



Avaliação do Dano Acumulado em Fadiga Multiaxial Aleatória

João Henrique Gregório Lopes Caxias

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em

Engenharia Mecânica

Orientadores: Prof. Luís Filipe Galrão dos Reis Prof. Vítor Manuel Rodrigues Anes

Júri

Presidente: Prof. Paulo Rui Alves Fernandes Orientador: Prof. Luís Filipe Galrão dos Reis Vogal: Prof. Rui Fernando dos Santos Pereira Martins

Junho 2017

Agradecimentos

Gostaria de agradecer ao Professor Luís Reis pela oportunidade de realizar esta dissertação, pelo apoio e disponibilidade sempre demonstrada.

Ao Vítor Anes pela disponibilidade para esclarecimento de dúvidas e as discussões de ideias relacionadas com o tema da presente dissertação.

Queria agradecer também ao Henrique Soares pela ajuda e pela companhia durante a realização desta dissertação.

Aos meus pais, que sempre me apoiaram e nunca desistiram de mim e que sem eles não estaria aqui e à minha família, em especial ao meu primo Ricardo Melro.

Agradeço à minha namorada Laura Dias por me aturar todos estes anos, por puxar sempre por mim e por querer sempre o melhor de mim e para mim.

Aos meus amigos em especial ao Pedro Silva, ao João Silva, ao Gil Ribeiro, ao Carlos Sarmento, ao Paulo Alves e ao Pedro Balas e a todos os outros que fui fazendo ao longo da vida e que, de uma maneira ou outra, me ajudaram e estiveram lá ao longo da vida.

Resumo

Em diversas circunstâncias os sistemas e componentes mecânicos podem estar sujeitos a carregamentos complexos sem um padrão definido ao longo do tempo. Estes carregamentos podem ser de amplitude de tensão variável e actuar em mais do que uma direcção. A multiaxialidade e a variação de amplitude destes carregamentos provocam uma resposta do material, distinta da verificada em carregamentos de fadiga com amplitude de tensão constante. Em contexto de projecto, é necessário haver um método capaz de quantificar satisfatoriamente o dano que vai sendo provocado ao componente e estimar correctamente a sua vida à fadiga.

Esta dissertação tem como principal objectivo a validação do modelo *Stress Scale Factor* (SSF) aplicado em carregamentos aleatórios, após resultados promissores com blocos de carregamento simples.

No presente trabalho foi avaliada a resposta do aço 42CrMo4 quando sujeito a carregamentos multiaxiais complexos, compostos por ciclos de amplitude variável aplicados em ordem aleatória. Realizou-se posteriormente uma análise das superfícies de fractura dos provetes. A vida à fadiga foi estimada utilizando o critério SSF para carregamentos de amplitude variável, através de uma abordagem de acumulação de dano. A vida à fadiga foi também estimada pelo método Wang-Brown. Os ângulos de iniciação das fendas de fadiga foram comparados com as estimativas dos modelos de plano crítico.

Concluiu-se que o modelo de fadiga multiaxial SSF permite obter estimativas de vida à fadiga satisfatórias e melhor que as obtidas pelo método Wang-Brown, posicionando-se como um bom modelo para aplicação em carregamentos multiaxiais aleatórios.

Palavras-chave

Fadiga multiaxial Carregamentos não-proporcionais Carregamentos de amplitude variável Carregamentos aleatórios Previsão de vida à fadiga Acumulação de dano

Abstract

Mechanical components are subjected to complex loadings without a clear pattern. These loadings can have variable stress amplitudes and be applied in more than one direction. Due to the multiaxiality and the amplitude variation in these loadings, the material's response will differ from the one verified in constant amplitude loadings. In the design phase of a component, it is necessary to have a method to correctly quantify the damage done to the component and estimate its fatigue life.

Following promising results, obtained by other authors with simple loading blocks, the main objective of this thesis is to validate the Stress Scale Factor (SSF) model for random multiaxial loading conditions.

In this work, the behaviour of the 42CrMo4 steel was evaluated under complex multiaxial loadings, where cycles with different stress amplitude were applied in a random sequence and with different stress levels. After fracture, a fractographic analysis was performed. Fatigue life estimates, obtained with the SSF criterion, were compared with Wang-Brown model's estimates, where both models use a damage accumulation approach to compute fatigue life. Fatigue crack plane measurements were compared with predictions from several critical plane models.

It was concluded that the SSF criterion gives reasonable estimates, better than those obtained from Wang-Brown's method, making it a suitable method to estimate fatigue life under random multiaxial loading conditions.

Keywords

Multiaxial fatigue Non-proportional loadings Variable amplitude loadings Random loadings Fatigue life prediction Damage accumulation

Índice

Ag	radecin	nentos		i	
Re	sumo			ii	
Pa	avras-o	chave		ii	
Ab	stract			iii	
Ke	ywords			iii	
Índ	ice			iv	
Índ	ice de l	Figuras.		. vii	
Índ	ice de	Tabelas		ix	
No	mencla	tura		Х	
	Abreviaturas				
	Simb	ologia		Х	
1	Introd	dução		1	
	1.1	Enqua	dramento, Motivação e Objectivos	1	
	1.2	Estrutu	ıra do Trabalho	5	
2	Revis	são biblio	ográfica	6	
	2.1	Introdu	ıção	6	
		2.1.1	Definições	7	
	2.2	Breve evolução histórica			
	2.3	2.3 Carregamentos Proporcionais e não-proporcionais			
		2.3.1	Encruamento cíclico	. 13	
	2.4	Carreg	amentos de amplitude de tensão variável	. 15	
		2.4.1	Efeito de sequência e interacção de cargas	. 15	
		2.4.2	Influência da tensão média	. 16	
	2.5	Parâm	etros de dano em fadiga multiaxial	. 17	
		2.5.1	Critérios de tensão equivalente	. 17	
			2.5.1.1 Critério de cedência de von Mises	. 17	
			2.5.1.2 Modelo SSF	. 18	
		2.5.2		. 20	
			2.5.2.1 Modelo de Findley	. 20	
			2.5.2.2 Modelo de Brown-Miller	. 21	
			2.5.2.3 Modelo de Fatemi e Socie	. 23	
			2.5.2.4 Modelo de Smith, Watson e Topper (S-W-T)	. 24	
	26	Conter	2.5.2.5 IVIOUEIO UE N. LIU	. 20	
	2.0			. 21	
		2.0.1		. 20 20	
		2.0.2		. 29 20	
		2.0.3	vvaliy e biowii	. 30	

		2.6.4	Virtual Cycle Counting	33
		2.6.5	Extracção de blocos	
	2.7	Regras	s de acumulação de dano	35
		2.7.1	Regra de Palmgren-Miner	35
		2.7.2	Regra de Morrow	
3	Meto	dologia	Experimental	
	3.1	Introdu	ıção	
	3.2	Materia	al	
	3.3	Provet	es	
	3.4	Equipa	amento utilizado	38
		3.4.1	Máquina de ensaios biaxial	39
	3.5	Metod	ologia experimental	40
		3.5.1	Caracterização estática	40
		3.5.2	Ensaio de dureza	40
		3.5.3	Ensaios em controlo de carga com diferentes trajectórias de carga	40
			3.5.3.1 Carregamentos 1 e 2: Estrela Aleatória 1 e 2 (ER1 e ER2)	41
			3.5.3.2 Carregamento 3: FALSTAFF modificado (FSm)	42
		3.5.4	Análise das superfícies de fractura	45
4	Análise do dano acumulado			46
	4.1	Introdu	ıção	46
		4.1.1	Input vs Output	46
		4.1.2	Implementação dos modelos	47
		4.1.3	Identificação dos provetes na apresentação de resultados	48
	4.2	Ensaio de Dureza		48
	4.3	Resultados dos ensaios em controlo de carga		48
	4.4	Result	ados da acumulação de Dano	50
		4.4.1	Resultados do modelo SSF	50
			4.4.1.1 Influência da extracção de blocos	60
		4.4.2	Resultados do modelo Wang Brown	62
5	Análise das Superfícies de Fractura			67
	5.1	Introdu	ıção	67
	5.2	Orientação inicial da fissura – Resultados Experimentais		68
		5.2.1	Carregamento ER1	68
		5.2.2	Carregamento ER2	69
		5.2.3	Carregamento FSm	
	5.3	Orienta	ação inicial da fissura – estimativas dos modelos teóricos	
6	Conc	lusões .		74
	6.1	Valida	de do modelo SSF	74
	6.2	Anális	e das superfícies de fractura	

	6.3	Propostas de futuros desenvolvimentos	. 75
Refe	erência	as	. 77
Ane	xos		. 82
	A.1 S	Script para gerar o carregamento ER	. 82
	A.2 F	unção de calculo do valor do parâmetro ssf	. 83
	A.3 F	unção para o método de contagem de ciclos vcc	. 83
	A.4 F	unção para o método de extracção de blocos	. 84
	A.5 S	equência de ângulos (em graus) gerada para o carregamento ER1	. 86
	A.6 S	equência de ângulos (em graus) gerada para o carregamento ER2	. 87

Índice de Figuras

FIGURA 1.1: S	SUPERFÍCIE DE FRACTURA DE UM PARAFUSO DE UNIÃO DE UM ATRELADO [1]
FIGURA 1.2: II	MAGEM DO ACIDENTE FERROVIÁRIO NA ALEMANHA (ESQUERDA) E PORMENOR DO BOGIE QUE SE
	SOLTOU DA CARRUAGEM (DIREITA), [2]
FIGURA 1.3: S	SUPERFÍCIE DE FRACTURA DE UMA RODA DE COMBOIO [3].
FIGURA 2.1: C	CARREGAMENTO CÍCLICO (ADAPTADO DE [13])7
FIGURA 2.2: C	CARREGAMENTO PROPORCIONAL [14]
FIGURA 2.3: C	CARREGAMENTO NÃO PROPORCIONAI [14].
FIGURA 2.4: \	/ÁRIAS TRAJECTÓRIAS DE CARREGAMENTO PROPORCIONAIS (A, B E C) E NÃO-PROPORCIONAIS
	(RESTANTES) [34] 13
FIGURA 2.5	FENÓMENO DE ENCRUAMENTO CÍCLICO EM A) CARREGAMENTO PROPORCIONAL E B)
	CARREGAMENTO DESEASADO 90° ADAPTADO DE [14]
FIGURA 2 6. S	EOLIÊNCIA DE CARGAS EM FLINCÃO DO TEMPO: A) REVERSÕES COMPLETAS E B) SEMI-REVERSÕES
1100114 2.0.0	
FIGURA 27.	A) TRAJECTÓRIAS DE CARGA CONSIDERADAS RARA DETERMINAR O SEE B) SUPEREÍCIE DE
1100KA 2.7.	PECPESSÃO DO SSE DADA O ACO 42CPMO4 [34] 10
	$\frac{19}{15}$
FIGURA 2.0. F	ENDAS DO TIPO A (A ESQUERDA) E DO TIPO D (A DIREITA) [15].
FIGURA 2.9. D	ASE FISICA DO MODELO PROPOSTO POR FATEMI E SOCIE [20]
FIGURA 2.10:	
FIGURA 2.11:	ENERGIAS DE DEFORMAÇÃO: ELASTICA E PLASTICA [24]
FIGURA 2.12:	CARREGAMENTO UNIAXIAL COM AMPLITUDE DE TENSÃO VARIAVEL (A) E A CURVA HISTERESE
	CORRESPONDENTE (B) [59]
FIGURA 2.13:	METODOLOGIA DA PROPOSTA POR BANNANTINE E SOCIE PARA ESTIMAR O DANO DE UM BLOCO
	DE CARREGAMENTO [34]
FIGURA 2.14:	ETAPAS DO MÉTODO DE CONTAGEM DE CICLOS PROPOSTO POR WANG E BROWN (RETIRADO E
	CORRIGIDO DE [34]
FIGURA 2.15:	ETAPAS DO MÉTODO DE CONTAGEM DE CICLOS VCC [30]
FIGURA 2.16:	EXTRACÇÃO DE BLOCOS A PARTIR DA HISTÓRIA DE CARREGAMENTO DA TENSÃO DE CORTE
	EQUIVALENTE SSF [34]
FIGURA 3.1: D	IMENSÕES E GEOMETRIA DOS PROVETES UTILIZADOS NOS ENSAIOS EXPERIMENTAIS (DIMENSÕES
	EM MILÍMETROS)
FIGURA 3.2: N	IÁQUINA DE ENSAIOS INSTRON 8874
FIGURA 3.3: T	RAJECTÓRIAS MULTIAXIAIS DE FADIGA EM CONTROLO DE CARGA: A) CARREGAMENTO ESTRELA;
	B) CARREGAMENTO FALSTAFF (MODIFICADO) [55]40
FIGURA 3.4: N	JÚMERO DE RAMOS DA SEQUÊNCIA DE CARREGAMENTO POR VALOR DE ÂNGULO (EM RADIANOS)
FIGURA 3.5: P	RIMEIROS 20 RAMOS DO CARREGAMENTO GERADO (ER1)
FIGURA 3.6: P	RIMEIROS 20 RAMOS DO CARREGAMENTO GERADO (ER2)
FIGURA 3.7: S	EQUÊNCIA COMPLETA DE CARREGAMENTO FALSTAFF43
FIGURA 3.8: S	EQUÊNCIA FALSTAFF EM DETALHE (PRIMEIROS 200 PONTOS)
FIGURA 3.9: I	DISTRIBUIÇÃO % DOS PONTOS DO ESPECTRO EM INTERVALOS DE CARGA E A PERCENTAGEM
	ACUMULADA
FIGURA 3.10:	MATRIZ RAINFLOW DO ESPECTRO FALSTAFF
FIGURA 3.11:	REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA MATRIZ RAINFLOW OBTIDA PARA O CARREGAMENTO FINAL.
	DISTRIBUIÇÃO GAMA DE CICLOS E RESPECTIVAS TENSÕES MÉDIAS
FIGURA 3.12:	CARREGAMENTO FINAL, DESIGNADO EM DIANTE POR FALSTAFF MODIFICADO (FSM) 45
FIGURA 4.1: T	RAJECTÓRIA DE CARGA DO CARREGAMENTO A) ER1 F B) ER2. NO PLANO DE TENSÕES DE VON
	MISES
FIGURA 4.2: T	RAJECTÓRIA DE CARGA DO CARREGAMENTO FSM NO PLANO DE TENSÕES DE VON MISES 47

FIGURA 4.3: CORRELAÇÃO DA VIDA À FADIGA PARA OS VÁRIOS CARREGAMENTOS ANALISADOS: CONTAGI	EM DE
CICLOS PELO MÉTODO VCC.	52
FIGURA 4.4: CORRELAÇÃO DA VIDA À FADIGA PARA OS VÁRIOS CARREGAMENTOS ANALISADOS: CONTAGI	EM DE
FIGURA 4 5: DANO ACUMULADO DOS VÁRIOS CARREGAMENTOS LITUIZANDO O MÉTODO VCC PARA A CONT	
DE CICLOS.	54
FIGURA 4.6: DANO ACUMULADO DOS VÁRIOS CARREGAMENTOS. UTILIZANDO O MÉTODO VCC PARA A CONT	AGEM
DE CICLOS	55
FIGURA 4.7: CICLOS CONTABILIZADOS POR BLOCO EXTRAÍDO PARA O CARREGAMENTO FSM: MÉTODOS N	/CC (À
ESQUERDA) E RAINFLOW (À DIREITA)	57
FIGURA 4.8: DANO DE MINER POR BLOCO EXTRAÍDO DO CARREGAMENTO FSM, PARA DIFERENTES MÉTOD	OS DE
CONTAGEM DE CICLOS: VCC (À ESQUERDA) E RAINFLOW (À DIREITA)	57
FIGURA 4.9: TENSÃO SSF MÁXIMA EM CADA UM DOS BLOCOS EXTRAÍDOS DO ESPECTRO DA TENSÃO DE O	ORTE
EQUIVALENTE SSF PARA O CARREGAMENTO FSM.	57
FIGURA 4.10: NÚMERO DE CICLOS POR BLOCO EXTRAÍDO PARA O CARREGAMENTO ER1	58
FIGURA 4.11: DANO DE MINER POR BLOCO EXTRAÍDO DO CARREGAMENTO ER1, PARA DIFERENTES MÉT	ODOS
DE CONTAGEM DE CICLOS: VCC (À ESQUERDA) E RAINFLOW (À DIREITA)	58
FIGURA 4.12: TENSÃO SSF MÁXIMA EM CADA UM DOS BLOCOS EXTRAÍDOS DO ESPECTRO DA TENSÃO DE O	ORTE
EQUIVALENTE SSF PARA O CARREGAMENTO ER1	58
FIGURA 4.13: NÚMERO DE CICLOS POR BLOCO EXTRAÍDO PARA O CARREGAMENTO ER2	59
FIGURA 4.14: DANO DE MINER POR BLOCO EXTRAÍDO PARA O CARREGAMENTO ER2	59
FIGURA 4.15: TENSÃO SSF MÁXIMA EM CADA UM DOS BLOCOS EXTRAÍDOS DO ESPECTRO DA TENSÃO DE O	ORTE
EQUIVALENTE SSF PARA O CARREGAMENTO ER2	59
FIGURA 4.16: INFLUÊNCIA DA EXTRACÇÃO DE BLOCOS NO ERRO RELATIVO (EM PERCENTAGEM)	61
FIGURA 4.17: CORRELAÇÃO DE VIDA À FADIGA PÊLOS MÉTODOS A) WANG-BROWN E B) SSF	64
FIGURA 4.18: COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DA ACUMULAÇÃO DE DANO PARA OS MÉTODOS W-B E SSI	- сом
AS REGRAS DE ACUMULAÇÃO DE DANO DE MINER E MORROW, PARA OS CARREGAMENTOS	ER1,
ER2 E ENR	65
FIGURA 4.19: COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DA ACUMULAÇÃO DE DANO PARA OS MÉTODOS W-B E SSI	- COM
AS REGRAS DE ACUMULAÇÃO DE DANO DE MINER E MORROW, PARA O CARREGAMENTO FS	м. 65
FIGURA 5.1: ORIGEM DA FENDA E RESPECTIVO ÂNGULO DO PROVETE ER1-523.	68
FIGURA 5.2: ORIGEM DA FENDA E RESPECTIVO ÂNGULO DE INICIAÇÃO DO PROVETE ER1-529.	68
FIGURA 5.3: ORIGEM DA FENDA E RESPECTIVO ÂNGULO DO PROVETE ER2-497.	69
FIGURA 5.4: ORIGEM DA FENDA E RESPECTIVO ÂNGULO DO PROVETE ER2-530.	69
FIGURA 5.5: ORIGEM DA FENDA E RESPECTIVO ÂNGULO DO PROVETE ER2-505.	69
FIGURA 5.6: ORIGEM DA FENDA E RESPECTIVO ÂNGULO DO PROVETE FSM-546.	70
FIGURA 5.7: ORIGEM DA FENDA E RESPECTIVO ÂNGULO DO PROVETE FSM-488.	70
FIGURA 5.8: EVOLUÇÃO DO PARÂMETRO DE FINDLEY NOS DIFERENTES PLANOS DE PROJECÇÃO PAR	RA AS
TRAJECTÓRIAS DE CARGA	71
FIGURA 5.9: EVOLUÇÃO DO PARÂMETRO DE BROWN-MILLER NOS DIFERENTES PLANOS DE PROJECÇÃO PA	RA AS
TRAJECTÓRIAS DE CARGA	71
FIGURA 5.10: EVOLUÇÃO DO PARÂMETRO DE S-W-T NOS DIFERENTES PLANOS DE PROJECÇÃO PAR	RA AS
TRAJECTÓRIAS DE CARGA	71
FIGURA 5.11: EVOLUÇÃO DO PARÂMETRO DE F-S NOS DIFERENTES PLANOS DE PROJECÇÃO PAR	RA AS
TRAJECTÓRIAS DE CARGA.	72
FIGURA 5.12: EVOLUÇÃO DO PARÂMETRO DE LIU I NOS DIFERENTES PLANOS DE PROJECÇÃO PAR	RA AS
TRAJECTÓRIAS DE CARGA.	72
FIGURA 5.13: EVOLUÇÃO DO PARÂMETRO DE LIU II NOS DIFERENTES PLANOS DE PROJECÇÃO PAR	RA AS
TRAJECTÓRIAS DE CARGA	72

Índice de Tabelas

TABELA 3.1: COMPOSIÇÃO QUÍMICA DO AÇO 42CRMO4, EM % DE COMPONENTE/UNIDADE DE PESO [24] 37
TABELA 3.2: PROPRIEDADES MECÂNICAS DO AÇO 42CRMO4 [24]. 37
TABELA 3.3: PROPRIEDADES CÍCLICAS DO AÇO 42CRMO4 [24]. 37
TABELA 4.1: RESULTADOS OBTIDOS NO ENSAIO DE DUREZA. 48
TABELA 4.2: RESUMO DE TENSÕES E NÚMERO DE REPETIÇÕES DE CADA SEQUÊNCIA ATÉ À FRACTURA 49
TABELA 4.3: RESULTADOS DETALHADOS DA APLICAÇÃO DO MODELO SSF
TABELA 4.4: RESULTADOS DA ACUMULAÇÃO DE DANO UTILIZANDO OS MÉTODOS DE CONTAGEM VCC ERAINFLOW, EM CONJUNTO COM O MÉTODO DE EXTRACÇÃO DE BLOCOS
TABELA 4.5: INFLUÊNCIA DO MÉTODO DE EXTRACÇÃO DE BLOCOS NA PREVISÃO DA VIDA À FADIGA60
TABELA 4.6: RESULTADOS DO MÉTODO DE ACUMULAÇÃO DE DANO DE WANG-BROWN
TABELA 5.1: RESUMO COMPARATIVO DOS RESULTADOS TEÓRICOS COM OS EXPERIMENTAIS NA PREVISÃO DOPLANO CRÍTICO DE INICIAÇÃO DE FISSURAÇÃO POR FADIGA MULTIAXIAL.73

Nomenclatura

Abreviaturas

AISI	"American Iron and Steel Institute"
ASME	"American Society of Mechanical Engineers"
ASTM	"American Society for Testing and Materials"
B-M	"Brown-Miller"
B-S	"Bannantine-Socie"
F-S	Fatemi-Socie
HCF	"High Cycle Fatigue" - Fadiga a elevado número de ciclos
MEC	Menor Elipse Circunscrita
MCC	Menor Círculo Circunscrito
SAE	"Society of Automotive Engineers"
SAR	Stress amplitude ratio
S-N	Curva Tensão-Vida
ssf	Parâmetro Stress scale factor
SSF	Critério Stress Scale Factor
S-W-T	"Smith-Watson-Topper"
VCC	Virtual Cycle Counting
W-B	"Wang-Brown"

Simbologia

Parâmetros da linha de tendência dos resultados S-N experimentais
Expoente de resistência à fadiga
Expoente de resistência à fadiga em torção
Expoente de ductilidade à fadiga
Expoente de ductilidade à fadiga em torção
Coeficiente da lei de Paris
Velocidade de propagação da fenda
Módulo de elasticidade
Módulo de elasticidade transversal
Dureza de Vickers
Coeficiente de resistência monotónico
Variação do factor de intensidade de tensão
Coeficiente de resistência cíclica
Expoente da lei de Paris

n	Expoente de endurecimento monotónico
n'	Expoente de endurecimento cíclico
Ν	Número de ciclos
N _f	Número de ciclos à rotura
2 <i>N</i> _f	Número de reversões à rotura
R	Razão de tensões
t	Tempo
Т	Período
W	Energia
W ^e	Energia elástica
W^p	Energia plástica
ΔW	Energia total de deformação
ΔW_I	Energia axial
ΔW_{II}	Energia ao corte
α	Constante de encruamento adicional
ε	Extensão normal
\mathcal{E}_n	Extensão normal num plano
$\mathcal{E}_{\chi}, \mathcal{E}_{y}, \mathcal{E}_{z}$	Extensões normais no sistema de coordenadas x-y-z
$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$	Extensões normais principais
${\mathcal E}'_f$	Coeficiente de ductilidade à fadiga
$\Delta \varepsilon$	Gama de extensão/deformação
γ	Distorção/Extensão de corte
$\Delta \gamma$	Gama de distorção ou de deformação ao corte
$\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}$	Distorções no sistema de coordenadas x-y-z
$\Delta \gamma_{xy}, \Delta \gamma_{yz}, \Delta \gamma_{xz}$	Gama de distorções no sistema de coordenadas x-y-z
$\gamma_{12},\gamma_{23},\gamma_{13}$	Distorções principais
γ'_f	Coeficiente de ductilidade cíclica à torção
ν	Coeficiente de Poisson
ν'	Coeficiente de Poisson efectivo
$\sigma, \Delta \sigma$	Tensão, (gama de)
σ_a	Amplitude de tensão normal
σ_y	Tensão de cedência
$\sigma_{eq.}$, $\Delta\sigma_{eq.}$	Tensão equivalente, (gama)

σ_{fl} ,	Tensão limite de fadiga em tracção-compressão
σ'_f	Coeficiente de resistência à fadiga
σ_{max}	Tensão normal máxima
σ_{med}	Tensão normal média
σ_{min}	Tensão normal mínima
σ_r	Tensão rotura
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Tensões normais no sistema de coordenadas x-y-z
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Tensões normais principais
τ, Δτ	Tensão de corte, (gama)
$ au_a$	Amplitude da tensão de corte
$ au_{fl}$	Tensão limite de fadiga em torção alternada
$ au_m$	Tensão de corte média
$ au'_f$	Coeficiente de resistência à fadiga em torção
$ au_{eq.,SSF}$	Tensão de corte equivalente pelo critério SSF
$ au_{xy}, au_{yz}, au_{xz}$	Tensões de corte no sistema de coordenadas x-y-z

1 Introdução

1.1 Enquadramento, Motivação e Objectivos

Ao longo do seu ciclo de vida, um componente é sujeito a várias solicitações que podem ser do tipo estáticas, com carga constante ao longo do tempo, ou dinâmicas, onde o carregamento é variável ao longo do tempo. Esta variação contínua de esforços aplicados ao componente ao longo do tempo pode levar a que se origine uma fenda. Com o acumular dos ciclos de carregamento realizados, e dependendo da amplitude destes carregamentos, esta fenda pode aumentar de tamanho. O aumento da fenda vai provocar uma diminuição gradual (à medida que a fenda aumenta de dimensão) da área resistente do material que por sua vez provoca um aumento da tensão aplicada nessa secção do componente. A certa altura, esta área atinge uma dimensão crítica e, não tendo resistência para suster as solicitações aplicadas, o componente fractura. Desta fractura pode resultar, nos casos mais graves, a destruição completa do sistema mecânico ao qual o componente pertence. As consequências destas fracturas podem, inclusive, levar à perda de vidas. A este tipo de evento dá-se o nome de falha por fadiga.

