

Estabilidade de Colunas com Secção em C Reforçada

Henrique Manuel Caixinha Pinto Santana

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em

Engenharia Civil

Orientadores: Professor Doutor Pedro Manuel de Castro Borges Dinis

Professor Doutor Dinar Reis Zamith Camotim

Júri

Presidente: Professor Doutor Fernando Manuel Fernandes Simões

Orientador: Professor Doutor Pedro Manuel de Castro Borges Dinis

Vogal: Professor Doutor Luís Manuel Calado de Oliveira Martins

Abril de 2014

Dedicatória

Ao meu pai.

Resumo

Apresentam-se e discutem-se os resultados de um estudo sobre o comportamento de estabilidade de colunas de aço enformadas a frio com secção em C reforçada. Consideram-se reforços em forma de V na alma e/ ou nos banzos dos perfis, os quais exibem as extremidades simplesmente apoiadas ou encastradas. O estudo tem por objetivo identificar um conjunto significativo de geometrias de perfis, i.e., dimensões da secção transversal e comprimento, afetados por fenómenos de interação entre modos de instabilidade locais e distorcionais. Realizaram-se análises de estabilidade identificando geometrias afetadas por fenómenos de interação local/distorcional com auxílio do *software* GBTUL1.0 β que utiliza a Teoria Generalizada de Vigas (*Generalized Beam Theory-GBT*). Após indicar as características essenciais e as potencialidades do programa GBTUL1.0 β , apresenta-se a metodologia adotada na seleção das geometrias, dando particular atenção aos critérios considerados na identificação das dimensões dos perfis.

Palavras-chave:

Colunas de aço enformadas a frio

Instabilidade local e distorcional

Interação modal

Colunas de secção em C com reforços de extremidade e intermédios

Abstract

This work present and discuss a group of results concerning the stability behavior of simply supported-ended and fixed-ended cold-formed steel web and/or flange-stiffened lipped channels columns. The members exhibit V-shape in the web and/or flanges. The study identify a significant number of geometries members, by dimensions of the cross section and length, affected by interaction phenomena between local and distortional buckling modes. Through a stability analysis we could identify columns geometries affected by local/distortional interaction phenomena. All stability analyzes were performed with GBTUL1.0 β software by using Generalized Beam Theory (GBT). After indicating the essential characteristics and potential of GBTUL1.0 β program we presents the methodology adopted in the geometry columns selection, with particular attention to the criteria considered in identifying the dimensions of the members.

Keywords:

Cold-formed steel columns

Local and distortional buckling

Mode interaction

Web and/or flange-stiffened lipped channel columns

Agradecimentos

Aos orientadores científicos da dissertação, Pedro Borges Dinis e Dinar Camotim, pela disponibilidade no esclarecimento das questões que surgiram e na cedência de informação. Agradeço a sua confiança e atitude crítica na realização desta dissertação

À minha família, mãe, irmão e sobrinhos e em especial à minha madrinha pelo apoio na realização deste trabalho.

A todos os colegas do Instituto Superior Técnico pelo convívio diário e ajuda ao longo do meu percurso académico.

Índice de Texto

1	Introdução	1
1.1	Considerações gerais	1
1.2	Motivação e âmbito do trabalho	2
1.3	Organização do trabalho	3
2	Conceitos Fundamentais	5
2.1	Estabilidade estrutural	5
2.1.1	Instabilidade bifurcacional	6
2.2	Estabilidade de perfis metálicos de parede fina	9
2.2.1	Instabilidade global e local	9
2.2.2	Modo local	11
2.2.3	Modo distorcional	12
2.2.4	Interação entre modos de estabilidade	12
2.3	Condições de apoio dos elementos estruturais	14
3	Métodos de Análise	15
3.1	Introdução	15
3.2	Teoria Generalizada de Vigas	15
3.3	Programa GBTUL 1.0 β	16
4	Estabilidade de Colunas	19
4.1	Introdução	19
4.2	Procedimento geral	21
4.3	Exemplos	23
4.3.1	Colunas simplesmente apoiadas	23
4.3.1.1	Secções com reforços intermédios na alma	24
4.3.1.2	Secções com reforços intermédios no banzo	31

4.3.1.3	Secções com reforços intermédios na alma e no banzo	37
4.3.2	Colunas encastradas	43
4.3.2.1	Secções com reforços intermédios na alma	44
4.3.2.2	Secções com reforços intermédios no banzo	46
4.3.2.3	Secções com reforços intermédios na alma e no banzo	48
5	Seleção da Geometria das Colunas	51
5.1	Introdução	51
5.1.1	Critérios para seleção de geometrias	51
5.2	Secções com reforços intermédios na alma	52
5.2.1	Colunas simplesmente apoiadas	52
5.2.2	Colunas encastradas	54
5.3	Secções com reforços intermédios no banzo	56
5.3.1	Colunas simplesmente apoiadas	56
5.3.2	Colunas encastradas	58
5.4	Secções com reforços intermédios na alma e no banzo	60
5.4.1	Colunas simplesmente apoiadas	60
5.4.2	Colunas encastradas	62
6	Considerações Finais e Desenvolvimentos Futuros	65
7	Referências Bibliográficas	69

Lista de Figuras

Figura 1.1 – Perfis de aço enformado a frio.	1
Figura 1.2 – Edifício construído segundo método <i>Light Steel Framing</i> (LSF).	1
Figura 1.3 – Processos de enformagem a frio: (a) laminagem a frio; (b) quinagem.	2
Figura 2.1 – Instabilidade bifurcacional (adaptado de Reis e Camotim [2]).	6
Figura 2.2 – Configurações dos modos de instabilidade de coluna simplesmente apoiada para as cargas críticas P_{cr}^1 , P_{cr}^2 e P_{cr}^3 .	7
Figura 2.3 – Coluna encastrada.	8
Figura 2.4 – Trajetórias de equilíbrio de uma placa comprimida (adaptado de Reis e Camotim [2]).	9
Figura 2.5 – Configuração dos modos de instabilidade de colunas com secção em C: modo a) local (ML), (b) distorcional (MD), (c) de flexão (MF), (d) de flexão-torção (MFT).	10
Figura 2.6 – Curva de estabilidade P_{cr} vs L de um perfil de aço enformado a frio de secção C.	11
Figura 2.7 – Curvas P_b vs L com interação modal. (a) Interação local/global; (b) Interação distorcional/global; (c) Interação local/distorcional/global [6].	13
Figura 2.8 - Ilustração da diferença entre as rotações de flexão globais e locais [16].	14
Figura 3.1 – Discretização da secção transversal através da Teoria Generalizada de Vigas [15].	16
Figura 3.2 – Estrutura da interface gráfica do GBTUL 1.0β.	17
Figura 3.3 – Telas que constituem a interface gráfica do GBTUL 1.0β.	17
Figura 3.4 – Configurações (no plano da secção) de 13 modos de deformação GBT de uma secção em Z.	18
Figura 4.1 – Curvas de estabilidade de perfis com secção em C.	20
Figura 4.2 – Secção em C com reforços intermédios na (a) alma, no (b) banzo e (c) alma/banzo.	20
Figura 4.3 – Metodologia de discretização das secções transversais das colunas.	21
Figura 4.4 – Curva de estabilidade de uma coluna simplesmente apoiada.	23

Figura 4.5 – Modos de deformação GBT de uma secção em C com reforços intermédios em forma de “V” na alma.	24
Figura 4.6 – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L ($n_w=1$) de colunas com variação da largura da alma (b_w).	25
Figura 4.7 – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L ($n_w=1$) de colunas com variação da largura da banzo (b_f).	26
Figura 4.8 – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L ($n_w=1$) de colunas com variação da largura do reforço de extremidade (b_s).	27
Figura 4.9 – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L ($n_w=1$) de colunas com variação da espessura (t).	28
Figura 4.10 – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L ($n_w=1$) de colunas com secção “A0” e secção “AB”.	30
Figura 4.11 – Modos de deformação GBT de uma secção em C com reforços intermédios em forma de “V” no banzo.	31
Figura 4.12 – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L ($n_w=1$) de colunas com variação da largura da alma (b_w).	32
Figura 4.13 – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L ($n_w=1$) de colunas com variação da largura da banzo (b_f).	33
Figura 4.14 – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L ($n_w=1$) de colunas com variação da largura do reforço de extremidade (b_s).	34
Figura 4.15 – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L ($n_w=1$) de colunas com variação da espessura (t).	35
Figura 4.16 – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L ($n_w=1$) de colunas com secção “B0” e secção “BC”.	36
Figura 4.17 – Modo de deformação GBT de uma secção em C com reforços intermédios em forma de “V” na alma e banzo.	37
Figura 4.18 – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L ($n_w=1$) de colunas com variação da largura da alma (b_w).	38

Figura 4.19 – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L ($n_w=1$) de colunas com variação da largura da banzo (b_f).	39
Figura 4.20 – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L ($n_w=1$) de colunas com variação da largura do reforço de extremidade (b_s).	40
Figura 4.21 – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L ($n_w=1$) de colunas com variação da espessura (t).	41
Figura 4.22 – – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L ($n_w=1$) de colunas com secção “C0” e secção “CD”.	42
Figura 4.23 – Curvas de estabilidades para o caso de uma coluna encastrada.	43
Figura 4.24 – Curvas de estabilidades para o caso de uma coluna encastrada de uma secção com reforços intermédios na alma e respetiva tabela com as dimensões transversais.	45
Figura 4.25 – Curvas de estabilidades para o caso de uma coluna encastrada de uma secção com reforços intermédios no banzo e respetiva tabela com as dimensões transversais.	47
Figura 4.26 – Curvas de estabilidades para o caso de uma coluna encastrada de uma secção com reforços intermédios na alma e banzo e respetiva tabela com as dimensões transversais.	49

Lista de Tabelas

Tabela 4.1 – Geometrias de colunas simplesmente apoiadas de secção em C com reforços intermédios na alma.	45
Tabela 4.2 – Geometrias de colunas encastradas de secção em C com reforços intermédios no banzo.	47
Tabela 4.3 – Geometrias de colunas simplesmente apoiadas de secção em C com reforços intermédios na alma e no banzo	49
Tabela 5.1 – Critérios de seleção das colunas simplesmente apoiadas e encastradas	52
Tabela 5.2 – Geometrias de colunas simplesmente apoiadas de secção em C com reforços intermédios na alma.	53
Tabela 5.3 – Geometrias de colunas encastradas de secção em C com reforços intermédios na alma.	55
Tabela 5.4 – Geometrias de colunas simplesmente apoiadas de secção em C com reforços intermédios no banzo.	57
Tabela 5.5 – Geometrias de colunas encastradas de secção em C com reforços intermédios no banzo.	59
Tabela 5.6 – Geometrias de colunas simplesmente apoiadas de secção em C com reforços intermédios na alma e banzo.	61
Tabela 5.7 – Geometrias de colunas encastradas de secção em C com reforços intermédios na alma e banzo.	63
Tabela A.1 – Geometrias de colunas simplesmente apoiadas secção em C com reforços intermédios na alma.	A
Tabela A.2 – Geometrias de colunas encastradas secção em C com reforços intermédios na alma.	A

Tabela A.3 – Geometrias de colunas simplesmente apoiadas secção em C
com reforços intermédios no banzo.

B

Tabela A.4 – Geometrias de colunas encastradas secção em C
com reforços intermédios no banzo.

B

Tabela A.5 – Geometrias de colunas simplesmente apoiadas secção em C
com reforços intermédios na alma e banzo.

C

Tabela A.6 – Geometrias de colunas encastradas secção em C
com reforços intermédios na alma e banzo.

C

Lista de Gráficos

- Gráfico 5.1 – Colunas simplesmente apoiadas de secção em C com reforços intermédios na alma:
relação de tensões σ_D/σ_L em percentagem das secções em C
com reforços intermédios na alma. 53
- Gráfico 5.2 – Colunas encastradas de secção em C com reforços intermédios na alma:
relação de tensões σ_D/σ_L em percentagem das secções em C
com reforços intermédios na alma. 55
- Gráfico 5.3 – Colunas simplesmente apoiadas de secção em C com reforços intermédios no banzo:
relação de tensões σ_D/σ_L em percentagem das secções em C
com reforços intermédios na alma.. 57
- Gráfico 5.4 – Colunas encastradas de secção em C com reforços intermédios no banzo:
relação de tensões σ_D/σ_L em percentagem das secções em C
com reforços intermédios no banzo. 59
- Gráfico 5.5 – Colunas simplesmente apoiadas de secção em C com reforços intermédios na alma e banzo:
relação de tensões σ_D/σ_L em percentagem das secções em C
com reforços intermédios na alma e banzo. 61
- Gráfico 5.6 – Colunas encastradas de secção em C com reforços intermédios na alma e banzo:
relação de tensões σ_D/σ_L em percentagem das secções em C
com reforços intermédios na alma e banzo. 63

Lista de Símbolos

Caracteres Latinos

b_w	Largura da alma
b_f	Largura do banzo
b_s	Largura do reforço de extremidade
E	Módulo de elasticidade
I	Inércia da secção
K	Fator de comprimento de encurvadura
L	Comprimento
L_e	Comprimento de encurvadura
L_D	Comprimento da barra que exhibe a menor carga crítica distorcional
L_{D-G}	Comprimento da barra relativo à interação entre modos distorcional e global
L_L	Comprimento da barra que exhibe a menor carga crítica local
L_{L-D}	Comprimento da barra relativo à interação entre modos local e distorcional
L_{L-G}	Comprimento da barra relativo à interação entre modos local e global
L_{L-D-G}	Comprimento da barra relativo à interação entre modos local, distorcional e global
P	Carga aplicada
P_b	Carga de bifurcação
P_{cr}	Carga crítica
n_w	Número de semi-ondas
t	Espessura
u_i	Deslocamento i
S_{1w}	Largura do reforço intermédio na alma
S_{2w}	Altura do reforço intermédio na alma
S_{1f}	Largura do reforço intermédio na banzo

S_{2f} Altura do reforço intermédio no banzo

Caracteres Gregos

$\Delta\sigma$ Diferença entre a tensão crítica local e distorcional

λ Parâmetro de carga

λ_b Valores próprios dos parâmetros de carga de bifurcação

λ_C Esbelteza da barra

ν Coeficiente de Poisson

σ_{cr} Tensão crítica

σ_D Tensão crítica distorcional

σ_L Tensão crítica local

σ_G Tensão crítica global

Acrónimo

GBT	Teoria Generalizada de Vigas (<i>Generalized Beam Theory</i>)
MEF	Método dos Elementos Finitos
MFF	Método das Faixas Finitas
LSF	<i>Light Steel Framing</i>

1 Introdução

1.1 Considerações gerais

A progressão tecnológica dos projetos de engenharia e a investigação aprofundada dos materiais, têm levado os engenheiros a conceberem soluções de grande eficiência estrutural aliada a baixos custos de produção. O conceito de esbelteza de uma estrutura traduz-se na necessidade de satisfazer objetivos de natureza estética e/ou económica bem como avaliação do risco de colapso por instabilidade através da verificação de segurança. Os fenómenos de instabilidade condicionam o comportamento das estruturas metálicas nomeadamente as constituídas por perfis de aço enformado a frio

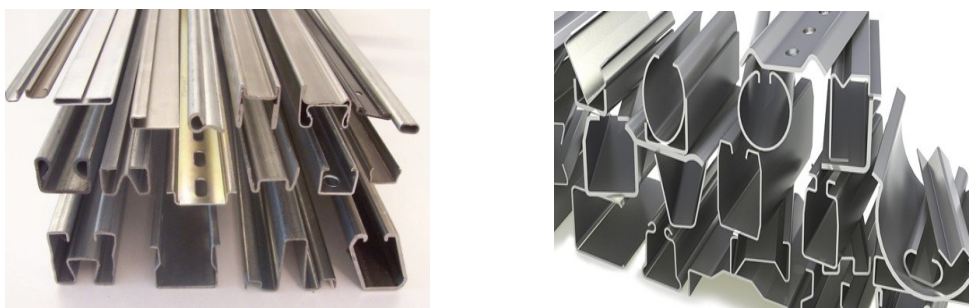


Figura 1.1 – Perfis de aço enformado a frio.

Os perfis de aço enformado a frio reúnem um conjunto de características que tornam um excelente material para execução de estruturas nomeadamente no método construtivo *Light Steel Framing* (LSF).



Figura 1.2 – Edifício construído segundo método *Light Steel Framing* (LSF).

O processo de fabrico, contempla dois métodos distintos na produção dos elementos estruturais. A (i) laminagem a frio (*cold rolling*) é processo no qual a configuração final do elemento estrutural é obtida por ação direta (compressão) de um conjunto de rolos perpendicularmente dispostos à chapa. O segundo método (ii) a quinagem (*press braking*), a

chapa é forçada a dobrar ao longo da direção longitudinal devido à compressão da chapa contra os sistemas, originando quinias.

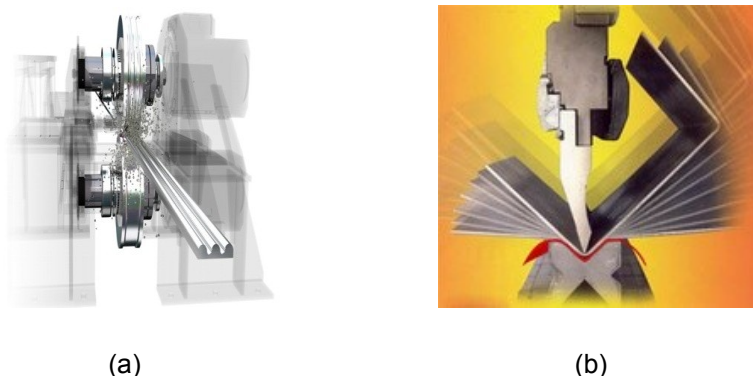


Figura 1.3 – Processos de enformagem a frio: (a) laminagem a frio; (b) quinagem.

De forma resumida, apresenta-se os aspetos que condicionam o comportamento de perfis de aço enformado a frio com secção aberta Prola [9]:

- (i) Fenómenos de instabilidade local e/ou global devido sobretudo à elevada esbelteza das chapas que constituem o perfil e à baixa rigidez de torção das secções.
- (ii) Elevada deformabilidade à torção associada à baixa rigidez de torção das secções de parede fina aberta e ao facto do centro de corte não coincidir com centro de gravidade.
- (iii) Empenamento das secções sujeita a momento torsor associado a características geométricas da secção e às condições de fronteira.
- (iv) O comportamento estrutural das paredes comprimidas do perfil é melhorado pela existência de reforços de extremidade.
- (v) Endurecimento do aço na zona dos bordos do perfil (zona da chapa de aço que foi dobrada) e sua influência no aumento da tensão de cedência e diminuição ductilidade.
- (vi) Colapso da alma devido a aplicações de forças concentradas.

1.2 Motivação e âmbito do trabalho

O tema do presente trabalho insere-se no quadro do conhecimento do comportamento estrutural de perfis de aço enformado a frio. Pretende-se melhorar o conhecimento relativo ao comportamento estrutural de secções em C com reforços de extremidade e intermédios. A inclusão de reforços de extremidade provoca o aparecimento da instabilidade distorcional que para determinadas geometrias conduz a ocorrência de semelhança entre tensão local e distorcional (interação local/distorcional). A ocorrência deste tipo de fenómenos resulta na

redução de capacidade resistente da secção. A referir os trabalhos desenvolvidos nesta temática Dinis e Camotim *et al.* [11 a 18].

A inclusão reforços intermédios tem como efeito o aumento da tensão local e consequentemente o afastamento entre tensão local e distorcional, contudo nestas geometrias é possível a ocorrência de fenómenos de interação local/distorcional. A salientar que foram realizados estudos anteriores nomeadamente Young *et al.*, Yang e Hancock *et al.* [20 a 22], ligados à temática desta dissertação no entanto ainda são escassos os estudos em relação à capacidade resistente deste tipo de secções.

O presente trabalho visa a seleção de um conjunto perfis afetados pela interação entre fenómenos de instabilidade local/distorcional. Este perfis são secções do tipo C com reforços de extremidade e inclusão de reforços intermédios na alma e no banzo em colunas. Pretende-se avaliar este tipo de secções e perceber os aspetos que condicionam a ocorrência dos fenómenos de interação entre modos de instabilidade, de índole local e distorcional. Foram estudadas secções com uma seleção criteriosa de geometria que possibilitam a sua aplicação em sistemas estruturais correntes.

1.3 Organização do trabalho

O presente capítulo faz uma descrição breve do tema da dissertação, definindo os objetivos que presidiram a sua realização.

O capítulo 2 apresenta os conceitos fundamentais necessários para realização e compreensão do trabalho, a salientar (i) os conceitos de estabilidade, (ii) conceitos de estabilidade de perfis de parede fina.

O capítulo 3 aborda o método numérico Teoria Generalizada Vigas utilizado na análise de estabilidade. Apresenta-se o programa mecânico computacional GBTUL 1.0 β que utiliza como base teórica a GBT.

O capítulo 4 explicita o método para a identificação da geometria das colunas de aço enformadas a frio com secção transversal em C, com reforços de extremidade e intermédios. Afetadas por fenómenos interação que envolvam os modos de instabilidade de índole local/distorcional através de uma análise de estabilidade dos perfis utilizando o programa GBTUL 1.0 β . O método consiste num processo de tentativa-erro por alteração das dimensões da alma, banzo, reforço de extremidade e espessura onde as tensões de bifurcação são semelhantes nos modos locais e distorcionais.

O capítulo 5 ilustra as geometrias de perfis em secção C com reforços de extremidade e intermédios em colunas, afetadas por fenómenos interação local/distorcional. O processo de

identificação das geometrias é baseado no método descrito capítulo 4 e a sua seleção por critérios pré-estabelecidos.

O capítulo 6 é dedicado à apresentação das conclusões mais relevantes que surgiram na realização da presente dissertação. Definem-se tópicos cujo desenvolvimento se considera importante na realização de trabalhos futuros.

2 Conceitos Fundamentais

Este capítulo apresenta as noções teóricas necessárias ao desenvolvimento do trabalho concretamente o conceito de estabilidade estrutural, a definição de instabilidade bifurcacional e respetivos exemplos. Ainda neste capítulo será abordado a estabilidade de perfis metálicos de parede fina nomeadamente os conceitos de instabilidade global e local. A definição do modo local e distorcional, do conceito de interação entre modos de instabilidade e características das condições de apoio estudadas no trabalho.

2.1 Estabilidade estrutural

A estabilidade estrutural é um conceito associado à noção de equilíbrio. Uma estrutura sujeita a um sistema de forças exteriores, exhibe uma configuração de equilíbrio determinada pelos valores dos deslocamentos. O comportamento da estrutura sujeita a ação exterior define a estabilidade da configuração de equilíbrio. Após o cessamento da ação exterior a estrutura poderá, (i) retornar à configuração inicial garantindo um equilíbrio estável ou (ii) não retornar à configuração inicial e apresentar um equilíbrio instável. A alteração do estado de tensão de uma estrutura induz a ocorrência de fenómenos de instabilidade estrutural. Este conceito também designado por encurvadura ocorre em elementos sujeito a tensões de compressão que podem ser analisados isoladamente ou em conjunto numa dada estrutura. A transição entre configurações de equilíbrio estáveis e instáveis é caracterizada pela evolução ao longo de uma determinada trajetória de equilíbrio. A evolução progressiva da relação carga-deslocamento permite determinar a carga crítica responsável pela alteração da configuração inicial para uma configuração de equilíbrio instável. A instabilidade é dividida em dois grupos: (i) instabilidade bifurcacional; (ii) instabilidade por *snap-trough*.

A análise do comportamento geometricamente linear de uma estrutura ou elementos estruturais envolve a determinação de esforços, tensões e deslocamentos provocados pelo conjunto de ações a que estrutura está submetida análise linear ou de 1º ordem. A análise de estabilidade envolve a determinação (i) das coordenadas do ponto de bifurcação e (ii) a configuração da deformada que a estrutura exhibe no momento da bifurcação. A análise de estabilidade é a mais simples das análises geometricamente não lineares. Aplicada exclusivamente a problemas de instabilidade bifurcacional e pressupõe um comportamento elástico linear do material. A nível matemático corresponde a um problema de valores e vetores próprios, (vetores próprios no caso de estruturas / barras discretizadas que resulta da aplicação de métodos numéricos) definindo: (i) os parâmetros de carga (no caso dos elementos estruturais, tensões/esforços) de bifurcação aos valores próprios; (ii) os correspondentes modos de instabilidade, as funções (sistemas contínuos) ou vetores próprios (sistemas discretos). O menor dos parâmetros de carga de bifurcação corresponde a configuração do modo são habitualmente designados por “parâmetro de carga crítico de bifurcação” e por “modo de instabilidade crítico”.

2.1.1 Instabilidade bifurcacional

A figura 2.1 ilustra o diagrama carga-deslocamento genérico do problema de instabilidade bifurcacional. Considerando uma peça “ideal”, i.e. sem imperfeições geométricas submetida a um incremento de carga de compressão que apresenta uma trajetória de equilíbrio fundamental (linear ou não linear), com início na origem do diagrama carga-deslocamento. Esta trajetória designada como pré-encurvadura é intercetada pela trajetória de equilíbrio secundária (pós-encurvadura) num ponto de bifurcação. Associado a este ponto, está a carga de bifurcação que após ser vencida provoca alteração da trajetória fundamental inicialmente estável para instável. As deformações começam a aumentar segundo um padrão diferente da fase de pré-encurvadura, sendo este novo padrão designado como modo de instabilidade. A trajetória secundária pode ser estável ou instável, dependendo do tipo de bifurcação.

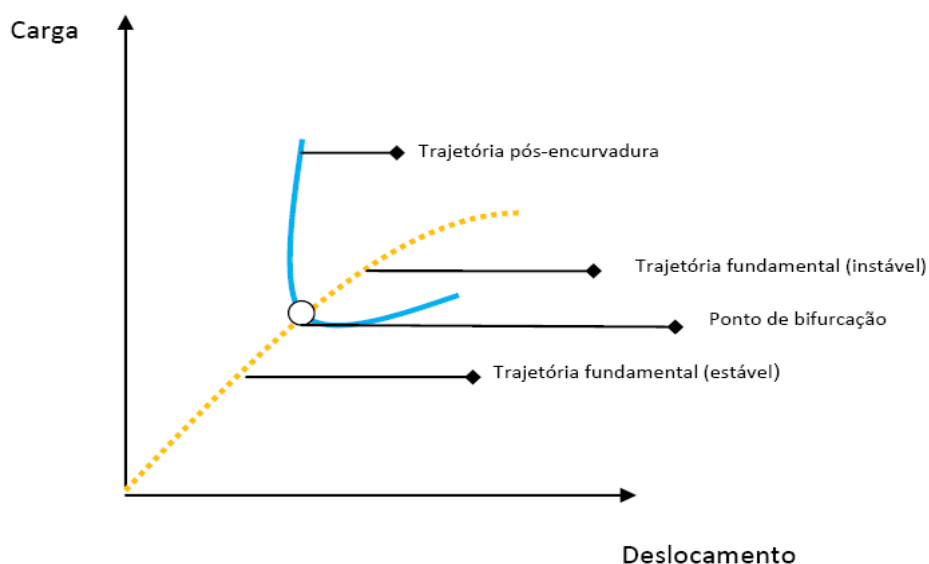


Figura 2.1 – Instabilidade bifurcacional (adaptado de Reis e Camotim [2]).

Um exemplo que ilustra o conceito de instabilidade bifurcacional é caso da coluna de Euler. Considerando uma peça prismática simplesmente apoiada nas extremidades e sujeita a esforço axial de compressão P_{cr} (ilustrada na figura 2.2). Admitindo as hipóteses do (i) material ser elástico linear e (ii) as secções transversais apresentarem dois eixos de simetria, os eixos principais de inércia. A análise é realizada num plano definido pelo eixo da peça e por um dos eixos principais de inércia, (iii) em que são desprezados as deformações por esforço transversal.

Numa secção à distância x da extremidade A o momento fletor é dado por $M = -Py$. O comprimento da barra é dado por L e rigidez de flexão da secção transversal da coluna é EI .

Em que o E é o módulo de elasticidade de material e I o momento principal de inércia da secção em relação ao eixo de flexão considerado.

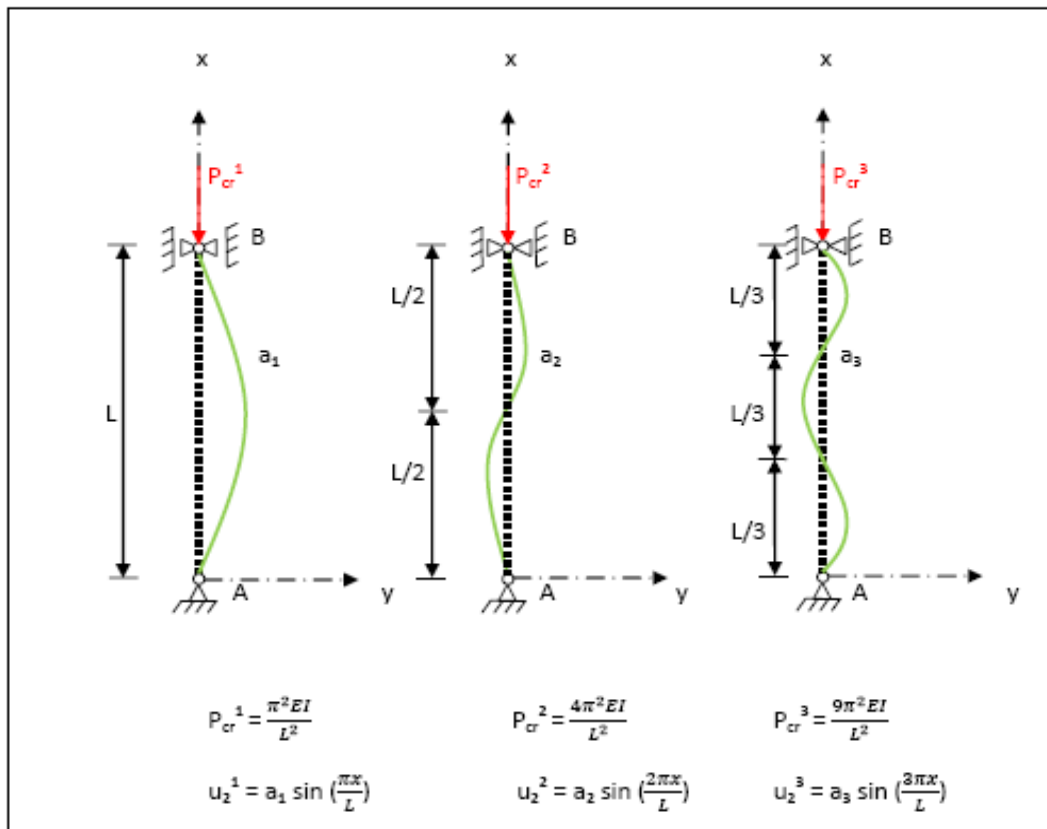


Figura 2.2 – Configurações dos modos de instabilidade de coluna simplesmente apoiada para as cargas críticas P_{cr}^1 , P_{cr}^2 e P_{cr}^3 .

