seja acrescido da honra máxima, $h_{Max}x_{Max}(i)$, obtendo

$$f_{Min}(i) = JL_{Min}(i) = J \left(\frac{Mx_{Min}}{N} - v_{Max}x_{Max}(i) \right) \quad (4.22)$$

$$f_{Max}(i) = JL_{Max}(i) = J \left(\frac{M(N-1)x_{Max}}{N} + 1 - x_{Min} + h_{Max}x_{Max}(i) \right) \quad (4.23)$$

Substituindo os nossos parâmetros às equações definidas obtemos $f_{Min}(i) = 9 * (\frac{3*1}{9} - 1) = -\frac{2}{3}$, $f_{Max}(i) = 9 * (\frac{3*8*1}{9} + 1 - 0 + 1) = 42$ e uma diferença máxima de fitness correspondente a 42 que leva a uma probabilidade de imitação $p \approx 98.5\%$.

4.7.2.2 Jogo com Threshold

Nesta secção consideramos que $f_{Min}(i) = 0$, no caso em que o threshold não é atingido e o $f_{Max}(i)$ se mantém igual à versão sem threshold.

Obtemos uma diferença máxima de fitness correspondente a 33 que permite uma probabilidade de imitação $p \approx 96.4\%$.

4.7.2.3 Jogo com Honra e Vergonha e Threshold

Neste jogo consideramos o $L_{Min}(i) = v_{Max}x_{Max}(i) = -1$ e portanto $f_{Min}(i) = -9$ e o fitness máximo mantém-se o mesmo que o jogo com honra e vergonha.

Obtemos uma diferença máxima de fitness correspondente a 51 que leva a uma probabilidade de imitação $p \approx 99.3\%$.

4.8 Resumo

Como vimos existem vários parâmetros no nosso modelo, que irão servir de entrada às várias simulações. Resumimos nas tabelas seguinte quais os parâmetros e os seus valores para as duas estruturas da população e quais as medidas emergentes. O número de gerações G foi escolhido por observação, como iremos ver no próximo capítulo, em que por figuras que mostram séries temporais se observa que um determinado número de gerações é suficiente para o valor de oferta média estabilizar.

Table 4.6: Resumo dos parâmetros passados às simulações

	PNER	PEH
Ofertas		
Oferta média inicial (OMI)	variável $\in [0,1]$	variável $\in [0,1]$
Erro na criação de ofertas θ	0.1	0.1
Estrutura		
Tamanho rede inicial n_0	-	10
Número nós adicionados c	-	4
Tamanho da população Z	600	900
Aprendizagem		
Erro de aprendizagem ϵ	0.05	0.05
Intensidade da aprendizagem β	1	0.1
Número de gerações G	50000	500000
Jogo		
Número de jogadores em cada grupo N	6	-
Número de jogos J	3000	-
Fator multiplicador	3	3
Threshold	0.5	0.5

Table 4.7: Resumo das medidas emergentes em redes estruturadas heterogéneas

Medida	Valor
Grau médio $\langle k \rangle$	8
Grau mínimo k_{Min}	4
Número de jogadores em cada grupo N	$k(j) + 1, j$ é um vizinho de i
Número de jogos J	$k(i) + 1$, para o individuo i

5. *Arquitetura da solução*

O desenho da arquitetura e decisão do tecnologias exigiu a consideração de técnicas que suportem reusabilidade e modularidade, necessárias tendo em conta as semelhanças entre as variações de jogos e populações. Desta forma utilizou-se o paradigma da programação orientada a objetos mais conhecido como OOP (*object-oriented programming*), baseado no conceito de objetos, que podem conter dados conhecidos como atributos e algoritmos conhecidos como métodos.

Para este estudo utilizou-se uma simulação em *Java* que suporta OOP e análise dos dados estatísticos em *R*.

Na figura 5.1 podemos ver a versão resumida da arquitetura implementada através de um diagrama de classes. Através dos conceitos de OOP como polimorfismo, composição, encapsulamento e de padrões de desenho foi[40] conseguida uma arquitetura capaz de se adaptar a novos tipos de populações e jogos com mínimo esforço.

É de realçar o uso do padrão Estratégia (Strategy) na definição de estratégias, jogos e tipos de população, permitindo selecionar um algoritmo em tempo de execução. Este padrão é caracterizado pela definição de famílias de algoritmos e encapsulamento de cada algoritmo, tornando os algoritmos intercambiáveis dentro dessa família.

Pode-se ver ainda o uso do padrão Fábrica (Factory) para a criação de entidades.

Na figura 5.3 podemos ver o resumo do fluxo da simulação resumido: Para simular a evolução das escolhas assumimos que indivíduos com mais sucesso são imitados por outros e o seu comportamento espalha-se na população, ao longo de muitas gerações. Assim, em cada uma dessas gerações vamos comparamos dois indivíduos e atualizar a oferta de um deles. Essa comparação é feita através de uma medida de sucesso, o fitness, obtido através de colocar um individuo a jogar muitos dilemas de bem publico e calcular a sua aptidão.

Por fim podemos ver o diagrama de pacotes gerado a partir da solução e observar com mais detalhe todas as classes implementadas.

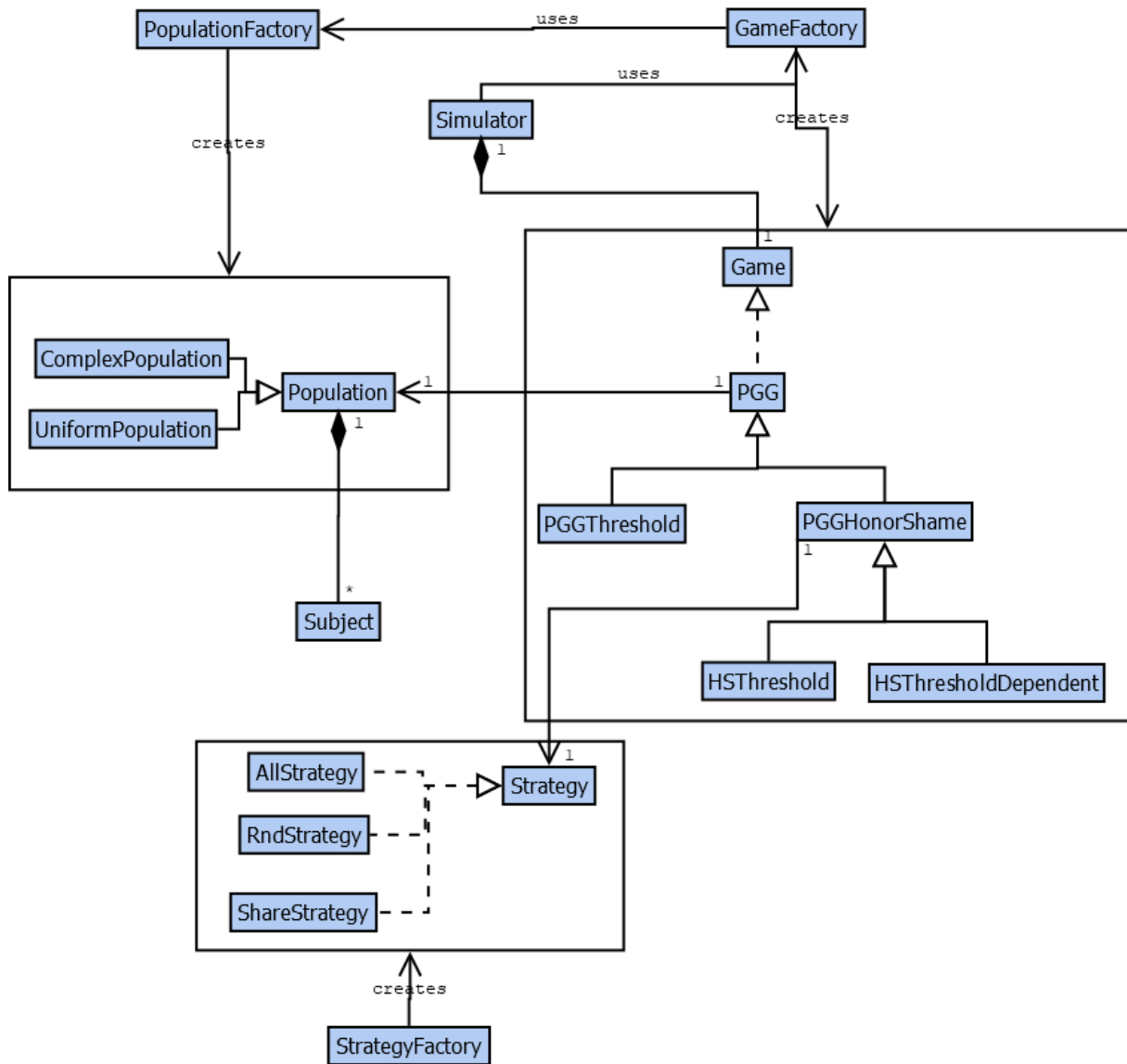


Figure 5.1: Diagrama de classes da solução resumido. A classe ComplexPopulation trata-se da População estruturada heterogénea e a classe UniformPopulation da população não-estruturada homogénea. As classes "Strategy" referem-se a diferentes formas de atribuição de honra e vergonha, atribuída a todos os que se adequem, dividida entre eles ou aleatoriamente a apenas um deles. A classe PGG é o jogo de bens públicos (public goods game, PGG), e os restantes as variações com honra e vergonha e modelos de threshold.