Ao contrário da fractura por cargas estáticas, que ocorre após uma certa quantidade de deformação plástica (permanente) e, portanto, visível e de fácil observação, o processo de fractura à fadiga processa-se de maneira silenciosa. Sem uma inspecção cuidada e frequente do componente, que permita identificar e monitorizar o seu crescimento, as fendas podem progredir até proporcionar a fractura do componente.

Ao longo da história ocorreram inúmeros acidentes como resultado de falha por fadiga de componentes. Como geralmente acontece os mais mediáticos são aqueles que, infelizmente, resultam em perdas de vidas humanas, além dos danos económicos associados. As falhas por fadiga podem resultar de inúmeras causas, desde um mau dimensionamento de um componente, incumprimento de boas praticas de acondicionamento, manutenção ou montagem do componente ou conjunto de componentes ou resultar de influências externas, como fenómenos ambientais. Muitas vezes a falha por fadiga acaba por ser o resultado da acumulação de vários factores externos ao carregamento de fadiga aplicado, provocando a falha precoce e inesperada do componente. Um caso exemplificativo desta situação é o de um desastre rodoviário ocorrido na Argentina onde um atrelado (que se separou da carrinha) embateu frontalmente num autocarro e cuja análise forense de engenharia encontra-se publicada em revista [1]. Na análise forense, determinou-se que a causa directa do acidente se deveu a uma "falha mecânica por propagação de fenda de fadiga" [1]. O componente que fracturou foi um parafuso que fazia a ligação da carrinha ao atrelado, ilustrado na Figura 1.1.



Figura 1.1: Superfície de fractura de um parafuso de união de um atrelado [1].

Procurou-se então determinar o que levou à fractura precoce do parafuso, e concluiu-se que o parafuso sofreu um processo de degradação repentino motivado por cargas cíclicas e desgaste intensificado por uma má montagem do conjunto de acoplamento do atrelado à carrinha que proporcionou a propagação de uma fenda pré-existente [1].

Outro exemplo de acidente motivado por dano de fadiga foi o desastre ferroviário ocorrido em 1998 na Alemanha, ver Figura 1.2. O desastre em questão resultou na perda de 100 vidas e provocou ferimentos em mais de 100 passageiros. Como causa do acidente concluiu-se que este se deveu à fractura por dano de fadiga da roda de um dos rodados da primeira carruagem.



Figura 1.2: Imagem do acidente ferroviário na Alemanha (esquerda) e pormenor do bogie que se soltou da carruagem (direita), [2].

A inspecção visual da superfície de fractura deste componente, observável na Figura 1.3, revela desde logo as bandas de escorregamento, um claro sinal de que a fractura ocorreu por fadiga. Constata-se também que a fenda propagou-se livremente até esta alcançar cerca de 80% da área de secção da roda, ocorrendo depois a fractura.



Figura 1.3: Superfície de fractura de uma roda de comboio [3].

Como consequência deste desastre, para além das vitimas, ocorreram elevados danos materiais e económicos, pois todo o material ficou inutilizável, como a circulação teve de ser interrompida. A estes custos há que acrescentar as despesas associadas à investigação do acidente e indemnizações posteriormente pagas às vitimas. Este caso específico torna-se interessante na medida em que embora a causa do desastre tenha sido determinada, o fenómeno que originou o aparecimento de uma fissura na roda não foi determinado. Em ensaios laboratoriais só foi possível reproduzir a fractura com cargas sete vezes superiores às cargas nominais na ausência de defeitos que não foram detectados na roda que fracturou. Não obstante do vazio de conclusões sobre a causa da fenda foram feitas varias recomendações para o dimensionamento em projecto deste tipo de componentes e de melhorias na regulamentação [3].

No sector da aviação, onde cada acidente aéreo grave pode levar à perda de mais de 100 pessoas, a falha por fadiga é uma das principais causas de falhas de componentes de aviões [4]. Em 1984, num estudo onde é realizado um levantamento de acidentes aéreos envolvendo aviões, ocorridos desde 1927 [5], os investigadores alegam que em 1855 acidentes aéreos dos quais há registos (até ao ano de publicação do referido inquérito), 1466 acidentes deveram-se a falha por fadiga. Destes acidentes resultaram, no total, 1861 vítimas mortais. O número de incidentes, devidos à fadiga mecânica, será bastante superior, dado que não foram considerados incidentes sem vitimas mortais.

Os casos acima mencionados são apenas uma "gota no oceano" dos acidentes motivados por fadiga mecânica. Uma vez ocorridas as falhas seguem-se as devidas diligências de modo a compreender o porquê da ocorrência das mesmas e regra geral resultam num aumento da rigidez das regulamentações a respeitar para certo componente poder ser posto em serviço, implementação ou melhoramento de procedimentos de manutenção, recomendações para projecto, aumento dos factores de segurança, etc. Com o evoluir das tecnologias de fabrico e o aumento do controlo de qualidade já é possível produzir componentes com o mínimo de defeitos possíveis ou que, pelo menos, não ponham em causa a sua integridade estrutural. Porém mesmo com essa (quase) perfeição, alcançada em indústrias como a aeroespacial ou da aviação, não é suficiente. As falhas não acontecem sem que algo as proporcione. Em serviço serão sempre introduzidos defeitos no componente, seja por má manutenção, má montagem ou outros factores ambientais [6]. Por isso, é importante efectuar vistorias,

regularmente, de modo a identificar defeitos introduzidos no material e conceber mecanismos de modo a monitorizar as fendas, para que se possa efectuar a devida manutenção antes que ocorra uma propagação da fenda tal que leve à fractura do componente, algo que, pontualmente, já é realizado [7][8], ou até mecanismos de contabilização de dano acumulado em tempo real.

O dimensionamento de componentes à fadiga, a avaliação de dano acumulado em tempo real ou a percepção de quão crítico é o comprimento de uma fenda nunca será eficaz, e eficiente, senão se tiver uma plena noção dos mecanismos de dano por fadiga. Embora para fadiga uniaxial ou carregamentos estáticos este conhecimento seja hoje amplo, na fadiga multiaxial é ainda diminuto sendo que, quando se trata de carregamentos aleatórios não proporcionais e com amplitude de tensão variável (i.e. carregamentos reais e, portanto, complexos) não existem até hoje, consensualmente, modelos que consigam prever a vida à fadiga ou avaliar o dano acumulado, de forma segura, uma vez que as combinações de variáveis envolvidas (material, carregamento, plasticidade cíclica, etc.) neste tipo de carregamentos são imensas e existem certos fenómenos de plasticidade que não são ainda bem compreendidos ou de explicação consensual. O teste de componentes com carregamentos reais é fundamental de modo a avaliar com exactidão quais os componentes ou secções do componente críticas [9], mas para essa avaliação ser precisa e fidedigna é necessário que haja modelos capazes de caracterizar o comportamento mecânico do material e do componente guando sujeito a esse tipo de solicitações assim como a contabilização do dano causado por esses carregamentos, algo que ainda não é conseguido de uma forma coerente para diferentes materiais e para diferentes condições de carregamento [12].

Sendo a compreensão dos fenómenos associados à fadiga multiaxial de elevada inquestionável pertinência justifica-se a realização da presente Dissertação, a qual se propõe a alcançar os seguintes objectivos:

- Avaliar o estado da arte do estudo da fadiga multiaxial com o objectivo de compreender o que já foi investigado sobre o tema, o conhecimento actual e suas lacunas, os fenómenos associados à fadiga multiaxial e os modelos existentes e a forma como estes lidam com esses mesmos fenómenos na contabilização do dano acumulado, na previsão de vida à fadiga e na previsão do plano de iniciação da fissura.
- Obter experiência laboratorial, executa-la com o maior rigor possível.
- No seguimento de ensaios realizados por outros autores, avaliar o comportamento mecânico do aço 42CrMo4 quando solicitado a diferentes trajectórias de carga de natureza aleatória.
- Compreender a base da formulação teórica do modelo SFF e do método de contagem de ciclos vcc e avaliar o seu desempenho em carregamentos complexos de natureza aleatória.
- Compreender, implementar e comparar, com o modelo SSF, outras abordagens para análise da vida à fadiga de carregamentos multiaxiais de amplitude de tensão variável.

- Compreender e aplicar os modelos de previsão do plano crítico em carregamentos de natureza aleatória e aferir a sua performance.
- Propor as directrizes de desenvolvimento futuro para o modelo SFF de modo a tornalo mais abrangente e fiável.

1.2 Estrutura do Trabalho

A presente Dissertação apresenta a seguinte estrutura:

- No Capítulo 1 é introduzido o conceito de fadiga e é feito o seu enquadramento num contexto real com alguns exemplos de modo a salientar a importância que o estudo da fadiga representa para a humanidade. São também definidos os objectivos do trabalho, a motivação de alcançar tais objectivos e ainda a estruturação do mesmo.
- No Capítulo 2 é realizada a revisão do estado da arte da fadiga multiaxial iniciando-se o capítulo com um breve resumo histórico seguido de conceitos teóricos básicos e pertinentes para a compreensão do tema da fadiga multiaxial e estudo realizado sobre o mesmo. São também introduzidos alguns modelos teóricos posteriormente aplicados no Capítulo 4 e 5.
- No Capítulo 3 é descrita a metodologia experimental onde se inclui a descrição do material utilizado e as suas propriedades, a geometria dos provetes ensaiados, o equipamento utilizado e a sequência e descrição dos diversos ensaios e análises realizadas.
- No Capítulo 4 são apresentados os resultados obtidos experimentalmente e os resultados obtidos pêlos modelos teóricos introduzidos no capítulo 2 para a previsão da vida à fadiga multiaxial aleatória e do dano acumulado. Os resultados teóricos são comparados com os experimentais e analisados de forma critica, com o objectivo de se retirar as devidas conclusões.
- No Capítulo 5 é apresentada e discutida a análise fractográfica realizada. Esta análise contempla as imagens capturadas das superfícies de fractura dos provetes assim como o valor dos ângulos medidos. Os valores dos ângulos medidos são então comparados com os valores previstos pêlos modelos teóricos.
- No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões oriundas dos capítulos 4 e 5. Além das conclusões são também apresentadas algumas propostas de desenvolvimento e de seguimento do estudo realizado, com o intuito de promover uma melhor compreensão dos fenómenos inerentes ao tema da fadiga multiaxial.

2 Revisão bibliográfica

2.1 Introdução

A contínua solicitação de um componente a esforços cíclicos ou variáveis ao longo do tempo pode levar à rotura por fadiga do material. O processo de rotura é, regra geral, silencioso, iniciando-se com o aparecimento de uma fenda que, consoante a natureza e intensidade do carregamento, irá propagar-se mais rápida ou lentamente até um ponto em que ocorre o crescimento instável da fenda até à fractura do componente. Esta última fase ocorre de forma silenciosa, repentina e com consequências imprevisíveis, pelo que é importante que os componentes sejam correctamente dimensionados e regularmente inspeccionados ou sujeitos à devida manutenção [57].

A abordagem utilizada para prever a vida que um componente terá quando solicitado por um dado carregamento, tem como base modelos teóricos dos quais nem sempre se obtêm os melhores resultados [34]. Como consequência, da imprecisão das estimativas de vida à fadiga determinadas em fase de projecto, podem resultar custos acrescidos, tanto nos casos de componentes sobredimensionados (resultando numa maior despesa em material), como nos casos em que o dano do carregamento é subestimado e o componente falha, por não suportar as cargas que lhe são aplicadas ao longo do tempo. O dano provocado no componente por um carregamento vai depender não só da natureza do carregamento (intensidade, trajectória, tensão média) como também irá estar associado às propriedades mecânicas do material, rugosidade superficial, defeitos, condições ambientais, entre outros factores [35].

Os modelos teóricos utilizados actualmente são um resultado de um longo processo de evolução que resultou de uma contínua e insistente vontade do Homem, no sentido bíblico, de aprofundar cada vez mais o seu conhecimento. Ao longo da história da humanidade, e como em todos os campos da ciência, os primeiros modelos ou critérios desenvolvidos eram apenas aplicáveis a casos simples. No estudo do comportamento mecânico dos materiais, nomeadamente na resposta do material às solicitações de fadiga, a história não foi diferente. A dada altura desta evolução natural, o estudo da fadiga separou-se em duas áreas, a da fadiga uniaxial e a da fadiga multiaxial, tendo, ao longo do tempo e à medida que a compreensão e fundamentação cientifica de dado fenómeno ou comportamento evoluía, surgido novos critérios com o objectivo de melhor caracterizar o comportamento à fadiga dos materiais.

No presente capítulo serão revisitados, de forma breve, alguns dos momentos marcantes do progresso científico no estudo da fadiga uniaxial e multiaxial sendo posteriormente definidos e explicados os principais conceitos e fenómenos associados à fadiga multiaxial assim como a definição de alguns modelos e critérios pertinentes para o estudo realizado.

2.1.1 Definições

Para um melhor entendimento dos conceitos utilizados na presente dissertação é de todo o interesse estabelecer algumas definições dos termos que são utilizados:

Carregamento cíclico:

Considera-se como carregamento cíclico um carregamento que consista na repetição de uma certa carga de amplitude constante ou variável com o mesmo intervalo de tempo (período), como exemplificado na Figura 2.1.

Ciclo, reversão, tensão máxima, tensão mínima, amplitude de tensão (σ_a), razão de tensões (R), gama de tensão (Δσ) e tensão média (σ_m) são definidas conforme representado na Figura 2.1, e pelas expressões das Eqs. 2.1, 2.2, 2.3 e 2.4.





$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \tag{2.1}$$

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \tag{2.2}$$

$$\Delta \sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min} \tag{2.3}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \tag{2.4}$$

No caso de um carregamento ao corte, as definições mantêm-se, substituindo-se σ por τ . O mesmo é válido para deformação normal, ε , ou de corte, γ .

2.2 Breve evolução histórica

O primeiro registo de testes de fadiga conhecido pertence a W. A. J. Albert, um mineiro alemão que em 1837 construiu uma maquina de testes de modo a perceber os motivos que levaram à falha em serviço de correntes metálicas, usados nas minas da cidade alemã de Clausthal, [10].

Em 1853, num livro da autoria do francês Morin, este analisou relatórios de dois engenheiros responsáveis por veículos de correio franceses puxados a cavalos. Nestes relatórios era aconselhada uma inspecção dos eixos após 70 000 km pois, regra geral, era após esse uso que se verificava o aparecimento de pequenas fissuras em zonas onde a secção transversal variava acentuadamente, [11].

Neste período da historia, os acidentes ferroviários eram acontecimentos frequentes. Porém, não se conseguia perceber o porquê de os componentes partirem antes do suposto. Em resultado destes "inexplicáveis" acidentes, é desenvolvido um enorme esforço em termos de investigação de modo a tentar compreender, prever e eliminar a ocorrência destes acidentes.

Em 1854 é pela primeira vez sugerido o termo de fadiga por Braithwaite. No seu artigo o autor diz acreditar que a causa de vários acidentes em caminhos de ferro foram causalidade da "acção progressiva da fadiga dos metais que poderá ter origem numa variedade de causas, como repetidas extensões, tensões e torsões, entre outras", [10].

Durante o período de 1858 a 1860 o alemão August Wöhler desenvolve uma serie de medições de cargas, tensões e extensões máximas a que os eixos de carruagens eram sujeitos ao longo de vários milhares de quilómetros. Uma das primeiras conclusões a que Wöhler chega fruto das suas medições é que a segurança é garantida para uma vida de N milhas se esse componente aguentar N solicitações à carga máxima. Esta conclusão não é mais que uma sugestão para o dimensionamento à fadiga para vida finita destes componentes. Em 1870, num relatório final sobre os seus testes, o autor refere que a falha do material pode ser alcançada por várias repetições de esforços de magnitude inferior à sua tensão de cedência e que a amplitude das tensões é decisiva na destruição da coesão do material. O autor reconhece, também, a influência negativa da tensão média. Outra observação importante deste autor foi a propagação de fendas em serviço. Dos estudos de Wöhler resulta, indirectamente, uma das ferramentas mais utilizadas nos estudos de fadiga, nomeadamente as Curvas S-N (também denominadas por de Curvas de Wöhler), que são amplamente utilizadas. Nos seus artigos, Wöhler apresenta os resultados em forma de tabela, tendo sido outro alemão, Spangenberg, a representar os resultados na forma gráfica, no entanto com os eixos em escala linear, [10].

No ano de 1881 Bauschinger constatou que a tensão de limite elástico se alterava pela repetição de ciclos de tensão. Este comportamento do material ficou conhecido por efeito de Bauschinger. Anos mais tarde, em 1903 é feita, provavelmente, a primeira descrição metalúrgica do processo de fadiga. Os autores, Ewig e Humfrey, observaram a presença de bandas de escorregamento na superfície de provetes sujeitos a ensaios de flexão rotativa [10].

No ano de 1910 Basquin representa a região de vida finita das curva S-N através de um gráfico log-log, com $\log \sigma$ e $\log N$ no eixo das ordenadas e no eixo das abcissas, respectivamente. A lei é descrita, de forma simples, pela fórmula $\sigma = C \cdot r^n$ [10].

Em 1920 o conceito de balanço de energia na propagação de fendas é proposto por Griffith, estabelecendo as bases da Mecânica da Fractura. Através de ensaios em vidro Griffith concluiu que estes, sendo previamente riscados, tinham uma vida à fadiga muito inferior do que a de um vidro sem falhas induzidas e demonstrou a influência da dimensão das falhas na vida à fadiga [1]. Em 1924 Gough avaliou a influência da rugosidade superficial no limite de fadiga e calculou factores de concentração de tensões para entalhes em forma de V [10].

No ano de 1944, por Carl Zapffe, é introduzida a fractografia no meio cientifico, estabelecendo se como a melhor técnica para a análise da formação e propagação das fissuras de fadiga, permitindo associar os mecanismos de fractura com a morfologia da das superfícies de fractura [24].

Em 1955 Sines realiza testes experimentais com carregamentos biaxiais alternados e com combinações simples de tensões estáticas com alternadas concluindo que as tensões de corte cíclicas desempenham um papel mais preponderante na evolução do processo da fadiga do que as tensões normais [24].

No ano de 1962 Paris, na sua dissertação de doutoramento estabeleceu que a propagação de fendas por fadiga podia ser descrita pela equação $da/_{dn} = C \cdot \Delta K^m$, conhecida como a lei de Paris. Os seus trabalhos proporcionaram avanços significativos na compreensão da propagação de fendas em metais [10].

Em 1970 Smith, Watson e Topper [19] apresentam um novo modelo de fadiga multiaxial, conhecido por modelo S-W-T, aplicável em materiais dúcteis e nos casos de carregamento proporcional e não proporcional.

Três anos mais tarde, em 1973, Brown e Miller [20] formulam um modelo de fadiga multiaxial com base no crescimento de fendas durante um carregamento de fadiga multiaxial. Os autores concluíram que a falha sob fadiga multiaxial tem como principal contribuinte a relação entre a gama de deformação ao corte máxima e a gama de deformação normal do plano correspondente.

No ano de 1988 Fatemi e Socie [26], usando o modelo de Brown e Miller como base, propõem um novo modelo de plano crítico. Os autores concluem que a tensão normal é crucial na redução das forças de fricção na zona de crescimento de fendas. O uso da tensão normal (em vez da deformação normal) em conjunto com a deformação ao corte permite, segundo os autores, uma melhor contabilização do crescimento da fenda. Segundo os autores o modelo é capaz de captar o efeito do encruamento adicional de carregamentos desfasados.

Em 1989 Bannantine e Socie propõem [66] um novo método de acumulação de dano em carregamentos de fadiga multiaxial e de amplitude de tensão variável. O método contempla uma nova

abordagem na identificação e contagem de ciclos de um carregamento através do método Rainflow que é aplicada ao plano de maior dano.

Em 1996 Wang e Brown [67][68] apresentam um novo método de contagem de ciclos para carregamentos de fadiga multiaxiais e de amplitude de tensão variável, aplicado em conjunto com um parâmetro de dano, desenvolvido pêlos mesmos em 1993 [23], e a regra de acumulação de dano linear de Miner.

Em 1998 Papadopoulos [37], e no seguimento dos seus trabalhos que se iniciaram em 1987, apresenta o seu modelo de Plano Crítico baseado onde considera a abordagem do Menor Círculo Circunscrito (MCC) de forma a estimar os valores da amplitude da tensão de corte e da tensão média de corte para carregamentos multiaxiais complexos. O conceito de MCC tinha sido previamente introduzido por Dang Van et al. embora com uma formulação matemática incorrecta.

No ano 2000 Freitas, Li e Santos propõem uma nova abordagem para o calculo da tensão de corte efectiva em regime de HCF, através do método da Menor Elipse Circunscrita (MCE) [43] baseando-se no modelo MCC de Papadopoulos, sendo que no caso do MCE, é contabilizado o efeito da não-proporcionalidade em carregamentos de fadiga multiaxiais, algo que não era considerado no modelo de Papadopoulos. Nos anos seguintes o modelo continuou a ser desenvolvido e em 2002 é sugerido um procedimento para a avaliação da vida à fadiga para carregamentos multiaxiais aleatórios e em 2003 é mostrado a aplicação do modelo MCE em simulações de elementos finitos [44][45].

Em 2003 Reis et al. [46] apresentam os resultados de uma serie de ensaios de fadiga multiaxial no aço 42CrMo4 e contabilizando o efeito da não proporcionalidade das trajectórias de carregamento. As conclusões incluem um código ASME modificado. Em 2004, na sua dissertação de doutoramento, Reis [24] analisa o comportamento de vários aços estruturais submetidos a carregamentos de fadiga proporcionais e não proporcionais, no qual conclui a fraca correlação dos critérios de Tresca e von Mises, sendo a discrepância significativa nos carregamentos não proporcionais e nos carregamentos com tensão média. No seu estudo Reis conclui que o modelo MEC, que contabiliza o efeito da não proporcionalidade, é o que obtém uma melhor correlação com os resultados experimentais.

Em 2005 Liu et al. [47] propõe um novo modelo de plano crítico para carregamentos multiaxiais de amplitude constante, aplicável quer a materiais dúcteis como a materiais frágeis.

No ano seguinte, em 2006, Wang e Yao, [48], concluem que, para a mesma tensão de von Mises, a vida à fadiga multiaxial diminui com o aumento da não proporcionalidade do carregamento aplicado, sendo esta redução maximizada para ângulos de desfasagem de 90º.

Em 2008 Li, Reis e Freitas [49] apresentaram os resultados experimentais para os aços 42CrMo4, CK45 e AISI 303, submetidos a uma serie de trajectórias de carga proporcionais e não proporcionais. O estudo incluiu análises fractográficas e a avaliação dos planos de iniciação da fenda de fadiga. Concluiu-se que os modelos de plano crítico baseados no corte (Findley, Wang-Brown, Fatemi Socie e Liu II) forneciam boas estimativas do plano de iniciação de fenda de fadiga para aços estruturais, mas fracas estimativas para aços com uma elevada plasticidade cíclica. Foi também

observado que, para a mesma amplitude de extensão equivalente, o encruamento é muito mais severo em carregamentos não proporcionais do que em carregamentos proporcionais, com implicações (negativas) na vida à fadiga.

