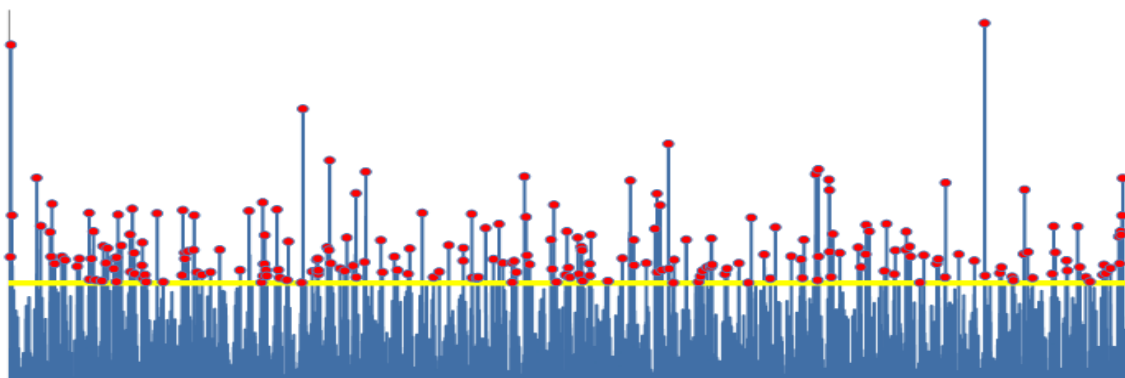




**TÉCNICO**  
LISBOA



## **Precipitações intensas. Caracterização com base em séries de duração parcial**

**Filipe Cerejo Correia**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
**Engenharia Civil**

### **Orientador**

Prof<sup>a</sup>. Dra. Maria Manuela Portela Correia dos Santos Ramos da Silva

### **Júri**

Presidente: Prof. Dr. António Alexandre Trigo Teixeira

Orientador: Prof<sup>a</sup>. Dra. Maria Manuela Portela Correia dos Santos Ramos da Silva

Vogal: Prof. Dr. António Pedro de Nobre Carmona Rodrigues

**Dezembro 2013**

## **Agradecimentos**

A Deus, “autor e consumidor da nossa fé”, pelo amor demonstrado em Seu filho Jesus Cristo. Ele que é o criador da Natureza e de toda a Ciência.

À Professora Manuela Portela pela dedicação e infinita persistência em melhorar a qualidade de todos os seus educandos. Um bem-haja a quem dedica grande parte da sua vida ao desvendar do conhecimento científico, nomeadamente, na área da Hidrologia.

Ao Artur, apesar de oficialmente não fazer parte da orientação desta tese, mas de grande preponderância na assistência prática e técnica.

Ao IST e sobretudo aos docentes do departamento de Hidráulica, pela minha formação superior nesta área fascinante da Ciência.

Ao INAG pela disponibilização dos dados através do SNIRH.

Ao meu pai, pela paciência e pelo interesse em ajudar.

À minha família, mãe, irmã e tia, pela força dada.

À Tatiana, namorada e melhor amiga, pelo amor.

Ao Rui, amigo e companheiro de curso, pela grande amizade e hospitalidade.

Aos meus amigos, por todo o apoio e ajuda ao longo deste curso.

Aos irmãos na fé que acompanharam todo o processo através das suas orações.

Obrigado

Fim.

## Resumo

É prática comum em Portugal, no contexto do dimensionamento de estruturas hidráulicas, recorrer à técnica das Séries de Máximos Anuais, SMA, para estimar os quantis de probabilidade que se achem adequados. Esta técnica recorre ao maior valor da variável ocorrida em cada ano de registos para estimar os quantis de probabilidade para um dado período de retorno. Acontece contudo que, no caso de não haverem suficientes dados, a técnica das SMA perde alguma, ou a totalidade da sua validade.

Neste trabalho, compara-se a eficiência desta técnica com outra utilizada para o mesmo efeito denominada de técnica das Séries de Duração Parcial, SDP, que, por sua vez, recorre a todos os valores da variável aleatória que sejam independentes entre si e superiores a um dado limiar. Para além de tentar contornar a questão da falta de dados, permite ainda analisar eventos que, sendo extremos e até superiores a máximos anuais de outros anos, não seriam contemplados pela técnica das SMA por não constituírem o maior valor desse ano e descartar ocorrências que, não sendo extremas, seriam incluídas por serem o maior valor do ano em que ocorreram.

Para a análise foram seleccionados 11 postos udométricos, distribuídos no território continental português sobre os quais se fez incidir este estudo. Aplicaram-se ambas as técnicas a cada posto udométrico, sendo que para a técnica das SMA se optou pela distribuição de Gumbel como descritora do comportamento da população e para a técnica das SDP, a distribuição Exponencial, associada ao modelo de Poisson para descrever os processos de ocorrência. Procurou-se dar resposta a questões como: para o mesmo período de registos, ambas as técnicas apresentam resultados coerentes?; qual das técnicas apresenta resultados superiores?; quando se está perante uma situação de poucos dados para a aplicação da técnica das SMA, a estimação dos quantis pela técnica das SDP é fidedigna?

Em linhas gerais o estudo demonstrou que, no conjunto das amostras analisadas de precipitações excepcionais, não foi possível identificar inequivocamente uma das técnicas de estimação como sendo a que garante melhores resultados. Acrescenta-se ainda que, embora a dimensão das amostras constituídas pelas SDP seja substancialmente superior às amostras constituídas pelas SMA, os resultados provenientes da aplicação das técnicas aproximam-se mais entre si quando se aplicam as técnicas ao mesmo período de registos do que quando as SMA são aplicadas a um maior período de registos. Conclui-se também que os resultados da aplicação da técnica das SDP são tendencialmente mais conservativos (maiores) do que os resultados obtidos pela aplicação das SMA.

**Palavras-chave:** Excedências, Limiar, Séries de Duração Parcial, Distribuição Generalizada de Pareto, Distribuição de Poisson

## Abstract

In the design of some of the hydraulic structures it is common in Portugal to use the Annual Maximum Series technique, AMS, to estimate the appropriate quantile of probability with a given return period. This technique is based on a sample built upon the variable's highest value occurred in each year. However, when there are not enough years of records, the AMS technique becomes partly or totally useless.

In the scope of this research, the AMS technique and another one used with the same purpose are compared. This other technique is called Partial Duration Series, PDS, and it makes use of all the variable's independent values which are higher than a certain threshold. Besides being a theoretically supported alternative when there is lack or insufficient data, it makes possible to analyze events that, being extreme and even higher than annual maxima of others years, would not be included in the AMS technique since they are not annual maxima. It also makes possible to disregard events that, despite not being extremes, would be included in the AMS analysis because they are annual maxima.

The study utilized 11 rain gages evenly distributed over mainland Portugal. Both techniques were applied to each rain gage. In what concerns the AMS technique, the Gumbel distribution was applied to annual maxima, whereas for the PDS technique, the Exponential distribution combined with the Poisson model was adopted to describe the exceedances. The answer to the following questions was sought: do both techniques reach consistent conclusions in presence of the same period of record?; which technique has higher results?; when there are not enough data to apply the AMS technique, is the estimation of the quantiles by the PDS technique reliable?

In general terms, the study showed that, based on the samples of extreme rainfall adopted as case studies, it was not possible to clearly identify one of the estimation techniques as being the best one. Plus, though the major size of the PDS constituted samples compared to the AMS constituted ones, the results of the application of both techniques are closer to each other when the techniques are applied to the same period of record than when the AMS technique is applied to a larger period of record. One can also conclude that the results of the PDS technique tend to be more conservative (higher) than the AMS results.

**Keywords:** Exceedances, Threshold, Partial Duration Series, Generalized Pareto Distribution, Poisson Distribution

## Índice do texto

1. Introdução.....	1
2. Conceitos teóricos.....	3
2.1 Introdução.....	3
2.2 Conceitos básicos .....	4
2.2.1 Função de distribuição de probabilidade e função de densidade de probabilidade .....	4
2.2.2 Processos de Bernoulli. Período de retorno.....	6
2.2.3 Análise de frequências de variáveis aleatórias.....	8
2.2.4 Outras Considerações.....	10
2.3 Teoria dos Valores Extremos, TVE.....	11
2.4 Distribuição generalizada de valores extremos (GVE).....	14
2.5 Técnica das Séries de Máximos Anuais (SMA).....	20
2.5.1 Breves Considerações.....	20
2.5.2 Constituição da amostra.....	21
2.5.3 Inferência estatística.....	22
2.5.4 Estimativa dos quantis de probabilidade pelo método dos momentos .....	27
2.6 Distribuição Generalizada de Pareto (DGP).....	30
2.6.1 Formulação matemática das funções de distribuição de Pareto.....	30
2.6.2 Análise de frequência e período de retorno no contexto <i>SDP</i> .....	35
2.6.3 Particularização da distribuição de Pareto.....	37
2.7 Técnica das Séries de Duração Parcial ( <i>SDP</i> ).....	38
2.7.1 Breves Considerações.....	38
2.7.2 Contextualização matemática e histórica da técnica das <i>SDP</i> .....	39
2.7.3 Conceitos teóricos.....	40
2.7.4 Constituição de amostras na técnica das Séries de Duração Parcial .....	45
2.7.4.1 Notas breves.....	45
2.7.4.2 Independência dos acontecimentos.....	45
2.7.4.3 Número anual médio de excedências e excedência média em função do limiar $u$ .....	47
2.7.4.4 Verificação da hipótese de Poisson. Estatística de Fisher.....	52
3. Dados de base.....	56
3.1 Considerações breves.....	56
3.2 Postos udométricos escolhidos.....	57
3.3 Programa de cálculo automático.....	63

3.4 Divisão dos períodos de registo.....	63
4. Metodologia adoptada na aplicação das SMA e SDP aos postos udométricos.....	66
5. Resultados decorrentes da aplicação das SMA e SDP às precipitações diárias nos postos udométricos.....	69
6. Conclusões e recomendações .....	79
7. Bibliografia.....	87

## Índice de Figuras

Figura 1 - Demonstração do Teorema do Limite Central (TLC). Função de distribuição da média da amostra para número crescente de elementos da amostra. ....	16
Figura 2 - Função de distribuição GVE para $\xi = -0.5$ (Weibull), $\xi$ a tender para zero (Gumbel) e $\xi = 0.5$ (Fréchet), com $\mu = 0$ e $\sigma = 1$ . ....	19
Figura 3 - Função densidade de probabilidade da distribuição Generalizada de Valores Extremos para, GVE, $\xi = -0.5$ (Weibull), $\xi$ a tender para zero (Gumbel) e $\xi = 0.5$ (Fréchet), com $\mu = 0$ e $\sigma = 1$ . ....	20
Figura 4 - Precipitações diárias em Castro Daire entre 1916/17 e 2000/01.....	22
Figura 5 - Diferença entre a função de distribuição da população e a estimada (adaptado de PLAVŠIĆ , 2006). .....	24
Figura 6 - Posto de Castro Daire. Período global de 1916/17- 2000/01. Aplicação da técnica das séries de máximos anuais, SMA.....	30
Figura 7 - Excedências de uma variável aleatória para um limiar $u$ (adaptado de PLAVŠIĆ, 2006).....	31
Figura 8 - Função de distribuição DGP para $\xi = -0.3$ (Pareto comum ou Beta), $\xi$ a tender para zero (Exponencial) e $\xi = 0.3$ (Pareto tipo II), com $u = 3.0$ e $\sigma = 3.0$ . ....	33
Figura 9 - Função densidade de probabilidade da DGP para $\xi = -0.3$ (Beta ou Pareto comum), $\xi$ a tender para zero (Exponencial) e $\xi = 0.3$ (Pareto tipo II), com $u = 3.0$ e $\sigma = 3.0$ .....	34
Figura 10 - Comparação das caudas das funções de densidade de probabilidade GVE e DGP. (a) Pareto comum (Beta) e Weibull, ambas com $\xi = -0.2$ ; (b) Pareto tipo II e Fréchet, ambas com $\xi = -0.2$ . As funções de densidade da GVE apresentam $\mu = 0.0$ e todas as funções de densidade apresentam $\sigma = 1.0$ (adaptado de CASTRO DA SILVA, 2008). ....	35
Figura 11 - Constituição da amostra na estação de Castro Daire para os anos de 1915/16 a 2000/2001 para o limiar $u_0 = 58.0$ mm. ....	41
Figura 12 - Variação do valor do limiar $u$ e conseqüente variação do número de valores da amostra obtida. Por ordem descendente, $u_1 = 25.0$ ; $u_2 = 45.0$ e $u_3 = 70.0$ , aos quais correspondem amostras constituídas por, respectivamente, 1265, 462 e 121 elementos.....	44
Figura 13 - Posto de Castro Daire. Período global de 1916/17- 2000/01. Variação dos coeficientes de auto-correlação de 1ª e 2ª ordem e limites do intervalo de confiança com nível de significância de 5%. ....	46
Figura 14 - Posto de Castro Daire. Período global de 1916/17- 2000/01. Excedência média, $\overline{XDP - u}$ (mean residual plot na literatura inglesa) e respectivos intervalos de confiança de 95% e número médio anual de excedências em função do limiar $u$ .....	49
Figura 15 - Posto de Castro Daire. Período global de 1916/17- 2000/01. Variação dos coeficientes de auto-correlação de 1ª e 2ª ordem. Destaque do intervalo de valores do coeficiente de autocorrelação de 1ª ordem (à esquerda, a azul) e de 2ª ordem (à direita, a verde) que correspondem a independência temporal das ocorrências.....	50
Figura 16 - Posto de Castro Daire. Período global de 1916/17- 2000/01. Excedência média, $\overline{XDP - u}$ (mean residual plot na literatura inglesa) e respectivos intervalos de confiança de 95% e número médio anual de	

excedências em função do limiar $u$ . Destaca-se a cinzento as excedências anuais médias que obedecem à condição imposta por CUNNANE, 1973, e LANG, et al., 1999.....	50
Figura 17 - Posto de Castro Daire. Período global de 1916/17- 2000/01. Excedência média, $\overline{XDP} - u$ (mean residual plot na literatura inglesa) e respectivos intervalos de confiança de 95% e número médio anual de excedências em função do limiar $u$ . Destacam-se os trechos em que as excedências médias, $\overline{XDP} - u$ , apresentam andamentos sensivelmente lineares de acordo com o critério de DAVIDSON, SMITH, 1990. No primeiro (em cima, à esquerda) e no terceiro (em baixo) gráficos tais trechos correspondem a patamares (andamento constante) enquanto que o trecho do segundo gráfico (em cima, à direita) sugere uma variação decrescente. ....	51
Figura 18 - Intersecção dos diferentes intervalos que cumprem as condições impostas. ....	52
Figura 19 - Representação gráfica do índice de dispersão, $ID$ , em função do limiar $u$ (dispersion index plot na literatura inglesa), com base nas precipitações diárias no posto de Castro Daire. ....	55
Figura 20 - Precipitação acumulada anual média em Portugal Continental (IPMA). ....	56
Figura 21 - Localização esquemática dos postos analisados (reproduzida de VAZ, 2008). ....	58
Figura 22 - SDP aplicado aos primeiros 22 anos hidrológicos do posto de Chouto, 1911/12 – 1932/33. Excedência média, $\overline{XDP} - u$ , e número médio de excedências por ano para valores crescentes do limiar $u$ . 61	
Figura 23a - Período global e divisão em sub-períodos de cada posto udométrico analisado. ....	64
Figura 24 - Divisão do período global de um posto udométrico genérico em quatro sub-períodos de igual dimensão. ....	66
Figura 25 - Selecção do intervalo de valores do limiar. Representação, em função do valor do limiar, $u$ , da: a) variação dos coeficientes de auto-correlacção de 1ª e 2ª ordem; b) excedência média; c) estatística de Fisher. ....	67
Figura 26 - Aplicação da técnica das séries de duração parcial, SDP. Comparação visual entre os resultados das SDP e provenientes das séries de máximos anuais, SMA. Na legenda: quantil X designa a estimativa do quantil com probabilidade de não excedência X; SMA (sub-período) e SMA (global) referem-se às estimativas dos mesmos quantis de probabilidade pela aplicação da técnica da série de máximos anuais, respectivamente, aos sub-períodos em questão e ao período global; limites do limiar, $u$ marcam os limites que conduzem a amostras que obedecem às condições requeridas pelas SDP.....	68
Figura 27 - Posto de Vinhais. Período global de 1913/14 – 2000/01 e sub-períodos de 1913/14 - 1934/35; 1935/36 - 1956/57; 1957/58 - 1978/79; 1979/80 - 2000/01 (22 anos). Aplicação da técnica das séries de máximos anuais, SMA.....	70
Figura 28 - Posto de Vinhais. Sub-períodos de 1913/14 - 1934/35; 1935/36 - 1956/57; 1957/58 - 1978/79; 1979/80 - 2000/01 (sub-períodos de 22 anos). Selecção do intervalo de valores do limiar. Representação, em função do valor do limiar, $u$ , da: a) variação dos coeficientes de auto-correlacção de 1ª e 2ª ordem; b) excedência média; c) estatística de Fisher. ....	71
Figura 29 - Posto de Vinhais. Sub-períodos de 1913/14 – 1934/35; 1935/36 - 1956/57; 1957/58 - 1978/79; 1979/80 - 2000/01. Aplicação da técnica das séries de duração parcial, SDP. Comparação visual entre os	



resultados das SDP e provenientes das séries de máximos anuais, SMA. Na legenda: quantil X designa a estimativa do quantil com probabilidade de não excedência X; SMA (sub-período) e SMA (global) referem-se às estimativas dos mesmos quantis de probabilidade pela aplicação da técnica da série de máximos anuais, respectivamente, aos sub-períodos em questão e ao período global; limites do limiar, $u$ marcam os limites que conduzem a amostras que obedecem às condições requeridas pelas SDP. ....	72
Figura 30 - Posto de Vinhais. Nas tabelas: para os períodos de retorno de 10 e 100 anos, conjunto de valores do limiar $u$ e correspondentes valores do número anual médio de excedências e estimativas da precipitação máxima anual pelas SDP, para cada sub-período e para o período global. Nos gráficos: para os períodos de retorno de 10 e 100 anos, medianas das estimativas da precipitação máxima anual (assinaladas a azul nas tabelas) fornecidas pela técnica das SDP e estimativa da precipitação máxima anual dada pela SMA.....	73
Figura 31 - Posto de Pernes. Período global de 1914/15- 2005/06 e sub-períodos de 1914/15 - 1936/37; 1937/38 - 1959/60; 1960/61 - 1982/83; 1983/84 - 2005/06 (sub-períodos de 23 anos). Aplicação da técnica das séries de máximos anuais, SMA. ....	74
Figura 32 - Posto de Pernes. Período global de 1914/15- 2005/06 e sub-períodos de 1914/15 - 1936/37; 1937/38 - 1959/60; 1960/61 - 1982/83; 1983/84 - 2005/06. Selecção do intervalo de valores do limiar. Representação, em função do valor do limiar, $u$ , da: a) variação dos coeficientes de auto-correlação de 1ª e 2ª ordem; b) excedência média; c) estatística de Fisher.....	75
Figura 33 - Posto de Pernes. Período global de 1914/15- 2005/06 e sub-períodos de 1914/15 - 1936/37; 1937/38 - 1959/60; 1960/61 - 1982/83; 1983/84 - 2005/06. Aplicação da técnica das séries de duração parcial, SDP. Comparação visual entre os resultados das SDP e provenientes das séries de máximos anuais, SMA. Na legenda: quantil X designa a estimativa do quantil com probabilidade de não excedência X; SMA (sub-período) e SMA (global) referem-se às estimativas dos mesmos quantis de probabilidade pela aplicação da técnica da série de máximos anuais, respectivamente, aos sub-períodos em questão e ao período global; limites do limiar, $u$ marcam os limites que conduzem a amostras que obedecem às condições requeridas pelas SDP. ....	76
Figura 34 - Posto de Pernes. Nas tabelas: para os períodos de retorno de 10 e 100 anos, conjunto de valores do limiar $u$ e correspondentes valores do número médio de excedências e estimativa da precipitação máxima anual pelas SDP, para cada sub-período e período global. Nos gráficos: para os períodos de retorno de 10 e 100 anos, estimativa mediana da precipitação máxima anual (de entre os valores do conjunto apresentado) pela técnica das SDP e estimativa da precipitação máxima anual pela SMA. ....	77
Figura 35 – Quociente entre as estimativas da precipitação máxima anual produzidas pelas SDP (numerador) e pelas SMA (denominador), para o período de retorno de 10 anos. A preto: quocientes entre as estimativas das SDP para os diferentes sub-períodos e as estimativas das SMA para o período global; a vermelho: quocientes entre estimativas das SDP e SMA, ambas referentes ao período global. ....	80
Figura 36 - Quociente entre as estimativas da precipitação máxima anual produzidas pelas SDP (numerador) e pelas SMA (denominador), para o período de retorno de 100 anos. A preto: quocientes entre as estimativas	

das SDP para os diferentes sub-períodos e as estimativas das SMA para o período global; a vermelho: quocientes entre estimativas das SDP e SMA, ambas referentes ao período global. ....	80
Figura 37 - Quociente entre as medianas das estimativas da precipitação máxima anual produzidas pelas SDP (numerador) e pelas SMA (denominador), para o período de retorno de 10 anos. A preto: quocientes entre as medianas das estimativas das SDP para os diferentes sub-períodos e as medianas das estimativas das SMA para o período global; a vermelho: quocientes entre as medianas das estimativas das SDP e SMA, ambas referentes ao período global. ....	81
Figura 38 - Quociente entre as medianas das estimativas da precipitação máxima anual produzidas pelas SDP (numerador) e pelas SMA (denominador), para o período de retorno de 100 anos. A preto: quocientes entre as medianas das estimativas das SDP para os diferentes sub-períodos e as medianas das estimativas das SMA para o período global; a vermelho: quocientes entre as medianas das estimativas das SDP e SMA, ambas referentes ao período global. ....	82
Figura 39 - Quociente entre as estimativas da precipitação máxima anual produzidas pelas SDP (numerador) e pelas SMA (denominador) para o correspondente sub-período, para o período de retorno de 10 anos. ....	84
Figura 40 - Quociente entre as estimativas da precipitação máxima anual produzidas pelas SDP (numerador) e pelas SMA (denominador) para o correspondente sub-período, para o período de retorno de 100 anos. ....	84
Figura 41 - Quociente entre as medianas das estimativas da precipitação máxima anual produzidas pelas SDP (numerador) e pelas SMA (denominador) para o período de retorno correspondente, para o período de retorno de 10 anos. ....	85
Figura 42 - Quociente entre as medianas das estimativas da precipitação máxima anual produzidas pelas SDP (numerador) e pelas SMA (denominador) para o período de retorno correspondente, para o período de retorno de 100 anos. ....	85

## Índice de Tabelas

Tabela 1- Principais modelos de distribuição de probabilidades de variáveis aleatórias hidrológicas e hidrometeorológicas. Distribuições adequadas a amostras de valores: M/T – médios ou de totais anuais; Max – extremos máximos anuais. A distribuição GVE, para $k = 0$ , torna-se na distribuição de Gumbel Max ou de Gumbel (reproduzida de NAGHETTINI, PORTELA, 2011).....	5
Tabela 2 - Principais características das distribuições de probabilidades de variáveis aleatórias contínuas hidrológicas e hidrometeorológicas (reproduzida de NAGHETTINI, PORTELA, 2011).....	6
Tabela 3 - Fórmulas para estimação de probabilidades empíricas de não-excedência (NAGHETTINI, PORTELA, 2011).....	9
Tabela 4 - Ordenação dos elementos da amostra, respectivas probabilidades empíricas de não-excedência pela fórmula de Grigorten e correspondentes períodos de retorno.....	10
Tabela 5 - Precipitações diárias máximas anuais, Pdma, do posto udométrico de Castro Daire, entre 1916/17 e 2000/01. ....	23