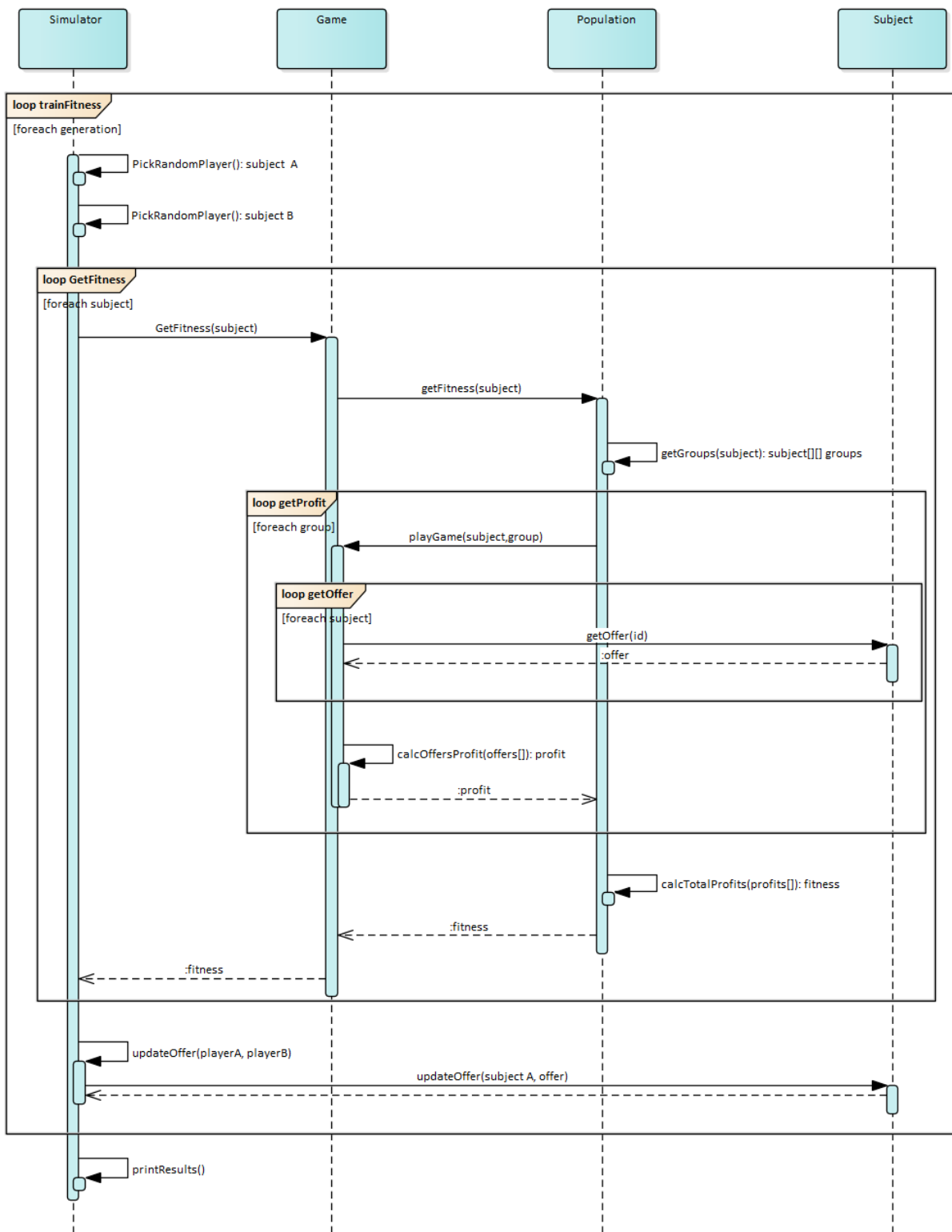


Figure 5.2: Diagrama de seqüência resumido

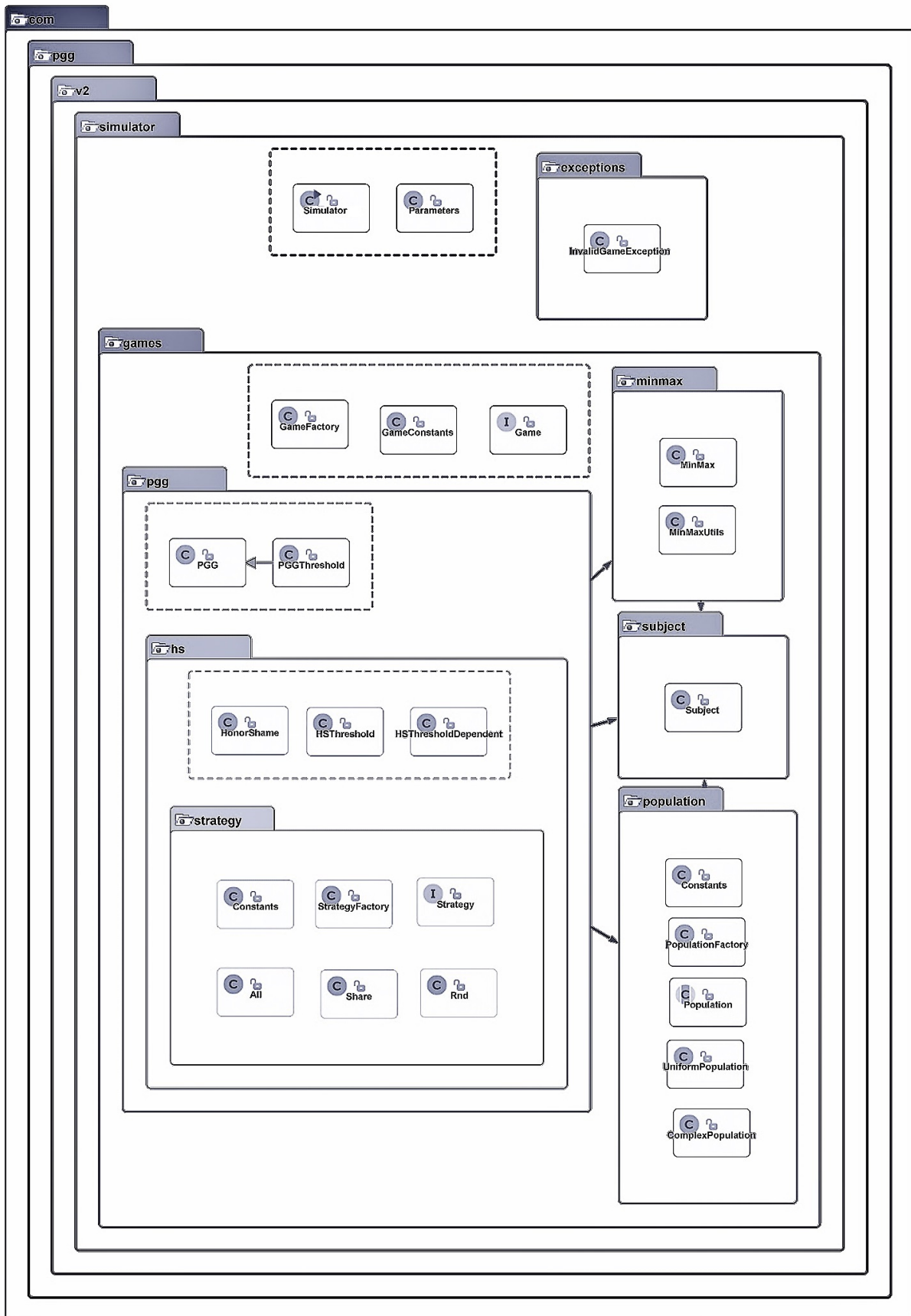


Figure 5.3: Diagrama de packages gerado automaticamente a partir da solução, através da ferramenta Code Iris

6. Populações Não-Estruturadas Regulares (PNER)

Nesta secção, apresentamos os resultados das simulações realizadas para as populações não-estruturadas regulares (PNER), divididos em relação aos parâmetros estudados e aos jogos em foco. Primeiro é evidenciado o impacto da mudança dos fatores β e M e oferta média inicial (OMI) no Jogo de Bens Públicos. Em seguida apresentamos os efeitos da variação da Honra e da Vergonha, separados ou em conjunto, para o Jogo de Bens Públicos e para Jogos de Coordenação.

Foram definidas as seguintes especificações para os parâmetros do modelo em populações regulares, que se mantêm fixas durante a análise se nada dito em contrário:

Table 6.1: Parâmetros fixos para as simulações em PNER

Parâmetro	Valor
Tamanho da população Z	600
Número de jogadores em cada grupo N	6
Número de gerações G	50 000
Número de jogos J	3000
Factor multiplicador M	3
Factor de aprendizagem β	1
Erro na criação de oferta média inicial θ	0.1
Erro de aprendizagem ϵ	0.05

6.1 Jogo de Bens Públicos

6.1.1 Análise do impacto do parâmetro de intensidade de aprendizagem β

Como vimos anteriormente para a dinâmica do replicador foi utilizada uma forma simples de aprendizagem social: imitar um vizinho aleatório com uma probabilidade que aumenta com a diferença de *fitness* entre os dois de acordo com a equação 2.7. Isto levará a que quanto maior for o *fitness* de um individuo maior será a probabilidade de ser imitado e mais réplicas da sua estratégia, existirão. Este facto foi comprovado através da análise do parâmetro β numa simulação, em que se fixou o fator multiplicador $M = 3$ (metade do número de jogadores).

Podemos ver na fig. 6.1 a variação das contribuições médias na população ao longo das gerações. O eixo das abcissas representa as gerações e o eixo das ordenadas representa a oferta média. Retas com diferentes cores representam os resultados para simulações com diferentes valores de β . Estes resultados foram obtidos através de calcular a média dos resultados sobre 10 simulações para cada reta.

Partindo do mesmo ponto de partida para todas as simulações, OMI=0.5, concluímos que as ofertas médias não tendem para o valor esperado, 0, mas para um valor perto deste. Este facto deveu-se ao erro no nosso modelo, $\epsilon = 0.05$, ou seja uma variação de $\pm 5\%$ na oferta imitada, para cima ou para baixo. Para um $\beta = 1$, a probabilidade de aprendizagem máxima é 95% que ainda oferece um erro

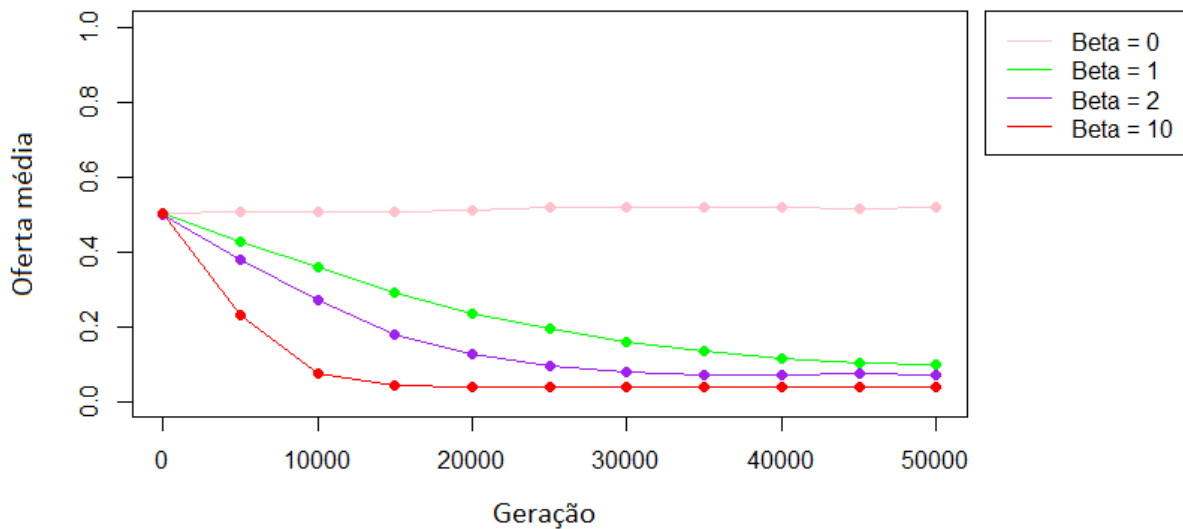


Figure 6.1: Impacto do fator de aprendizagem β na cooperação, ao longo de 50.000 gerações com $OMI=0.5$. Valores de beta superiores a 0 levam a aprendizagem com intensidade proporcional ao parâmetro. Estes resultados foram obtidos sobre a média de 10 simulações para cada valor de β estudado, com $M = 3$, $Z = 600$, $J = 3000$ e $N = 6$.

adicional o que leva a que a oferta estagne em 0.1. Já para $\beta = 10$ que garante aprendizagem muito elevada podemos ver que a oferta média estagna em cerca de 0.03, visto que o único erro inserido no modelo é apenas o ϵ . No entanto podemos concluir que de facto, e tal como esperado a tendência é que a cooperação reduza até não existir devido ao egoísmo dos indivíduos, restando apenas cooperação residual causada por erro.

Desta forma é possível concluir que em jogos de bens públicos a desejo de cada individuo em ter o melhor *fitness* individual leva à ausência de cooperação, tal como previsto.

6.1.2 Análise do impacto do factor multiplicador M

Para estudar o impacto do fator multiplicador M , fixamos-se $\beta = 1$, que representa uma intensidade de selecção significativa, embora não determinista, tal como definido no capítulo 4.

Os resultados, na figura 6.2, foram obtidos da mesma forma que na secção anterior: fixamos todos os parâmetros excepto o que queremos estudar e que é variado em cada simulação, neste caso variamos apenas M , e corremos 10 simulações sobre cada M para obter a média da evolução. Nesta figura diferentes retas significam resultados obtidos de simulações com diferentes valores de M .

Podemos ver que tal como esperado quando o fator M é maior que o número de jogadores N , a cooperação emerge. Isto deve-se ao facto que contribuir leva sempre a um aumento do lucro. Para $M < N$, a população evolui de forma a que as ofertas tendam para 0. Para $M = N$ a cooperação manter-se visto que o lucro do jogador independentemente da estratégia que adote.

A análise das simulações confirma assim os resultados empíricos referidos na secção 3.2 [22], em que nas condições $M < N$ o fator M tem pouca influência nas estratégias ainda que valores mais altos de M garantam valores mais altos de contribuição, que pode ser visto pelas curvas mais suaves de aprendizagem para valores de M superiores.

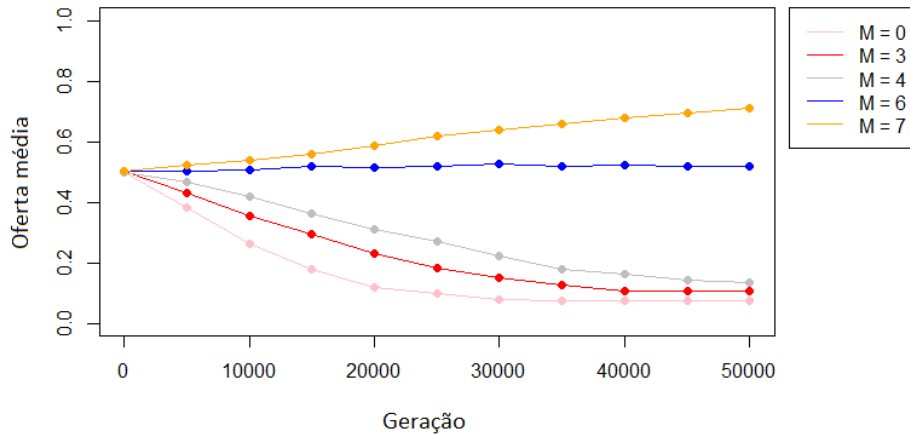


Figure 6.2: Impacto do fator multiplicador M na cooperação, ao longo de 50.000 gerações. Quando $M > N$ a cooperação emerge, para $M = N$ a cooperação mantém-se e para $M < N$ a cooperação desaparece. Estes resultados foram obtidos sobre a média de 10 simulações para cada valor de β estudado, com $\beta = 1$, $Z = 600$, $J = 3000$ e $N = 6$.

6.1.3 Análise do impacto da oferta média inicial (OMI)

Começamos por ver na tabela seguinte que ofertas médias iniciais obtidas através da adaptação da distribuição gaussiana definida na secção 4.1.2, para uma simulação particular seleccionada aleatoriamente, estão próximas das desejadas, tal como se pretendia.

Table 6.2: Oferta média inicial (OMI) desejada e obtida na simulação

OMI desejada	OMI obtida
0.0	0.013877729105443031
0.1	0.10276256991183252
0.2	0.20297981978022708
0.3	0.30806332508903617
0.4	0.40474370618704897
0.5	0.49815119002998226
0.6	0.6105982337950736
0.7	0.7001624545120195
0.8	0.7998019072715059
0.9	0.8974359951811198
1.0	0.9864107449913002

De seguida fixamos todos os outros parâmetros, definimos no início do capítulo e estudamos a OMI, de acordo com os mesmos métodos usados para gráficos do mesmo tipo. Retas com diferentes cores significam simulações com diferentes ofertas médias iniciais.