A carga crítica de encurvadura de Euler, quando atinge o valor de crítico da coluna entra em regime de instabilidade assumindo a forma de meia senoide, em que a amplitude a do deslocamento transversal é indeterminada:

$$y = a \sin(kx) = a \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad .(1.1)$$

Após encontrar a carga crítica de uma coluna, a tensão crítica correspondente obtém-se dividindo a força pela área da secção reta da peça:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{AL^2} = \frac{\pi^2 EI}{\left(\frac{L}{r}\right)^2} \quad , (1.2)$$

onde $r = \sqrt{\frac{I}{A}}$ é o raio de giração da secção relativamente ao eixo principal de encurvadura (correspondente ao momento de inércia menor). A relação $\lambda_c = \frac{L}{r}$ é uma grandeza adimensional, característica da secção com nome de coeficiente de esbelteza da barra em consideração.

Tendo em conta as diversas possibilidades de condições nas extremidades, introduz-se a noção do comprimento de encurvadura da coluna $Le = KL$. Onde L é o comprimento real da barra e K é fator de comprimento efetivo. O comprimento efetivo le corresponde ao comprimento de uma coluna equivalente simplesmente apoiado em ambas as extremidades, podendo aplicar-se a fórmula seguinte:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} \quad .(1.3)$$

O fator K acima definido é igual a 1 no caso fundamental de Euler (barra com um pino em cada extremidade) e igual $\frac{1}{2}$ numa barra duplamente encastrada (observar a figura 2.3).

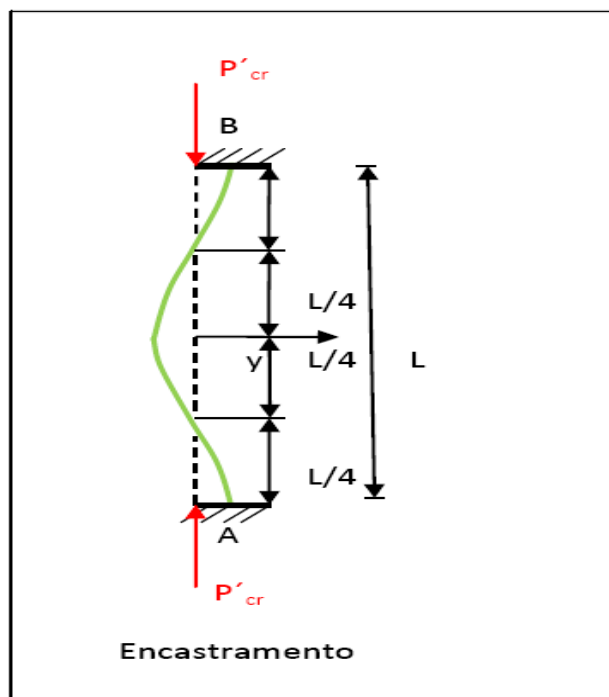


Figura 2.3 – Coluna encastrada.

Outro exemplo que exibe instabilidade bifurcacional é o caso da placa axialmente comprimida. Após sofrer o carregamento, a placa sofre um encurtamento devido à compressão axial (trajetória de pré-encurvadura). Ao atingir a carga crítica sofre translações normais no plano médio (trajetória de pós-encurvadura estável). Na evolução da trajetória de pós-encurvadura surgem tensões de tração de membrana, que aumentam rigidez da placa e consequentemente a resistência do aumento de carga para além da carga crítica. A figura 2.4 ilustra o conceito de instabilidade bifurcacional de uma placa comprimida.

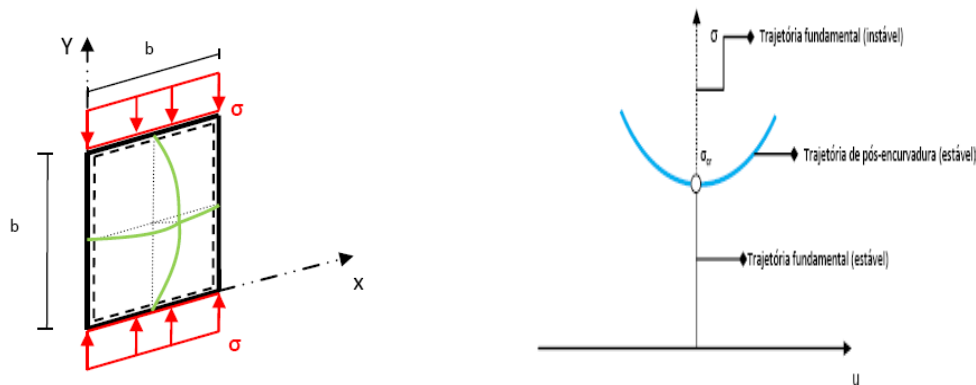


Figura 2.4 – Trajetórias de equilíbrio de uma placa comprimida (adaptado de Reis e Camotim [2]).

2.2 Estabilidade de perfis metálicos de parede fina

O colapso de perfis de parede fina enformada a frio é condicionado por conjunto de fenómenos de grande complexidade (e.g., instabilidade, plasticidade), com menor importância em secções compacta e paredes menos esbeltas. Os perfis enformados a frio apresentam (i) uma reduzida rigidez de torção em particular secção aberta, (ii) paredes de elevada esbelteza, suscetíveis à ocorrência de fenómenos de instabilidade local, (iii) deformabilidade de natureza não só global, mas também local, com empenamento das secções fator influenciado pelas condições de apoio dos elementos estruturais.

2.2.1 Instabilidade global e local

A instabilidade global é caracterizada por deformação do eixo longitudinal de uma barra, onde as secções transversais sofrem unicamente deslocamentos de corpo rígido no seu próprio plano (de rotação e/ou translação). Trata-se de modos de deformação da teoria clássica de barras nomeadamente (i) dois modos de instabilidade por flexão (varejamento) em torno da maior e da menor inércia, e (ii) um modo de instabilidade por torção. No caso da existência de simetria simples (um eixo), a barra apresenta (i) um modo de instabilidade por flexão (no plano de simetria) e os outros dois modos de instabilidade por flexão-torção e instabilidade por torção. Os fenómenos de deformabilidade global que afetam os perfis metálicos são caracterizados por ocorrência de deformação do eixo da barra, no qual as secções transversais sofrem deslocamentos de corpo rígido no seu próprio plano, (duas translações e uma rotação). Caracterizam estes fenómenos de instabilidade global a (i) a instabilidade de colunas (barras comprimidas) por modo de flexão (MF) ou (ii) a instabilidade lateral de vigas (barras fletidas) por modo de flexão-torção (MFT).

A instabilidade local é caracterizada pela deformação das paredes da secção de uma barra, no seu próprio plano, permanecendo o eixo longitudinal do perfil na configuração indeformada. Contempla dois modos distintos (i) os modos locais-de-placa (flexão das paredes sem deslocamentos dos bordos longitudinais internos) e (ii) os modos distorcionais (flexão das paredes com deslocamentos significativos de um ou mais bordos longitudinais internos). Caracterizam os fenómenos de instabilidade local: (i) o modo local de placa (MLP) e (ii) o modo distorcional (MD).

Devido ao facto do modo distorcional apresentar características de instabilidade local e global alguns autores sugerem a seguinte classificação (i) modo local referente ao modo local de placa, (ii) modo distorcional e (iii) modos globais ou Euler.

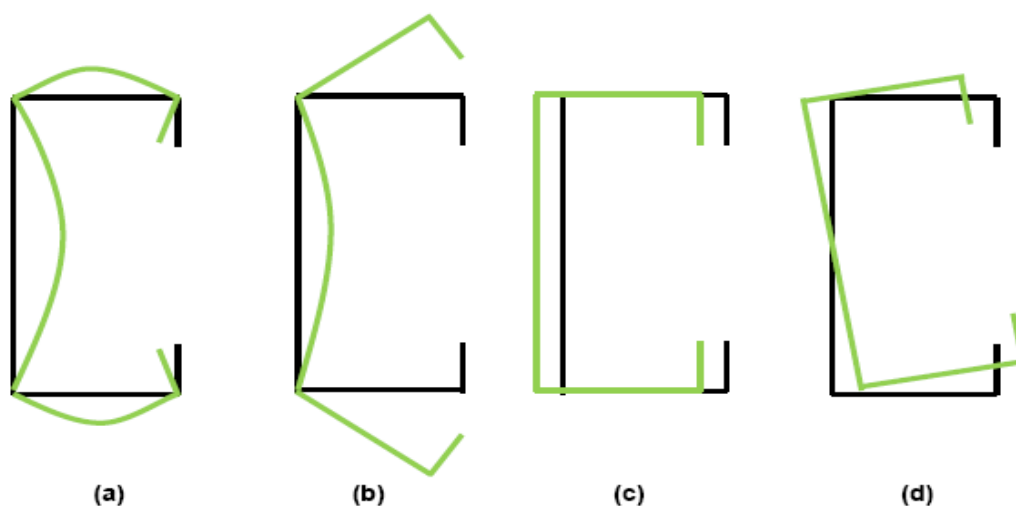


Figura 2.5 – Configuração dos modos de instabilidade de colunas com secção em C: modo a) local (ML), (b) distorcional (MD), (c) de flexão (MF), (d) de flexão-torção (MFT).

A influência de cada tipo de fenómeno de instabilidade no comportamento estrutural de uma barra de parede fina aberta reside (i) na geometria do elemento estrutural (configuração e dimensão da secção transversal), (ii) nas condições de apoio (e.g. secções extremas apoiadas ou encastradas, travamentos intermédios), (iii) no carregamento a que está sujeito (e.g. compressão, flexão, flexão-torção), (iv) das constantes elásticas do material. Uma barra poderá ser sujeita a apenas uma ou a vários tipos de instabilidade.

Dependendo tipo de fenómeno instalado na barra, podemos classifica-la como (i) “barra curta”, quando a instabilidade ocorre num modo local, (ii) “barra longa”, quando ocorrem fenómenos de instabilidade global e (iii) barra intermédia, quando existe interação entre fenómenos locais e globais Prola [9], a figura 2.6 ilustra o conceito.

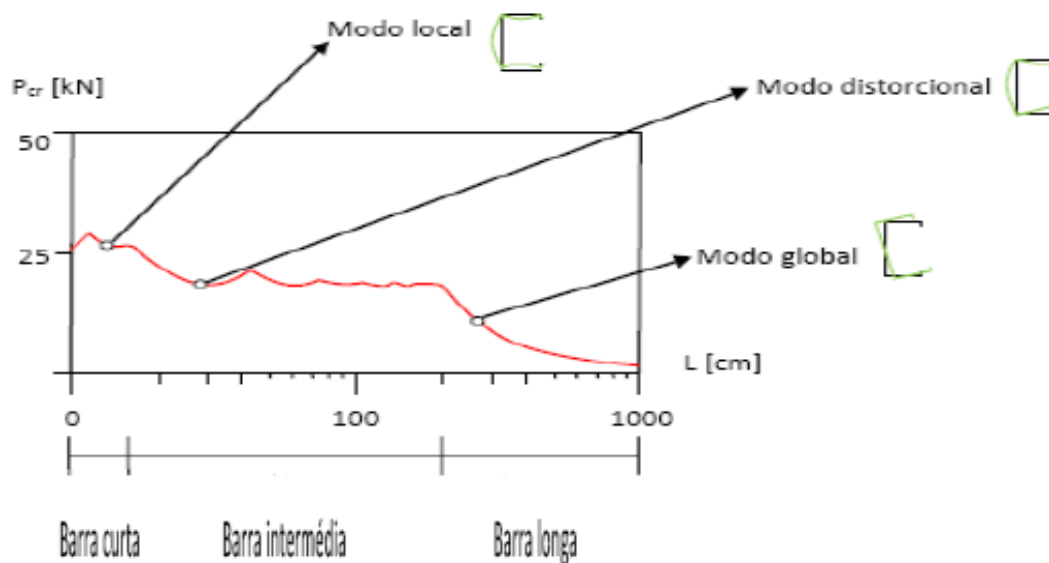


Figura 2.6 – O gráfico representa a curva de estabilidade P_{cr} vs L de um perfil de aço enformado a frio de secção C.

2.2.2 Modo local

No modo local apenas ocorrem deslocamento de flexão das paredes do perfil. Este modo é caracterizado por uma configuração deformada em que os bordos longitudinais internos do perfil permanecem indeformado, sendo a deformação das paredes de secção exclusivamente por flexão das paredes interior. Nesta perspetiva, podemos sugerir que os elementos estruturais de aço enformado a frio são um conjunto de placas longas, ligadas entre si ao longo dos respetivos bordos longitudinais. A nível estrutural a estabilidade das secções em relação ao modo local e a estabilidade de placas isoladas são fenómenos análogos. A instabilidade da secção é determinada pela instabilidade da parede (placa) mais esbelta que a constituí (deformando-se as restantes por compatibilidade).

O estudo rigoroso do comportamento de estabilidade de secções de parede fina no modo local de placa, implica a consideração de outros aspetos resultante da interação de um conjunto de placas nomeadamente: (i) à compatibilidade de deslocamentos e rotações entre placas; (ii) ao equilíbrio de forças e momentos ao longo dos bordos longitudinais internos. Existe uma dificuldade de obtenção de soluções analíticas gerais (apenas existem soluções analíticas para problemas simples em termos de condições e/ou carregamentos), sendo necessário satisfazer as condições adicionais combinada com não linearidade das equações de equilíbrio que governam o comportamento de cada placa. Desta forma o estudo no modo local faz-se na prática através de métodos aproximados numéricos.

2.2.3 Modo distorcional

No modo distorcional ocorrem deslocamentos de flexão e membrana e a secção exhibe distorção. O modo distorcional envolve deformações da secção que ocorrem sobretudo por distorção com determinadas paredes a exibirem deslocamentos de “quase” corpo rígido. A deformação da secção tem origem na torção de um conjunto de paredes em torno de um bordo interno, fletindo as restantes paredes de forma a garantir a necessária compatibilidade entre placas. A instabilidade da barra é precipitada pela encurvadura por torção em torno de um bordo interno de uma sub-barra (conjunto de chapas) e as restantes chapas exibem compatibilidade por deformação de flexão.

2.2.4 Interação entre modos de estabilidade

A designação “interação entre modos de instabilidade” tem significado quando ocorrem um conjunto de fenómenos de instabilidade que condicionam o comportamento de pós-encurvadura dos elementos estruturais. A instabilidade pode estar associada simultaneamente (ou quase) a mais do que um modo de natureza distinta, facto observado pela ocorrência de valores idênticos (ou quase) do parâmetro de carga de bifurcação associados aos modos em questão Silvestre [10].

A ocorrência de interação entre modos de instabilidade de natureza distinta é influenciada por (i) carregamento, (ii) configuração geométrica (transversal e longitudinal) e (iii) condições de apoio. Para a identificação das situações de interação é necessário efetuar uma análise de estabilidade. Esta análise permite (i) obter curvas que relacionam o parâmetro de carga crítico de elementos estrutural com o seu comprimento e (ii) identificar valores dos comprimentos que permitem observar iguais ou muito próximos valores de cargas de bifurcação associados a dois ou mais modos de instabilidade de natureza distinta.

A figura 2.7 apresenta curva P_b vs L , em que P_b corresponde à carga de bifurcação e L ao comprimento, para um perfil simplesmente apoiado, de secção arbitrária e exibindo instabilidade distorcional, admitindo apenas uma semi-onda. Estas curvas permitem identificar os seguintes fenómenos de interação modal:

- (i) *Interação local/global* associado ao comprimento L_{L-G} (ver figura 2.7 (a) a configuração deformada caracterizada por (i₁) uma semi-onda global e (i₂) múltiplos semi-ondas locais).
- (ii) *Interação distorcional/global* associado ao comprimento L_{D-G} (ver figura 2.7 (b) ,a configuração deformada que envolve (ii₁) uma semi-onda global e (ii₂) poucas semi-ondas distorcionais).
- (iii) *Interação local/distorcional* associado ao comprimento L_{L-D} (ver figura 2.7 (c), exibindo uma configuração deformada caracterizada por (iii₁) uma semi-onda distorcional (iii₂) algumas semi-ondas locais).
- (iv) *Interação local/distorcional/global* associada ao comprimento L_{L-D-G} (ver figura 2.7 (c) , o perfil exhibe uma configuração de deformada com (iv₁) uma única semi-onda global; (iv₂) poucas semi-ondas distorcionais e (iv₃) muitas semi-ondas locais).

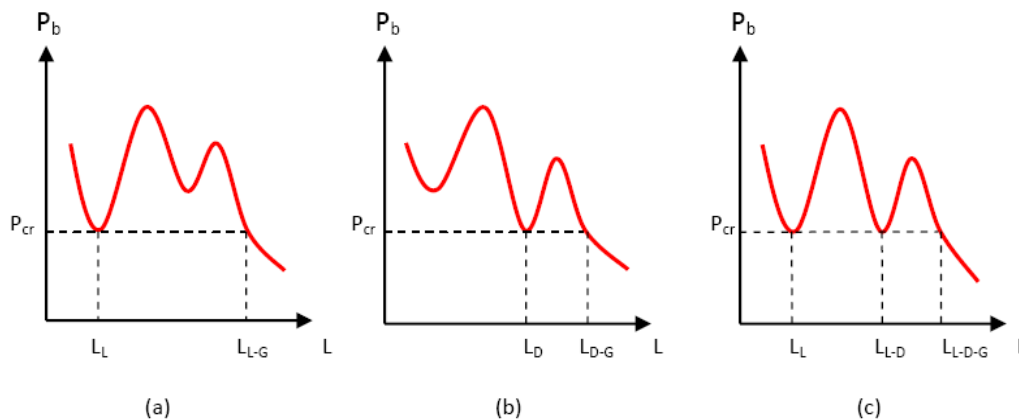


Figura 2.7 – Curvas P_b vs L com interação modal. (a) Interação local/global; (b) Interação distorcional/global; (c) Interação local/distorcional/global [6].

2.3 Condições de apoio dos elementos estruturais

Para uma comparação científica entre (i) resultados de análises numéricas baseadas em diferentes métodos ou (ii) resultados numéricos e experimentais, é necessário definir com rigor as condições de apoio utilizadas quer nas soluções numéricas quer experimentais. É necessário a distinção entre condições de apoio globais e locais. As primeiras referem-se às translações (uma axial e duas transversais) e às rotações (uma de torção e duas de flexão) de corpo rígido da secção extrema. As segundas envolvem aos deslocamentos generalizados dos bordos transversais das paredes do elemento estrutural em relação sua posição, após sofrerem todos os movimentos de corpo rígido. Ainda nas condições locais devem distinguir as referentes ao (i) empenamento e (ii) à deformação no plano.

Através da figura 2.8, é possível distinguir a diferença entre rotações de flexão globais e locais que envolvem a ligação do bordo transversal da parede do perfil e uma chapa da extremidade rígida i.e. o empenamento impedido na secção extrema. A figura 2.8 (a) ilustra (i) rotação global impedida e rotação local livre, (ii) rotação global livre e rotação local impedida (figura 2.8 (b)) e (iii) as duas rotações livres (figura 2.8 (c)).

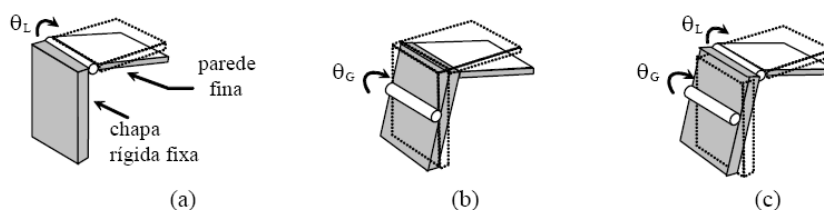


Figura 2.8 - Ilustração da diferença entre as rotações de flexão globais e locais [16].

O presente trabalho aborda dois tipos de condições de apoio, (i) a simplesmente apoiada e (ii) encastramento. A condição de apoio simplesmente apoiada é caracterizada por impedimento de (i) translações transversais e rotação de torção (globais), (ii) deslocamento transversais de membrana e flexão (locais) – note-se que o empenamento e as rotações das paredes se consideram livres. A condição de encastramento é caracterizada pelo impedimento de todos os deslocamentos e rotações globais e locais.

3 Métodos de Análise

3.1 Introdução

O desenvolvimento das ferramentas de cálculo computacionais, permitiram a determinação rigorosa do comportamento estrutural dos perfis de aço enformados a frio, em geral, em regime elástico-plástico e/ou na presença de fenómenos de interação entre modos de instabilidade. A utilização progressiva destes deve-se sobretudo (i) ao estudo paramétrico efetuado através de simulações numéricas apresenta vantagens em relação à realização de ensaios experimentais, (ii) a racionalidade e eficácia das metodologias de dimensionamento dependem do conhecimento aprofundado do comportamento pós-encurvadura dos elementos estruturas.

A evolução da mecânica computacional têm permitido desenvolver método de análise de estruturas, através da transformação dos elementos estruturais de natureza contínua em sistemas discretos com o número finito de graus de liberdade. Dependendo (i) do tipo de comportamento geometricamente não linear que se pretende determinar e (ii) as condições de apoio e carregamento do elemento estrutural, pode ser necessário a utilização de mais que um tipo de método de análise numérica. Destacam-se os seguintes métodos que permitem a análise numérica: (i) Método dos Elementos Finitos (MEF), (ii) Método dos Faixas Finitas (MFF), (iii) Teoria Generalizada de Vigas (GBT- Generalized Beam Theory em língua inglesa).

O presente capítulo pretende fundamentar o tipo de método numérico utilizado na análise de estabilidade, a Teoria Generalizada de Vigas, bem como uma síntese das funcionalidades do programa computacional GBTUL 1.0β

3.2 Teoria Generalizada de Vigas

Trata-se de um método eficaz utilizado para analisar o comportamento geometricamente não linear de barras prismáticas com secção de parede fina aberta. A teoria contabiliza (i) os efeitos globais (relativos à deformação do eixo da barra) e os efeitos locais (associados às deformações das secções transversais da barra nos seus próprios planos), (ii) aproxima a configuração de deformada de uma secção transversal de barra por meio de uma combinação linear de modos de deformação com significado mecânico-estrutural, (iii) apresenta de forma rigorosa as soluções de problemas não lineares envolvendo perfis de secção de parede fina aberta pela razão da sua natureza modal, (iv) oferece outras possibilidades ao utilizador em relação à análise estrutural que este não pode aceder em análises efetuadas por outros métodos (MEF), (MFF) [15].

A GBT tem semelhanças com as teorias “clássica” de barras, (i) as equações de equilíbrio e as condições de fronteira que regem o comportamento estrutural expressas em grandezas que dependem apenas de uma coordenada axial, (ii) incorpora a teoria de “placas

dobradas” sendo possível a consideração dos efeitos locais. Esta teoria define duas etapas, sendo a primeira a análise da barra nomeadamente (i) na identificação dos modos de deformação da secção e (ii) a determinação das respetivas propriedades mecânicas modais. A segunda etapa envolve a definição do carregamento e condições de apoio, terminando com a resolução das equações de equilíbrio.

A figura 3.1 ilustra o processo de discretização singular que recorre a funções de aproximação definidas em toda a linha média da secção transversal correspondente aos modos de deformação dessa secção (movimentos de corpo rígido ou configurações de deformada no seu próprio plano). É possível identificar um comportamento mecânico/estrutural definido, em que os graus de liberdade são valores modais de amplitude dos próprios modos de deformação da secção. Tornando as implementações numéricas do GBT versáteis e eficientes com número reduzido de graus de liberdade e melhor interpretação dos resultados obtidos.

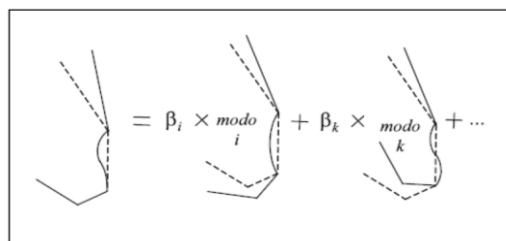


Figura 3.1 – Discretização da secção transversal através da Teoria Generalizada de Vigas [15].

3.3 Programa GBTUL 1.0β

O GBTUL 1.0β é um *software* desenvolvido pelo Departamento de Engenharia Civil do Instituto Superior Técnico. O programa computacional aplica as formulações desenvolvidas pela Teoria Generalizada de Vigas, realizando uma análise de estabilidade e análise elástica por vibração de secções de parede fina aberta. O programa permite (i) determinar o valor de carga/tensão crítica de um perfil e (ii) identificar a natureza do correspondente modo de instabilidade. Contempla dois tipos de solução, (i) a analítica para condições de fronteira do tipo simplesmente apoiada e cargas aplicadas na secção extrema da barra (ii) a numérica envolve a discretização da barra em elementos finitos e permite a aplicação de vários tipos de carga em toda a barra e condições de fronteira do tipo encastrado, encastrado apoiado, simplesmente apoiado e consolas.

O programa fornece como resultados uma lista de valores de comprimento L a que corresponde um parâmetro de carga P_b resultando numa curva que descreve a evolução da relação entre os dois fatores. Associados estes resultados, o programa apresenta um diagrama de participação modal e possibilita a visualização das deformadas em (i) 2D a nível da secção transversal e em (ii) 3D a nível da configuração de toda a barra. Os dados de saída resultante

da análise são gravados em arquivo que permite o seu processamento através de aplicativo Excel ou outro programa similar.

A interface gráfica do GBTUL 1.0 β é constituída por quatro telas gráficas relacionadas com a entrada de dados necessários à análise de secção transversal, aos modos de deformação associados e as condições de fronteira, de carregamento da barra e apresentação dos respetivos resultados da solução da análise de estabilidade. As figuras 3.2 e 3.3 apresentam as características particulares de cada tela gráfica. Para aprofundar os conhecimentos em relação a este programa existe documentação específica nomeadamente o manual de utilizador “GBTUL 1.0 β Program Manual [24]” e o artigo da base teórica “GBT Theoretical Background [23]”.

Entrada de dados	Saída de dados
<p>TELA N°1</p> <ul style="list-style-type: none"> - Tipo de análise - Características do material - Geometria da secção 	<p>Tela nº4</p> <ul style="list-style-type: none"> - Curvas de λ_b vs L, ω vs L, P_b vs L - Configurações de deformada em 2D e 3D
<p>TELA N°2</p> <ul style="list-style-type: none"> - Visualização e seleção dos modos de deformação 	
<p>TELA N°3</p> <ul style="list-style-type: none"> - Intervalo dos valores de L - Condições de fronteira - Tipo de carregamento - Tipo de solução 	

Figura 3.2 – Estrutura da interface gráfica do GBTUL 1.0 β .

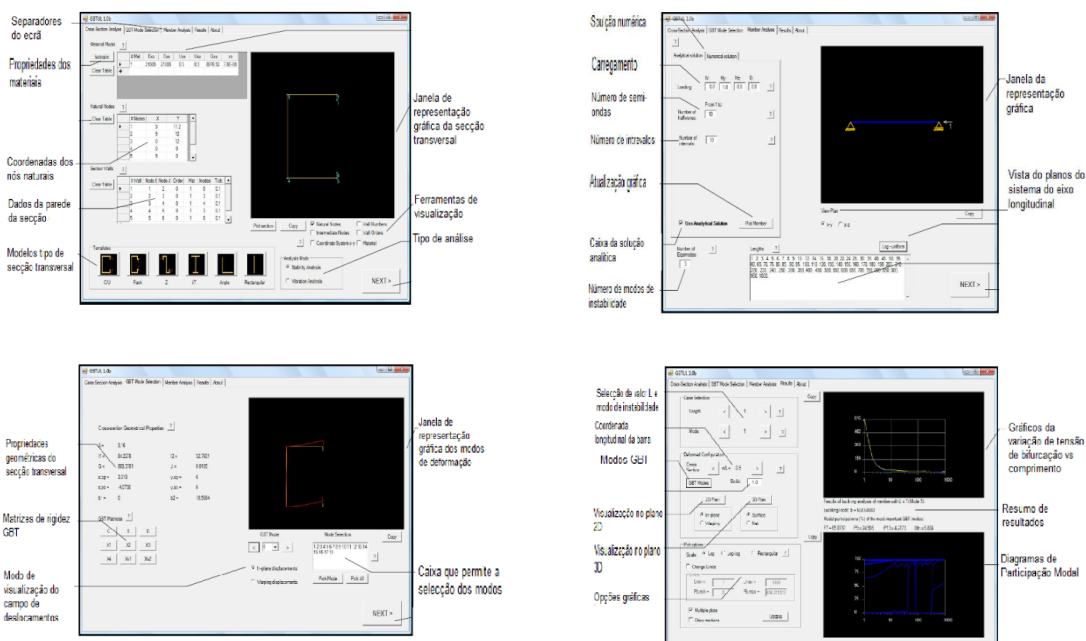


Figura 3.3 – Telas que constituem a interface gráfica do GBTUL 1.0 β .

Os resultados obtidos através do programa incluem (i) as curvas de estabilidade P_b vs. L , (ii) diagramas de participação modal. As curvas P_b vs. L apresentam os valores das cargas de bifurcação da barra com um comprimento variado. O utilizador poderá definir o número de modos de deformação a induzir na análise de forma obter as tensões para cada tipo de instabilidade. Na condição simplesmente apoiada a solução é analítica as curvas são determinadas por meio de funções trigonométricas adequadas para descrever a variação longitudinal dos deslocamentos. Na condição encastrada a solução é numérica envolve a discretização do comprimento em elementos finitos de barra. A discretização define um número par de elementos finitos consoante o número de semi-ondas exibido pelo modo de instabilidade.