Em 2009 Vítor Anes realiza um serie de ensaios biaxiais no aço 42CrMo4, aplicando aos provetes diferentes trajectórias de cargas concluindo que para a mesma tensão equivalente a forma da trajectória de carregamento tem influência na vida à fadiga do material assim como a ordem em que as solicitações ao corte e axial eram aplicadas ao provete [25].

Em 2014 é publicado por Anes et al. um artigo onde é proposta uma nova abordagem na previsão da vida à fadiga para carregamentos multiaxiais, denominado como critério SSF (*Stress Scale Factor*), onde é proposta uma nova formula para o calculo da tensão equivalente de corte [50]. Como complemento, os mesmos autores propuseram também um novo método de contagem de ciclos [51]. Este modelo tem vindo a ser testado continuamente com diferentes trajectórias de carregamento sendo os resultados obtidos comparados com os de outros modelos apresentando, regra geral, melhores estimativas de vida à fadiga [51][52][54][55].

2.3 Carregamentos Proporcionais e não-proporcionais

Nos carregamentos uniaxiais é sabido que consoante a forma em que o material é solicitado resulta numa resposta diferente do material no que ao dano diz respeito. Isto é, um carregamento axial cíclico irá provocar um dano diferente daquele provocado por um carregamento de torção pura. Para estudar o comportamento de um componente solicitado a um carregamento multiaxial é de esperar que a combinação de esforços em mais do que um eixo irá produzir resultados variados, consoante a combinação de esforços que se aplique.

Um componente sujeito a um carregamento multiaxial, como o nome indica, implica a aplicação de esforços em mais do que um eixo, como por exemplo um carregamento de tracção e torção alternadas. Isto significa que o componente vai estar sujeito a tensões axiais e a tensões de corte. Os carregamentos multiaxiais são divididos em duas categorias: proporcionais e não-proporcionais.

Considere-se o carregamento biaxial ilustrado na Figura 2.2 onde os esforços da tensão axial e de corte, após a decomposição do carregamento, são ambos representados por uma curva sinusoidal, em fase. Representando os instantes correspondentes aos pontos A, B e C do carregamento no círculo de Mohr verifica-se que o eixo das tensões principais mantém a mesma orientação ao longo dos 3 pontos do carregamento, e este comportamento mantem-se para todo o carregamento. Quando se verifica este comportamento num carregamento, este é definido como carregamento proporcional.



Figura 2.2: Carregamento Proporcional [14].

Considere-se novamente um carregamento biaxial, mas onde a tensão axial aplicada ao componente é constante ao longo do tempo, como ilustrado na Figura 2.3. Em cada instante do carregamento a orientação do eixo das tensões principais altera a sua orientação, relativamente ao eixo do componente. Esta variação da orientação dos eixos é visível na representação no ciclo de Mohr de cada um dos instantes do carregamento, assinalados com letras de A a E.



Figura 2.3: Carregamento não proporcional [14].

A identificação de um carregamento não proporcional pode ser facilmente feita através da trajectória do carregamento no plano de von Mises. Quando a trajectória do carregamento é representada somente por um segmento de recta, e quando o segmento, ou a sua extensão direccional, cruze a origem, então o carregamento é proporcional. Caso essa particularidade não se verifique, então o carregamento é não-proporcional. Na Figura 2.4 observam-se vários exemplos de trajectórias de cargas no plano de extensões de von Mises dos quais 3 carregamentos são do tipo proporcionais (casos a, b e c) e os restantes correspondem a carregamentos não proporcionais.



Figura 2.4: Várias trajectórias de carregamento proporcionais (a, b e c) e não-proporcionais (restantes) [34].

No carregamento ilustrado na Figura 2.4 f), por exemplo, pode considerar-se que são vários "sub-carregamentos" (ramos) proporcionais realizados de forma sequencial. No entanto, de ramo em ramo do bloco de carregamento os eixos principais das tensões vão rodar e, como tal, o carregamento é não-proporcional.

Esta distinção entre a proporcionalidade e não proporcionalidade em carregamentos cíclicos é importante uma vez que o comportamento à fadiga do componente, consoante o tipo de carregamento, irá ser diferente. Num carregamento proporcional a força resultante irá actuar num único plano ou direcção. Porém, num carregamento em que as cargas não estejam em fase, ou seja, um carregamento não proporcional, a resultante das forças irá actuar em vários planos e, como tal, vai activar vários planos de escorregamento, resultando num dano acrescido no componente. É devido a isto que os carregamentos não proporcionais são, geralmente, mais danosos para a vida à fadiga do que os carregamentos proporcionais [14].

No estudo da resposta de um componente quando solicitado a um carregamento não proporcional surgem vários problemas: há que contabilizar o encruamento adicional (dependente do tipo de material); em carregamentos complexos de amplitude variável é necessário utilizar um método próprio para contagem dos ciclos contidos num bloco de carregamento e, ainda, a interpretação do parâmetro de dano, dado que os modelos existentes são pouco precisos quando utilizados em carregamentos complexos [14][17].

2.3.1 Encruamento cíclico

Independentemente de o carregamento de fadiga uniaxial, ou multiaxial proporcional, aplicado ao componente ter uma amplitude de tensão variável ou não, uma vez sendo cíclico poderá originar um fenómeno a que se dá o nome de encruamento cíclico. Este fenómeno verifica-se principalmente quando um componente de um material metálico é submetido a um esforço cíclico acima da tensão de cedência que é definida como a tensão que, quando aplicada a um provete provoca neste uma

extensão plástica (permanente) de 0.2% do seu comprimento nominal. A plasticidade induzida no material resultante de se ter aplicado uma tensão superior à de limite de elasticidade vai originar, nalguns materiais, uma nova tensão limite de elasticidade em consequência do encruamento do material. Num ensaio de fadiga em controlo de deformação este aumento da tensão de cedência leva a que para se atingir uma certa extensão do provete a tensão a aplicar seja superior, ou seja mais próxima da tensão de rotura do material o que leva a uma diminuição da vida à fadiga do material [35].

Da mesma maneira que tensões cíclicas acima da tensão limite de elasticidade podem provocar o encruamento do material também se verifica o fenómeno oposto, ou seja, quando um componente é submetido a tensões cíclicas abaixo da sua tensão limite de elasticidade, pode ocorrer aquilo a que se chama de amaciamento cíclico em que a tensão limite de elasticidade diminuí algo que também pode ser prejudicial para a vida material [35].

Em carregamentos de fadiga multiaxiais não proporcionais o fenómeno do encruamento cíclico pode ocorrer independentemente de se atingir ou não a tensão limite de cedência do material. Neste tipo de carregamentos, a variação da orientação dos eixos das tensões principais vai activar vários planos de escorregamento que se intersectam, causando plasticidade local no material e, consequentemente, alterações nas propriedades mecânicas do material [28]. Este efeito varia consoante a estrutura cristalina do material pelo que, o encruamento será diferente de material para material. Esta variação, em função do material, é atribuída à energia de falha de empilhamento do material [29].

A influência deste fenómeno de encruamento adicional, que ocorre em carregamentos desfasados, é ilustrada na Figura 2.5 onde são apresentadas duas curvas de histerese, ilustrando a relação entre a tensão normal e a extensão normal verificada no plano de extensão normal máxima.



Figura 2.5: Fenómeno de encruamento cíclico em a) carregamento proporcional e b) carregamento desfasado 90º, adaptado de [14].

Ambos os testes, proporcional à esquerda e desfasado à direita, foram realizados em controlo de deformação para a mesma gama de extensão. Na figura é também apresentada a vida do provete em cada um dos tipos de carregamento. Verifica-se que, para a mesma gama de extensões (que

controla o ensaio) a gama de tensão normal no carregamento desfasado 90° (Figura 2.5 b)) é praticamente o dobro da observada na curva de histerese do carregamento proporcional (Figura 2.5 a)). Ou seja, para atingir o nível de deformação desejado foi preciso aplicar o dobro da força ao provete no carregamento não proporcional. Parte dessa necessidade acontece precisamente devido ao encruamento cíclico adicional verificado por o carregamento ser desfasado. O restante aumento da tensão é devido ao aumento do nível de carga necessário para que o carregamento não proporcional atinja a magnitude da extensão verificada no carregamento proporcional [53]. Em consequência deste aumento de tensões a vida à fadiga do provete é fortemente afectada sendo cerca de 20 vezes menor para o carregamento não-proporcional em comparação com o carregamento proporcional. Também se verifica por análise das curvas que a deformação plástica é menor no carregamento não-proporcional, o que enaltece o papel das tensões no dano à fadiga [14].

O fenómeno de encruamento cíclico adicional derivado da não proporcionalidade do carregamento vai depender de material para material podendo, inclusive, um carregamento não-proporcional causar menos dano ao material do que um carregamento proporcional [53].

2.4 Carregamentos de amplitude de tensão variável

2.4.1 Efeito de sequência e interacção de cargas

Uma das ferramentas utilizadas para representar graficamente um carregamento biaxial passa por traçar esse mesmo carregamento no plano de tensões de von Mises, obtendo-se a trajectória do carregamento. No entanto esta trajectória de carregamento pode ser representativa de várias sequências de carregamento distintas, podendo cada uma delas provocar um dano diferente no material. Nas Figura 2.6a) e b) são representados dois carregamentos biaxiais em função do tempo.



Figura 2.6: Sequência de cargas em função do tempo: a) reversões completas e b) semi-reversões.

Na primeira sequência, Figura 2.6 a), aplicam-se apenas semi-reversões tanto ao nível da tensão axial como ao nível da tensão de corte enquanto que, no carregamento correspondente ao gráfico da Figura 2.6 b), apenas são aplicadas reversões completas. Ao representar estes dois

carregamentos no plano de tensões de von Mises, a trajectória de carga, idêntica à ilustrada previamente na Figura 2.4 f), será igual para os dois carregamentos.

Para estes dois carregamentos ilustrados e para outros que, sendo diferentes entre si, resultem numa representação gráfica idêntica no plano de von Mises, as vidas à fadiga serão diferentes, o que leva a concluir que a sequência em que são aplicadas as reversões, e também se estas realizadas de forma completa, vai influenciar a vida à fadiga do componente. Registos deste comportamento do material são encontrados na literatura. Para os carregamentos da Figura 2.6 os provetes ensaiados com a sequência de carregamento composta apenas por semi-reversões à tracção/compressão e à torção, Figura 2.6 b), realizaram um número de ciclos muito inferior face aos obtidos para o a sequência de carregamento com reversões completas e ilustrado na Figura 2.6 a) que, e importa realçar, foi aplicado com níveis de tensão inferiores aos aplicadas para a sequência de carregamento ilustrada na Figura 2.6 b), revelando um efeito muito mais danoso do carregamento composto pela sequência de semi-reversões face ao dano resultante da outra sequência de carregamento [30].

Em [25] Anes, realiza vários ensaios e, entre outros, aplica 3 sequências de carregamento que partilham da mesma trajectória de carreamento a uma série de provetes do aço 42CrMo4 e obtém vidas à fadiga distintas, concluindo que as reversões completas causam mais impacto que semi-reversões intercaladas. A diferença do comportamento face ao caso anterior explica-se por neste caso em nenhum momento o provete ser solicitado à tracção e à torção em simultâneo.

Também Xia e Yao, [56], que avaliaram vários modelos de acumulação de dano para uma série de carregamentos compostos por combinações de blocos de carregamento diferentes, sequenciados de forma aleatória, constataram a diferença de vidas à fadiga com sequências diferentes do mesmo tipo de blocos de carregamento, atribuindo essa diferença ao efeito da sequência do carregamento.

2.4.2 Influência da tensão média

Um componente sujeito a um carregamento real poderá ser submetido a carregamentos com tensões médias que podem influenciar a vida à fadiga do componente. A existência de tensão média positiva (de tracção) no carregamento irá diminuir a vida à fadiga, enquanto que uma tensão média negativa (à compressão) irá ser favorável à vida do material [72]. No caso das tesões de corte médias Smith [73] concluiu que estas só teriam influência em carregamentos onde a tensão de corte máxima fosse superior à tensão de cedência ao corte, um comportamento também verificado por Shamsaei et al. [74]. No entanto Wang e Miller sugerem que a tensão de corte média influencia a transição de fendas em regime 1 (limiar de propagação) para o regime 2 (propagação estável) assim como a velocidade de propagação de fendas [22].

2.5 Parâmetros de dano em fadiga multiaxial

Ao longo dos anos vários parâmetros de dano foram propostos com abordagens diferentes na interpretação da interacção da componente axial com a componente de corte de um carregamento multiaxial de modo a obter uma melhor estimativa do dano de fadiga que um dado carregamento provoca no material. A caracterização de um carregamento de fadiga multiaxial passa, essencialmente, por cinco abordagens diferentes:

- Tensão equivalente
- Invariante das tensões
- Plano crítico
- Critérios energéticos
- Métodos de integração
- Análise no domínio da frequência

Neste subcapítulo serão descritos, de forma resumida, os critérios que serão aplicados na componente prática que se inserem nas abordagens de Tensão equivalente e modelos de plano crítico. Para as outras abordagens serão apenas referenciadas algumas das propostas disponíveis na literatura:

- Critérios de integração
 - Critério de Papadopoulos [37]
- Invariante das tensões
 - Critério de Sines [38]
 - Critério de Crossland [34]
 - Critério de Vu [39]
 - Modelo da menor elipse circunscrita (MEC) [40]
- Plano Crítico
 - McDiarmid [41]
 - Matake [42]

2.5.1 Critérios de tensão equivalente

2.5.1.1 Critério de cedência de von Mises

O modelo de von Mises admite que a falha do componente ocorre quando a energia de distorção por unidade de volume do material é igual ou superior essa mesma energia num estado de tensão uniaxial (tracção ou compressão), [57]. Este modelo permite assim representar um estado de tensão multiaxial sob a forma de uma tensão equivalente. A fórmula para o cálculo dessa tensão equivalente, num referencial genérico, é dada pela Eq. 2.5.

$$\sigma_{eq} = \frac{3}{\sqrt{2}}\tau_{oct} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + \left(\sigma_y - \sigma_z\right)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + 6\cdot\left(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2\right)}$$
(2.5)

17

A tensão equivalente de von Mises permite assim, de um certo modo, converter um estado de tensão complexo num parâmetro equivalente com o objectivo de representar a magnitude do estado de tensão do elemento de volume.

Sendo a fadiga do material um fenómeno de superfície, para um carregamento biaxial de tracção/compressão uniaxial e de torção a Eq. 2.5 simplifica-se, sendo a tensão equivalente à superfície calculada pela Eq. 2.6.

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3 \cdot \tau_{xy}^2} \tag{2.6}$$

Quando aplicado a carregamentos alternados o critério de von Mises apresenta uma limitação derivada do facto de os todos os componentes de tensão estarem ao quadrado, ou seja, serão sempre positivos, não preservando o sinal.

2.5.1.2 Modelo SSF

O factor de escala de tensões (em inglês *stress scale factor*, *ssf*) é um conceito aplicado frequentemente em modelos de fadiga multiaxial de maneira a representar o dano resultante da combinação dos esforços de tensão axial e de corte aplicados durante um carregamento de fadiga. Esta combinação de esforços permite reduzir um carregamento multiaxial complexo a um carregamento simples apenas num plano de tensões.

Regra geral nos modelos de fadiga multiaxial, o parâmetro que relaciona a tensão de corte com a tensão normal é determinado com base no rácio entre o coeficiente de resistência de fadiga à torção, τ'_f , e o coeficiente de resistência de fadiga à tracção-compressão, σ'_f . Estes parâmetros de fadiga, obtidos em ensaios uniaxiais, não reflectem o comportamento que o material tem com carregamentos multiaxiais com diferentes trajectórias de carregamento [34].

Após o estudo do de vários tipos de carregamento, Anes et al., [34] concluíram que este parâmetro varia conforme as condições de carregamento, uma vez que a resistência à fadiga é fortemente influenciada pela trajectória do carregamento, não só devido ao nível de carga como também ao rácio de amplitude das tensões de corte e axiais.

Através de vários ensaios de fadiga com trajectórias de carga bem definidas, ilustradas na Figura 2.7 a), foi possível avaliar a relação entre a tensão de corte e a tensão axial em função do rácio da amplitude das tensões λ e a amplitude da tensão axial σ_a e, por regressão, obter uma expressão (sob a forma de polinómio de 5º grau) capaz de mapear o *sff* para o aço 42CrMo4, representado na Figura 2.7 b).



Figura 2.7: a) trajectórias de carga consideradas para determinar o *sff.* b) Superfície de regressão do SSF para o aco 42CrMo4 [34].

O critério SSF, proposto por Anes et al., apresenta-se então como um modelo de tensão de corte equivalente, onde a tensão axial é transformada numa tensão de corte consoante as especificidades do carregamento capaz de, alegadamente, captar o efeito da não-proporcionalidade do carregamento. Segundo este critério a tensão de corte equivalente para um carregamento multiaxial é definida por

$$\tau_{eqv} = \tau_a + ssf(\lambda, \sigma_a) \cdot \sigma_a \tag{2.7}$$

onde σ_a e τ_a correspondem às amplitudes da tensão axial e de corte, respectivamente. A função $ssf(\lambda, \sigma_a)$, é calculado através do polinómio de quinto grau da Eq. 2.8, obtido por regressão dos resultados experimentais de várias trajectórias de carga e para vários níveis de carga:

$$ssf(\lambda,\sigma_a) = a + b \cdot \sigma_a + c \cdot \sigma_a^2 + d \cdot \sigma_a^3 + f \cdot \lambda^3 + g \cdot \lambda^3 + h \cdot \lambda^4 + i \cdot \lambda^5$$
(2.8)

onde σ_a corresponde à amplitude tensão axial. As restantes constantes do polinómio acima têm de ser determinadas para cada material através de da regressão com dados de ensaios de fadiga com várias trajectórias de carregamento

$$a = 2.69; b = -9.90 \times 10^{-3}; c = 1.69 \times 10^{-5}; d = -9.52 \times 10^{-9};$$

 $f = -5.99; g = 11.72; h = -8.04; i = 1.63;$

A variável λ é determinada através de

$$\lambda = \tan^{-1} \left(\frac{\tau_a}{\sigma_a} \right) \tag{2.9}$$

onde σ_a e τ_a correspondem às amplitudes da tensão axial e de corte, respectivamente.

A aplicação do modelo na previsão da vida à fadiga do material considera a curva S-N do material em condições de corte puro e o máximo da tensão de corte equivalente verificado ao longo do bloco de carregamento, como descreve a expressão:

$$\left(\tau_{eqv}\right)_{max,bloco} = \max_{bloco}(\tau_a + ssf(\lambda, \sigma_a) \cdot \sigma_a) = A\left(N_f\right)^f$$
(2.10)

onde $A(N_f)^f$ é a expressão da curva S-N do material em condições de corte puro, em que *A* e *f* correspondem aos parâmetros da curva S-N do material nessas mesmas condições de carregamento. Para o aço 42CrMo4 a equação da curva S-N em condições de corte puro é dada pela expressão da Eq. 2.11 [50].

$$\tau_a = 864.78 \left(N_f \right)^{-0.061} \tag{2.11}$$

Este modelo foi desenvolvido em torno do aço 42CrMo4, cujo comportamento à fadiga serviu para fazer a regressão que deu origem ao polinómio que permite calcular o parâmetro *ssf*. Embora o mapeamento do parâmetro de dano *ssf* deva ser feito a partir de resultados experimentais do aço 42CrMo4, os autores do modelo sugerem que a superfície de dano de um aço possa ser utilizada em aços com propriedades mecânicas semelhantes às do aço "original". Para tal, Anes et al.[54] sugerem a aplicação de um quociente que relaciona as tensões de rotura do aço 42CrMo4 com a do material *X* a avaliar

$$\tau_{eqv} = \tau_a + \left(\frac{\sigma_{r,X}}{\sigma_{r,42CrMo4}}\right) \cdot ssf(\lambda,\sigma_a) \cdot \sigma_a \tag{2.12}$$

onde $\sigma_{r,X}$ e $\sigma_{r,42CrMo4}$ são, respectivamente, as tensões de rotura do material X e do aço 42CrMo4. Para de determinar a vida à fadiga recorre-se à curva S-N de torção alternada do material *X*.

2.5.2 Modelos de Plano Crítico

A metodologia dos modelos de plano crítico passa pela projecção das tensões axiais e de corte em todos os planos, θ , através do circulo de Mohr. De acordo com cada critério, é calculado o parâmetro de dano em todos os planos e identificado o plano em que esse parâmetro atinge o valor máximo, determinando-se assim o plano de iniciação da fenda. As expressões para o cálculo das tensões e extensões em cada plano θ encontram-se definidas nas Eqs. 2.13 a 2.16 [14].

$$\sigma_{\theta} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos(2\theta) + \tau_{xy} \sin(2\theta)$$
(2.13)

$$\tau_{\theta} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin(2\theta) - \tau_{xy} \cos(2\theta)$$
(2.14)

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos(2\theta) + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin(2\theta)$$
(2.15)

$$\frac{\gamma_{\theta}}{2} = \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \sin(2\theta) - \frac{\gamma_{xy}}{2} \cos(2\theta)$$
(2.16)

2.5.2.1 Modelo de Findley

Baseando-se em observações da orientação inicial das fendas de fadiga de provetes de aço e de alumínio, Findley [18] analisou a influência da tensão normal que actua no plano de tensão de corte

máxima. Segundo o autor a tensão normal influencia linearmente a tensão de corte alternada no plano de corte. Os autores sugerem que a falha não irá ocorrer caso se verifique que

$$\left(\frac{\Delta\tau}{2} + k \cdot \sigma_{n,max}\right)_{max} \le f \tag{2.17}$$

Um carregamento cíclico pode ser decomposto, para cada plano de projecção, em duas componentes cíclicas, i. e. numa de componente de corte e numa componente normal. Fixando o valor máximo da tensão normal verificado em cada plano e a respectiva amplitude de tensão de corte projectada nesse plano é determinado o valor da Eq. 2.18. O processo é repetido para todos os planos θ até se determinar qual o plano θ (crítico) que maximiza *f*.

$$f = \max_{\theta} \left(\frac{\Delta \tau}{2} + k \cdot \sigma_{n,max} \right)$$
(2.18)

onde $\frac{\Delta \tau}{2}$ é a amplitude da tensão de corte no plano θ , $\sigma_{n,max}$ é a tensão normal máxima no plano θ , e k uma constante do material.

A constante k é determinada a partir de resultados experimentais, nomeadamente a através da realização de ensaios de fadiga de torção alternada pura e flexão alternada pura. O parâmetro k pode ser determinado através da Eq. 2.19.

$$\frac{\sigma_{a,R=-1}}{\tau_{a,R=-1}} = \frac{2}{1 + \frac{k}{\sqrt{1+k^2}}}$$
(2.19)

onde $\sigma_{a,R=-1}$ é a tensão de limite de fadiga em condições flexão pura e $\tau_{a,R=-1}$ corresponde à tensão limite de fadiga em condições de corte puro.

Para determinar a vida à fadiga, N_f, através do modelo de Findley, aplica-se a Eq. 2.20

$$\max_{\theta} \left(\frac{\Delta \tau}{2} + k \cdot \sigma_{n,max} \right) = \tau_f^* N_f^{\ b}$$
(2.20)

onde *b* representa o expoente de resistência à fadiga e τ_f^* calcula-se através de

$$\tau_f^* = \tau_f' \cdot \sqrt{1 + k^2} \tag{2.21}$$

em que τ'_f é o coeficiente de resistência à fadiga em torção, que pode ser calculado através de $\sigma'_f/\sqrt{3}$, em que σ'_f representa o coeficiente de resistência à fadiga.

2.5.2.2 Modelo de Brown-Miller

Após uma cuidada revisão da literatura disponível à época sobre fadiga oligocíclica, nomeadamente a que abordava a formação e o desenvolvimento inicial de fendas, Brown e Miller [20] observaram que as extensões de corte no plano octaedral e de corte máximo não permitiam obter boas correlações para este tipo de fadiga, ao contrario do que se verificava em fadiga policíclica, usualmente referida por HCF (do inglês *High Cycle Fatigue*).

Recorrendo a ensaios de torção combinada com tensão, com uma gama de extensão de corte constante, os autores concluíram que seriam necessários dois parâmetros de extensão para descrever o processo de fadiga. Analogamente ao modelo de Findley, que tomava em consideração a tensão normal e de corte no plano, o modelo proposto por Brown e Miller considera as extensões cíclicas de corte normais no plano de tensão de corte máxima. As extensões cíclicas de corte propiciam a nucleação de fendas, enquanto que as extensões normais influenciam o seu crescimento. Os autores sugeriram a consideração de dois tipos de fenda, uma fenda do tipo A e outra do tipo B, ilustradas na Figura 2.8.



Figura 2.8: Fendas do tipo A (à esquerda) e do tipo B (à direita) [15].