Tabela 6 - Estatísticas descritivas da amostra da série de precipitação diária máxima anual constituída a partir dos dados da estação udométrica de Castro Daire .....	27
Tabela 7 - Estimativa de diferentes quantis de probabilidade da precipitação diária anual. Frequências escolhidas, período de retorno correspondente, factor de probabilidade e valor da estimativa em <i>mm</i> .....	30
Tabela 8 - Constituição da amostra a partir das precipitações diárias na estação udométrica de Castro Daire no período compreendido entre os anos hidrológicos de 1916/17 – 2000/01, para o limiar $u = 58.0 \text{ mm}$ ....	42
Tabela 9 - Número de excedências anuais da precipitação diária acima do limiar, $u = 58 \text{ mm}$ , no posto de Castro Daire.....	43
Tabela 10 - SDP das precipitações diárias no posto de Castro Daire acima do limiar de $58 \text{ mm}$ , no período compreendido entre os anos hidrológicos de 1916/17 e 2000/01. Valor dos coeficientes de autocorrelação de incrementos 1 e 2 e dos correspondentes limites do intervalo de confiança para $u_0 = 58.0 \text{ mm}$ .....	47
Tabela 11 - Intervalo de valores do limiar cujas propriedades das amostras correspondentes obedecem a cada parâmetro.....	52
Tabela 12 - índice de dispersão característico de cada distribuição. ....	53
Tabela 13 - Postos udométricos analisados. Localização geográfica (incluindo altitude), períodos de registos da precipitação diária e número de anos de registos, $N$ . A vermelho encontram-se todos os postos com menos de 70 anos de registos e a azul todos os que foram descartados por outras razões. ....	60
Tabela 14 - Postos udométricos analisados. Precipitação diária média anual, $P_{dma}$ , desvio-padrão, coeficiente de variação e coeficiente de assimetria da $P_{dma}$ . A vermelho encontram-se todos os postos com menos de 70 anos de registos e a azul todos os que foram descartados por outras razões. ....	61
Tabela 15 - Aplicação das técnicas das SMA e SDP aos diferentes postos udométricos, para todos os períodos considerados, para os quantis de probabilidade de 0.90 (período de retorno $T = 10$ anos) e 0.99 (período de retorno $T = 100$ anos). Valores limite do limiar $u$ , valores da média das excedências correspondentes aos limites do limiar. Valor mediano, máximo e mínimo da estimativa da precipitação diária, para os quantis de probabilidade considerados, dentre todos os que correspondem a amostras provenientes de limiares dentro dos limites. ....	78
Tabela 16 –Número de elementos das amostras constituídas na aplicação das SDP e SMA. No caso das SDP, especificou-se a dimensão da amostra ( $Md$ ) cujo limiar $u$ conduziu à mediana das estimativas de precipitações (ver Tabela 15). Entre parênteses apresenta-se a dimensão das amostras correspondentes aos limites do intervalo que compreende $u$ . ....	79
Tabela 17 –Comparação das medianas das estimativas obtidas com base nas SDP para os diferentes sub-períodos com a estimativa fornecida pelas SMA para o período global. Para cada período de retorno e para cada sub-período ou período global, destaca-se, a azul ou roxo, a célula correspondente à técnica que resultou numa estimativa superior. ....	83

## Lista de Símbolos e Abreviaturas

$E(Y)$ :	Valor esperado de uma variável aleatória
$f$ :	Frequência de ocorrência
$F$ :	“Insucesso” num processo de Bernoulli
$f_a$ :	Frequência de ocorrência anual
$f_{dp}$ :	Função de densidade de probabilidade
$f_x$ :	Função de densidade de probabilidade
$FDP$ :	Função de distribuição de probabilidade
$F(x)$ ou $F_X(x)$ :	Probabilidade de não excedência de $x$
$F_{ma}(x)$ :	Função de distribuição de probabilidades para máximos anuais
$F_{M_n}$ :	Função de distribuição dos máximos da variável aleatória
$g$ :	Coefficiente de assimetria
$DGP$ :	Distribuição Generalizada de Pareto
$GVE$ :	Distribuição Generalizada de valores extremos
$H$ :	Família de funções de convergência deduzidas da $GVE$
$H_I(x)$ ; $H_{II}(x)$ ou $H_{III}(x)$	Funções de distribuição de, respectivamente, Gumbel, Fréchet e Weibull
$H_u(x)$ :	Função de distribuição de probabilidades da série de duração parcial
$ID$ :	Estatística de Fischer ou índice de dispersão
$k$ :	Coefficiente de curtose
$K_{DIST}^F$ :	Factor de probabilidade de uma determinada distribuição
$m_n$ :	Momento amostral
$M_n$ :	Máximo de um conjunto de $n$ valores da variável aleatória
$M_n^*$ :	$M_n$ centrado e normalizado
$N$ :	Número de elementos de uma amostra
$N_k$ :	Número de elementos de uma amostra que consistem “sucesso”
$N_u$ :	Número de excedências face a um limiar $u$
$p$ :	Probabilidade de “sucesso” num processo de Bernoulli
$\hat{p}$ :	Estimativa da precipitação para um dado período de retorno $T$
$P_{dma}$ :	Precipitação diária máxima anual
$POT$ :	Método de análise de valores extremos Peaks-Over-Threshold
$q$ :	Probabilidade de “insucesso” num processo de Bernoulli
$s$ :	Desvio-padrão de um conjunto de valores
$s^2$ :	Variância de um conjunto de valores
$S$ :	“Sucesso” num processo de Bernoulli
$SMA$ :	Séries de Máximos Anuais
$SDP$ :	Séries de Duração Parcial

$T$ :	Período de retorno
$T_a$ :	Período de retorno anual
$T_p$ :	Período de retorno parcial
TLC:	Teoria do limite central
TVE:	Teoria dos Valores Extremos
$u$ :	Limiar genérico
$u_0$ :	Limiar fixo
$w_i$ :	Número de excedências por ano
$x$ :	Valor da variável aleatória $X$
$\bar{x}$ :	Média de um conjunto de valores
$x_{F_X}$ ou $x_F$ :	Limite superior do domínio da distribuição $F_X$
$x_p$ :	Quantil de probabilidade de não excedência $p$
$X$ :	Variável aleatória
$X_{DPi}$ :	Valor da variável aleatória hidrológica no contexto das <i>SDP</i>
$y_i$ :	Valor de ordem $i$ de uma amostra de uma variável aleatória
$y$ :	Valor da variável aleatória $Y$
$Y$ :	Variável aleatória discreta
$\bar{Y}$ :	Média da variável aleatória
$\hat{Y}$ :	Estimativa do valor da variável aleatória
$z$ :	Normal inversa da frequência de ocorrência
$\delta$ :	Constante de Euler-Mascheroni
$\theta_i$ :	Parâmetros genéricos de uma distribuição
$\hat{\theta}_i$ :	Estimativa dos parâmetros de uma distribuição
$\lambda$ :	Número anual médio de excedências face ao limiar $u$
$\mu$ :	Parâmetro de posição
$\mu_n$ :	Média dos máximos
$\mu_y$ :	Média da distribuição teórica considerada
$\xi$ :	Parâmetro de forma
$\hat{\xi}$ :	Estimativa do parâmetro de forma
$\rho_{X,Y,k}$ :	Coefficiente de autocorrelação de incremento $k$ entre os conjuntos $X$ e $Y$
$\sigma$ :	Parâmetro de escala
$\hat{\sigma}$ :	Estimativa do parâmetro de escala
$\sigma_n$ :	Desvio-padrão dos máximos
$\omega$ :	Constante que estabelece a qualidade do ajustamento entre probabilidades empíricas e teóricas

# 1. Introdução

Ao longo dos séculos da História humana, a curiosidade do ser humano levou-o a procurar as mais diversas explicações para os fenómenos que a Natureza apresenta. Esta curiosidade justifica-se em parte, pelo facto de praticamente tudo o que a Natureza apresenta ser transcendente ao Homem, isto é, por si só este é incapaz de reproduzir aquilo que os seus sentidos lhe comunicam. Verificou-se assim, um pouco por todo o mundo e ao longo dos tempos, o surgimento das mais variadas tentativas de explicar ou, pelo menos, descrever o “fantástico”.

Olhando apenas para os fenómenos relacionados com a água, elemento mais abundante à superfície terrestre, pode considerar-se toda uma infinidade de fenómenos naturais que vão desde os tornados, tufões, tsunamis, passando pelas nuvens lenticulares, às trombas de água, às nuvens rolo, até aos fenómenos naturais mais familiares ao ser humano como a evapotranspiração e a própria precipitação.

De entre as diversas ferramentas utilizadas para o estudo destes fenómenos naturais, a Matemática tem sido talvez a mais eficiente na procura de respostas plausíveis. Uma das principais ferramentas da Matemática é a Estatística, bastante utilizada no estudo de fenómenos que se possam discretizar em acontecimentos independentes, como por exemplo a precipitação.

Neste trabalho, pretende-se aprofundar o conhecimento científico do fenómeno da precipitação em Portugal Continental nomeadamente, a intensidade e frequência com que ocorrem valores extremos de precipitação recorrendo sempre à Estatística.

No âmbito do dimensionamento de estruturas hidráulicas (tais como barragens, pontes, canais de navegação e diques) é comumente aceite a utilização da técnica das Séries de Máximos Anuais, SMA, para estimar com determinado grau de incerteza, a intensidade da precipitação associada a determinada frequência de ocorrência. A técnica das SMA faz uso da precipitação diária máxima anual, maior valor da precipitação que ocorre em cada ano, que se considera extremo, para fazer as devidas estimativas. Este valor da precipitação diária máxima anual é extraído de entre todos os valores medidos diariamente ao longo de dezenas de anos.

Surgem no entanto algumas críticas ao uso desta técnica. Em primeiro lugar, visto que se utiliza apenas um valor por ano, para que a amostra tenha uma dimensão suficientemente grande de modo a ser representativa do fenómeno e a conferir rigor à inferência estatística, são necessárias várias dezenas de anos de registos, algo que em algumas zonas do nosso país não existe. Por outro lado, ao ser escolhido o maior valor de cada ano, são descartados, eventualmente, valores que não sendo máximos no ano em que ocorreram, são extremos e incluem-se valores que sendo máximos, não são extremos. Tais circunstâncias sugerem que se possa perder alguma da qualidade dos resultados obtidos, visto haverem valores estranhos

ao comportamento da população que poderiam ser substituídos por outros valores extremos e que não constam na amostra, por não serem o máximo do ano em que ocorreram.

É neste contexto que surge como alternativa, a técnica das Séries de Duração Parcial, SDP, ou *peaks-over-threshold*, POT. Esta técnica consiste na análise de frequência a séries de “picos” que excedam um determinado valor limiar, ou *threshold*, não estando as amostras assim constituídas limitadas a um elemento por ano. Deste modo, a abordagem SDP tem a vantagem de permitir uma selecção mais ampla e representativa dos acontecimentos hidrológicos excepcionais (SILVA, PORTELA, NAGHETTINI, 2012). Contorna-se assim o problema da escassez de dados, garantindo-se uma quantidade de ocorrências ampla o suficiente e, simultaneamente, que todos os valores seleccionados são extremos.

Acontece que não existe, no estado da arte envolvendo o tema, nenhuma regra universal e inequívoca para tal selecção que permita incorporar tanta informação quanto o desejável, sem comprometer os requisitos de independência entre as sucessivas excedências ao longo do tempo. Este facto acaba assim por introduzir alguma subjectividade na abordagem das SDP.

Pretende-se nesta dissertação de mestrado, validar a técnica das SDP, com base em algumas contribuições relevantes e actuais na literatura da especialidade. Para o efeito, comparam-se os resultados da aplicação desta técnica com os da técnica das SMA a um mesmo conjunto de dados. Pretende-se também comparar os resultados provenientes da aplicação de ambas as técnicas a um período global e a sub-períodos dentro deste período global de modo a perceber até que ponto é viável a estimação de quantis de probabilidade a partir de amostras extraídas de menos anos de registos, pelo uso das SDP.

O segundo capítulo desta dissertação analisa os conceitos teóricos que servem de base às técnicas em estudo e as respectivas demonstrações teóricas. Inicia-se o estudo com a Teoria dos Valores Extremos, TVE, que serve de ponto de partida para a análise de acontecimentos hidrológicos extremos, como sejam precipitações extremas. Apresentam-se em seguida as funções de distribuição generalizada dos valores extremos e generalizada de Pareto que, sob certas condições, se transformam na distribuição de Gumbel e Exponencial, que, por sua vez, estão na base das técnicas das SMA e SDP, respectivamente. Para exemplificar ambas as técnicas incluem-se resultados obtidos tendo por base os registos do posto udométrico de Castro Daire, para o período de registos compreendido entre 1916/17 e 2000/01.

No terceiro capítulo são apresentados e tratados os dados de base, provenientes de postos udométricos dispersos por todo o território continental português, sobre os quais se fez incidir o estudo.

No quarto capítulo encontra-se a metodologia utilizada na aplicação sistemática das técnicas em estudo apresentando-se os resultados no quinto capítulo. Por sua vez, no sexto e último capítulo são retiradas as devidas conclusões e apresentadas algumas perspectivas da investigação adicionais.

## 2. Conceitos Teóricos

### 2.1 Introdução

No âmbito deste trabalho, as técnicas utilizadas na análise de frequência de precipitações diárias máximas são a técnica das Séries dos Máximos Anuais, SMA, e a técnica das Séries de Duração Parcial, SDP<sup>1</sup>. Ambas as técnicas incidem, como o próprio nome indica, em séries de valores constituídas com base num determinado conjunto de dados mediante procedimentos característicos de cada técnica. As diferenças existentes na constituição das séries explicam, parcialmente, a razão pela qual a estimativa de um quantil de probabilidade com base num mesmo conjunto de dados fornece, forçosamente, resultados distintos. Não obstante, as técnicas usadas encontram-se matematicamente demonstradas no estado da arte e, como tal, ambos os resultados obtidos são igualmente válidos.

Importa assim, neste primeiro capítulo, apresentar os conceitos teóricos que estão na base destas técnicas de modo a possibilitar a comparação e extrair conclusões acerca da relação entre resultados obtidos.

Introduz-se o estudo com uma breve recapitulação de alguns conceitos chave à compreensão do tema em desenvolvimento. Para o efeito, começa-se pela apresentação dos conceitos de função de distribuição de probabilidade, *FDP*, e função de densidade de probabilidade, *f<sub>dp</sub>*. Faz-se também uma breve alusão à probabilidade empírica de não-excedência de variáveis hidrológicas e dos processos de Bernoulli, apresentando-se o que se entende por período de retorno.

Pretendendo-se a estimação de quantis de probabilidade extremos, surge igualmente a necessidade de introduzir ferramentas que permitam lidar com valores extremos de variáveis aleatórias. Segue-se assim um estudo da Teoria dos Valores Extremos, TVE (*EVT*, na literatura inglesa), que fornece as bases para a análise dos valores extremos de uma amostra (ou série de valores).

Apresentam-se seguidamente as funções de distribuição de probabilidade, e correspondentes funções de densidade de probabilidade, que se consideram mais adequadas ao estudo de valores extremos: a distribuição Generalizada de Valores Extremos, GVE (*generalized extreme values distribution, GEV*) e a Distribuição Generalizada de Pareto, DGP (*Generalized Pareto Distribution, GPD*). Estas são empregues, respectivamente, no âmbito das técnicas das Séries de Máximos Anuais, SMA, e das Séries de Duração Parcial, SDP.

Relativamente à primeira função de distribuição, a GVE, apresenta-se a relação desta com a função de distribuição de Gumbel, commumente aceite como a mais apropriada à aplicação da

---

<sup>1</sup> Na literatura inglesa, as designações de ambas as técnicas são, respectivamente, *Annual Maxima Series (AMS)* e *Partial Duration Series (PDS)*.



técnica das SMA em Portugal Continental. Quanto à distribuição DGP, esta é particularizada na distribuição exponencial e, em conjunto com o modelo dos processos de ocorrência de Poisson, é aplicada no âmbito da técnica das SDP.

Após à apresentação dos conceitos teóricos que sustentam ambas as técnicas de estimação de quantis de probabilidade, apresenta-se detalhadamente a aplicação de cada uma delas aos dados da precipitação diária de um posto udométrico, desde a constituição da amostra até às fórmulas de estimação dos quantis propriamente ditas, passando pelos devidos testes de hipótese que garantem a validade de eventuais suposições feitas. No caso da técnica das SDP, aproveita-se ainda para apresentar as estimativas dos parâmetros que particularizam a função de distribuição escolhida, com base apenas nos dados da amostra. A isto dá-se o nome de inferência estatística.

Os dados da precipitação diária utilizados para exemplificar a aplicação das técnicas para fins exemplificativos foram recolhidos do posto udométrico de Castro Daire, referentes aos anos hidrológicos de 1916/17 a 2000/01.

## **2.2 Conceitos básicos**

### **2.2.1 Função de distribuição de probabilidade e função de densidade de probabilidade**

Conceptualmente, uma amostra é um conjunto finito de concretizações da variável aleatória  $\{x_1; x_2; \dots; x_N\}$  (no caso de variáveis hidrológicas ou hidrométricas, denominam-se medições). Estas concretizações estão contidas dentro de um conjunto maior de valores que pode ou não ser infinito, a que se dá o nome de população. Quando se fala num determinado modelo de distribuição de probabilidades, entende-se que este é uma representação matemática concisa obtida a partir de uma amostra e que se admite descrever o comportamento da população.

Um modelo de distribuição de probabilidades, na sua forma geral, assume uma forma paramétrica, ou seja, contém parâmetros. Quando se conhece o valor destes parâmetros, em função da amostra, é possível definir e particularizar o modelo para o comportamento daquela variável. Assim, passa a ser possível interpolar ou extrapolar probabilidades e/ou quantis não contidos na amostra.

Em estatística, uma função de densidade de probabilidades,  $f dp$ , descreve a probabilidade que uma variável tem de assumir um valor ao longo de um conjunto de valores. Trata-se de uma função cujo domínio são os valores da variável e cujas imagens são as probabilidades de a variável assumir cada valor desse domínio. A integração da função, em todo o seu domínio, correspondente à acumulação das probabilidades ao longo dos sucessivos valores desse domínio, pelo que é necessariamente igual à unidade.

Uma função de distribuição de probabilidades, FDP, é calculada, em cada ponto do seu domínio, pela integração da função de densidade de probabilidades desde  $-\infty$  até ao ponto em questão,  $x_0$ . Representa, portanto, a probabilidade de ocorrer um valor da variável aleatória menor ou igual ao valor  $x_0$  considerado.

Actualmente, na literatura, existem diversos modelos de distribuição das probabilidades, cada um com a sua apetência para descrever o comportamento de variáveis aleatórias quer sejam discretas quer sejam contínuas. Na Tabela 1 resumem-se, de uma forma não exaustiva, algumas das distribuições, bem como correspondentes fdp e FDP, aceites como mais adequadas à aplicação a valores médios e máximos anuais de variáveis hidrológicas. Apresentam-se ainda os parâmetros que constituem cada uma das funções. Na Tabela 2, por sua vez, estão resumidas as principais características de cada um das distribuições atrás consideradas.

À análise da Tabela 2, NAGHETTINI, PORTELA, 2011, acrescentam o seguinte: (i) as distribuições Normal e log-Normal ou de Galton são frequentemente aplicáveis a valores anuais da precipitação e do escoamento; (ii) as distribuições log-Normal, de Gumbel Max (usualmente denominada de Gumbel), Pearson III, log-Pearson III e Generalizada de Valores Extremos (GVE), a valores extremos máximos, sendo exemplo precipitações máximas anuais com dada duração ou caudais instantâneos máximos anuais. Esta adequação de alguns modelos a variáveis hidrológicas específicas aplica-se a partir, não só de considerações teóricas, mas também devido a características de forma das distribuições de probabilidades, nomeadamente, referentes à assimetria da mesma.

**Tabela 1- Principais modelos de distribuição de probabilidades de variáveis aleatórias hidrológicas e hidrometeorológicas. Distribuições adequadas a amostras de valores: M/T – médios ou de totais anuais; Max – extremos máximos anuais. A distribuição GVE, para  $k = 0$ , torna-se na distribuição de Gumbel Max ou de Gumbel (reproduzida de NAGHETTINI, PORTELA, 2011).**

Distribuição	Aplicação	Variável	Domínio	Função densidade de probabilidade, fdp [ $f_X(x)$ ou $f_Y(y)$ ]	Função distribuição de probabilidade, FDP [ $F_X(x)$ ou $F_Y(y)$ ]
Normal	M/T	X	$(-\infty, +\infty)$	$f_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_X}{\sigma_X}\right)^2\right]$	$\int_{-\infty}^x f_X(x) dx$ ou $\Phi(z)$ com $Z = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X}$
log-Normal ou de Galton	M/T Max	$Y = \ln(X)$	$[0, +\infty)$	$f_Y(y) = \frac{1}{\sigma_Y \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y - \mu_Y}{\sigma_Y}\right)^2\right]$	$\int_{-\infty}^y f_Y(y) dy$
Gumbel Max (ou apenas Gumbel)	Max	X	$(-\infty, +\infty)$	$f_X(x) = \frac{1}{\alpha} \exp\left[-\frac{x - \beta}{\alpha}\right] \exp\left[-\frac{x - \beta}{\alpha}\right]$	$\exp\left[-\exp\left(-\frac{x - \beta}{\alpha}\right)\right]$
Pearson III	Max	X	$\alpha \geq 0: [\delta, \infty)$ $\alpha < 0: (-\infty, \delta]$	$f_X(x) = \frac{1}{ \alpha  \Gamma(\beta)} \left(\frac{x - \delta}{\alpha}\right)^{\beta-1} \exp\left(-\frac{x - \delta}{\alpha}\right)$	$\int_{\delta}^x f_X(x) dx$
log-Pearson III	Max	$Y = \ln(X)$	$\alpha_Y \geq 0: [\exp(\delta_Y), \infty)$ $\alpha_Y < 0: (-\infty, \exp(\delta_Y)]$	$f_Y(y) = \frac{1}{ \alpha_Y  \Gamma(\beta)} \left(\frac{y - \delta_Y}{\alpha_Y}\right)^{\beta-1} \exp\left(-\frac{y - \delta_Y}{\alpha_Y}\right)$	$\int_{\delta_Y}^y f_Y(y) dy$
GEV	Max	X	$\kappa < 0: x > (\beta + \alpha)/\kappa$ $\kappa < 0: x < (\beta + \alpha)/\kappa$ $\kappa = 0: \text{GEV} = \text{Gumbel}$	$f_X(x) = \frac{1}{\alpha} \left[1 - \kappa \left(\frac{x - \beta}{\alpha}\right)\right]^{-1/\kappa-1} \exp\left[-\left[1 - \kappa \left(\frac{x - \beta}{\alpha}\right)\right]^{1/\kappa}\right]$	$\exp\left[-\left[1 - \kappa \left(\frac{x - \beta}{\alpha}\right)\right]^{1/\kappa}\right]$

**Tabela 2 - Principais características das distribuições de probabilidades de variáveis aleatórias contínuas hidrológicas e hidrometeorológicas (reproduzida de NAGHETTINI, PORTELA, 2011).**

Distribuição	Variável	Parâmetro			Média E[X] ou, havendo variável transformada Y, médias E[X] e E[Y]	Variância Var[X] ou, havendo variável transformada Y, variâncias Var[X] e Var[Y]	Coeficiente de assimetria $\gamma_X$ ou, havendo variável transformada Y, coeficientes de assimetria $\gamma_X$ e $\gamma_Y$	Função de quantis x(F) ou havendo variável transformada Y, funções de quantis x(F) e y(F)
		Posição	Escala	Forma				
Normal	X	$\mu_X$	$\sigma_X$ (>0)	----	$\mu_X$	$\sigma_X^2$	0	$\mu_X + z(F)\sigma_X$ com $z(F) = \Phi^{-1}(F)$
log-Normal ou de Galton	X Y = ln(X)	$\mu_Y$	$\sigma_Y$ (>0)	----	$\mu_X = \exp\left[\mu_Y + \frac{\sigma_Y^2}{2}\right]$  $\mu_Y$	$\sigma_X^2 = \mu_X^2 \left[\exp(\sigma_Y^2) - 1\right]$  $\sigma_Y^2$	$\gamma_X = 3CV_X + (CV_X)^3$ com $CV_X = \frac{\sigma_X}{\mu_X} = \sqrt{\exp(\sigma_Y^2) - 1}$  $\gamma_Y = 0$	$\exp[\mu_Y + z(F)\sigma_Y]$  $\mu_Y + z(F)\sigma_Y$  com $z(F) = \Phi^{-1}(F)$
Gumbel Max (ou apenas Gumbel)	X	$\beta$	$\alpha$ (>0)	----	$\beta + 0.577216 \alpha$	$\frac{\pi^2 \alpha^2}{6}$	+1,1396	$\beta - \alpha \ln[-\ln(F)]$
Pearson III	X	$\delta$	$\alpha$	$\beta$ (>0)	$\alpha\beta + \delta$	$\alpha^2\beta$	$\frac{2}{\sqrt{\beta}}$	Não há forma analítica simples para a função (ver Rao e Hamed, 2000)
log-Pearson III	X Y = ln(X)	$\delta_Y$	$\alpha_Y$	$\beta_Y$ (>0)	$\exp(\delta_Y) \left(\frac{1}{1-\alpha_Y}\right)^{\beta_Y}$  $\alpha_Y \beta_Y + \delta_Y$	$e^{2\delta_Y} \left[ \left(\frac{1}{1-2\alpha_Y}\right)^{\beta_Y} - \left(\frac{1}{1-\alpha_Y}\right)^{2\beta_Y} \right]$ (ver Griffis e Stedinger, 2007)  $\alpha_Y^2 \beta_Y$	$\frac{E[X^3] - 3E[X]E[X^2] + 2[E[X]]^3}{[Var[X]]^{3/2}}$ (ver Griffis e Stedinger, 2007)  $\frac{2}{\sqrt{\beta_Y}}$	Não há forma analítica simples para a função (ver Rao e Hamed, 2000)
GEV	X	$\beta$	$\alpha$ (>0)	$\kappa$	$\beta + \frac{\alpha}{\kappa} [1 - \Gamma(1 + \kappa)]$	$\left(\frac{\alpha}{ \kappa }\right)^2 \left[ \Gamma(1 + 2\kappa) - \Gamma^2(1 + \kappa) \right]$	$\frac{[-\Gamma(1 + 3\kappa) + 3\Gamma(1 + \kappa)\Gamma(1 + 2\kappa) - 2\Gamma^3(1 + \kappa)]}{[\Gamma(1 + 2\kappa) - \Gamma^2(1 + \kappa)]^{3/2}}$ <small>multiplicar o resultado por -1 se <math>\kappa</math> for negativo.</small>	$\beta + \frac{\alpha}{\kappa} \left[ 1 - [-\ln(F)]^\kappa \right]$

## 2.2.2 Processos de Bernoulli. Período de retorno.

Para fins de aplicação em hidrologia, as diferentes distribuições teóricas das probabilidades têm como base, na sua maioria, processos de Bernoulli. Uma sequência de testes de Bernoulli forma um processo de Bernoulli, sob as seguintes condições: (i) cada tentativa resulta num de dois resultados mutuamente exclusivos. Um dos resultados possíveis é chamado (arbitrariamente) de “sucesso” e o outro “insucesso” (alternativamente “sim” e “não”; “1” e “0”); (ii) a probabilidade de sucessos, denotada por  $p$ , permanece constante em todas as tentativas. A probabilidade da falha é denotada por  $q$ , sendo  $q = 1 - p$ ; (iii) as tentativas são independentes; isto é, o resultado de uma tentativa particular não é afectado pelos resultados das demais tentativas.