Os diagramas de participação modal fornecem a variação da contribuição dos vários modos de deformação GBT para configuração dos respetivos modos de instabilidade das barras. Estes diagramas permitem detetar casos particular de “modos de instabilidade mistos” onde ocorre a combinação de modos locais, distorcionais e globais. É ainda possível efetuar análise de estabilidade exata com base no GBT, resolvendo um problema de valores e vetores próprios com dimensão igual ao número de modos de deformação que participam nos respetivos modos de instabilidade. A figura 3.4 apresenta as configurações dos modos de deformação GBT para o caso de uma secção em Z. (Modos (1 a 4) – Modos de corpo rígido; Modos (5,6) – Modos distorcionais; Modos (7 a 13) – Modos locais).

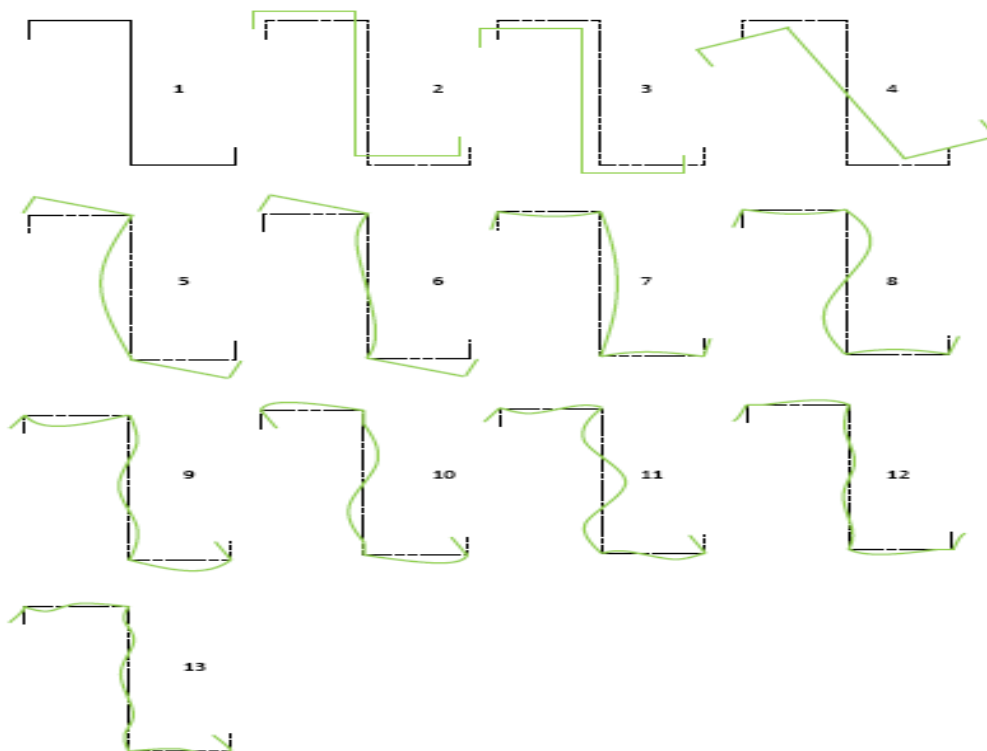


Figura 3.4 – Configurações (no plano da secção) de 13 modos de deformação GBT de uma secção em Z.

4 Estabilidade de Colunas

4.1 Introdução

O presente capítulo aborda a metodologia para a identificação da geometria das colunas de aço enformadas a frio. Trata-se de perfis de secção transversal em C, com reforços de extremidade e intermédios afetadas por fenómenos interação que envolvam os modos de instabilidade de índole local/distorcional. Através de uma análise de estabilidade dos perfis utilizando o programa GBTUL 1.0 β faz-se variar as dimensões da alma, banzo, reforço de extremidade e espessura. Por forma a encontrar tensões de bifurcação semelhantes nos modos locais e distorcionais, nas condições de apoio simplesmente apoiada e encastramento.

A inclusão de reforços em forma de “V” situados nos pontos intermédios das paredes da secção, permite aumentar a resistência dos perfis a fenómenos de instabilidade local. Os reforços reduzem a esbelteza local das paredes do perfil, através da subdivisão em segmentos de parede de menor largura aumentando o valor das tensões críticas simulando uma espécie de apoios elásticos. Os reforços intermédios são exclusivamente importantes para os casos de barras “curtas” e “intermédias”, uma vez que é aqui que podem ocorrer fenómenos de interação local/distorcional. É necessário ter em conta que (i_1) a encurvadura por instabilidade local é fortemente influenciada pelo elemento mais esbelto geralmente a alma e (i_2) a instabilidade distorcional envolve a rotação do conjunto banzo-reforço em torno da ligação banzo-alma, em que a carga é crítica essencialmente influenciada pelas dimensões do banzo e do reforço.

A figura 4.1 ilustra as curvas de estabilidade de 3 secções em C com dimensões transversais iguais, nomeadamente a largura da alma, do banzo, reforços de extremidade e espessura. A diferença entre as três secções reside no facto de apenas duas incluírem reforços. Assim a linha verde representa a curva de estabilidade de uma secção em C simples onde se observa a pouca capacidade resistente em que as paredes do banzo funcionam como consolas. A linha vermelha representa a curva de estabilidade de uma secção em C apenas com reforços de extremidade e é caracterizada pelo aparecimento do modo distorcional consequência da inclusão do reforço de extremidade. A linha azul representa a curva de estabilidade de uma secção em C com reforços de extremidade e reforços intermédios. As características observadas são o aumento significativo da capacidade no modo de instabilidade local.

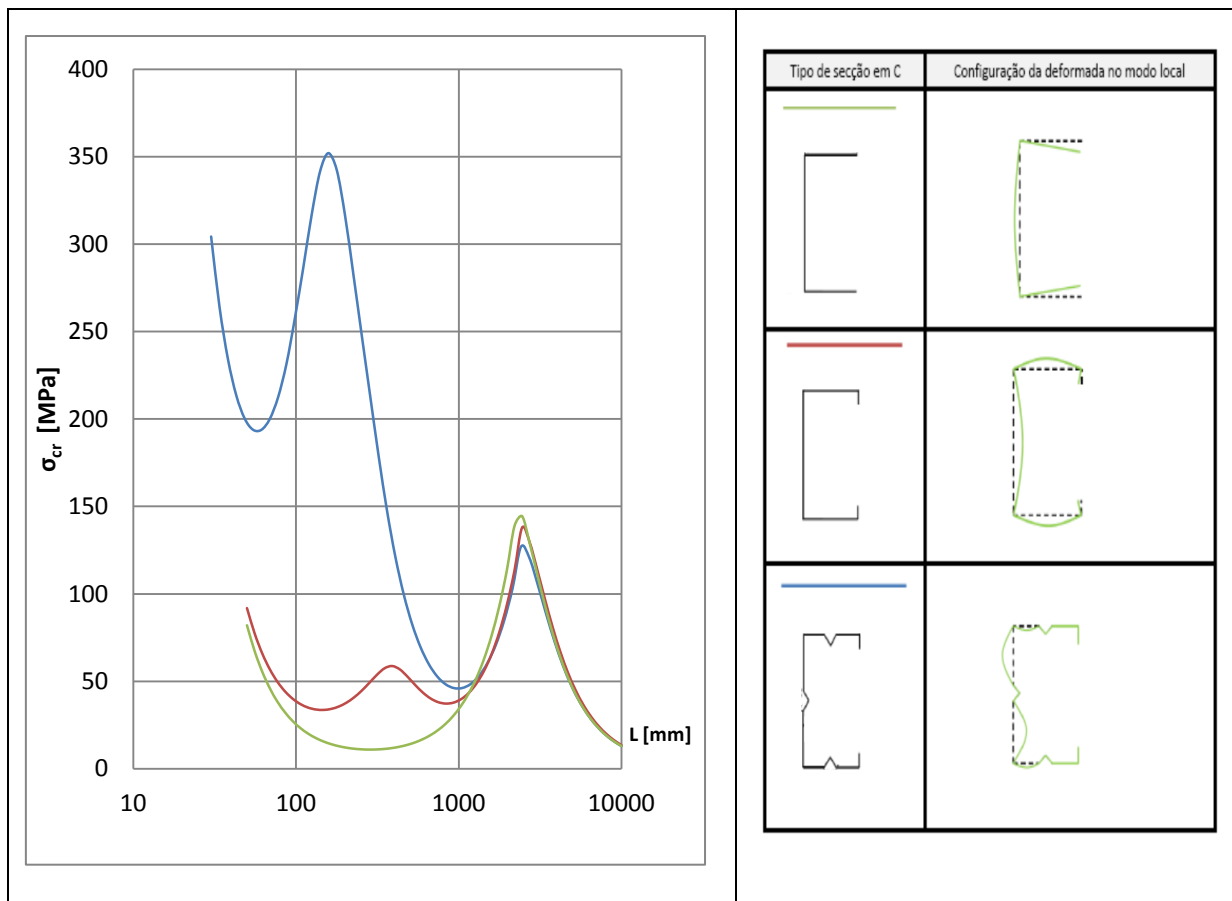


Figura 4.1 – Curvas de estabilidade de perfis com secção em C.

Define-se como dimensão longitudinal o valor de comprimento (L) da barra. As dimensões transversais são definidas por (i) largura da alma (b_w), (ii) largura do banzo (b_f), (iii) largura das flanges (b_s), (iv) espessura (t), (v) largura do reforço na alma (S_{1w}), (vi) altura do reforço na alma (S_{2w}), (vii) largura do reforço no banzo (S_{1f}) e (viii) altura do reforço no banzo (S_{2f}).

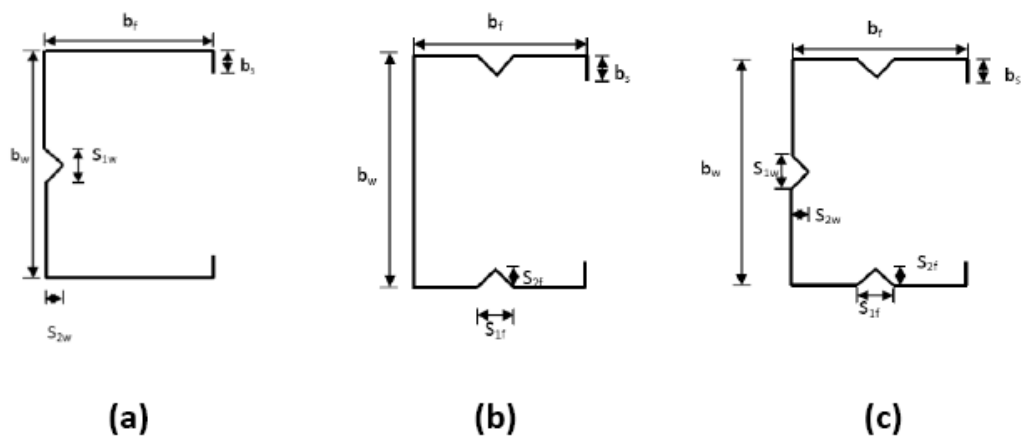


Figura 4.2 – Secção em C com reforços intermédios na (a) alma, no (b) banzo e (c) alma/banzo.

4.2 Procedimento geral

A obtenção de resultados requer a seleção de opções no programa GBTUL 1.0 β com as seguintes observações:

- i) Introdução das dimensões transversais e respetiva discretização da secção. A inclusão de nós intermédios nos segmentos de parede da alma e banzo segue um critério baseado na dimensão dos segmentos de parede. A análise de estabilidade com programa GBTUL 1.0 β teve como opções a utilização de um material com propriedade isotrópicas: ($E=210000$ MPa), ($\nu=0,3$).

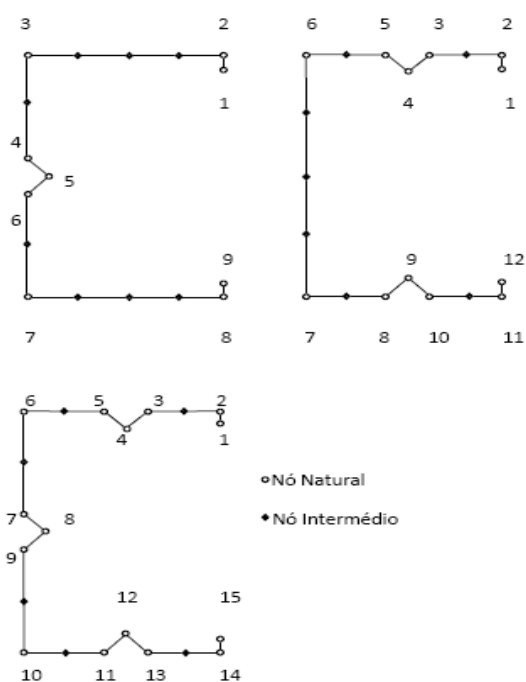


Figura 4.3 – Metodologia de discretização das secções transversais das colunas.

- ii) Registo da área da secção transversal e seleção de todos os modos de deformação GBT para obter as cargas de bifurcação distorcional e local-de-placa. No caso dos resultados de cargas de bifurcação globais será necessário selecionar apenas os quatro primeiros modos de deformação GBT denominados modos de corpo rígido.
- iii) A análise na condição simplesmente apoiada é do tipo analítica e a condição de encastramento é do tipo numérica onde se aplica um carregamento de forças de compressão de 1 kN nas zonas extremas da coluna. São selecionados um conjunto de significativo de modos de encurvadura no mínimo dois.

- iv) A cada valor de comprimento deve existir um modo de encurvadura exclusivamente associado à instabilidade distorcional e outro modo de encurvadura associado à instabilidade local-de-placa. A curva de estabilidade de cada um dos modos de encurvadura fornece as cargas de bifurcação críticas.
- v) Através da visualização dos gráficos de participação modal é possível distinguir os modos de deformação GBT envolvidos em cada tipo de instabilidade em que a sua contribuição é medida em percentagem. O modo de deformação com maior percentagem (mais de 50%) define o tipo de instabilidade. O critério desenvolvido para um dado comprimento L define a seguinte metodologia:
- v₁₁) Secções transversais com reforço na alma considera-se modo distorcional obtido no primeiro modo de encurvadura, quando o modo de deformação 5 do GBT apresenta uma percentagem superior 50%. O modo local-de-placa ocorre no segundo modo de encurvadura e/ou seguintes, quando o modo de deformação 10 do GBT e/ou seguintes apresentam uma percentagem superior a 50%.
- v₁₂) Secções transversais com reforço no banzo considera-se modo distorcional seguindo metodologia anterior. O modo local-de-placa ocorre no segundo modo de encurvadura e/ou seguintes, quando o modo de deformação 13 do GBT e/ou seguintes apresentam uma percentagem superior a 50%.
- v₁₃) Secções transversais com reforço no banzo considera-se modo distorcional a seguindo metodologia do ponto v₁₁, v₁₂. O modo local-de-placa ocorre no segundo modo de encurvadura e/ou seguintes, quando o modo de deformação 16 do GBT e/ou seguintes apresentam uma percentagem superior a 50%.
- vi) A visualização da deformada 2D dá a informação em relação do tipo de instabilidade que ocorre na coluna. A visualização 3D permite determinar o número de semi-ondas no caso da instabilidade distorcional e local-de-placa.
- vii) Para os fenómenos com interação será necessário alterar as dimensões a nível longitudinal e transversal de colunas que aproximem os valores críticos das tensões locais (σ_L) e distorcionais (σ_D). Para tal será necessário utilizar um procedimento de “tentativa-e-erro”, ajustando as dimensões longitudinal e transversal por forma a maximizar a interação distorcional/local em relação à dimensão longitudinal associado á tensão distorcional (σ_D).

4.3 Exemplos

4.3.1 Colunas simplesmente apoiadas

Através da análise de estabilidade foram determinadas as curvas σ_{cr} vs L . Para os exemplos de simplesmente apoiado recorreu-se à solução analítica com uma semi-onda ($n_w=1$). Foram obtidos os pontos mínimos de cada curva associados respetivamente a modos de instabilidade de natureza distinta. Os pontos mínimos contêm a informação relativa às i) tensões críticas (σ_L ; σ_D) e ii) aos comprimentos críticos (L_L ; L_D) associados respetivamente aos modos de instabilidade local e distorcional. A utilização de valores em tensão MPa permite a comparação destes com a tensão de cedência do material. A figura 4.4 ilustra um exemplo de uma curva de estabilidade onde o valor das tensões local e distorcional são muito diferentes o que indica a não ocorrência de fenómenos de interação local/distorcional.

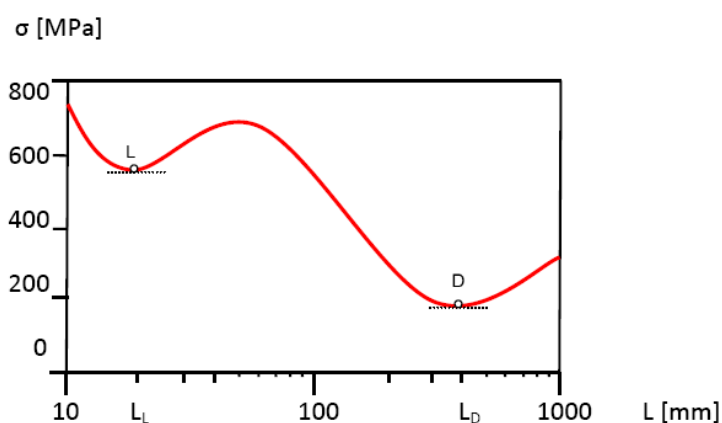


Figura 4.4 – Curva de estabilidade de uma coluna simplesmente apoiada.

A solução analítica é do tipo função sinusoidal com uma semi-onda ($n_w=1$). Desenvolveu-se um processo de tentativa-e-erro com o objetivo de chegar a uma configuração geométrica de um coluna, em que curva de estabilidade apresenta a ocorrência de fenómenos de interação local/distorcional.

Tomando como partida uma configuração geométrica que não apresente interação, variou-se apenas uma dimensão transversal por forma a melhorar o resultado da relação $\frac{\sigma_D}{\sigma_L}$. Repetiu-se o processo para diferentes casos geométricos nomeadamente secção em C com reforços intermédios alternadamente na alma, no banzo e simultaneamente alma e banzo. A nível de dimensão transversal os casos estudados foram variação da dimensão da (i) alma (b_w), (ii) banzo (b_f), (iii) reforços de extremidade (b_s), e iv) espessura (t). Os casos estudados podem apresentar valores de tensão crítica distorcional inferior à tensão crítica local a relação. A relação $\frac{\sigma_D}{\sigma_L}$ tem o seguinte intervalo $0 < \frac{\sigma_D}{\sigma_L} \ll 1$ em que as situações com fenómenos de interação local/distorcional se situam no intervalo $0,9 \ll \frac{\sigma_D}{\sigma_L} \ll 1$. No caso de valores de tensão

crítica distorcional superior à tensão crítica local a relação $\frac{\sigma_D}{\sigma_L}$ tem como intervalo $1 < \frac{\sigma_D}{\sigma_L} \ll 2$ no qual as situações com fenómenos de interação local/distorcional se situam no intervalo $1 \ll \frac{\sigma_D}{\sigma_L} \ll 1,1$. Por fim apresenta-se um exemplo com a presença de fenómenos de interação local/distorcional que resulta da alteração das dimensões transversais.

4.3.1.1 Secções com reforços intermédios na alma

A figura 4.5 ilustra os modos de deformação GBT de uma secção C com reforços intermédios na alma, cuja discretização envolve 17 nós (9 naturais e 8 intermédios) conduzindo à identificação de um total de 15 modos convencionais 4 globais (nº1 a nº4), 2 distorcionais (nº5 e nº6) e 13 locais (nº7 a nº13). O presente trabalho considerou os modos de deformação (nº7 a nº9) como “dúbios”, por apresentarem características mistas local/distorcional. Consequentemente a identificação do modo local faz-se a partir dos modos de deformação GBT (nº10 a nº15).

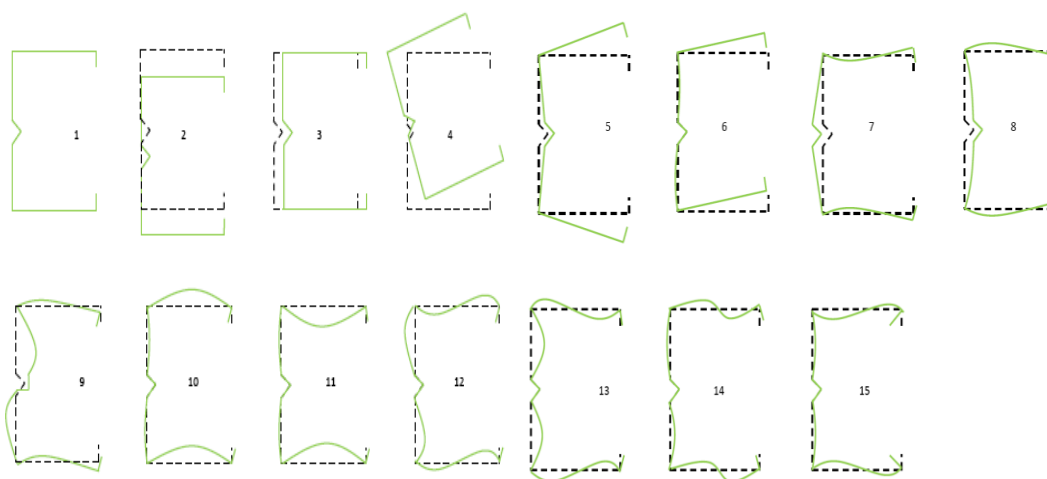


Figura 4.5 – Modos de deformação GBT de uma secção em C com reforços intermédios em forma de “V” na alma.

A configuração geométrica inicial denominada “A0” é a seguinte $\{(b_w=190 ; b_f=130 ; b_s=13 ; t=1,2 ; S_{1w}=25 ; S_{2w}=12,5) \text{ mm}\}$ que corresponde a curva de estabilidade vermelha dos seguintes gráficos das figuras 4.6,4.7,4.8,4.9,4.10.

A. Variação da largura da alma (b_w)

Através da variação da largura da alma na secção “A0” resultaram diferentes de curvas de estabilidade representadas na figura 4.6 com as seguintes observações:

- (i) A variação da largura da alma tem como efeito a alteração do valor da tensão crítica local e distorcional. O modo instabilidade local é fortemente influenciado pela esbelteza da alma. Para valores de $b_w < 190$ mm o valor da tensão crítica aumenta e a parede torna-se menos esbelta. O modo distorcional ocorre pela

rotação do banzo-reforço em torno da ligação banzo-alma, com a alma a funcionar como mola relativamente ao banzo. Ao reduzir a largura da alma aumenta a rigidez da mola e conseqüentemente aumenta o valor da tensão crítica – quando $b_w=190$ mm passa para $b_w=140$ mm a tensão crítica local passa de $\sigma_L=80$ MPa para $\sigma_L=82$ MPa.

- (ii) A relação σ_D/σ_L aumenta com a redução da largura da alma como é observável no quadro da figura 4.6 (quando $b_w=190$ mm passa para $b_w=140$ mm a relação σ_D/σ_L passa de 64 % para 70 %).
- (iii) Os valores das tensões globais variam com a alteração da largura da alma. Este efeito deve-se ao facto de a instabilidade de barras longas ($L>2200$ mm) estar associada ao modo de flexão-torção e ao modo de flexão. O modo de flexão é influenciado pela maior inércia da secção. A maior inércia da secção é mais controlada pela variação da largura da alma do que pela variação das restantes dimensões transversais.

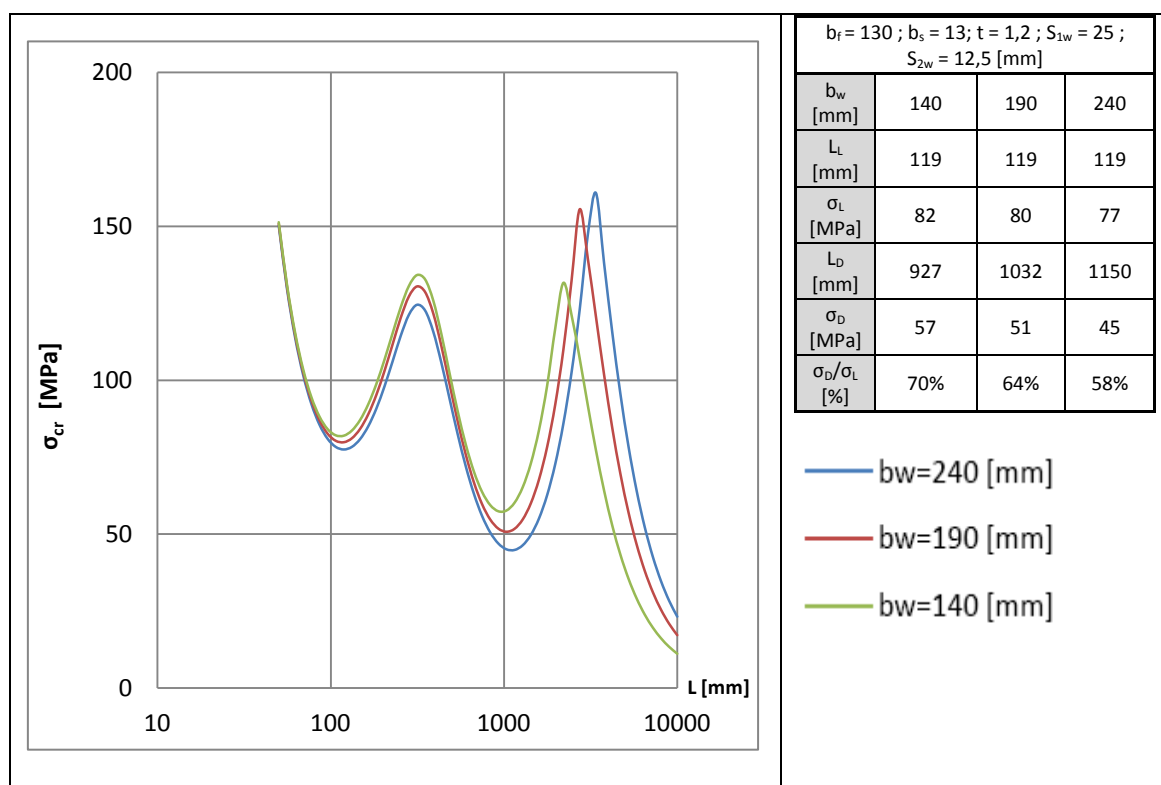


Figura 4.6 – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L , ($n_w=1$) de colunas com variação da largura da alma (b_w).

B. Variação da largura do banço (b_f)

Analisando o gráfico e quadro da figura 4.7 resultam as seguintes observações:

- (i) A variação da largura do banço tem como efeito alteração da valor da tensão crítica local e distorcional. O modo distorcional é fortemente influenciado pela dimensão do banço-reforço, (quando $b_f=130$ mm passa para $b_f=80$ mm o valor da tensão critica distorcional $\sigma_D=51$ MPa aumenta para $\sigma_D=100$ MPa). A tensão crítica local (quando $b_f=130$ mm passa para $b_f=80$ mm aumenta de $\sigma_L=80$ MPa para $\sigma_L=191$ MPa).
- (ii) A relação σ_D/σ_L aumenta com o incremento da largura do banço (quando $b_f=130$ mm se altera para $b_f=180$ mm a relação σ_D/σ_L de valor 64 % aumenta para 68 %).
- (iii) As tensões globais não sofrem grande alteração com a variação da largura do banço. O efeito é maior na alteração da largura da alma do que no banço. Este facto deve-se ao modo de flexão ser controlado pela maior inércia. A maior inércia é uma grandeza mais influenciada pela variação largura da alma do que pela variação da largura do banço.

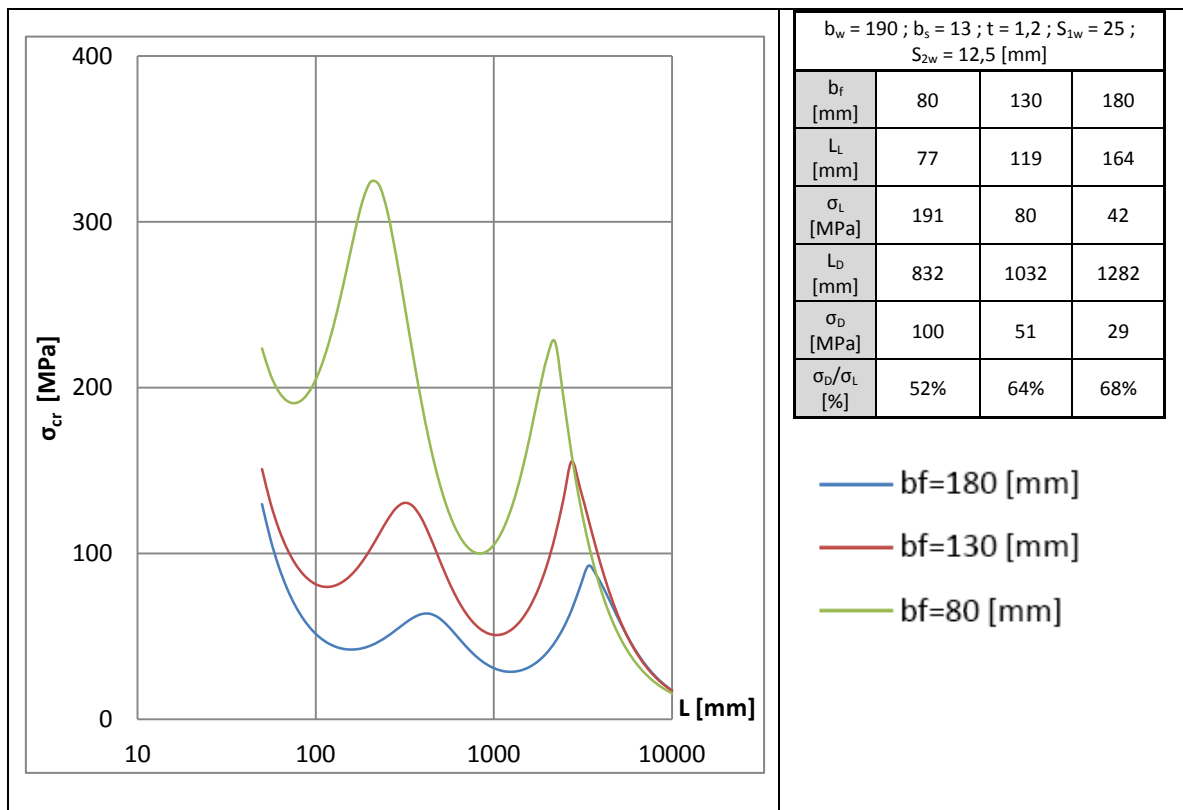


Figura 4.7 – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L , ($n_w=1$) de colunas com variação da largura da banço (b_f).