Podemos ver na figura 6.3 à direita resultado médio obtido no conjunto de várias simulações distintas para cada valor de OMI e constatar que a OMI não tem influência nas estratégias ainda que valores maiores de OMI levem a evoluções mais lentas. Como se pode ver, mesmo ao final de 50.000 gerações ofertas superiores a 0.8 ainda não estabilizaram.

Por forma a ter uma intuição acerca da variação de resultados entre várias simulações, comparámos o resultado médio obtido no conjunto de várias simulações com o resultado obtido numa única simulação particular, seleccionada aleatoriamente. Podemos notar como não existe muita variação entre uma simulação particular escolhida aleatoriamente e a média das simulações.

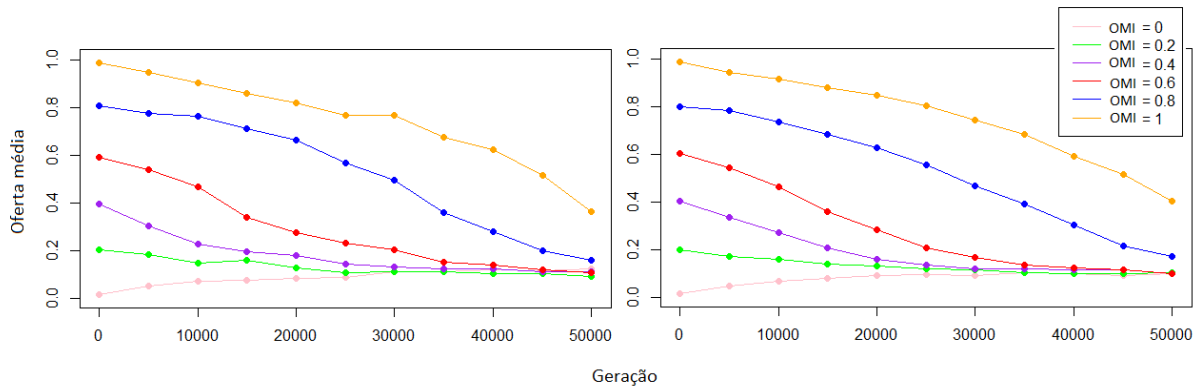


Figure 6.3: Impacto da oferta média inicial na cooperação para uma simulação particular seleccionada aleatoriamente à esquerda e para a média de 10 simulações à direita. Os resultados mostram que a OMI não tem influência nas estratégias ainda que valores maiores levem a evoluções mais lentas, e que não existe muita variação entre uma simulação e a resultado médio obtido no conjunto de várias simulações. Estes resultados foram obtidos sobre a média de 10 simulações para cada valor de oferta média inicial estudado, com $M = 3$, $Z = 600$, $J = 3000$ e $N = 6$.

6.1.4 Análise do papel da Honra e da Vergonha na emergência da cooperação

Para estudar o impacto da honra (h) e vergonha (v), fixamos $G = 30000$, visto que nessa geração 80% das estratégias já estabilizaram e os restantes parâmetros mantêm-se tal como definido no início do capítulo.

Relembro que assumimos que no caso em que vários jogadores dêem a melhor contribuição simultaneamente, a bonificação é atribuída totalmente a todos eles e o mesmo acontece com a vergonha.

Na figura 6.4 podemos ver o impacto na cooperação quando ambos os fatores são aplicados em conjunto, para o caso extremo da oferta média inicial ser 0 à esquerda e para $OMI=0.5$ à direita. Nas ordenadas temos a honra e nas abcissas a vergonha. As cores, uma escala de verde a vermelho, representam a intensidade da cooperação média obtida no final das simulações, verde sendo a cooperação nula e vermelho a cooperação máxima.

Estes gráficos, chamados de gráficos de cor, foram obtidos através de várias simulações em que se combinam diferentes valores de honra e vergonha ($[0, 0.1, \dots, 1] \times [0, 0.1, \dots, 1]$) sendo necessário portanto pelo menos 121 simulações para obter um gráfico em questão. Por outras palavras, começamos por fixar $h = 0$ e obtemos a oferta média da população no final de G iterações para diferentes valores de vergonha, especificamente para $v \in [0, 0.1, \dots, 0.9, 1]$ e repetimos este passo para $h \in [0, 0.1, \dots, 0.9, 1]$.

Os resultados mostram que quando combinados, os dois fatores são mais eficazes a estimular a cooperação numa sociedade totalmente egoísta do que em separado. Mostram também um leve impacto superior da honra quando a oferta média inicial é próxima de nula e da vergonha quando já existe alguma cooperação na população. Podemos notar um leve impacto superior da honra quando $OMI=0$, que quando $v = 1$ a cooperação nesse eixo só fica perto do máximo para $h = 0.5$, mas com $h = 1$ a cooperação fica próxima do máximo para $v = 0.2$.

No entanto para $OMI=0.5$ vemos um impacto superior da vergonha. Podemos também notar que quanto mais alta a OMI mais a honra e a vergonha influenciaram a cooperação no mesmo intervalo de tempo, revelando uma tendência para a cooperação máxima.

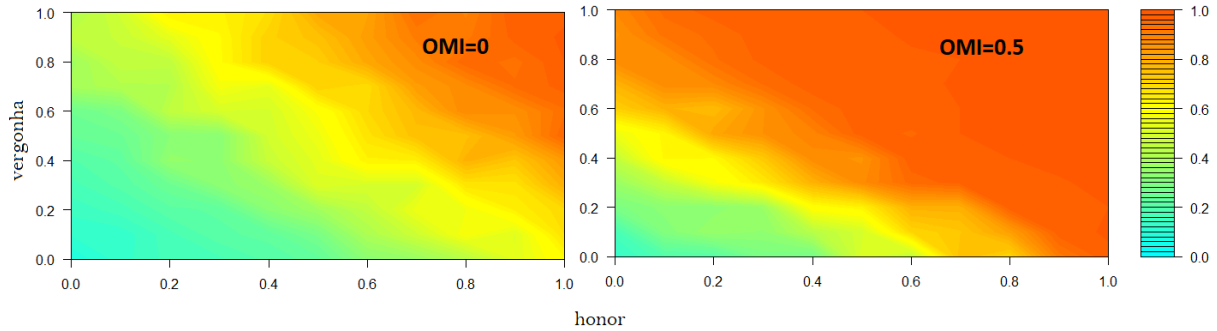


Figure 6.4: Impacto da vergonha e da honra na cooperação para $OMI = 0$ à esquerda e $OMI = 0.5$ à direita. Os gráficos foram obtidos de simulações particulares escolhidas aleatoriamente, com $G = 50000$, $\beta = 1$, $M = 3$, $z = 600$, $N = 6$, $J = 3000$. A escala de cores de verde a vermelho representa a intensidade da oferta média da população no final de G gerações, em que verde significa oferta média final nula e vermelho significa oferta média final máxima. Podemos ver como a honra e a vergonha combinada levam ao aumento da oferta média e como em $OMI=0$ a honra tem mais impacto, e $OMI=0.5$ a vergonha tem mais impacto.

6.2 Jogos de Coordenação

Nesta secção iremos começar por analisar os jogos de coordenação sem o impacto da honra e da vergonha. Como vimos anteriormente sem nenhum estímulo exterior a natureza egoísta do indivíduo leva a que a cooperação desapareça em jogos de bens públicos, independentemente da sua oferta inicial.

No entanto, na vertente com threshold isto nem sempre se verifica. O facto que abaixo do limite do threshold o lucro do jogo seja 0 leva a um aumento do benefício de cooperar quando a oferta média está muito próxima do limite, e também a um aumento do custo de não cooperar quando acima do threshold, oferecendo um estímulo e maior benefício do ato de cooperar.

Este facto pode ser visto com mais detalhe na figura 6.5, em que usamos a mesma escala de cores para representar a oferta média no final das G gerações que nos gráficos de cor anteriores. Nas ordenadas representamos a oferta média inicial e nas abcissas representamos o valor do threshold T , uma percentagem da contribuição máxima de todos os jogadores, tal como definido na equação 4.4. Para obter os resultados finais combinámos diferentes valores de threshold t com diferentes ofertas médias iniciais OMI , especificamente $t \in [0, 0.1, \dots, 0.9, 1] \times OMI \in [0, 0.1, \dots, 0.9, 1]$ e calculámos a média dos resultados obtidos sobre várias simulações.

A escolha de eixos permite ver como diferentes ofertas médias se relacionam com o threshold. Se nos focarmos por exemplo na oferta media inicial 0.8 e no threshold 0.5, o custo elevado de não cooperar faz com que oferta média se reduza até ao valor do threshold onde se mantém, mesmo ao final de 50000 gerações. Sem o efeito do threshold a média tenderia para 0, no mesmo tempo.

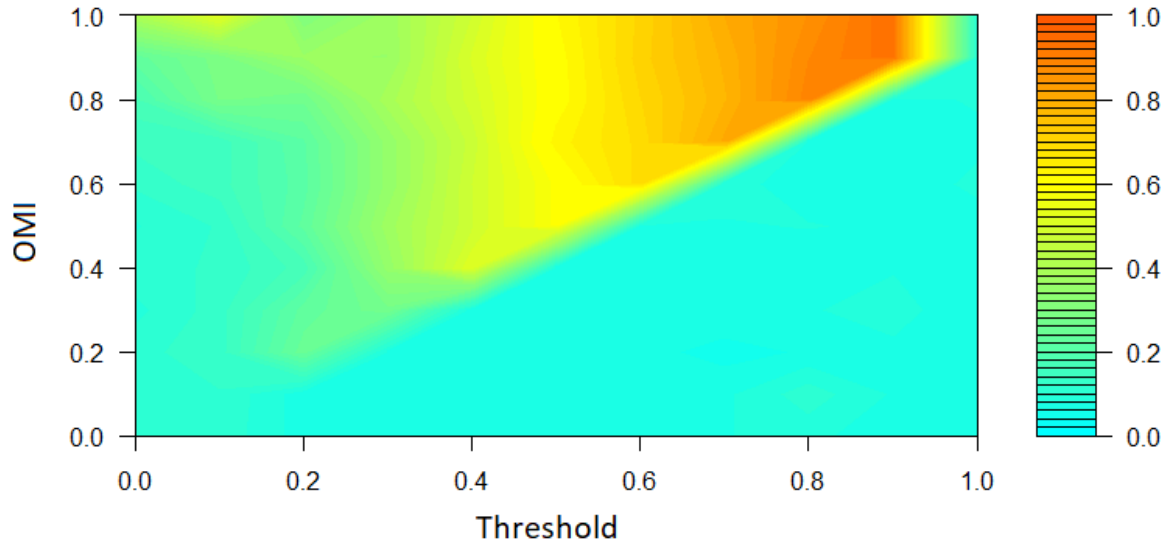


Figure 6.5: Impacto do Threshold na cooperação, em redes regulares ao final de 50000 gerações. Pode-se ver como a existência de threshold t estimula a cooperação para ofertas médias superiores ou próximas ao threshold. Estes resultados foram obtidos sobre a média de 10 simulações para cada combinação de OMI e T estudado, com $M = 3$, $Z = 600$, $J = 3000$ e $N = 6$.

De seguida fixámos $t = 0.5$, por forma a analisar a evolução da cooperação ao longo do tempo para diferentes estados iniciais (6.6). Os resultados apontam para a existência de dois pontos de equilíbrio, um que tende para não existir cooperação e outro que tende para o threshold, tal como referido na secção 3.3.2 do Trabalho Relacionado.

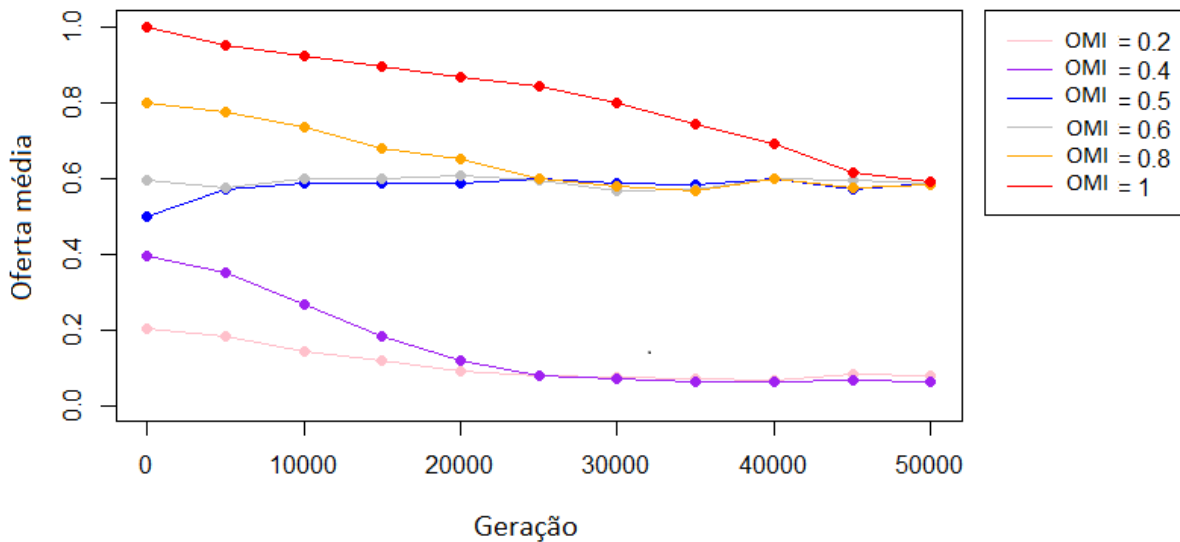


Figure 6.6: Impacto da oferta média na cooperação, em redes regulares ao final de 50000 gerações, com $t = 0.5$. Estes resultados foram obtidos para uma simulação particular seleccionada aleatoriamente para cada valor de OMI estudado, com $M = 3$, $Z = 600$, $J = 3000$ e $N = 6$ e $\beta = 1$. Os resultados apontam para a existência de dois pontos de equilíbrio, um que tende para não existir cooperação e outro que tende para t .