A título de exemplo, tome-se como amostra uma série de máximos anuais de  $N$  elementos, que se supõem consistentes, homogêneos e independentes entre si<sup>2</sup>. Considere-se que se pretende estudar, a probabilidade de se escolher, dentro dos diferentes valores, um que seja superior a um dado limiar. Estabelece-se, para o efeito, um valor  $y_0 = k$ , como limiar entre o “sucesso” e o “insucesso”. Pode-se afirmar que, para qualquer ano  $i$ , tal que  $1 \leq i \leq N$ , o “sucesso” é dado pelo acontecimento  $S: \{P_i > y_0\}$ , sendo o “insucesso” o acontecimento oposto ou complementar  $F: \{P_i \leq y_0\}$ . Atribuindo ou calculando uma probabilidade  $p$  ao acontecimento  $S$  ficam, por conseguinte, reunidos os requisitos para considerar a série de valores considerada como um processo de Bernoulli.

No contexto dos processos de Bernoulli, surge um conceito de extrema relevância para a análise de variáveis aleatórias hidrológicas, sendo este o conceito de período de retorno. É

<sup>2</sup> A consistência, a homogeneidade e a independência de acontecimentos será aprofundada posteriormente no capítulo 2.2.4.

com base neste conceito que é dimensionada a generalidade das estruturas hidráulicas, dotando-as de maior ou menor robustez face a eventos de baixa frequência (elevado período de retorno) mas de elevada gravidade. Pode-se assim afirmar que o período de retorno consiste num critério de projecto.

Seja  $Y$  a variável aleatória discreta referente ao número inteiro de experiências que ocorrem entre “sucessos”. Se  $Y = y$ , quer isto dizer que ocorreram  $(y-1)$  “insucessos” antes de ocorrer um “sucesso”, na  $y$ -ésima tentativa. As funções densidade de probabilidade ou de massa e acumulada da distribuição geométrica são dadas nas equações (1) e (2):

$$p_Y(y) = p(1-p)^{y-1}, y = 1, 2, 3, \dots \infty \text{ e } 0 < p < 1 \quad (1)$$

$$F(y) = \sum_{i=1}^y p(1-p)^{i-1}, y = 1, 2, 3, \dots \infty \quad (2)$$

onde a probabilidade de ocorrência de um “sucesso”,  $p$ , representa o único parâmetro da distribuição. Por sua vez, o valor esperado da variável aleatória geométrica, para a soma de um infinito número de parcelas, é dado por (3):

$$E(Y) = \mu_y = \sum_i y_i \cdot p_y(y_i) \quad \forall y_i \Rightarrow E(Y) = \frac{1}{p} \quad (3)$$

A título exemplificativo, para os  $N$  elementos constituintes da amostra considerada anteriormente, conjecture-se a variável aleatória geométrica  $Y$  com o mesmo significado anteriormente descrito. Tome-se, ainda para o mesmo exemplo o valor de  $k$  para limiar entre o “sucesso” e o insucesso”. Para os  $N$  elementos,  $N_0$  ocorrências constituem “sucesso”, depreendendo-se assim que o número médio de anos que separam cada “sucesso” é de  $N/N_0$ . Assim, a probabilidade de, para uma determinada ocorrência, o valor da variável aleatória exceder o limiar é de  $p = N_0/N$ . Pode agora definir-se o período de retorno (4), denotado por  $T$  e expresso em anos, como o valor esperado da variável aleatória geométrica  $Y$ :

$$T = E(Y) = \frac{1}{p} = \frac{N}{N_0} \quad (4)$$

O período de retorno, referente a um processo de Bernoulli de uma variável aleatória é, então, o número médio de ocorrências necessário para que se dê um “sucesso”. Do mesmo modo, o período de retorno de uma variável aleatória hidrológica, necessariamente estabelecida numa base temporal, é definido como o número médio de anos necessários para que o “sucesso” ocorra num determinado ano, sendo igual ao inverso da probabilidade anual de ocorrência

desse acontecimento. Como se verá adiante, pode-se afirmar que o período de retorno é então uma medida de tendência central dos “tempos cronológicos” (NAGHETTINI, PORTELA, 2011).

### 2.2.3 Análise de frequências de variáveis aleatórias

A análise de variáveis hidrológicas pode ser encarada, não só através do período de retorno, mas também, de modo equivalente, através da frequência com que ocorrem determinados valores da variável. A equação (5) relaciona a frequência com o período de retorno:

$$T = \frac{1}{1-f} \Leftrightarrow f = \frac{T-1}{T} \quad (5)$$

Considere-se a variável aleatória  $X$ , sendo esta uma variável aleatória hidrológica. A análise de frequência de amostras de variáveis hidrológicas tem muito frequentemente em vista produzir uma de duas estimativas: (i) estimativa do valor da variável  $\hat{X}$  (precipitação diária ou escoamento instantâneo, por exemplo) para uma dada probabilidade de não-excedência,  $F(x)$ , ou, alternativamente, para o correspondente período de retorno,  $T$ ; ou (ii) estimativa da probabilidade de não-excedência,  $F(x)$ , ou o período de retorno,  $T$ , para um dado valor dessa mesma variável  $X$ .

A análise de frequência de uma amostra atribui, primeiramente, a cada ocorrência da variável  $X$  a respectiva probabilidade empírica de não-excedência,  $F(x)$ , a qual traduz a frequência com que, dentro daquela amostra, ocorrem valores iguais ou inferiores ao valor em causa  $F(x) = P(X \leq x)$ .

Repare-se que se se tivesse na posse de toda a população, a probabilidade empírica de não-excedência de um determinado elemento seria dada pelo quociente entre o número de elementos de valor igual ou inferior ao considerado e o número total de elementos  $N$  da amostra. Estando na posse apenas da amostra, este cálculo é efectuado, após ordenação crescente dos valores da mesma, através do quociente do número de ordem  $i$  do elemento pelo número de elementos da amostra  $N$ .

Contudo, de acordo com o anterior modelo de cálculo da probabilidade empírica de não-excedência, concluir-se-ia que não seria possível ocorrerem valores superiores ao máximo da amostra uma vez que lhe corresponde uma probabilidade unitária (acontecimento certo), algo que, por si só, não representa correctamente a realidade visto estar-se perante uma amostra finita representativa de uma população infinita.

É neste contexto que surgem as fórmulas de cálculo das probabilidades empíricas de não-excedência que reservam espaço probabilístico para a ocorrência de valores superiores ao máximo de cada amostra. A expressão geral das anteriores fórmulas é dada por (6):

$$F(Y) = P(Y \leq y) = \frac{i - \omega}{N + 1 - 2\omega} \quad (6)$$

em que  $i$  é o número de ordem de cada elemento da amostra ordenada,  $N$  é dimensão da amostra e  $\omega$  uma constante compreendida entre 0 e 1 que estabelece a qualidade do ajustamento entre as probabilidades empíricas e teóricas de acordo com as leis postuladas no âmbito da probabilidade empírica de não-excedência.

A Tabela 3 apresenta, de uma forma não exaustiva, algumas das fórmulas de cálculo de probabilidades empíricas de não-excedência, os seus autores e os respectivos valores da constante  $\omega$ , bem como algumas considerações sobre a aplicabilidade de cada fórmula.

**Tabela 3 - Fórmulas para estimação de probabilidades empíricas de não-excedência (NAGHETTINI, PORTELA, 2011)**

Fórmula	Autor	Valor de $\omega$ . Atributos de aplicação
$F = \frac{i}{N+1}$	Weibull	$\omega=0.000$ . Probabilidades de excedência não enviesadas para todas as distribuições
$F = \frac{i-0.44}{N+0.12}$	Gringorten	$\omega=0.440$ . Usada para quantis das distribuições de Gumbel, GEV e Weibull
$F = \frac{i-0.375}{N+0.25}$	Blom	$\omega=0.375$ . Quantis não enviesados para as distribuições Normal e Log-Normal
$F = \frac{i-0.5}{N}$	Hazen	$\omega=0.500$ . Usada para quantis da distribuição Pearson III
$F = \frac{i-0.40}{N+0.20}$	Cunnane	$\omega=0.400$ . Quantis aproximadamente não enviesados para todas as distribuições

NAGHETTINI, PORTELA, 2011, referem que os resultados provenientes da aplicação das diferentes fórmulas das probabilidades empíricas de não-excedência são substancialmente diferentes quando aplicadas a probabilidades extremas, sendo tanto mais diferentes quanto menor for a dimensão da amostra a que se aplicam.

No presente trabalho, utilizou-se a fórmula de Gringorten, que corresponde a  $\omega = 0.440$ , não só devido a ser a mais apropriada à descrição de amostras de valores extremos (SILVA, PORTELA, NAGHETTINI, 2012) como é o caso em estudo, mas também devido à sua adequação à distribuição de Gumbel, que se utiliza posteriormente.

A Tabela 4 apresenta o valor da probabilidade empírica de não-excedência dada pela fórmula de Gringorten, bem como o correspondente período de retorno, dos valores de uma amostra crescentemente ordenada. De referir que a constituição desta amostra, feita com base nos dados do posto udométrico de Castro Daire, será apresentada posteriormente a propósito da técnica das SMA.

**Tabela 4 - Ordenação dos elementos da amostra, respectivas probabilidades empíricas de não-excedência pela fórmula de Grigorten e correspondentes períodos de retorno.**

<i>Nº ordem</i> <i>(-)</i>	<i>Pontos amostrais</i> <i>(mm)</i>	<i>f</i> <i>(-)</i>	<i>T</i> <i>(anos)</i>	<i>Nº ordem</i> <i>(-)</i>	<i>Pontos amostrais</i> <i>(mm)</i>	<i>f</i> <i>(-)</i>	<i>T</i> <i>(anos)</i>
1	49.6	0.007	1.01	44	84.9	0.512	2.05
2	52.6	0.018	1.02	45	86.6	0.523	2.10
3	53.3	0.030	1.03	46	88.5	0.535	2.15
4	53.4	0.042	1.04	47	88.6	0.547	2.21
5	54.3	0.054	1.06	48	90.2	0.559	2.27
6	59.1	0.065	1.07	49	90.6	0.570	2.33
7	62.3	0.077	1.08	50	91.1	0.582	2.39
8	62.8	0.089	1.10	51	91.5	0.594	2.46
9	64.6	0.101	1.11	52	91.7	0.606	2.54
10	65.6	0.112	1.13	53	92.5	0.617	2.61
11	66.5	0.124	1.14	54	93.0	0.629	2.70
12	67.3	0.136	1.16	55	93.1	0.641	2.79
13	67.4	0.148	1.17	56	96.8	0.653	2.88
14	68.7	0.159	1.19	57	98.2	0.664	2.98
15	69.7	0.171	1.21	58	98.6	0.676	3.09
16	71.0	0.183	1.22	59	99.0	0.688	3.20
17	71.4	0.195	1.24	60	99.3	0.700	3.33
18	72.2	0.206	1.26	61	99.6	0.711	3.47
19	72.4	0.218	1.28	62	99.6	0.723	3.61
20	72.4	0.230	1.30	63	100.8	0.735	3.77
21	72.6	0.242	1.32	64	101.2	0.747	3.95
22	73.6	0.253	1.34	65	101.6	0.758	4.14
23	73.6	0.265	1.36	66	102.0	0.770	4.35
24	73.8	0.277	1.38	67	104.4	0.782	4.59
25	74.5	0.289	1.41	68	105.0	0.794	4.85
26	74.9	0.300	1.43	69	105.8	0.805	5.14
27	75.1	0.312	1.45	70	111.0	0.817	5.47
28	75.2	0.324	1.48	71	111.2	0.829	5.85
29	75.8	0.336	1.50	72	113.4	0.841	6.28
30	77.4	0.347	1.53	73	117.5	0.852	6.78
31	77.8	0.359	1.56	74	118.8	0.864	7.36
32	78.4	0.371	1.59	75	119.3	0.876	8.06
33	78.8	0.383	1.62	76	120.2	0.888	8.90
34	79.1	0.394	1.65	77	120.4	0.899	9.94
35	79.8	0.406	1.68	78	121.2	0.911	11.26
36	80.4	0.418	1.72	79	124.0	0.923	12.98
37	82.0	0.430	1.75	80	125.5	0.935	15.31
38	82.6	0.441	1.79	81	130.8	0.946	18.67
39	83.4	0.453	1.83	82	140.6	0.958	23.91
40	83.6	0.465	1.87	83	161.4	0.970	33.25
41	83.7	0.477	1.91	84	199.4	0.982	54.56
42	84.4	0.488	1.95	85	212.3	0.993	152.00
43	84.9	0.500	2.00				

## 2.2.4 Outras Considerações

Após apresentados os conceitos fundamentais, sintetiza-se e justifica-se a informação contida nos capítulos seguintes.

Como é evidente, é fisicamente impossível para qualquer variável hidrológica, ter como base de dados toda a população. Isto seria equivalente a ter todos os valores de um determinado fenómeno hidrológico que ocorre num determinado local desde o começo deste fenómeno, por exemplo, todas as medições do valor da precipitação num dado local, desde que existe precipitação nesse local. Daí que seja com base numa amostra, que se considera representativa da população, que se infere o comportamento desta última. Para o efeito, na constituição das amostras ao longo desta dissertação, teve-se em linha de conta três pressupostos directamente relacionados com os apresentados no âmbito dos processos de Bernoulli. Estes são: (i) a amostra não pode apresentar erros de observação ocasionais e/ou sistemáticos; (ii) os valores devem ser homogéneos e (iii) independentes entre si.

Denomina-se uma amostra sem erros de medição ocasionais (ou sistemáticos) de consistente. Esta caracteriza-se por, ao longo do respectivo período de observação, não apresentar alteração do erro sistemático de medição da grandeza a que se refere a amostra, como seria exemplo a alteração da localização do aparelho de medição da precipitação (udómetro).

A homogeneidade da amostra prende-se com a certificação de que foram retirados da mesma população, com a correspondente função de distribuição de probabilidades. Quer isto dizer, como facilmente se entende, que é necessário que os dados provenham, por exemplo, todos do mesmo posto udométrico.

Por último, a independência serial entre ocorrências permite a aplicação de procedimentos de análise estatística à amostra. Aqui é expressa a ideia de que o valor de determinada ocorrência da variável aleatória não pode influenciar o valor da ocorrência seguinte nem ter sido influenciado pelo valor anterior. Novamente no caso da variável aleatória de precipitação diária, este pressuposto assegura que, por exemplo, dois valores da precipitação sucessivos não pertencem à mesma chuvada uma vez que estariam relacionados pela sua intensidade ou duração.

### **2.3 Teoria dos Valores Extremos, TVE**

Muitas questões da vida real requerem a avaliação de acontecimentos acerca dos quais os dados são inexistentes ou, se existem, são escassos – os designados acontecimentos extremos ou raros. Na análise de dados clássica os extremos podem vir a ser rotulados de *outliers*, chegando mesmo por vezes a serem ignorados na modelação do comportamento de uma variável aleatória, uma vez que se afastam do modelo “ajustado” (ALVES, 2011). Daqui advém que se o objectivo de um estudo for inferir acerca de acontecimentos comuns do dia-a-dia, pode ser irrelevante suprimir tais dados uma vez que o peso estatístico que carrega é praticamente nulo.



Não obstante, se a questão fulcral residir em dados que não ocorrem com muita frequência, ou seja, acontecimentos raros, então não só se deve recolher todos os dados extremos existentes, como também se devem procurar ferramentas estatísticas desenvolvidas especificamente para este tipo de análise. Surge, neste contexto, a Teoria dos Valores Extremos<sup>3</sup>, cuja existência se deve à necessidade de analisar acontecimentos extremos e concluir com base nestes.

A TVE é um ramo probabilista de suporte à Estatística que lida exactamente com tais situações, ajudando a descrever e quantificar os ditos acontecimentos raros; em particular, permite a estimação de probabilidades de ocorrência (e sua intensidade) de acontecimentos cuja amostra é curta face ao desejado. Esta proporciona técnicas de inferência estatística orientadas para o estudo de comportamentos extremos de certos factores que ocorrem no Universo. Estes eventos englobam por exemplo, chuvas torrenciais, inundações, ondas de calor, vagas de frio, secas prolongadas, terremotos, entre outros. São eventos cuja probabilidade de ocorrência é baixa, mas que quando ocorrem apresentam graves consequências (NEVES, 2010).

No tocante aos grandes valores (já que o problema dual dos pequenos valores é tratado por simetriação dos dados) uma cauda direita erradamente estimada pode significar uma sub ou sobre-estimação acerca desse valor, com as correspondentes consequências práticas que se adivinham (ALVES, 2007, pp.20). Percebe-se assim que a existência de informação relativa a valores extremos é crucial e é exclusivamente com base nesta que se retiram conclusões de grande relevância.

Acontece, contudo, que o conceito de “extremo” não é único, sendo necessário estipular que tipo de critério se utiliza para considerar determinado valor como extremo. Mais concretamente, o termo “valor extremo” pode ser interpretado de duas formas distintas (NEVES, 2010):

- é o valor máximo/mínimo de uma determinada série (ou o valor máximo/mínimo de entre todos os valores ocorridos durante um período contido na série);
- é um valor que excede um limiar: maiores valores de um conjunto de dados acima de um nível suficientemente elevado.

Assim, no contexto de variáveis aleatórias, tanto se pode interpretar o conceito de “extremo” como o valor que se situa em último (ou em primeiro) numa amostra que esteja crescentemente ordenada sendo encarado como “o” extremo, uma vez que é único, como também pode ser interpretado como o conjunto de todos os valores que são superiores, em valor, a um determinado limiar, sendo cada extremo encarado como “um” extremo pois nestas condições, podem ocorrer diversos valores.

---

<sup>3</sup> EVT, do inglês *Extreme Value Theory*.

Directamente relacionadas com os diferentes conceitos de valores extremos e no âmbito da TVE, existem diferentes metodologias de definição e sistematização de tais observações. As respectivas abordagens conduzem à constituição das amostras mediante processos distintos:

- a metodologia clássica de Gumbel, que extrai os extremos por blocos. Desta surge a técnica das Séries de Máximos Anuais, SMA, onde se analisa apenas o valor máximo de cada ano de registos, sendo cada ano encarado como um bloco;
- o método das excedências sobre um limiar, *Peaks-Over-Threshold*, POT, que inclui diversas técnicas, tais como a técnica das  $r$  maiores estatísticas de ordem não abordada neste trabalho e a técnica das séries de duração parcial, SDP, alvo de estudo neste trabalho. Em alternativa à constituição de séries de máximos anuais, esta abordagem recolhe todos os valores que ultrapassam um limiar pré-determinado, permitindo assim incluir nas amostras outros valores extremos para além do máximo singular de cada ano.

Na análise de valores extremos são relevantes as suposições que se consideram na cauda da função de densidade de probabilidade<sup>4</sup> subjacente à amostra de dados em causa. Para a maioria das aplicações envolvendo variáveis hidrológicas/hidrometeorológicas, a correcta prescrição da cauda superior de uma distribuição de probabilidades é de importância fundamental e, em muitos casos, representa a motivação primeira da análise de frequência (NAGHETTINI, PINTO, 2007, pp 314).

Em qualquer uma destas duas abordagens, a inferência estatística é claramente melhorada se se fizer, *a priori*, uma escolha estatística acerca do decaimento para zero mais apropriado para a cauda da distribuição subjacente: caudas curtas com limite superior do domínio finito, caudas leves de tipo exponencial ou caudas pesadas com limite superior do domínio infinito e que vão polinomialmente para zero (ALVES, 2007, pp.20).

Tendo por base o Teorema de Gnedenko, pode afirmar-se que existem três domínios de atracção para o máximo linearmente normalizado e correspondentes modelos limite para as maiores observações. Um exemplo típico que evidencia a necessidade de uma conveniente modelação da cauda da distribuição é o da inferência acerca de quantis extremos, onde os valores a estimar encontram-se, usualmente, fora do intervalo amostral. Diz-se, por vezes, que se trata de um problema de extrapolação além da amostra.

Relativamente à primeira abordagem, a TVE, a qual se apoia no Teorema Fundamental de Gnedenko (1943) para os domínios de atracção do máximo, estabelece a distribuição

---

<sup>4</sup> A cauda de uma função de densidade de probabilidade é o termo designado para as zonas extremas (quer à esquerda, quer à direita) dessa função. A um maior “peso” da cauda superior de uma função distribuição de probabilidades equivale uma maior intensidade com que os quantis aumentam, à medida que os períodos de retorno tendem para valores muito elevados. Em outras palavras, o peso da cauda superior é proporcional às probabilidades de excedência associadas a quantis elevados e é reflexo da intensidade com que a função  $F_X(x)$  decresce quando  $x$  tende para valores muito elevados.

Generalizada de Valores Extremos (*GEV-Generalized Extreme Value*, do inglês), como uma versão unificada de todos os comportamentos distribucionais não-degenerados limite, para a sequência do máximo de variáveis aleatórias igualmente distribuídas independentes (ALVES, 2007, pp.20).

Na abordagem *SDP*, o conhecido teorema de Gnedenko-Pickands-Balkema-Haan (1941) é o teorema limite apropriado para distribuições acima de um determinado limiar. Este garante, sob determinadas condições (domínio de atracção do máximo) que o limite de uma distribuição deste tipo é a Distribuição Generalizada de Pareto, *DGP*.

Nos capítulos seguintes desta dissertação de mestrado, analisam-se a distribuição *GVE*, capítulo 2.4, que surge associada à técnica das *SMA*, capítulo 2.5, e no capítulo 2.6 a *DGP* que surge incorporada na técnica das *SDP*, capítulo 2.7. Tanto no capítulo 2.5 como no capítulo 2.7, a aplicação prática destas técnicas é exemplificada com base no período de registos compreendido entre 1916/17 e 2000/01 da precipitação diária do posto udométrico de Castro Daire.

## 2.4 Distribuição generalizada de valores extremos (*GVE*)

Seja  $X$  uma variável aleatória que assume valores em  $\mathbb{R}$ . A frequência relativa com que ocorrem valores da variável define a distribuição de frequência ou distribuição de probabilidade de  $X$  e é especificada pela função de distribuição acumulada dada por:

$$F_X(x) = P(X \leq x) \tag{7}$$

sendo  $F_X(x)$  uma função não decrescente de  $x$ , e  $0 \leq F_X \leq 1$  para todo o  $x$ .

Na generalidade dos casos, interessa concentrar as atenções em variáveis aleatórias contínuas, onde se verifica  $P(X = x) = 0$  para todo o  $x$ . Quer isto dizer que as probabilidades pontuais são nulas. Neste caso  $F_X(\cdot)$  é uma função contínua e tem como inversa a função quantil de  $X$ ,  $x(\cdot)$ . Dado qualquer valor  $x_0$ , compreendido entre 0 e 1,  $x(x_0)$  é o único valor que satisfaz a equação (8):

$$F_X(x(x_0)) = x_0 \tag{8}$$

Para uma probabilidade  $p$ ,  $x_p$  é o quantil da probabilidade não excedente  $p$ , isto é, o valor tal que a probabilidade de  $X$  não exceder  $x_p$  é  $p$ . O objetivo da análise de frequência é estimar correctamente os quantis da distribuição de uma variável aleatória. Pretende-se assim calcular,

no caso da variável aleatória em estudo, a intensidade da precipitação diária com uma determinada frequência de não excedência (ou período de retorno).