C. Variação da largura do reforço de extremidade (b_s)

Através da análise do gráfico e quadro da figura 4.8 é possível retirar as seguintes conclusões:

- (i) A variação da largura do reforço de extremidade influencia exclusivamente a alteração do valor da tensão crítica distorcional. Para valores $b_s > 13$ mm a tensão crítica distorcional aumenta – quando $b_s = 13$ [mm] passa para $b_s = 16$ mm o valor da tensão crítica distorcional $\sigma_D = 51$ MPa aumenta para $\sigma_D = 61$ MPa.
- (ii) O valor da relação σ_D/σ_L aumenta com o incremento da largura do reforço extremidade. O valor da tensão crítica distorcional tende aproximar-se do valor da tensão crítica local que permanece ligeiramente constante - quando $b_s = 13$ mm se altera para $b_s = 16$ mm a relação σ_D/σ_L de valor 64 % aumenta para 75 %).
- (iii) Os valores de tensão global não sofrem alteração significativa, como é possível constatar pela observação das curvas de estabilidade no gráfico da figura 4.8. O reforço de extremidade não altera significativamente o valor da maior inércia e conseqüentemente o modo de flexão que participa no valor da tensão global.

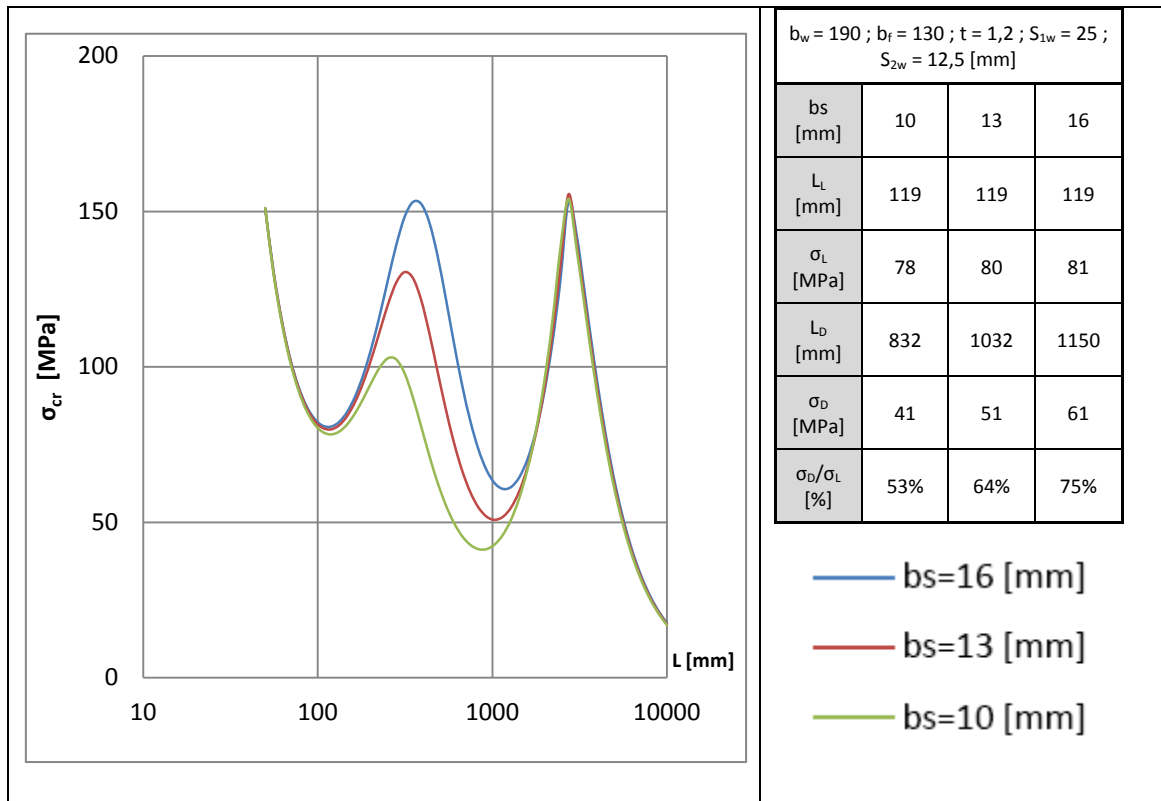


Figura 4.8 – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L ($n_w=1$) de colunas com variação da largura do reforço de extremidade (b_s).

D. Variação da espessura (t)

A análise do gráfico e quadro da figura 4.9 permite retirar as seguintes observações:

- (i) A variação da espessura tem como efeito a variação das tensões críticas locais e distorcionais. Para valores de $t > 1,2$ mm as tensões críticas locais e distorcionais aumentam. Através da observação do quadro da figura 4.9 (quando $t = 1,2$ mm passa para $t = 1,4$ mm o valor da tensão crítica distorcional $\sigma_D = 51$ MPa aumenta para $\sigma_D = 61$ MPa e o valor da tensão crítica local de $\sigma_L = 80$ MPa aumenta para $\sigma_L = 108$ MPa). O salto do valor de tensão crítica local é superior em relação à tensão crítica distorcional. Este efeito é fundamentado pela forte influência da espessura no valor da tensão crítica local.
- (ii) A relação σ_D/σ_L aumenta com a redução da espessura para valores $t < 1,2$ mm. Através da observação do quadro da figura 4.9 (quando $t = 1,2$ mm se altera para $t = 1$ mm a relação σ_D/σ_L de valor 64 % aumenta para 74 %).
- (iii) As tensões globais não têm variação significativa, pelo facto de a espessura não influenciar o valor da maior inércia, grandeza fortemente influenciada pela variação da largura da alma.

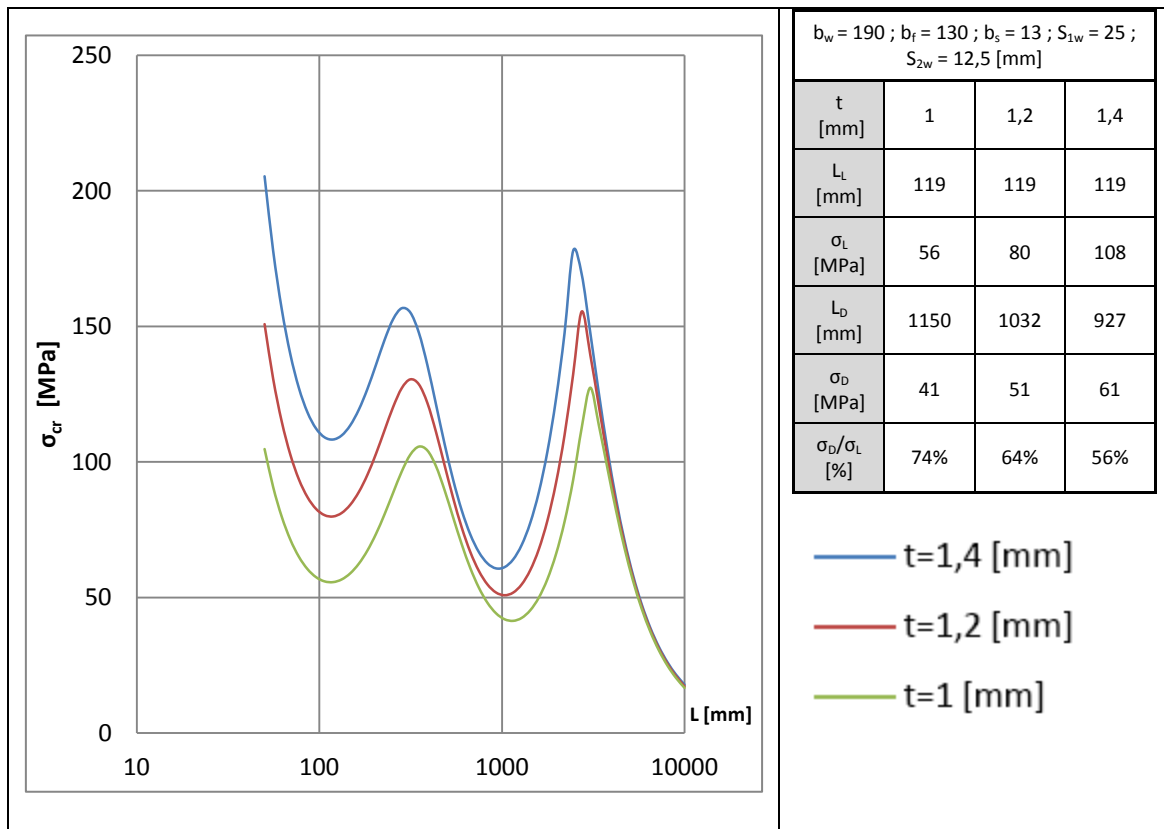


Figura 4.9 – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L ($n_w=1$) de colunas com variação da espessura (t).

Após o estudo dos vários casos onde se alterou apenas uma dimensão transversal, de forma a compreender a sua importância na variação da relação σ_D/σ_L , chegamos a uma configuração geométrica que apresenta o fenómeno de interação local/distorcional. Esta configuração é denominada “AB” e tem a seguinte geometria $\{(b_w=150 ; b_f=140 ; b_s=16 ; t=1 ; S_{1w}=25 ; S_{2w}=12,5)$ em mm} que corresponde à curva de estabilidade laranja do gráfico da figura 4.10. Através da análise do gráfico e quadro da figura 4.10 é possível retirar as seguintes conclusões.

- (i) A largura da alma da secção “AB” é menor em relação à secção “A0”. Tal como foi observado no exemplo da variação da alma, a redução permite aumentar a relação σ_D/σ_L .
- (ii) A largura do banzo da secção “AB” é maior em relação à secção “A0”. Seguindo o raciocínio descrito no exemplo da variação da largura o aumento da dimensão permite melhorar a relação entre tensão crítica local e distorcional (σ_D/σ_L).
- (iii) A largura do reforço de extremidade da secção “AB” é maior do que na secção “A0”. O exemplo da variação da largura de extremidade explicita que se aumentar a largura do reforço de extremidade $b_s > 13$, os valores de tensão crítica local e distorcional serão mais próximos.
- (iv) A espessura da secção “AB” é menor em relação à secção “A0”. Como foi estudado no exemplo de variação de espessura a redução do valor de espessura permite melhorar o valor da relação entre tensão crítica local e distorcional (σ_D/σ_L). Através da observação do gráfico e quadro da figura 4.10 é possível afirmar que houve uma grande alteração do valor da tensão crítica local de $\sigma_L=80$ MPa da secção “A0” para $\sigma_L=49$ MPa da secção “AB”. Este facto reforça a ideia da redução da capacidade resistente da secção por ocorrência do fenómeno de interação de modos de natureza distinta.
- (v) A variação da largura da alma, do banzo, do reforço de extremidade e a dimensão da espessura permitiu chegar a uma relação de valores tensões críticas local e distorcional (σ_D/σ_L) na ordem dos 100 %. Conclui-se que ocorre o fenómeno de interação local/distorcional pois a relação (σ_D/σ_L) encontra-se no intervalo $0,9 \ll \frac{\sigma_D}{\sigma_L} \ll 1$.

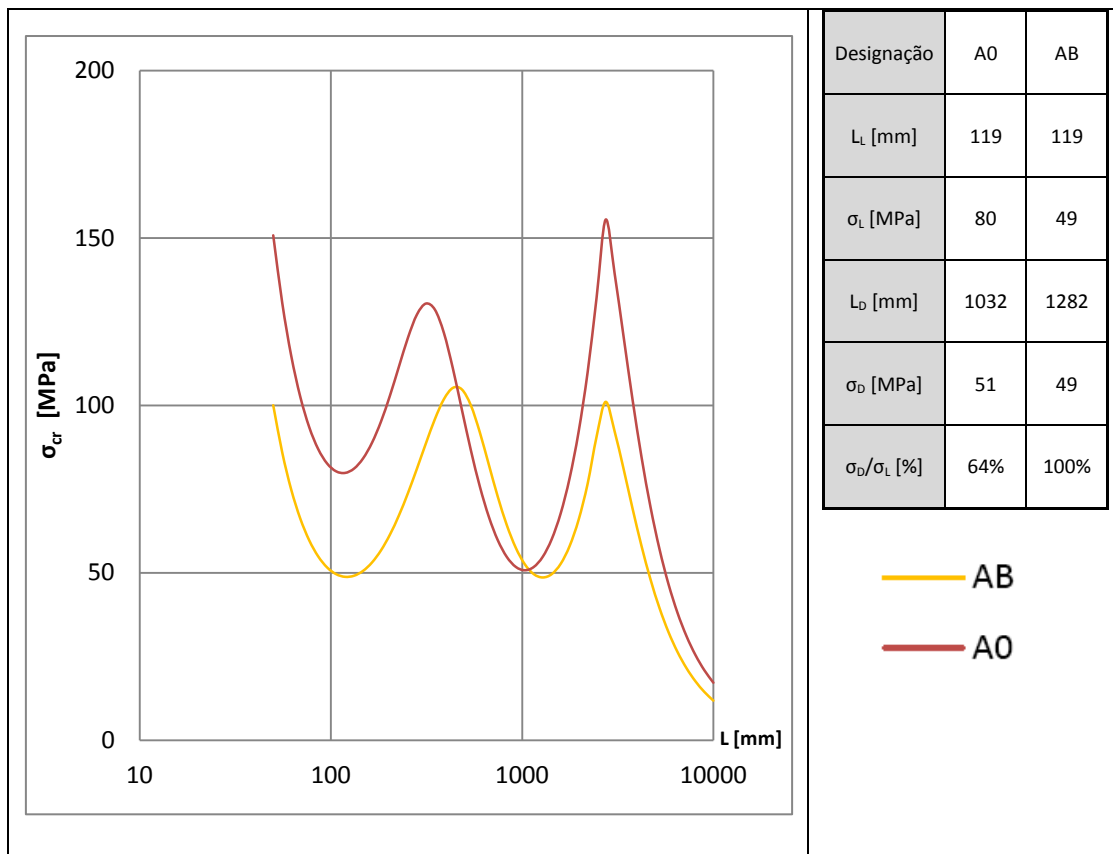


Figura 4.10 – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L ($n_w=1$) de colunas com secção “A0” e secção “AB”

4.3.1.2 Secções com reforços intermédios no banzo

A figura 4.11 ilustra os modos de deformação GBT de uma secção C com reforços intermédios no banzo, cuja discretização envolve 19 nós (12 naturais e 7 intermédios) conduzindo à identificação de um total de 17 modos convencionais 4 globais (nº1 a nº4), 2 distorcionais (nº5 e nº6) e 11 locais (nº7 a nº13). O presente trabalho considerou os modos de deformação (nº7 a nº12) como “dúbios”, por apresentarem características mistas local e distorcionais. Consequentemente a identificação do modo local faz-se a partir dos modos de deformação GBT (nº13 a nº17).

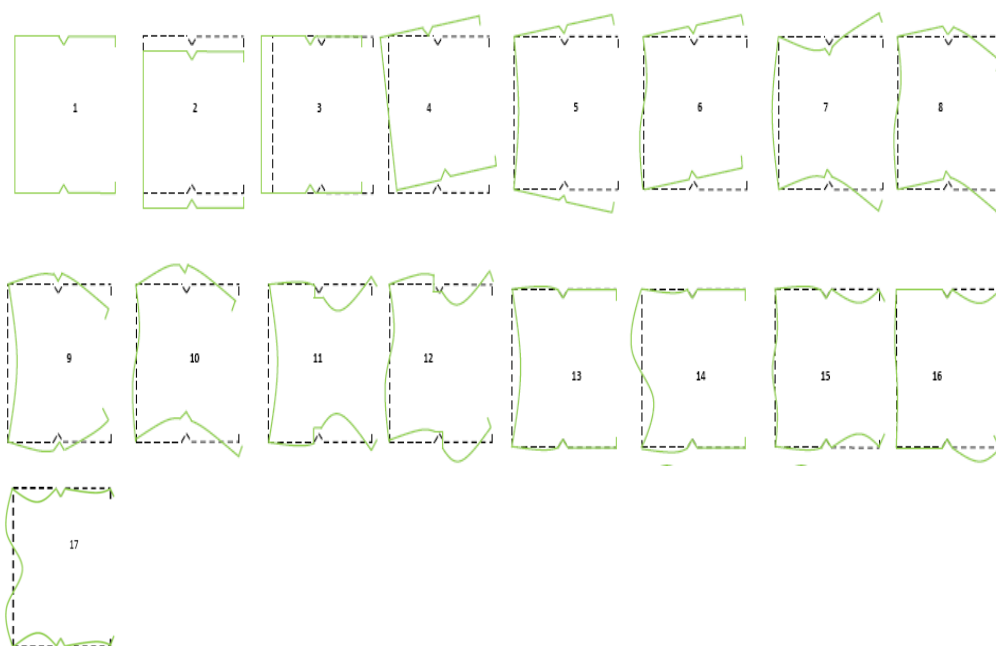


Figura 4.11 – Modos de deformação GBT de uma secção em C com reforços intermédios em forma de “V” no banzo.

A configuração geométrica inicial denominada “B0” é a seguinte $\{(b_w=180 ; b_f=110 ; b_s=16 ; t=1,4 ; S_{1f}=25 ; S_{2f}=12,5)\}$ em mm} a que corresponde a curva de estabilidade vermelha dos seguintes gráficos das figuras 4.12,4.13,4.14,4.15,4.16.

A. Variação da largura da alma (b_w)

A variação da largura da alma na secção “B0” permitiu obter os diferentes resultados que compõe o gráfico e quadro da figura 4.12, com as seguintes observações:

- (i) A variação da largura da alma tem como efeito a alteração do valor da tensão crítica local e distorcional. Existe maior alteração a nível da tensão crítica local em relação à distorcional. Observando o quadro da figura 4.12 é possível constatar que existem valores de b_w para os quais a tensão crítica local é inferior à tensão crítica distorcional (quando $b_w=180$ mm a tensão crítica local têm o valor de $\sigma_L=69$ MPa inferior ao valor de tensão crítica distorcional $\sigma_D=103$ MPa. Este efeito deve-se sobretudo à inclusão dos reforços intermédios apenas no banzo e à variação da esbelteza da alma.
- (ii) A variação da largura da alma permite uma aproximação da situação de interação local/distorcional. É possível afirmar que existe um valor de b_w situado no intervalo $120 < b_w < 180$ mm, para o qual a relação entre tensões críticas local/distorcional (σ_D/σ_L) é igual a 100 %.
- (iii) As tensões globais variam com a alteração da largura da alma tal como sucede no exemplo da variação da largura de alma para o caso de uma secção com reforços intermédios na alma.

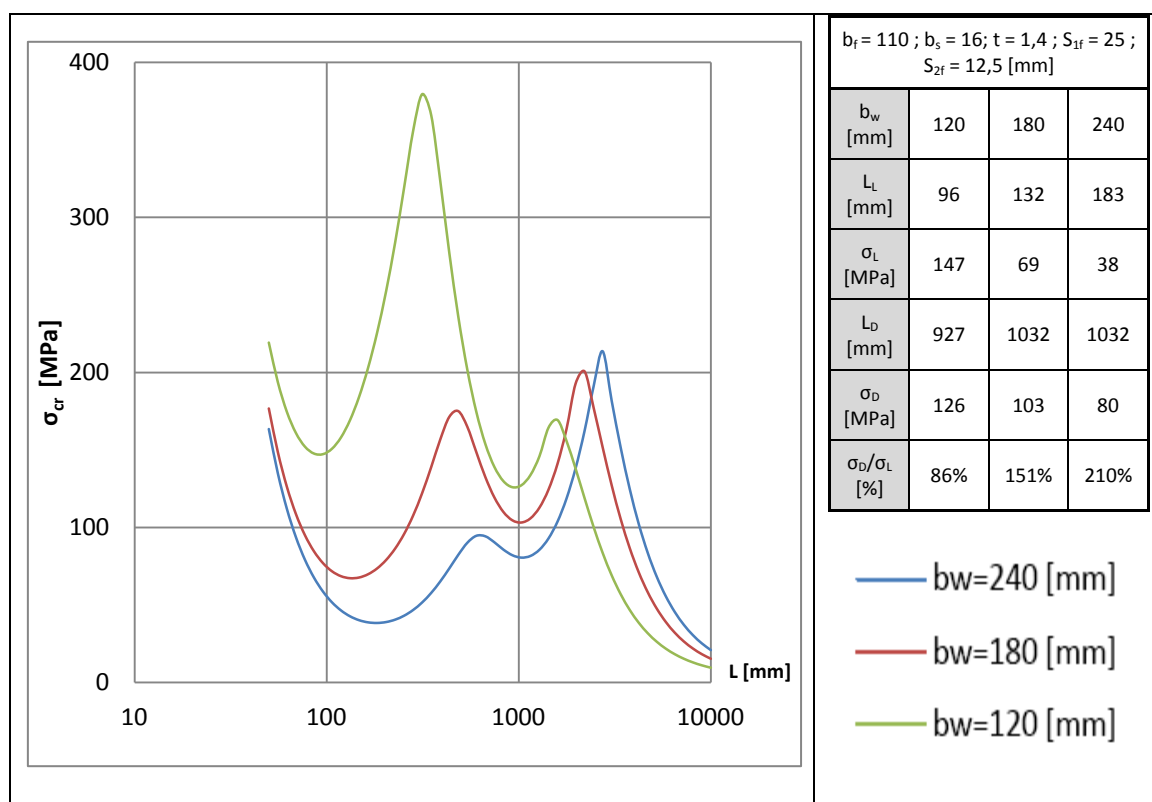


Figura 4.12 – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L ($n_w=1$) de colunas com variação da largura da alma (b_w).

B. Variação da largura do banzo (b_f)

Analisando o gráfico e quadro da figura 4.13 resultam os seguintes comentários:

- (i) A variação da largura do banzo tem como efeito mais significativo a alteração da tensão crítica distorcional. O aumento da largura do banzo para valores $b_f > 110$ mm permite diminuir o valor da tensão crítica distorcional, (quando $b_f = 110$ mm passa para $b_f = 130$ mm o valor da tensão crítica distorcional $\sigma_D = 103$ MPa diminui para $\sigma_D = 81$ MPa). Este efeito deve-se sobretudo à inclusão dos reforços intermédios apenas no banzo e à variação da esbelteza do banzo. Outro facto observado é o valor da tensão crítica local que permanece ligeiramente constante. Este efeito deve-se à inclusão do reforço intermédio apenas no banzo aumentando a sua rigidez. Desta forma a tensão crítica local é apenas influenciada pela variação da largura da alma que se mantém constante neste exemplo.
- (ii) Os valores de tensão críticas local e distorcional tendem a aproximar-se com o aumento da largura do banzo. A variação do valor de tensão crítica local é menos significativa do que em relação à variação da tensão crítica distorcional. Desta forma ao aumentar a largura do banzo o valor de tensão crítica distorcional aproxima-se do valor de tensão crítica local (quando $b_f = 110$ mm se altera para $b_f = 130$ mm a relação σ_D/σ_L de valor 151 % diminui para 121 %).
- (iii) Os valores de tensão global são muito próximos para todas as curvas de estabilidade, este facto tem o mesmo fundamento do exemplo anterior para caso de uma secção com reforço intermédio na alma.

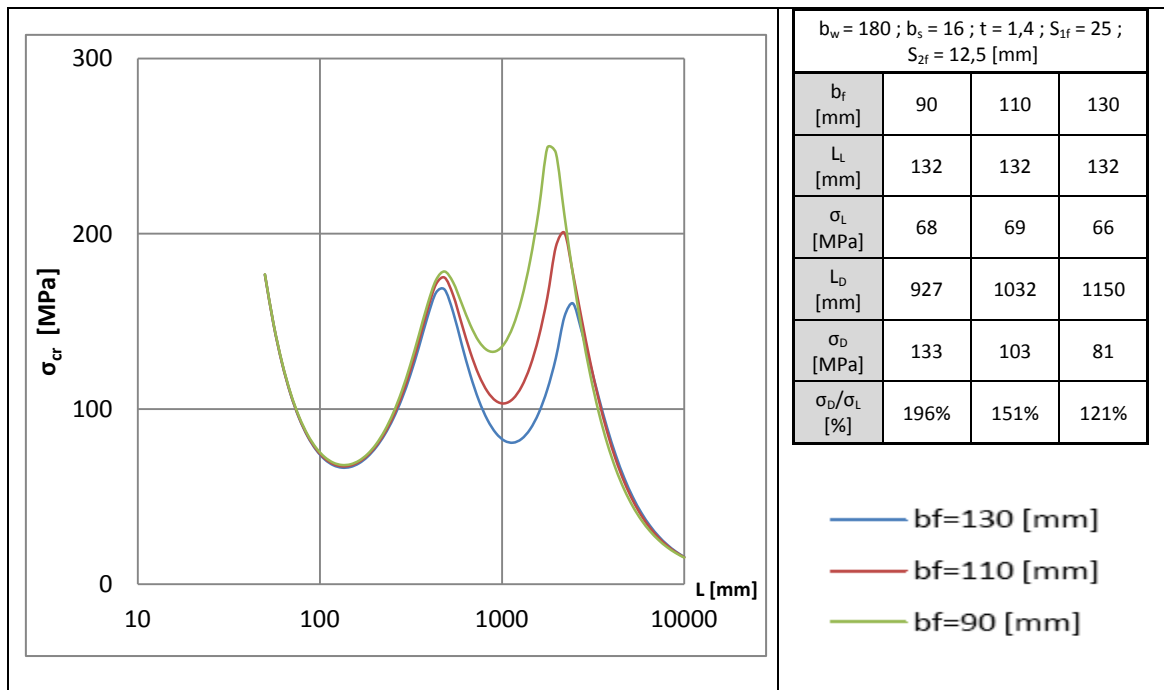


Figura 4.13 – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L ($n_w=1$) de colunas com variação da largura da banzo (b_f).

C. Variação da largura do reforço de extremidade (b_s)

A análise dos dados do gráfico e quadro da figura 4.14 que resultam da variação largura do reforço de extremidade na secção “B0” permitem tecer as seguintes considerações:

- (i) A variação da largura do reforço de extremidade influencia significativamente a alteração do valor da tensão crítica distorcional.
- (ii) A variação da tensão crítica local é pouco significativa comparativamente à tensão crítica distorcional. Desta forma a redução da largura do reforço de extremidade $b_s < 16$ mm permite aproximar o valor de tensão crítica distorcional ao valor da tensão crítica local, por forma a chegar ao fenómeno de interação local/distorcional ($\sigma_D/\sigma_L = 100\%$) - quando $b_s = 16$ mm se altera para $b_f = 13$ mm a relação σ_D/σ_L de valor 151 % diminui para 137 %.

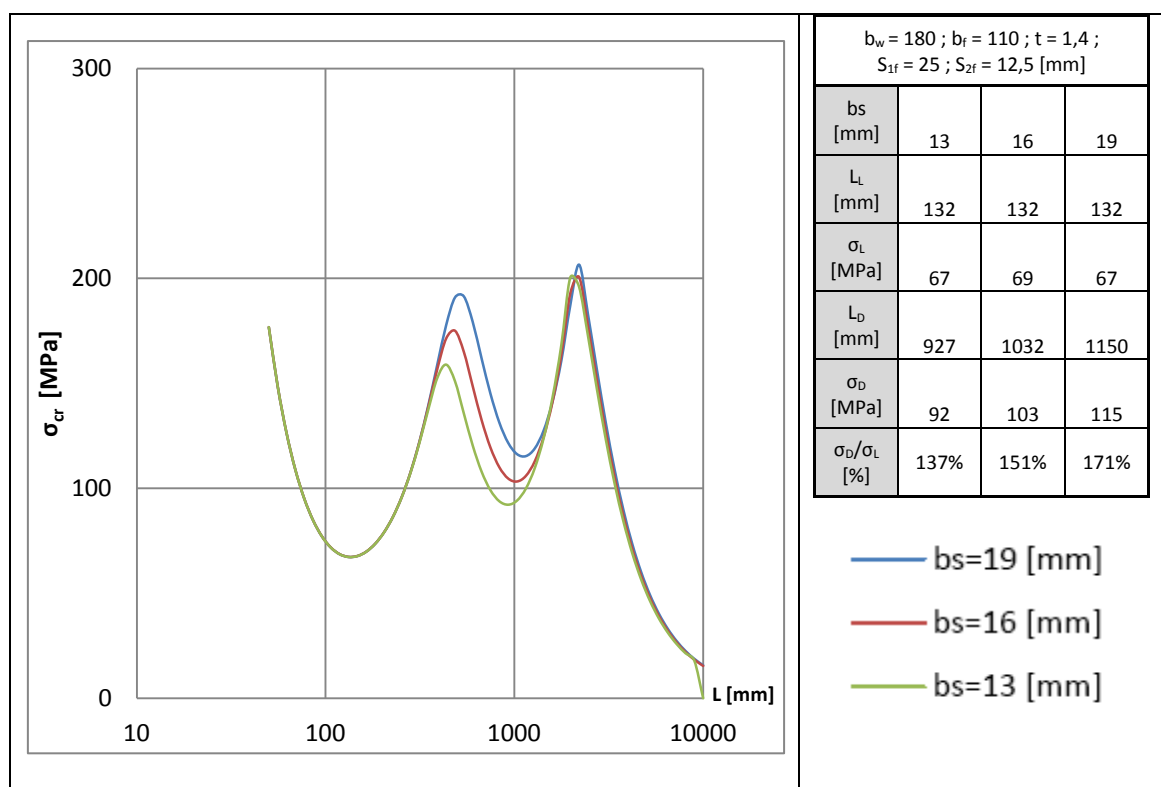


Figura 4.14 – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L ($n_w=1$) de colunas com variação da largura do reforço de extremidade (b_s).

D. Variação da espessura (t)

A análise do gráfico e valores quadro da figura 4.15 permite os seguintes comentários:

- (i) A variação da espessura tem como efeito a variação das tensões críticas locais e distorcionais. Para valores de $t > 1,4$ mm as tensões críticas locais e distorcionais aumentam (quando $t = 1,4$ mm passa para $t = 1,6$ mm o valor da tensão crítica distorcional $\sigma_D = 103$ MPa aumenta para $\sigma_D = 120$ MPa e o valor da tensão crítica local de $\sigma_L = 69$ MPa aumenta para $\sigma_L = 88$ MPa).
- (ii) As tensões críticas locais e distorcionais tendem a afastar-se com a redução da espessura $t < 1,4$ mm. Ao aumentar a espessura $t > 1,4$ mm é possível chegar ao fenómeno de interação local/distorcional, (quando $t = 1,4$ mm se altera para $t = 1,6$ mm a relação σ_D/σ_L de valor 151 % diminui para 137 %).