A caracterização das fendas é realizada recorrendo a um parâmetro λ , que representa o rácio entre as tensões principais do carregamento a que o material é sujeito, sendo que, para fendas do tipo A, existe um parâmetro λ que satisfaz a condição $\lambda = \frac{\sigma_3}{\sigma_1} < 0$ que ocorre no caso em que a tensão de corte actua na superficie livre, numa direção paralela ao comprimento da fenda, fazendo com que esta se desenvolva ao longo da superficie (i.e. não em profundidade) enquanto que para frendas do tipo B, onde $\lambda = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} > 0$, num estado de tensão biaxial, a tensão de corte favorece o crescimento da fenda em profundidade.

Os autores propuseram então critérios diferentes consoante o tipo de fenda de fadiga, representadas na Figura 2.8, com as seguintes expressões:

Fendas do tipo A

$$\left(\frac{\Delta\gamma}{g}\right)^{j} + \left(\frac{\varepsilon_{n}}{h}\right)^{i} = 1$$
(2.22)

Fendas do tipo B

$$\frac{\Delta \gamma}{2} = const. \tag{2.23}$$

Na expressão 2.22 as constantes $g \in h$ são determinadas experimentalmente e o expoente j depende do tipo de material, sendo que toma o valor de 1 para materiais frágeis e o valor de 2 no caso de materiais dúcteis.

Com os contributos de Kandil e Wang [22][23], os autores propuseram uma simplificação da formulação aplicável nos casos de fissuras do tipo A, que é dada pela Eq 2.24.
$$\frac{\Delta \gamma_{max}}{2} + S \cdot \Delta \varepsilon_n \tag{2.24}$$

onde *S*, um parâmetro que depende do material e passível de quantificação através da correlação de resultados experimentais em tensão e torção, representa a influência da extensão normal no crescimento da fenda. Este parâmetro, perto do limite de fadiga, terá um valor próximo de 0.3, para materiais dúcteis. O termo $\Delta \varepsilon_n$ corresponde à gama de deformação normal no plano de distorção máxima. O plano θ crítico será aquele que verificar a maior amplitude da distorção. A essa amplitude é então somada a gama de deformação normal do plano identificado e, através da Eq. 2.25, pode estimarse a vida à fadiga em número de reversões, $2N_f$, inclusive para carregamentos com tensão média, $\sigma_{n.med}$.

$$\max_{\theta} \left(\frac{\Delta \gamma_{max}}{2} + S \cdot \Delta \varepsilon_n \right) = (1.3 + 0.7 \cdot S) \cdot \frac{\sigma'_f - 2 \cdot \sigma_{n,med}}{E} \cdot \left(2N_f \right)^b + (1.5 + 0.5 \cdot S) \cdot \varepsilon'_f \cdot \left(2N_f \right)^c \quad (2.25)$$

onde *E* corresponde ao módulo de elasticidade do material, *c* ao expoente de ductilidade à fadiga e ε'_f ao coeficiente de ductilidade à fadiga.

2.5.2.3 Modelo de Fatemi e Socie

Tendo por base o trabalho de Brown e Miller, Fatemi e Socie [26] conceberam o seu modelo de plano crítico onde sugerem, relativamente ao modelo de Brown e Miller, a utilização da tensão normal em vez do termo da extensão normal.

Após análise fractográfica às superfícies de provetes submetidos a carregamentos de torção pura, as superfícies dos provetes revelaram uma morfologia típica de esmagamento, possivelmente em resultado da fricção excessiva entra as superfícies e sem nenhuma característica particular, enquanto que nas superfícies de provetes fracturados em ensaios de fadiga à tracção era observável bandas de escorregamento individuais.

Durante uma solicitação ao corte de um dado componente, as superfícies irregulares da fenda originam forças de atrito que reduzem as tensões na ponta da fenda, favorecendo o não crescimento da fenda e contribuindo para o aumento da vida à fadiga do componente. Já as tensões e extensões normais reduzem esta força de atrito, visto actuarem no sentido de promover a separação destas superfícies. Este conceito é ilustrado na Figura 2.9.



Figura 2.9: Base física do modelo proposto por Fatemi e Socie [26].

Com base neste conceito, foi proposto um modelo de plano crítico dado pela expressão da Eq. 2.26. O cálculo da vida à fadiga, em reversões, é dado pela expressão da Eq. 2.27.

$$\left[\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} \cdot \left(1 + k \cdot \frac{\sigma_{n,max}}{\sigma_y}\right)\right]_{max}$$
(2.26)

$$\frac{\Delta \gamma_{max}}{2} \cdot \left(1 + k \cdot \frac{\sigma_{n,max}}{\sigma_{y}}\right) = \frac{\tau_{f}'}{G} \cdot \left(2N_{f}\right)^{b_{\gamma}} + \gamma_{f}' \cdot \left(2N_{f}\right)^{c_{\gamma}}$$
(2.27)

onde b_{γ} e c_{γ} correspondem ao expoente de resistência à fadiga em torção e ao expoente de ductilidade à fadiga em torção, respectivamente. O termo γ'_f simboliza o coeficiente de ductilidade cíclica à torção, a constante *G* corresponde ao módulo de elasticidade transversal do material e σ_y representa a tensão de cedência do material. A constante *k* corresponde a um factor de sensibilidade, variando consoante o nível de tensão.

Para contabilizar os efeitos da tensão média a expressão da Eq. 2.26 passa a ser

$$\left[\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} \cdot \left(1 + k \cdot \frac{\sigma_n^a + \sigma_n^m}{\sigma_y}\right)\right]_{max}$$
(2.28)

2.5.2.4 Modelo de Smith, Watson e Topper (S-W-T)

Usualmente referido como parâmetro S-W-T, o modelo proposto por Smith et al. [19] foi inicialmente desenvolvido como uma correcção para as tensões médias em condições de carregamento uniaxial, mas pode também ser aplicado na análise de componentes que tendem a fissurar em modo I, tanto no caso de carregamentos proporcionais como não proporcionais. A sua base conceptual é ilustrada na Figura 2.10.



Figura 2.10: Base física do modelo S-W-T [24].

O critério de fadiga proposto por Smith, Watson e Topper [19] baseia-se na relação entre a amplitude de extensão cíclica e a tensão de tracção máxima $\sigma_{max} \cdot \varepsilon_a$. Para carregamentos multiaxiais, segundo Socie [14], o parâmetro de dano é calculado com base na tensão normal máxima aplicada num plano, e da amplitude de extensão principal nesse mesmo plano, podendo-se formular a partir das equações de Morrow, equações 2.29 e 2.30.

$$\varepsilon_{a} = \frac{\sigma_{f}'}{E} \cdot \left(2N_{f}\right)^{b} + \varepsilon_{f}' \cdot \left(2N_{f}\right)^{c}$$
(2.29)

$$\sigma_a = \sigma_f' \cdot \left(2N_f\right)^b \tag{2.30}$$

24

Multiplicando-se ambas as partes das duas equações, e adaptando para o resultado para um carregamento multiaxial, obtém-se a expressão do critério de fadiga S-W-T, dado pela Eq. 2.31.

$$\max_{\theta}(\sigma_n) \cdot \frac{\Delta \varepsilon_1}{2} = \frac{{\sigma'_f}^2}{E} \cdot \left(2N_f\right)^{2 \cdot b} + \sigma'_f \cdot \varepsilon'_f \cdot \left(2N_f\right)^{b+c}$$
(2.31)

onde σ_n corresponde ao valor da tensão normal máxima no plano de θ e $\Delta \varepsilon_1$ corresponde à gama da extensão normal calculada nesse plano.

O modelo considera que o crescimento da fenda acontece através de modo I, situação que verifica extensões e tensões de corte nulas no plano da extensão normal máxima. A presença do termo da tensão normal na sua formulação permite contabilizar os efeitos do estado de tensão. As tensões de corte e de tracção são iguais em regime de carregamento à torção. Porém, a extensão normal é duas vezes a extensão de corte. Os autores concluem assim que, para a mesma gama de extensão principal, a tracção irá provocar um dano superior ao provocado pela torção. Por essa razão, e ao contrário dos modelos de plano crítico descritos previamente, o modelo S-W-T não utiliza nenhum factor de escala de tensões para reduzir a tensão axial à escala de dano da tensão de corte.

2.5.2.5 Modelo de K. Liu

Neste modelo proposto por Liu [21] a determinação do plano crítico é baseada na quantidade de energia de deformação virtual, ou EDV. Nos modelos abordados previamente, este plano é determinado através da tensão de corte máxima ou através das extensões máximas de corte. Esta abordagem permite ultrapassar algumas limitações de outros modelos, nomeadamente a não contabilização do trabalho plástico no processo de fadiga, conseguida através da divisão da energia de deformação virtual (num dado plano), ΔW , em duas componentes, uma elástica e uma plástica (Figura 2.11).



Figura 2.11: Energias de deformação: elástica e plástica [24].

Interpretando a figura acima, observa-se que a quantidade de energia de deformação virtual elástica num plano, ΔW^e , é igual à soma das duas áreas a tracejado, enquanto que a que a quantidade de energia de deformação virtual plástica, ΔW^p , é igual ao produto $\Delta \sigma \cdot \Delta \varepsilon_p$.

$$\Delta W = \Delta W^e + \Delta W^p \cong \Delta \sigma \cdot \Delta \varepsilon \tag{2.32}$$

$$\Delta W = 4 \cdot \sigma'_f \cdot \varepsilon'_f \cdot \left(2 \cdot N_f\right)^{b+c} + \frac{4 \cdot {\sigma'_f}^2}{E} \cdot \left(2 \cdot N_f\right)^{2 \cdot b}$$
(2.33)

No caso de carregamentos multiaxiais, este modelo admite dois modos de falha possíveis: um modo de falha em tracção, ΔW_I , e um modo de falha ao corte, ΔW_{II} . No modo de falha ao corte, o modelo caracteriza dois tipos de fissuração, baseando-se no modelo de Brown-Miller.

Neste modelo a falha espera-se que ocorra num plano θ onde a EDV seja máxima. No modo de falha à tracção, a sua quantificação inicia-se pela identificação do plano θ onde a energia axial é máxima, à qual é adicionada a energia de corte correspondente ao plano identificado.

$$\Delta W_I = \max(\Delta \sigma_n \cdot \Delta \varepsilon_n) + (\Delta \tau \cdot \Delta \gamma) \tag{2.34}$$

onde $\Delta \sigma_n e \Delta \varepsilon_n$ correspondem às gamas de tensão normal e extensão normal e $\Delta \tau e \Delta \gamma$ correspondem às gamas de tensão de corte e extensão de corte. Neste modo de falha, a vida à fadiga é determinada através da Eq. 2.35.

$$\Delta W_I = 4 \cdot \sigma'_f \cdot \varepsilon'_f \cdot \left(2N_f\right)^{b+c} + \frac{4 \cdot {\sigma'_f}^2}{E} \cdot \left(2N_f\right)^{2 \cdot b}$$
(2.35)

No modo de falha ao corte, a sua determinação inicia-se pela identificação do plano onde a energia de corte é máxima, à qual é adicionada a energia axial associada a esse plano, como mostra a Eq. 2.36.

$$\Delta W_{II} = (\Delta \sigma_n \cdot \Delta \varepsilon_n) + \max_{\alpha} (\Delta \tau \cdot \Delta \gamma)$$
(2.36)

A determinação da vida à fadiga pode ser obtida através da equação 2.37.

$$\Delta W_{II} = 4 \cdot \tau_f' \cdot \gamma_f' \cdot \left(2N_f\right)^{b_Y + c_Y} + \frac{4 \cdot \tau_f'^2}{G} \cdot \left(2N_f\right)^{2 \cdot b_Y}$$
(2.37)

Neste modo para os tipos A e B de fendas o parâmetro é designado por $\Delta W_{II,A}$ e $\Delta W_{II,B}$ respectivamente. Enquanto que no Modo I existirá apenas um único plano crítico, no Modo II existirão dois planos, para cada tipo de fenda, separados de 90°. Num cenário de carregamento uniaxial verifica-se que $\Delta W_{II,A} = \Delta W_{II,B}$. Já no caso de um carregamento de torção ou tracção/torção, onde há uma predominância do corte, verifica-se que $\Delta W_{II,A} \ge \Delta W_{II,B}$. Os três parâmetros são calculados, porém um deles, devido à influência dos factores descritos, irá ter um papel dominante, estipulando assim o modo de falha.

2.6 Contagem de ciclos

O método de contagem de ciclos de um carregamento tem um papel preponderante no estudo da fadiga, nomeadamente em carregamentos de amplitude de tensão variável. Certos carregamentos, dada a sua complexidade, requerem abordagens diferentes no que à contagem de ciclos diz respeito. Para carregamentos simples, como por exemplo os carregamentos proporcionais ilustrados na Figura 2.4, é fácil de definir o que é um ciclo ou um bloco de carregamento composto por vários daqueles ciclos uma vez que a evolução do carregamento ao longo do tempo se repete de maneira cíclica até à fractura do provete. Na análise de espectros de carregamentos de fadiga aleatórios, ou seja, carregamentos próximos dos reais, a definição do que é um ciclo pode tornar-se uma tarefa hercúlea. No limite podemos até estar perante um carregamento sem nenhum tipo de repetição ou padrão que facilite a discretização do carregamento, sendo necessário aplicar um método que consiga identificar e quantificar os eventos de um espectro e "converte-los" em ciclos.

Em carregamentos uniaxiais o conceito de dano de fadiga provocado por um ciclo é associado à realização de um ciclo fechado numa curva de histerese do carregamento ($\sigma - \varepsilon$), como exemplificado na Figura 2.12 b) que corresponde ao carregamento ilustrado na Figura 2.12 a). É possível identificar 3 circuitos fechados: A, B e C, ou seja, 3 ciclos. Em carregamentos uniaxiais cíclicos com a amplitude da tensão constante o ciclo foi, naturalmente, definido como o conjunto de duas reversões pelo que a aplicação dos mais variados métodos nunca originou grandes dificuldades [59].



Figura 2.12: Carregamento uniaxial com amplitude de tensão variável (a) e a curva histerese correspondente (b) [59].

Para carregamentos em fadiga multiaxial, nas poucas propostas existentes na bibliografia, é proposto recorrer a um critério de tensão equivalente e contabilizar os ciclos através da evolução da tensão equivalente ao longo do tempo utilizando um dos métodos de contagem de ciclos para carregamentos uniaxiais, como é exemplo o métodos *vcc* [31] e o método proposto por Wang Brown [67], ou contabilizar os ciclos na da evolução da deformação axial ou de corte recorrendo a modelos de plano crítico, como é proposto por Bannantine e Socie [66].

Neste subcapítulo serão abordados alguns dos métodos de contagem de ciclos disponíveis da literatura e que serão aplicados no 4º capítulo. No Vol. 4 do livro de Lalanne [16] pode ser consultada

uma revisão detalhada de vários métodos de contagem disponíveis na literatura. O uso de diferentes métodos de contagem de ciclos em carregamentos de fadiga complexos irá influenciar o valor obtido do dano acumulado uma vez que cada método irá contar um número de ciclos diferente. Os métodos de contagem podem ser divididos consoante o número de parâmetros que a sua aplicação permite registar. Essencialmente existem os métodos de contagem de 1 parâmetro, onde apenas é contabilizado o número de ciclos para cada gama de valores, e os métodos de 2 parâmetros onde para cada ciclo identificado é identificada ainda o valor médio de cada ciclo. Os métodos especialmente desenvolvidos para fadiga multiaxial serão analisados à parte destes.

2.6.1 Rainflow

Este método de contagem, proposto por Matsuishi e Endo [16], foi originalmente desenvolvido como analogia à queda de gotas de chuva num telhado de um Pagode (tipo de torre comum na Ásia). O método contabiliza o número de ciclos contidos em cada gama de tensão de uma história de carregamento. Para efectuar a contagem a historia de carregamento é rodada de modo a que o eixo do tempo fique na vertical com o sentido positivo orientado para baixo. Inicia-se então a contagem dos ciclos com a analogia da gota de água a "cair do telhado". O método define-se pelas seguintes regras:

- O caminho da "gota" inicia-se em cada pico e vale (pelo lado de "dentro");
- Quando uma linha de trajectória iniciada num pico, chega à ponta do telhado (vale) e cai, a queda cessa se do lado ao posto da linha do tempo houver um pico de dimensão superior ao pico de origem.
- Quando uma linha de trajectória iniciada num vale, chega à ponta do telhado (pico) e cai, a queda cessa se do lado ao posto da linha do tempo houver um vale de dimensão superior ao vale de origem.
- Se a "gota", ao escoar pelo telhado, interceptar outro caminho da "gota" previamente considerada, o caminho da "gota" agora em consideração termina;
- Enquanto o caminho em consideração não terminar, não se inicia um novo caminho.

Cada caminho é contabilizado como meio ciclo. Uma vez identificados os caminhos são emparelhados dois a dois (para cada gama de tensão/extensão), de modo a formar um ciclo completo até não haver mais pares para formar.

Existem ainda outros métodos de contagem de ciclos com resultados idênticos aos do método Rainflow original desde que o carregamento se inicie no pico de maior amplitude ou no vale de menor amplitude. Quando tal não se verifica, embora diferentes, os resultados são semelhantes. Alguns exemplos de métodos semelhantes são o método *range-pair*, o método de Hayes, método *range-pairrange*, método *ordered overall range counting* e método *racetrack* [58].

Muitos destes métodos, na sua concepção original, obrigam a um conhecimento prévio do carregamento completo, i.e., não são aplicáveis em situações de monitorização (*online*), seja por efectuarem vários "varrimentos", seja por alterarem a ordem de ocorrência dos vários acontecimentos

ocorridos numa história de carregamento. Como tal é necessário utilizar algoritmos melhorados de modo a permitir uma contagem continua, como o proposto por Downing e Socie [61].

Outros algoritmos, ou códigos de programa de computadores podem ser consultados, por exemplo, na norma da ASTM para contagem de ciclos [58], e ainda em [60],[62] e [63].

2.6.2 Bannantine e Socie

Um dos métodos de contagem de ciclos para blocos de carregamentos de fadiga multiaxiais de amplitude variável disponíveis na literatura foi proposto por Bannantine e Socie [66]. Os autores propuseram um modelo de acumulação de dano para fadiga multiaxial que inclui o conceito de plano crítico e o método de contagem de ciclos Rainflow e a regra de acumulação de dano linear de Miner. Uma vez que, segundo os autores do modelo, as deformações normais e ao corte produzem níveis de dano diferentes no mesmo material, o dano de um bloco de carregamento multiaxial é avaliado considerando uma das componentes da deformação, consoante a dano provocado no material. O carregamento multiaxial é então decomposto nas suas componentes axial e de corte e projectado para cada um dos planos, como num processo de procura do plano crítico. Para cada história de deformação (axial e de corte) é aplicado o método de contagem Rainflow de como a contabilizar os ciclos, sendo que a contagem é efectuada em um cada um dos planos candidato a plano crítico. Uma vez extraídos os ciclos, é determinado, através de um modelo de plano crítico, o valor do parâmetro de dano em cada reversão (para todos os planos de projecção) e a respectiva estimativa de vida à fadiga. Por fim, calculase o dano acumulado axial e de corte para cada um dos planos através da regra de Miner. O dano acumulado de cada plano será o máximo entre o dano acumulado de corte e o dano acumulado axial. Finalmente o dano do carregamento será o do plano com maior dano [66]. O processo encontra-se esquematizado na Figura 2.13.



Figura 2.13: Metodologia da proposta por Bannantine e Socie para estimar o dano de um bloco de carregamento [34].

Neste método a escolha do modelo de plano crítico tem influência no resultado final. É possível encontrar na literatura diversas aplicações do método com diferentes modelos de plano crítico aplicados a este método, nomeadamente os modelos de Fatemi-Socie [51], [65] [70] e de S-W-T [51].

2.6.3 Wang e Brown

Wang e Brown propuseram [67][69] um método de contagem de ciclos especifico para carregamentos multiaxiais de amplitude variável. O método consiste numa contagem pelo método Rainflow aplicada a uma historia da extensão equivalente de von Mises modificada. A modificação é necessária dado o problema do sinal da extensão axial e de corte dado que na expressão da extensão equivalente de von Mises os termos correspondentes às várias componentes da extensão são elevados ao quadrado e, portanto, sempre positivos.

Na Figura 2.14 são ilustradas as várias etapas da aplicação do método a um carregamento composto por um ciclo axial seguido de um ciclo de torção, cuja evolução da extensão ao longo do tempo é representada na Figura 2.14 a). A aplicação do método inicia-se obtendo a evolução da extensão equivalente de von Mises para cada instante do carregamento, Figura 2.14 b), através da Eq. 2.38,

$$\varepsilon_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}(1+\nu')} \left\{ \left[\varepsilon_x - \varepsilon_y \right]^2 + \left[\varepsilon_y - \varepsilon_z \right]^2 + \left[\varepsilon_z - \varepsilon_x \right]^2 + \left(\frac{3}{2} \right) \left[\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2 \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$
(2.38)

seguindo-se a identificação do pico mais elevado, que será usado como referência, para obter a evolução da extensão equivalente relativa. Como no carregamento exemplificado o máximo ocorre em

vários instantes, pode escolher-se qualquer um dos pontos onde a extensão equivalente de von Mises atinge o valor máximo. Considera-se então o primeiro pico como o ponto máximo de referência (ponto A, no instante t_A) e desloca-se os pontos do gráfico anteriores ao ponto A para o fim do gráfico, de modo a que, no instante inicial, o ponto inicial da curva da extensão equivalente de von Mises seja o ponto A, como exemplificado na Figura 2.14 c). De seguida, calcula-se a extensão de von Mises relativa através da expressão

$$\varepsilon_{eq}(t) = \varepsilon_{eq}\left(\varepsilon_{ij}(t) - \varepsilon_{ij}^{A}(t_{A})\right)$$
(2.39)

onde $\varepsilon_{ij}^A(t_A)$ corresponde às componentes da extensão no instante t_A . Da aplicação da expressão anterior a todo o intervalo de tempo que define o carregamento obtém-se o gráfico da Figura 2.14 d).



Figura 2.14: Etapas do método de contagem de ciclos proposto por Wang e Brown (retirado e corrigido de [34].

A extracção de uma reversão da historia da extensão relativa de von Mises inicia-se com a selecção do primeiro ramo, que começa na origem (zero) e vai até ao pico mais próximo, como exemplificado na Figura 2.14 d) onde o ramo A-B (a vermelho) é o ramo seleccionado. Se a curva descer após o pico encontrado, o ramo desenvolve-se (virtualmente) na horizontal até encontrar uma nova subida, que é então seguida até ser alcançado outro pico, como exemplificado na Figura 2.14 e). Quando não for encontrada mais nenhuma subida, a extracção termina e os pontos relativos aos intervalos de tempo onde os ramos foram traçados são removidos das historias das extensões normais e de corte e repete-se todo o procedimento anterior, para iniciar uma nova extracção. Este processo desenvolve-se até não haver mais reversões por extrair do carregamento original. Nas Figura 2.14 f) e g) é demonstrada a extracção das restantes reversões do carregamento utilizado como exemplo.

Depois de extraídas as reversões do bloco de carregamento, é calculada a vida à fadiga de cada reversão através do critério de Wang e Brown [23], que se traduz pela Eq. 2.40, onde os termos à esquerda correspondem ao parâmetro de dano de plano crítico proposto por Wang e Brown e os termos da parte à direita da equação representam a curva S-N do material.

$$\hat{\varepsilon} = \frac{0.5(\Delta\gamma_{max}) + S(\delta\varepsilon_n)}{1 + \nu' + (1 - \nu')S} = \frac{\sigma'_f - 2 \cdot \sigma_{n,med}}{E} \cdot \left(2N_f\right)^b + \varepsilon'_f \cdot \left(2N_f\right)^c \tag{2.40}$$

onde $\Delta \gamma_{max}$ corresponde ao máximo da gama da distorção dos vários planos e $\Delta \delta \varepsilon_n$ e representa a gama da extensão normal no plano de distorção máxima. Para blocos de carregamento com tensão média o termo $\sigma_{n,med}$ corresponde à tensão média no plano normal ao plano de distorção máxima. A constante *S* é uma constante do material e representa a influência da extensão normal no crescimento das fendas de fadiga e pode ser estimada através da expressão da Eq. 2.41.

$$S = 2\left(\frac{\tau_{fl}}{\sigma_{fl}} - 0.5\right)\frac{1 - \nu}{1 + \nu}$$
(2.41)

onde τ_{fl} e σ_{fl} correspondem às tensões de limite de fadiga em torção alternada e em tracçãocompressão, respectivamente.

O termo ν' corresponde ao coeficiente de Poisson efectivo, podendo ser calculado através da expressão da Eq. 2.42.

$$\nu' = 0.5 - (0.5 - \nu) \frac{\Delta \sigma_{eq}}{\mathbf{E} \cdot \Delta \varepsilon_{eq}}$$
(2.42)

onde $\Delta \sigma_{eq}$ e $\Delta \varepsilon_{eq}$ correspondem à gama da tensão equivalente e à gama de extensão equivalente, respectivamente. Este coeficiente, em aços, tem valores de 0.4, para o regime de fadiga oligocíclica. Para fadiga com um elevado número de ciclos, e como aproximação, pode considerar-se a igualdade $\nu' = \nu$, [23].