A abordagem clássica da teoria de valores extremos, apresentada em 2.3, consiste em caracterizar o comportamento das caudas (superior ou inferior) da distribuição  $F_X$  a partir da distribuição dos máximos anuais. Assim, define-se  $M_n = \max(X_1, X_2, \dots, X_n)$  como o máximo de um conjunto de  $n$  valores da variável aleatória independentes e identicamente distribuídos (i.i.d.).

Para se obter a distribuição do mínimo usa-se a relação de simetria expressa em (9):

$$\min(X_1, X_2, \dots, X_n) = -\max(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (9)$$

Em teoria, a função de distribuição exacta do máximo pode ser obtida para todos os valores de  $n$ , da seguinte forma:

$$F_{M_n} = P(M_n \leq x) = P(X_1 \leq x, X_2, \dots, X_n \leq x) = \prod_{i=1}^n P(X_i \leq x) = [F_X(X)]^n \quad (10)$$

para  $x \in \mathbb{R}$  e  $n \in \mathbb{N}$ . Não obstante, este resultado não tem nenhuma utilidade prática se não se conhecer, primeiramente, a função de distribuição de  $F_X$ . Segundo COLES, 2001, uma possibilidade é utilizar técnicas estatísticas para estimar  $F_X$  para dados observados e substituir esta estimativa na equação acima. Infelizmente, pequenas discrepâncias na estimativa da função de distribuição conduzem, eventualmente, a consideráveis erros em  $[F_X(X)]^n$  (CASTRO DA SILVA, 2008).

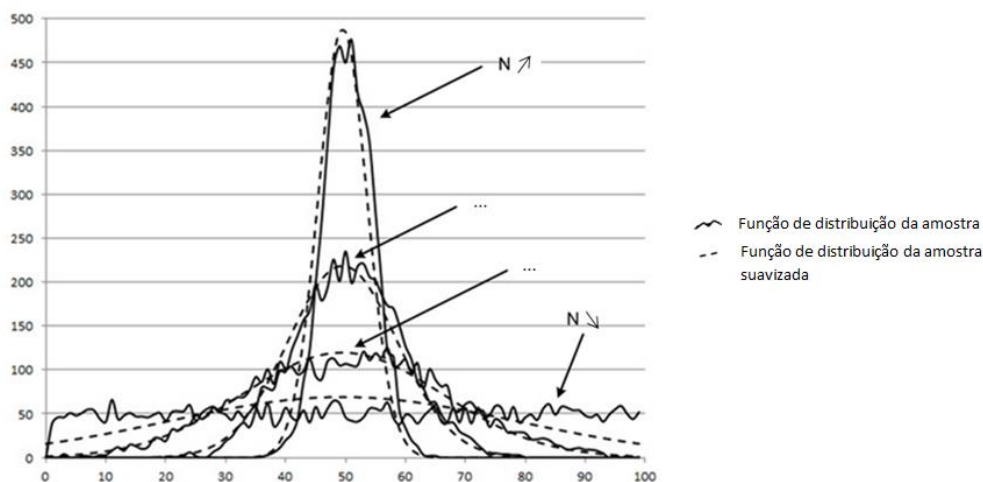
Face a isto, existem duas abordagens diferentes para se contornar o problema, sendo que a primeira abordagem recorre a um conceito semelhante ao do teorema do limite central (TLC) da estatística e a segunda relaciona o comportamento dos valores máximos de  $M_n$  com a cauda superior da função de distribuição  $F_X$ .

Para se entender correctamente a primeira abordagem, resumem-se seguidamente alguns conceitos chave do teorema do limite central (TLC).

O TLC é um importante resultado da estatística, dependendo deste a demonstração de muitos outros teoremas estatísticos. O teorema afirma que a média de uma amostra de  $n$  elementos de uma população tende para uma distribuição normal à medida que se vai aumentando a dimensão da amostra, independentemente da função de distribuição que se verifique para a amostra.

A função de distribuição da média ganha a forma de curva normal se se possuir diferentes combinações para cada resultado possível do espaço amostral. Isto é válido (no caso de amostras discretas) para amostras suficientemente grandes da população, sendo que o

“suficientemente grande” varia de acordo com a população. Para uma população com distribuição quase simétrica, a amostra pode ser tendencialmente menor do que para uma população cuja distribuição seja assimétrica (WIKIPÉDIA). O gráfico da Figura 1 demonstra a função de distribuição da média de uma determinada amostra à medida que o número de elementos da amostra  $N$  aumenta.



**Figura 1 - Demonstração do Teorema do Limite Central (TLC). Função de distribuição da média da amostra para número crescente de elementos da amostra.**

Deste modo, é permitido inferir sobre a população através da média amostral e, igualmente, do desvio padrão amostral. Se se constituísse uma amostra com todos os elementos da população, as características da amostra seriam exactamente iguais aos da população. Conquanto, isso pode ser demasiadamente custoso, moroso ou até mesmo impossível. Tomando como exemplo a precipitação diária num determinado local, facilmente se compreende que, uma vez que a precipitação diária não foi medida desde que há precipitação naquele local, não se conhece a população desta.

Está-se agora em condições de perceber a primeira abordagem para calcular, aproximadamente, a função de distribuição de máximos. Esta começa inicialmente, por aceitar que  $F_X$  é desconhecida, recorrendo assim ao conceito do Teorema do Limite Central, TLC, para estimar, com base em dados extremos, as famílias aproximadas dos modelos de  $[F_X(X)]^n$  (CASTRO DA SILVA, 2008).

Quanto a esta primeira abordagem não se acha pertinente prolongar mais a explicação uma vez que é com base na segunda que se calculam as funções de distribuição de máximos no âmbito desta dissertação de mestrado.

A segunda abordagem parte do pressuposto que o comportamento assintótico de  $M_n$  pode estar relacionado com a cauda de  $F_X$  próximo do limite superior do domínio da distribuição de

$X$ , pois são os valores máximos aqueles que se localizam perto desse limite. Dessa maneira, denota-se  $x_{F_X} = \max\{x \in \mathbb{R}: F_X < 1\}$ , o limite superior do domínio da distribuição de  $F_X$ .

Observa-se assim que:

$$\forall x, x < x_{F_X}, P(M_n \leq x) = [F_X(X)]^n \rightarrow 0, n \rightarrow \infty \quad (11)$$

enquanto que se se verificar  $x_{F_X} < \infty$ :

$$\forall x, x > x_{F_X}, P(M_n \leq x) = [F_X(X)]^n = 1, n \rightarrow \infty \quad (12)$$

Este resultado não fornece informação relevante uma vez que  $M_n$  é uma função degenerada (função cujo domínio consiste num único valor).

Ultrapassa-se esta dificuldade se se considerar as constantes  $\sigma_n > 0$  e  $\mu_n$  tais que:

$$M_n^* = \frac{M_n - \mu_n}{\sigma_n} \quad (13)$$

convirja para uma função não degenerada à medida que  $n \rightarrow \infty$ . Na equação anterior  $\mu_n$  é a média e  $\sigma_n$  o desvio-padrão dos valores máximos.

O teorema de Fisher-Tippett (1928)<sup>5</sup> garante a convergência em distribuição para o máximo centrado e normalizado ( $M_n^*$ ) se existirem sequências de constantes normalizadoras  $\sigma_n > 0$  e  $\mu_n$  e uma distribuição não degenerada  $H$  tal que:

$$\frac{M_n - \mu_n}{\sigma_n} \xrightarrow{d} H \quad (14)$$

onde  $\xrightarrow{d}$  representa convergência em distribuição<sup>6</sup>. Neste caso,  $H$  é do tipo de uma das três funções de distribuição que se segue:

#### 1. Tipo I de Gumbel:

$$H_I(x) = \exp \left\{ -\exp \left[ -\frac{(x - \mu)}{\sigma} \right] \right\}, x \in \mathbb{R} \quad (15)$$

<sup>5</sup> A demonstração deste resultado pode ser encontrado em Gnedenko (1943).

<sup>6</sup> A convergência em distribuição define-se do seguinte modo: seja  $X$  uma variável aleatória com função de distribuição acumulada  $F$  e sejam  $\{X_i\}_i$  uma sequência de variáveis aleatórias com respectivas funções de distribuição acumuladas  $\{F_i\}_i$  onde  $F_i$  é a função de distribuição acumulada de  $X_i$ . Diz-se, então, que  $X_i$  converge em distribuição para  $X$  quando  $n \rightarrow \infty$ , se  $F_n(x) \rightarrow F_x(x), \forall x \in F$ .

2. Tipo II de Fréchet:

$$H_{II}(x) = 0, \quad \text{se } x \leq 0 \quad (16)$$

$$H_{II}(x) = \exp \left\{ - \left[ \frac{(x - \mu)}{\sigma} \right]^{-\xi} \right\}, \quad \text{se } x > 0 \quad (17)$$

3. Tipo III de Weibull:

$$H_{III}(x) = \exp \left\{ - \left[ - \frac{(x - \mu)}{\sigma} \right]^{\xi} \right\}, \quad \text{se } x \leq 0 \quad (18)$$

$$H_{III}(x) = 1, \quad \text{se } x > 0 \quad (19)$$

onde  $\mu$  é o parâmetro de posição,  $\sigma$  o parâmetro de escala e  $\xi$  o parâmetro de forma.

De acordo com Fisher-Tippett, embora sejam todas diferentes, as três distribuições de valores extremos  $H_I(x)$ ,  $H_{II}(x)$  e  $H_{III}(x)$  são relacionáveis entre si, podendo-se mostrar que para  $X > 0$ :

$$X \sim H_{II}(x) \Leftrightarrow \ln(X^\xi) \sim H_I(x) \Leftrightarrow -X^{-1} \sim H_{III}(x) \quad (20)$$

Com isto, fica demonstrado que sempre que se pretende estudar o comportamento/distribuição dos máximos de uma variável aleatória sabe-se, à partida, que a função de distribuição de probabilidade é dada por uma das três acima apresentadas.

COLES, 2001, afirma que, na prática, há ainda dois problemas por resolver. Em primeiro lugar é necessária uma ferramenta estatística para escolher qual das três famílias de funções de distribuição é a mais apropriada. De seguida, é conveniente medir o grau de incerteza na escolha da família, o que não é possível, ou seja, parte-se do pressuposto que a escolha está correta desconhecendo-se se a incerteza adjacente à escolha é significativa ou não.

Por sua vez, Jenkinson (1951) mostrou que as três famílias de distribuições podem ser unificadas numa só, denominando-se esta por distribuição de valores extremos generalizada (GVE) (21).

$$H(x) = \exp \left\{ - \left[ 1 + \xi \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right\} \quad (21)$$

A função de distribuição GVE está definida em  $\left\{ x: 1 + \xi \frac{(x - \mu)}{\sigma} > 0 \right\}$  para  $-\infty < \mu < \infty$ ;  $\sigma > 0$  e  $-\infty < \xi < \infty$ , sendo o modelo tri-paramétrico, onde  $\mu$  é o parâmetro de localização,  $\sigma$  é o

parâmetro de escala e  $\xi$  é o parâmetro que determina a forma da distribuição. A GVE reduz-se a uma das três anteriores famílias de acordo o sinal de  $\xi$ :

- $\xi > 0$  tem-se a distribuição de Fréchet;
- $\xi < 0$  obtém-se a de Weibull;
- $\xi \rightarrow 0$  a distribuição assume a função de distribuição de Gumbell.

Desta forma, deixa de ser necessário escolher uma das três famílias para depois estimar-se o valor dos parâmetros, fazendo-se assim a escolha recorrendo directamente ao parâmetro  $\xi$ . O gráfico da Figura 2 apresenta os gráficos da função de distribuição GVE para  $\xi = -0.5$  (Weibull),  $\xi$  a tender para zero (Gumbel) e  $\xi = 0.5$  (Fréchet), com  $\mu = 0$  e  $\sigma = 1$ .

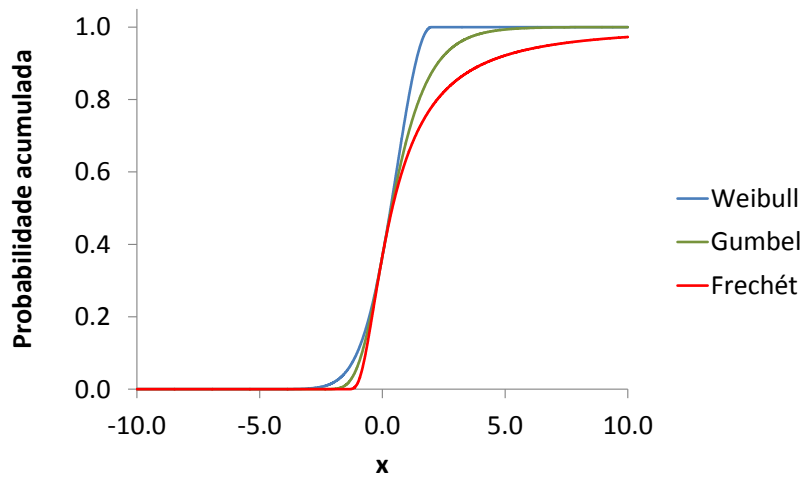


Figura 2 - Função de distribuição GVE para  $\xi = -0.5$  (Weibull),  $\xi$  a tender para zero (Gumbel) e  $\xi = 0.5$  (Fréchet), com  $\mu = 0$  e  $\sigma = 1$ .

Por sua vez, a função de densidade de probabilidade  $f_{dp}$  da função GVE obtém-se através da derivação da função de distribuição em relação a  $x$  (22).

$$h(x) = \frac{1}{\sigma} \left[ 1 + \xi \left\{ - \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right\} \right]^{-\left( \frac{1+\xi}{\xi} \right)} \exp \left\{ - \left[ 1 + \xi \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right\} \quad (22)$$

onde  $-\infty < x < \frac{\mu - \sigma}{\xi}$ , para  $\xi < 0$ , no caso da função de densidade de probabilidade de Weibull;  $\frac{\mu - \sigma}{\xi} < x < \infty$ , para  $\xi > 0$ , para a densidade de probabilidade de Fréchet e, quando  $\xi$  tende para zero, função de densidade de Gumbel, tem-se:

$$h(x) = \frac{1}{\sigma} \left\{ \exp \left( - \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \exp \left[ - \exp \left( - \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right] \right\} \quad \text{para } -\infty < x < \infty. \quad (23)$$



A Figura 3 reúne os gráficos da *fdp* da GVE para os mesmos valores dos parâmetros da Figura 2 ( $\xi = -0.5$ , Weibull,  $\xi$  a tender para zero, Gumbel e  $\xi = 0.5$ , Fréchet, com  $\mu = 0$  e  $\sigma = 1$ ).

Tecem-se ainda considerações relativas à forma das caudas das diferentes funções de densidade. No caso da função de densidade de Fréchet tem-se a chamada “cauda pesada” onde se verifica  $1 - H(x) \sim x^{-\frac{1}{\xi}}$ , ou seja, o decrescimento da função tem a forma exponencial, atingindo o zero no infinito. Por outro lado, para a densidade de Weibull, onde se tem uma “cauda leve”, a distribuição tem um ponto final finito em  $x = \frac{\mu - \sigma}{\xi}$  (menor valor de  $x$  para o qual  $H(x) = 1$ ). Por último, para  $\xi = 0$ , a cauda da distribuição está entre ambas as anteriores, na qual  $1 - H(x)$  decresce exponencialmente para grandes valores  $x$ . Atenta-se, por último, para o facto de as três famílias serem substancialmente diferentes nos extremos das funções, o que conduz, conseqüentemente, a resultados diferentes.

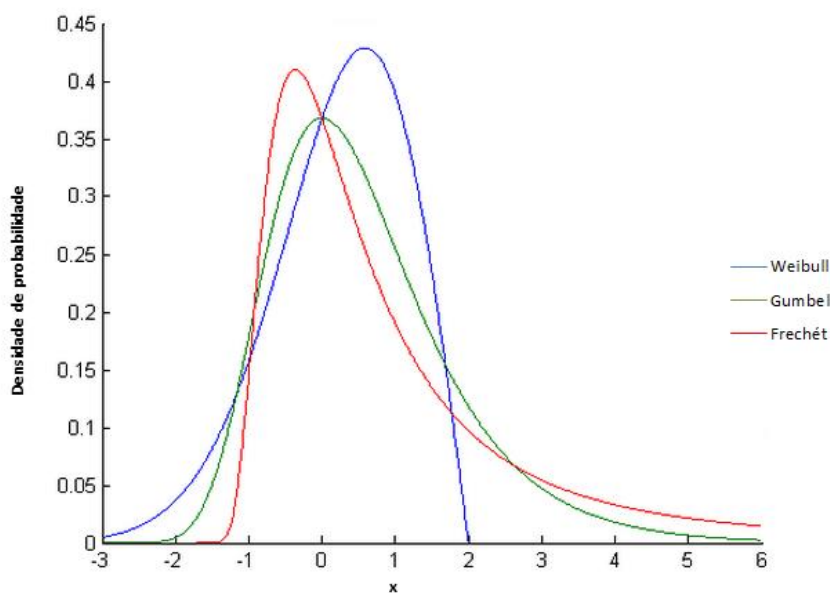


Figura 3 - Função densidade de probabilidade da distribuição Generalizada de Valores Extremos para, GVE,  $\xi = -0.5$  (Weibull),  $\xi$  a tender para zero (Gumbel) e  $\xi = 0.5$  (Fréchet), com  $\mu = 0$  e  $\sigma = 1$  (adaptado de MATHWORKS).

## 2.5 Técnica das Séries de Máximos Anuais (SMA)

### 2.5.1 Breves Considerações

Neste ponto do trabalho, passa-se à apresentação propriamente dita da técnica das Séries de Máximos Anuais, SMA. Pretende-se aqui demonstrar o processo de aplicação desta técnica, sendo que se exemplifica, com base no período de registos global do posto udométrico de

Castro Daire, os diferentes passos seguidos para o correcto emprego da técnica. Estima-se, para o mesmo posto, alguns quantis de probabilidade relevantes.

No presente trabalho, optou-se por descrever a série de precipitações diárias máximas anuais pela distribuição de Gumbel, equação (15), dado que é reconhecida em Portugal Continental como a lei estatística que melhor caracteriza o fenómeno da precipitação intensa (PEREIRA, 1995, pag.132). Assim, recorre-se a esta distribuição para a sistemática aplicação da técnica das SMA.

Primeiramente, apresenta-se a constituição da amostra para os dados de base de Castro Daire, amostra essa que é constituída a partir da recolha do valor máximo de cada ano.

Seguidamente, são apresentados e aplicados alguns conceitos da inferência estatística a esta amostra. Com isto, pretende-se estudar as características da amostra para assim poder estabelecer relações entre estas e as características da população, ou seja, as relações entre a amostra recolhida e o comportamento real da variável aleatória.

São então estimados, a partir dos dados da amostra, os valores dos parâmetros que particularizam a função de distribuição de probabilidades de Gumbel. Por último, recorrendo ao método dos momentos, estimam-se os quantis de probabilidades desejados com recurso aos factores de probabilidade introduzidos por Chow.

### **2.5.2 Constituição da amostra**

Em Portugal Continental, a análise de precipitações extremas é comumente efectuada recorrendo a Séries de Máximos Anuais (SMA). Tal apresentação pretende explicitar, não só a metodologia utilizada, como também dar a conhecer os cálculos necessários para a prática automática e eficaz da mesma. Complementa-se a exposição com aplicações numéricas exemplificativas tendo por base as precipitações diárias registadas no posto udométrico de Castro Daire, no período de 85 anos hidrológicos, compreendidos entre 1916/17 e 2000/01, Figura 4.

A constituição da amostra pelas SMA processa-se a partir de uma população de precipitações diárias registadas num período tão longo quanto possível. Para o efeito, importa dispor de uma população completa de observações recolhidas em intervalos de tempo regulares, no caso mencionado, em intervalos de tempo diários. Posteriormente, a partir dessa amostra pretende-se inferir um de dois tipos de resultados, ambos associados a uma dada escala temporal: estimativa da precipitação  $\hat{P}$  (mm) para um dado período de retorno  $T$  (anos), ou estimativa do quantil da probabilidade de ocorrência de um dado valor da precipitação  $P_{dma}$  (mm). Para o presente trabalho interessa apenas considerar o primeiro dos anteriores resultados visto fornecer a informação de base para o dimensionamento de projectos hidráulicos ou de outro cariz onde intervenha a precipitação.

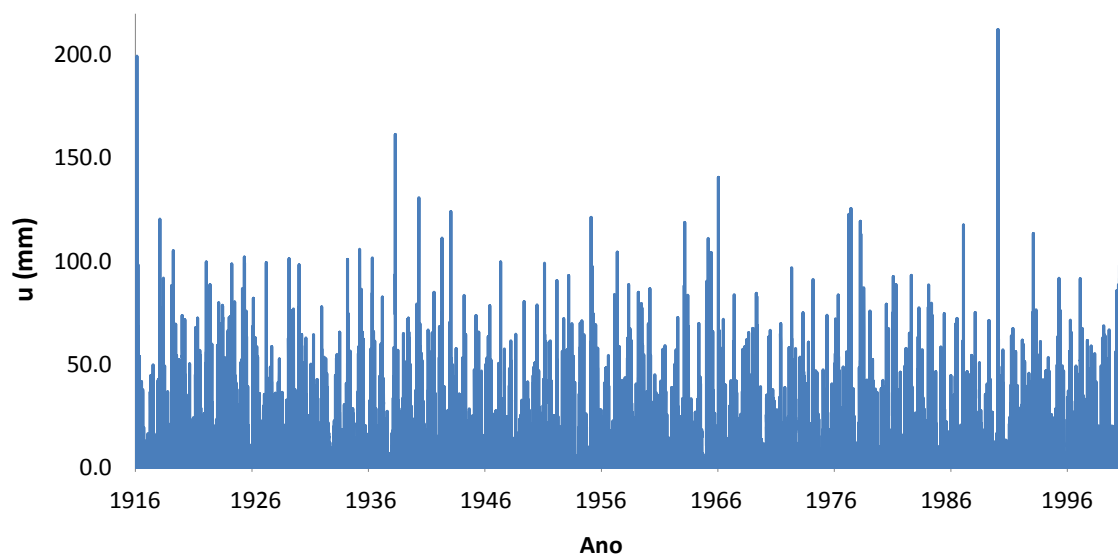


Figura 4 - Precipitações diárias em Castro Daire entre 1916/17 e 2000/01.

Na técnica da SMA aplicada à escala diária, a amostra é constituída pela extração do maior valor da precipitação diária em cada ano hidrológico, resultando, assim, para  $N$  anos de registos, uma amostra de  $N$  elementos. Para assegurar a representatividade da amostra e a posterior qualidade dos resultados a obter, a amostra tem de apresentar uma dimensão mínima. De acordo com NAGHETTINI, PINTO, 2007, pode-se arbitrariamente categorizar a dimensão das amostras em pequenas, se o número de elementos  $N$  for menor ou igual a 25, e grande, se for maior ou igual a 70. Acrescenta-se ainda que quanto maior for a amostra melhor será a estimativa, daí que, como facilmente se percebe, estimativas com base em amostras maiores sejam mais fiáveis que as decorrentes de amostras menores.

Percebe-se assim, que a amostra que irá ser alvo de análise na técnica das SMA é constituída pelas  $N$  precipitações diárias máximas anuais,  $P_{dma}$ , referentes aos  $N$  anos de registos, sendo a partir da mesma que se infere sobre o comportamento da população. Esta população que engloba todas as realizações da variável aleatória é, como explicado anteriormente, desconhecida.

Na Tabela 5 apresenta-se a amostra de precipitações diárias máximas anuais no posto de Castro Daire.

### 2.5.3 Inferência estatística

A inferência estatística é um processo de raciocínio indutivo, em que se procuram tirar conclusões indo do particular para o geral. É um tipo de raciocínio contrário ao do raciocínio matemático, essencialmente dedutivo. A inferência estatística é utilizada quando se pretende

estudar uma população, estudando só alguns elementos dessa mesma população, ou seja, os elementos da amostra. Infere-se assim, a partir das propriedades da amostra, propriedades da população (MARTINS, 2006).

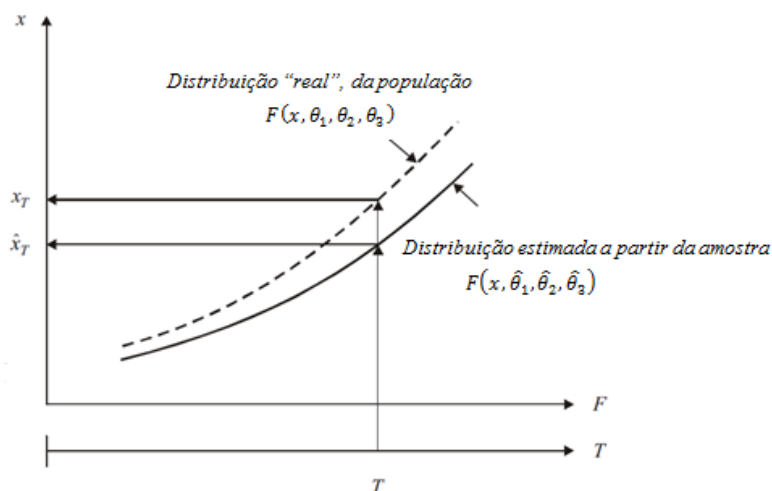
Cada estatística descritiva, ou seja, cada parâmetro, é uma característica numérica da população. Para o cálculo, apenas aproximado, destes parâmetros considera-se uma função conveniente, que só dependa dos valores da amostra a que se dá o nome de estimador do parâmetro em estudo. Ao valor dessa função a que se chamou estimador, calculada para uma determinada amostra recolhida, dá-se o nome de estimativa (MARTINS, 2006).