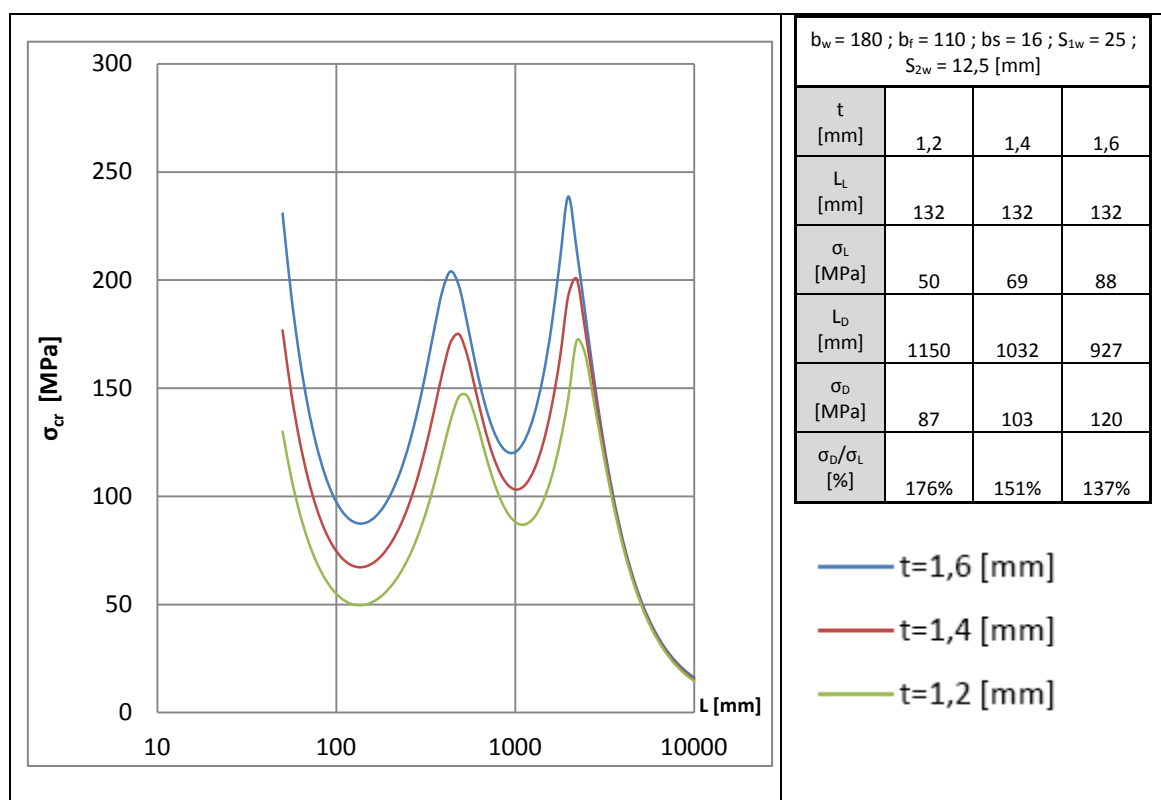


Figura 4.15 – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L ($n_w=1$) de colunas com variação da espessura (t).

Através da análise dos exemplos anteriores, chegamos a uma configuração geométrica que apresenta o fenómeno de interação local/distorcional. Esta configuração é denominada “BC” e têm a seguinte geometria $\{b_w=150$; $b_f=130$; $b_s=15$; $t=1,2$; $S_{1f}=25$; $S_{2f}=12,5$ em mm} a que corresponde a curva de estabilidade laranja do gráfico da figura 4.16. Através da análise do gráfico e quadro da figura 4.16 é possível tecer as seguintes considerações:

- (i) A largura da alma da secção “BC” é menor em relação à secção “B0”. Esta redução permite aumentar a relação de σ_D/σ_L .
- (ii) A largura do banzo da secção “BC” é maior em relação à secção “A0”. O aumento da dimensão permite aproximar os valores entre tensão crítica local e distorcional.
- (iii) A largura do reforço de extremidade da secção “BC” é inferior ao da secção “B0”. Esta redução permite aproximar o valor da tensão crítica local em relação à distorcional.
- (iv) A espessura da secção “BC” é menor em relação secção “B0”.A redução do valor de espessura permite melhorar o valor da relação σ_D/σ_L .
- (v) Através da observação do gráfico e quadro da figura 4.16 é possível afirmar que existe uma grande alteração do valor da tensão crítica distorcional de 103 MPa da secção “B0” para 71 MPa da secção “BC”.
- (vi) A variação da largura da alma, do banzo, do reforço de extremidade e a dimensão da espessura permitiu chegar à relação entre valores das tensões críticas local e distorcional (σ_D/σ_L) na ordem dos 102 % muito próximo de 100 %.Conclui-se que ocorre o fenómeno de interação local/distorcional pois a relação (σ_D/σ_L) encontra-se no intervalo $1 \ll \frac{\sigma_D}{\sigma_L} \ll 1,1$.

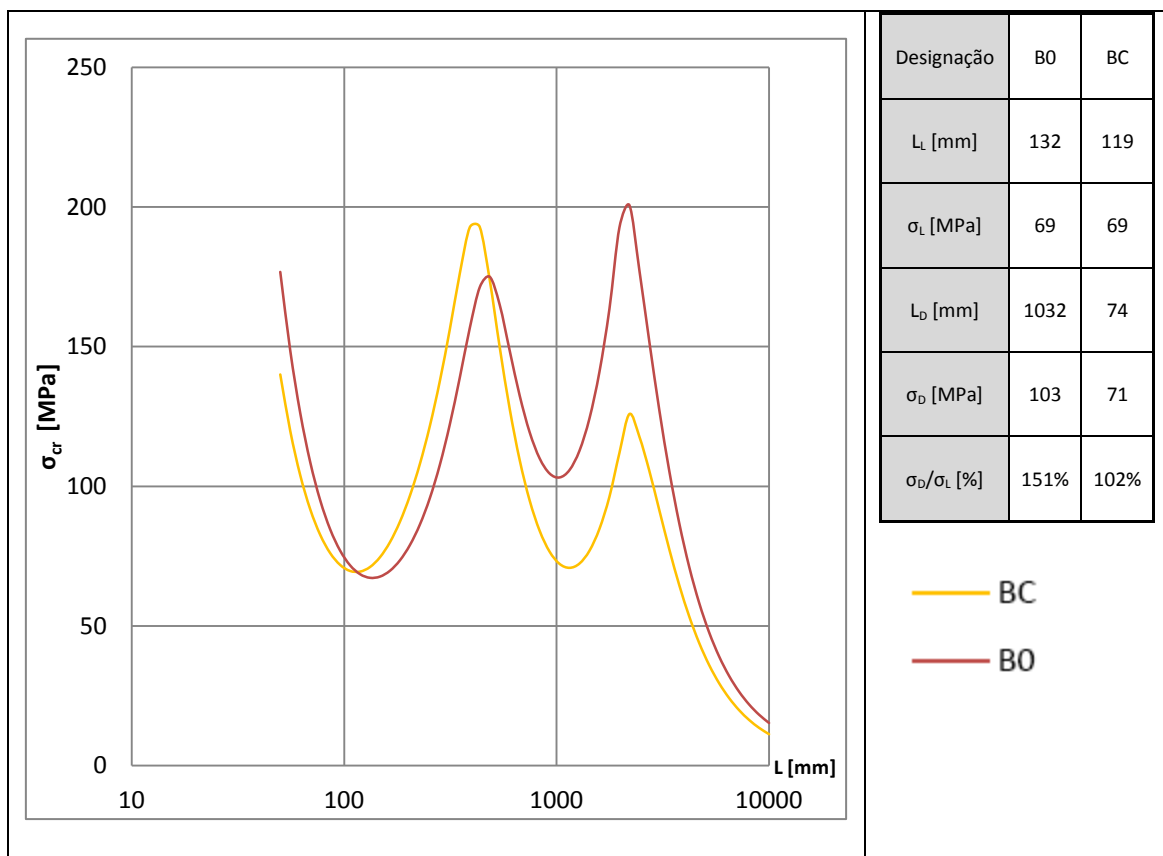


Figura 4.16 – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L ($n_w=1$) da secção “B0” e secção “BC”

4.3.1.3 Secções com reforços intermédios na alma e no banzo

A figura 4.17 ilustra os modos de deformação GBT de uma secção C com reforços intermédios na alma e banzos, cuja discretização envolve 21 nós (15 naturais e 6 intermédios) conduzindo à identificação de um total de 23 modos convencionais 4 globais (nº1 a nº4), 2 distorcionais (nº5 e nº6) e 17 locais (nº7 a nº13). O presente trabalho considerou os modos de deformação (nº7 a nº15) como “dúbios”, por apresentarem características mistas local e distorcionais. Consequentemente a identificação do modo local faz-se a partir dos modos de deformação GBT (nº16 a nº23).

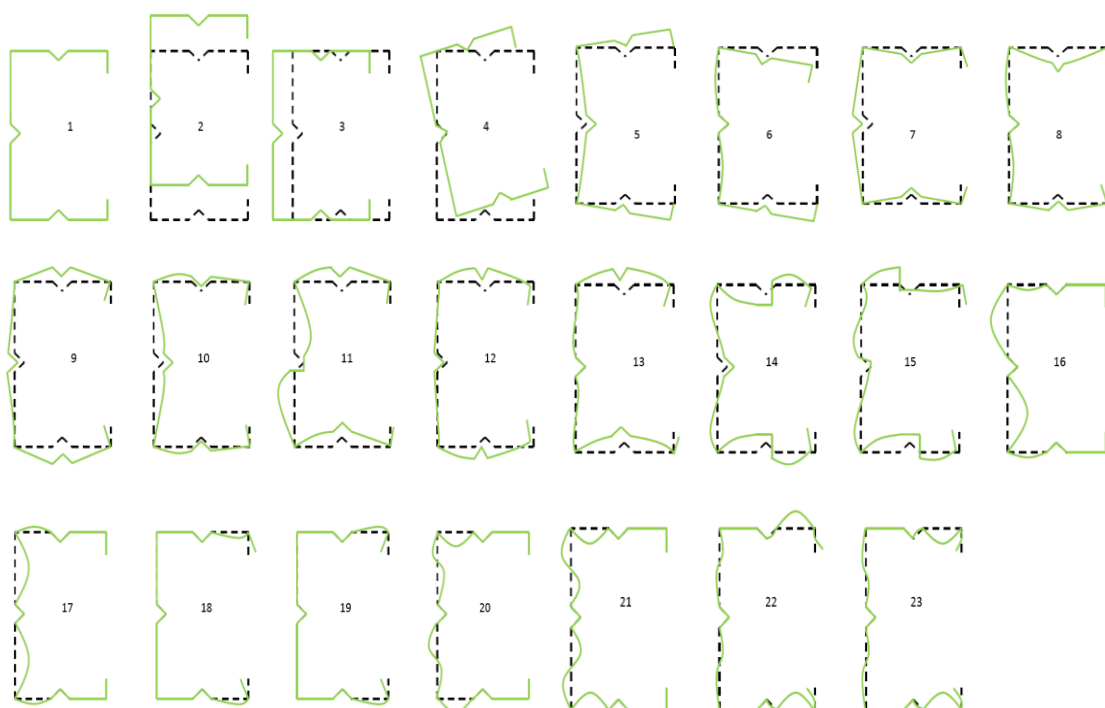


Figura 4.17 – Modos de deformação GBT de uma secção em C com reforços intermédios em forma de “V” na alma e banzo.

A configuração geométrica inicial denominada “C0” é a seguinte $\{(b_w=170 ; b_f=130 ; b_s=16 ; t=1,2 ; S_{1w}=25 ; S_{2w}=12,5 ; S_{1f}=25 ; S_{2f}=12,5) \text{ mm}\}$ a que corresponde a curva de estabilidade vermelha dos seguintes gráficos das figuras 4.18,4.19,4.20,4.21,4.22.

A. Variação da largura da alma (b_w)

A variação da largura da alma na secção “C0” produziu os diferentes resultados apresentados no gráfico e quadro da figura 4.18 com as seguintes observações.

- (i) A variação da largura da alma tem como efeito a alteração do valor da tensão crítica local e distorcional. Alteração é mais significativa ao nível da tensão crítica local do que em relação à tensão crítica distorcional (quando $b_w=170$ mm passa para $b_w=150$ mm o valor da tensão crítica distorcional $\sigma_D=70$ MPa aumenta para $\sigma_D=74$ MPa e o valor da tensão crítica local de $\sigma_L=292$ MPa aumenta para $\sigma_L=379$ MPa). Verifica-se que o salto de tensão crítica é maior no modo local do que no modo distorcional. Este facto deve-se apenas à variação exclusiva da largura da alma.
- (ii) A relação entre a tensão crítica local e distorcional aumenta (quando $b_w=170$ mm se altera para $b_w=190$ mm a relação σ_D/σ_L de valor 24 % passa para 29 %).
- (iii) Tal como sucede nos exemplos anteriores a variação da largura da alma é a variável mais influente na variação do valor da maior inércia da secção. Comparando com as outras dimensões transversais, a variação da largura da alma é a que têm maior controlo no resultado do valor da tensão global.

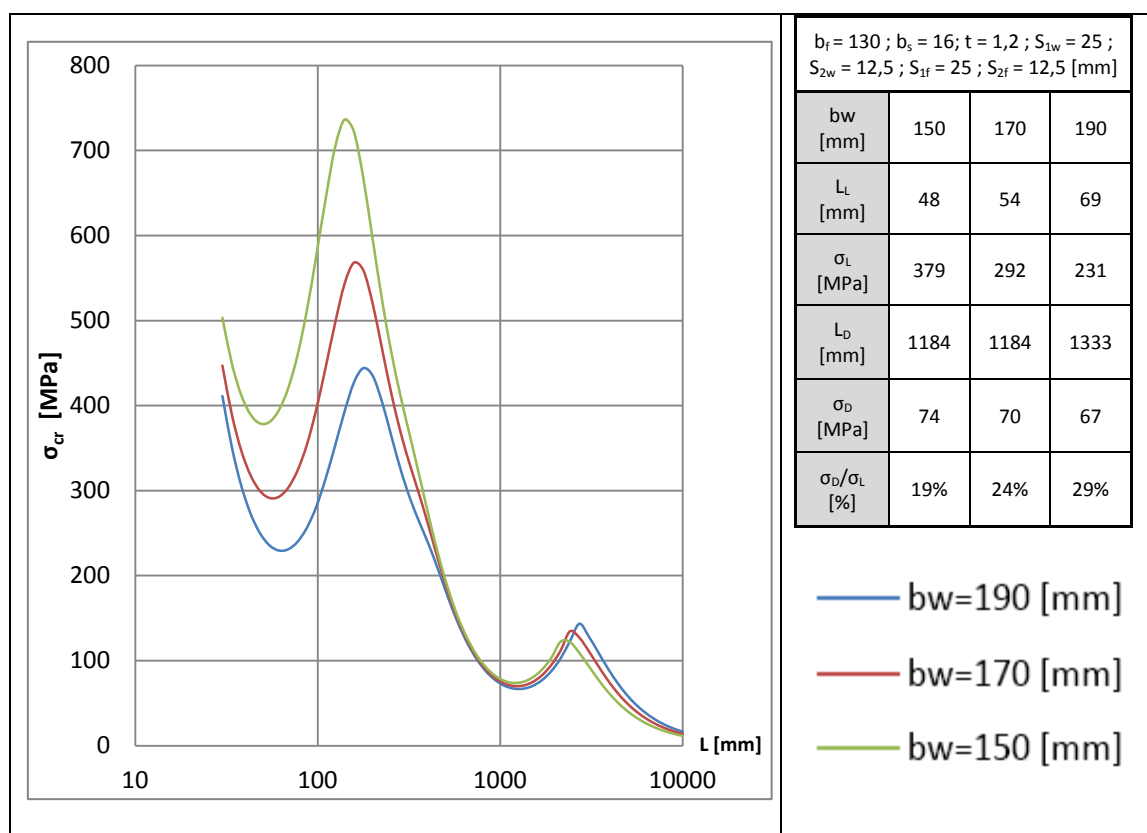


Figura 4.18 – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L ($n_w=1$) de colunas com variação da largura da alma (b_w).

B. Variação da largura do banzo (b_f)

Analisando o gráfico e quadro da figura 4.19 resultam os seguintes comentários:

- (i) A variação da largura do banzo tem como efeito mais significativo a alteração da tensão crítica distorcional. Este facto deve-se em particular à influência do banzo-reforço relativamente ao modo instabilidade distorcional - (quando $b_f=130$ mm passa para $b_w=110$ mm o valor da tensão crítica distorcional $\sigma_D=70$ MPa aumenta para $\sigma_D=91$ MPa e o valor da tensão crítica local de $\sigma_L=292$ MPa aumenta para $\sigma_L=297$ MPa). A alteração do valor da tensão crítica é maior no modo distorcional do que no modo local, devendo-se este efeito à variação exclusiva da largura do banzo.
- (ii) Os valores de tensão críticas local e distorcional aproximam-se com a diminuição da largura do banzo para valores de $b_f < 130$ - quando $b_w=130$ mm se altera para $b_w=150$ mm a relação σ_D/σ_L de valor 24 % passa para 31 %.

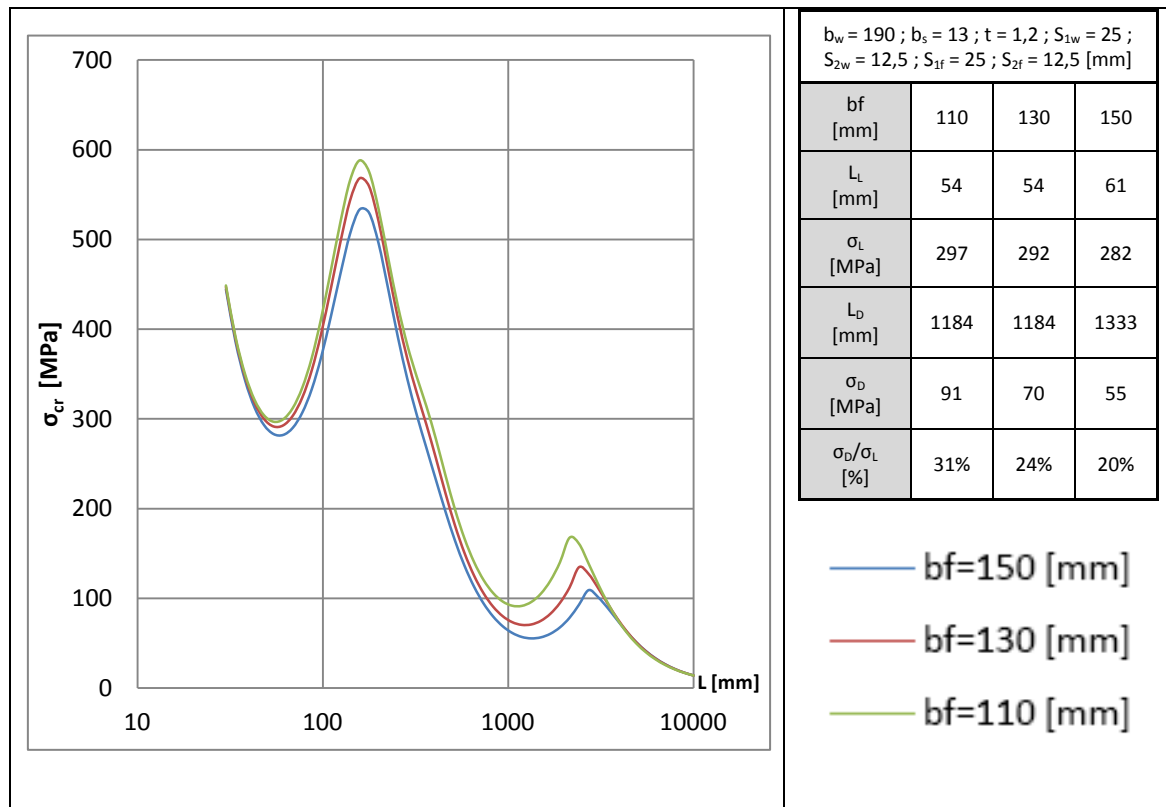


Figura 4.19 – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L ($n_w=1$) de colunas com variação da largura da banzo (b_f).

C. Variação da largura da do reforço de extremidade (b_s)

Observando o gráfico e quadro da figura 4.20 é possível tecer os seguintes comentários:

- (i) O aumento da largura do reforço de extremidade para valores $b_s > 16$ mm permite aproximar o valor de tensão crítica distorcional ao valor da tensão crítica local, quando $b_s = 16$ mm se altera para $b_w = 19$ mm a relação σ_D/σ_L de valor 24 % aumenta para 27 %.

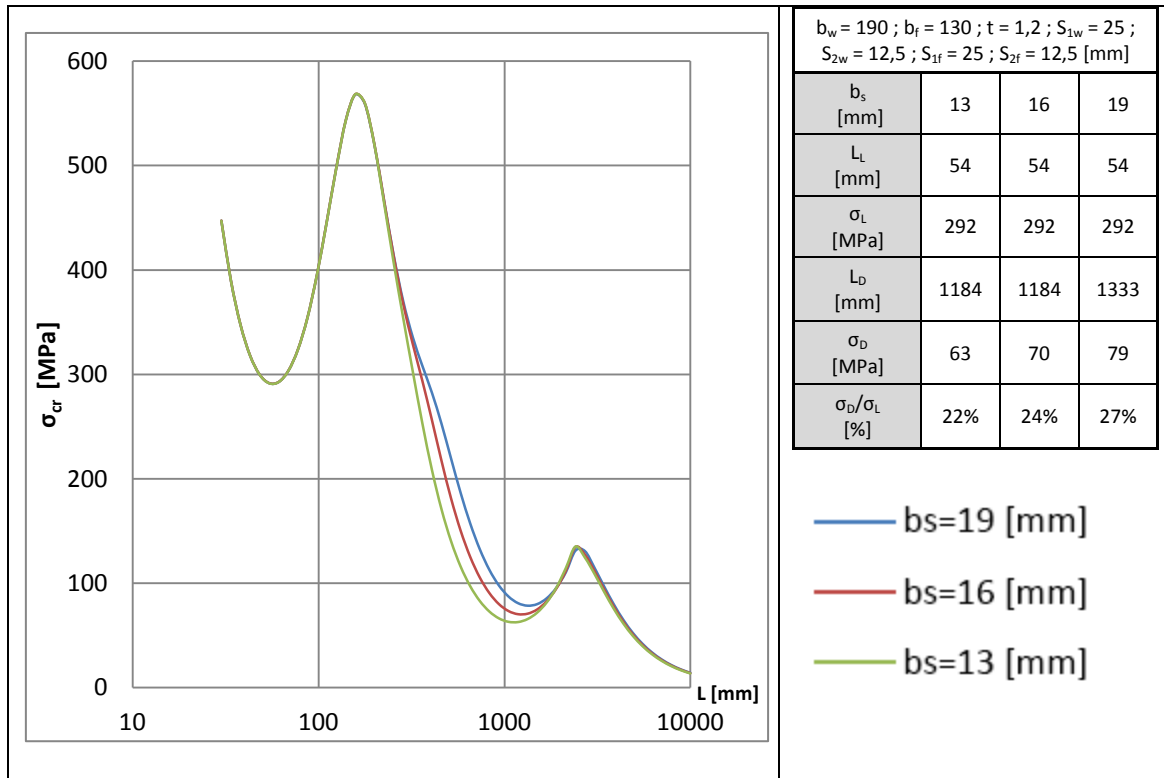


Figura 4.20 – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L ($n_w=1$) de colunas com variação da largura do reforço de extremidade (b_s).

D. Variação da espessura (t)

A análise do gráfico e valores quadro da figura 4.21 permite as seguintes observações:

- (i) As tensões críticas locais e distorcionais tendem afastar-se com o aumento da espessura $t > 1,2$ mm. A redução da espessura para valores de $t < 1,2$ mm (quando $t = 1,2$ mm se altera para $t = 1$ mm a relação σ_D/σ_L de valor 24 % passou para 28 %).

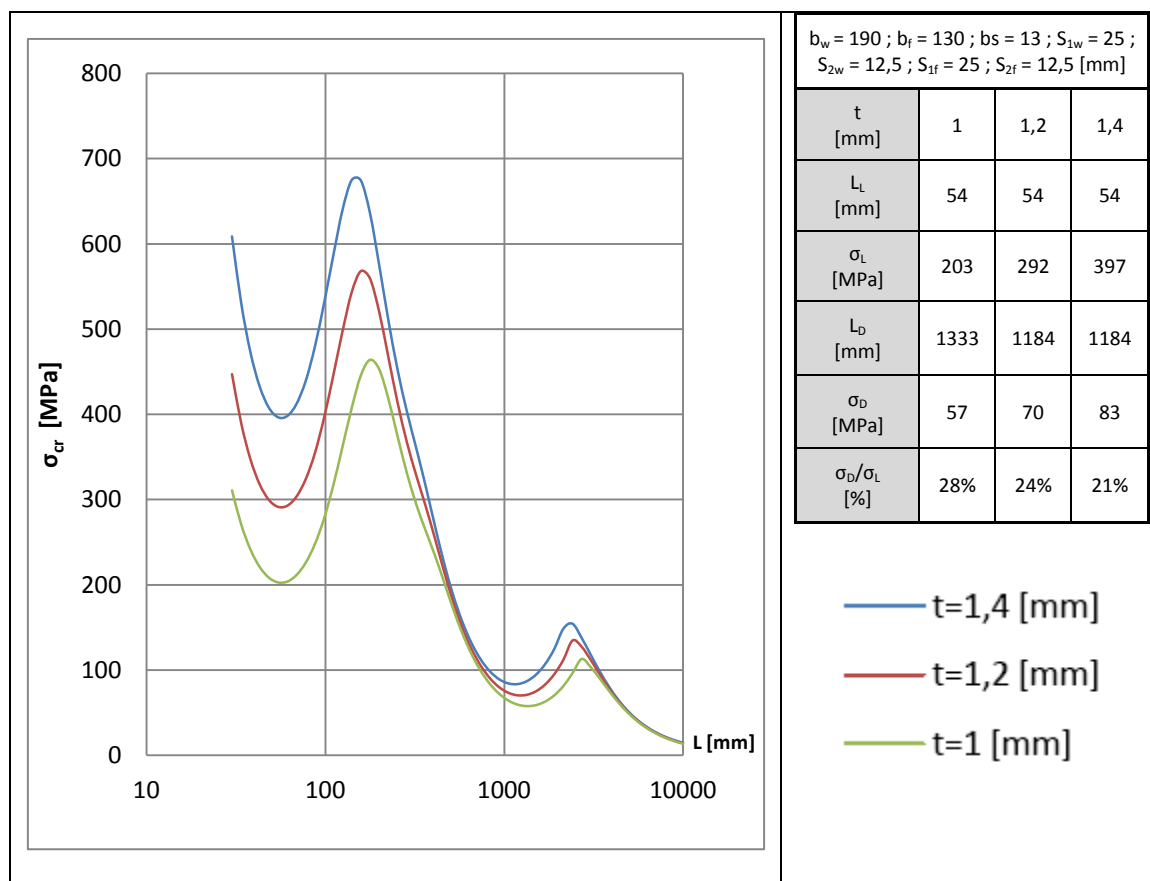


Figura 4.21 – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L ($n_w=1$) de colunas com variação da espessura (t).

O exemplo onde é evidente o fenómeno de interação local/distorcional tem a secção designada “CD” com a seguinte configuração geometria $\{b_w=180$; $b_f=80$; $b_s=20$; $t=1$; $S_{1w}=30$; $S_{2w}=15$; $S_{1f}=30$; $S_{2f}=15$ mm} a que corresponde a curva de estabilidade laranja do gráfico da figura 4.22. Através da análise do gráfico e quadro da figura 4.22 é possível chegar às seguintes conclusões:

- (i) A largura da alma da secção “CD” é menor comparativamente à da secção “C0”. Esta redução permite melhorar a relação de σ_D/σ_L .
- (ii) A largura do banzo da secção “CD” é maior em relação à da secção “C0”. O aumento da dimensão permite aproximar os valores entre a tensão crítica local e distorcional.

- (iii) A largura do reforço de extremidade da secção “CD” é maior em relação secção “C0”. Esta redução permite aproximar o valor da tensão crítica local em relação à distorcional.
- (iv) A espessura da secção “CD” é menor em relação à da secção “C0”.A redução do valor de espessura permite melhorar o valor da relação σ_D/σ_L .
- (v) A dimensão dos reforços intermédios da secção “CD” é maior em relação à da secção “C0”. O aumento da dimensão do reforço intermédio permite aproximar os valores entre tensões críticas local e distorcional.
- (vi) Através da observação do gráfico e quadro da figura 4.22 é possível afirmar que houve uma grande alteração do valor da tensão local de 292 MPa da secção “C0”, para 73 MPa da secção “BC”. Desta forma conclui-se que a capacidade resistente da secção é reduzida face à presença do fenómeno de interação local/distorcional.
- (vii) A variação da largura da alma, do banzo, do reforço de extremidade e a dimensão do reforço intermédio e espessura permitiu chegar a uma relação entre valores tensões críticas local e distorcional (σ_D/σ_L), na ordem dos 95 % muito próximo de 100 %.Conclui-se que ocorre o fenómeno de interação local/distorcional pois a relação (σ_D/σ_L) encontra-se no intervalo $0,9 \ll \frac{\sigma_D}{\sigma_L} \ll 1$.