O dano do bloco é então calculado através de

$$D_{bloco} = \sum_{i=1}^{n^{\circ} de \ reversões} \frac{1}{2N_{f_i}}$$
(2.43)

. A vida à fadiga (número de repetições do bloco ou espectro de carregamento até à fractura) é determinada por

$$N_{bloco} = \frac{1}{D_{bloco}} \tag{2.44}$$

Na literatura é possível encontrar propostas, [63] e [64] p. ex., de modificação ao modelo proposto por Wang e Brown, através da alteração do modo de como é feita a identificação e a contagem dos ciclos/reversões.

2.6.4 Virtual Cycle Counting

O método *vcc* (*Virtual Cycle Counting* ou, em português, contagem de ciclos virtuais), apresentado por Anes, et al [30], [34], usa a relação do parâmetro de dano máximo num bloco com todo o dano desse bloco para a contabilização dos ciclos. Esta abordagem não analisa as curvas de histerese, razão pela qual os autores usam o termo "virtual" para a contagem, embora se baseie em pressupostos físicos [30].

Na Figura 2.15 é representada o processo de contagem. Na Figura 2.15 a) é representado o carregamento multiaxial ao longo do tempo. De seguida aplica-se o modelo SSF ao carregamento multiaxial de modo a obter a variação da tensão de corte equivalente ao longo do tempo, representado na Figura 2.15 b). Por fim, na Figura 2.15 c), para o todo o bloco de carregamento são então identificados os picos e vales entre dois zeros consecutivos, os quais, em valor absoluto, são somados e divididos pelo dobro do valor máximo da tensão equivalente ao longo de todo o bloco (parâmetro de dano de referência do bloco), como descrito pela equação

$$vcc_{bloco} = \frac{\sum abs(\tau_{eq})_{pico} + \sum abs(\tau_{eq})_{vale}}{2 \cdot (\tau_{eq})_{max,bloco}}$$
(2.45)

onde *vcc* é o número de ciclos virtais contabilizados num bloco de carregamento e τ_{eq} é a tensão de corte equivalente, obtida através do modelo SSF.



Figura 2.15: Etapas do método de contagem de ciclos vcc [30].

No caso de um bloco de carregamento definido por duas reversões tanto para o sinal axial como para o sinal de corte, a historia da tensão de corte equivalente ao carregamento corresponde a curva também com duas reversões e, consequentemente, com um pico e um vale. Ao aplicar o método obtém-se então que o *vcc* é igual a 1, validando a aplicabilidade do modelo aos casos simples como blocos de carregamento de apenas 1 ciclo [30].

2.6.5 Extracção de blocos

A aplicação modelo SSF, em conjunto com o método de contagem de ciclos vcc a um dado carregamento, permite relacionar o carregamento original com um bloco de carregamento com uma amplitude de tensão dada pelo máximo da tensão de corte SSF, e constituído por um número de ciclos, ditado pelo método vcc. No entanto, para espectros de carregamentos complexos, e onde se verifique uma elevada variação da amplitude da tensão, a aplicação directa do critério SSF, ou de qualquer outro critério que tenha como parâmetro, por exemplo, o máximo da amplitude da tensão equivalente, não deve ser feita, pois não representa, de todo, o carregamento real. Para este tipo de carregamentos pode-se aplicar um método de extracção de blocos.

O método de extracção de blocos, também proposto por Anes et al. [34], é apresentado como um complemento do critério SSF para carregamentos de amplitude de tensão variável. Uma vez obtido o espectro da tensão de corte equivalente do carregamento, inicia-se a identificação dos vários blocos de carregamento, dentro do carregamento completo. O processo inicia-se identificando o primeiro pico do valor da tensão de corte equivalente. Este valor servirá como referencia para o dano ao logo do bloco. Este bloco termina quando se verificar um valor superior ao do ponto anteriormente identificado, que por sua vez será o valor de referência do bloco seguinte, que termina quando for novamente encontrado um valor superior. O processo é repetido até ao fim do espectro de carregamento, como exemplificado na Figura 2.16.



Figura 2.16: Extracção de blocos a partir da história de carregamento da tensão de corte equivalente SSF [34].

No entanto o método não define os casos em que o carregamento se inicia com um (ou poucos) ciclo(s) de amplitude máxima. Nestes casos a aplicação do método de extracção de blocos não servirá

de nada uma vez que em nenhum instante posterior irá verificar-se uma amplitude superior a essa e, como tal, nenhum bloco será extraído. Nos casos em que as amplitudes não variem muito isto poderá não terá grande importância. Porém se as amplitudes dos ciclos após os ciclos iniciais de amplitude máxima forem muito inferiores pode estar-se a estimar a vida, ou dano acumulado, para um carregamento equivalente que não é, de todo, equivalente ao carregamento real.

2.7 Regras de acumulação de dano

Em carregamentos de fadiga de amplitude de tensão constante a vida à fadiga pode ser directamente estimada através das curvas tensão-vida (S-N) ou extensão-vida (ε-N) do material permitindo correlações aceitáveis.

Para carregamentos de amplitude da tensão variável, proporcionais ou não, esta abordagem pode estimar insatisfatoriamente a vida à fadiga devido às diferentes gamas de tensão e trajectórias de carga que ocorrem ao longo da história de carregamento e que são ignoradas com esta abordagem [34].

As regras de acumulação de dano permitem assim segmentar um carregamento complexo em secções com um dado padrão de nível de carga ou tipo de carregamento, sendo o dano calculado para cada uma dessas secções e somado no fim. O modo em como é feita esta soma vai variar consoante o método.

Existem dois tipos de métodos de acumulação de dano, os métodos lineares e os métodos não lineares [33]. Uma extensa revisão bibliográfica sobre métodos de acumulação de dano foi realizada por Fatemi e Yang [32], onde se pode encontrar uma descrição mais detalhada de vários métodos propostos por diversos autores. No presente subcapítulo apenas serão descritas as duas regras de acumulação de dano utilizadas na componente prática da presente dissertação, nomeadamente a regra de Palmgren-Miner e a regra de Morrow.

2.7.1 Regra de Palmgren-Miner

A teoria de acumulação linear de dano proposta por Palmgren e Miner, usualmente referida como "a Regra de Miner" é actualmente um dos modelos mais utilizados na análise de acumulação de dano em fadiga em grande parte devido à sua simplicidade e facilidade de implementação. A regra de Miner estabelece que o dano num carregamento de fadiga, é determinado através da expressão

$$D = \sum_{i=1}^{k} \frac{n_i}{N_i} \tag{2.46}$$

onde k representa o número de blocos, n_i o número de ciclos realizados em cada bloco e N_i é a vida à fadiga correspondente à tensão aplicada no bloco *i*.

Apesar da sua ampla utilização a regra de Miner apresenta algumas limitações, nomeadamente a não contabilização dos efeitos da sequência de carregamento e da interacção de tensões e o facto de não considerar a história de carregamento completa do bloco [33].

2.7.2 Regra de Morrow

A regra de Morrow é uma regra de acumulação não linear de dano, sensível aos efeitos de interacção de cargas. Segundo Morrow, num provete sujeito a um ciclo de amplitude de tensão variável, o dano de fadiga causado por uma tensão de amplitude σ_i é dado pela expressão da Eq. 2.47, [33].

$$D_{ciclo} = \frac{1}{N_i} \cdot \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_{max}}\right)^d \tag{2.47}$$

O dano total ao longo do espectro de carregamento, ou de um bloco, pode ser calculado através da soma do dano dos vários ciclos, ou seja

$$D_{bloco} = \sum_{i=1}^{k} \frac{n_i}{N_i} \cdot \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_{max}}\right)^d \tag{2.48}$$

onde *k* representa o número de ciclos do bloco, n_i o número de ciclos realizados, N_i é a vida à fadiga correspondente à tensão aplicada no bloco *i*. O expoente *d* é uma constante do material, podendo ser considerada como representativa da sensibilidade deste à variação da amplitude de tensão [33]. Esta constante pode ser determinada através da Eq. 2.49.

$$d = \frac{b+c+1}{b} \tag{2.49}$$

onde *b* e *c* correspondem aos expoentes de resistência à fadiga e de ductilidade, respectivamente.

3 Metodologia Experimental

3.1 Introdução

A componente experimental levada a cabo para a realização da presente dissertação foi realizada nos laboratórios do Departamento de Engenharia Mecânica do Instituto Superior Técnico da Universidade de Lisboa. Os ensaios experimentais foram realizados no Laboratório de Ensaios Mecânicos e de Materiais (LEM²) do Departamento de Engenharia Mecânica.

Neste terceiro capitulo serão descritas as propriedades do material seleccionado, a geometria do provete, os equipamentos utilizados, os carregamentos escolhidos para estudo e o procedimento experimental seguido nos ensaios de dureza e de fadiga, em condições de controlo de carga.

3.2 Material

Para realizar os ensaios de fadiga multiaxial foi seleccionado um aço de alta resistência designado por 42CrMo4. Composto por uma liga de Crómio-Molibdénio, este aço de construção apresenta uma elevada resistência, tenacidade e aptidão à nitruração. Foi fornecido no estado tratado, temperado e revenido a 525°C, sendo usualmente utilizado em componentes de secção média sujeitos a esforços alternados de flexão e a esforços de torção assim como em aplicações que requeiram um elevado nível de tenacidade e resistência. A sua composição química é sumarizada na Tabela 3.1. Nas Tabela 3.2 e 3.3 encontram-se descritas as propriedades mecânicas e cíclicas deste aço.

abela 3.1: Composição qu	uímica do aço 42CrMo4,	em % de componente/unidade de	beso [24	l
--------------------------	------------------------	-------------------------------	----------	---

Composição Química								
С	Si	Mn	Р	S	Cr	Ni	Мо	Cu
0.39	0.17	0.77	0.025	0.020	1.1	0.3	0.16	0.21

Tabela 3.2: Propriedades	Mecânicas do	Aço 42CrMo4	[24].
--------------------------	--------------	-------------	-------

Propriedades Mecânicas Aço 42CrMo4							
Tensão de Cedência [MPa]	σ_y	980					
Tensão de Rotura [MPa]	σ_u	1100					
Extensão de Rotura (%)	ε_u	16					
Modulo de Young [GPa]	Ε	206					
Dureza	ΗV	362					

Tabela 3.3: Propriedades cíclicas do aço 42CrMo4 [24].

Propriedades Cíclicas Aço 42CrMo4							
Tensão de Cedência Cíclica [MPa]	σ'_y	640					
Coeficiente de Resistência [MPa]	K'	1420					
Expoente de Encruamento Cíclico	n'	0.12					
Coeficiente de Resistência à Fadiga [MPa]	σ'_{f}	1154					
Expoente de Resistência à Fadiga	b	-0.061					
Coeficiente de Ductilidade à Fadiga [MPa]	ε'_{f}	0.18					
Expoente de Ductilidade à Fadiga	С	-0.529					

Este material é principalmente utilizado no fabrico de componentes mecânicos como engrenagens, veios, cambotas, parafusos de elevada rigidez, e em moldes para plásticos [24]. Neste aço o fenómeno do encruamento cíclico adicional, que se observa frequentemente em carregamentos cíclicos não proporcionais, é reduzido [36].

A escolha deste material deve-se à sua aplicação em componentes mecânicos, onde a vida à fadiga se apresenta como um factor muito importante na fase de projecto, uma vez que estes componentes serão solicitados com carregamentos variáveis ao longo do seu tempo de vida, que se quer elevado.

3.3 Provetes

Para realizar os ensaios de fadiga em condições de controlo de carga foram utilizados provetes produzidos a partir de um varão de 25 milímetros de diâmetro.

Os provetes, cuja geometria se encontra ilustrada na Figura 3.1, foram produzidos na Oficina de Mecânica do NOF (Núcleo de Oficinas do Técnico) no Instituto Superior Técnico da Universidade de Lisboa e, após recepção e devida inspecção da sua qualidade, foram numerados nas suas extremidades com um punção eléctrico, para facilitar a identificação dos pares após a fractura dos provetes após a realização dos ensaios de fadiga.



Figura 3.1: Dimensões e geometria dos provetes utilizados nos ensaios experimentais (dimensões em milímetros).

3.4 Equipamento utilizado

Para a realização do presente trabalho foi necessário o uso de diversos equipamentos, disponíveis no Laboratório de Ensaios Mecânicos e Materiais, Instituto Superior Técnico da Universidade de Lisboa.

Os equipamentos utilizados foram:

- Máquina de ensaios servo-hidráulica biaxial, da marca Instron, modelo 8874 para a realização dos ensaios de fadiga multiaxial;
- Durómetro da marca Mitutoyo, modelo AVK-C2 para a realização do ensaio de dureza;

- Máquina fotográfica Panasonic DMC-TZ7 Fotografia de superfícies de fractura dos provetes;
- Microscópio digital compacto USB da marca Veho, modelo VMS-004 Deluxe medição de ângulos de iniciação de fissura.

3.4.1 Máquina de ensaios biaxial

A máquina utilizada nos ensaios de fadiga biaxial, ver Figura 3.2, é um equipamento servohidráulico com dois graus de liberdade, o que lhe permite aplicar ao provete esforços axiais e/ou torsionais. O provete a ensaiar é fixado por duas garras (em cada extremidade do provete) que permitem acoplar o provete às amarras de controlo numérico da maquina. Através de actuadores hidráulicos, devidamente calibrados, as amarras irão aplicar ao provete os esforços pretendidos.



Figura 3.2: Máquina de ensaios Instron 8874.

Todo o sistema pode ser comandado por um software do fabricante, que permite configurar um conjunto de parâmetros, quer do ponto de vista do *input* (carregamento a aplicar) quer do ponto de vista do *output* (registo de dados recolhidos durante os ensaios). No que a carregamentos diz respeito, o software permite aplicar alguns carregamentos *standard* assim como um carregamento *random*, em que o utilizador pode introduzir um ficheiro *.csv* (criado, por exemplo através do Excel) com o sinal desejado. Este ficheiro tem um formato especifico, onde a primeira coluna diz respeito ao tempo (instante em segundos) e à segunda e terceira colunas correspondem as cargas a aplicar no eixo axial e torsional, respectivamente. Estes valores, para as cargas a aplicar, terão de ser entre -1 e 1, sendo depois a força e momento torsor máximo a aplicar ao provete definidos na interface gráfica do *software*.

3.5 Metodologia experimental

3.5.1 Caracterização estática

As propriedades mecânicas do aço 42CrMo4 (Tabela 3.2) foram obtidas através de ensaios de tracção uniaxial, realizados por Reis (2004) [24]. Estes ensaios foram realizados de acordo com a norma NP EN 10 002-1 (1990), numa máquina servo-hidráulica da marca Instron, modelo 8874 e com auxilio de extensómetros, também da marca Instron. Os ensaios, realizados em controlo de posição até à rotura do material, permitiram obter a curva de tracção monótona e assim obter as propriedades mecânicas do material.

3.5.2 Ensaio de dureza

O ensaio de dureza foi realizado em duas amostras do material previamente preparadas para o efeito, segundo a norma ASTM E92 (2003). O ensaio foi realizado num durómetro da marca Mitutoyo AVK-C2 *Hardness Tester*. A dureza medida foi a de Vickers, sendo que o valor de força aplicada foi de 2 kgf para um tempo de indentação de 15 segundos. Para cada amostra realizaram-se 3 indentações uniformemente distribuídas na superfície da mesma. Após a indentação, com o auxilio do microscópio do próprio durómetro, são medidas as diagonais do losango resultante da indentação e obtido o valor da dureza de Vickers.

3.5.3 Ensaios em controlo de carga com diferentes trajectórias de carga

De modo a avaliar o desempenho do modelo SSF na previsão de vida à fadiga e de acumulação de dano foram realizados ensaios com três sequências de carregamento obtidas a partir de duas trajectórias de carga distintas, cuja representação no plano de tensão de von Mises se encontram na Figura 3.3.



Figura 3.3: Trajectórias multiaxiais de fadiga em controlo de carga: a) Carregamento Estrela; b) Carregamento Falstaff (modificado) [55].

3.5.3.1 Carregamentos 1 e 2: Estrela Aleatória 1 e 2 (ER1 e ER2)

A trajectória Estrela é um carregamento composto por quatro ramos, e cada um corresponde a uma reversão completa. Os ramos a, b, c e d, que constituem esta trajectória, têm um ângulo de inclinação, face ao eixo horizontal, de 0°, 45°, 90° e 135°, respectivamente, tal como é ilustrado na Figura 3.3a).

Estes ângulos representam, dum certo modo, a razão entre a amplitude das tensões aplicadas em cada ramo, que é dada, em cada ramo por

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}\tau_a}{\sigma_a} \right) \tag{3.1}$$

Esta trajectória de carregamento foi aplicada por outros autores ao mesmo material, com a diferença de que a sequência dos ramos era sequencial, i. e. o bloco de carregamento inicia-se pelo ramo *a* seguindo-se, pela ordem descrita, os ramos b, c e d, sendo o bloco repetido até à fractura do provete [55]. Esta sequência não-aleatória é denominada por ENR.

Para esta trajectória de carregamento foram geradas duas sequências de carregamento aleatórias de compostas por 100 ramos, ou seja, embora a sua representação no campo de tensões seja idêntica, estas diferem entre si na ordem em que os ramos são realizados.

A sequência de carregamento, que define o sinal enviado para a máquina através de um ficheiro .csv composto por 100 destes ramos em ordem aleatória. A ordem aleatória foi gerada com auxílio do MATLAB [78], através da função *randi()*. O código da rotina desenvolvida pode ser consultado no Anexo A1. A execução desta rotina irá gerar uma sequência de carregamento. Execuções sucessivas da rotina irão gerar novas sequências de carregamento sendo que, todas elas serão diferentes entre sim.

Para este tipo de carregamento foram geradas duas sequências que, por uma questão de simplicidade, serão daqui em diante referidas por ER1 e ER2. As sequências dos ângulos para os carregamentos gerados por esta rotina, e utilizadas nos ensaios em controlo de carga, podem ser consultadas nos anexos A.5 e A.6. Na Figura 3.4 é representada o número de ocorrências de cada ângulo ao logo do carregamento gerado, enquanto que nas Figura 3.5 e 3.6 são apresentados os primeiros 20 ramos do carregamento ER1 e ER2, respectivamente.



Figura 3.4: Número de ramos da sequência de carregamento por valor de ângulo (em radianos)



Figura 3.5: Primeiros 20 ramos do carregamento gerado (ER1).



Figura 3.6: Primeiros 20 ramos do carregamento gerado (ER2).

3.5.3.2 Carregamento 3: FALSTAFF modificado (FSm)

O espectro FALSTAFF [27], de *Figher Aircraft Loading STAndard For Fatigue*, foi apresentado em 1976 e é o resultado de vários anos de investigação com o intuito de desenvolver um modelo de carregamento para ensaios de fadiga que pudesse ser representativo de um carregamento real e que pudesse ser usado como norma em ensaios de vida à fadiga.

Desenvolvido em conjunto por quatro institutos da Alemanha, Suíça e Holanda e patrocinadas com a autoridades governamentais e militares, este espectro, gerado por via de um algoritmo, baseiase em historias de factores de carga recolhidos em voo de cinco aviões de combate, pertencentes às forças aéreas dos países supramencionados e em diversas condições de voo. A sequência de carregamento final, ou o bloco de carregamento contempla 40 voos de cada um dos cinco aviões, resultando num espectro de carregamento representativo de 200 voos [27].

Para o presente trabalho a sequência de carregamento do FALSTAFF foi extraída dos ficheiros presentes no software AFGROW [79]. Após agregação dos dados constantes desses ficheiros com auxílio do MATLAB, foi possível obter a sequência completa, que é mostrada na Figura 3.7 e é composta por 35966 pontos. Na Figura 3.8 é apresentado em detalhe os primeiros 200 pontos da sequência.





Inicialmente era intenção aplicar todo o espectro do FALSTAFF no carregamento, mas por limitações da máquina, tal verificou-se impraticável, uma vez que esta aceita ficheiros de dados do Excel com um máximo de 3200 linhas. Após análise da distribuição de ocorrências por intervalos de carga, demonstrado na Figura 3.9, constatou se que aproximadamente 94% dos pontos correspondiam a uma carga igual ou inferior a 0.5, o que não se adequava aos objectivos do presente trabalho.



Distribuição percentual por intervalos de carga

Figura 3.9: Distribuição % dos pontos do espectro em intervalos de carga e a percentagem acumulada.

Sendo o método Rainflow utilizado com regularidade, é prática comum a representação gráfica da sua matriz. A matriz Rainflow permite, de uma forma compacta, resumir um carregamento em termos de ocorrências de ciclos de diferentes amplitudes de tensão e com tensões médias diferentes. Na Figura 3.10 é apresentada, graficamente, a matriz Rainflow do espectro original.



Matriz Rainflow

Figura 3.10: Matriz Rainflow do espectro FALSTAFF.

De modo a contornar esta situação foram efectuadas modificações ao espectro, nomeadamente a eliminação de todos os pontos entre -0.4 e 0.4, seguindo-se uma multiplicação dos pontos restantes por 1.2 e, por fim, a remoção dos pontos com valor absoluto superior a 1. Do espectro resultante destas alterações foi seleccionada, aleatoriamente, uma sequência de 1500 pontos, que compõem o espectro final. A nova matriz Rainflow é apresentada na Figura 3.11. Finalmente, na



Figura 3.12, é ilustrado o bloco de carregamento final utilizado nos ensaios.

Figura 3.11: Representação gráfica da matriz Rainflow obtida para o carregamento final. Distribuição gama de ciclos e respectivas tensões médias.





3.5.4 Análise das superfícies de fractura

No estudo do efeito da fadiga nos materiais, a análise das superfícies de fractura apresenta-se como uma ferramenta muito importante. A superfície de fractura permite tirar várias conclusões do processo de fissuração. A análise da morfologia da superfície permite determinar o local onde se iniciou a fissuração e perceber o modo e a direcção de propagação da fenda até à ruina do provete/componente, sendo esta informação de elevado valor em projecto [49].

Esta análise experimental, por via de uma análise fractográfica, permite validar os modelos de plano crítico. Estes modelos, bidimensionais, e descritos no capítulo 2.5.2, permitem prever, ou determinar teoricamente, o plano de iniciação da fissura, que depois é validado, ou não, consoante a determinação feita na análise fractográfica. O plano crítico será aquele onde o parâmetro de dano respectivo de cada modelo for máximo. Estes modelos, porém, apenas permitem determinar ou prever a inclinação do plano onde se inicia a fissura de fadiga, não sendo capazes de descrever o modo como a esta se vai desenvolver ao longo do processo de fadiga. Esta insuficiência dos modelos bidimensionais cria a necessidade de uma abordagem tridimensional (que não será abordada no presente trabalho) dos modelos, ou seja, através de superfícies de dano [25].

O procedimento seguido para a análise experimental das superfícies de fractura dos provetes foi feito, numa primeira fase, macroscopicamente. Nesta fase, à vista desarmada foi analisada a superfície de modo a tentar compreender a evolução da fissura e identificar pontos do provete onde pode ter sido iniciada a fissuração. A facilidade na identificação destes pontos de iniciação variou de provete para provete. De seguida foi efectuada uma observação mais cuidada destes pontos através de um microscópio electrónico com o intuito de confirmar os pontos de iniciação da fissura. Uma vez identificado o ponto de inicio de fissuração este efectuou-se a marcação no provete e realizou-se o registo digital, através de captura da imagem do microscópio. Estando os pontos identificados e marcados procedeu-se à medição do ângulo do plano de fissuração dos provetes no ponto de iniciação da fractura. A medição do ângulo foi executada com auxilio de um microscópio electrónico e através do s*oftware* fornecido com este.

4 Análise do dano acumulado

4.1 Introdução

Neste 4º capitulo são apresentados e comparados os resultados obtidos experimentalmente e os resultados estimados pêlos modelos SSF e W-B. Antes da apresentação dos resultados importa fazer algumas observações relativamente à implementação dos modelos e sobre os dados registados pela máquina de ensaios de fadiga.

4.1.1 Input vs Output

Os resultados obtidos com os vários modelos de fadiga utilizados, e que irão ser apresentados mais adiante, foram obtidos a partir dos registos dos ensaios da máquina. A motivação desta metodologia para tratamento de dados, além de ser, efectivamente, mais acertada, prende-se também com o facto de a resposta da máquina ser diferente da solicitada, ou seja, a trajectória de carga aplicada ao provete diverge consideravelmente da que foi inserida no ficheiro enviado para a máquina.

Na Figura 4.1 a) é ilustrado, para efeitos de comparação qualitativa, a trajectória de carga teórica (input) e a trajectória de carga aplicada ao provete (output) para o carregamento ER1 e, na Figura 4.1 b), é ilustrado, como mesmo fim, o carregamento ER2. Finalmente na Figura 4.2 é apresentada a comparação para o carregamento FSm. Em todas as figuras é apenas representado uma sequência de carregamento completa (bloco de carregamento).