**Tabela 5 - Precipitações diárias máximas anuais, Pdma, do posto udométrico de Castro Daire, entre 1916/17 e 2000/01.**

Ano	PDMA	Ano	PDMA	Ano	PDMA	Ano	PDMA
1916/17	199.4	1938/39	161.4	1959/60	84.9	1980/81	79.1
1917/18	49.6	1939/40	72.4	1960/61	86.6	1981/82	92.5
1918/19	120.4	1940/41	130.8	1961/62	59.1	1982/83	93.1
1919/20	105.0	1941/42	84.9	1962/63	72.6	1983/84	77.4
1920/21	73.6	1942/43	111.2	1963/64	118.8	1984/85	88.5
1921/22	72.4	1943/44	124.0	1964/65	90.2	1985/86	74.5
1922/23	99.6	1944/45	83.4	1965/66	111.0	1986/87	72.2
1923/24	79.8	1945/46	73.6	1966/67	140.6	1987/88	117.5
1924/25	98.6	1946/47	78.4	1967/68	83.7	1988/89	75.1
1925/26	102.0	1947/48	99.6	1968/69	67.4	1989/90	212.3
1926/27	82.0	1948/49	64.6	1969/70	84.4	1990/91	62.3
1927/28	99.3	1949/50	80.4	1970/71	66.5	1991/92	67.3
1928/29	52.6	1950/51	78.8	1971/72	69.7	1992/93	75.2
1929/30	101.2	1951/52	99.0	1972/73	96.8	1993/94	113.4
1930/31	98.2	1952/53	90.6	1973/74	74.9	1994/95	53.3
1931/32	77.8	1953/54	93.0	1974/75	91.1	1995/96	91.7
1932/33	53.4	1954/55	71.0	1975/76	73.8	1996/97	71.4
1933/34	65.6	1955/56	121.2	1976/77	83.6	1997/98	91.5
1934/35	100.8	1956/57	54.3	1977/78	125.5	1998/99	62.8
1935/36	105.8	1957/58	104.4	1978/79	119.3	1999/00	68.7
1936/37	101.6	1958/59	88.6	1979/80	75.8	2000/01	120.2
1937/38	82.6						

Após a escolha da função de distribuição a utilizar, é necessário calcular os valores numéricos dos parâmetros dessa distribuição  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \dots, \theta_k$ . Desse modo, será possível calcular determinados quantis ou probabilidades de acontecimentos hipotéticos que não se apresentem na amostra, conforme descrito. Visto uma amostra não traduzir de um modo perfeito o comportamento paramétrico da população, é de ressaltar que o cálculo daqueles parâmetros seja sempre imbuído de alguma incerteza, impossível de ser contornada. Desse cálculo resultam, assim, estimativas dos parâmetros  $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_i, \dots, \hat{\theta}_k$  que se consideram

suficientemente fidedignas para permitir considerar como representativo da população o modelo de distribuição de probabilidades da amostra associado a esses parâmetros. O gráfico da Figura 5 ilustra, de um modo simples, a diferença entre as estimativas dos parâmetros e o seu valor real inerente à população.



**Figura 5 - Diferença entre a função de distribuição da população e a estimada (adaptado de PLAVŠIĆ , 2006).**

Em jeito de reflexão, considere-se o seguinte: se, em face de uma amostra de uma dada população, houvessem outras amostras extraídas dessa mesma população, seria de esperar que as estimativas produzidas a partir das diferentes amostras,  $\hat{\theta}_i$ , não fossem exactamente iguais entre si. Com um número suficientemente grande de diferentes amostras, as estimativas dos diferentes parâmetros constituiriam, por si só, variáveis aleatórias passíveis de serem analisadas e avaliadas de acordo com as estatísticas descritivas. Não obstante, no contexto deste trabalho, restringe-se o estudo à estimativa de um determinado parâmetro com base na amostra recolhida considerando-o como descriptor do comportamento da população.

Uma vez constituída a amostra de máximos anuais, é necessário trabalhar os dados por forma a serem possíveis as estimações em vista. Recorre-se para o efeito, à sumarização dos mesmos por meio destes parâmetros ou estatísticas descritivas, estatísticas essas que são medidas-resumo que sintetizam, de modo simples e eficiente, o padrão de distribuição da variável em questão. As estatísticas descritivas podem ser agrupadas em três tipos distintos: medidas de tendência central, medidas de dispersão e medidas de assimetria e de curtose (NAGHETTINI, PINTO, 2007).

Relativamente às medidas de tendência central, a moda,  $x_{MO}$ , é o valor que ocorre com maior frequência e a mediana  $x_{MD}$  aquele que divide a amostra (crescentemente ordenada) numa primeira metade onde os valores são inferiores e uma segunda onde os valores são superiores.

A média é calculada pela equação (24) e consiste na medida de tendência central com maior relevância para a análise em curso.

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (24)$$

Relativamente às medidas de dispersão, têm-se os parâmetros da variância e do desvio-padrão como mais usuais. Define-se a variância de uma amostra como sendo o desvio quadrático médio, uma vez que eleva ao quadrado os desvios em relação à média. Para conservar as unidades da variável, nas aplicações efectuadas em mm, define-se o desvio padrão,  $s$ , como a raiz quadrada do desvio quadrático médio, ou seja, a raiz quadrada da variância ( $s^2$ ), conforme exprimem as equações (25) e (26).

$$s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \quad (25)$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (26)$$

O terceiro tipo de estatísticas diz respeito a medidas de assimetria, onde se destaca o coeficiente de assimetria e as medidas de curtose, aqui representadas pelo coeficiente de curtose. Ambas são importantes caracterizações da forma do polígono de frequências de uma amostra, caracterizando-se por tomarem como base valores acumulados de potências superiores a dois dos desvios dos pontos amostrais em relação à média, NAGHETTINI, PINTO, 2007. A equação (27) representa o cálculo do parâmetro,  $g$ , coeficiente de assimetria:

$$g = \frac{N}{(N-1)(N-2)} \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^3}{s^3} \quad (27)$$

À excepção do primeiro quociente do segundo termo, que serve apenas de correcção da estimativa da população (correcção do viés), o coeficiente  $g$  reflecte e acentua a contribuição acumulada dos desvios positivos e negativos, em relação à média amostral. Para um valor de  $g$  positivo observa-se que a moda amostral é inferior à mediana, e, por sua vez, inferior à média. Por outro lado, para um valor de  $g$  negativo, constata-se que a moda amostral é superior à

mediana que, por sua vez, é superior à média. Para  $g \cong 0$ , as três medidas de tendência central tendem a concentrar-se num mesmo valor.

As séries hidrológicas referentes a eventos máximos, em geral, possuem coeficientes de assimetria positivos, sendo esta constatação particularmente verdadeira para as amostras de caudais máximos anuais. De facto, tais séries apresentam muito frequentemente uma grande concentração de valores não muito inferiores e não muito superiores aos caudais de cheia anuais médios que, em geral são contidos pelos leitos menores das secções fluviais. Entretanto, a rara combinação de condições hidrometeorológicas excepcionais e de elevado teor de humidade do solo pode determinar a ocorrência de cheias muito excepcionais, com caudal máximo muitas vezes superior à média anual. Bastam apenas algumas ocorrências dessas cheias excepcionais para determinar a forma assimétrica do polígono de frequências dos caudais máximos anuais e, conseqüentemente, valores positivos para o coeficiente de assimetria,  $g$ , NAGHETTINI, PINTO, 2007. No respeitante à análise de precipitações extremas, o comportamento do coeficiente de assimetria será em tudo semelhante à análise de caudais máximos anuais.

Uma medida do quão pontiagudo ou achatado é o histograma (ou o polígono) de frequências em torno da média amostral, pode ser calculada pelo coeficiente de curtose, definido por (28).

$$k = \frac{N^2}{(N-1)(N-2)(N-3)} \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^4}{s^4} \quad (28)$$

onde, novamente, o primeiro quociente do segundo termo da equação deve-se a correcções do viés. Visto que o cálculo deste coeficiente tem na sua gene a soma de potências à quarta surge a necessidade de se estar perante uma amostra relativamente grande  $N \cong 200$  NAGHETTINI, PINTO, 2007, para produzir estimativas confiáveis do grau de achatamento da função de distribuição de frequências. A análise do coeficiente de curtose é ainda mais preponderante quando aplicado em distribuições aproximadamente simétricas. Isto deve-se a ser um indicador do chamado peso relativo das caudas das distribuições. Com efeito, como o valor do coeficiente  $k$  indica o quão aglomerados estão os pontos amostrais em torno da média, realça a noção da distribuição dos valores muito distantes daquele valor central e, por conseguinte, das frequências que se concentram nas caudas inferior e superior.

O coeficiente de curtose, embora constitua um importante complemento para a caracterização da forma das funções densidade (ou massa) de probabilidade, encontram aplicações menos frequentes na modelação de variáveis aleatórias hidrológicas, em parte pela quantidade de dados de base, na grande maioria dos casos, não ser suficiente para garantir a fiabilidade da sua estimativa.

A Tabela 6 apresenta as estatísticas descritivas de maior relevância para a técnica das SMA relativas à amostra de precipitações diárias máximas anuais do posto udométrico de Castro Daire.

**Tabela 6 - Estatísticas descritivas da amostra da série de precipitação diária máxima anual constituída a partir dos dados da estação udométrica de Castro Daire**

$\bar{x}$ (mm)	$s^2$ (mm <sup>2</sup> )	$s$ (mm)	$g$ (-)	$k$ (-)
90.86	777.23	27.88	1.87	5.66

#### 2.5.4 Estimativa dos quantis de probabilidade pelo método dos momentos

Em associação com a função de distribuição escolhida, distribuição de Gumbel, procede-se à análise de frequências recorrendo à particularização da mesma pelo método do factor de probabilidade, introduzido por CHOW, 1964, a partir da média e do desvio-padrão da amostra recolhida a que, por sua vez, foram igualados a média e o desvio-padrão da distribuição,  $\mu$  e  $\sigma$ , respectivamente (ROSA, 2011).

Relativamente ao método utilizado para estimação dos parâmetros das distribuições estatísticas a partir de amostras, de entre os existentes (método dos momentos, método da máxima verosimilhança, método dos momentos-L, método da máxima entropia, método dos mínimos quadrados, método generalizado dos momentos e método das probabilidades pendoradas), MADSEN, et al., 1997, afirma nas conclusões do seu estudo que a técnica das Séries de Máximos Anuais, SMA, associada à distribuição Generalizada de Valores Extremos (GVE), e particularização dos parâmetros pelo Método dos Momentos (MM) é a mais apropriada à estimativa de quantis de probabilidade extremos de uma variável aleatória hidrológica, nomeadamente, quando em presença de amostras de pequena dimensão. Por sua vez ROSBERG, et al., 1992, conclui que, em termos do Erro Quadrático Médio (EQM)<sup>7</sup>, que a estimação dos parâmetros da distribuição escolhida pelo método dos momentos é mais eficiente do que pelo Método Ponderado das Probabilidades (MPP) no âmbito da análise de frequências pela técnica das Séries de Duração Parcial, SDP, associada à distribuição generalizada de Pareto. Acrescenta-se ainda o facto de este método ser o mais simples de todos os mencionados atrás. Assim, nesta dissertação de trabalho, recorre-se sistematicamente à estimação dos parâmetros das funções de distribuição de probabilidades pelo método dos momentos, quer ao longo do presente capítulo quer posteriormente aquando da demonstração da técnica das SDP. Assegura-se assim uma comparação razoável entre os resultados das técnicas pela uniformização do método de estimação.

<sup>7</sup> Em estatística, o Erro Quadrático Médio (EQM) é uma forma de avaliar a diferença entre um estimador e o verdadeiro valor da quantidade estimada. O EQM mede a média do quadrado do erro, com o erro sendo o montante pelo qual o estimador difere da quantidade a ser estimada.



O método dos momentos caracteriza-se por igualar os momentos da amostra aos momentos populacionais obtendo como resultado dessa operação as estimativas dos parâmetros em causa. Formalmente, designe-se por  $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_N\}$  as observações de uma amostra aleatória simples constituída a partir de uma população. Se a função de densidade de probabilidade dessa mesma população,  $f_X$ , tiver  $k$  parâmetros,  $\theta_k$ , ou seja,  $f_X(x, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \dots, \theta_k)$  e se  $\alpha_j$  e  $m_j$  forem, respectivamente, os momentos populacionais e os momentos amostrais, o sistema fundamental  $k$  equações a  $k$  incógnitas dado pelo método dos momentos fica (29):

$$\alpha_i(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \dots, \theta_k) = m_j \text{ com } i = 1, 2, \dots, k \quad (29)$$

As soluções da equação anterior serão as estimativas dos parâmetros  $\theta_k, \hat{\theta}_k$ .

Em particular, se  $X$  é uma variável aleatória discreta com função de probabilidade  $p(x)$ , temos (30):

$$\mu_n = \sum X^n p(X) \quad (30)$$

Por outro lado, se  $X$  for uma variável aleatória contínua com função densidade de probabilidade  $f(x)$ , então tem-se (31):

$$\mu_n = \int_{-\infty}^{+\infty} X^n f(X) dX \quad (31)$$

Note-se agora que se  $X$  for uma variável aleatória com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ , as seguintes relações são válidas para os dois primeiros momentos populacionais (32) e (33):

$$E(X) = \mu \quad (32)$$

$$E(X^2) = \sigma^2 + \mu^2 \quad (33)$$

A primeira igualdade (32), é fácil de entender, uma vez que:

$$\alpha_1 = m_1 \Leftrightarrow E(X) = \frac{1}{N} \sum_i^N X_i \Leftrightarrow \int X \cdot f_X dx = \bar{X} \quad (34)$$

Quanto à segunda igualdade (33), note-se que  $Var(X) = E(X^2) - E(X)^2$  de onde se deduz que  $E(X^2) = Var(X) + E(X)^2 = \mu^2 + \sigma^2$ .

Define-se então o  $n$ -ésimo momento amostral, denotado por  $m_n$ , por:

$$m_n = \frac{1}{N} \sum_i^N X_i^n, \quad n = 1, 2, \dots \quad (35)$$

Uma vez que no âmbito do factor de probabilidade são necessários os dois primeiros momentos, se se considerar uma variável aleatória  $X$ , com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ , estes são dados por, respectivamente (36) e (37):

$$\hat{\mu} = m_1 = \frac{1}{N} \sum_i^N X_i = \bar{x} \quad (36)$$

$$\hat{\sigma}^2 = m_2 - m_1^2 = \frac{1}{N} \sum_i^N X_i^2 - \bar{X}^2 = \sigma^2 \quad (37)$$

O método do factor de probabilidade, que decorre directamente do método dos momentos (HENRIQUES, 1990, p. 319, citado por ROSA, 2011), permite estimar o valor do quantil de uma variável aleatória com determinado período de retorno ou frequência. A equação que define a estimação do quantil com a aplicação do factor de probabilidade é dada por CHOW, 1964:

$$x_T = \mu_X + K_{DIST}^F \sigma_X \quad (38)$$

em que  $K_{DIST}^F$  traduz o factor de probabilidade que depende de  $F$  e da distribuição estatística escolhida. Substituindo  $\mu_X = \bar{x}$  e  $\sigma_X = \sigma^2$ , a equação (38) fica:

$$x_T = \bar{x} + K_{DIST}^F \cdot \sigma^2 \quad (39)$$

Por último, o factor de probabilidade que corresponde à lei estatística de Gumbel é dado pela expressão (40):

$$K_{GUMBEL}^F \cong -\frac{\sqrt{6}}{\pi} \left[ \delta + \ln \left( \ln \frac{T}{T-1} \right) \right] \quad (40)$$

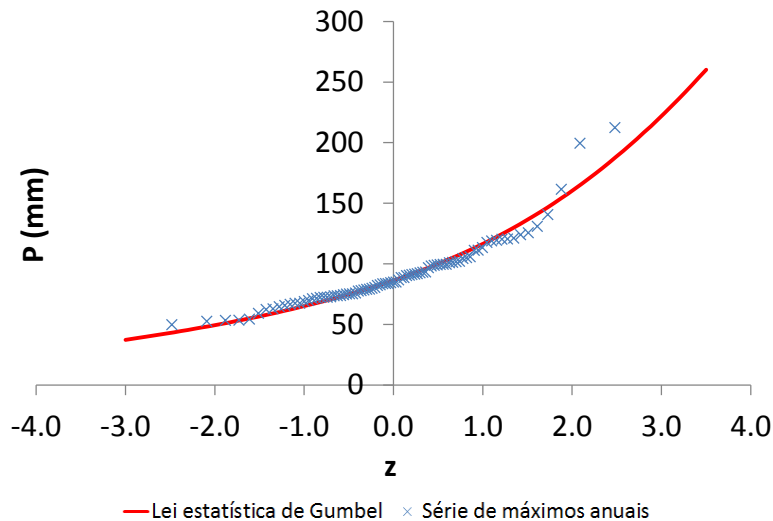
onde  $\delta = 0.577216$  é a constante de Euler-Mascheroni.

No caso concreto da aplicação da técnica das SMA ao posto udométrico de Castro Daire, o gráfico da Figura 6 apresenta os pontos amostrais da amostra de máximos anuais constituída com base no período de 1916/17 - 2000/01, bem como a variação da lei estatística de Gumbel com o factor  $z^8$ . De referir que o factor  $z$  está directamente relacionado com o período de retorno e, conseqüentemente, com a frequência através de (41):

$$z = normalinversa \left( \frac{T-1}{T} \right) = normalinversa (f) \quad (41)$$

---

<sup>8</sup> O factor  $z$  é usualmente utilizado na representação de leis estatísticas, visto ter a particularidade de linearizar a lei estatística normal.



**Figura 6 - Posto de Castro Daire. Período global de 1916/17- 2000/01. Aplicação da técnica das séries de máximos anuais, SMA.**

Na Tabela 7, tabela que se segue, apresenta-se por fim, o cálculo de cinco quantis de probabilidade futuramente utilizados na comparação das estimativas das técnicas das SMA, técnica estudada no presente capítulo, e das SDP, técnica alvo de estudo nos capítulos que se seguem.

**Tabela 7 - Estimativa de diferentes quantis de probabilidade da precipitação diária anual. Frequências escolhidas, período de retorno correspondente, factor de probabilidade e valor da estimativa em mm.**

$f$ (-)	$T$ (anos)	$k$ (-)	$\bar{X}$ (mm)
0.50	2.00	-0.164	86.28
0.75	4.00	0.521	105.40
0.90	10.00	1.305	127.23
0.95	20.00	1.866	142.88
0.99	100.00	3.137	178.31

## 2.6 Distribuição Generalizada de Pareto (DGP)

### 2.6.1 Formulação matemática das funções de distribuição de Pareto

A Distribuição Generalizada de Pareto (DGP) foi introduzida por PICKANDS, 1975, e desde então tem vindo a ser estudada por DAVIDSON, SMITH, 1984, CASTILLO, 1997, 2008, entre outros. A sua aplicação prática tem sido como modelo descritivo de caudas de distribuições

com cauda pesada. A DGP tem também sido aplicada à modelação de excedências em várias áreas da ciência como por exemplo, hidrologia, seguros, finanças e ciências ligadas ao meio ambiente.

Suponha-se  $x_1, \dots, x_n$  as ocorrências de uma variável aleatória i.i.d. tendo como função de distribuição  $F_x$ . Considere-se ainda  $x_F$  o limite superior de  $F_x$ . Denominam-se de limiares altos os valores contínuos no domínio de  $X$  que se situem perto de  $x_F$ . Conjuntamente, dá-se o nome de “excedências” aos valores  $x_i$  superiores ao limiar  $u$  ( $x_i > u$ ). A equação (42) contabiliza o número de excedências, face a um limiar  $u$ , verificadas entre as  $n$  ocorrências da mesma variável.

$$N_u = \sum_{i=1}^n 1_{(X_i > u)}, \text{ onde } 1_{(X_i > u)} = 1 \text{ se } X_i > u \quad (42)$$

$$1_{(X_i > u)} = 0 \text{ se } X_i \leq u$$

O valor das excedências são denotadas por  $Y_1, \dots, Y_{N_u}$ , onde  $Y = X - u$ . O gráfico da Figura 7 apresenta, as excedências de uma variável aleatória face a um limiar  $u$ .

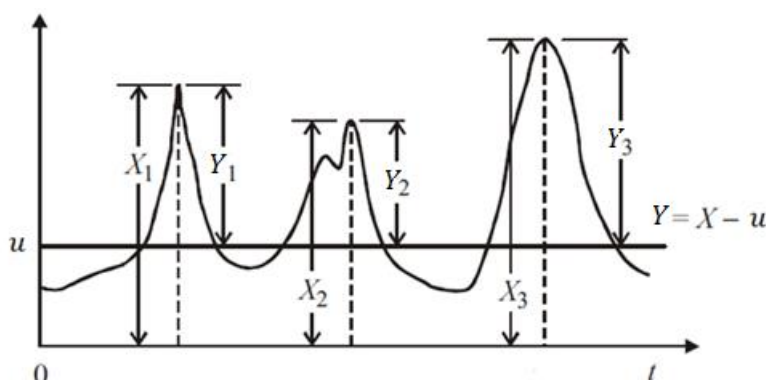


Figura 7 - Excedências de uma variável aleatória para um limiar  $u$  (adaptado de PLAVŠIĆ, 2006).

Percebe-se desde já a principal diferença entre esta abordagem e a abordagem clássica da técnica das SMA. Enquanto que a abordagem clássica baseia-se na análise do valor máximo em cada época<sup>9</sup>, a SDP permite a análise de todos os dados disponíveis que excedem um limiar  $u$ . À partida, se o limiar não for demasiado elevado, o método SDP permite a constituição de uma amostra composta por mais elementos que a amostra constituída com base no método das SMA.

Para um determinado limiar  $u$ , a distribuição dos valores  $X$ , acima de  $u$  é dada por:

<sup>9</sup> No caso da variável aleatória da precipitação diária, uma época corresponde a um ano hidrológico.

$$P(X > u + y | X > u) = \frac{1 - F(u + y)}{1 - F(u)}, \quad 0 \leq y \leq x_F - u \quad (43)$$

Como referido anteriormente, a função de Distribuição Generalizada de Pareto, DGP, deriva da função de distribuição GVE. Tendo isto em conta e para a demonstração de tal facto, considere-se a função de distribuição GVE:

$$F(x) = \exp \left\{ - \left[ 1 + \xi \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right\}, \quad \forall \mu, \sigma > 0 \text{ e } \xi \in \mathbb{R} \quad (44)$$

Note-se também que  $\ln F(x) \approx - \left[ 1 + \xi \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}}$  e que, para valores de  $x$  elevados deve-se fazer uma expansão de Taylor de forma que  $\ln F(x) \approx -\{1 - F(x)\}$ . Com isto, substituindo e re-arranjando para  $u$ , tem-se:

$$1 - F(u) \approx \frac{1}{n} \left[ 1 + \xi \left( \frac{u - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \quad (45)$$

De forma similiar:

$$1 - F(u + y) \approx \frac{1}{n} \left[ 1 + \xi \left( \frac{u + y - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \quad \text{para } y > 0 \quad (46)$$

Obtém-se, por último:

$$P(X > u + y | X > u) = \frac{1 - F(u + y)}{1 - F(u)} = \frac{\frac{1}{n} \left[ 1 + \xi \left( \frac{u + y - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}}}{\frac{1}{n} \left[ 1 + \xi \left( \frac{u - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}}} = \left( 1 + \frac{\xi y}{\tilde{\sigma}} \right)^{-\frac{1}{\xi}} \quad (47)$$

onde  $\tilde{\sigma} = \sigma + \xi(u - \mu)$ . Os parâmetros  $\mu$ ,  $\sigma$ ,  $\xi$ , são, respectivamente os parâmetros de posição (neste caso, o valor do limiar, ou seja,  $u$ ), escala e forma.