6.2.1 Análise do papel da Honra e da Vergonha na emergência da cooperação

Nesta secção iremos analisar o papel da honra h e vergonha v em dois modelos diferentes tal como definido na secção 4.5.5. Primeiro analisamos o modelo em que aplicamos simultaneamente h e v , independentemente de se atingir o threshold e se seguida o modelo em que se aplicam exclusivamente, h é aplicado quando se atinge o threshold e v quando não se atinge e por fim comparamos os resultados entre eles.

Usamos gráficos de cor para apresentar os resultados, seguindo a estrutura dos restantes gráficos de cor, em que temos a honra e vergonha nos eixos e uma escala de verde a vermelho para representar a oferta média no final das gerações G . Obtemos os resultados de simulações particulares seleccionadas aleatoriamente, em que combinamos $t \in [0, 0.1, \dots, 0.9, 1] \times v \in [0, 0.1, \dots, 0.9, 1]$.

Análise da honra e vergonha simultâneas

Os resultados na figura 6.7 para o caso extremo em que fixamos $OMI=0$, bastante longe do threshold, mostram que a honra e a vergonha têm um impacto semelhante a estimular a cooperação e que combinadas são mais eficazes a fazê-lo.

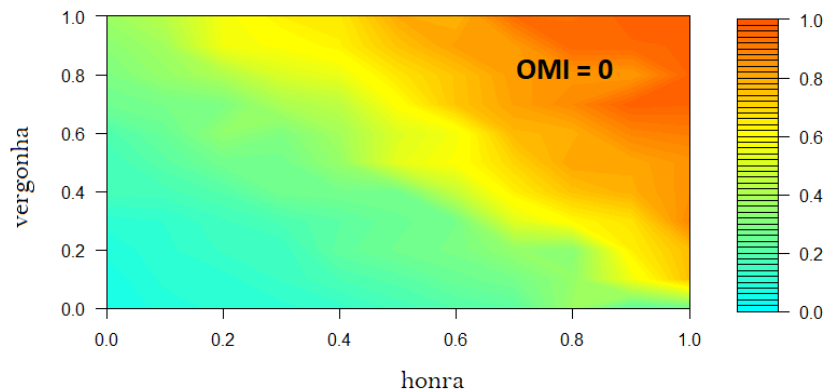


Figure 6.7: Impacto da honra e da vergonha na cooperação em JBP com threshold em redes regulares ao final de 30.000 gerações para $OMI=0$, com $t = 0.5$. Estes resultados foram obtidos sobre simulação particular seleccionada aleatoriamente para cada combinação de h e v estudado, com $M = 3$, $Z = 600$, $J = 3000$ e $N = 6$ e $\beta = 1$. h e v são mais eficazes em conjunto

Na figura 6.8 podemos ver os resultados nos casos em que estamos perto de atingir o threshold, $OMI=0.4$ à esquerda e após atingi-lo, $OMI=0.5$ à direita. Podemos ver quando estamos perto de atingir o threshold a cooperação já é quase máxima, à excepção de valores muito pequenos de honra e vergonha. Acima do threshold os resultados são bastante semelhantes, diferenciando-se apenas na zona em que a honra e a vergonha não são capazes de estimular a cooperação e portanto a oferta média final é igual ao threshold

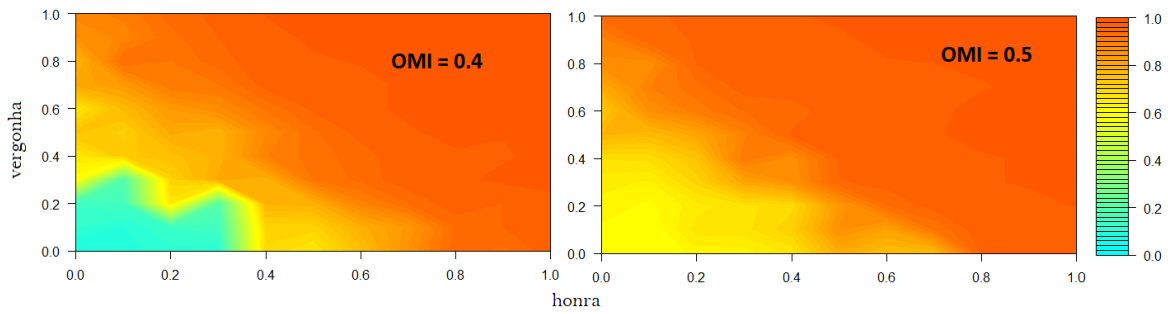


Figure 6.8: Impacto da honra e da vergonha na cooperação em JBP com threshold em redes regulares ao final de 30.000 gerações com $t = 0.5$ e $OMI=0.4$ à esquerda e $OMI=0.5$ à direita. Estes resultados foram obtidos sobre simulações particulares selecionadas aleatoriamente para cada combinação de h e v estudado, com $M = 3$, $Z = 600$, $J = 3000$ e $N = 6$ e $\beta = 1$. Quando estamos perto do threshold a cooperação já é quase total, apenas pequenos valores de h e v não estimulam a cooperação.

Análise da honra e vergonha dependentes do threshold

Observando a figura 6.9 vemos que para $OMI=0$, bastante longe do threshold vemos que a vergonha é pouco eficaz a estimular a cooperação sozinha. Isto acontece devido a dois aspectos do modelo: 1) a alta homogeneidade de ofertas da rede que leva a uma evolução mais lenta da aprendizagem, visto que o desvio-padrão é apenas o erro $\theta = 0.1$ e portanto cerca de 99,7 das ofertas estão no intervalo $[0,0.1]$ e 2) a pouca variação de fitness dos indivíduos visto que por estarmos tão abaixo do threshold o lucro de todos os indivíduos é 0 e portanto influência pouco a aprendizagem.

Vemos também que quando a oferta média inicial está abaixo do threshold a honra não é capaz de estimular a cooperação. Isto pretende-se com a especificação do modelo: visto que a OMI está abaixo do threshold o lucro dos grupos não atinge o threshold mínimo de cooperação e portanto a honra não é atribuída e apenas a vergonha é.

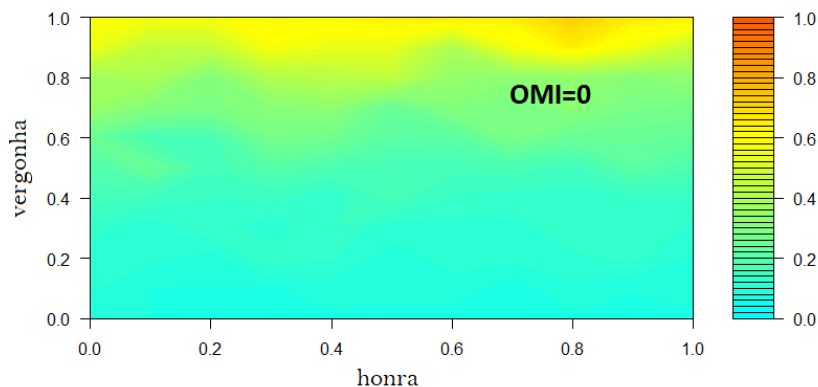


Figure 6.9: Impacto da honra e da vergonha na cooperação em JBP com threshold em redes regulares ao final de 30.000 gerações para $OMI=0$, com $t = 0.5$. Estes resultados foram obtidos sobre simulações particulares selecionadas aleatoriamente para cada combinação de h e v estudado, com $M = 3$, $Z = 600$, $J = 3000$ e $N = 6$ e $\beta = 1$. A honra não aparenta ter impacto e a vergonha é pouco eficaz a estimular a cooperação quando a OMI está longe do threshold.

À medida que nos aproximamos do threshold e que existe mais variação nas ofertas da população o fator vergonha permite a cooperação e o fator honra leva a ofertas mais elevadas. Acima deste valor a

vergonha deixa de ter peso visto que não é atribuída. Isto pode ser visto na figura 6.10, que apresenta a simulação com $OMI=0.4$ à esquerda e $OMI=0.5$ à direita evidenciando o impacto da honra e vergonha quando se está perto e após se alcançar o threshold.

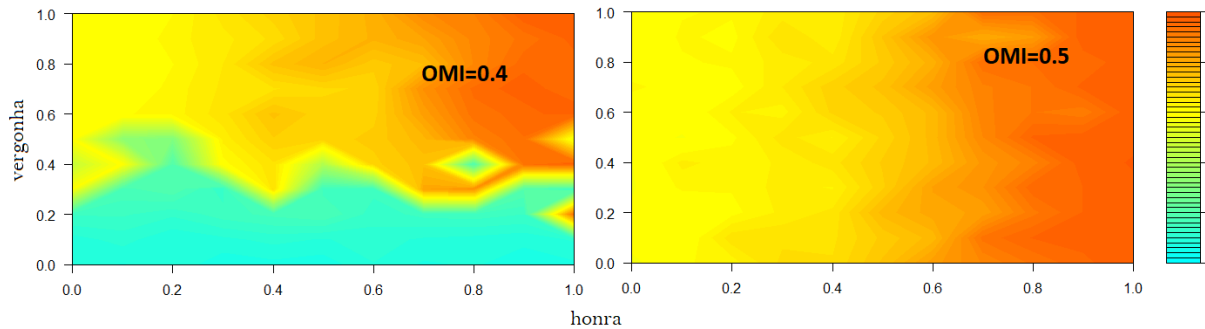


Figure 6.10: Impacto da honra e da vergonha na cooperação em JBP com threshold t em redes regulares ao final de 50.000 gerações com $t = 0.5$ e $OMI=0.4$ à esquerda e $OMI=0.5$ à direita. Estes resultados foram obtidos sobre simulações particulares selecionadas aleatoriamente para cada combinação de h e v estudado, com $M = 3$, $Z = 600$, $J = 3000$ e $N = 6$ e $\beta = 1$. Quando $OMI < t$ honra não é suficiente para estimular a cooperação mas garante valores mais altos de cooperação e quando $OMI \geq t$ a vergonha deixa de ter impacto na cooperação.

Tal como nos jogos sem coordenação, os resultados mostram que é mais eficaz aplicar a honra e a vergonha em conjunto. O estudo dos dois modelos de atribuição da honra e vergonha levam-nos a concluir que é mais vantajoso atribuir os dois fatores independentemente de se atingir o threshold, visto que exige combinações menores de honra e vergonha, e especialmente no caso em que $OMI=0$ o primeiro modelo apresenta resultados muito superiores de cooperação.

7. Populações Estruturadas Heterógeneas (PEH)

Nesta secção, apresentamos os resultados das simulações realizadas para as populações estruturadas heterogéneas (PEH). São ainda divididos em relação aos parâmetros estudados e aos jogos em foco. Começamos por evidenciar o impacto da mudança dos fatores β e M no Jogo de Bens Públicos. Em seguida apresentamos os efeitos da variação da honra e da vergonha, separados ou em conjunto, para o Jogo de Bens Públicos e para Jogos de Coordenação.

Definimos as seguintes especificações para os parâmetros do modelo e consequentemente algumas medidas emergentes, que se mantêm fixas durante a análise se nada dito em contrário:

Table 7.1: Parâmetros fixos e medidas emergentes para as simulações em PEH

Parâmetro	Valor
Tamanho da população Z	900
Número de gerações G	500 000
Factor multiplicador M	3
Intensidade de aprendizagem β	0.1
Erro de aprendizagem ϵ	0.05
Erro na criação de oferta média inicial θ	0.1
Tamanho da rede "semente" n_0	10
Nós adicionados em cada iteração c	4
Medida emergente	Valor
Grau médio $\langle k \rangle$	8
Grau mínimo k_{Min}	4
Número médio de jogadores em cada grupo $\langle N \rangle = \langle k \rangle + 1$	9
Número médio de jogos $\langle J \rangle = \langle k \rangle + 1$	9

Podemos ver na figura 7.1 o aspecto visual do grafo gerado através de uma rede criada com as especificações mencionadas, de acordo com o algoritmo Barabasi-Albert mencionado na secção 4.2. A cor mais escura e a maior dimensão de um nó significam um maior grau, para que seja intuitivo identificar os nós com muitas ligações. Podemos assim reparar na existência de poucos nós azuis de maiores dimensões e a existência de muitos nós de pequenas dimensões e cor mais clara, que significam muitos com pouco grau e poucos com muitas ligações, de acordo com as características de uma distribuição livre de escala.