No carregamento ER1 observa-se que a trajectória é relativamente bem conseguida, porém nota-se alguma dificuldade acrescida no 3º e 4º quadrantes. Também é visível uma pequena tensão axial média presente em todos os ensaios, conclusão que se tira do desfasamento da linha vermelha ao longo do eixo da tensão axial com o a linha horizontal (a azul) que representa a tensão axial teórica.

Os ensaios para o carregamento ER2 foram realizados após manutenção à máquina biaxial. Paradoxalmente ao que seria de esperar a trajectória de carregamento obtida passou a apresentar uma forma irregular, pelo que se pode constatar pela melhor nitidez do trajecto. A ligeira tensão média axial voltou a verificar-se e, tal como no carregamento ER1, quando era solicitado uma reversão completa de torção pura esta foi perfeitamente aplicada ao provete como se pode ver as imagens da Figura 4.1 b).



Figura 4.2: Trajectória de carga do carregamento FSm no plano de tensões de von Mises.

Relativamente ao carregamento FSm, que por si só já possui uma trajectória de aspecto "caótico", as conclusões que se podem obter, directamente, da observação da imagem da Figura 4.2 são poucas. A primeira conclusão que se tira da análise qualitativa das trajectórias é que a trajectória teórica não é, de todo, cumprida. Embora a densidade de traços seja maior nas zonas que coincidem com os traços da trajectória teórica observam-se inúmeras "passagens" por zonas fora da trajectória desejada fazendo com que o carregamento "varra" quase que por completo todo o plano de tensões. Em rigor, esta afirmação pode ser falaciosa uma vez que a frequência definida na máquina para registo das tensões ter sido baixa, resultando num ficheiro de registo da máquina com apenas 900 pontos (aproximadamente) em contraste com os 1500 pontos necessários para a definição da trajectória de carga teórica. Esta má definição, que foi corrigida nos carregamentos ER1 e ER2, leva a que certos segmentos tenham sido omitidos ou apenas registados parcialmente, pelo que a sua representação gráfica possa ser desfasada da realidade. Por esta razão, e para o carregamento FSm, a análise de resultados baseada no sinal teórico. Embora apenas esteja ilustrado um bloco de carregamento, a trajectória de carga manteve-se fiel ao representado nas Figura 4.1 e 4.2 até à fractura dos provetes.

Quando são definidas as trajectórias de carregamento é desejado que o carregamento real se aproxime o máximo possível do teórico. No entanto, esta diferença entre a trajectória realizada e a trajectória inicialmente definida, em nada afecta a validade da análise dos resultados, uma vez que são utilizadas as trajectórias da máquina. Por outro lado, as trajectórias de carga verificadas experimentalmente acrescentam um novo factor à análise que é a tensão média e o seu efeito na vida à fadiga. Esse efeito, que não era previsto para os carregamentos ER1 e ER2, acaba por ser fortuito na medida em que permite aplicar o modelo SSF na previsão da vida à fadiga em carregamentos com tensão média, mesmo tendo em conta que o modelo não foi proposto para esse tipo de carregamentos.

4.1.2 Implementação dos modelos

Todos os modelos (critérios de dano, plano crítico e contagem de ciclos) utilizados na parte experimental do trabalho foram implementados em MATLAB, com a excepção do algoritmo de

contagem de ciclos Rainflow e o método de contagem de ciclos de Wang e Brown. Para o método Rainflow foi utilizado a *toolbox* para MATLAB criada por Nieslony e apresentada em [71]. Para o método de contagem de ciclos de Wang e Brown foi utilizado o código-fonte desenvolvido por Frederico de Paula na sua dissertação de mestrado [77]. Para os modelos em que foi necessário utilizar extensões foi aplicada a lei de Hooke generalizada. O código da função, em linguagem MATLAB, para o método de contagem de ciclos *vcc* encontra-se listado no Anexo A.3. O método de extracção de blocos é listado no Anexo A.4. Todos as funções e rotinas criadas ou utilizadas foram previamente testadas com carregamentos simples de modo a validar a sua correcta implementação.

4.1.3 Identificação dos provetes na apresentação de resultados

Por uma questão de facilidade na identificação dos provetes e a que nível de tensão eles foram submetidos, adoptou-se a seguinte identificação:

provete {sequência de carregamento}-{máximo da tensão normal}

Por exemplo, um provete ensaiado com a sequência de carregamento ER1 com uma tensão normal máxima de 500 MPa será designado por provete ER1-500.

4.2 Ensaio de Dureza

Dos ensaios de dureza realizados, com 3 indentações por amostra com uma força de 2kgf, foram obtidos os resultados apresentados na Tabela 4.1. Confirmando-se que o material era, de facto, o aço 42CrMo4. Na primeira coluna são apresentados os resultados das seis indentações efectuadas e, na segunda coluna, é apresentado o valor da dureza final, escolhido por ser o valor que se mediu em mais do que uma indentação. Ainda na segunda coluna, o termo HV corresponde à escala de dureza utilizada, dureza de Vickers, e o número 2 corresponde à força aplicada nas indentações.

42CrMo4						
396						
420						
362	262 LIV 2					
359	302 11 2					
362						
353						

Tabela 4.1: Resultados obtidos no ensaio de dureza.

4.3 Resultados dos ensaios em controlo de carga

A Tabela 4.2 resume as características dos ensaios realizados. Na 1^a coluna identifica-se o carregamento. Na 2^a coluna é identificado o provete. Na 3^a e 4^a colunas é explicitado o valor máximo da tensão axial e de corte, respectivamente, verificados para todo o carregamento. Nas colunas 5 e 6 é apresentado o valor máximo da tensão equivalente de von Mises e do máximo da tensão de corte equivalente SSF, respectivamente. Finalmente, na ultima coluna é contabilizado o número de

repetições do carregamento ocorridos até à quebra do provete. São também apresentados os resultados experimentais obtidos com o carregamento ENR, do qual são baseados os carregamentos ER1 e ER2. De modo a que a comparação seja mais honesta os resultados da vida à fadiga do carregamento ENR foram divididos por 25. Desta forma, o espectro do carregamento ENR, que continha 8 reversões, passa a englobar 200 reversões, como acontece nos carregamentos ER1 e ER2. Os resultados de contagem de ciclos e de acumulação de dano para o carregamento ENR também foram adaptados de modo a corresponderem à análise de um bloco de 100 ramos.

Caso	Designação do Provete	Tensão Axial [MPa]	Tensão de Corte [MPa]	$egin{pmatrix} \left(\sigma_{eq,VM} ight)^{max}\ [MPa] \end{split}$	$egin{pmatrix} {(au_{eq,SSF})}^{max} \ [MPa] \end{bmatrix}$	Repetições até fractura
	ER1-501	501	290	514	407	1243
ED1	ER1-523	523	303	544	428	748
ERI	ER1-529	529	325	563	432	528
	ER1-546	546	323	580	450	626
	ER2-498	498	288	518	405	1425
ED2	ER2-505	505	292	530	410	2986
ERZ	ER2-521	521	301	555	423	1232
	ER2-530	530	307	554	429	706
	ENR-490	490	283	490	382	16458
	ENR-520	520	300	520	387	7823
	ENR-540	540	312	540	402	5525
	ENR-552	552	319	552	410	1040
	FSm-463	463	267	634	396	1955
	FSm-488	488	282	669	415	1085
	FSm-496	496	286	680	421	659
FSm	FSm-517	517	299	709	438	542
	FSm-520	520	300	713	441	338
	FSm-541	541	312	741	459	283
	FSm-546	546	315	749	464	202

Tabela 4.2: Resumo de tensões e número de repetições de cada sequência até à fractura.

¹ Dados e resultados experimentais retirados de Anes et al. [55].

4.4 Resultados da acumulação de Dano

4.4.1 Resultados do modelo SSF

Na Tabela 4.3 apresenta-se um resumo dos resultados obtidos através das várias componentes do modelo SSF. A 5ª coluna contém o número de blocos extraídos para cada carregamento, na 6ª coluna apresenta-se o total de ciclos contabilizados pelo método *vcc* e na 7ª coluna apresenta-se a vida à fadiga em blocos, estimada pelo método SSF. A 8ª e 9ª colunas contém os resultados contém o número de ciclos segundo o método Rainflow e a vida à fadiga em blocos, estimada com esse método de contagem de ciclos. O método de contagem de ciclos Rainflow foi aplicado à evolução da tensão equivalente SSF ao longo do tempo. Posteriormente será avaliada a influência do método de extracção de blocos nos resultados obtidos. Sem a extracção de blocos a estimativa de vida à fadiga pela aplicação do modelo SSF corresponderia à abordagem clássica para carregamentos de fadiga uniaxiais ou de carregamentos multiaxiais de amplitude de tensão constante em que a vida é estimada directamente pelas curvas S-N do material em condições de corte puro.

Caso	Designação do Provete	$\left(au_{eq,SSF} ight)^{max}$ [MPa]	Repetições até	N⁰ blocos	Ciclos do espectro	Vida Estimada (SSF)	Ciclos do espectro	Vida Estimada (SSF)
			naciura	exu.	V	СС	Rainflow	
	FSm-463	396	1955	4	141,68	2570	415,5	876
	FSm-488	415	1085	4	139,69	1208	412,5	409
	FSm-496	421	659	4	139,07	960	411,5	325
FSm	FSm-517	438	542	4	137,34	501	414,5	166
	FSm-520	441	338	4	137,08	453	414,0	150
	FSm-541	459	283	4	135,47	241	412,0	79
	FSm-546	464	202	4	135,03	201	412,0	66
	ER1-501	407	1243	3	75,39	3049	122,0	1884
ED1	ER1-523	428	748	6	74,74	1352	140,5	719
ENI	ER1-529	432	528	4	76,50	1140	129,0	676
	ER1-546	450	626	5	60,53	726	135,0	325
	ER2-498	405	1425	6	79,39	3107	162,0	1523
ED2	ER2-505	410	2986	5	76,50	2685	136,0	1511
ENZ	ER2-521	423	1232	4	64,21	1908	148,0	828
	ER2-530	429	706	6	77,40	1274	131,0	753
	ENR-482	382	16458	1	87,26	7676	125	5358
	ENR-490	387	7823	1	87,00	6047	125	4208
	ENR-510	402	5525	1	86,14	3291	125	2268
	ENR-520	410	1040	1	85,75	2413	125	1655

Tabela 4.3: Resultados detalhados da aplicação do modelo SSF.

Para o carregamento FSm o número de ciclos, pelo método *vcc*, varia ligeiramente para os vários níveis de tensão, contabilizando 135 a 141 ciclos.

Para os carregamentos ER1 e ER2 verifica-se alguma inconsistência no número de ciclos contabilizados. No caso do carregamento ER1 a contagem de ciclos cifrou-se entre os 60 e os 76 ciclos, enquanto que para o carregamento ER2 a contagem de ciclos variou entre os 64 a 79. O número de ciclos contidos nos espectros de carregamento ER1 e ER2, embora semelhantes entre si, divergem do número de ciclos que se obtém avaliando o espectro da tensão de corte equivalente SSF obtida através dos sinais teóricos. A diferença de valores advém da utilização dos registos da máquina, dos quais foram retirados uma sequência completa para cada ficheiro de registos. O espectro da tensão de corte SSF diferente, originando num número de blocos extraídos diferente, resultando, também, numa contagem de ciclos diferente para cada nível de tensão. No caso de se ter avaliado um sinal de carregamento teórico, a contagem seria semelhante à obtida para o carregamento ENR que contabilizou entre os 85 a 87 ciclos. Os resultados permitem também observar uma tendência de diminuição do número de ciclos, contados pelo método *vcc* em cada bloco de carregamento, com o aumento do nível de tensão.

Com o método de contagem Rainflow, o número de ciclos contabilizados sobe consideravelmente. No espectro FSm a contagem de ciclos retornou valores entre os 411.5 e os 415.5 ciclos, aproximadamente o triplo do número de ciclos contabilizados através do método *vcc*. Para os carregamentos ER1, ER2 e ENR o aumento foi, no geral, menor, variando entre os 122 e os 140 ciclos para ER1, entre os 131 e os 161 para ER2. Todos os casos do carregamento ENR, contabilizaram 125 ciclos. Este aumento do número de ciclos justifica-se dada a diferença entre os métodos de contagem de ciclos. O método *vcc* baseia-se na razão entre a soma dos picos (valor máximo) e vales (valor mínimo) entre dois zeros sucessivos de cada bloco extraído e o dobro do valor máximo da tensão de corte equivalente nesse bloco extraído, sendo a contagem final a soma da contagem de cada bloco. Assim o método *vcc* ignora os ciclos completos (reversões completas) com magnitude inferior ao valor máximo encontrado entre dois zeros sucessivos, sempre que estes não cruzem o eixo do tempo. Já na contagem com o método Rainflow todos extremos são considerados, além de admitir um elevado número de meio-ciclos, elevando assim a contagem.

Na Figura 4.3 é apresentada, graficamente, a correlação entre os resultados experimentais e teóricos da vida à fadiga para os quatro carregamentos, sendo a vida à fadiga dada em número de repetições do bloco de carregamento realizadas até à fractura dos provetes. Na figura encontram-se ainda desenhadas as linhas de factor de vida de 2 (linha a tracejado) e de 3 (linha continua). A figura refere-se às estimativas com a contagem de ciclos pelo método *vcc*.



Número de repetições do espectro até à fractura (vcc) e com extracção de blocos

Figura 4.3: Correlação da vida à fadiga para os vários carregamentos analisados: contagem de ciclos pelo método vcc.

Pela análise da figura acima verifica-se que todos os resultados experimentais estão entre os limites de factor de vida 3, sendo que apenas cinco se encontram entre os factores de vida 2 e 3. Apenas o carregamento FSm regista todos as previsões entre as linhas de factor de vida 2. Os carregamentos ER1 e ER2 verificam vidas à fadiga semelhantes para níveis de tensão equivalentes. Já o carregamento ENR, revela-se consideravelmente menos danoso que os carregamentos ER1 e ER2, revelando uma haver um maior dano com a aleatoriedade introduzida na sequência de carregamento, provando assim, mais uma vez, a influência de sequência na vida à fadiga.

Com a excepção de três estimativas para o carregamento ENR, uma para ER2 e três para FSm, no geral as previsões de vida são superiores à vida obtida experimentalmente o que pode significar que o critério SSF está a subvalorizar o dano do carregamento ou o facto de não ter em conta a tensão média, que se verificou em todos os carregamentos ou outros fenómenos de interacção de cargas que a extracção de blocos em conjunto com a contagem *vcc* não permite captar. Ainda assim os resultados revelaram-se satisfatórios tendo em conta a complexidade dos carregamentos avaliados.

Na Figura 4.4 é apresentada, graficamente, a correlação entre os resultados experimentais e teóricos da vida à fadiga para os quatro carregamentos obtidos com a contagem de ciclos através do método Rainflow.



Figura 4.4: Correlação da vida à fadiga para os vários carregamentos analisados: contagem de ciclos pelo método Rainflow.

Como seria de esperar, dado o elevado número de ciclos contabilizados pelo método Rainflow, o número de repetições estimadas até à fractura para cada um dos casos desceu, sendo o carregamento FSm o mais afectado. Graficamente esta diminuição traduz-se numa translação para baixo de todos os pontos sendo que, agora, a maioria das estimativas são abaixo da vida verificada experimentalmente. A diferença entre as estimativas obtidas com o método de contagem de ciclos *vcc* e as obtidas com o método de contagem de ciclos Rainflow, permite observar a influência que o método de contagem de ciclos tem na previsão de vida à fadiga.

Apresenta-se agora os resultados relativamente à analise da acumulação de dano feita para todos os carregamentos avaliados. A Tabela 4.4 contém um resumo dos resultados obtidos utilizando o critério SSF e o método de extracção de blocos. Na terceira coluna da tabela supramencionada encontra-se o valor máximo da tensão SSF e a quarta coluna corresponde ao número de blocos extraídos do espectro completo. Na quinta e sexta colunas são apresentados os resultados das regras de Miner e Morrow, respectivamente, com o método de contagem de ciclos *vcc*, tal como na sétima e oitava colunas, embora com a contagem de ciclos efectuada através o método Rainflow. Estes resultados são também apresentados no gráfico da Figura 4.5 (*vcc*) e da Figura 4.6 (Rainflow).

Tanto a regra de Miner como a regra de Morrow admitem o valor de 1 como o dano acumulado limite, onde ocorre a fractura do componente. Os resultados apresentados representam o dano acumulado estimado no momento efectivo da fractura do provete, sendo que um valor de tabela acima de 1 representa uma sobrestimação do dano, enquanto que no caso de o dano acumulado estimado é inferior a 1 indica uma estimativa insuficiente do dano.

		ete $egin{pmatrix} {(au_{eq,SSF})}^{max} & N^{max} & bloc & \\ [MPa] & extrain & \end{array}$. N⁰	v	cc	Raii	Rainflow	
Caso	Provete		blocos extraídos	Miner	Morrow	Miner	Morrow	
	ER1-501	407	3	0,40	0,40	0.65	0.65	
	ER1-523	432	6	0,55	0,54	1.03	1.03	
EKI	ER1-529	428	4	0,45	0,46	0.76	0.77	
	ER1-546	450	5	0,85	0,84	1.89	1.90	
	ER2-498	405	6	0,44	0,44	0.89	0.90	
FD2	ER2-505	410	5	1,07	1,08	1.88	1.91	
ER2	ER2-521	423	4	0,62	0,63	1.43	1.45	
	ER2-530	429	6	0,54	0,54	0.91	0.92	
	ENR-482	382	1	2,14	2,14	3.07	3.07	
	ENR-490	387	1	1,29	1,29	1.86	1.86	
EINK	ENR-510	402	1	1,68	1,68	2.44	2.44	
	ENR-520	410	1	0,43	0,43	0.63	0.63	
	FSm-463	396	4	0,72	0,75	2.12	2.16	
	FSm-488	415	4	0,84	0,89	2.50	2.55	
	FSm-496	421	4	0,64	0,68	1.91	1.95	
FSm	FSm-517	438	4	1,00	1,07	3.05	3.13	
	FSm-520	441	4	0,69	0,73	2.10	2.16	
	FSm-541	459	4	1,08	1,16	3.32	3.41	
	FSm-546	464	4	0,92	0,99	2.84	2.92	

 Tabela 4.4: Resultados da acumulação de dano utilizando os métodos de contagem vcc e Rainflow, em conjunto com o método de extracção de blocos.





Figura 4.5: Dano acumulado dos vários carregamentos, utilizando o método vcc para a contagem de ciclos.

Para o método *vcc*, e para os níveis de carga aplicados, verifica-se que apenas em 6 casos foi obtido um dano acumulado entre os 0,8 e os 1,2. Para o carregamento ER1 em 3 dos 4 casos o dano acumulado foi estimado abaixo dos 0.6, verificando-se, aproximadamente, os mesmos resultados para o carregamento ER2. Para o carregamento ENR, que é a versão "não-aleatória" dos carregamentos ER1 e ER2 obtiveram-se resultados opostos tendo um caso obtido um dano próximo de 0.4 e nos restantes casos o dano acumulado foi superior a 1, tendo um dos casos sido estimado com um dano acumulado de 2.14. Para o carregamento FSm, o mais irregular dos carregamentos aplicados, todos eles se encontram acima de 0.6, e com 4 casos próximos do valor unitário de dano acumulado. Estes resultados revelam uma tendência de o critério SSF, em conjunto com o método de contagem de ciclos *vcc*, estimar o dano de um bloco abaixo do seu dano real para os carregamentos aleatórios, uma vez que sendo a tensão de corte equivalente menor do que o devido as vidas à fadiga são estimadas acima do previsto levando a que o rácio n/N_f de cada bloco/carregamento seja inferior ao valor que deveria ser. Para o carregamento não-aleatório ENR verifica-se exactamente o contrario, onde o dano estimado é consideravelmente superior ao dano real.





Na estimativa de dano acumulado com a contagem de ciclos Rainflow os valores obtidos aumentam em consequência de o número de ciclos contabilizados por bloco aumentar significativamente para todos os carregamentos, fazendo aumentar o dano total, como é visível na Figura 4.6. O aumento é mais significativo para o carregamento FSm onde o número de ciclos extraídos do espectro triplica face ao número contabilizado pelo método *vcc* enquanto que nos carregamentos ER1, ER2 e ENR o aumento, na grande maioria dos casos, não chega ao dobro, levando a que os resultados dos carregamentos ER1 e ER2 sejam satisfatórios em alguns casos, mas resultados demasiado acima do valor unitário para os carregamentos ENR e FSm.

A utilização da regra não-linear de acumulação de dano de Morrow teve uma influência diminuta dos resultados sendo que apenas nos casos do carregamento FSm a utilização desta regra alterou, de

forma visível graficamente, a estimativa de dano acumulado. A aplicação da regra de Morrow no carregamento FSm resultou em estimativas de 0.013 e 0.033 acima do valor obtido com a regra de Miner. Nos carregamentos ER1 e ER2 a variação foi entre os 0.0022 e os 0.014 acima de Miner, para a estimativa de dano acumulado no momento da fractura. No carregamento ENR a variação é nula pois a tensão SSF atinge o seu valor máximo logo no primeiro ramo levando a que o método de extracção de blocos apenas detecte um único bloco para todo o carregamento. Uma vez que a regra de Morrow apenas se diferencia da regra de Miner pela multiplicação por um quociente entre o valor máximo da tensão de um bloco extraído a dividir pela tensão máxima verificada no espectro, elevado a uma constante, este quociente será igual a 1, pelo que a regra de Morrow tem resultados iguais aos da regra de Miner, tal como acontece para o carregamento ENR. Se esse quociente for menor que 1 o incremento de dano acumulado obtido com a regra de Morrow também será reduzido. Mesmo que este quociente seja reduzido, se o número de ciclos contidos nesse bloco for reduzido, dano de Morrow continuará a ser semelhante ao de Miner. Nas Figura 4.7, Figura 4.10 e Figura 4.13 são apresentados os gráficos do número de ciclos (vcc e Rainflow) contidos em cada bloco extraído para os carregamentos FSm, ER1 e ER2, respectivamente. As Figura 4.8, Figura 4.11 e Figura 4.14 mostram a contabilização do dano de Miner em cada bloco extraído para os carregamentos FSm, ER1 e ER2, respectivamente. Por fim, nos gráficos das Figura 4.9, Figura 4.12 e Figura 4.15 é representada a tensão SSF máxima em cada bloco extraído para os carregamentos FSm, ER1 e ER2, respectivamente.

No carregamento FSm percebe-se que inicialmente são extraídos 3 blocos com poucos ciclos, sendo o quarto e último bloco aquele que contém o maior número de ciclos e provoca um dano maior. Para a variação da tensão SSF máxima por bloco extraído (Figura 4.9) nota-se uma evolução suave.

Para os outros carregamentos o mesmo já não se verifica. Relembrando que os carregamentos ER1 e ER2 são compostos pêlos mesmos blocos de carregamento elementares, apenas efectuados por ordens diferentes basta uma reversão axial para se atingir a tensão SSF máxima de todo o carregamento. Como é visível na Figura 3.5 o primeiro ciclo é exactamente um de tracção-compressão, sem torção. Apenas a falta de precisão da máquina irá determinar o número de blocos extraídos, o tamanho desse bloco e, consequentemente, o dano desse bloco, algo que se pode comprovar pela Figura 4.12 onde se vê que o valor da tensão SSF máxima de cada bloco é praticamente o mesmo. O mesmo raciocínio é aplicável ao carregamento ER2. No entanto este carregamento inicia-se por um ramo de tracção-torção pelo que o método de extracção de blocos irá extrair inicialmente um bloco, no qual são contabilizados poucos ciclos e, nos restantes blocos, verifica-se o que acima foi dito para o carregamento ER1, ou seja uma variação residual da tensão SSF máxima de cada bloco extraído (Figura 4.15).







Figura 4.8: Dano de Miner por bloco extraído do carregamento FSm, para diferentes métodos de contagem de ciclos: *vcc* (à esquerda) e Rainflow (à direita).



Figura 4.9: Tensão SSF máxima em cada um dos blocos extraídos do espectro da tensão de corte equivalente SSF para o carregamento FSm.



ER1: Ciclos por bloco (vcc e Rainflow)





Figura 4.11: Dano de Miner por bloco extraído do carregamento ER1, para diferentes métodos de contagem de ciclos: *vcc* (à esquerda) e Rainflow (à direita).



Figura 4.12: Tensão SSF máxima em cada um dos blocos extraídos do espectro da tensão de corte equivalente SSF para o carregamento ER1.


Figura 4.13: Número de ciclos por bloco extraído para o carregamento ER2.



Figura 4.14: Dano de Miner por bloco extraído para o carregamento ER2.



Figura 4.15: Tensão SSF máxima em cada um dos blocos extraídos do espectro da tensão de corte equivalente SSF para o carregamento ER2.