Conclui-se que a função de distribuição  $(X - u)$ , condicionada por  $X > u$  é dada aproximadamente por (CASTRO DA SILVA, 2008):

$$H(y) = H(x - u) = 1 - \left( 1 + \xi \frac{x - u}{\sigma} \right)^{-\frac{1}{\xi}} \quad \forall y > 0 \text{ e } \xi \frac{x - u}{\sigma} > 0 \quad (48)$$

A distribuição definida em (48) é chamada de função de distribuição Generalizada de Pareto (DGP). Esta função de distribuição condicional, à semelhança do que ocorre com a função GVE, representa a unificação de três outras distribuições. Assim, enquanto que a distribuição GVE é uma distribuição limite para o máximo de uma variável, a distribuição Generalizada de

Pareto é a forma paramétrica para as distribuições limite de excedências acima de um determinado limiar (Teorema de Balkemade-Haan).

As distribuições generalizadas de Pareto tomam as seguintes formas:

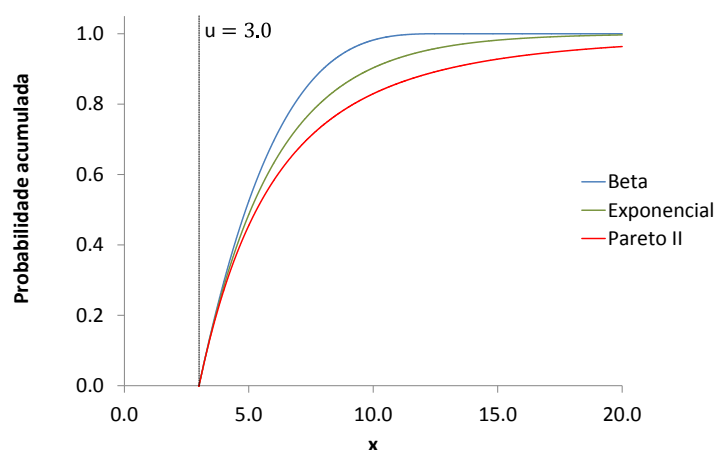
- distribuição Exponencial ( $\xi = 0$ );
- distribuição de Pareto tipo II ( $\xi > 0$ );
- distribuição de Pareto comum ou Beta ( $\xi < 0$ ).

Constata-se que os parâmetros das distribuições DGP, no âmbito dos SDP, são semelhantes aos associados à família de distribuições GVE. Tem-se assim, no limite, quando  $\xi \rightarrow 0$ , para a função de distribuição de  $(X - u)$ , condicionalmente limitada por  $X > u$ , aproximadamente a seguinte função:

$$H(y) = H(x - u) = 1 - \exp\left(-\frac{x - u}{\sigma}\right) \quad (49)$$

Esta expressão tem a sua similiaridade com função de Gumbel apresentada em (15).

Na figura que se segue, Figura 8, relacionam-se as três diferentes funções de distribuição de probabilidade, *FDP*, que derivam directamente da Generalizada de Pareto para diferentes valores de  $\xi$ , nomeadamente,  $\xi = -0.3$  (Pareto comum ou Beta),  $\xi = 0$  (exponencial) e  $\xi = 0.3$  (Pareto tipo II), todas com  $\sigma = 3.0$  e um valor do limiar  $u = 3.0$ . Note-se neste ponto que tal como ocorria para a distribuição GVE, na distribuição DGP, o parâmetro  $\xi$  assume um papel fulcral na determinação das caudas da distribuição.



**Figura 8 - Função de distribuição DGP para  $\xi = -0.3$  (Pareto comum ou Beta),  $\xi$  a tender para zero (Exponencial) e  $\xi = 0.3$  (Pareto tipo II), com  $u = 3.0$  e  $\sigma = 3.0$ .**

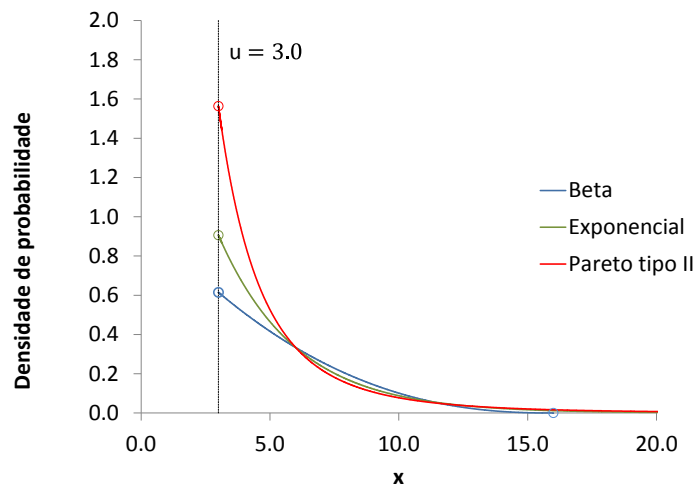
Pela derivação da equação (48), equação da função de distribuição de probabilidade,  $FDP$ , calcula-se a função de densidade de probabilidade,  $fdp$ , (50). Esta encontra-se representada no gráfico da Figura 9, uma vez mais para os diferentes sinais do parâmetro  $\xi$ :

$$h(x - u) = \frac{1}{\sigma} \left( 1 + \xi \frac{(x - u)}{\sigma} \right)^{-1-1/\xi} ; \quad \xi \neq 0 \quad (50)$$

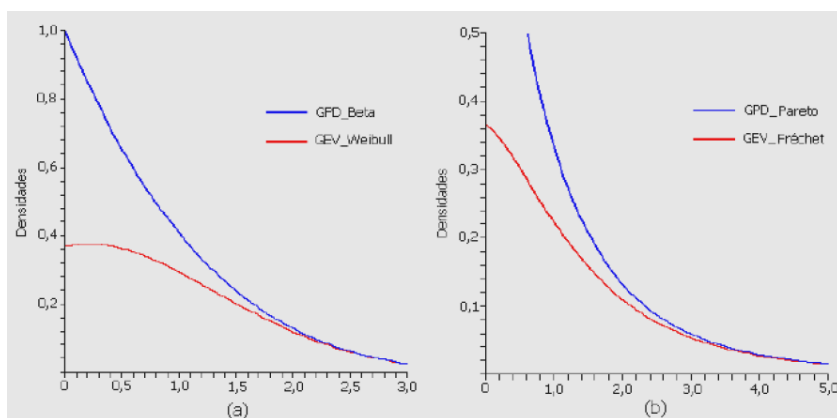
As famílias de distribuições GVE e DGP encontram-se relacionadas por:

$$F(x) = 1 + \ln(H(x)), \quad \ln(H(x)) > -1 \quad (51)$$

A Figura 10 apresenta ainda a relação entre ambas as funções de densidade de probabilidade das distribuições DGP e GVE, respectivamente para as distribuições de Beta e Weibull, DGP, e as distribuições de Pareto tipo II e Frechét, GVE. Conclui-se pela observação dos gráficos da figura que as funções de densidade possuem a cauda direita assintoticamente equivalentes, facto este que seria de esperar uma vez que para  $x$  suficientemente grande, o valor do limiar deixa de ter influência na expressão da densidade de probabilidade da distribuição DGP.



**Figura 9 - Função densidade de probabilidade da DGP para  $\xi = -0.3$  (Beta ou Pareto comum),  $\xi$  a tender para zero (Exponencial) e  $\xi = 0.3$  (Pareto tipo II), com  $u = 3.0$  e  $\sigma = 3.0$ .**



**Figura 10 - Comparação das caudas das funções de densidade de probabilidade GVE e DGP. (a) Pareto comum (Beta) e Weibull, ambas com  $\xi = -0.2$ ; (b) Pareto tipo II e Fréchet, ambas com  $\xi = -0.2$ . As funções de densidade da GVE apresentam  $\mu = 0.0$  e todas as funções de densidade apresentam  $\sigma = 1.0$  (adaptado de CASTRO DA SILVA, 2008).**

### 2.6.2 Análise de frequência e período de retorno no contexto SDP

Apresentou-se anteriormente a função de distribuição de probabilidades, *FDP*, que como se ver  no capítulo seguinte, em conjunto com o modelo de ocorrências de Poisson são geralmente utilizados no âmbito da técnica das SDP para descrever a taxa de excedências dos eventos e a magnitude dos picos excedentes sobre o limiar estabelecido (STEDINGER, et al., 1993 citado por NAGHETTINI, PINTO, 2007, pp. 339).

Note-se, no entanto, a diferença existente entre a frequência de ocorrências da variável aleatória no campo das SMA, frequência anual e a frequência de ocorrências no campo das SDP que, por definição, é independente do tempo. Assim, é essencial compatibilizar os períodos de retorno, previamente a qualquer demonstração de fórmulas de estimação de quantis de probabilidade. De outro modo, os resultados obtidos não seriam comparáveis.

Visto ser critério de projecto no dimensionamento de estruturas hidráulicas um período de retorno expresso em anos, opta-se por fazer depender do tempo, com uma frequência anual, a taxa de excedências no âmbito das SDP. Apresenta-se seguidamente a dedução simplificada da fórmula que permite a estimação dos quantis de probabilidade no campo das SDP para uma frequência de máximos anuais.

Supondo-se que o número anual médio de excedências face ao limiar  $u$ , seja um estimador da taxa de ocorrências  $\lambda$ , da distribuição de Poisson,   possível demonstrar que a relação entre a função de distribuição de probabilidades para máximos anuais  $F_{ma}(x)$ , a razão de ocorrência das excedências,  $\lambda$ , e a função de distribuição de probabilidades da série de duração parcial  $H_u(x)$  é dada pela seguinte equação (52) (NAGHETTINI, PINTO, 2007, pp.340). Não se



considera necessária a apresentação desta primeira equação, ainda assim, pode ser encontrada no Anexo 9 da mesma referência.

$$F_a(x) = \exp\{-\lambda[1 - H_u(x)]\} \quad (52)$$

Tendo em conta que a probabilidade de excedência anual é dada por  $1 - F_a(x)$ , a equação anterior pode ser escrita do seguinte modo:

$$1 - F_a(x) = 1 - \exp\{-\lambda[1 - H_u(x)]\} \quad (53)$$

Repare-se ainda que  $1 - F_a(x) = f_a = \frac{1}{T_a}$ , onde  $T_a$  é o período de retorno anual e  $f_a$  a correspondente frequência de ocorrência e que segundo STEDINGER, et al., 1993, o período de retorno da série de duração parcial  $T_p$  pode ser expresso de acordo com (54):

$$T_p = \frac{1}{\lambda[1 - H_u(x)]} \quad (54)$$

Acrescenta-se ainda que através de substituições e resolução simples da equação que os períodos de retorno de máximos anuais e séries parciais estão relacionados de acordo com (55).

$$T_a = \frac{1}{1 - \exp\left(-\frac{1}{T_p}\right)} \Leftrightarrow T_p = \frac{1}{\ln(T_a) - \ln(T_a - 1)} \quad (55)$$

Segue-se a dedução do modelo denominado de Poisson-Pareto para a estimação de quantis de probabilidade no campo dos máximos anuais. Para o efeito e como exposto em NAGHETTINI, PINTO, 2007, pp.341, considere-se a função de distribuição de Pareto na seguinte forma onde se substitui  $H_u(x)$  por  $H(x)$  e  $F_a(x)$  por  $F(x)$  por uma questão de facilidade de leitura:

$$H(x) = 1 - \exp(-y)$$

$$y = \begin{cases} -\frac{\ln\left[1 - \frac{\xi(x-u)}{\sigma}\right]}{\xi}, & \xi \neq 0 \\ \frac{(x-u)}{\sigma}, & \xi = 0 \end{cases} \quad (56)$$

Pelo desenvolvimento da equação (52) em ordem  $H(x)$  a é possível obter-se:

$$H(x) = 1 + \frac{1}{\lambda} \ln[F(x)] \quad (57)$$

Se se igualar as equações (56) e (57):

$$1 - \exp(-y) = 1 + \frac{1}{\lambda} \ln[F(x)] \Leftrightarrow y = -\ln\left\{-\ln\left[F(x)^{\frac{1}{\lambda}}\right]\right\} \quad (58)$$

Considere-se agora que o parâmetro  $\xi$ , parâmetro de forma, é igual a zero, ou seja, que  $y = \frac{(x-u)}{\sigma}$ . Substituindo na equação anterior, e resolvendo em ordem a  $x$  obtém-se (59):

$$x = u - \sigma \ln\left\{-\ln\left[F(x)^{\frac{1}{\lambda}}\right]\right\} \quad (59)$$

onde  $F(x) = 1 - \frac{1}{T}$ .

Se ainda se tiver em conta que  $-\ln\left[F(x)^{\frac{1}{\lambda}}\right] = -\frac{1}{\lambda} \ln[F(x)]$ , e desenvolvendo a equação anterior recorrendo às propriedades matemáticas do logaritmo, chega-se à conclusão que a estimação dos quantis de probabilidades para o período de retorno no campo dos máximos anuais é dado por:

$$x = u + \sigma\{\ln(\lambda) - \ln(-\ln[F(x)])\} \quad (60)$$

No caso do parâmetro  $\xi$  ser não nulo, ou seja,  $y = -\frac{\ln\left[1 - \frac{\xi(x-u)}{\sigma}\right]}{\xi}$ , vem, após as devidas transformações:

$$x = u + \frac{\sigma}{\xi} \left\{ 1 - \left[ -\frac{\ln[F(x)]}{\lambda} \right]^{\frac{1}{\xi}} \right\} \quad (61)$$

onde  $F(x) = 1 - \frac{1}{T}$ .

### 2.6.3 Particularização da distribuição de Pareto

Torna-se, neste ponto do trabalho, necessário conhecer o valor dos parâmetros que particularizam o modelo Poisson-Pareto para cada caso. Pelas equações (60) e (61), percebe-se que os parâmetros em causa são o parâmetro de forma,  $\xi$ , e o parâmetro de escala,  $\sigma$ .

Recorde-se que a estimação do valor destes parâmetros é feita com base nos dados da amostra recolhida, à semelhança do que foi descrito no capítulo 2.5 para a técnica das SMA.

Recorrendo ao método dos momentos, NAGHETTINI, PINTO, 2007, pp. 344 e 345, afirmam que os estimadores dos parâmetros  $\sigma$  e  $\xi$  são:

$$\xi = \frac{1}{2} \left( \frac{\bar{Y}^2}{S_Y^2} - 1 \right) \quad (62)$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{Y}}{2} \left( \frac{\bar{Y}^2}{S_Y^2} + 1 \right) \quad (63)$$

em que  $\bar{Y}$  e  $S_Y^2$  são, respectivamente, a média e a variância da variável aleatória  $Y = X - u$ .

Repare-se que no contexto da aplicação das SDP, uma vez escolhida a distribuição exponencial como descritora do comportamento da população ( $\xi = 0$ ), a estimação dos quantis de probabilidade depende apenas da estimativa do parâmetro de escala,  $\hat{\sigma}$ .

## 2.7 Técnica das Séries de Duração Parcial (SDP)

### 2.7.1 Breves considerações

Neste capítulo, apresenta-se o contexto histórico e os conceitos teóricos nos quais assenta a técnica das SDP. Ilustram-se as potencialidades bem como as dificuldades que surgem no contexto desta, dificuldades essas que constituem uma possível razão para a menor aplicação desta técnica na estimativa de quantis de probabilidade de precipitações extremas. Não obstante, as potencialidades da técnica em menção mantêm aberto o caminho para a descoberta de novas ferramentas que permitam responder cada vez mais eficientemente a perguntas do tipo: “qual o valor mais gravoso da variável aleatória em questão?” ou “em média, de quanto em quanto tempo ocorre esse valor mais gravoso?”.

Em termos da organização do presente sub-capítulo, começa-se por uma breve contextualização histórica que conduziu ao surgimento da técnica das SDP. Segue-se uma revisão detalhada de todos os conceitos teóricos relevantes para a compreensão e aplicação da técnica iniciando-se esta pela constituição da amostra. Esta revisão engloba também conhecimentos de estatística que vão desde o conceito de processo estocástico até ao índice de dispersão (ou estatística de Fisher), passando pela verificação de independência de acontecimentos, coeficientes de autocorrelação e processos de Poisson de parâmetro  $\lambda$ .

Uma vez mais, com base nas medições da precipitação diária do posto udométrico de Castro Daire entre 1916/17 e 2000/01 ilustra-se, a título exemplificativo, as aplicações práticas necessárias à ilustração da técnica das SDP.

### 2.7.2 Contextualização matemática e histórica da técnica das SDP

A técnica das SDP surge como alternativa à anteriormente apresentada, SMA, com o intuito de suprimir algumas lacunas inerentes a esta. Com efeito, as principais objecções feitas à técnica das SMA consistem em:

- a constituição e avaliação de amostras com um valor por ano, nomeadamente o máximo desse ano, ser um processo simplista e redutor. Quer isto dizer que, quando existem dados contínuos (medições diárias da precipitação), a utilização de séries de máximos anuais acaba por restringir em demasia a informação a ser analisada, conduzindo à desconsideração de informação útil. Note-se que esta não considera valores que, sendo extremos, são inferiores ao máximo do ano em que ocorreram.
- o facto de haver a possibilidade de ocorrerem valores anuais máximos tão baixos, comparativamente a outros anos que a inclusão destes na amostra pode comprometer significativamente os resultados da análise de precipitações extremas (MADSEN, H., et al., 1997).

Muito frequentemente atribui-se, como limitação da técnica das SMA, a fraca representatividade da informação para o efeito disponível uma vez que, por definição, a constituição da amostra conduz a conjuntos amostrais de reduzida dimensão. Este ponto é tanto mais relevante quanto a necessidade de, em contexto de projecto, estimar os valores de variáveis hidrológicas para elevados períodos de retorno, ou seja, muito para além da dimensão da amostra utilizada para a estimação.

Constata-se assim a enorme relevância de se ter registos diários contínuos ao longo de vários anos, o que em certos postos udométricos de Portugal, não tem sido praticado com todo o rigor necessário por diversas razões de índole técnica, indisponibilidade de meios, económica, entre outras.

Considerando tais objecções, a técnica das SDP aproveita, mediante determinadas condições de aplicabilidade, todos os máximos diários locais possíveis (em contraste com os máximos diários anuais) fazendo assim um uso mais eficiente dos dados de base que são, de modo semelhante à técnica das SMA, as precipitações diárias.

A técnica das SDP consiste no estabelecimento de um valor limiar da variável aleatória, abaixo do qual se desprezam todos os restantes dados. Assim, isolam-se os máximos mais gravosos, ou seja, foca-se a avaliação nos máximos com maior relevância estatística na análise de precipitações extremas. As SDP permitem, não só a utilização da informação disponível de um modo mais eficiente, como também a diluição da influência de valores estranhos ao comportamento normal da população, nomeadamente, máximos anuais de valor reduzido. São assim, eventualmente necessários menos anos de registos (visto haverem mais valores por ano) para a aplicação desta técnica sendo possível abranger postos udométricos que, com

apenas um valor por ano, não dispõem de informação suficiente para a estimação de quantis de probabilidade extremos.

Embora a técnica das SDP seja uma abordagem promissora, existem actualmente algumas contrariedades que impedem uma ampla utilização da mesma. A flexibilidade que, relativamente à modelação pelas SMA, a técnica das SDP permite na modelação de valores extremos, acarreta uma maior complexidade analítica, nomeadamente, relacionada com a selecção do limiar  $u$  acima do qual se retêm as excedências e com o critério para a selecção dessas excedências por forma a assegurar acontecimentos serialmente independentes. Esta complexidade é frequentemente associada a alguma subjetividade na aplicação das SDP, o que conduz à falta de consensualidade entre os resultados de diferentes autores da especialidade.

Os trabalhos pioneiros a serem desenvolvidos no âmbito de técnicas de análise de variáveis aleatórias hidrológicas que façam uso de mais de um valor por ano datam da década de 60 com a contribuição de SHANE, LYNN, 1964. Mais tarde, na década de 70, CUNNANE, 1973, 1979, PICKANDS, 1975, e YEVJEVICH, TAESOMBUT, 1978, apresentaram os devidos avanços na área, conquanto ainda focados na avaliação da variável aleatória de escoamentos extremos. Na década de 80, TAVARES, DA SILVA, 1983, avaliaram e reformularam alguns conceitos e suposições aplicados na técnica das SDP devido à grande divergência de resultados obtidos até à data na comparação entre a técnica das SDP e das SMA. LANG, et al., 1999, realizaram uma revisão bibliográfica extensiva sobre a modelação estatística de extremos com base nas SDP, onde se inclui uma secção de linhas gerais orientadoras para a constituição das correspondentes amostras. Desde então, diversas publicações têm sido feitas, destacando-se, pela sua relevância para o presente trabalho, BEGUÉRIA, 2004, e PLAVŠIĆ, 2006, com estudos incidentes na incerteza associada às SDP e da escolha do valor limiar no contexto desta.

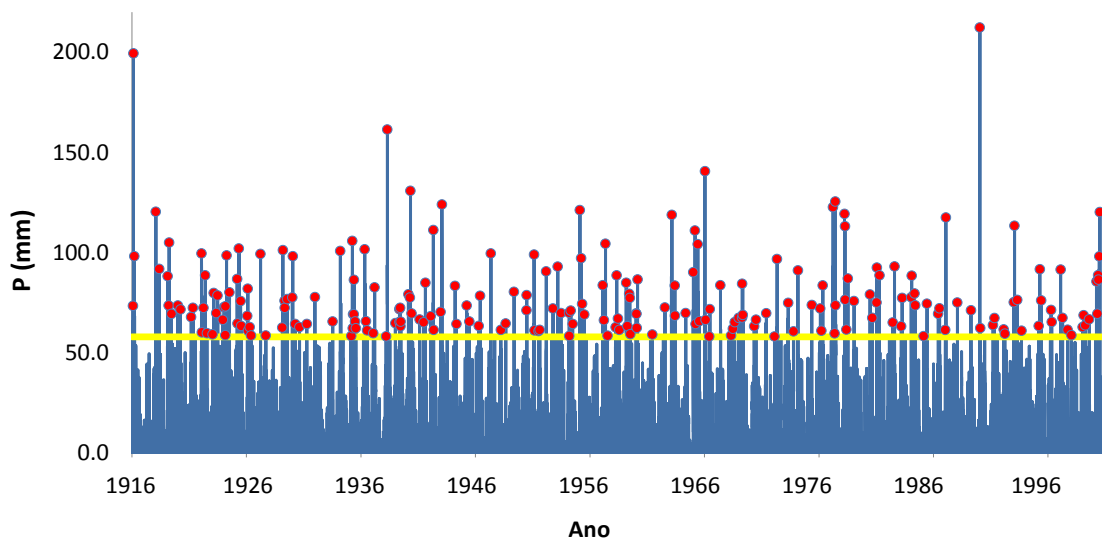
### 2.7.3 Conceitos Teóricos

Neste ponto procede-se à apresentação dos conceitos teóricos que estão na génese da técnica das SDP aplicada à avaliação de frequência de variáveis hidrológicas. Refere-se que os conteúdos expostos baseiam-se nas orientações deixadas por LANG, et al., 1999, no contexto de séries de escoamentos.

A constituição da amostra, para aplicação da técnica das SDP consiste, numa fase inicial, no “peneiramento” de uma série hidrológica temporalmente contínua  $X_{DPi}$ ,  $t \in [t_0, t_n]$ , retendo todos os acontecimentos extremos que excedam um determinado limiar, ou *threshold* na literatura inglesa,  $u$ . Em linguagem matemática, para o intervalo de tempo  $[t_0 + t_i, t_0 + t_i + \Delta t]$ , o  $i$ -ésimo valor da amostra é:

$$\{X_{DP\ i}\} = \max\{X_t \mid X_t > u\}_{t=t_0+t_i}^{t=t_0+t_i+\Delta t} \quad (64)$$

Deste modo, percebe-se que a amostra não está limitada a um valor por ano, sendo que o número de valores contidos na amostra é igual ao número de ocorrências  $M$  independente do número de anos de registos,  $N$ . No gráfico da Figura 11 apresenta-se, a título de exemplo, para a estação de Castro Daire e para os anos hidrológicos compreendidos entre 1916/17 e 2000/2001, a constituição da SDP para o limiar de  $u_0 = 58.0\text{ mm}$ .



**Figura 11 - Constituição da amostra na estação de Castro Daire para os anos de 1915/16 a 2000/2001 para o limiar  $u_0 = 58.0\text{ mm}$ .**

A Tabela 8 resume todos os 226 elementos que constituem a amostra, bem como o valor de cada elemento e o número de ordem do dia de ocorrência cronologicamente ordenados entre 1 de Outubro de 1916 e 30 de Setembro de 2001.