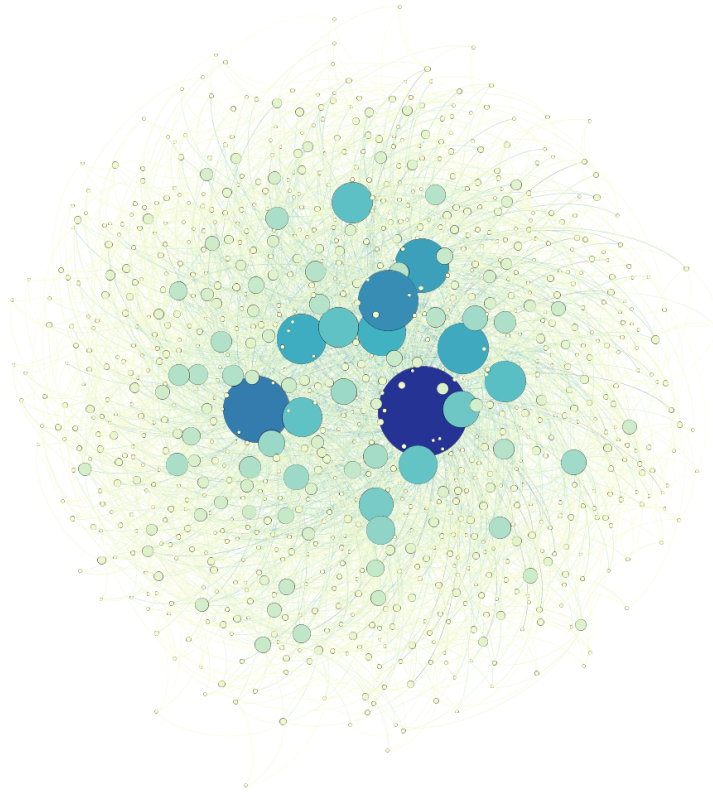


Figure 7.1: Representação em grafo de uma rede de PEH gerada pela simulação.

Da mesma rede gerámos um gráfico de distribuição em escala linear e em escala logarítmica para mostrar como a função de potência, característica da rede livre de escala é a que se adequa melhor à distribuição criada (7.2). O eixo das abcissas corresponde ao grau do nó e o das ordenadas ao total de nós na população com esse grau. Podemos ver a azul os pontos de distribuição na população e na vermelho a função de potência que se adequa aos dados.

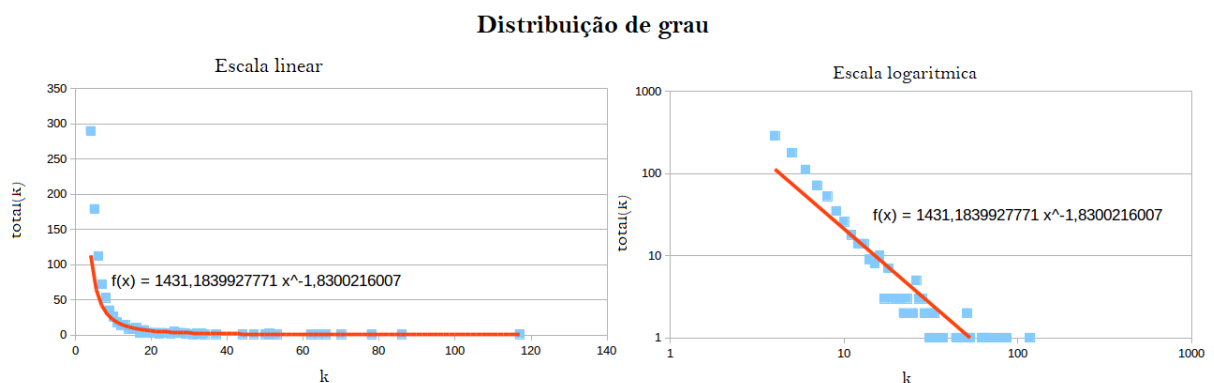


Figure 7.2: Distribuição de nós na rede respetivamente a k de uma população gerada por simulação. Escalar linear à esquerda e escala logarítmica à direita. Equação de potência a vermelho criada automaticamente a partir dos dados.

Na figura 7.3 mostramos a distribuição em percentagem relativa ao tamanho da população, com a percentagem nas ordenadas e o grau nas abcissas e podemos notar como para aproximadamente

a partir de $k > 20$ a percentagem de nós na população é perto de 0, mais uma vez exibindo uma distribuição livre de escala.

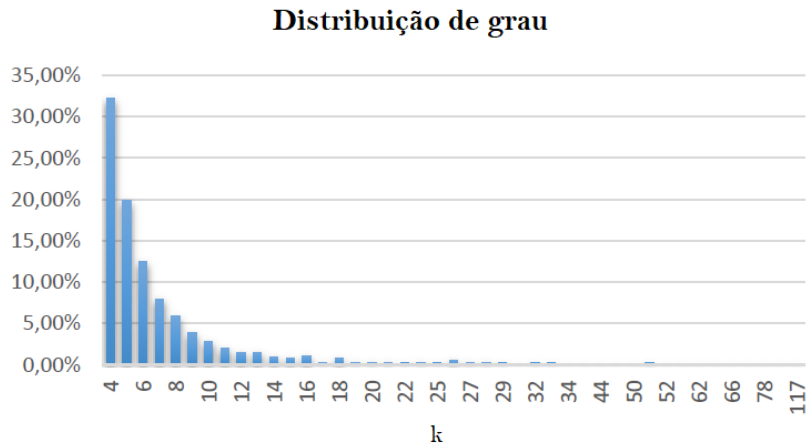


Figure 7.3: Distribuição de nós na rede pelo grau k , em percentagem relativa ao tamanho da população, a partir de uma população gerada na simulação.

7.1 Jogo de Bens Públicos

7.1.1 Análise do impacto do parâmetro de intensidade de aprendizagem β

Podemos ver na figura 7.4 o impacto do parâmetro de aprendizagem β na cooperação, para uma simulação particular escolhida aleatoriamente à esquerda e para o resultado médio obtido no conjunto de várias simulações à direita (por forma a ter uma intuição acerca da variação de resultados entre várias simulações).

Para obtermos estes resultados usamos os mesmos métodos do capítulo anterior para estudar β em populações não-estruturadas regulares (PNER) e os gráficos seguem as mesmas configurações.

É possível observar que apesar de existir aprendizagem (para valores de β adequados) esta apresenta mais erro e variação entre cada simulação que em PNER. Isto deve-se ao uso do mesmo β para a população toda, sendo que grupos com maior k apresentam um fitness superior pelo acumular de mais interações, e portanto o β deveria ser proporcional à diferença de fitness entre dois jogadores em cada momento para permitir aprendizagem sem erro.

Se calcularmos a média sobre 10 simulações os resultados mostram um padrão mais conciso e semelhantes a redes regulares: com aprendizagem a oferta média inicial apresenta tendência a decrescer.

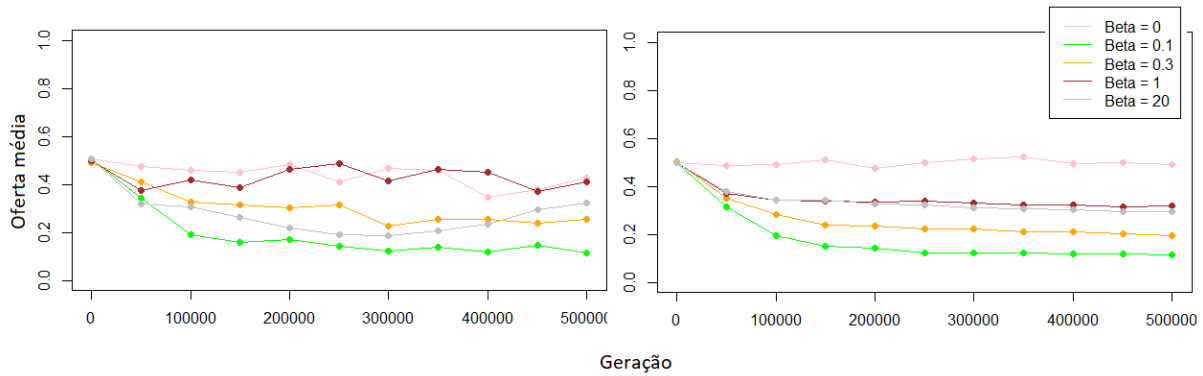


Figure 7.4: Impacto do β na cooperação ao longo de 500.000 gerações, para uma simulação aleatória à direita e sobre a média de 10 simulações distintas à esquerda. Valores de beta superiores a 0 levam a aprendizagem com intensidade proporcional ao parâmetro. Os gráficos mostram que existe variação significativa entre simulações. Estes resultados foram obtidos sobre a média de 10 simulações para cada valor de β estudado, com $M = 3$, $Z = 900$ e $\langle k \rangle = 8$

7.1.2 Análise do impacto do factor multiplicador M

Usando os mesmos métodos do capítulo anterior observamos o impacto de M na população. Sendo que a população em estudo apresenta um grau médio de 8, valores superiores de M não se adequam à maior parte da população. E sendo que o grau mínimo é 4, formalmente para que o jogo se adapte a todos os grupos da população o fator M escolhido teve que ser menor que este valor.

Podemos ver as consequências da variação de M na média das simulações na fig. 7.5 que segue as mesmas configurações das anteriores e observar uma relação proporcional entre o ponto de estagnação da oferta média e o fator M . Um M próximo do grau máximo, ≈ 110 , apresenta um ligeiro aumento na cooperação. Quanto maior for o fator multiplicador, acima do grau médio maior será o aumento de ofertas e quanto menor que k_{Min} for, maior será a redução de ofertas.

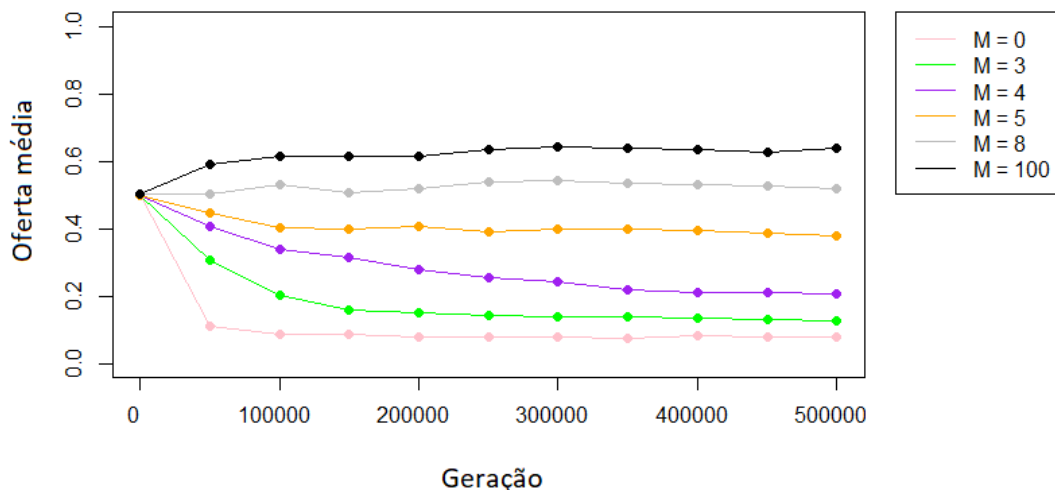


Figure 7.5: Impacto do M na cooperação ao longo de 500.000 gerações sobre a média de 10 simulações distintas. Estes resultados foram obtidos sobre a média de 10 simulações para cada valor de β estudado, com $M = 3$, $Z = 900$ e $\langle k \rangle = 8$. Para $M \ll \langle k \rangle$ a aprendizagem leva ao desaparecimento da cooperação a velocidades inversamente proporcionais a M e para $M \gg \langle k \rangle$ a cooperação aumenta. Para $M = \langle k \rangle$ a cooperação mantém-se.

7.1.3 Análise do impacto do tamanho da população Z e da oferta média inicial (OMI)

Para estudarmos Z fixamos $\beta = 0.1$, $M = 3$ e observamos o resultado de combinar $OMI \in [0.2, 0.4, 0.8]$ com $Z \in [100, 300, 900]$.

Através da análise da fig. 7.6 podemos ver os resultados. Cada linha do gráfico representa a evolução para uma destas combinações, correspondendo a uma simulação seleccionada aleatoriamente, e diferente cores realçam o Z correspondente. Podemos ver que valores pequenos de Z oferecem evoluções com mais ruído, mas que inevitavelmente a contribuição tende a desaparecer, independentemente do tamanho da população.

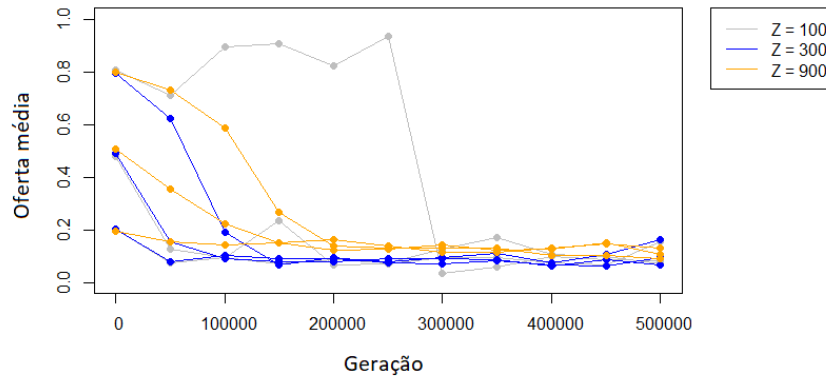


Figure 7.6: Impacto do tamanho da população Z na cooperação, para uma simulação particular seleccionada aleatoriamente para cada valor de $Z \in [100, 300, 900]$. Podemos ver como a contribuição tende a desaparecer, independentemente do tamanho da população, mas que Z menores exibem uma aprendizagem com mais erro ou ruído.