4.4.1.1 Influência da extracção de blocos

Utilizando o critério SSF estabelece-se que um espectro, seja de amplitude de tensão variável ou não, de *n* ciclos equivale a um bloco de carregamento com *m* ciclos com amplitude de tensão equivalente constante, onde *m* é dado pela contagem obtida pelo método de contagem de ciclos *vcc* e a amplitude da tensão de corte equivalente é obtida através da expressão da Eq. 2.7. Esta conversão pode fazer sentido para espectros com uma amplitude de tensão constante ou, sendo esta variável ao longo dos vários ciclos, para espectros de relativa simplicidade. No caso de carregamentos aleatórios, ou carregamentos onde não é directa a identificação de blocos de carregamento, é necessário proceder à extracção de blocos, como descrito no sub-capítulo 2.6.5. Extraídos os blocos, é efectuada a contagem de ciclos em cada um destes blocos. No caso da contagem de ciclos pelo método *vcc* esta contagem é diferente da que se obteria no caso de não se fazer a extracção de blocos, uma vez que a tensão SSF máxima utilizada como referência é a do bloco extraído e não a verificada no carregamento todo.

Importa, portanto, quantificar o efeito da utilização do método de extracção de blocos para os vários carregamentos estudados de modo a perceber se é, ou não, um procedimento necessário, independentemente daquilo que motiva a sua utilização. Na Tabela 4.5 encontram-se quantificada a influência que a aplicação do método de extracção de blocos tem na estimativa da vida à fadiga através do critério SSF e com o método de contagem de ciclos *vcc*. A diferença de ciclos contabilizados na totalidade do espectro, somatório do *vcc* de cada bloco extraído, é apresentada na 3ª coluna para os carregamentos ER1 e ER2, e na 7ª coluna para o carregamento FSm. Na 4ª e 8ª coluna, para cada um dos carregamentos, apresenta-se a influência na estimativa da vida à fadiga que a contagem de ciclos por blocos extraídos do espectro proporcionou.

Caso	$egin{pmatrix} {m{ au}_{eq,SSF}}^{max} \ {m{[MPa]}} \end{bmatrix}$	Δvcc	ΔReptições	Caso	$\left(au_{eq,SSF} ight)^{max}$ [MPa]	Δvcc	ΔReptições
ER1	407	0,82	-34	FSm	396	1,90	-35
	428	1,93	-36		415	1,98	-17
	432	1,20	-18		421	2,01	-14
	450	1,54	-19		438	2,07	-8
ER2	405	2,75	-111		441	2,08	-7
	410	2,22	-80		459	2,13	-4
	423	1,68	-51		464	2,14	-3
	429	2,64	-45				

Tabela 4.5: Influência do método de extracção de blocos na previsão da vida à fadiga.

No carregamento FSm a utilização do método de extracção de blocos provoca uma variação positiva no número de ciclos contabilizados através do método *vcc*. Verifica-se que este aumento do

número de ciclos aumenta à medida que se aumenta o nível de tensão. Para os carregamentos ER1 e ER2, esta tendência já não se verifica.

Em relação à variação do número de repetições previstas do espectro de carregamento, em todos os carregamentos verificou-se uma diminuição da vida à fadiga (prevista). No caso do FSm, mais uma vez, é possível verificar uma tendência desta variação com o aumento da tensão. Neste caso com o aumento do nível de tensão o número de repetições do espectro aproxima-se do obtido sem a aplicação do método de extracção de blocos. O mesmo comportamento verifica-se nos carregamentos ER1 (parcialmente) e ER2. Na Figura 4.16 é apresentado o erro relativo da previsão da vida à fadiga consoante a aplicação, ou não, do método de extracção de blocos, onde um valor percentual positivo corresponde a uma vida sobrestimada, e um valor percentual negativo a uma vida estimada inferior à obtida experimentalmente. Os rótulos de dados apresentados nas extremidades das barras indicam a variação do erro da aplicação do método de extracção de blocos onde um valor positivo indica um aumento do erro e um valor negativo um agravamento do erro. Na maioria dos ensaios verifica-se uma melhoria das estimativas obtidas, embora essa variação diminuição do erro seja apenas entre os 2 a 8%. Em três (dos dezanove) ensaios o uso da extracção de blocos resultou num aumento do erro relativo.



SSF + vcc: Influência da extração de blocos: erro relativo (%)

Figura 4.16: Influência da extracção de blocos no erro relativo (em percentagem).

A pouca variação nos resultados é explicada pela utilização do método de contagem de ciclos vcc, que consegue determinar um número de ciclos representativo do carregamento. O número reduzido de blocos de carregamento extraídos e a pouca variação entre as tensões máximas de cada bloco extraído, principalmente nos carregamentos ER1 e ER2, levou a que tanto a soma do dano dos blocos extraídos como a soma dos ciclos contados em cada bloco extraído, fossem muito próximas dos valores de dano e de ciclos obtidos ao analisar os carregamentos como um único bloco.

4.4.2 Resultados do modelo Wang Brown

Obtidos os resultados pelo método SSF resta compara-los com os resultados obtidos por outro método de acumulação de dano. Dos dois métodos descritos nos subcapítulos 2.6.2 e 2.6.3, escolheuse o método proposto por Wang e Brown (W-B) por ser mais recente. Na apresentação do método de W-B, os autores comparam os seus resultados com os obtidos pelo modelo B-S, tendo concluído que para carregamentos que consistiam na repetição de blocos de carregamento simples até fractura, o desempenho dos dois métodos era similar, enquanto que para carregamentos aleatórios o método W-B obtinha um melhor desempenho [68]. Anes et al. também comparou o método B-S com o método W-B e com o método SSF para blocos de carregamento simples, obtendo melhores resultados com o método SSF face aos resultados dos métodos B-S e W-B, que obtiveram, entre si, um desempenho semelhante [30].

O parâmetro S do modelo W-B foi determinado através da Eq. 2.41 com as tensões de limite de fadiga para tracção-compressão e para torção alternada estimadas em [76], obtendo-se o valor de 1.03 para o aço 42CrMo4.

Na Tabela 4.6 são apresentados os resultados obtidos para cada caso e cada nível de carga. Na 4ª coluna é listada a contagem de meio-ciclos (reversões) obtidos para cada sequência de carregamento. Na 5ª e 6ª colunas é apresentado o dano total de Miner determinado para o momento de fractura do provete e as estimativas de vida à fadiga (em blocos), respectivamente. As estimativas de vida à fadiga em blocos, para o modelo W-B, são obtidas através da Eq. 2.43.

Caso	Provete	Repetições até fractura	Contagem de reversões (W-B)	Dano de Miner (W-B)	Vida em Blocos (W-B)	
ER1	ER1-501	1243	217	0.20	6230	
	ER1-523	748	216	0.17	4452	
	ER1-529	528	217	0.14	3865	
	ER1-546	626	216	0.24	2610	
	ER2-498	1425	221	0.18	7775	
ED2	ER2-505	2986	220	0.37	8083	
ER2	ER2-521	1232	268	0.15	8287	
	ER2-530	706	219	0.15	4592	
	ENR-482	16458	225	0.42	39528	
	ENR-490	7823	225	0.25	31559	
	ENR-510	5525	225	0.51	10929	
	ENR-520	1040	225	0.12	8573	
	FSm-463	1955	622	4.92	398	
	FSm-488	1085	623	3.91	277	
	FSm-496	659	621	2.61	252	
FSm	FSm-517	542	621	2.74	198	
	FSm-520	338	621	1.86	181	
	FSm-541	283	621	2.07	137	
	FSm-546	202	622	1.56	130	

Tabela 4.6: Resultados do método de acumulação de dano de Wang-Brown.

Dos resultados apresentados nesta tabela, observa-se uma particularidade que não era expectável. Para todos os níveis de carga do carregamento ER2, o método W-B estimou uma vida à fadiga tanto menor quanto menor era o nível de carga com a excepção do provete com o maior nível de carga deste carregamento.

Na Figura 4.17 a) é representada a correlação de vida à fadiga pelo método W-B, obtida pela Eq. 2.43. Para uma fácil comparação com o modelo SSF, é recuperada a correlação de vida à fadiga obtida com esse modelo e previamente apresentada na Figura 4.3, sendo agora apresentada na Figura 4.17 b).



Figura 4.17: Correlação de vida à fadiga pêlos métodos a) Wang-Brown e b) SSF.

Para os carregamentos ER1, ER2 e ENR todos as estimativas foram superiores à vida real. Para estes três carregamentos apenas três estimativas encontram-se abaixo da linha de factor 3. Para o carregamento FSm verificou-se o oposto, em que as estimativas foram inferiores à vida real dos provetes. Pela observação da Figura 4.17 a) verifica-se que com o aumento do nível de carga as estimativas tendem a aproximar-se do valor real. A diferença entre as estimativas não conservativas observadas no carregamento FS-m e as estimativas conservadoras observáveis nos outros três carregamentos devem-se à contabilização da tensão média normal. Nos carregamentos ER1, ER2 e ENR todas as reversões apresentam uma tensão média próxima de zero, influenciando pouco a estimativa de vida à fadiga dessa reversão. No carregamento FS-m várias reversões contêm uma tensão média superior, diminuindo a vida à fadiga estimada.

Na Figura 4.18 e na Figura 4.19 é representado os resultados da Tabela 4.6 num gráfico de barras agrupadas para uma melhor comparação do dano acumulado no instante da quebra do provete para os carregamentos ER1, ER2 e ENR e para o carregamento FSm, respectivamente. O resultado obtido pelo método W-B é comparado com o modelo SSF em conjunto com a regra de Miner, e com a regra de Morrow.



Figura 4.18: Comparação dos resultados da acumulação de dano para os métodos W-B e SSF com as regras de acumulação de dano de Miner e Morrow, para os carregamentos ER1, ER2 e ENR.

Nos carregamentos ER1 e ER2 (sequências aleatórias) o dano calculado pelo método W-B varia entre 0.14 e 0.37, valores consideravelmente distantes do valor unitário, revelando um desempenho pior face ao método SSF onde o dano acumulado varia entre os 0.4 e os 1.08. Para o carregamento ENR (sequência não aleatória) o dano acumulado variou entre 0.12 e 0.51. O mau desempenho para este carregamento é partilhado pelo método SSF, com a diferença de que o ultimo sobrestima o dano de cada repetição do espectro.



Figura 4.19: Comparação dos resultados da acumulação de dano para os métodos W-B e SSF com as regras de acumulação de dano de Miner e Morrow, para o carregamento FSm.

Para o carregamento FSm (sequência aleatória) o dano é sobrestimado em todos os níveis de carga. Como foi referido anteriormente este excesso decresce com o aumento do nível de carga, sendo que para o nível de carga aplicado mais baixo o dano aquando da fractura foi estimado em 4.92 e em

1.56 para o nível de carga mais elevado. Este fraco desempenho, naquele que é a sequência de carregamento mais complexa dos carregamentos aplicados neste trabalho, contrasta com o óptimo desempenho do método SSF com valores de 0.64 a 1.08 com a regra de Miner e de 0.68 a 1.16 com a regra de Morrow.

5 Análise das Superfícies de Fractura

5.1 Introdução

Após a separação dos provetes foi efectuada uma análise das superfícies de fractura dos mesmos. Através da observação da morfologia da superfície de fractura é possível identificar os diferentes estágios do processo de fractura.

O processo de fractura por fadiga tem inicio num instante em que ocorre a cedência local da superfície do provete, que resulta na abertura de uma microfissura na sua superfície. O aparecimento desta microfissura irá originar um efeito de concentração de tensões, provocando um aumento da tensão local na raiz da fissura o que irá proporcionar uma evolução do processo de fissuração, ou seja, a microfissura aumenta de tamanho ao longo dos ciclos, identificando-se assim o ponto inicial da fractura. De seguida, e resultante da continuação do carregamento, ocorre a propagação da fractura que, regra geral, origina aquilo a que se chama de linhas de paragem e que podem ser observadas macroscopicamente. À medida que a fenda propaga a secção resistente do provete diminui, levando a um aumento das tensões aplicadas, até a um ponto em que entra em fractura catastrófica. Esta rotura do provete, quase instantânea, origina numa certa zona da superfície de fractura uma morfologia irregular e sem mais características específicas, devido à elevada deformação plástica induzida ao provete nesta fase do processo de fractura por fadiga.

Após a quebra e separação por fadiga dos provetes as suas superfícies foram cuidadosamente inspeccionadas visualmente de modo a se poder identificar os possíveis pontos de iniciação da fissuração por fadiga. Havendo dúvidas, ou não, com auxilio de um microscópio digital compacto e de uma máquina fotográfica com função de captura macro foram confirmados os pontos de interesse para a medição dos ângulos dos planos de iniciação de fissuração por fadiga.

Na secção 5.2 serão apresentadas as imagens capturadas das superfícies de fractura de dois provetes para cada um dos carregamentos aplicados assim como as imagens frontais com a medição do ângulo do plano de iniciação de fissuração por fadiga. Excepção feita para os provetes do carregamento ER2, onde são apresentadas imagens de 3 provetes dado os diferentes ângulos medidos.

Na secção 5.3 é feita a estimativa dos ângulos de iniciação do plano de fissuração por fadiga através dos modelos de plano crítico introduzidos na secção 2.5.2 e efectuada a comparação e discussão dos resultados obtidos experimentalmente e numericamente. Estas estimativas foram obtidas com os carregamentos teóricos.

Sendo os carregamentos ER1 e ER2 uma versão aleatória do carregamento ENR é também analisada a previsão do ângulo de inicio de fissuração.

5.2 Orientação inicial da fissura - Resultados Experimentais

Na maioria dos provetes, embora fosse perceptível o ângulo do plano de falha a identificação do ponto de origem da fenda de fadiga não foi directa, tendo sido necessário varias observações de diversos ângulos de modo a seleccionar com a maior certeza possível o ponto ou a zona exacta.

A grande maioria das superfícies de fractura apresentam uma morfologia típica, sendo facilmente diferenciáveis as zonas de propagação estável e de ruptura final. A morfologia das superfícies dos provetes dos carregamentos ER1 e ER2 eram semelhantes entre si, com a excepção de um dos provetes em que a fenda iniciou-se a -22°.

5.2.1 Carregamento ER1



Figura 5.1: Origem da fenda e respectivo ângulo do Provete ER1-523.



Figura 5.2: Origem da fenda e respectivo ângulo de iniciação do Provete ER1-529.

5.2.2 Carregamento ER2



Figura 5.3: Origem da fenda e respectivo ângulo do provete ER2-497.



Figura 5.4: Origem da fenda e respectivo ângulo do Provete ER2-530.



Figura 5.5: Origem da fenda e respectivo ângulo do provete ER2-505.

5.2.3 Carregamento FSm



Figura 5.6: Origem da fenda e respectivo ângulo do Provete FSm-546.



Figura 5.7: Origem da fenda e respectivo ângulo do provete FSm-488.

5.3 Orientação inicial da fissura - estimativas dos modelos teóricos

De acordo com a formulação apresentada na secção 2.5.2 foi determinado o valor do parâmetro de dano de cada um dos modelos de plano crítico descritos para cada um dos blocos de carregamento considerado. Através da projecção de esforços ortogonais do carregamento biaxial obtém-se um tensor das tensões instantâneo em função do ângulo θ . Recorrendo à formulação de cada critério e fazendo o varrimento do ângulo θ de -90° a 90° (recorrendo ao *software* comercial MATLAB) obteve-se o valor do parâmetro de dano para cada valor de θ . O plano crítico fica identificado como aquele onde o parâmetro de dano é máximo. Para esta análise foram utilizados os carregamentos teóricos, dado que, como se irá ver, os modelos de plano crítico são insensíveis à trajectora do carregamento. O uso dos carregamentos reais iria originar os mesmos resultados, no que a ângulos estimados diz respeito, variando apenas no valor do parâmetro de dano em cada plano de projecção. Da Figura 5.8 à Figura

5.13 é apresentado, graficamente e para cada carregamento, a variação do parâmetro de dano dos vários modelos de plano crítico em função do ângulo θ .



Figura 5.8: Evolução do parâmetro de Findley nos diferentes planos de projecção para as trajectórias de carga.



Figura 5.9: Evolução do parâmetro de Brown-Miller nos diferentes planos de projecção para as trajectórias de



Figura 5.10: Evolução do parâmetro de S-W-T nos diferentes planos de projecção para as trajectórias de carga.



Figura 5.11: Evolução do parâmetro de F-S nos diferentes planos de projecção para as trajectórias de carga.



Figura 5.12: Evolução do parâmetro de LIU I nos diferentes planos de projecção para as trajectórias de carga.



Figura 5.13: Evolução do parâmetro de LIU II nos diferentes planos de projecção para as trajectórias de carga.

Na Tabela 5.1 é apresentado um resumo do valor dos ângulos medidos e dos ângulos de plano críticos, calculados para cada modelo. Além dos três carregamentos aplicados, são também apresentados os valores dos ângulos críticos para o carregamento ENR, onde o valor dos ângulos medidos foi obtido a partir de [75].

	ER1	ER2	ENR	FSm
Findley	0°	0°	0°	21°
Brown-Miller	0°	0°	0°	21°
S-W-T	0°	0°	0°	24°
Fatemi-Socie	0°	0°	0°	20°
LIU I	0°	0°	0°	-25°
LIU II	-90°/0°/+90°	-90°/0°/+90°	-90°/0°/+90°	-70°/+20°
Medido	0°	-22°/0°/5°	0°	0°

 Tabela 5.1: Resumo comparativo dos resultados teóricos com os experimentais na previsão do plano crítico de iniciação de fissuração por fadiga multiaxial.

A primeira característica, que é de visualização imediata, diz respeito à variação do parâmetro de dano dos carregamentos ER1, ER2 e ENR. Em todos os modelos de plano crítico, o parâmetro de dano, ao logo dos diferentes planos, têm valor igual para os três carregamentos, levando a que, na sua representação gráfica, as curvas se encontrem sobrepostas no gráfico de cada modelo. Ao analisar-se as expressões que permitem calcular o parâmetro de dano de cada modelo constata-se que todos os modelos de plano crítico apenas têm em consideração o máximo da amplitude/gama das tensões e/ou das extensões sendo indiferentes à sequência de cargas do carregamento, sendo totalmente insensíveis a blocos de carregamento com várias reversões e, como tal, insensíveis à trajectória de carregamento. Consequentemente o plano, ou os planos, que admitem um parâmetro de dano máximo vão ser, em cada modelo. os mesmos para os três carregamentos.

Para o carregamento ER1 as medições revelam uma concordância com as previsões dos modelos de plano crítico tendo sido medido a inclinação nula prevista por todos os modelos considerados. O mesmo se verifica para o carregamento ENR.

Para o carregamento ER2 que, como explicado previamente, obteve as previsões de plano crítico idênticas ao carregamento ER1, em dois dos provetes a medição do ângulo de propagação da fenda revelou um plano diferente do esperado tendo sido medido um ângulo de -22º num provete, e de 5º noutro.

Para o carregamento FSm, onde para todos os provetes ensaiados foi medido um ângulo de 0º, nenhum dos modelos de plano crítico estimou correctamente o ângulo de inclinação do plano.

6 Conclusões

No presente trabalho foi avaliado o desempenho do modelo SSF para carregamentos multiaxiais aleatórios. Antes da realização dos ensaios de fadiga, foi revista alguma da bibliografia disponível, com o objectivo de adquirir uma compreensão sobre a fadiga multiaxial e os vários fenómenos associados a este tipo de carregamento. Foram estudados vários critérios de fadiga, vários métodos de contagem de ciclos e diferentes métodos de acumulação de dano, propostos por diferentes autores de modo estimar a vida à fadiga e o dano acumulado dos carregamentos multiaxiais.

De modo a poder avaliar o modelo SSF foi realizada uma série de ensaios de fadiga em controlo de carga. Para estes ensaios foram geradas duas sequências aleatórias e foi utilizada ainda uma modificação do espectro Falstaff. Os carregamentos foram aplicados em provetes do aço 42CrMo4. Após os ensaios, foi realizada uma análise à superfície dos provetes. Ambas as componentes experimentais da presente dissertação permitiram-me obter alguma experiência laboratorial que, infelizmente, é limitada no decorrer do nosso percurso académico.

Os vários modelos utilizados neste trabalho foram implementados no MATLAB. As estimativas obtidas pelo modelo SSF foram comparados com os resultados obtidos experimentalmente. De seguida, foi feita uma avaliação do dano acumulado, estimado pelo modelo SSF, e comparou-se os resultados com o método proposto por Wang e Brown.

Da analise dos resultados apresentados nos capítulos 4 e 5 tiraram-se várias conclusões e que são aqui apresentadas.

6.1 Validade do modelo SSF

- Ambas as sequências aleatórias ER1 e ER2 obtiveram vidas à fadiga semelhantes. No entanto aparentam criar mais dano que a sequência não aleatória ENR. Seria necessária uma amostra maior de modo a confirmar esta tendência.
- Nas correlações de vida à fadiga com o modelo SSF, a utilização de diferentes métodos de contagem de ciclos revelou uma grande influência nos resultados, mostrando que a importância de contabilizar correctamente os ciclos em carregamentos aleatórios e de tensão de amplitude variável.
- O modelo SSF obteve estimativas razoáveis para a vida à fadiga em todos os carregamentos com todos os pontos a estarem entre as linhas de factor de vida de 2 e de 3, apresentando melhores correlações do que as obtidas pelo método de W-B, mesmo sem contabilizar com o efeito da tensão média, que foi contabilizado nas estimativas do método de W-B.
- O modelo SSF, bem como o modelo de W-B, subestimam o dano dos carregamentos ER1, ER2 e ENR. Para o carregamento FSm, o mais complexo e irregular, o método SSF apresentou boas correlações, ao contrario do método de W-B que sobrestimou o dano do espectro.

 A aplicação do método de extracção de blocos provocou uma variação de 1% a 8% no erro relativo das estimativas. Embora a divisão do carregamento em blocos seja lógica, o método de extracção de blocos aparenta ter um impacto residual para os carregamentos analisados fazendo com que o pacote SSF, com ou sem o método de extracção de blocos, seja uma boa ferramenta para a obtenção de estimativas de vida á fadiga para carregamentos aleatórios.

6.2 Análise das superfícies de fractura

Após a fractura dos provetes ensaiados foi efectuada uma análise das superfícies de fractura, onde os ângulos dos planos de iniciação medidos foram comparados com os ângulos estimados por vários modelos de plano crítico.

- Os modelos de plano crítico obtiveram estimativas correctas para os carregamentos ER1 e ER2, que eram compostos por 4 ramos diferentes realizados de forma aleatória, com a excepção de dois provetes. No carregamento FSm nenhum modelo foi capaz de prever o ângulo de iniciação.
- A grande maioria dos provetes ensaiados (11 em 13) fracturou a 0°.
- O carregamento FSm, o mais irregular dos três carregamentos, foi o único que originou superfícies de fractura irregulares. No entanto em todos eles era facilmente identificado as varias zonas de crescimento de fenda.
- Para carregamentos em que a variação da amplitude das tensões aplicadas é muito grande (em variação ao longo do tempo), carregamentos aleatórios e semelhantes ao FSm, os modelos de plano crítico dão más estimativas do ângulo de iniciação. No entanto para blocos de carregamento com poucos SAR distintos (ex. ER1 e ER2), estes continuam a estimar razoavelmente o ângulo de iniciação.
- Em carregamentos complexos e aleatórios, o uso de máximos de tensões ou o máximo de extensões como decisor do plano crítico torna-se inapropriado pois ignora a sequência de cargas e o nível das mesmas no resto da história de carregamento.

6.3 Propostas de futuros desenvolvimentos

- Realizar ensaios com sequências aleatórias, e não aleatórias do carregamento ER, com uma maior amostra de modo a poder determinar, com maior certeza, o maior dano das sequências aleatórias.
- Avaliar, através de ensaios de fadiga, a influência da tensão média, tanto a de corte como a axial negativa e axial positiva, no mapa de dano ssf.
- Incorporar o efeito da tensão média no critério SSF.
- Efectuar carregamentos aleatórios em controlo de deformação de modo a avaliar melhor os fenómenos de plasticidade nestes carregamentos.

- Gerar a superfície ssf para mais materiais e verificar a validade do modelo nesses materiais sem recorrer a factores de conversão.
- Verificar a influência da não contabilização de certas reversões pelo método de contagem de ciclos vcc nas estimativas de vida à fadiga. Aplicando o algoritmo directamente, quando não há uma passagem do sinal da tensão equivalente por 0 os picos locais, que até podem ser de tensão elevada e correspondentes a reversões com uma gama de tensão significativa, são ignorados, resultando num número de ciclos virtuais inferior ao esperado.
- Avaliar o método SSF com outras regras de acumulação de dano (não lineares).
- Integrar o critério SSF e o método de contagem de ciclos vcc em programas de elementos finitos.