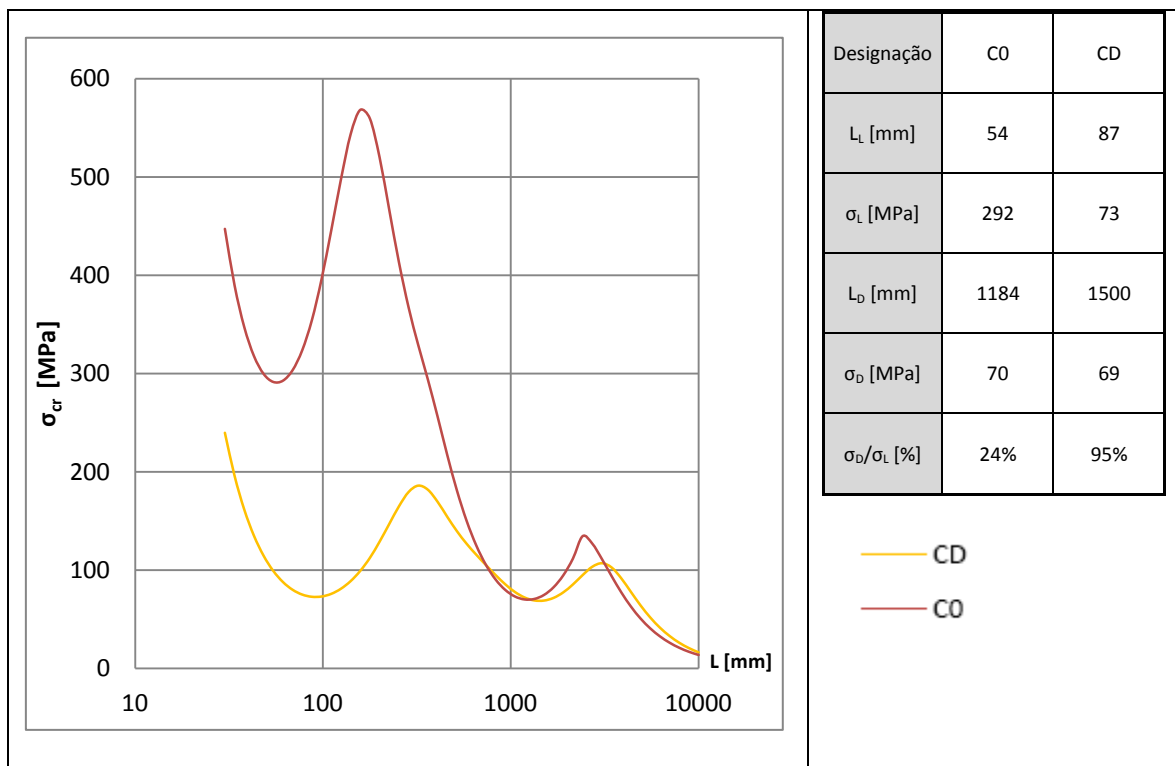


Figura 4.22 – Curvas de estabilidade σ_{cr} vs L ($n_w=1$) de colunas da secção “C0” e secção “CD”.

4.3.2 Colunas encastradas

A análise de estabilidade permite determinar as curvas σ_{cr} vs L em colunas encastradas utilizando a solução numérica. A análise por solução numérica envolve a discretização do comprimento em elementos finitos de barra. A escolha do número de elementos finitos depende do número de semi-ondas utilizadas na obtenção da solução, tornando-se menos precisa com o aumento do número de semi-ondas. A discretização das colunas define um número par de elementos finitos consoante o modo de instabilidade exiba 1,2,3 ou 4 semi-ondas. Na generalidade dos casos, a discretização conduz à escolha de dois elementos finitos por cada semi-onda.

A determinação dos casos de interação local/distorcional faz-se qualitativamente por visualização das curvas de estabilidade, através de um processo de tentativa-e-erro e partindo de uma configuração geométrica transversal de uma coluna encastrada, sem a ocorrência de fenómenos de interação entre os modos de instabilidade local/distorcional. Alteraram-se as dimensões transversais (i) alma (b_w), (ii) banzo (b_f), (iii) reforços de extremidade (b_s), (iv) reforços intermédios $\{(S_{1w}, S_{2w}); (S_{1f}, S_{2f})\}$ e (v) espessura (t) permitindo chegar a casos onde ocorre a interação local/distorcional.

A figura 4.23 demonstra este procedimento cujo objetivo é chegar a curvas de estabilidade com um grande número de valores de tensão local e distorcional semelhantes. A curva de estabilidade a vermelho é de uma secção que não apresenta o fenómeno de interação local/distorcional. A diferença entre valores de tensão local e distorcional é muito significativa e implica a condição ($\Delta\sigma \neq 0$). A curva de estabilidade azul é de uma secção que apresenta o fenómeno de interação local/distorcional. Existe semelhança entre os valores de tensão local e distorcional e implica a condição ($\Delta\sigma \approx 0$).

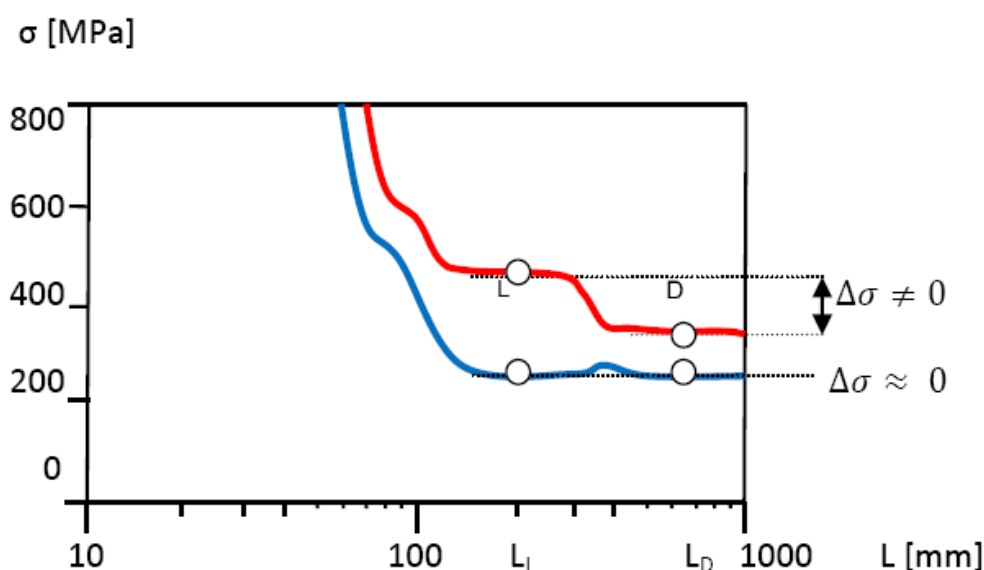


Figura 4.23 – Curvas de estabilidades para o caso de uma coluna encastrada.

Apresentam-se exemplos de secções transversais de colunas encastradas com a presença de fenómenos de interação local/distorcional. Resultam da alteração das dimensões transversais de uma secção inicial, em que curva de estabilidade não apresenta a ocorrência de fenómenos de interação local/distorcional.

As figuras 4.24, 4.25 e 4.26 apresentam exemplos para os casos de secções em C com reforços intermédios alternadamente e, simultaneamente, na alma e banzo. A curva de estabilidade a vermelho representa uma curva onde não ocorre fenómenos de interação local/distorcional. A curva de estabilidade a verde representa uma secção que poderá ter ou não a ocorrência de fenómenos de interação local/distorcional. A curva de estabilidade azul representa o caso onde ocorre interação local/distorcional com um grande número de valores de tensão local e distorcional muito semelhantes. Distingue-se os casos com interação aqueles que apresentem uma diferença de tensão local e distorcional na ordem de $0 \leq \Delta\sigma \leq 6$ em MPa. Entende-se $\Delta\sigma$ como a diferença entre tensão crítica local e distorcional em valor absoluto em MPa. Na relação σ_D/σ_L definem-se os casos onde ocorre fenómenos de interação local/distorcional aqueles apresentem tensões na ordem $0,9 \ll \frac{\sigma_D}{\sigma_L} \ll 1$.

4.3.2.1 Secções com reforços intermédios na alma

A figura 4.24 apresenta um quadro com os valores das dimensões transversais de uma secção com reforços intermédios na alma e respetivas curvas de estabilidade. Foram feitas alterações a nível de dimensão transversal que permitiram chegar a uma geometria final. A primeira fase do processo implica a transformação da geometria inicial “DV” para uma geometria final “DZ” passando por uma geometria intermédia “DX”. As alterações de “DV” para “DX” são a largura da alma ($b_w=180$ mm passa a $b_w=210$ mm); a largura do banzo ($b_f=90$ mm passa a $b_f=200$ mm); a largura do reforço de extremidade ($b_s=15$ mm passa a $b_s=16$ mm); as dimensões dos reforços intermédios ($S_{1w}=20$ mm passa $S_{1w}=30$ mm e $S_{2w}=10$ passa $S_{2w}=15$ mm). A alteração de “DX” para “DZ” é a nível da espessura ($t=1,4$ mm passa a $t=1$ mm).

As principais observações a ter conta neste processo são:

- (i) A curva de estabilidade a vermelho da secção “DV” apresenta valores de tensão local e distorcional muito afastados. É possível observar uma espécie de “degrau” acentuado associado ao modo local e distorcional.
- (ii) A curva de estabilidade a verde da secção “DX” apresenta valores de tensão local e distorcional mais próximos. No entanto continua a ser visível uma descontinuidade entre valores de tensão local e distorcional. Existe uma baixa de valores de tensão local e distorcional em comparação com curva vermelha. Este efeito deve-se sobretudo às alterações ao nível das dimensões transversais.
- (iii) A curva de estabilidade a azul da secção “DZ” reflete o caso onde ocorre o fenómeno de interação local/distorcional. É possível observar a linearidade da

curva de estabilidade e encontrar um grande número de valores de tensão local e distorcional muito semelhantes.

Designação	b_w [mm]	b_f [mm]	b_s [mm]	t [mm]	S_{1w} [mm]	S_{2w} [mm]
DV	180	90	15	1,4	20	10
DX	210	200	16	1,4	30	15
DZ	210	200	16	1	30	15

Tabela 4.1 – Geometrias de secção em C com reforços intermédios na alma.

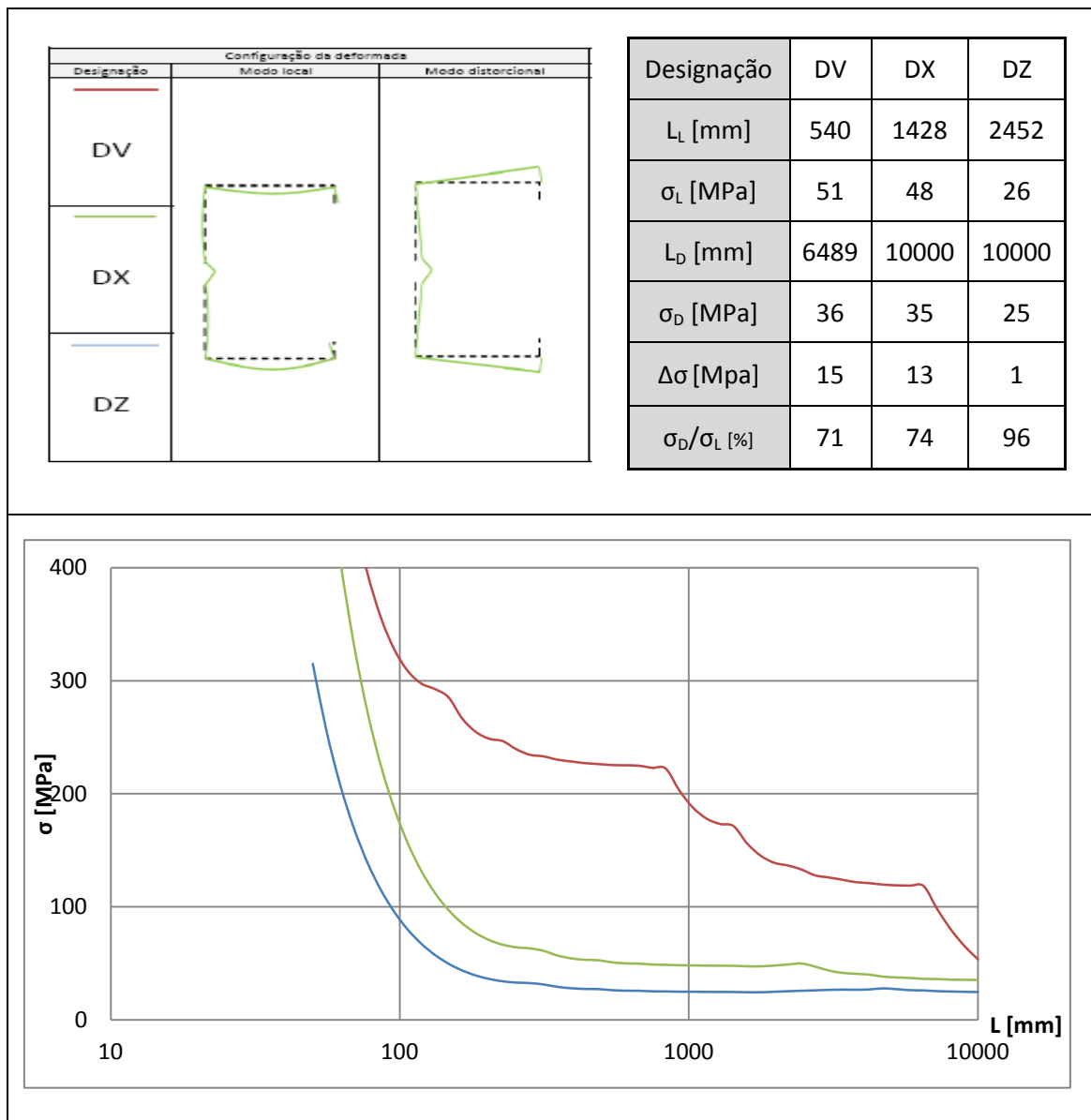


Figura 4.24 – Curvas de estabilidades para o caso de uma coluna encastrada de uma secção com reforços intermédios na alma e respetiva tabela com as dimensões transversais.

4.3.2.2 Secções com reforços intermédios no banzo

A figura 4.25 apresenta um quadro com os valores das dimensões transversais de uma secção com reforços intermédios no banzo de uma coluna encastrada. Através de um processo de alteração de dimensões transversais é possível tecer os seguintes comentário:

- (i) O processo inicia-se com a geometria “EV” que se altera para geometria “DX” passando por uma geometria final “EZ”. As alterações de “EV” para “EX” são a largura do banzo ($b_f=100$ mm passa a $b_f=160$ mm); a largura do reforço de extremidade ($b_s=10$ mm passa a $b_s=15$ mm). As alterações de “EX” para “EZ” são ao nível da largura do banzo ($b_f=160$ mm passa a $b_f=165$ mm); as dimensões dos reforços intermédios ($S_{1f}=20$ mm passa $S_{1f}=30$ mm e $S_{2f}=10$ passa $S_{2f}=15$ mm) e a espessura ($t=1,4$ mm passa a $t=1,2$ mm).
- (ii) A curva de estabilidade a vermelho da secção “EV” apresenta uma evolução incorreta das tensões local e distorcional. Este facto deve-se à insuficiente discretização da barra que torna a estimativa de valores menos precisa. Este efeito pode ser visualizado pela elevação da curva a partir de ($L>1200$ mm) que está totalmente fora do comportamento comum deste tipo de curvas de estabilidade. Contudo optou-se por apresentar este caso para exemplificar o efeito da insuficiência de discretização na obtenção da solução.
- (iii) A curva de estabilidade a verde da secção “EX” apresenta valores de tensão local e distorcional significativamente afastados. É visível uma descontinuidade da curva de estabilidade sendo possível caracterizar como um exemplo onde não ocorrem fenómenos de interação local/distorcional.
- (iv) A curva de estabilidade a azul da secção “EZ” reflete o caso onde ocorre o fenómeno de interação local/distorcional. Podemos encontrar um grande número de valores de tensão local e distorcional muito semelhantes.

Designação	b_w [mm]	b_f [mm]	b_s [mm]	t [mm]	S_{1f} [mm]	S_{2f} [mm]
EV	170	100	10	1,4	20	10
EX	170	160	15	1,4	20	10
EZ	170	165	15	1,2	30	15

Tabela 4.2 – Geometrias de secção em C com reforços intermédios no banzo.

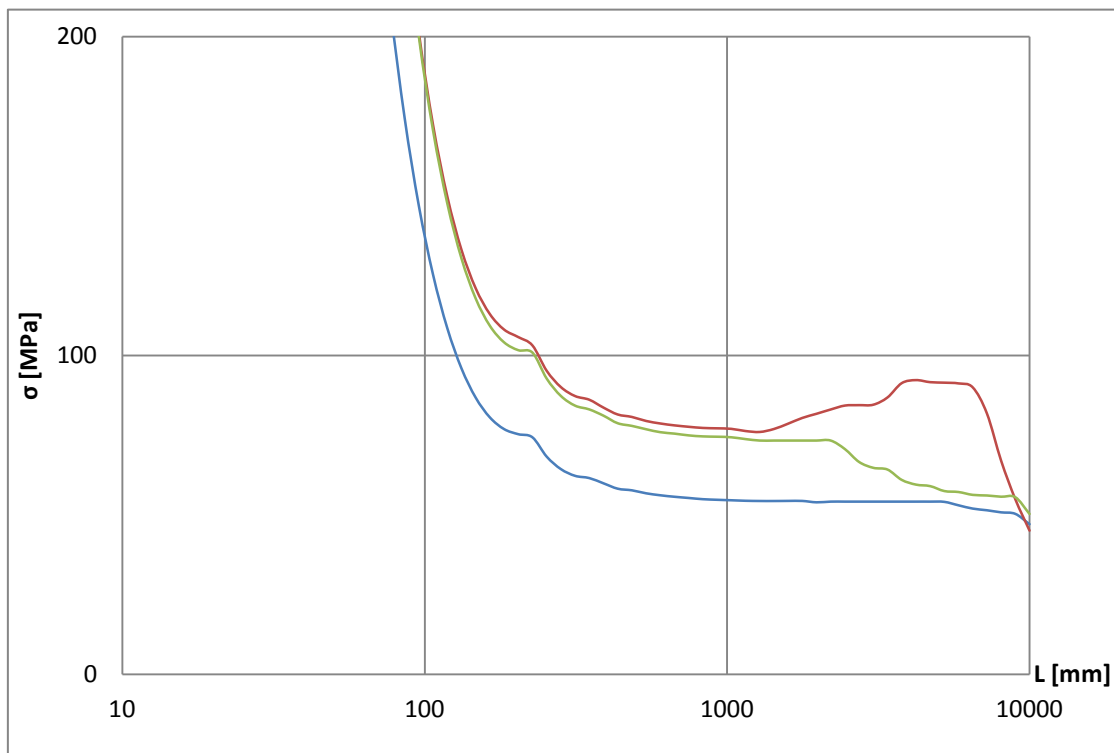
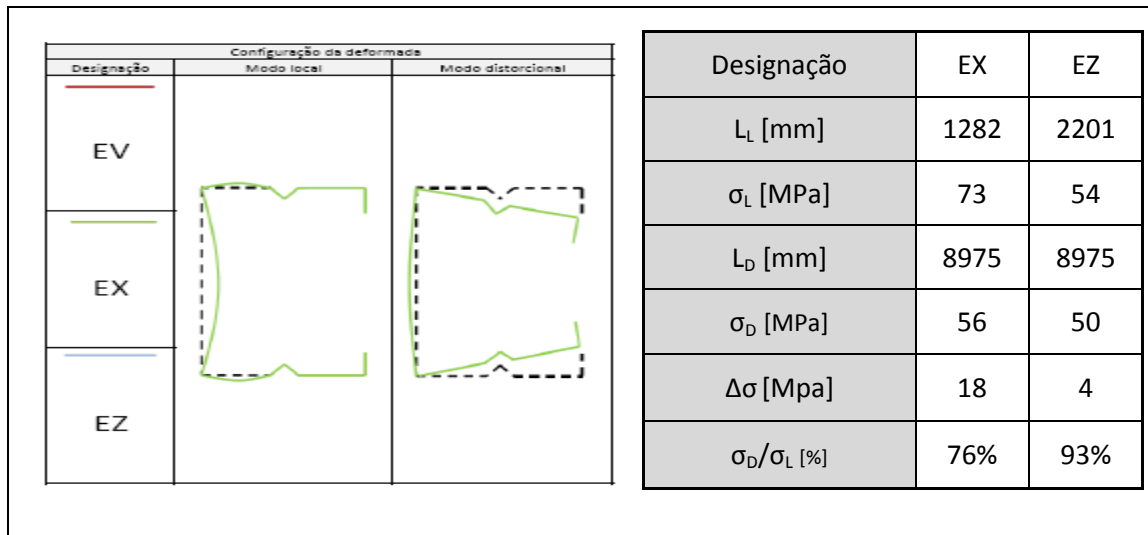


Figura 4.25 – Curvas de estabilidades para o caso de uma coluna encastrada de uma secção com reforços intermédios no banzo e respetiva tabela com as dimensões transversais.

4.3.2.3 Secções com reforços intermédios na alma e no banzo

A observação do quadro e gráfico da figura 2.26 permite a compreensão do processo de alteração de geometria de uma secção com reforços intermédios na alma e banzo, com vista a chegar a uma curva de estabilidade que apresente o fenómeno de interação local/distorcional. Durante o processo foram feitos os seguintes comentários:

- (i) Inicialmente o processo implica a transformação da geometria inicial “FV” para uma geometria final “FZ”, passando por uma geometria intermédia “FX”. A transformação de “FV” para “FX” dá-se ao nível da largura do banzo ($b_f=150$ mm passa a $b_f=100$ mm); espessura ($t=1,2$ mm passa a $t=1,4$ mm). As alterações de “FX” para “FZ” são a largura da alma ($b_w=210$ mm passa a $b_w=290$ mm); a largura do banzo ($b_f=150$ mm passa a $b_f=100$ mm); a espessura ($t=1,2$ mm passa a $t=1$ mm); as dimensões dos reforços intermédios ($S_{1w}=20$ mm passa $S_{1w}=30$ mm; $S_{2w}=10$ mm passa $S_{2w}=15$ mm; $S_{1f}=20$ mm passa $S_{1f}=30$ mm; $S_{2f}=10$ mm passa $S_{2f}=15$ mm).
- (ii) A curva de estabilidade a vermelho da secção “FV” apresenta valores de tensão local e distorcional muito afastados. Observa-se a pouca linearidade da curva e apresentação de uma espécie de “gap” entre os valores de tensão local e distorcional.
- (iii) A curva de estabilidade a verde da secção “FX” apresenta valores de tensão local e distorcional afastados. É visível uma descontinuidade entre valores de tensão local e distorcional muito semelhante à curva estabilidade vermelha.
- (iv) A curva de estabilidade a azul da secção “FZ” reflete o caso onde ocorre o fenómeno de interação local/distorcional. É possível observar a linearidade da curva de estabilidade e encontrar um grande número de valores de tensão local e distorcional muito semelhantes. Existe uma baixa de valores de tensão local e distorcional por comparação com às curvas vermelha e verde, devendo-se este efeito à redução da espessura.

Designação	b_w [mm]	b_f [mm]	b_s [mm]	t [mm]	S_{1w} [mm]	S_{2w} [mm]	S_{1f} [mm]	S_{2f} [mm]
FV	210	150	20	1,2	20	10	20	10
FX	210	100	20	1,4	20	10	20	10
FZ	290	100	20	1	30	15	30	15

Tabela 4.3 – Geometrias de secção em C com reforços intermédios na alma e no banzo.

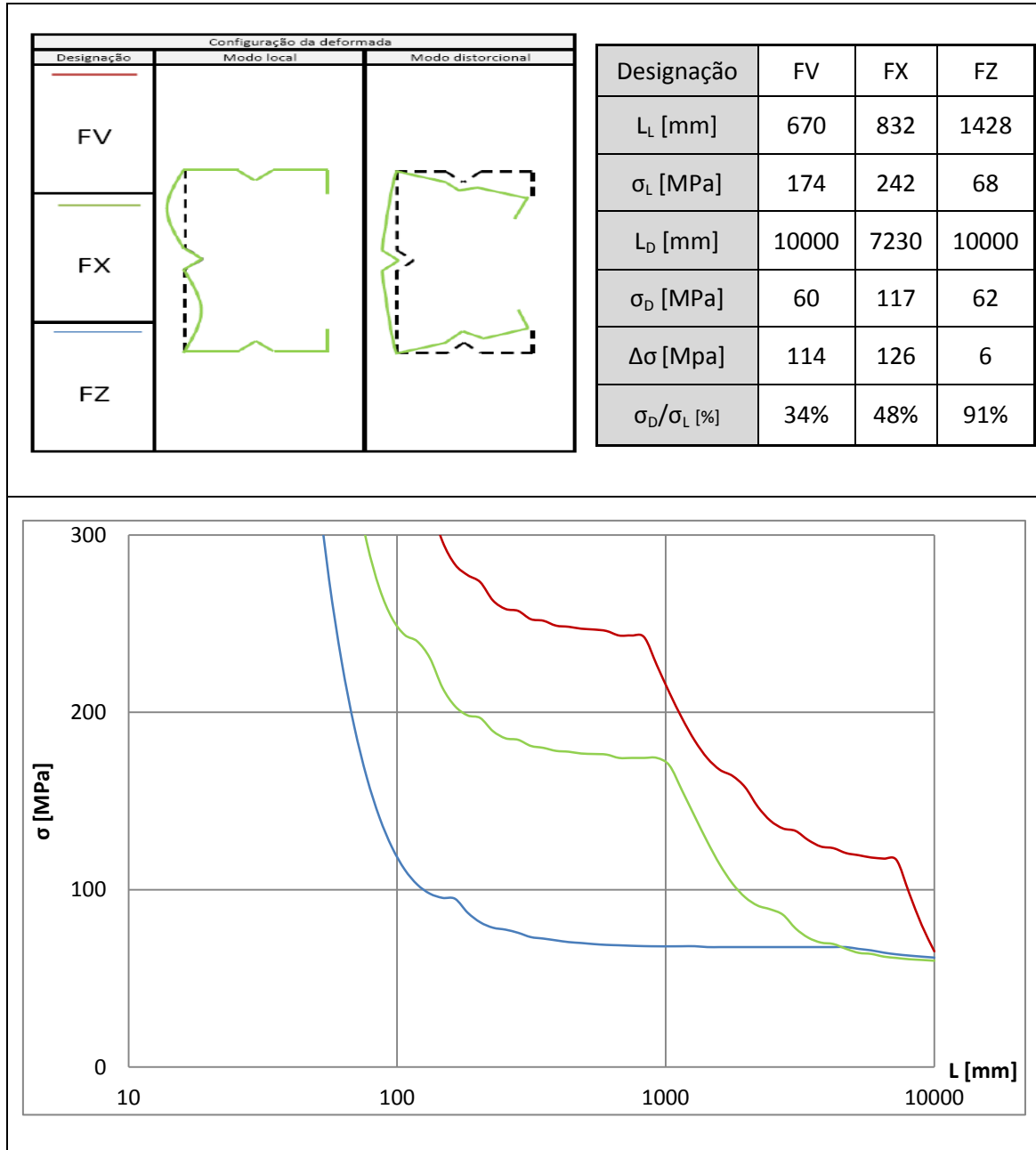


Figura 4.26 – Curvas de estabilidades para o caso de uma coluna encastada de uma secção com reforços intermédios na alma e banzo e respetiva tabela com as dimensões transversais.

5 Seleção da Geometria das Colunas

5.1 Introdução

O capítulo apresenta as geometrias selecionadas de colunas em secção C com reforços de extremidade e intermédios afetadas por fenómenos de interação local e distorcional. Consta deste capítulo os critérios para seleção das geometrias e comentários em relação ao processo de identificação das geometrias, salientando as principais características de cada grupo de resultados.

Foram utilizadas as metodologias descritas no capítulo 4 nomeadamente o processo geral de obtenção de resultados e o tipo de variações a nível geométrico. O objetivo principal é a determinação de um conjunto de secções tipo C com reforços de extremidade e intermédios em forma de “V”, com diferentes dimensões e com a presença de fenómenos de instabilidade local, distorcional e global. Existem dois grupos de resultados (i) com interação local/ distorcional e (ii) sem interação local/distorcional. O estudo considera os resultados como fenómenos de interação aqueles que apresentem uma relação de tensões de bifurcação críticas distorcional e local no intervalo ($0,9 \leq \sigma_D/\sigma_L \leq 1$), podendo em certos casos, verificar valores de tensão críticas distorcional superiores às tensões críticas locais, a que corresponde o intervalo ($1 \leq \sigma_D/\sigma_L \leq 1,1$) Consideram-se resultados sem fenómenos de interação aqueles que apresentem uma gama de valores de tensão crítica situados no intervalo ($0 < \sigma_D/\sigma_L < 0,9$).

5.1.1 Critérios para seleção de geometrias

Os critérios base impostos na obtenção de dimensões de perfis, cujas cargas críticas estão associadas aos diferentes modos de instabilidade local, distorcional e global são:

- i) $0,9 \leq \sigma_D/\sigma_L \leq 1$
- ii) $1 \leq \sigma_D/\sigma_L \leq 1,1$
- iii) $\sigma_D \approx \sigma_L \ll \sigma_G$

Nas condições de apoio:

- i) simplesmente apoiada
- ii) encastramento

Através da inclusão de reforços intermédios em forma de “V” alternadamente e simultaneamente em alma e banzos de secções tipo C, foi sugerido que os resultados respeitassem um conjunto de critérios geométricos e físicos nomeadamente:

L [mm]	b_w [mm]	b_f [mm]	b_s [mm]	t [mm]	S_{1w} [mm]	S_{2w} [mm]	S_{1f} [mm]	S_{2f} [mm]	σ_D [MPa]	σ_G [MPa]
> 300	> b_f	< b_w	> $0,1b_f$	$1 \leq t \leq 2$	20	10	20	10	≤ 350	$\geq 3\sigma_D$
$(L/b_w) > 3,5$	< 240	$1 \leq (b_w/b_f) \leq 1,5$	> S_{2w}		25	12,5	25	12,5		
			> S_{2f}		30	15	30	15		
			$10 \leq b_s \leq 20$							

Tabela 5.1 – Critérios de selecção das colunas simplesmente apoiadas e encastradas.

Os resultados estão organizados em grupo de geometrias que se distinguem pela posição dos reforços intermédios na secção em C bem como pelo tipo de condição de apoio. Em todos os resultados a dimensão longitudinal e transversal encontram-se em mm, as tensões em MPa e relação σ_D/σ_L encontram-se em %.