Fixando $N = 900$ notamos que a OMI decresce e de seguida aparenta estagnar-se sem no entanto chegar a 0, como pode ser visto na figura 7.7. Podemos ver na imagem à esquerda que uma simulação particular seleccionada aleatória não difere significativamente sobre a média de 10 simulações à direita, sob os parâmetros definidos. Os resultados mostram que a OMI não tem influência nas estratégias ainda que valores maiores levem a evoluções mais lentas.

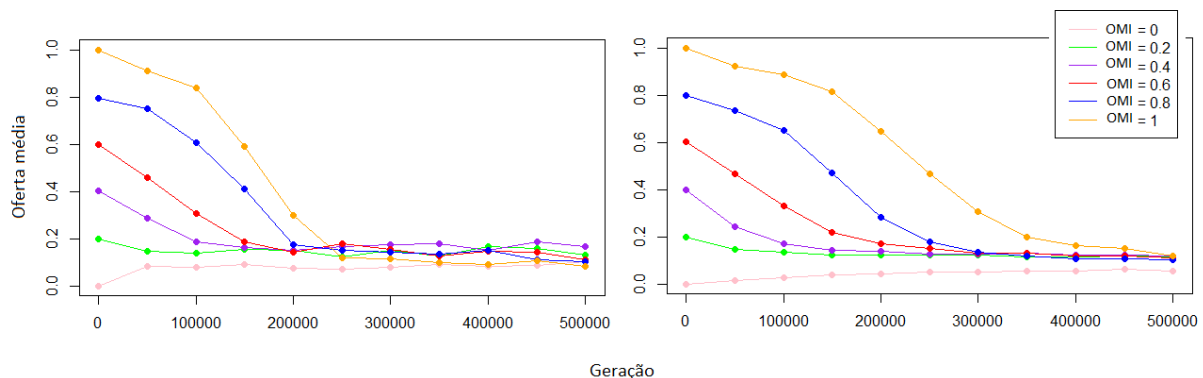


Figure 7.7: Impacto da oferta média inicial na cooperação, ao longo de 500.000 gerações para uma simulação aleatória à esquerda e calculada sobre a média de 10 simulações distintas à direita. Estes resultados foram obtidos com $M = 3$, $Z = 900$ e $\langle k \rangle = 8$ e $\beta = 0.1$. Os resultados mostram que a OMI não tem influência nas estratégias ainda que valores maiores levem a evoluções mais lentas.

7.1.4 Análise do impacto do tamanho do grupo N

A escolha do parâmetro β com base na média da rede irá levar a que jogadores com mais grau sejam mais imitados do que jogadores com menor grau, como foi visto na definição do modelo. Dado que segundo a equação 2.7, $p = \frac{1}{1+e^{\beta(\bar{f}_B-\bar{f}_A)}}$, a probabilidade de imitação para diferenças de fitness superiores às calculadas para um grupo de 8 seja perto de 1.0.

De facto como a medida do lucro é a soma absoluta de todos os jogos (ao contrário da média no modelo de redes regulares), jogadores que jogam em grupos maiores tenderam a ser mais imitados do que jogadores em grupos pequenos, independentemente da sua estratégia. Podemos ver na figura 7.8 as frequências de imitação agrupadas pelo número de vizinhos do jogador, calculadas sobre 20 simulações para cada uma das ofertas médias iniciais $\in [0, 0.1, 0.2, \dots, 1]$, ao longo de 500.000 gerações, com $\beta = 0.1$ e $M = 3$ e notar que existe uma forte tendência para que indivíduos com k superior sejam mais imitados.

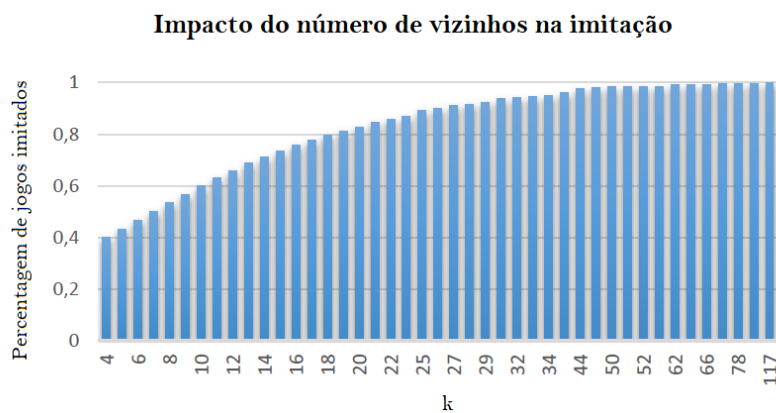


Figure 7.8: Impacto do número de vizinhos na frequência de imitação da estratégia do jogador, sobre 20 simulações para cada uma das ofertas médias iniciais $\in [0, 0.1, 0.2, \dots, 1]$, ao longo de 500.000 gerações, com $\beta = 0.1$ e $M = 3$.

Aproximadamente a partir de um grau ou número de vizinhos $k = 20$ a percentagem de imitação foi superior a 80%, sugerindo um erro na aprendizagem. No entanto, em redes livres de escala existem poucos jogadores com alto k , logo existem poucos jogadores que serão imitados independentemente da sua estratégia. Como vimos anteriormente na seção 7.2 para esse mesmo k , a frequência na população é perto de 0.

É interessante comentar as conclusões tiradas desta situação: quando a imitação se baseia na média ou "ideia" que se tem de uma população a aprendizagem é deturpada, levando a que indivíduos com alto nó sejam imitados independentemente das suas escolhas. De facto acaba por ser isso que acontece no mundo real, em que vemos sujeitos com muitas conexões a influenciarem outros, sem que estes tenham uma noção real de quanto seria o sucesso destes "influenciadores" se optassem por uma outra escolha, apenas porque têm mais sucesso do que a média da população consegue ter.

7.1.5 Análise do papel da Honra e da Vergonha na emergência da cooperação

Da análise das simulações em Jogos de Bens Públicos com Honra e Vergonha podemos concluir que ambas têm um impacto na cooperação, que é mais acentuado quando em conjunto, e existe independentemente da OMI. No entanto difere bastante dos resultados em redes não-estruturadas regulares: a honra e a vergonha oferecem um estímulo pouco conciso entre várias simulações particulares seleccionadas aleatoriamente, dada a heterogeneidade da rede e o β fixo calculado para o grau médio da rede.

Podemos ver o caso extremo em que a OMI é 0 na figura 7.9 para a média das simulações e concluir que ainda que a honra e a vergonha estimulem a cooperação, este estímulo é bastante menor que para os mesmos valores de OMI em PNER e que nunca se chega a uma oferta média de 100%, mais uma vez pelo peso que o número de vizinhos tem na imitação. Estes gráficos de cor seguem as mesmas configurações do capítulo anterior, relativamente a eixos, cores e o método de os obter.

Por forma a ter uma intuição acerca da variação de resultados entre várias simulações, comparámos o resultado médio obtido no conjunto de várias simulações com o resultado obtido numa única simulação particular, seleccionada aleatoriamente, na figura 7.10. Podemos notar como existe muita variação entre uma simulação particular escolhida aleatoriamente e a média das simulações.

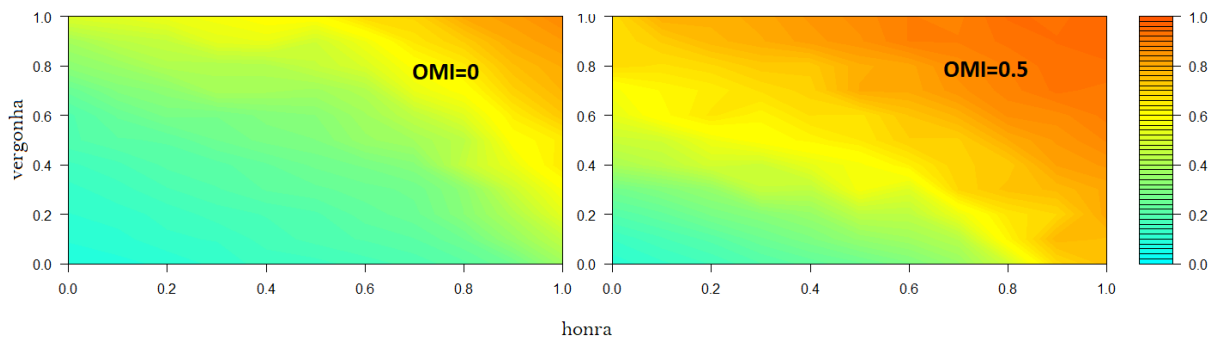


Figure 7.9: Impacto da honra e vergonha no jogo de bens públicos para OMI=0 à esquerda e OMI=0.5 à direita sobre a média de 10 simulações. A h e a v oferecem um estímulo à cooperação, ainda que bastante menor que para os mesmos valores de OMI em PNER. $M = 3$, $Z = 900$, $\langle k \rangle = 8$ e $\beta = 0.1$

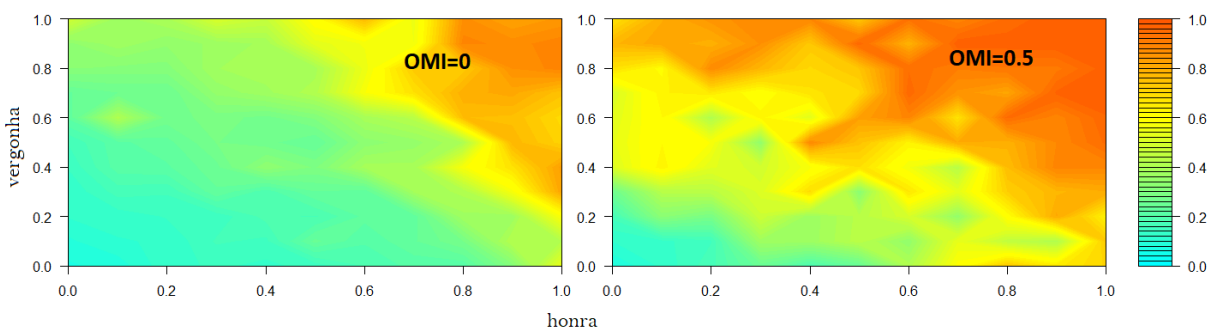


Figure 7.10: Impacto da honra e vergonha no jogo de bens públicos para OMI=0 à esquerda e OMI=0.5 à direita para uma simulação aleatória. É visível a variação dos resultados relativos ao resultado médio obtido no conjunto de várias simulações, revelando um erro superior na aprendizagem. $M = 3$, $Z = 900$, $\langle k \rangle = 8$ e $\beta = 0.1$

7.2 Jogos de Coordenação

Começamos por analisar o estado inicial do jogo de coordenação sem a aplicação da honra e vergonha. Como podemos ver na figura 7.11, que segue as mesmas configurações do mesmo gráfico no capítulo anterior, a oferta média evolui para 0 ao longo das gerações do jogo, caso seja diferente do threshold t , e caso esteja perto deste tem tendência a manter-se, para valores de t superiores a 0.5.

Estes resultados são menos lineares que nas PNER, visto que a estrutura heterogênea da população cria uma margem de erro superior na aprendizagem, o que faz com que se perca o incentivo a cooperar quando as ofertas estão perto do threshold. No entanto é visível o estímulo à cooperação para ofertas médias superiores ou próximas ao threshold, ainda que seja menor que em PNER para baixos valores de t .

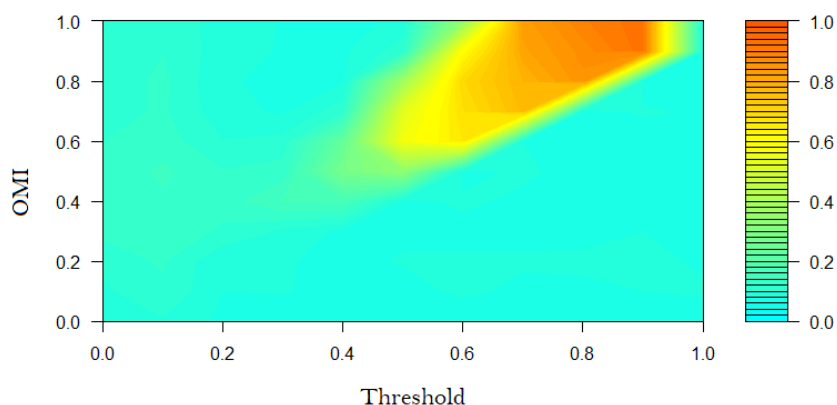


Figure 7.11: Impacto do threshold e da oferta média inicial no jogo de bens públicos, calculado sobre a média de 10 simulações. Pode-se ver como a existência de threshold t estimula a cooperação para ofertas médias superiores ou próximas ao threshold, ainda que influencie menos a cooperação que em PNER para baixos valores de t .