**Tabela 8 - Constituição da amostra a partir das precipitações diárias na estação udométrica de Castro Daire no período compreendido entre os anos hidrológicos de 1916/17 – 2000/01, para o limiar  $u = 58.0 \text{ mm}$ .**

Número de ordem	Magnitude da ocorrência (mm)	Dia de ocorrência	Número de ordem	Magnitude da ocorrência (mm)	Dia de ocorrência	Número de ordem	Magnitude da ocorrência (mm)	Dia de ocorrência	Número de ordem	Magnitude da ocorrência (mm)	Dia de ocorrência
1	73.4	37	58	69.2	7067	115	83.7	15001	171	119.3	22699
2	199.4	48	59	86.4	7075	116	66.3	15038	172	113.1	22715
3	98.2	77	60	65.6	7107	117	104.4	15085	173	76.5	22720
4	120.4	762	61	62.2	7135	118	58.5	15151	174	61.6	22760
5	91.8	874	62	101.6	7415	119	62.7	15410	175	87.1	22806
6	88.2	1139	63	65.8	7454	120	88.6	15444	176	75.8	23002
7	73.6	1170	64	61.2	7493	121	67.1	15486	177	79.1	23510
8	105	1187	65	59.8	7689	122	61.4	15528	178	67.4	23583
9	69.4	1260	66	82.6	7732	123	84.9	15746	179	75.1	23721
10	73.6	1463	67	58.2	8098	124	63.3	15783	180	92.5	23730
11	71.6	1547	68	161.4	8137	125	79.4	15842	181	88.6	23814
12	67.8	1887	69	64.8	8393	126	77.4	15860	182	65.1	24236
13	72.4	1946	70	71.8	8521	127	59.3	15880	183	93.1	24294
14	99.6	2217	71	65.4	8526	128	69.6	16060	184	63.2	24507
15	60.2	2226	72	72.4	8545	129	69.4	16073	185	77.4	24536
16	72.4	2280	73	63.2	8558	130	62.4	16082	186	77.7	24824
17	88.6	2336	74	65.5	8561	131	86.6	16108	187	88.5	24839
18	59.8	2391	75	79.2	8808	132	59.1	16580	188	79.6	24929
19	59.2	2569	76	77.5	8853	133	72.6	16980	189	73.7	24952
20	79.8	2608	77	130.8	8873	134	118.8	17201	190	58.3	25220
21	69.8	2686	78	69.6	8906	135	83.5	17294	191	74.5	25325
22	78.6	2725	79	66.6	9165	136	68.5	17301	192	69.5	25685
23	66.4	2896	80	65.2	9293	137	69.8	17641	193	72.2	25726
24	72.8	2933	81	84.9	9349	138	90.2	17884	194	61.4	25911
25	58.8	2976	82	68.2	9519	139	111	17936	195	117.5	25930
26	73.2	2979	83	111.2	9602	140	64.4	17953	196	75.1	26294
27	98.6	3016	84	61.4	9612	141	104.2	18026	197	71.2	26727
28	80.2	3107	85	70.4	9837	142	65.8	18077	198	212.3	27009
29	86.8	3353	86	124	9876	143	140.6	18253	199	62.3	27025
30	64.6	3366	87	83.4	10293	144	66.4	18275	200	63.8	27431
31	102	3408	88	64.4	10338	145	58.1	18390	201	67.3	27476
32	75.8	3463	89	73.6	10664	146	71.8	18410	202	61.7	27770
33	63.4	3478	90	65.6	10749	147	83.7	18747	203	59.5	27806
34	68.4	3677	91	63.4	11048	148	58.6	19084	204	75.2	28092
35	82	3691	92	78.4	11094	149	62	19146	205	113.4	28114
36	61	3701	93	99.6	11436	150	65.3	19201	206	76.4	28203
37	62.8	3756	94	61.4	11752	151	67.4	19327	207	61	28338
38	58.6	3796	95	64.6	11907	152	67.6	19437	208	63.4	28884
39	99.3	4098	96	80.4	12171	153	84.4	19441	209	91.7	28922
40	58.6	4266	97	71.2	12572	154	68.9	19462	210	76.1	28964
41	62.6	4790	98	78.8	12577	155	63.2	19823	211	71.4	29278
42	101.2	4809	99	99	12811	156	66.5	19879	212	65.4	29301
43	76	4862	100	61.2	12824	157	69.7	20208	213	91.5	29584
44	72.4	4868	101	60.8	12954	158	58.1	20467	214	67.4	29644
45	76.8	4950	102	61.4	12991	159	96.8	20549	215	61.5	29809
46	77.6	5110	103	90.6	13196	160	74.9	20904	216	58.8	29926
47	98.2	5125	104	72.1	13411	161	60.7	21073	217	62.8	30284
48	64.4	5202	105	93	13564	162	91.1	21216	218	68.7	30317
49	62.8	5339	106	69.8	13668	163	73.8	21657	219	63.7	30370
50	64.4	5574	107	70	13929	164	72.1	21928	220	66.7	30491
51	77.8	5830	108	58.4	13931	165	61	21964	221	85.6	30728
52	65.6	6396	109	71	13981	166	83.6	22006	222	69.5	30753
53	100.8	6639	110	64.4	14042	167	122.7	22333	223	88.7	30779
54	58.4	6988	111	121.2	14269	168	59.7	22385	224	86.5	30789
55	105.8	7021	112	97.2	14310	169	125.5	22404	225	98.1	30815
56	62.2	7035	113	74.4	14342	170	73.7	22413	226	120.2	30832
57	69.2	7045	114	69.1	14409						

A modelação das excedências acima de um limiar pode ser feita por um processo estocástico biviado que considere quer a magnitude dos mesmos,  $\{X_{DP i}\}$ , quer os instantes das suas

ocorrências  $\{T_i\}$ . Este processo pode ser descrito por  $\{T_i, X_{DP\ i}\}_{i=1}^M$  desde que sejam verificadas as seguintes hipóteses (SILVA, PORTELA, NAGHETTINI, 2012):

- o número de excedências num dado intervalo de tempo  $\Delta t$  (ano, p.e.) pertencente a  $[t_0, t_n]$  é uma variável aleatória discreta com distribuição de Poisson de parâmetro  $\lambda$ .
- as excedências  $X_{DP}$  são acontecimentos independentes entre si com uma determinada função de distribuição de probabilidade  $H(x)$ .

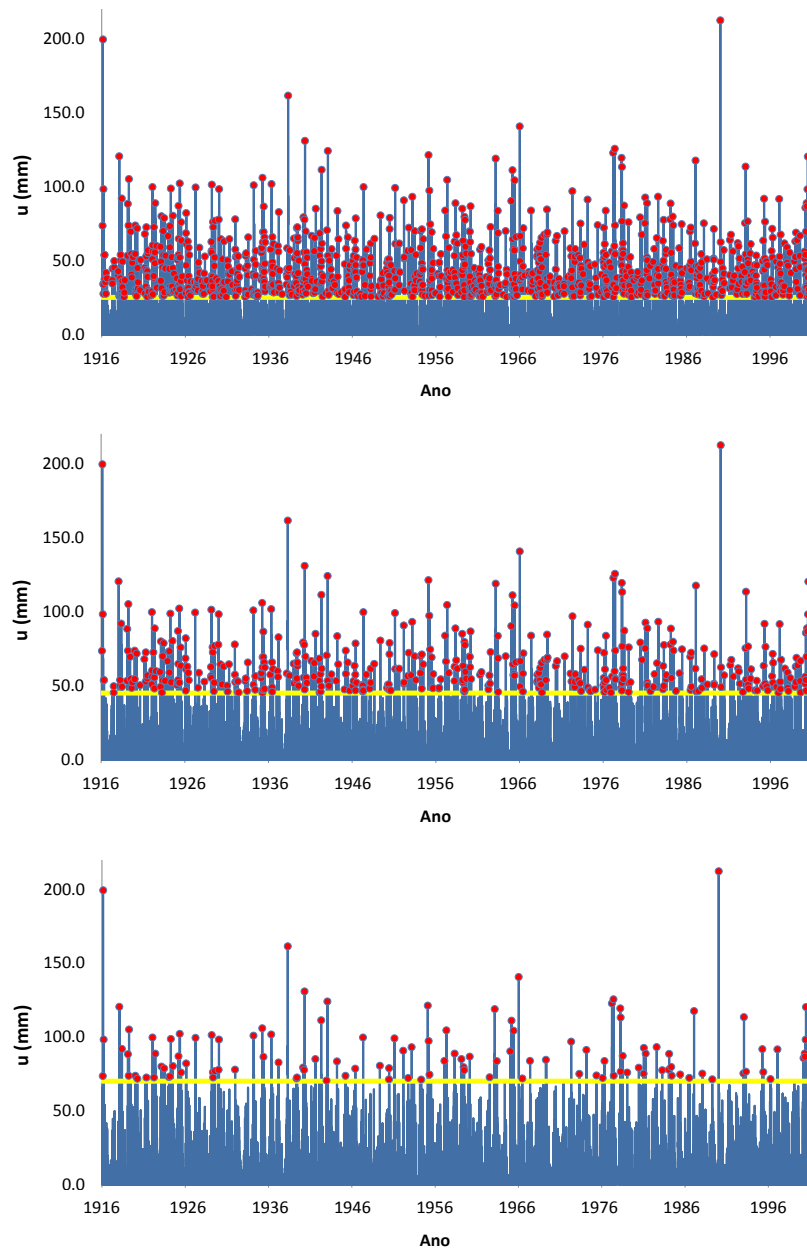
A necessidade de se verificarem as anteriores hipóteses prende-se com o próprio conceito de processo estocástico, processo em que os resultados do acontecimento/variável são totalmente imprevisíveis podendo a variável tomar um de entre muitos resultados possíveis. A Tabela 9 especifica o número anual médio de excedências no posto udométrico de Castro Daire, processo este que se caracteriza por ser estocástico.

**Tabela 9 - Número de excedências anuais da precipitação diária acima do limiar,  $u = 58 \text{ mm}$ , no posto de Castro Daire.**

Ano	Número de excedências	Ano	Número de excedências	Ano	Número de excedências	Ano	Número de excedências
1916/17	3	1938/39	3	1959/60	6	1980/81	3
1917/18	0	1939/40	5	1960/61	3	1981/82	2
1918/19	2	1940/41	4	1961/62	1	1982/83	2
1919/20	4	1941/42	3	1962/63	1	1983/84	2
1920/21	2	1942/43	4	1963/64	3	1984/85	4
1921/22	2	1943/44	1	1964/65	2	1985/86	2
1922/23	5	1944/45	2	1965/66	4	1986/87	3
1923/24	5	1945/46	2	1966/67	4	1987/88	1
1924/25	5	1946/47	2	1967/68	1	1988/89	1
1925/26	5	1947/48	1	1968/69	4	1989/90	2
1926/27	5	1948/49	2	1969/70	3	1990/91	1
1927/28	2	1949/50	1	1970/71	2	1991/92	2
1928/29	0	1950/51	2	1971/72	1	1992/93	3
1929/30	6	1951/52	4	1972/73	2	1993/94	3
1930/31	3	1952/53	2	1973/74	2	1994/95	0
1931/32	2	1953/54	2	1974/75	1	1995/96	3
1932/33	0	1954/55	4	1975/76	1	1996/97	2
1933/34	1	1955/56	4	1976/77	3	1997/98	4
1934/35	1	1956/57	0	1977/78	4	1998/99	1
1935/36	8	1957/58	4	1978/79	5	1999/00	3
1936/37	3	1958/59	4	1979/80	1	2000/01	6
1937/38	2						

Acontece que, no contexto do estudo efectuado avaliou-se, não só os resultados provenientes da aplicação da técnica das SDP, como também os valores do limiar  $u$  que conduzem aos melhores resultados. Os gráficos da Figura 12 ilustram a variação do número de excedências para diferentes valores do limiar  $u$ .





**Figura 12 - Variação do valor do limiar  $u$  e consequente variação do número de valores da amostra obtida. Por ordem decedente,  $u_1 = 25.0$ ;  $u_2 = 45.0$  e  $u_3 = 70.0$ , aos quais correspondem amostras constituídas por, respectivamente, 1265, 462 e 121 elementos.**

Posto isto, daqui em diante, não se faz mais referência a um valor do limiar  $u$ , mas antes a um intervalo de valores do limiar  $u$ , tendo sempre em conta que a cada  $u$  corresponde uma amostra diferente, com resultados forçosamente diferentes.

Deste modo pretende-se, não só aumentar o conhecimento na área, mas também para sistematizar os processos de aplicação das SDP através da apresentação de procedimentos simples, mas robustos, que conduzam a resultados fidedignos.

## **2.7.4 Constituição de amostras na técnica das Séries de Duração Parcial**

### **2.7.4.1 Notas Breves**

Como frisado anteriormente para a aplicação da técnica em estudo, varia-se o valor do limiar  $u$  e extraem-se todos os máximos locais que excedam em valor o limiar, como ilustrado na Figura 11, sendo que para cada limiar os máximos locais são submetidos a testes de exclusão que garantem o cumprimento dos requisitos referidos (SILVA, PORTELA, NAGHETTINI, 2012). Estes requisitos garantem que uma determinada amostra é estatisticamente fidedigna, ou seja, pode ser avaliada com a garantia de que não apresentará resultados tendenciosos.

### **2.7.4.2 Independência dos acontecimentos**

O primeiro dos referidos testes é o da independência entre acontecimentos. A técnica das SDP tem a principal vantagem de não desprezar valores extremos que não sejam superiores em valor ao máximo correspondente ao ano em que ocorrem. Não obstante, esta técnica parte do pressuposto de que todos os “picos” considerados (todos os valores superiores ao limiar e simultaneamente máximos locais) constituem acontecimentos independentes entre si. Este pressuposto é fundamental não só para a análise estatística das excedências, como para a verificação da hipótese de Poisson.

Com efeito, não existe na literatura nenhum critério universal que permita verificar a independência serial entre os acontecimentos acima de um determinado limiar, contribuindo este facto para uma maior complexidade do processo de constituição da amostra. Há, no entanto, que realçar que o critério a ser utilizado deverá ter em conta as características do processo físico que a variável aleatória hidrológica representa. Por conseguinte, LANG, et al., 1999, resumem alguns critérios aplicáveis a séries de escoamentos onde consideram como acontecimentos independentes dois valores separados por um período de recessão do escoamento suficientemente pronunciado para considerar que ambos provêm de acontecimentos hidrológicos distintos. Quando a variável aleatória respeita a precipitação, é comumente aceite a selecção de acontecimentos pluviosos que excedem o limiar desde que intervalados por períodos de precipitação nula de modo a garantir assim a independência entre ocorrências.

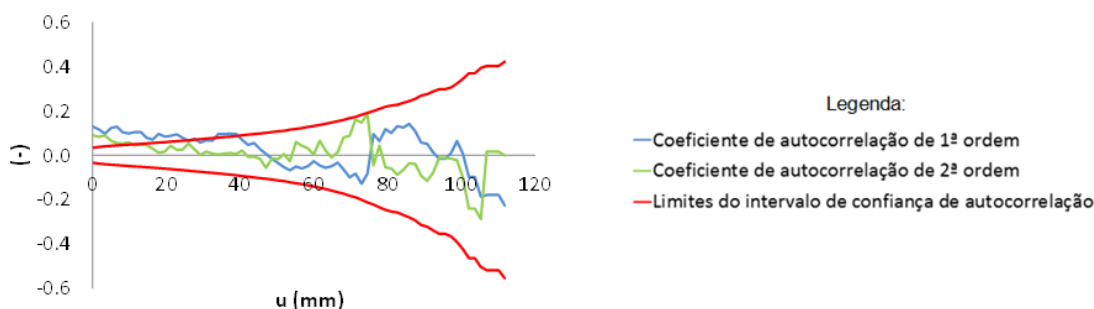
Assim, no presente trabalho, estabeleceu-se como critério de independência entre dois máximos locais (“picos”) superiores ao limiar, ou seja, duas ocorrências, a existência de pelo menos um dia com precipitação nula. Acrescenta-se a este critério, por sugestão de MIQUEL, 1984, o cálculo dos coeficientes de autocorrelação de incrementos 1 e 2 para averiguar a existência de correlação entre os elementos constituintes da amostra decorrente da técnica das SDP.

Em estatística, autocorrelação é uma medida que traduz o quanto o valor de determinada realização de uma variável aleatória é capaz de influenciar os valores vizinhos. Por exemplo, o quanto a existência de um valor mais alto conduz à existência de valores altos na vizinhança. Segundo a definição estatística, o valor da autocorrelação está entre 1 (correlação perfeita) e -1 (anti correlação perfeita). O valor 0 significa total ausência de correlação. A equação que define o coeficiente de autocorrelação é dada por:

$$\rho_{X,Y,k} = \frac{COV(X_i, Y_i)}{\sigma_{X_i} \cdot \sigma_{Y_i}} \quad (65)$$

sendo  $X_i$  os correspondentes valores da amostra e  $Y_i = X_{i+k}$ . Para o presente trabalho utilizaram-se os incrementos 1 e 2, ou seja,  $k = 1$  e  $k = 2$ .

A Figura 13 caracteriza, a título de exemplo, baseado no posto de Castro Daire, as autocorrelações de incremento 1 e 2 em função do limiar, para o que foram também incluídos os limites do correspondente intervalo de confiança a 95% (nível de significância de 5%).



**Figura 13 - Posto de Castro Daire. Período global de 1916/17- 2000/01. Variação dos coeficientes de auto-correlação de 1ª e 2ª ordem e limites do intervalo de confiança com nível de significância de 5%.**

Com base neste segundo critério, o pressuposto da independência entre ocorrências deverá ser rejeitado se tais coeficientes forem significativamente diferentes de zero. Para testar tal independência adoptou-se o nível de significância de 5%. Em conformidade, considerando a distribuição normal para a autocorrelação é necessário como validação da independência entre acontecimentos, que os valores da autocorrelação de 1ª e 2ª ordem estejam compreendidos no intervalo definido pela seguinte equação:

$$\rho_{X,Y,k} \in \left[ 1 - 1.96 \frac{\sqrt{N-2}}{N-1}, 1 + 1.96 \frac{\sqrt{N-2}}{N-1} \right] \quad (66)$$

onde  $N$  é a dimensão da amostra correspondente ao valor de  $u$  seleccionado. Como se pode ver, os sucessivos intervalos de confiança dependem apenas do número de elementos da amostra,  $N$ , aplicando-se o mesmo intervalo a ambos os coeficientes de autocorrelacção. A Tabela 10 apresenta, para o limiar seleccionado anteriormente,  $u = 58.0 \text{ mm}$ , o valor dos coeficientes de autocorrelacção de incremento 1 e 2, bem como os respectivos limites do intervalo de confiança.

**Tabela 10 - SDP das precipitações diárias no posto de Castro Daire acima do limiar de 58 mm, no período compreendido entre os anos hidrológicos de 1916/17 e 2000/01. Valor dos coeficientes de autocorrelacção de incrementos 1 e 2 e dos correspondentes limites do intervalo de confiança para  $u_0 = 58.0 \text{ mm}$ .**

$u \text{ (mm)}$	$\rho_{X,Y,1}$	$\rho_{X,Y,2}$	<i>Lim. Inferior</i>	<i>Lim. Superior</i>
58.0	-0.065	0.052	0.869	1.131

Pela análise da tabela, verifica-se que o limiar escolhido permite a constituição de uma amostra a que correspondem autocorrelações que garantem a independência entre os seus elementos, ficando assim assegurado o primeiro dos requisitos necessários para poder ser avaliada à luz da técnica das SDP. Recordar-se novamente que neste ponto do trabalho interessa aplicar os diferentes critérios a intervalos de valores do limiar e não apenas a um valor (que corresponde a uma amostra apenas). A Tabela 10 tem assim como função exemplificar o cálculo dos coeficientes de autocorrelacção e a respectiva comparação com os limites dos intervalos de confiança apenas para um limiar, ou seja, para uma amostra.

#### **2.7.4.3 Número anual médio de excedências e excedência média em função do limiar $u$ .**

Como é de esperar, a simples variação do valor do limiar altera a constituição da amostra e, conseqüentemente, os resultados extraídos da mesma. Segue-se uma revisão dos conhecimentos no que toca à selecção do limiar  $u$ .

À semelhança da verificação da independência entre ocorrências, não existe um critério único para a selecção do limiar. Esta decisão é imbuída de alguns condicionalismos:

- um limiar demasiado baixo conduz à consideração de valores que, sendo baixos, dificilmente representam acontecimentos extremos, tornando também mais difícil assegurar a independência serial, mesmo apesar de tais valores serem separados pela ocorrência de um dia sem precipitação.

- um valor limiar demasiado elevado resultaria na selecção de poucos acontecimentos, logo, numa aplicação ineficiente da técnica das SDP por ser desconsiderada informação relevante para a caracterização de extremos hidrológicos. Seria assim, anulada a mais valia desta técnica face à técnica das SMA.

Percebe-se assim que o valor do limiar acima do qual se seleccionam as excedências ou “picos” é um passo determinante na técnica das SDP. Nesse sentido, deve ser feita uma uniformização da escolha do valor de  $u$  de modo a evitar a subjectividade inerente a este processo e sua justificação.

LANG, et al., 1999 identificaram três pontos importantes a considerar no estabelecimento de um dado valor do limiar:

- controlo do número anual médio de excedências que, por conveniência e similitude com a nomenclatura habitualmente utilizada para descrever o processo de Poisson, se denomina de  $\lambda$ .
- análise da variação da excedência média em função do limiar  $u$ , ou seja,  $\overline{X_{DP}} - u$ , onde  $X_{DP}$  é a magnitude de ocorrência.
- a validação da hipótese de Poisson mediante controlo da estatística de Fisher, ou índice de dispersão  $ID$ .

Relativamente ao primeiro ponto, o controlo do número médio de excedências por ano, CUNNANE, 1973, demonstrou que a técnica das SDP apresenta melhores resultados na estimação de parâmetros face à SMA quando  $\lambda > 1.65$ , especialmente se aplicada em amostras com poucos anos de registos. Por sua vez, LANG, et al., 1999 propõem um  $\lambda > 2$  ou 3. No âmbito deste trabalho, estabeleceu-se  $\lambda \geq 3$  garantindo assim o consenso entre ambos os autores.

No segundo ponto, procedeu-se à representação gráfica de  $\overline{X_{DP}} - u$  em função de  $u$ . DAVIDSON, SMITH, 1990, recomendaram que o limiar  $u$  seleccionado deve situar-se num trecho aproximadamente linear do gráfico assim obtido (crescente, decrescente ou constante) uma vez que se considera a distribuição pertencente à família de Pareto. Esta imposição garante a estabilidade dos parâmetros que particularizam a distribuição.

Tendo por base o exemplo das SDP em Castro Daire, no gráfico da Figura 14 apresenta-se a variação da excedência média,  $\overline{X_{DP}} - u$  (ou na terminologia Inglesa, *mean residual plot*), e do número médio de excedências,  $\lambda$ , em função de  $u$ . A interpretação, em termos práticos, de gráficos do tipo do apresentado nem sempre é simples, resultando, de algum modo, mais clara quando complementada pela esquematização dos intervalos de confiança de 95% da excedência média que, para o efeito, foram estimados no pressuposto de distribuição aproximadamente normal.

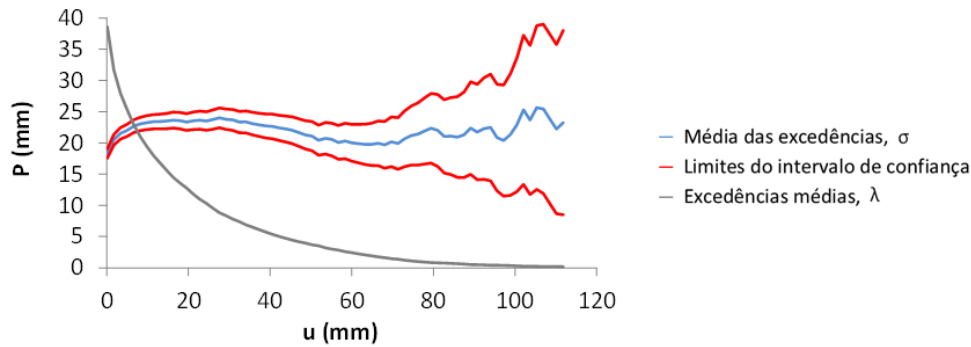


Figura 14 - Posto de Castro Daire. Período global de 1916/17- 2000/01. Excedência média,  $(\overline{X_{DP} - u})$  (*mean residual plot* na literatura inglesa) e respectivos intervalos de confiança de 95% e número médio anual de excedências em função do limiar  $u$ .

A análise das curvas média das excedências e dos limites dos intervalos de confiança representados no anterior gráfico indicam que o número anual médio de excedências,  $\lambda$ , diminui exponencialmente com o aumento do valor do limiar,  $u$ .

Por outro lado, procedendo a uma leitura do gráfico no sentido dos valores crescentes de  $u$ , verifica-se que até valores da ordem de  $u \approx 10\text{mm}$ , a relação entre  $\overline{X_{DP} - u}$  e  $u$  sugere uma curva logarítmica crescente. Para valores do limiar entre 10 e 30 mm, o gráfico é linear e sensivelmente constante.

Desde  $u \approx 30\text{mm}$  até  $u \approx 50\text{mm}$  o gráfico permanece aproximadamente linear, embora expressando uma relação decrescente. Para limiares superiores, até  $u \approx 70\text{mm}$ ,  $\overline{X_{DP} - u}$  permanece praticamente constante, sendo que a partir desse valor o comportamento do gráfico demonstra alguma instabilidade. Esta instabilidade deve-se ao número limitado de excedências acima de 70 mm, insuficiente para proporcionar uma estimativa apropriada de  $\overline{X_{DP} - u}$ , conforme aliás sugere a maior amplitude do intervalo de confiança nessa região.