5.2 Secções com reforços intermédios na alma

5.2.1 Colunas simplesmente apoiadas

A observação da tabela 5.2 e do gráfico 5.1 permite a identificação das geometrias que apresentaram a ocorrência de fenómenos de interação local/distorcional. Durante o processo de selecção de geometrias foi possível tecer os seguintes comentários:

- i) O grupo de perfis (A-1 a A-6) tem como característica a selecção da dimensão do reforço de extremidade inferior a 16 [mm] que permitiu obter baixos valores de comprimento crítico e tensões globais superiores 900 MPa. As únicas alterações foram ao nível das dimensões (b_w, b_f, S_{1w}, S_{2w}) que foram aumentando progressivamente, reduzindo o valor das tensões e aumentando o valor do comprimento crítico. O aumento do reforço de extremidade e reforço intermédio acompanha o aumento progressivo da largura da alma e banzo. O aumento dos reforços é necessário para obtenção dos resultados com presença de fenómenos de interação local/distorcional.
- ii) O grupo (A-7 a A-12) tem como características a utilização exclusiva de dois valores diferentes de (b_w, b_f) para diferentes valores de espessura (t) e iguais valores de reforço intermédio e reforço de extremidade. A dimensão do valor de reforço de extremidade nunca inferior a 20 mm possibilita que a relação de tensões distorcionais e locais seja mais próxima, tornando mais explícito o fenómeno de interação distorcional/local. É possível observar que o aumento da espessura (t) reduz o valor de comprimento crítico e conseqüentemente o aumento das tensões.
- iii) O intervalo de valores da dimensão longitudinal $L \in \{740; 1470\}$ mm. As dimensões transversais têm seguintes os intervalos de valores $b_w \in \{170; 240\}$; de $b_f \in \{120; 170\}$; de $b_s \in \{16; 20\}$ e $t \in \{1; 1,8\}$ em mm.

- iv) Os valores da máxima tensão local/distorcional variam no intervalo $\text{Max}\{\sigma_L, \sigma_D\} \in \{33;138\}$ e os valores das tensões globais no intervalo $\sigma_G \in \{1153;3686\}$ em MPa.
- v) Analisando a média dos resultados a tensão global é 30 vezes superior à máxima tensão local/distorcional. A relação de tensão σ_D/σ_L em percentagem é em média igual 98 que sugere uma boa qualidade de resultados.

Designação	L [mm]	b _w [mm]	b _f [mm]	b _s [mm]	t [mm]	S _{1w} [mm]	S _{2w} [mm]	Max{ σ_D, σ_L } [MPa]	σ_G [MPa]	$\sigma_G/\text{Max}\{\sigma_D, \sigma_L\}$	σ_D/σ_L [%]
A-1	840	170	120	16	1	20	10	66	1474	22	98
A-2	1000	180	120	17	1	20	10	66	2116	32	99
A-3	1130	210	150	16	1	25	12,5	42	1507	36	98
A-4	1330	220	160	17	1	25	12,5	37	1200	32	99
A-5	1190	230	160	16	1	30	15	37	1606	43	99
A-6	1470	240	170	17	1	30	15	33	1153	35	97
A-7	1010	210	150	20	1,4	30	15	83	1963	24	97
A-8	1070	220	160	20	1,4	30	15	73	1909	26	97
A-9	840	210	150	20	1,6	30	15	109	2838	26	98
A-10	890	220	160	20	1,6	30	15	95	2759	29	97
A-11	740	210	150	20	1,8	30	15	138	3656	27	96
A-12	770	220	160	20	1,8	30	15	121	3686	30	97
Min	740	170	120	16	1	20	10	33	1153	22	96
Max	1470	240	170	20	1,8	30	15	138	3686	43	99

Tabela 5.2 – Geometrias de colunas simplesmente apoiadas de secção em C com reforços intermédios na alma.

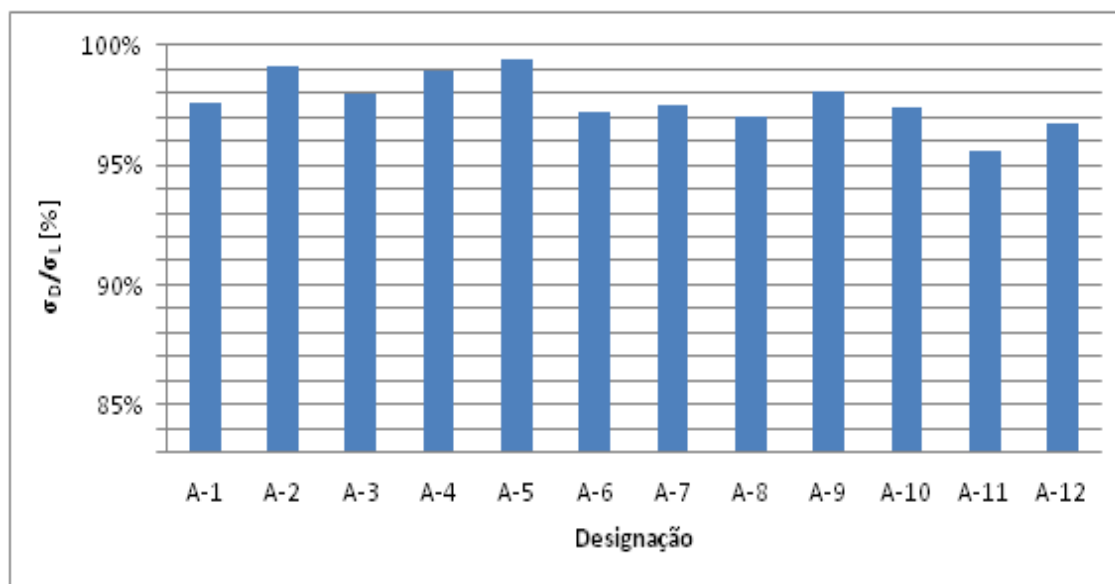


Gráfico 5.1 – Colunas simplesmente apoiadas de secção em C com reforços intermédios na alma: relação de tensões σ_D/σ_L em percentagem das secções em C com reforços intermédios na alma.

5.2.2 Colunas encastradas

A tabela 5.3 e gráfico 5.2 ilustram os resultados da identificação das geometrias que apresentaram a ocorrência de fenómenos de interação local/distorcional. Durante o processo de seleção de geometrias foi possível tecer os seguintes comentários:

- i) No grupo de perfis (D-40 a D-47) houve um cuidado na seleção da dimensão do reforço de extremidade inferior a 16 mm, permitindo obter baixos valores de comprimento crítico e tensões globais superiores 900 MPa. A alteração das largura da alma e banzo (D-40 a D-43) levou à necessidade de aumentar a largura do reforço de extremidade ($b_s=10$ para $b_s=15$ em mm) e reforço intermédios ($S_{1w}=20$ passa $S_{1w}=25$ e $S_{2w}=10$ passa $S_{2w}=12,5$ em mm). Esta alteração tem um efeito positivo na estabilização das tensões críticas local e distorcional permitindo aproximação de valores.
- ii) Surgiram dificuldades com o aumento da espessura ($t=1,2$ e $t=1,4$ em mm) em (D-44 a D-47). Este aumento tem um efeito negativo na determinação das geometrias segundo os critérios inicialmente estabelecidos. A metodologia utilizada para resolução deste problema consistiu em aumentar as dimensões do reforço intermédio ($S_{1w}=25$ passa $S_{1w}=30$ e $S_{2w}=12,5$ passa $S_{2w}=15$ em mm) e ligeiramente a largura do reforço de extremidade ($b_s=15$ para $b_s=16$ mm).
- (ii) O grupo (D-48 a D-54) tem como características a utilização de espessura ($t=1,6$ e $t=1,8$ mm). Para esta gama de espessuras existem dificuldades na determinação de geometrias que podem ser ultrapassadas com o aumento da largura do reforço de extremidade ($b_s=16$ para $b_s=20$ mm).
- (iii) O intervalo de valores da dimensão longitudinal $L \in \{1030;3040\}$ mm. As dimensões transversais têm os seguintes intervalos de valores $b_w \in \{170;240\}$; de $b_f \in \{170;240\}$; de $b_s \in \{10;20\}$ e $t \in \{1;1,8\}$ em mm.
- (iv) Os valores da máxima tensão local/distorcional variam no intervalo $\text{Max}\{\sigma_L, \sigma_D\} \in \{41;226\}$ e os valores de tensão global variam no intervalo $\sigma_G \in \{926;5041\}$ em MPa.
- (v) Analisando a média dos resultados a tensão global é 29 vezes superior à máxima tensão local/distorcional. A relação de tensão σ_D/σ_L em percentagem é em média igual 99 que garante uma boa qualidade de resultados.

Designação	L [mm]	b _w [mm]	b _f [mm]	b _s [mm]	t [mm]	S _{1w} [mm]	S _{2w} [mm]	Max{σ _D ;σ _L } [MPa]	σ _G [MPa]	σ _G /Max {σ _D ;σ _L }	σ _D /σ _L [%]
D-40	1060	170	120	10	1	20	10	63	4165	67	99
D-41	1030	180	120	10	1	20	10	65	5041	78	100
D-42	2780	210	150	15	1	25	12,5	46	983	21	100
D-43	3040	220	160	15	1	25	12,5	41	926	23	98
D-44	2580	230	160	16	1,2	30	15	58	1367	23	100
D-45	2690	240	170	16	1,2	30	15	52	1368	27	100
D-46	1850	210	150	16	1,4	30	15	88	2266	26	99
D-47	1880	220	160	16	1,4	30	15	76	2401	31	100
D-48	1280	210	150	20	1,6	30	15	108	4697	43	99
D-49	2440	220	160	20	1,6	30	15	104	1470	14	100
D-50	1740	210	150	20	1,8	30	15	145	2647	18	98
D-51	1820	220	160	20	1,8	30	15	127	2640	21	99
D-52	1680	200	140	20	1,8	30	15	167	2545	15	97
D-53	1560	190	130	20	1,8	30	15	194	2732	14	96
D-54	1380	180	120	20	1,8	30	15	226	3158	14	99
Min	1030	170	120	10	1	20	10	41	926	14	96
Max	3040	240	170	20	1,8	30	15	226	5041	78	100

Tabela 5.3 – Geometrias de colunas encastradas de secção em C com reforços intermédios na alma.

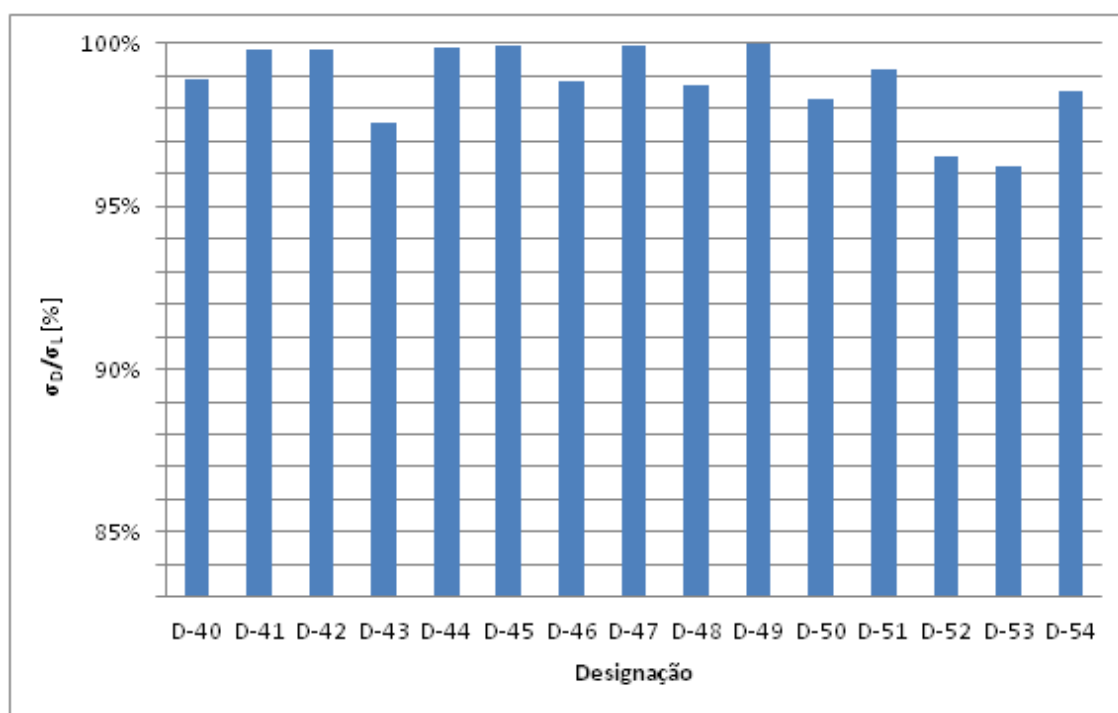


Gráfico 5.2 – Colunas encastradas de secção em C com reforços intermédios na alma: relação de tensões σ_D/σ_L em percentagem das secções em C com reforços intermédios na alma.

5.3 Secções com reforços intermédios no banzo

5.3.1 Colunas simplesmente apoiadas

A tabela 5.4 e gráfico 5.3 ilustram os resultados do processo de determinação de geometrias que apresentaram a ocorrência de fenómenos de interação local/distorcional. A análise dos dados permite chegar as seguintes observações.

- (i) O grupo de perfis (B-13 a B-20) teve em atenção a seleção da dimensão do reforço de extremidade inferior a 16 mm com efeito descrito nos exemplos anteriores. O grupo (B-13 a B-16) tem um aumento progressivo da largura da alma e banzo. Esta progressão tem um efeito de desnível da tensão crítica local e distorcional. De forma a aproximar as tensões críticas local e distorcional foi necessário aumentar a largura do reforço extremidade ($b_s=12$ para $b_s=14$ em mm) e dimensões do reforço intermédio ($S_{1f}=20$ passa $S_{1f}=25$ e $S_{2f}=10$ passa $S_{2f}=12,5$ em mm).
- (ii) Relativamente ao grupo (B-17 a B-20) a característica principal reside no aumento da espessura ($t=1,2$ e $t=1,4$ em mm). Este aumento tem um efeito negativo na determinação de resultados que poderá ser anulado com o aumento do reforço de extremidade ($b_s=14$ para $b_s=16$ em mm) e dimensão do reforço intermédio ($S_{1f}=25$ passa $S_{1f}=30$ e $S_{2f}=12,5$ passa $S_{2f}=15$ em mm).
- (iii) O grupo (B-21 a B-25) tem como características a alteração da espessura ($t=1,4$ passa a $t=1,6$ em mm). Este aumento de espessura aliado ao aumento progressivo da largura de alma e banzo faz com que seja difícil a determinação de resultados. A utilização da dimensão máxima possível de reforço intermédio ($S_{1f}=30$ e $S_{2f}=15$ em mm) e largura de reforço de extremidade ($b_s=16$ e $b_s=20$ em mm), permite aproximar as tensões críticas local e distorcional e chegar ao fenómeno de interação.
- (iv) No grupo (B-26 e B-27) regista-se o aumento da espessura ($t=1,6$ passa a $t=1,8$ em mm) criando dificuldades na obtenção de resultados. Para anular este efeito utilizam-se reforços intermédios ($S_{1f}=30$ e $S_{2f}=15$ em mm) e largura de reforço de extremidade ($b_s=20$ em mm). Um facto importante é a redução do valor do comprimento crítico comparando (B-24 e B-25) em que as dimensões transversais são iguais e o aumento da espessura reduz o valor do comprimento crítico.
- (v) O intervalo de valores da dimensão longitudinal $L \in \{790;1450\}$ mm. As dimensões transversais têm os seguintes intervalos de valores $b_w \in \{170;220\}$; de $b_f \in \{160;210\}$; de $b_s \in \{12;20\}$ e $t \in \{1;1,8\}$ em mm.
- (vi) Os valores da máxima tensão local/distorcional variam no intervalo $\text{Max}\{\sigma_L, \sigma_D\} \in \{22;107\}$ e os valores de tensão global variam no intervalo $\sigma_G \in \{920;2183\}$ em MPa.

- (vii) Analisando a média dos resultados a tensão global é 30 vezes superior à máxima tensão local/distorcional. A relação de tensão σ_D/σ_L em percentagem é em média igual 97 que transmite a ideia de uma boa qualidade de resultados.

Designação	L [mm]	b _w [mm]	b _f [mm]	b _s [mm]	t [mm]	S _{1f} [mm]	S _{2f} [mm]	Max{ σ_D, σ_L } [MPa]	σ_G [MPa]	$\sigma_G/\text{Max}\{\sigma_D, \sigma_L\}$	σ_D/σ_L [%]
B-13	930	170	160	12	1	20	10	37	1416	38	96
B-14	1170	180	170	14	1	20	10	33	1018	31	98
B-15	1270	210	200	14	1	25	12,5	24	1168	48	99
B-16	1430	220	210	14	1	25	12,5	22	999	45	99
B-17	1420	210	200	16	1,2	30	15	35	920	26	100
B-18	1450	220	210	16	1,2	30	15	32	968	30	100
B-19	1140	210	200	16	1,4	30	15	48	1427	30	98
B-20	1160	220	210	16	1,4	30	15	43	1512	35	99
B-21	790	180	170	16	1,6	30	15	107	2183	20	92
B-22	900	190	180	16	1,6	30	15	76	1874	25	98
B-23	950	200	190	16	1,6	30	15	69	1863	27	96
B-24	1270	210	200	20	1,6	30	15	62	1183	19	96
B-25	1330	220	210	20	1,6	30	15	57	1181	21	94
B-26	1070	210	200	20	1,8	30	15	79	1666	21	96
B-27	1070	220	210	20	1,8	30	15	72	1825	25	99
Min	790	170	160	12	1,0	20	10	22	920	19	92
Max	1450	220	210	20	1,8	30	15	107	2183	48	100

Tabela 5.4 – Geometrias de colunas simplesmente apoiadas de secção em C com reforços intermédios no banzo.

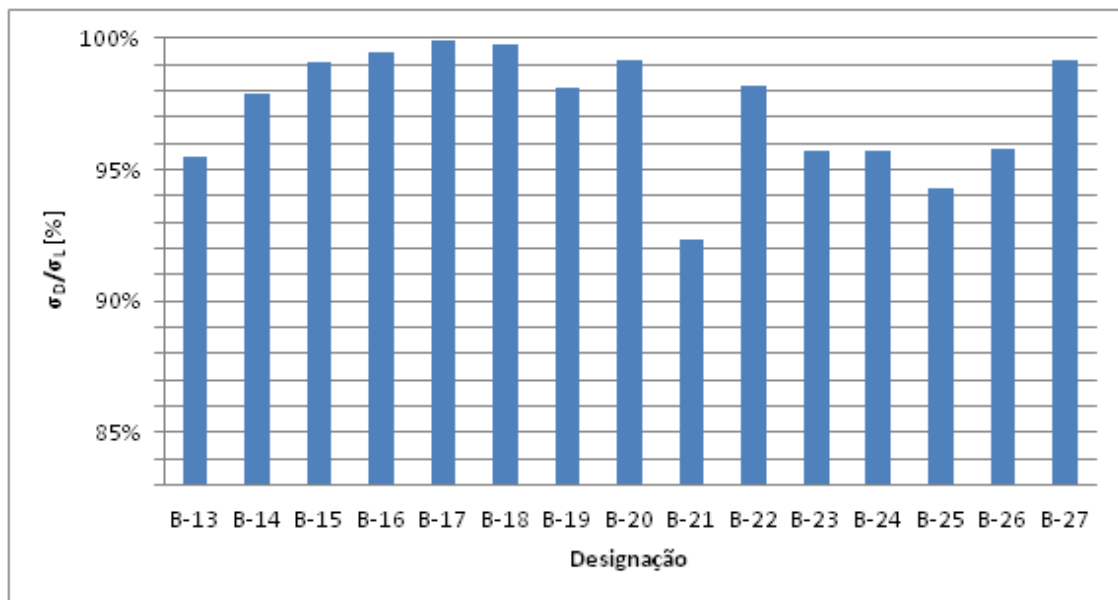


Gráfico 5.3 – Colunas simplesmente apoiadas de secção em C com reforços intermédios no banzo: relação de tensões σ_D/σ_L em percentagem das secções em C com reforços intermédios na alma.

5.3.2 Colunas encastradas

A tabela 5.5 e gráfico 5.4 identifica as geometrias e dados que ocorrem do processo determinação resultados, registando-se os seguintes comentários:

- (i) Os aspetos importantes no grupo de perfis (E-55 a E-60) são o aumento progressivo de largura alma e banzo e espessura ($t=1$ passa a $t=1,6$ em mm). O aumento destas dimensões provoca dificuldades na obtenção de resultados com ocorrência de fenómenos de interação. O método resolução para este problema é baseado no aumento progressivo do reforço extremidade ($b_s=10$ para $b_s=14$ e $b_s=15$ em mm) e reforço intermédio ($S_{1f}=20$ passa $S_{1f}=25$ e $S_{2f}=10$ passa $S_{2f}=12,5$ em mm).
- (ii) O grupo (E-61 a D-66) tem como características a utilização de espessura ($t=1,6$ e $t=1,8$ em mm). Comparando (E-59 e E-60) com (E-61 e E-62) observa-se que para igual largura de alma e banzo o comprimento crítico aumenta. Este efeito deve-se ao aumento progressivo da largura do reforço de extremidade ($b_s=14$ e $b_s=15$ para $b_s=16$ em mm) e reforço intermédio ($S_{1f}=25$ passa $S_{1f}=30$ e $S_{2f}=12,5$ passa $S_{2f}=15$ em mm). A variação das dimensões transversais influencia o valor do comprimento crítico.
- (iii) O intervalo de valores da dimensão longitudinal $L \in \{1640;2600\}$ mm. As dimensões transversais têm seguintes intervalos de valores $b_w \in \{170;210\}$; de $b_f \in \{160;200\}$; de $b_s \in \{10;16\}$ e $t \in \{1;1,8\}$ em mm.
- (iv) Os valores da máxima tensão local/distorcional variam no intervalo $\text{Max}\{\sigma_L; \sigma_D\} \in \{36;131\}$ e os valores de tensão global variam no intervalo $\sigma_G \in \{946;3007\}$ em MPa.
- (v) Analisando a média dos resultados a tensão global é 21 vezes superior à máxima tensão local/distorcional. A relação de tensão σ_D/σ_L em percentagem é em média igual 99, garante uma boa qualidade de resultados.

Designação	L [mm]	b _w [mm]	b _f [mm]	b _s [mm]	t [mm]	S _{1f} [mm]	S _{2f} [mm]	Max {σ _D ;σ _L } [MPa]	σ _G [MPa]	σ _G /Max {σ _D ;σ _L }	σ _D /σ _L [%]
E -55	2260	170	160	10	1	20	10	41	946	23	91
E -56	2180	180	170	10	1	20	10	36	1141	32	98
E -57	1640	170	160	14	1,6	25	12,5	100	1815	18	100
E -58	1680	180	170	14	1,6	25	12,5	88	1939	22	100
E -59	1740	190	180	14	1,6	25	12,5	79	2014	25	99
E -60	1960	200	190	15	1,6	25	12,5	72	1770	25	100
E -61	2500	190	180	16	1,6	30	15	84	3007	36	100
E -62	2600	200	190	16	1,6	30	15	76	996	13	99
E -63	1980	170	160	16	1,8	30	15	131	1242	9	100
E -64	1950	180	170	16	1,8	30	15	115	1434	12	100
E -65	2010	200	190	16	1,8	30	15	92	1666	18	100
E -66	2040	210	200	16	1,8	30	15	83	1783	21	100
Min	1640	170	160	10	1	20	10	36	946	9	91
Max	2600	210	200	16	1,8	30	15	131	3007	36	100

Tabela 5.5 – Geometrias de colunas encastradas de secção em C com reforços intermédios no banzo.

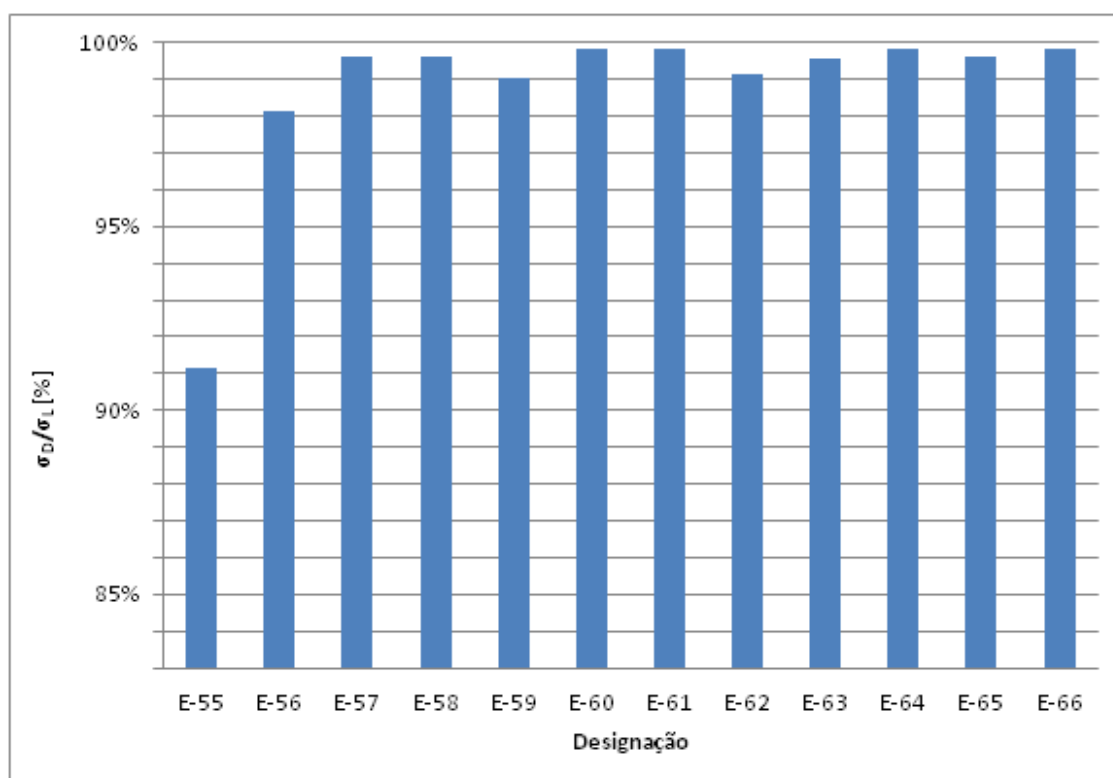


Gráfico 5.4 – Colunas encastradas de secção em C com reforços intermédios no banzo: relação de tensões σ_D/σ_L em percentagem das secções em C com reforços intermédios no banzo.

5.4 Secções com reforços intermédios na alma e no banzo

5.4.1 Colunas simplesmente apoiadas

A tabela 5.6 e gráfico 5.5 apresentam os resultados do processo de determinação de geometrias em que a análise dos dados permite tecer os seguintes observações:

- (i) O grupo de perfis (C-28 a C-39) apresenta igual valor de espessura ($t=1$ mm). O processo de determinação de geometrias para este tipo de secção em C teve dificuldades nomeadamente no aumento do valor da espessura ($t>1$ mm). O aumento progressivo da largura da alma e banzo levou a utilizar a máxima largura de reforço de extremidade ($b_s=20$ mm) e a utilização progressiva dos reforços intermédios. Um facto visível é o aumento progressivo do comprimento crítico induzido pelo aumento progressivo das dimensões transversais.
- (ii) O intervalo de valores da dimensão longitudinal $L \in \{530;860\}$ mm. As dimensões transversais têm seguintes intervalos de valores $b_w \in \{150;240\}$; de $b_f \in \{100;170\}$; de $b_s \in \{20\}$ e $t \in \{1\}$ em mm.
- (iii) Os valores da máxima tensão local/distorcional variam no intervalo $\text{Max}\{\sigma_L, \sigma_D\} \in \{97;253\}$ e os valores de tensão global variam no intervalo $\sigma_G \in \{3159;3734\}$ em MPa.
- (iv) Analisando a média dos resultados a tensão global é 24 vezes superior à máxima tensão local/distorcional. A relação de tensão σ_D/σ_L em percentagem é em média igual 93 que indica uma boa qualidade de resultados.

Designação	L [mm]	b _w [mm]	b _f [mm]	b _s [mm]	t [mm]	S _{1w} [mm]	S _{2w} [mm]	S _{1f} [mm]	S _{2f} [mm]	Max {σ _D ,σ _L } [MPa]	σ _G [MPa]	σ _G /Max {σ _D ,σ _L }	σ _D /σ _L [%]
C-28	530	150	100	20	1	20	10	20	10	253	3530	14	84
C-29	560	160	110	20	1	20	10	20	10	218	3582	16	83
C-30	600	170	120	20	1	25	12,5	25	12,5	202	3450	17	92
C-31	630	180	120	20	1	25	12,5	25	12,5	178	3417	19	95
C-32	670	190	130	20	1	25	12,5	25	12,5	157	3369	21	93
C-33	700	200	140	20	1	25	12,5	25	12,5	148	3734	25	93
C-34	740	210	150	20	1	25	12,5	25	12,5	132	3244	25	92
C-35	770	220	160	20	1	25	12,5	25	12,5	112	3422	30	89
C-36	760	210	150	20	1	30	15	30	15	132	3159	24	97
C-37	780	220	160	20	1	30	15	30	15	118	3294	28	99
C-38	820	230	160	20	1	30	15	30	15	107	3201	30	99
C-39	860	240	170	20	1	30	15	30	15	97	3177	33	97
Min	530	150	100	20	1	20	10	20	10	97	3159	14	83
Max	860	240	170	20	1	30	15	30	15	253	3734	33	99

Tabela 5.6 – Geometrias de colunas simplesmente apoiadas de secção em C com reforços intermédios na alma e banzo.