Esta característica pode ser vista com mais detalhe na figura 7.12, em que se pode observar que este erro leva a evoluções muito distintas nas simulações. À esquerda é possível ver que para uma simulação particular escolhida aleatoriamente com $t = 50\%$ e $OMI=0.5$ a oferta tende para 0 e à direita vemos como na média de simulações a oferta média tende a manter-se.

No entanto, mesmo na média de simulações o incentivo a manter as ofertas acima do threshold é perdido pelo erro da simulação, e vemos a curva de $OMI=1$ a chegar a 0, enquanto que $OMI=0.8$ decresce lentamente.

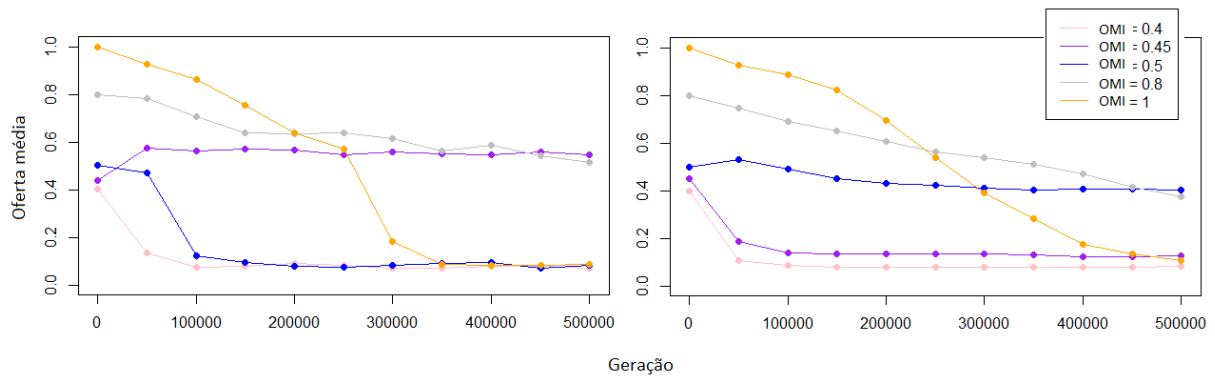


Figure 7.12: Impacto da oferta média inicial no jogo de bens públicos com threshold de 0.5 para uma simulação particular escolhida aleatoriamente à esquerda e sobre a média de 10 simulações à direita. Os resultados apresentam variação significativa entre uma simulação seleccionada aleatoriamente e o resultado médio obtido no conjunto de várias simulações. t não apresenta um estímulo coerente à cooperação

7.2.1 Análise do papel da Honra e da Vergonha na emergência da cooperação

Nesta secção iremos analisar o papel da honra h e vergonha v em dois modelos diferentes tal como no capítulo anterior. Primeiro analisamos o modelo em que aplicamos simultaneamente h e v , independentemente de se atingir o threshold e se seguida o modelo em que se aplicam exclusivamente, h é aplicado quando se atinge o threshold e v quando não se atinge e por fim comparamos os resultados entre eles.

Usamos gráficos de cor para apresentar os resultados, seguindo a estrutura dos restantes gráficos de cor, em que temos a honra e vergonha nos eixos e uma escala de verde a vermelho para representar a oferta média no final das gerações G . Obtemos os resultados de simulações particulares seleccionadas aleatoriamente, em que combinamos $t \in [0, 0.1, \dots, 0.9, 1] \times v \in [0, 0.1, \dots, 0.9, 1]$.

Análise da honra e vergonha simultâneas

Começamos por analisar o primeiro modelo, em que estudamos o impacto de aplicar a honra e vergonha independentemente de se atingir o threshold.

Os resultados mostram um impacto bastante mais acentuado na cooperação final, quando comparado com o mesmo jogo sem threshold, revelando um impacto positivo de aplicar threshold na cooperação (fig.7.13). Também é evidenciado o impacto mais forte da vergonha, mostrando que para $OMI=0$ e para combinações de $h, v = 0, 0.8$ é possível estimular a cooperação, contrariamente à honra que com valor nulo de vergonha não consegue estimular a cooperação. No entanto é visível como a honra leva a valores mais altos de cooperação.

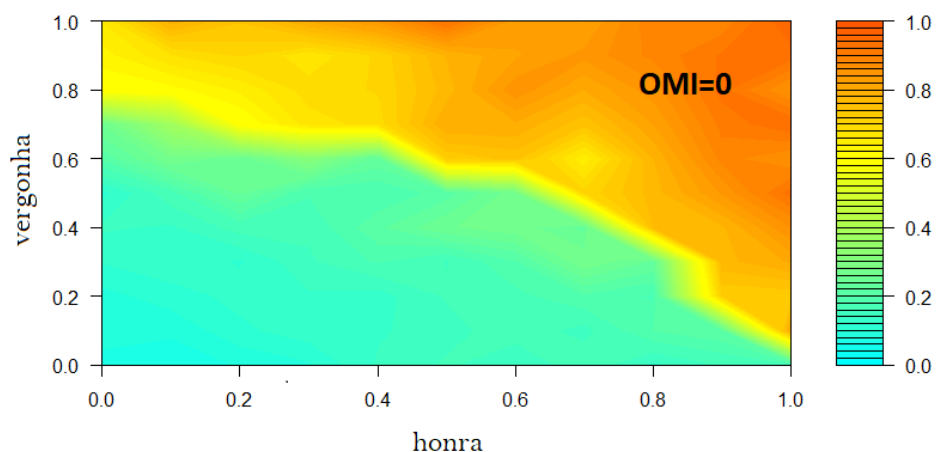


Figure 7.13: Impacto da honra e vergonha no jogo de bens públicos com $t=0.5$ e $OMI = 0$. Estes resultados foram obtidos sobre simulações selecionadas aleatoriamente para cada combinação de h e v estudado, com $M = 3$, $Z = 900$, $\langle k \rangle = 8$ e $\beta = 0.1$. Ambos os fatores h e v estimulam a cooperação, sendo mais eficazes em conjunto. v revela um impacto superior a estimular a emergência de cooperação e h garante valores mais altos de cooperação. A combinação de honra e vergonha em jogos com threshold leva a valores mais altos de comportamento altruísta que em jogos sem threshold.

Podemos ver na figura 7.14 como a cooperação evolui quando passamos de $OMI < T$ à esquerda, para $OMI \geq T$ à direita. Podemos ver que a cooperação é menos forte do que nas mesmas condições em PNER, em que os gráficos apresentavam a maior parte da área colorida a vermelho, correspondendo à cooperação máxima. Também é visível que ao contrário das PNER, quando a $OMI=t$ e a h e v não oferecem estímulo à cooperação, esta tende para 0 ao contrário de tender para t .

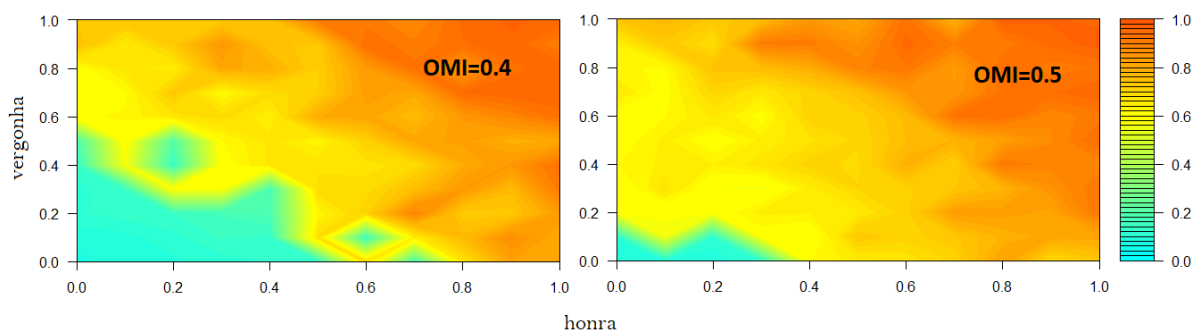


Figure 7.14: Impacto da honra e vergonha dependente do threshold t no jogo de bens públicos com $t = 0.5$ ao fim de 500.000 gerações, $OMI = 0.4$ à esquerda e $OMI = 0.5$ à direita. Estes resultados foram obtidos sobre simulações selecionadas aleatoriamente para cada combinação de h e v estudado, com $M = 3$, $Z = 900$, $\langle k \rangle = 8$ e $\beta = 0.1$. A cooperação obtida é menos intensa que em PNER. Quando $OMI=t$ e h e v não oferecem estímulo à cooperação, esta tende para 0 ao contrário de tender para t como em PNER.

Análise da honra e vergonha dependentes do threshold

De seguida analisamos os resultados para o modelo em que aplicamos a vergonha apenas se o threshold não for alcançado e a honra se for. O seu estudo mostra que quando $OMI < t$, a honra por

si só não é suficiente para estimular a cooperação tal como definido no modelo, como podemos ver na fig 7.15 que apresenta o caso extremo em que $OMI=0$. No entanto podemos ver que a honra estimula valores mais altos de cooperação.

Outro facto interessante a apontar ainda neste caso é a existência de transição para a cooperação quando a vergonha corresponde a 0.7, mesmo quando a $OMI=0$, mostrando mais uma vez um estímulo superior à cooperação em PEH do que para as mesmas condições em PNER.

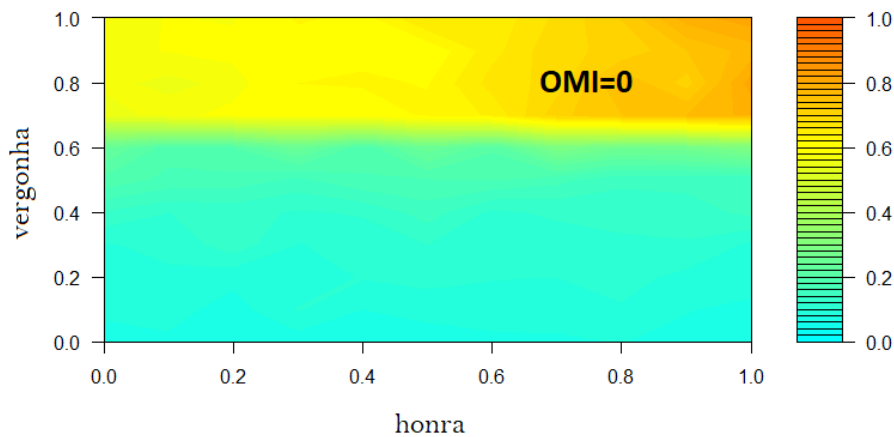


Figure 7.15: Impacto da honra e vergonha no jogo de bens públicos com $t=0.5$ e $OMI = 0$. Estes resultados foram obtidos sobre simulações selecionadas aleatoriamente para cada combinação de h e v estudado, com $M = 3$, $Z = 900$, $\langle k \rangle = 8$ e $\beta = 0.1$. Quando $OMI < t$, a honra por si só não é suficiente para estimular a cooperação, mas estimula valores mais altos de cooperação. Atingem-se valores mais elevados de cooperação em PEH quando $OMI=0$ do que em PNER.

Podemos ver na figura 7.16 como a cooperação evolui quando passamos de $OMI < t$, à esquerda, para $OMI \geq t$ à direita. Para o modelo dependente ao threshold a vergonha perde impacto (visto que não é atribuída) e é a honra que passa a garantir que a cooperação é mantida ou estimulada.

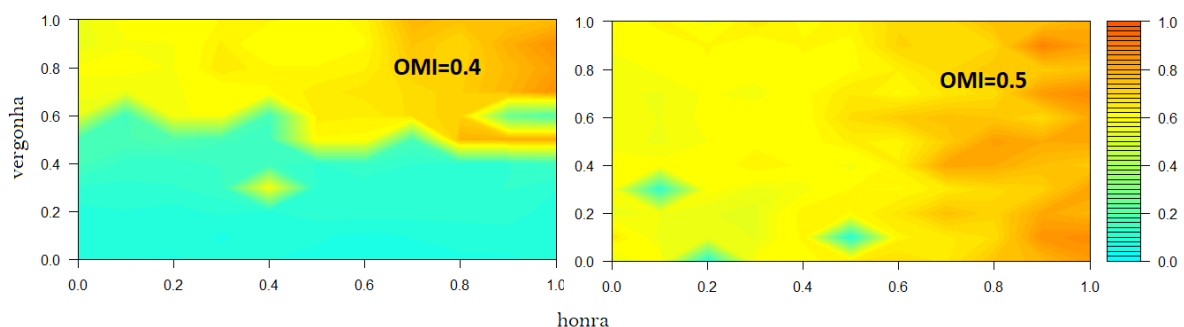


Figure 7.16: Impacto da honra e vergonha dependente do threshold t no jogo de bens públicos com $t = 0.5$ ao fim de 500.000 gerações, $OMI = 0.4$ à esquerda e $OMI = 0.5$ à direita. Estes resultados foram obtidos sobre simulações selecionadas aleatoriamente para cada combinação de h e v estudado, com $M = 3$, $Z = 900$, $\langle k \rangle = 8$ e $\beta = 0.1$. Quando se passa de $OMI < t$ para $OMI > t$ a vergonha perde impacto e é a honra que passa a garantir a cooperação. Mais uma vez é visível que a cooperação obtida é menor que em PNER para as mesmas condições.