Referências

- [1] Otegui, J. L., Fatigue damage leads to a serious traffic accident., *Engineering Failure Analysis*, 9(1):109-122, 2002.
- [2] Die ICE-Katastrophe von Eschede (<u>https://newstopaktuell.wordpress.com/category/die-ice-katastrophe-von-eschede/</u> Consultado em: 22 de Novembro de 2016).
- [3] Esslinger V., Kieselbach, R., Koller, R., Weisse, B., The railway accident of Eschede technical background., *Engineering Failure Analysis*, 11:515-535, 2004.
- [4] Findlay, S. J., Harrison, N. D., Why aircraft fail., *Materials Today*, 5(11):18-25, 2002.
- [5] Campbell, G. S., Lahey, R., A survey of serious aircraft accidents involving fatigue fracture., International Journal of Fatigue, 6(1):25-30, 1984.
- [6] Bhaumik, S. K., Sujata, M., Venkataswamy, M. A., Fatigue failure of aircraft components., Engineering Failure Analysis, 15:675-694, 2008.
- [7] Material Technologies, Inc. Completes EFS Inspection of Bridge in New Jersey (<u>http://www.prnewswire.com/news-releases/material-technologies-inc-completes-efs-inspection-of-bridge-in-new-jersey-58419432.html</u> Consultado a: 22 de Novembro de 2016).
- [8] Electrochemical Fatigue Sensor System for Bridge Inspections Receiving Significant Interest (<u>http://www.prnewswire.com/news-releases/electrochemical-fatigue-sensor-system-for-bridge-inspections-receiving-significant-interest-56864292.html</u> Consultado a: 22 de Novembro de 2016).
- [9] Schijve, J., *The Accumulation of Fatigue Damage in Aircraft Materials and Structures*, AGARDograph No. 157, North Atlantic Treaty Organization, 1972.
- [10] Schütz, W., A History of Fatigue., Engineering Fracture Mechanics, 57(2):263-300, 1996.
- [11] Timoshenko, S., History of Strength of Materials., McGraw-Hill, 1953.
- [12] Gates, N., Fatemi, A., Multiaxial variable amplitude fatigue life analysis including notch effects., International Journal of Fatigue, 91(2):337-351, 2016.
- [13] Dowling, N. E., Mean stress effects in Stress-Life and strain-life fatigue., SAE Technical Paper 2004-01-2227, 2004.
- [14] Socie, D. F., Marquis, G. B., *Multiaxial Fatigue*. Society of Automotive Engineers, Warrendale, PA, EUA, 2000.
- [15] Marquis, G. B., Socie, D. F., Comprehensive Structural Integrity., Vol. 4, Capítulo 4.09, pp. 221-252, Elsevier Science, Reino Unido, 2003.
- [16] Lalanne, C., Mechanical Vibration & Shock: Fatigue Damage Volume IV, 2nd Ed., John Wiley & Sons Inc., Hoboken, NJ, EUA, 2001.
- [17] Cui, W., A state-of-the-art review on fatigue life prediction methods for metal structures., *Journal of Marine Science and Technology*, 7(1):43-56, 2002.
- [18] Findley, W. N., A theory for the effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsion and axial load or bending., Engineering Materials Research Laboratory, Division of Engineering, Brown University, 1958.

- [19] Smith, K. N., Watson, P., Topper, T. H., A stress-strain function for the fatigue of metals., *Journal of Materials*, JMLSA 5(4):767-778, 1970.
- [20] Brown, M. W., Miller, K. J., A theory for fatigue failure under multiaxial stress-strain conditions., Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers, 187(1):745-755, 1973.
- [21] Liu, K., A method based on virtual strain-energy parameters for multiaxial fatigue life prediction., Advances in Multiaxial Fatigue, ASTM STP 1191:67-84, 1993.
- [22] Wang, C. H., Miller, K. J., The effect of mean shear stress on torsional fatigue behaviour., *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 14:293-307, 1991.
- [23] Wang, C. H. e Brown, M. W., A path-independent parameter for fatigue under proportional and nonproportional loading., *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 16(12): 1285-1298, 1993.
- [24] Reis, L., Comportamento Mecânico de Aços em Fadiga Multiaxial a Amplitude de Carga Constante e Síncrona, Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior Técnico, Tese de Doutoramento, 2004.
- [25] Anes, Vitor, (2009). Efeito da Sequência de Cargas Axial e de Torção na Previsão de Vida em Fadiga Multiaxial., Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior Técnico, Dissertação de Mestrado, 2009.
- [26] Fatemi, A., Socie, D.F., (1988) "A Critical Plane Approach to Multiaxial Fatigue Damage Including Out-of-Phase Loading", Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 11(3):149-166, 1988.
- [27] Aircher, W., Branger, J., van Dijk, G. M., Ertelt, J., Hück, M., de Jonge, J. B., Description of a fighter aircraft loading for standard for fatigue evaluation. FALSTAFF, Common Report of FCW Emmen, LBF, NRL, IABG, 1976.
- [28] Paul, S. K., Prediction of non-proportional cyclic hardening and multiaxial fatigue life for FCC and BCC metals under constant amplitude of strain cycling., *Materials Science & Engineering A*, 656:111-119, 2016.
- [29] Borodii, M. V., Shukaev, S. M., Additional cyclic strain hardening and its relation to material structure, mechanical characteristic, and lifetime., *International Journal of Fatigue*, 29:11887-1191, 2007.
- [30] Anes, V., Reis, L., Bin, L., de Freitas, M., New cycle counting method for multiaxial fatigue., International Journal of Fatigue, 67:78-94, 2014.
- [31] Anes, V., Reis, L., de Freitas, M., Asynchronous multiaxial fatigue damage evaluation., *Procedia Engineering*, 101:421-429, 2015.
- [32] Fatemi, A., Yang, L., Cumulative fatigue damage and life prediction theories: a survey of the state of the art for homogeneous materials., *International Journal of Fatigue*, 4(1):31-40, 1982.
- [33] Lv, Z., Huang, H-Z., Zhu, S-P., Gao, H., Zuo, F., A modified nonlinear fatigue damage accumulation model, *International Journal of Damage Mechanics*, 24:168-181, 2015.
- [34] Anes, V., Damage Analysis of Complex Loading Paths., Universidade de Lisboa, Instituto Superior Técnico, Tese de Doutoramento, 2015.

- [35] Meyers, M., Chawla, K., Mechanical Behaviour of Materials., Cambridge University Press, 2nd Edition, 2009.
- [36] Reis, L., Li, B., de Freitas, M., Fatigue behaviour of a structural steel under non-proportional multiaxial loading., *International Journal of Fatigue*, 31:1660-1668, 2009.
- [37] Papadopoulos, I. V., Critical plane approaches in high-cycle fatigue: on the definition of the amplitude and mean value of the shear stress acting on the critical plane., *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 21: 269-285, 1998.
- [38] Sines, G., The prediction of fatigue fracture under combined stresses at stress concentrations., *Bulletin of JSME*, 4(15):443–453, 1961.
- [39] Vu, Q. H., Halm, D., Nadot, Y., Multiaxial fatigue criterion for complex loading based on stress invariants., *International Journal of Fatigue*, 32(7):1004–1014, 2010.
- [40] Li, B., Reis, L., De Freitas, M., Comparative study of multiaxial fatigue damage models for ductile structural steels and brittle materials., *International Journal of Fatigue*, 31(11):1895–1906, 2009.
- [41] McDiarmid, D. L., A general criterion for high cycle multiaxial fatigue failure., Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 14(4):429–453, 1991.
- [42] Matake, T., An explanation on fatigue limit under combined stress., *Bulletin of the JSME*, 20(141):257–263, 1977.
- [43] Freitas, M., Li, B., Santos, J. L. T., A numerical approach for high-cycle fatigue life prediction with multiaxial loading. *Multiaxial Fatigue and Deformation: Testing and Prediction*, ASTM STP 1387, S. Kaluri and P.J. Bonacuse, Eds., ASTM, West Conshohocken, PA: 139-156, 2000.
- [44] Li, B., Freitas, M., A Procedure for Fast Evaluation of High-Cycle Fatigue Under Multiaxial Random Loading., *Proc. of ASME 2001 Design Engineering Technical Conferences*, pp. 558-563, 2002.
- [45] Santos, J., Freitas, M., Li, B., Trigo, T., Fatigue Assessment of Mechanical Components Under Complex Multiaxial Loading., *European Structural Integrity Society*, 31:463-482, 2003.
- [46] Reis, L., Li, B., Freitas, M., Multiaxial Fatigue Testing and Analysis of Metallic Materials., Anales de Mecânica de la Fractura, vol. 20, 2003.
- [47] Liu, Y., Mahadevan, S., Multiaxial high-cycle fatigue criterion and life prediction for metals., *International Journal of Fatigue*, 27:790-800, 2005.
- [48] Wang, Y-Y., Yao, W-X., A multiaxial criterion for various metallic materials under proportional and nonproporcional loading., *International Journal of Fatigue*, 28:401-408, 2006.
- [49] Reis, L., Li, B., de Freitas, M., Crack initiation and growth path under multiaxial fatigue loading in structural steels., *International Journal of Fatigue*, 31:1660-1668, 2009.
- [50] Anes, V., Reis, L., Li, B., Fonte, M., de Freitas, M., New approach for analysis of complex multiaxial loading paths., *International Journal of Fatigue*, 62:21-33, 2014.
- [51] Anes, V., Reis, L., Li, B., de Freitas, M., New cycle counting method for multiaxial fatigue., *International Journal of Fatigue*, 67:78-94, 2014.
- [52] Anes, V., Reis, L., de Freitas, M., A new criterion for evaluating multiaxial fatigue damage under multiaxial random loading conditions., *Advanced Materials Research*, Vols. 891-892:1360-1365, 2014.

- [53] Anes, V., Reis L., Li B., and Freitas M., New approach to evaluate non-proportionality in multiaxial loading conditions., *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 37:1338–1354, 2014.
- [54] Anes, V., Reis, L., de Freitas, M., On the assessment of multiaxial fatigue damage under variable amplitude loading., *Frattura ed Integrità Strutturale*, 37:124-130, 2016.
- [55] Anes, V., Caxias, J., Freitas, M., Reis, L., Fatigue damage assessment under random and variable amplitude multiaxial loading conditions in structural steels., *International Journal of Fatigue*, 100:591-601, 2017.
- [56] Xia, T., Yao, W., Comparative research on the accumulative damage rules under multiaxial block loading spectrum for 2024-T4 aluminium alloy., *International Journal of Fatigue*, 48:257-265, 2013.
- [57] Budynas, R. G. e Nisbet, J. K., Shigley's Mechanical Engineering Design., McGraw Hill, 8th Ed., 2006.
- [58] ASTM E1049, *Standard Practices for Cycle Counting in Fatigue Analysis.*, ASTM International, 2011.
- [59] Kondo, Y., Fatigue Under Variable Amplitude., *Comprehensive Structural Integrity.*, Volume 4, Ch. 4.10:253-279, 2003.
- [60] Marsh, G., Wignall, C., Thies, P. R., Barltrop, N., Incecik, A., Venugopal, V., Johaning, L., Review and application of Rainflow residue processing techniques for accurate fatigue damage estimation. *International Journal of Fatigue*, 82:757-765, 2016.
- [61] Downing, S. D., Socie, D. F., Simple Rainflow counting algorithms., *International Journal of Fatigue*, 4(1):31-40, 1982.
- [62] Anthes, R. J., Modified rainflow counting keeping the load., *International Journal of Fatigue*, 19(7):529-535, 1997
- [63] Chen, H., Shang, D-G., An on-line algorithm of fatigue damage evaluation under multiaxial random loading., *International Journal of Fatigue*, 33:250-254, 2011.
- [64] Meggiolaro, M. A., de Castro, J. T. P., An improved multiaxial rainflow algorithm for non-proportional stress or strain histories – Part II: The Modified Wang–Brown method., *International Journal of Fatigue*, 42:194-206, 2012.
- [65] Shamsaei, N., Fatemi, A., Socie, D. F., Multiaxial fatigue evaluation using discriminating strain paths., *International Journal of Fatigue*, 33(4):597-609, 2011.
- [66] Bannantine, J. A., Socie, D. F., A variable amplitude multiaxial fatigue life prediction method., Third International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue, Estugarda, Alemanha, 1989.
- [67] Wang, C. H., Brown, M. W., Life prediction techniques for variable amplitude multiaxial fatigue part 1: theories., *ASME Journal of Engineering and Materials Technology*, 118:367–370, 1996.
- [68] Wang, C. H., Brown, M. W., Life prediction techniques for variable amplitude multiaxial fatigue part 2: Comparison with experimental results., ASME Journal of Engineering and Materials Technology, 118:371–374, 1996.
- [69] Wang, C. H., Brown, M. W., On plastic deformation and fatigue under multiaxial loading., *Nuclear Engineering and Design*, 162:75-84, 1995.

- [70] Fatemi, A., Shamsaei, N., Multiaxial fatigue: an overview and some approximation models for life estimation., *International Journal of Fatigue*, 33:948-958, 2011.
- [71] Nieslony, A., Determination of fragments of multiaxial service loading strongly influencing the fatigue of machine components., *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 23(8):2712-2721, 2009.
- [72] Susmel, L., Tovo, R., Lazzarin, P., The mean stress effect on the high-cycle fatigue strength from a multiaxial fatigue point of view., *International Journal of Fatigue*, 27:928-943, 2005.
- [73] Smith, J. O., Effect of range of stress on fatigue strength of metals., *University of Illinois Bulletin* 39, No. 36, 1942.
- [74] Shamsaei, N., Fatemi, A., Small fatigue crack growth under multiaxial stresses. *International Journal of Fatigue*, 58:126-135, 2014.
- [75] Louro, J., Avaliação do dano acumulado gerado por sequências de carregamentos biaxiais na vida à fadiga no aço 42CrMo4., Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior Técnico, Dissertação de Mestrado, 2010.
- [76] de Freitas, M., Reis, L., Meggiolaro, M. A., de Castro, J. T. P., Stress scale factor and critical plane models under multiaxial proportional loading histories., *Engineering Fracture Mechanics*, 174:104-116, 2017.
- [77] de Paula, F. A., Estudo crítico do método de contagem de ciclos de Wang & Brown para a estimativa de vida à fadiga multiaxial., Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Dissertação de Mestrado, 2012.
- [78] MATLAB Release 2015a, The MathWorks, Inc., Natick, Massachusetts, United States.
- [79] AFGROW v5.2.5.19, LexTech, Inc., Centerville, Ohio, United States.

Anexos

A.1 Script para gerar o carregamento ER

```
% script que gera um bloco de carregamento de n ramos aleatórios.
                                                                8
% A variável n_ramos define o número de ramos a gerar.
                                                                8
% A variável ângulos define os ângulos dos ramos a gerar no formato:
                                                                8
% [1 , ângulo1; ... ; n_ângulos, ângulo_n]
                                                                2
                                                                2
% Devolve (e grava) duas matrizes que definem o carregamento, uma delas
                                                                8
% com tempo:
                                                                2
2
   - espectro estrela.mat
                                                                0
    - espectro estrela ctempo.mat
                                                                %
8
00
                                                                8
% João Henrique Caxias - N° 63363 - MEMec
                                                                Ŷ
% Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica
                                                                2
% Limpa o Workspace e a Commmand Window
clear all;
clc;
n ramos = 100; % Numero de ramos
% Define ângulos desejados (SARs)
ângulos = [1,0;2,pi/4;3,pi/2;4,3*pi/4];
segundos por ramo = 0.2; % define em quantos segundos é efectuado um ramo
estrela random final = [];
n ângulos = 0.5*numel(ângulos); % verifica o numero de ângulos definidos
t inicio=0;
% gera matriz 100x1 com valores de 1-n ângulos
seq_caminhos = randi(n_ângulos,n_ramos,1);
ramo=[0:0.1:1, 0.9:-0.1:0.1, 0:-0.1:-1, -0.9:0.1:-0.1]';
aux1=numel(ramo);% variavel auxiliar
% ciclo que gera o carregamento
for k = 1:1:100
   j = ângulos(seq_caminhos(k,1),2);
   matriz_ângulos_radiados(k,1)=j;
   matriz_ângulos_graus(k,1)=round(j*180/pi);
   estrela random(:,1)=[t inicio:segundos por ramo/aux1: ...
       k*segundos_por_ramo-segundos_por_ramo/aux1];
   estrela_random(:,2)=ramo*cos(j);
   estrela random(:,3)=ramo*sin(j);
   t inicio=k*segundos por ramo;
   if k == n ramos
       t final = estrela random(aux1,1)+segundos por ramo/aux1;
       estrela_random_final=[estrela_random_final; estrela_random; ...
          t final,0,0];
   else
       estrela_random_final=[estrela_random_final; estrela_random];
   end
end
% Grava os dados em ficheiros
aux tempo 1=clock;
aux tempo 2=sprintf('%i%i%i',ceil(aux tempo 1(4:6)));
file name espectro=sprintf('ER %s-%s',date,aux_tempo_2);
file name ângulos=sprintf('ER sequence %s-%s',date,aux tempo 2);
save(file_name_espectro,'estrela_random_final');
save(file name ângulos, 'matriz ângulos graus');
```

A.2 Função de calculo do valor do parâmetro ssf

```
function [valor_ssf] = ssf(lambda,sa)
% Inicializa constantes do polinómio
a = 2.692127243; b = -0.009901857; c = 1.69494777348343E-05;
d = -9.51647692174326E-09; f = -5.993095152; g = 11.71962002;
h = -8.035222469; i = 1.629790268;
% Calculo do valor ssf
valor_ssf = a + b*sa + c*sa^2 + d*sa^3 + f*lambda^2 + g*lambda^3 + ...
h*lambda^4 + i*lambda^5;
end
```

A.3 Função para o método de contagem de ciclos vcc

```
function [valor_vcc] = vcc(t_eqv_eval,blocos,nbloco)
% obtém o ponto inicial do bloco extraido
inicio=blocos(nbloco,1);
% obtém o ponto final do bloco extraido
fim=blocos(nbloco,2);
% obtém o valor da tensão SFF máxima do bloco extraido
tau max bloco=blocos(nbloco,3);
% Acrescenta um 0 no inicio e no fim
if t eqv eval(inicio,1) == 0
    t eqv eval bloco=t eqv eval(inicio:fim,1);
else
    t_eqv_eval_bloco=[0;t_eqv_eval(inicio:fim,1)];
end
if t_eqv_eval(fim,1) == 0
else
    t_eqv_eval_bloco=[t_eqv_eval_bloco;0];
end
% actualiza o numero de pontos do bloco extraido sujeito à contagem
linhas2=numel(t_eqv_eval bloco);
% incialização de variáveis
saltar=0; inicio=2;
n_pico=0; n_vale=0;
% ciclo de contagem de ciclos do bloco extraido sujeito à contagem
for i=2:1:linhas2
    if t eqv eval bloco(i,1) == 0 && saltar==0;
        fim=i-1;
        % Picos
        nbloco;
        n pico=n pico+1;
        inicio;
        fim;
        pico(n pico,1)=max(t eqv eval bloco(inicio:fim,1));
        if pico(n_pico,1)<0</pre>
            pico(n_pico,1)=0; % passa a 0 se for negativo
        end
        % Vales
        n vale=n vale+1;
        vale(n_vale,1)=min(t_eqv_eval_bloco(inicio:fim,1));
        if vale(n_vale,1)>0
            vale(n vale,1)=0; % passa a 0 se for positivo
        end
        inicio=i+1;
        saltar=1;
    else % valor não nulo
        saltar=0;
    end
end
% Cálculo do valor de vcc para o bloco extraido sujeito à contagem
valor_vcc=(1/(2*tau_max_bloco))*((sum(abs(pico)))+sum(abs(vale)));
```

A.4 Função para o método de extracção de blocos

```
function [blocos, nbloco, carregamento] = extrai blocos(t eqv eval)
% Acrescenta um 0 no inicio
if t eqv eval(1,1) == 0
else
         t eqv eval = [0 ;t eqv eval];
end
linhas = numel(t eqv eval);
% Acrescenta um \overline{0} no fim
if t eqv eval(linhas,1) == 0
else
         t_eqv_eval(linhas+1,1) = 0;
end
linhas = numel(t_eqv_eval);
% Elimina um O no fim caso haja dois seguidos
while t eqv eval(linhas,1) == 0 && t eqv eval(linhas-1,1) == 0
         t_eqv_eval = t_eqv_eval(1:linhas-1,1);
         linhas = numel(t_eqv_eval);
end
linhas = numel(t_eqv_eval);
i = 1;
% Acrescenta um zero sempre que haja variação de sinal
while (i < linhas)</pre>
         if t eqv eval(i,1)*t eqv eval(i+1,1) < 0</pre>
                 t_eqv_eval = [t_eqv_eval(1:i,1);0;t_eqv_eval(i+1:linhas,1)];
                 linhas = numel(t_eqv_eval);
                 i=i+1;
         else
                 i=i+1;
         end
end
% Inicialização de variáveis
linhas = numel(t eqv eval);
carregamento = t eqv eval; % para output
nbloco = 1;
blocos = [1,linhas,t_eqv_eval(2,1)];
bloco 1 indef = 1;
terminar = 0;
i=2;
% Ciclo de extracção de blocos
while (i <= linhas)</pre>
         % Condição para terminar ciclo
         if i == linhas
                 blocos(nbloco,2) = linhas;
         end
         % Extracção do 1º Bloco
         while (bloco_1_indef == 1)
                 if t_eqv_eval(i,1) <= 0
    i = i+1;</pre>
                 else % continua se o ponto seguinte for superior ou igual ao actual
                          if t eqv eval(i,1) < t eqv eval(i+1,1)</pre>
                                   \overline{i} = \overline{i} + 1;
                          else % encontrou um máximo (pico)
                                   blocos(1,3) = t_eqv_eval(i,1);
                                   for z=i+1:1:linhas
                                            aux_2 = abs(t_eqv_eval(z,1)-blocos(1,3));
                                            if \overline{t}_{eqv}_{eval}(z,1) > blocos(1,3) \&\& \dots
                                                             t_eqv_eval(z+1,1) < t_eqv_eval(z,1) \&\& ...
                                                    t_{eqv} = z_{-1}, z_
                                                     blocos(2,1) = z;
                                                    blocos(2,3) = t eqv eval(z,1);
```

```
nbloco = 2;
                       i=i+1;
                       bloco_1_indef = 0;
                       break;
                   % No caso de o 1º bloco ser o espectro completo
                   elseif z == linhas
                       bloco_1_indef = 0;
                       blocos(1,2) = linhas;
                       i = linhas+1;
                       nbloco = 1;
                       terminar = 1;
                   else
                   end
               end
           end
       end
   end
    % Extração dos blocos seguintes
    if terminar == 0
       else
           if t_eqv_eval(i+1,1) > t_eqv_eval(i,1) && ...
                   t_eqv_eval(i+1,1) > t_eqv_eval(i+2,1) && ...
                   t_eqv_eval(i+1,1) > blocos(nbloco,3)
               novo maximo = i+1;
               blocos(nbloco, 2) = i;
               blocos(nbloco+1,3) = max(abs(t_eqv_eval(novo_maximo,1)));
               blocos(nbloco+1,1) = i+1;
               nbloco=nbloco+1;
               i = i+1;
           else
               i = i + 1;
           end
       end
   end
end
end
```

Ramo #	Ângulo						
1	0	26	0	51	0	76	45
2	135	27	0	52	45	77	90
3	0	28	0	53	135	78	90
4	135	29	0	54	0	79	135
5	135	30	0	55	0	80	135
6	135	31	45	56	0	81	90
7	0	32	0	57	90	82	45
8	45	33	135	58	90	83	135
9	45	34	135	59	90	84	90
10	135	35	45	60	45	85	45
11	45	36	45	61	90	86	135
12	135	37	45	62	45	87	135
13	0	38	135	63	90	88	90
14	45	39	45	64	0	89	90
15	0	40	0	65	90	90	90
16	0	41	135	66	0	91	0
17	135	42	45	67	45	92	45
18	90	43	0	68	90	93	45
19	90	44	45	69	135	94	0
20	0	45	0	70	0	95	135
21	135	46	0	71	135	96	0
22	90	47	135	72	135	97	0
23	45	48	135	73	45	98	0
24	90	49	90	74	45	99	0
25	45	50	0	75	45	100	45

A.5 Sequência de ângulos (em graus) gerada para o carregamento ER1

Ramo #	Ângulo	Ramo #	Ângulo	Ramo #	Ângulo	Ra	imo #	Ângulo
1	-45	26	-45	51	-45		76	0
2	0	27	0	52	45		77	90
3	0	28	0	53	45		78	90
4	-45	29	-45	54	45		79	0
5	90	30	90	55	45		80	0
6	0	31	0	56	-45		81	-45
7	-45	32	-45	57	45		82	-45
8	90	33	90	58	45		83	45
9	90	34	90	59	45		84	0
10	90	35	90	60	90		85	90
11	-45	36	-45	61	45		86	0
12	-45	37	-45	62	0		87	90
13	45	38	45	63	-45		88	90
14	0	39	0	64	90		89	45
15	90	40	90	65	45		90	-45
16	45	41	45	66	0		91	-45
17	-45	42	-45	67	0		92	-45
18	45	43	45	68	90		93	0
19	-45	44	-45	69	45		94	0
20	0	45	0	70	90		95	90
21	0	46	0	71	0		96	90
22	-45	47	-45	72	-45		97	-45
23	0	48	0	73	90		98	90
24	90	49	90	74	0		99	45
25	90	50	90	75	-45		100	90

A.6 Sequência de ângulos (em graus) gerada para o carregamento ER2