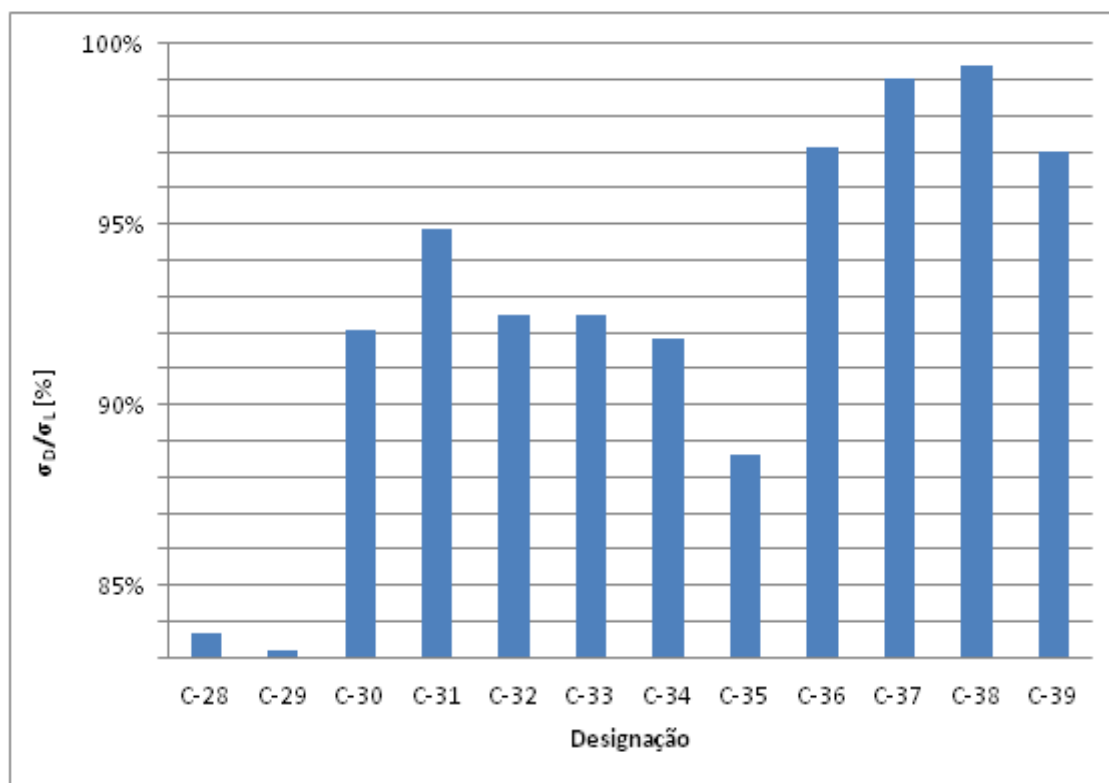


Gráfico 5.5 – Colunas simplesmente apoiadas de secção em C com reforços intermédios na alma e banzo: relação de tensões σ_D/σ_L em percentagem das secções em C com reforços intermédios na alma e banzo.

5.4.2 Colunas encastradas

O processo de determinação de geometrias permite chegar aos resultados ilustrados pela tabela 5.7 e gráfico 5.6 com os seguintes comentários:

- (i) O grupo de perfis (F-67 a F-78) apresenta igual valor de espessura ($t=1$ mm). Como sucede nos exemplos anteriores o aumento progressivo da largura da alma e banzo levou a utilizar a máxima largura de reforço de extremidade ($b_s=20$ mm) e a utilização progressiva dos reforços intermédios, Onde o aumento progressivo do comprimento crítico é induzido uma vez mais pelo aumento progressivo das dimensões transversais.
- (ii) O grupo de perfis (F-79 a F-87) tem como característica a utilização de espessuras ($t=1,2$; $t=1,4$; $t=1,6$; $t=1,8$ em mm). O uso desta gama de valores de espessura leva a aplicação da máxima dimensão de reforço intermédio ($S_{1w}=30$; $S_{2w}=15$; $S_{1f}=30$; $S_{2f}=15$ em mm). Desta forma é possível chegar a resultados com ocorrência de fenómeno de interação local/distorcional. Outro facto visível é redução significativa do comprimento crítico em relação ao aumento da espessura.
- (iii) O intervalo de valores da dimensão longitudinal $L \in \{760;1680\}$ mm. As dimensões transversais têm seguintes intervalos de valores $b_w \in \{150;240\}$; de $b_f \in \{100;170\}$; de $b_s \in \{20\}$ e $t \in \{1;1,8\}$ em mm.
- (iv) Os valores da máxima tensão local/distorcional variam no intervalo $\text{Max}\{\sigma_L, \sigma_D\} \in \{109;788\}$ e os valores de tensão global variam no intervalo $\sigma_G \in \{3241;25193\}$ em MPa.
- (v) Analisando a média dos resultados a tensão global é 26 vezes superior à máxima tensão local/distorcional. A relação de tensão σ_D/σ_L em percentagem é em média igual 98 classificando a qualidade dos resultados como boa.
- (vi) Através da observação da tabela A.6 dos Anexos é possível verificar para os casos (F-82 a F-87) a $\sigma_D > 350$ MPa. Estes exemplos violam um dos critérios inicialmente propostos no entanto foram considerados a sua apresentação.

Designação	L [mm]	b _w [mm]	b _f [mm]	b _s [mm]	t [mm]	S _{1w} [mm]	S _{2w} [mm]	S _{1f} [mm]	S _{2f} [mm]	Max {σ _D ;σ _L } [MPa]	σ _G [MPa]	σ _G /Max {σ _D ;σ _L }	σ _D /σ _L [%]
F-67	970	150	100	20	1	20	10	20	10	284	4216	15	96
F-68	990	160	110	20	1	20	10	20	10	244	4578	19	99
F-69	1140	170	120	20	1	25	12,5	25	12,5	226	3824	17	100
F-70	1260	180	120	20	1	25	12,5	25	12,5	199	3418	17	97
F-71	1280	190	130	20	1	25	12,5	25	12,5	176	3693	21	100
F-72	1330	200	140	20	1	25	12,5	25	12,5	157	3791	24	100
F-73	1380	210	150	20	1	25	12,5	25	12,5	140	3883	28	100
F-74	1430	220	160	20	1	25	12,5	25	12,5	126	3969	31	100
F-75	1200	210	150	20	1	30	15	30	15	145	4866	34	99
F-76	1560	220	160	20	1	30	15	30	15	132	3295	25	98
F-77	1630	230	160	20	1	30	15	30	15	120	3241	27	10
F-78	1680	240	170	20	1	30	15	30	15	109	3330	31	99
F-79	1280	220	160	20	1,2	30	15	30	15	187	4895	26	97
F-80	1370	230	160	20	1,2	30	15	30	15	171	4589	27	95
F-81	1150	230	160	20	1,4	30	15	30	15	227	6512	29	97
F-82	1020	240	170	20	1,4	30	15	30	15	661	22901	35	99
F-83	760	210	150	20	1,6	30	15	30	15	711	25193	35	98
F-84	980	220	160	20	1,6	30	15	30	15	657	17144	26	92
F-85	1000	230	160	20	1,6	30	15	30	15	591	17602	30	97
F-86	830	220	160	20	1,8	30	15	30	15	788	23473	30	99
F-87	910	230	160	20	1,8	30	15	30	15	697	20210	29	93
Min	760	150	100	20	1	20	10	20	10	109	3241	15	92
Max	1680	240	170	20	1,8	30	15	30	15	788	25193	35	100

Tabela 5.7 – Geometrias de colunas encastradas de secção em C com reforços intermédios na alma e banzo.

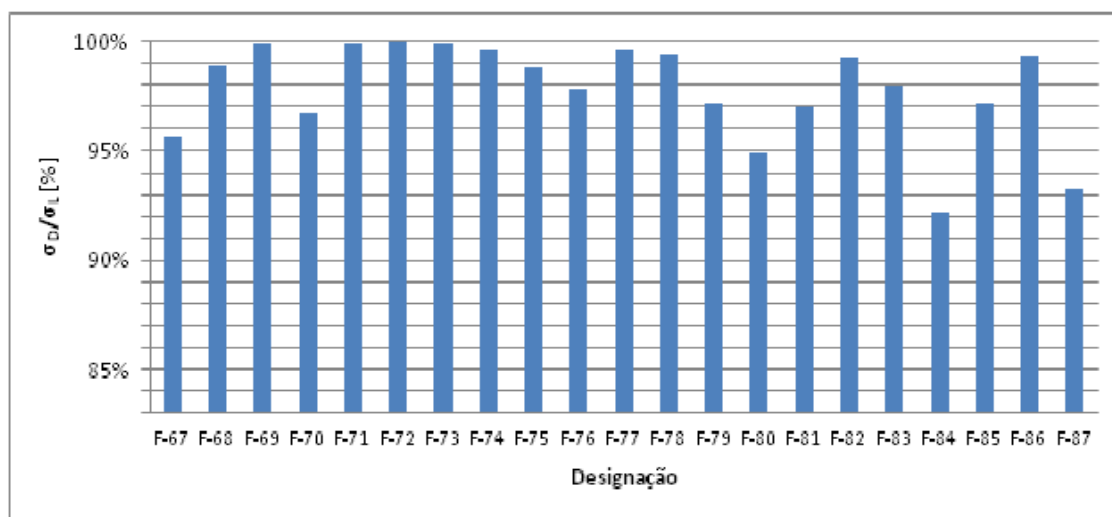


Gráfico 5.6 – Colunas encastradas de secção em C com reforços intermédios na alma e banzo: relação de tensões σ_D/σ_L em percentagem das secções em C com reforços intermédios na alma e banzo.

6 Considerações Finais e Desenvolvimentos Futuros

A presente dissertação pretende melhorar o conhecimento relativo aos fenómenos de interação entre modos de instabilidade local e distorcional. Foram apresentados os conceitos teóricos e método de cálculo que permitem estudar o comportamento de estabilidade dos perfis de aço enformado a frio.

Através da análise de estabilidade foi possível identificar geometrias de colunas de secção em C com reforços de extremidade e intermédios afetadas pelos fenómenos de interação local/distorcional. O estudo deste tipo de perfis desenvolveu o aperfeiçoamento do *know how* relativo à metodologia que permite chegar a geometrias de secções afetadas por fenómenos de interação local/distorcional em condições de apoio simplesmente apoiadas e encastramento.

Após o estudo exaustivo da metodologia descrita anteriormente foram identificadas e selecionadas um conjunto de colunas com ocorrência de fenómenos interação local/distorcional em condições de apoio simplesmente apoiadas e encastramento. A seleção destes perfis teve como base a verificação de um conjunto de critérios geométricos e de tensões permitindo a sua aplicação no âmbito comercial.

A ocorrência deste tipo fenómenos resulta na redução da capacidade resistente dos perfis. A identificação de uma metodologia que permita perceber como ocorrem este tipo de fenómenos é benéfica. Através da análise dos resultados dos perfis selecionados foi possível identificar uma serie de condições para as quais a ocorrência de fenómenos de interação local/distorcional é reduzida. Seguidamente indicam-se as condições identificadas para os diferentes tipos de colunas consideradas neste estudo, referentes a:

A. Colunas simplesmente apoiadas

- (i) Em colunas de secção C com reforços intermédios *na alma* a interação local/distorcional é reduzida quando ocorrem em simultâneo as seguintes condições:
 - (i₁) Para espessura entre 1,4 mm a 2 mm
 - (i₂) Para reforços intermédios na alma com largura menor que 25 mm e altura menor 12,5 mm.
 - (i₃) Para reforços de extremidade menor que 20 mm.

- (ii) Em colunas de secção C com reforços intermédios *no banzo* a ocorrência fenómenos de interação local/distorcional é reduzida quando ocorrem em simultâneo as seguintes condições:
 - (ii₁) Para espessura entre 1,4 mm a 2,2 mm
 - (ii₂) Para reforços intermédios no banzo com largura menor que 25 mm e altura menor 12,5 mm.
 - (ii₃) Para reforços de extremidade menor que 12 mm.

- (iii) Em colunas de secção C com reforços intermédios *na alma e banzo* a ocorrência fenómenos de interação local/distorcional é reduzida quando ocorrem em simultâneo as seguintes condições:
 - (iii₁) Para espessura entre 1,6 mm a 2,2 mm
 - (iii₂) Para reforços intermédios na alma e banzo com largura menor que 25 mm e altura menor 12,5 mm.
 - (iii₃) Para reforços de extremidade menor que 20 mm.

B. Colunas encastradas

- (i) Em colunas de secção C com reforços intermédios *na alma* a ocorrência fenómenos de interação local/distorcional é reduzida quando ocorrem em simultâneo as seguintes condições:
 - (i₁) Para espessura entre 1,4 mm a 2,2 mm
 - (i₂) Para reforços intermédios na alma com largura menor que 25 mm e altura menor 12,5 mm.
 - (i₃) Para reforços de extremidade menor que 16 mm.

- (ii) Em colunas de secção C com reforços intermédios *no banzo* a ocorrência fenómenos de interação local/distorcional é reduzida quando ocorrem em simultâneo as seguintes condições:
 - (ii₁) Para espessura entre 1,4 mm a 2,2 mm
 - (ii₂) Para reforços intermédios no banzo com largura menor que 25 mm e altura menor 12,5 mm.
 - (ii₃) Para reforços de extremidade menor que 12 mm.

- (iii) Em colunas de secção C com reforços intermédios *na alma e banzo* a ocorrência fenómenos de interação local/distorcional é reduzida quando ocorrem em simultâneo as seguintes condições:
 - (iii₁) Para espessura entre 1,8 mm a 2,2 mm
 - (iii₂) Para reforços intermédios na alma e banzo com largura menor que 25 mm e altura menor 12,5 mm.
 - (iii₃) Para reforços de extremidade menor que 12 mm.

O estudo do efeito da interação modal no comportamento dos perfis de aço enformado a frio é um tema com carácter atual e vasto. Desta forma será possível prever o desenvolvimento de futuros trabalhos de investigação neste domínio. Indicam-se de seguida alguns tópicos que poderão ser abordados.

- (i) Analisar o comportamento de pós-encurvadura em regime elástico e em resistência última em regime elasto-plástico das geometrias, abordadas neste trabalho e afetadas pela interação modal.
- (ii) Realização de ensaios experimentais, aliado aos estudos numéricos
- (iii) Selecionar perfis com reforços intermédios com a presença de fenómenos de interação local/distorcional para a situação de vigas.
- (iv) Proceder a uma análise de pós-encurvadura dos perfis selecionados para a situação de vigas.

- (v) Efetuar estudos de estabilidade e pós-encurvadura local, distorcional e global dos elementos estruturais de secção C com reforços intermédios (v_1) submetidos a diagramas de esforços variáveis, (v_2) em condições de apoio diferentes (vigas, vigas-coluna), (v_3) com diferentes tensões de cedência do material.

7 Referências Bibliográficas

- [1] Cold Formed Steel Design, American Iron Steel Institute, www.steel.org, 2006.
- [2] Reis A.J., Camotim D., *Estabilidade Estrutural*, McGRAW HILL de Portugal.
- [3] R. Simões, s.d., *Manual de Dimensionamento de Estruturas Metálicas*, CMM - Associação Portuguesa de Construção Metálica e Mista
- [4] L. Simões da Silva e H. Gervásio, s.d., *Manual de Dimensionamento de Estruturas Metálicas: Métodos Avançados*, CMM - Associação Portuguesa de Construção Metálica e Mista
- [5] Martins A.P., *“Interacção entre Instabilidade Local-de-placa e Distorcional em Vigas de Aço Enformadas a Frio com Secção em C”*, Tese de Mestrado em Engenharia de Estruturas,IST, Universidade Técnica de Lisboa, 2006.
- [6] Fena R., *“Interacção entre Instabilidade Local e Distorcional em Colunas de Aço Enformadas a Frio de secção em “Hat”*, Tese de Mestrado em Engenharia Civil, IST, Universidade Técnica de Lisboa , 2011.
- [7] Pinto A., *“Estabilidade local de perfis de aço enformados a frio”*, Tese de Mestrado em Engenharia Civil, IST, Universidade Técnica de Lisboa , 2010.
- [8] Barreta C.,*“Interacção entre instabilidade local-de-placa e distorcional em colunas de aço enformadas a frio de secção em Z”*, Tese de Mestrado em Engenharia Civil, IST, Universidade Técnica de Lisboa , 2011.
- [9] Prola L.C., *“Estabilidade Local e Global de Elementos Estruturais de Aço Enformados a Frio”.Tese de Doutoramento*, Departamento de Engenharia Civil, IST, Universidade Técnica de Lisboa, 2002.
- [10] Silvestre N., *“Teoria Generalizada de Vigas: Formulações, Implementação Numérica e Aplicações”*. Tese de Doutoramento, Departamento de Engenharia Civil, IST, Universidade Técnica de Lisboa, 2005.
- [11] Batista E.M.,Dinis P.B.,Camotim D.- *“Estabilidade, pós-flambagem e resistência última distorcional de vigas-coluna de aço formadas a frio com secção Rack”*, Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural, v. 3, n. 3, p. 69-92, (ASAE),2006.
- [12] Dinis P.B.,Camotim D.- *“Interacção distorcional/global em colunas de aço enformadas a frio com secção em C”*,Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural, v. 7, n. 1, p. 7-29, (ASAE),2010.
- [13] Silvestre N.,Dinis P.B.,Camotim D.- *“Aplicação do método da resistência direta a colunas e vigas de aço enformadas a frio com secção em C afetadas por interação entre instabilidade local-de-placa e distorcional”*, Revista Escola de Minas, vol. 60, núm. 2,pp. 341-354,Escola de Minas, 2007.
- [14] Dinis, P.B., Camotim, D. *“Interacção local de-placa/distorcional em colunas de aço enformadas a frio: análise por elementos finitos em regime elástico e elasto-plástico”*,Métodos Numéricos en Ingeniería (CMNI 2005 - Granada, 4-7/7), APARÍCIO, J.,FERRAN, A., MARTINS, J., GALLEGU,R., SÁ, J. (eds.), 145, 2005. (Artigo completo nas Actas em CD).
- [15] Camotim D., Silvestre N., Dinis P.B.,- *“Análise numérica de elementos estruturais de aço enformados a frio: desenvolvimentos recentes e perspectivas futuras”*, Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural, v. 3, n. 1, p. 55-100, (ASAE),2006.

- [16] Dinis, P.B., Camotim, D., “*Estabilidade de Perfis de Aço Enformados a Frio: Modelação por Elementos Finitos e Estudo da Influência das Condições de Apoio*” VII Congresso de Mecânica Aplicada e Computacional, Universidade de Évora (14-16/4), 2003.
- [17] Dinis P.B., Young B., Camotim D, “*On the effect of local/distortional mode interaction on the post-buckling behaviour and ultimate strength of fixed-ended lipped channel columns*”, Proc.70IJSSD Symposium on Progress in Structural Stability and Dynamics, 191-198, Hong Kong,2009.
- [18] Camotim D., Dinis P.B. and Silvestre N., “*Local/distortional mode interaction in lipped channel steel columns: post-buckling behaviour, strength and DSM design*”, Proc. of 5th International Conference on Thin-Walled Structures (ICTWS 2008 Brisbane, 18-20/6), 99-114,2008.
- [19] Bebiano R., Pina P., Silvestre N., Camotim D, “*GBTUL – A GBT-Based Code for Thin-Walled Member Analysis*”, Proc. of 5th Conference on Thin-Walled Structures – Recent Innovations and Developments (ICTWS 2008 Brisbane, 18-20/6), Vol. 2, 1173-1180, 2008.
- [20] Young B.K., Bong S.K., Hancock G.J., “*Compression tests of high strength cold-formed steel channels with buckling interaction*”, Journal of Constructional Steel Research n. 65 p. 278-289, 2009.
- [21] Yang, D., Hancock, G.J., “*Compression tests of high strength steel channel columns with interaction between local and distortional buckling*”, Journal of Structural Engineering (ASCE), v. 130, n. 12), p. 1954-1963, 2004a.
- [22] Yang, D., Hancock, G.J., “*Experimental Study of High-Strength Cold-Formed Stiffened-Web C-Sections in Compression*”, Journal of Structural Engineering (ASCE),p. 162-172, 2011.
- [23] Bebiano R., Silvestre N., Camotim D., “*GBTUL 1.0 β – “Buckling and Vibration Analysis of Thin-Walled Members - GBT Theoretical background”*,Department of Civil Engineering and Architecture, DECivil/IST, Technical University of Lisbon,Portugal,2008.
- [24] Bebiano R., Silvestre N., Camotim D., “*GBTUL 1.0 β - Buckling and Vibration Analysis of Thin-Walled Members - Program manual*”,Department of Civil Engineering and Architecture, DECivil/IST,Technical University of Lisbon,Portugal,2008

Anexo

Designação	L [mm]	b _w [mm]	b _f [mm]	b _f [mm]	t [mm]	S _{1w} [mm]	S _{2w} [mm]	σ ₀ [MPa]	σ ₁ [MPa]	σ ₀ [MPa]	σ ₀ /σ ₁ [%]	Max {σ ₀ ,σ ₁ } [Mpa]	σ ₀ /Max {σ ₀ ,σ ₁ }
A-1	840	170	120	16	1	20	10	65	66	1474	98%	66	22
A-2	1000	180	120	17	1	20	10	65	66	2116	99%	66	32
A-3	1130	210	150	16	1	25	12,5	41	42	1507	98%	42	36
A-4	1330	220	160	17	1	25	12,5	37	37	1200	99%	37	32
A-5	1190	230	160	16	1	30	15	37	37	1606	99%	37	43
A-6	1470	240	170	17	1	30	15	32	33	1153	97%	33	35
A-7	1010	210	150	20	1,4	30	15	81	83	1963	97%	83	24
A-8	1070	220	160	20	1,4	30	15	71	73	1909	97%	73	26
A-9	840	210	150	20	1,6	30	15	107	109	2838	98%	109	26
A-10	890	220	160	20	1,6	30	15	93	95	2759	97%	95	29
A-11	740	210	150	20	1,8	30	15	131	138	3656	96%	138	27
A-12	770	220	160	20	1,8	30	15	117	121	3686	97%	121	30

Tabela A.1 – Geometrias de colunas simplesmente apoiada de secção em C com reforços intermédios na alma.

Designação	L [mm]	b _w [mm]	b _f [mm]	b _f [mm]	t [mm]	S _{1w} [mm]	S _{2w} [mm]	σ ₀ [MPa]	σ ₁ [MPa]	σ ₀ [MPa]	σ ₀ /σ ₁ [%]	Max {σ ₀ ,σ ₁ } [MPa]	σ ₀ /Max {σ ₀ ,σ ₁ }
D-40	1060	170	120	10	1	20	10	62	63	4165	99%	63	67
D-41	1030	180	120	10	1	20	10	65	65	5041	100%	65	78
D-42	2780	210	150	15	1	25	12,5	46	46	983	100%	46	21
D-43	3040	220	160	15	1	25	12,5	40	41	926	98%	41	23
D-44	2580	230	160	16	1,2	30	15	58	58	1367	100%	58	23
D-45	2690	240	170	16	1,2	30	15	52	52	1368	100%	52	27
D-46	1850	210	150	16	1,4	30	15	87	88	2266	99%	88	26
D-47	1880	220	160	16	1,4	30	15	76	76	2401	100%	76	31
D-48	1280	210	150	20	1,6	30	15	107	108	4697	99%	108	43
D-49	2440	220	160	20	1,6	30	15	104	104	1470	100%	104	14
D-50	1740	210	150	20	1,8	30	15	142	145	2647	98%	145	18
D-51	1820	220	160	20	1,8	30	15	126	127	2640	99%	127	21
D-52	1680	200	140	20	1,8	30	15	161	167	2545	97%	167	15
D-53	1560	190	130	20	1,8	30	15	187	194	2732	96%	194	14
D-54	1380	180	120	20	1,8	30	15	223	226	3158	99%	226	14

Tabela A.2 – Geometrias de colunas encastradas secção em C com reforços intermédios na alma.

Designação	L [mm]	b _w [mm]	b _f [mm]	b _f [mm]	t [mm]	S _{yf} [mm]	S _{yf} [mm]	σ ₀ [MPa]	σ _l [MPa]	σ ₀ [MPa]	σ ₀ /σ _l [%]	Max {σ ₀ ,σ _l }	σ ₀ /Max {σ ₀ ,σ _l }
B-13	930	170	160	12	1	20	10	35	37	1416	96%	37	38
B-14	1170	180	170	14	1	20	10	32	33	1018	98%	33	31
B-15	1270	210	200	14	1	25	12,5	24	24	1168	99%	24	48
B-16	1430	220	210	14	1	25	12,5	22	22	999	99%	22	45
B-17	1420	210	200	16	1,2	30	15	35	35	920	100%	35	26
B-18	1450	220	210	16	1,2	30	15	32	32	968	100%	32	30
B-19	1140	210	200	16	1,4	30	15	47	48	1427	98%	48	30
B-20	1160	220	210	16	1,4	30	15	43	43	1512	99%	43	35
B-21	790	180	170	16	1,6	30	15	99	107	2183	92%	107	20
B-22	900	190	180	16	1,6	30	15	75	76	1874	98%	76	25
B-23	950	200	190	16	1,6	30	15	66	69	1863	96%	69	27
B-24	1270	210	200	20	1,6	30	15	59	62	1183	96%	62	19
B-25	1330	220	210	20	1,6	30	15	53	57	1181	94%	57	21
B-26	1070	210	200	20	1,8	30	15	75	79	1666	96%	79	21
B-27	1070	220	210	20	1,8	30	15	71	72	1825	99%	72	25

Tabela A.3 – Geometrias de colunas simplesmente apoiadas secção em C com reforços intermédios no banzo.

Designação	L [mm]	b _w [mm]	b _f [mm]	b _f [mm]	t [mm]	S _{yf} [mm]	S _{yf} [mm]	σ ₀ [MPa]	σ _l [MPa]	σ ₀ [MPa]	σ ₀ /σ _l [%]	Max {σ ₀ ,σ _l } [MPa]	σ ₀ /Max {σ ₀ ,σ _l }
E-55	2260	170	160	10	1	20	10	37	41	946	91%	41	23
E-56	2180	180	170	10	1	20	10	35	36	1141	98%	36	32
E-57	1640	170	160	14	1,6	25	12,5	100	100	1815	100%	100	18
E-58	1680	180	170	14	1,6	25	12,5	88	88	1939	100%	88	22
E-59	1740	190	180	14	1,6	25	12,5	78	79	2014	99%	79	25
E-60	1960	200	190	15	1,6	25	12,5	72	72	1770	100%	72	25
E-61	2500	190	180	16	1,6	30	15	84	84	3007	100%	84	36
E-62	2600	200	190	16	1,6	30	15	75	76	996	99%	76	13
E-63	1980	170	160	16	1,8	30	15	131	131	1242	100%	131	9
E-64	1950	180	170	16	1,8	30	15	115	115	1434	100%	115	12
E-65	2010	200	190	16	1,8	30	15	92	92	1666	100%	92	18
E-66	2040	210	200	16	1,8	30	15	83	83	1783	100%	83	21

Tabela A.4 – Geometrias de colunas encastradas secção em C com reforços intermédios no banzo.

Designação	L [mm]	b _w [mm]	b _f [mm]	b _s [mm]	t [mm]	S _{1w} [mm]	S _{2w} [mm]	S _{1f} [mm]	S _{2f} [mm]	σ ₀ [MPa]	σ ₁ [MPa]	σ ₀ [MPa]	σ ₀ /σ ₁ [%]	Max {σ ₀ ,σ ₁ } [MPa]	σ ₀ /Max {σ ₀ ,σ ₁ }
C-28	530	150	100	20	1	20	10	20	10	211	253	3530	84%	253	14
C-29	560	160	110	20	1	20	10	20	10	181	218	3582	83%	218	16
C-30	600	170	120	20	1	25	12,5	25	12,5	186	202	3450	92%	202	17
C-31	630	180	120	20	1	25	12,5	25	12,5	169	178	3417	95%	178	19
C-32	670	190	130	20	1	25	12,5	25	12,5	145	157	3369	93%	157	21
C-33	700	200	140	20	1	25	12,5	25	12,5	137	148	3734	93%	148	25
C-34	740	210	150	20	1	25	12,5	25	12,5	121	132	3244	92%	132	25
C-35	770	220	160	20	1	25	12,5	25	12,5	99	112	3422	89%	112	30
C-36	760	210	150	20	1	30	15	30	15	128	132	3159	97%	132	24
C-37	780	220	160	20	1	30	15	30	15	116	118	3294	99%	118	28
C-38	820	230	160	20	1	30	15	30	15	106	107	3201	99%	107	30
C-39	860	240	170	20	1	30	15	30	15	94	97	3177	97%	97	33

Tabela A.5 – Geometrias de colunas simplesmente apoiadas secção em C com reforços intermédios na alma e banzo.

Designação	L [mm]	b _w [mm]	b _f [mm]	b _s [mm]	t [mm]	S _{1w} [mm]	S _{2w} [mm]	S _{1f} [mm]	S _{2f} [mm]	σ ₀ [MPa]	σ ₁ [MPa]	σ ₀ [MPa]	σ ₀ /σ ₁ [%]	Max {σ ₀ ,σ ₁ } [MPa]	σ ₀ /Max {σ ₀ ,σ ₁ }
F-67	970	150	100	20	1	20	10	20	10	271	284	4216	96%	284	15
F-68	990	160	110	20	1	20	10	20	10	241	244	4578	99%	244	19
F-69	1140	170	120	20	1	25	12,5	25	12,5	226	226	3824	100%	226	17
F-70	1260	180	120	20	1	25	12,5	25	12,5	193	199	3418	97%	199	17
F-71	1280	190	130	20	1	25	12,5	25	12,5	176	176	3693	100%	176	21
F-72	1330	200	140	20	1	25	12,5	25	12,5	157	157	3791	100%	157	24
F-73	1380	210	150	20	1	25	12,5	25	12,5	140	140	3883	100%	140	28
F-74	1430	220	160	20	1	25	12,5	25	12,5	126	126	3969	100%	126	31
F-75	1200	210	150	20	1	30	15	30	15	143	145	4866	99%	145	34
F-76	1560	220	160	20	1	30	15	30	15	129	132	3295	98%	132	25
F-77	1630	230	160	20	1	30	15	30	15	119	120	3241	100%	120	27
F-78	1680	240	170	20	1	30	15	30	15	108	109	3330	99%	109	31
F-79	1280	220	160	20	1,2	30	15	30	15	182	187	4895	97%	187	26
F-80	1370	230	160	20	1,2	30	15	30	15	162	171	4589	95%	171	27
F-81	1150	230	160	20	1,4	30	15	30	15	220	227	6512	97%	227	29
F-82	1020	240	170	20	1,4	30	15	30	15	657	661	22901	99%	661	35
F-83	760	210	150	20	1,6	30	15	30	15	697	711	25193	98%	711	35
F-84	980	220	160	20	1,6	30	15	30	15	605	657	17144	92%	657	26
F-85	1000	230	160	20	1,6	30	15	30	15	575	591	17602	97%	591	30
F-86	830	220	160	20	1,8	30	15	30	15	783	788	23473	99%	788	30
F-87	910	230	160	20	1,8	30	15	30	15	650	697	20210	93%	697	29

Tabela A.6 – Geometrias de colunas encastradas secção em C com reforços intermédios na alma e banzo.