No primeiro modelo, em que ambos os fatores existem independentemente do threshold, os resultados mostram que a cooperação alcança valores superiores para o mesmo número de gerações do que no segundo modelo, mostrando mais uma vez que em conjunto os fatores têm mais impacto.

8. *Conclusão*

Nesta secção iremos resumir as conclusões tiradas com o nosso estudo.

A honra e vergonha têm um impacto positivo na cooperação

Não existem dúvidas sobre os resultados obtidos em simulação, a honra e a vergonha têm de facto um papel importante na cooperação. Ao longo deste estudo mostrámos esse papel sobre diversos modelos e situações e as conclusões foram sempre as mesmas: quando aplicadas em conjunto tem consequências mais intensas. Seja em redes não-estruturadas regulares ou redes estruturadas heterogéneas esta observação pode ter consequências positivas na sociedade. Podemos então concluir que quando as ações de um indivíduo são do conhecimento de todos, tornando-o suscetível a sentir honra e vergonha ao ser exposto sobre o seu altruísmo relativo aos outros, então estes sentimentos podem explicar a emergência da cooperação em sociedades humanas, seja naturalmente num contexto de ações públicas ou coagida sob a forma de medidas que expõem as ações dos indivíduos.

Em jogos com um objetivo mínimo de cooperação (threshold) é visível um leve impacto superior da vergonha e na versão sem threshold é visível o efeito contrário.

Em conjunto a honra e vergonha têm mais impacto

Observámos em todas as simulações que quando existem em conjunto estes sentimentos causam um impacto muito superior na cooperação, sendo que em certos casos em separado não têm peso suficiente para estimular o comportamento altruísta. Esta conclusão tem um impacto muito importante na compreensão dos mecanismos que estimulam a cooperação, em especial pode ser usada por entidades que pretendam motivar indivíduos a cooperar num sistema. Com este estudo concluímos que é sempre preferível tomar medidas que exponham os piores e melhores contribuidores ao mesmo tempo. Podemos pensar no caso da lista pública de devedores à segurança social – causando vergonha e no sorteio da fatura da sorte da Autoridade Tributária – causando honra, que apesar de serem entidades distintas pertencem ao mesmo Estado e complementam-se, influenciando a cooperação no geral.

A existência de um objetivo mínimo de cooperação aumenta o impacto da honra e vergonha

Vimos como tanto em redes regulares como redes heterógenas a existência de um threshold, abaixo do qual todos os indivíduos não têm lucro, influencia positivamente a cooperação, levando a que quando aplicado em conjunto com a honra e a vergonha se observem valores superiores de comportamento altruísta.

Desta forma, se uma entidade tivesse que escolher um modelo para estimular a cooperação num contexto em que aplicaria honra e vergonha, seria mais eficaz aplicar um limite mínimo de cooperação para alcançar valores mais fortes de cooperação. .

É importante lembrar que nos baseamos num threshold relativo ao número de indivíduos a interagir, sob a forma da equação REF, portanto as conclusões só são válidas para esse modelo, e que estudámos apenas a cooperação para um threshold que sem honra e vergonha já influenciava a

cooperação.

O conhecimento que um indivíduo tem sobre a estrutura da população afeta a aprendizagem

Como referimos anteriormente, para a população estruturada heterógena, o modelo de aprendizagem implementado é baseado no grau médio da rede (implicando que um indivíduo não tem toda a informação sobre os outros indivíduos na rede) e relativo à diferença entre o lucro acumulado de dois indivíduos nas diversas interações que têm. Este modelo de aprendizagem levou a que indivíduos com maior grau fossem imitados quase sempre, visto que acumulam mais lucro com as suas interações, independentemente das suas decisões e do lucro que poderiam ter com outras decisões - muito à semelhança da metáfora para a vida real em que indivíduos “populares” influenciam outros indivíduos sem que eles tenham noção da situação real destes. Esta foi uma análise interessante, que levou a inserção de uma nova forma de erro na aprendizagem.

Estrutura heterogénea apresenta mais erro que estrutura homogénea

Vimos como o erro, ou ruído no gráfico de resultados era superior em redes estruturadas heterogéneas que em redes não-estruturadas regulares. Vimos também que uma possível causa para essa situação foi o erro inserido no ponto anterior, visto que indivíduos que joguem com indivíduos com maior grau afetam a evolução da rede. De uma forma geral a estrutura em rede heterogénea apresentou uma variação superior nos resultados entre uma simulação seleccionada de forma aleatória e a média dos resultados de várias simulações.

8.0.1 Trabalho Futuro

Como vimos pequenas variações nos modelos que escolhemos têm grande impacto nos resultados obtidos. Assim, para trabalho futuro consideramos as seguintes variações ao modelo:

Heterogeneidade de recursos

No nosso modelo todos os indivíduos disponham de uma quantia modelada entre [0,1] para oferecer ao pote comum, vista como uma percentagem das posses que tinham disponíveis. Desta forma, no nosso modelo as posses disponíveis foram sempre 1 para todos os indivíduos. No entanto seria interessante estudar o impacto de diferentes quantias disponíveis para os indivíduos da população, à semelhança do que acontece na realidade. Assim, poderíamos estudar um modelo em que as ofertas fossem modeladas como um real $\in [0, 1] * c_i$, sendo c_i um inteiro que varia de individuo para individuo e que modela as posses desse sujeito.

Aprendizagem

Como vimos o nosso modelo de redes heterogéneas, sem honra e vergonha convergiu para a ausência de cooperação, em contraste com o artigo *Social diversity promotes the emergence of cooperation in public goods games* de Santos et al [21]. Para estudar se isto se deveu à modelação de ofertas como um intervalo continuo ou se se deveu à aprendizagem com base no grau médio $< k >$ seria interessante estudar o mesmo modelo, mas em que a aprendizagem seria com base na diferença de fitness máxima entre dois indivíduos segundo a regra

$$p = \frac{f(B) - f(A)}{f_{Max}(B) - f_{Max}(A)} \quad (8.1)$$

em que p é a probabilidade de que A imite B .

Evolução

Uma situação que poderia estar mais perto da realidade no nosso modelo é a evolução com base na seleção de dois indivíduos aleatórios. Seria interessante estudar um modelo com estrutura heterogénea em que os dois indivíduos escolhidos estivessem conectados na rede e observar o impacto de começar em pontos com características diferentes.

Outra variante interessante seria escolher dois elementos aleatórios e se estivessem conectados usar a regra de aprendizagem referida anteriormente e caso não estivessem usar a mesma estudada no modelo, modelando a imitação com conhecimento sobre as condições reais de uma pessoa que conhecemos ou de alguém que não temos informação real (imitação de "influenciadores").

Bibliography

- [1] E. Pennisi, "How did cooperative behavior evolve?," *Science*, vol. 305, no. 5731, pp. 93–93, 2005.
- [2] G. Hardin, "The tragedy of the commons," *Science*, vol. 14, no. 3859, pp. 1243–1248, 1968.
- [3] J. S. Coleman and T. J. Fararo, "Rational choice theory," *Nueva York: Sage*, 1992.
- [4] M. Sahllins, *Stone Age Economics*. London: Routledge, 1972.
- [5] M. Godelier, *The Enigma of the Gift*. University Of Chicago Press, 1999.
- [6] H. R. Varian, *Microeconomic analysis*. Norton & Company, 1992.
- [7] C. D. Pegden, R. E. Shannon, and R. P. Sadowski, *Introduction to simulation using Siman*. McGraw-Hill, NY, 2 ed., 1990.
- [8] K. G. Binmore, *Playing Fair*, vol. 1 of *Game Theory and the Social Contract*. MIT Press, Cambridge, MA, 1994.
- [9] J. Smith, *Evolution and the Theory of Games*. Cambridge university press, 1982.
- [10] J. Hofbauer and K. Sigmund, *Evolutionary Games and Population Dynamics*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1998.
- [11] M. A. Nowak, A. Sasaki, C. Taylor, and D. Fudenberg, "Emergence of cooperation and evolutionary stability in finite populations," *Nature*, vol. 428, no. 6983, pp. 646–650, 2004.
- [12] A. Traulsen, M. Nowak, and J. Pacheco, "Stochastic dynamics of invasion and fixation," *Physical Review E*, vol. 74, no. 1, p. 011909, 2006.
- [13] M. Mitchel, *Complexity: A guided tour*. Oxford University Press, USA, 2009.
- [14] A. Barabasi and E. Bonabeau, "Scale-free networks," *Scientific American*, pp. 50–59, 2003.
- [15] D. Watts and S. Strogatz, "Collective dynamics of 'small-world' networks," *Nature*, vol. 393, no. 6684, pp. 440–442, 1998.
- [16] H. Stanley, L. Amaral, A. Scala, and M. Barthelemy, "Classes of small-world networks," *PNAS*, vol. 97, no. 21, pp. 11149–52, 2000.
- [17] M. Nowak, "Five rules for the evolution of cooperation," *Science*, vol. 314, no. 5805, pp. 1560–1563, 2006.
- [18] K. Sigmund, *The Calculus of Selfishness*. Princeton Series in Theoretical and Computational Biology, Princeton University Press, 2010.
- [19] M. Nowak and K. Sigmund, "A strategy of win-stay, lose-shift that outperforms tit-for-tat in the prisoner's dilemma game," *Nature*, vol. 364, no. 6432, pp. 56–58, 1993.

- [20] M. Nowak and K. Sigmund, "Evolution of indirect reciprocity," *Nature*, vol. 437, no. 7063, pp. 1291–1298, 2005.
- [21] F. C. Santos, M. D. Santos, and J. M. Pacheco, "Social diversity promotes the emergence of cooperation in public goods games," *Nature*, vol. 454, no. 7201, pp. 213–216, 2008.
- [22] A. Gunnthorsdottir, D. Houser, and K. McCabe, "Dispositions, history and contributions in public goods experiments," *Journal of Economic Behavior and Organization*, vol. 62, no. 2, pp. 304–315, 2007.
- [23] R. Isaac, J. M. Walker, and A. W. Williams, "Group size and the voluntary provision of public goods: Experimental evidence utilizing large groups," *Journal of Public Economics*, vol. 54, no. 1, pp. 1–36, 1994.
- [24] S. D. Levitt and J. A. List, "What do laboratory experiments measuring social preferences reveal about the real world?," *The Journal of Economic Perspectives.*, vol. 21, no. 7, pp. 153–174, 2007.
- [25] M. McGinty and G. Milam, "Public goods contribution by asymmetric agents: Experimental evidence," *Social Choice and Welfare*, vol. 40, pp. 1159–1177, 2012.
- [26] E. Fehr and K. Schmidt, "A theory of fairness, competition, and cooperation," *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 114, no. 3, pp. 817–868, 1999.
- [27] T. Fowler, J.H. and Johnson and O. Smirnov, "Egalitarian motive and altruistic punishment," *Nature*, vol. 433, p. E1, 2005.
- [28] C. Dawes, J. Fowler, T. Johnson, R. McElreath, and O. Smirnov, "Egalitarian motives in humans," *Nature*, vol. 446, no. 7137, pp. 794–796, 2003.
- [29] J. Andreoni, W. Harbaugh, and L. Vesterlund, "The carrot or the stick: Rewards, punishments, and cooperation," *The American Economic Review*, vol. 93, no. 3, pp. 893–902, 2003.
- [30] D. G. Rand, A. Dreber, T. Ellingsen, and M. A. Fudenberg, Drew; Nowak, "Positive interactions promote public cooperation," *Science*, vol. 325, no. 5945, pp. 1272–1275, 2009.
- [31] M. Sefton, R. Shupp, and J. M. Walker, "The effect of rewards and sanctions in provision of public goods," *Economic Inquiry*, vol. 45, no. 4, pp. 671–690, 2007.
- [32] K. Sigmund, C. Hauert, and M. A. Nowak, "Reward and punishment," *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 98, no. 19, pp. 10757–10762, 2001.
- [33] C. Dawes, J. Fowler, T. Johnson, R. McElreath, and O. Smirnov, "The role of egalitarian motives in altruistic punishment," *Economic Letters*, vol. 102, no. 3, pp. 192–194, 2003.
- [34] B. Beding, "The stone-age whale hunters who kill with their bare hands," *Daily Mail*, 12 April 2008.
- [35] R. Jervis, "Cooperation under the security dilemma," *World Politics*, vol. 30, pp. 167–214, 1978.
- [36] M. Taylor and H. Ward, "Chickens, whales, and lumpy goods: alternative models of public-goods provision," *Political Studies*, vol. 30, pp. 350–370, 1982.
- [37] H. Ward, "Three men in a boat, two must row: an analysis of a three-person chicken pregame," *The Journal of Conflict Resolution*, vol. 34, no. 3, pp. 371–400, 1978.

- [38] J. M. Pacheco, F. C. Santos, M. O. Souza, and B. Skyrms, "Evolutionary dynamics of collective action in n-person stag hunt dilemmas," *Proceedings of the Royal Society of London B: Biological Sciences*, vol. 276, no. 1655, pp. 315–321, 2009.
- [39] A. Kun and U. Dieckmann, "Resource heterogeneity can facilitate cooperation," *Nature communications*, vol. 4, 2013.
- [40] G. Erich, R. Helm, R. Johnson, and J. Vlissides, *Design Patterns: Elements of Reusable Object-Oriented Software*. Addison-Wesley, 1994.