Tendo por base o exemplo das SDP em Castro Daire, nas figuras que se seguem destacam-se os intervalos de valores do limiar,  $u$ , que:

- mediante análise das autocorrelações de incremento 1 e 2, asseguram a verificação da independência temporal – Figura 15, de acordo com MIQUEL, 1984;
- conduzem a um número anual médio de acontecimentos superior ou igual a 3 – Figura 16;
- correspondem aos diferentes comportamentos detectados na representação gráfica da excedência média – Figura 17.

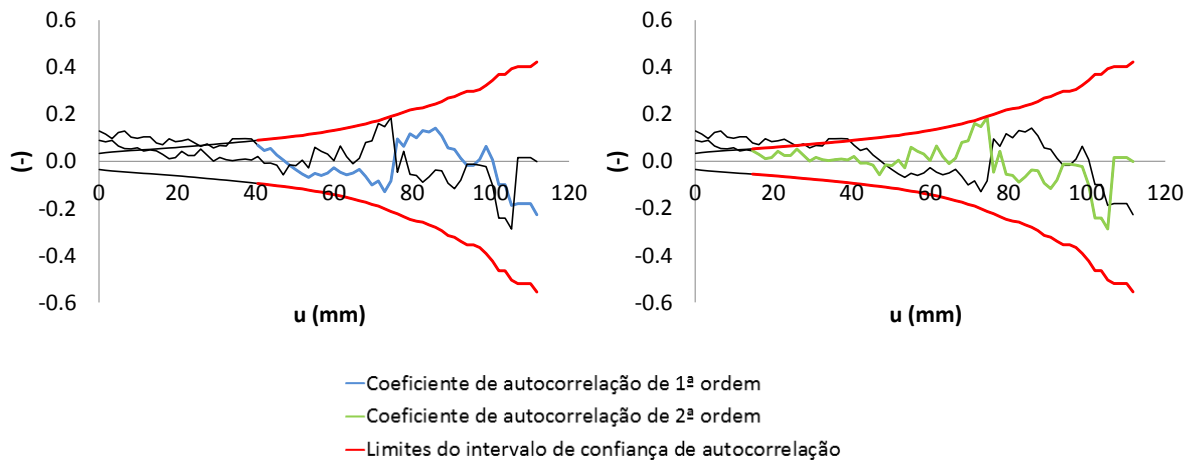


Figura 15 – Posto de Castro Daire. Período global de 1916/17- 2000/01. Variação dos coeficientes de auto-correlação de 1ª e 2ª ordem. Destaque do intervalo de valores do coeficiente de autocorrelação de 1ª ordem (à esquerda, a azul) e de 2ª ordem (à direita, a verde) que correspondem a independência temporal das ocorrências.

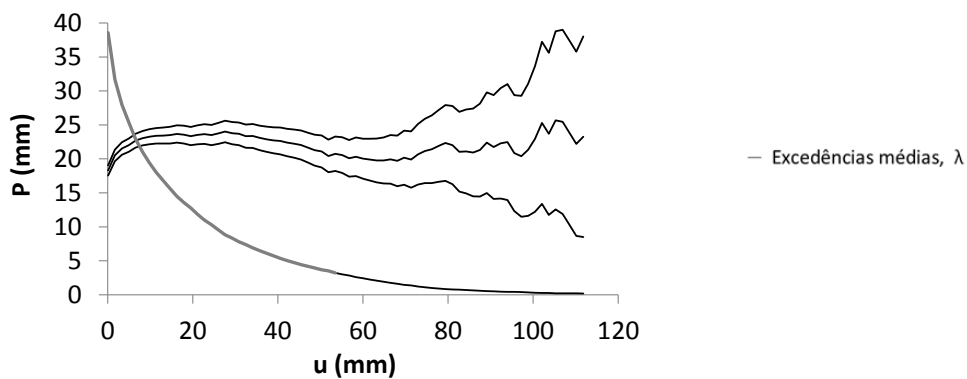


Figura 16 - Posto de Castro Daire. Período global de 1916/17- 2000/01. Excedência média,  $(\bar{X}_{DP} - u)$  (mean residual plot na literatura inglesa) e respectivos intervalos de confiança de 95% e número médio anual de excedências em função do limiar  $u$ . Destaca-se a cinzento as excedências anuais médias que obedecem à condição imposta por CUNNANE, 1973, e LANG, et al., 1999.

A Tabela 11 resume todos os intervalos atrás representados que cumprem as diversas condições impostas tal como os autores que sugerem a respectiva condição.

A partir da intercepção dos diferentes intervalos do valor limiar, Figura 18, chega-se ao intervalo de valores do limiar que cumpre todos os parâmetros, sendo as respectivas amostras posteriormente submetidas a avaliação por parte da técnica das SDP.

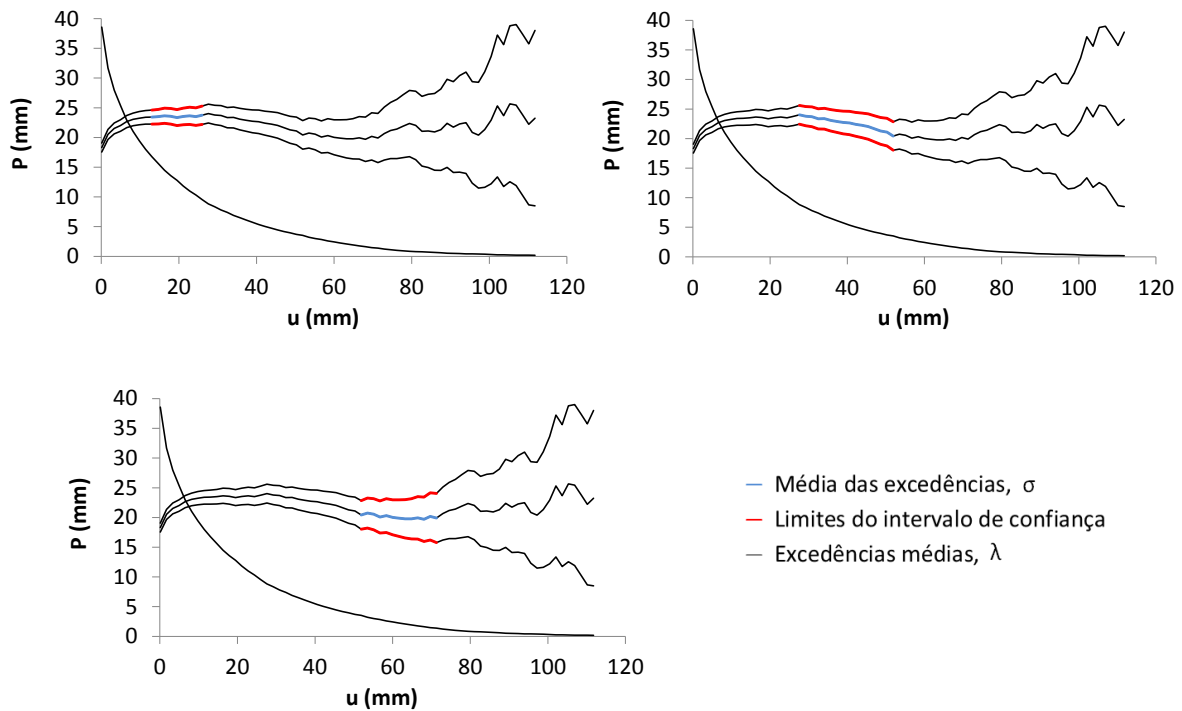


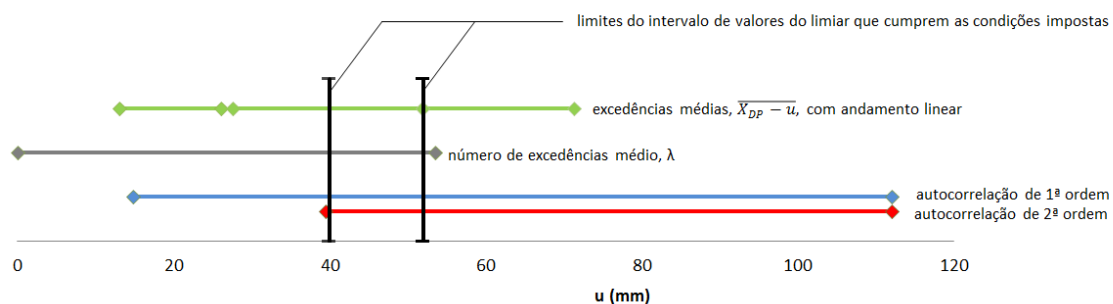
Figura 17 - Posto de Castro Daire. Período global de 1916/17- 2000/01. Excedência média,  $(\overline{X_{DP}} - u)$  (*mean residual plot* na literatura inglesa) e respectivos intervalos de confiança de 95% e número médio anual de excedências em função do limiar  $u$ . Destacam-se os trechos em que as excedências médias,  $(\overline{X_{DP}} - u)$ , apresentam andamentos sensivelmente lineares de acordo com o critério de DAVIDSON, SMITH, 1990. No primeiro (em cima, à esquerda) e no terceiro (em baixo) gráficos tais trechos correspondem a patamares (andamento constante) enquanto que o trecho do segundo gráfico (em cima, à direita) sugere uma variação decrescente.

Pode-se assim concluir que o intervalo de valores do limiar que se pretende é  $[40; 52] \text{ mm}$ . Importante será referir que, sempre que hajam dois intervalos de tempo que obedeçam a todos os critérios expostos, opta-se sempre pelo intervalo cujos valores se encontrem mais próximos de zero. Esta escolha tem a vantagem de se analisar o intervalo que tem mais ocorrências, ou seja, mais informação.



**Tabela 11 - Intervalo de valores do limiar cujas propriedades das amostras correspondentes obedecem a cada parâmetro.**

Condição	Autor	Intervalo
Independência entre acontecimentos (coeficiente de 1ª ordem).	MIQUEL, 1984	$39.5 \text{ mm} \leq u \leq 112.0 \text{ mm}$
Independência entre acontecimentos (coeficiente de 2ª ordem).		$14.7 \text{ mm} \leq u \leq 112.0 \text{ mm}$
Garantia de um número suficiente de ocorrências.	CUNNANE, 1973 e LANG, et. al., 1999	$0.0 \text{ mm} \leq u \leq 53.5 \text{ mm}$
Estabilidade dos parâmetros que particularizam a distribuição.	DAVIDSON, SMITH, 1990	$13.0 \text{ mm} \leq u \leq 26.0 \text{ mm}$ ou $27.6 \text{ mm} \leq u \leq 51.9 \text{ mm}$ ou $51.9 \text{ mm} \leq u \leq 71.3 \text{ mm}$



**Figura 18 - Intersecção dos diferentes intervalos que cumprem as condições impostas.**

#### 2.7.4.4 Verificação da hipótese de Poisson. Estatística de Fisher.

Relativamente ao terceiro ponto sugerido por LANG, et al., 1999, apresentado anteriormente, há que legitimar a hipótese inicialmente feita de as excedências serem modeladas por um processo de Poisson. Para tal, CUNNANE, 1979, apresenta a estatística de Fisher, ou índice de dispersão para testar esta hipótese. A estatística de Fisher é uma medida utilizada para quantificar se um conjunto de ocorrências obedece às condições de um determinado modelo estatístico padrão. O índice de dispersão, equação (67), é definido como a razão entre a variância  $\sigma^2$  e a média  $\mu$ :

$$ID = \frac{\sigma^2}{\mu} \quad (67)$$

Geralmente, este índice é usado apenas para estatísticas positivas, tal como contagem de dados nos quais as observações podem somente tomar valores inteiros não negativos  $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$ , contagem dos intervalos de tempo entre duas ocorrências ou quando a distribuição é assumidamente uma distribuição exponencial ou uma distribuição de Poisson.

Algumas distribuições, nomeadamente no caso do modelo de distribuição de Poisson, a variância e a média igualam-se, conferindo-lhes um valor do índice de dispersão igual à unidade. A distribuição geométrica e a binomial negativa possuem um valor de  $ID > 1$ , enquanto que a distribuição binomial tem  $ID < 1$ . Por definição, facilmente se percebe que uma variável que tome valores contantes encerra um índice de dispersão nulo.

Quando um índice de dispersão é inferior à unidade, diz-se que o conjunto de dados em questão é sub-disperso. Quer isto dizer que a regularidade é maior do que regularidade que caracteriza uma distribuição de Poisson. Por exemplo, se for analisada uma variável aleatória que mede a distância entre pontos que estão regularmente espaçados, diz-se que os elementos deste variável estão sub-dispersos.

Em contrapartida, se se verificar um  $ID > 1$ , o conjunto de dados é denominado de sobre-disperso. Um conjunto deste tipo particulariza-se por ter intervalos com muitas ocorrências e outros com poucas. A Tabela 12 resume os valores do índice de dispersão para as diferentes distribuições observadas anteriormente.

**Tabela 12 - índice de dispersão característico de cada distribuição.**

<b>Distribuição</b>	<b>Índice de Dispersão (ID)</b>	<b>Observações</b>
Variável aleatória constante	$ID = 0$	Não dispersos
Binomial	$0 < ID < 1$	Sub-dispersos
Poisson	$ID = 1$	(-)
Binomial Negativo	$ID > 1$	Sobre-dispersos

A relevância deste índice prende-se com o facto de ser igual à unidade quando a distribuição de probabilidades das ocorrências num determinado intervalo é uma distribuição de Poisson. Assim, esta medida pode ser utilizada para avaliar se determinado conjunto de dados pode ser modelado por um processo de Poisson. O  $ID$  é, então, uma boa ferramenta do grau de aleatoriedade de um fenómeno.

No modelo de distribuição de Poisson aplicado ao caso da variável hidrológica em causa, considere-se a variável aleatória  $W$  que exprime o número de excedências por ano  $\{W_1, W_2, \dots, W_k, \dots, W_N\}$ , onde  $N$  é o número de anos da amostra. O índice de dispersão fica então (68):

$$ID = \frac{S_W^2}{\lambda} \quad (68)$$

onde  $S_W^2$  e  $\lambda$  são, respectivamente, a variância e a média de  $W$ . Se  $W$  for, de facto, uma variável que obedece ao processo de Poisson, o valor de  $ID$  estará perto da unidade (um processo de Poisson apresenta iguais valores de variância e média).

Na prática, no entanto, não poderia ser exigido um valor de  $ID$  rigorosamente igual à unidade devido ao facto de o conjunto de excedências modelado por um processo de Poisson ser apenas uma aproximação. Por conseguinte, uma vez que o índice de dispersão segue uma distribuição  $\chi^2$  com  $N - 1$  graus de liberdade, fica confirmada a hipótese de Poisson se a estimativa do valor de  $ID$  obedecer à seguinte condição (69):

$$ID \in \left[ \frac{\chi_{\alpha/2, N-1}^2}{N-1}, \frac{\chi_{1-\alpha/2, N-1}^2}{N-1} \right] \quad (69)$$

onde  $\alpha$  é o nível de significância do teste, aqui considerado igual a 5% e  $N$  é o número de anos com registos.

Conclui-se assim que o valor do limiar  $u$  seleccionado deverá obedecer a (69) com a contrapartida de que se tal equação nunca for verificada, o processo dos tempos de ocorrências não poderá ser modelado por um modelo pontual de Poisson, sendo assim necessário utilizar distribuições alternativas para o efeito, tais como as distribuições Binomial onde  $0 < ID < 1$ , ou a binomial negativa que pressupõe  $ID > 1$ .

A título de exemplo, na Figura 19 está representado graficamente o índice de dispersão, *dispersion index plot* como denominado na literatura inglesa, com base nos dados obtidos no posto em análise (Castro Daire), o para o intervalo de confiança  $(1 - \alpha)$  de 0.95.

A leitura da figura permite perceber que para valores de  $u$  entre 40 e 52 *mm* (intervalo calculado anteriormente), não é de rejeitar a hipótese de Poisson. Fica assim verificada a hipótese inicialmente tomada de que as excedências são passíveis de serem descritas por este processo. Pode-se deste modo, prosseguir na aplicação da técnica das SDP para um valor limiar  $u$  pertencente ao intervalo anteriormente referido.

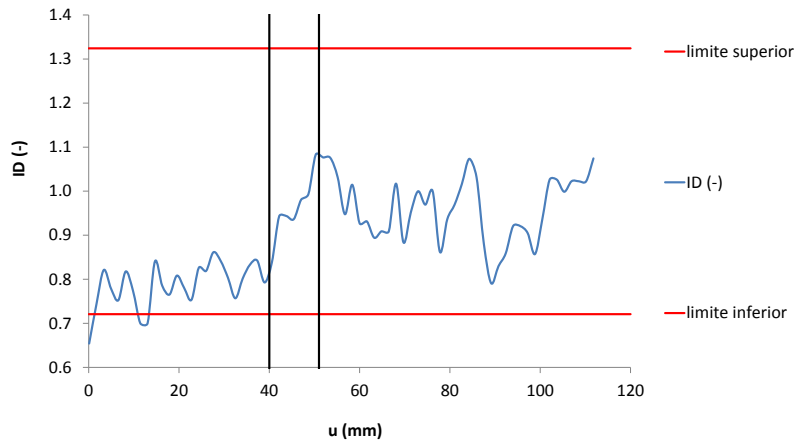


Figura 19 - Representação gráfica do índice de dispersão,  $ID$ , em função do limiar  $u$  (*dispersion index plot* na literatura inglesa), com base nas precipitações diárias no posto de Castro Daire.

### 3. Dados de base

#### 3.1 Considerações Breves

A precipitação é um dos componentes mais importantes do ciclo hidrológico sendo essencial para a manutenção de vida na Terra, nomeadamente, no restabelecimento de água doce em toda a área seca do globo. É através da evaporação da água do mar que existe água doce (livre de sais) disponível, não só para o consumo humano, mas também para todo um conjunto de actividades de índole antropogénica e/ou natural.

Em Portugal Continental verifica-se uma variabilidade espacial grande, como se percebe pela Figura 20.

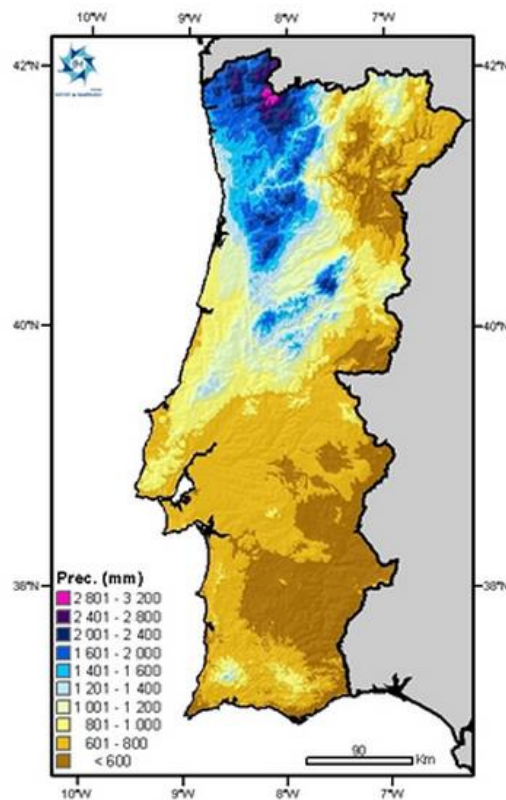


Figura 20 - Precipitação acumulada anual média em Portugal Continental (IPMA).

Percebe-se, pela análise da Figura 20, que a barreira morfológica constituída pelas montanhas do Minho, Cordilheira Central e relevos que a prolongam para sudoeste, provocam precipitações elevadas nas regiões entre os rios Lima e Cávado, apresentando principalmente na vertente atlântica, valores elevados de precipitação anual média, no ordem dos 2200 mm, chegando em alguns locais da Serra do Gerês a atingir valores próximos de 4000 mm.

Por outro lado, a nordeste e a metade sul do país apresentam valores da precipitação anual média inferiores a 1000 *mm*. A região do rio Guadiana apresenta uma reduzida precipitação anual média, na ordem de 570 *mm*, compreendendo algumas zonas precipitação inferior a 450 *mm*. Em conjunto com o interior da bacia do rio Douro (vale do rio Côa) estas são as regiões do Continente em que os valores de precipitação anual média são mais baixos.

A precipitação anual média de Portugal Continental varia consoante a fonte, no entanto, ronda sempre os 900 – 1000 *mm*. Reúnem-se algumas fontes relevantes que concluem acerca da precipitação média anual em Portugal: SANTOS, MIRANDA, p. 51, 2006, afirma que a precipitação anual média em Portugal é de cerca de 900 *mm*; o Plano Nacional da Água estima este valor em de cerca de 960 *mm* (MAOT, 2002); QUINTELA, p. 2.7, 1996, por sua vez, refere que a precipitação anual média em Portugal Continental atinge cerca de 1000 *mm*, sendo que, considerando apenas as regiões a norte do Tejo, se estima que o valor seja 1230 *mm*, e que, considerando apenas as regiões a sul do Tejo, este se reduza para 700 *mm*.

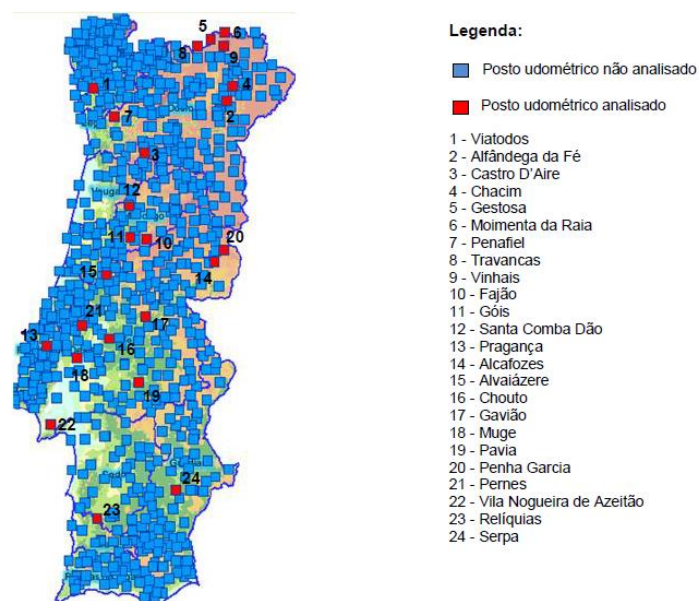
Outra das características do regime de precipitação é a sua acentuada variabilidade intra-anual, verificando-se que, em média, cerca de 70% da precipitação se concentra no semestre húmido, entre os meses de Outubro a Março. Quanto à ocorrência de chuva no estado sólido, este fenómeno tem uma localização espacial muito específica em Portugal Continental (MAOT, 2002).

Para se poderem tirar conclusões válidas e fundamentadas acerca das mais-valias da técnica das SDP, bem como da relação que existe entre os resultados obtidos através desta e da técnica das SMA, é necessário aplicá-las a um número razoável de postos udométricos que apresentem séries suficientemente longas. Tendo em conta o anterior aspecto, os postos analisados no âmbito da tese que se apresenta foram seleccionados por disporem de 70 ou mais anos de registos de precipitação diária máxima anual ( $P_{dma}$ ), assegurando, simultaneamente e em termos espaciais, uma razoável cobertura do território continental nacional, sem redundância de informação.

### **3.2 Postos udométricos escolhidos**

Primeiramente, foi feito um levantamento dos postos udométricos em Portugal que possuem maior quantidade de informação hidrológica, nomeadamente, mais anos de registos da precipitação diária. Uma vez que, neste trabalho, é feita uma comparação entre as técnicas das SMA e SDP, requerendo a técnica das SMA vários anos de registos (da ordem das várias dezenas de anos) para conduzir a resultados fidedignos, pretende-se encontrar os postos que oferecem um conjunto de dados suficientemente grande para o efeito.

Assim, de entre os postos udométricos existentes no território, foram seleccionados os 24 postos esquematicamente representados a vermelho na Figura 21, que se repartem por sete bacias hidrográficas.



**Figura 21 - Localização esquemática dos postos analisados (reproduzida de VAZ, 2008).**

Recorrendo aos dados do Sistema Nacional de Informação de Recursos Hídricos (SNIRH, [www.snirh.pt](http://www.snirh.pt)), da responsabilidade do ex-Instituto da Água, INAG (actualmente incorporado na Agência Portuguesa do Ambiente, I.P., APA) recolheram-se as precipitações diárias de todos os anos de registos disponíveis. De referir que o número de anos em que há registos num determinado posto udométrico, não é necessariamente igual ao número de anos completos de registos da precipitação diária uma vez que, esporadicamente podem surgir um ou mais dias em que o registo não tenha sido efectuado (recorde-se que um ano completo de precipitações diárias diz respeito à existência de um valor por dia da precipitação, expressa em *mm*, ao longo de todos os dias compreendidos entre 1 de Outubro e 30 de Setembro do ano seguinte, período correspondente a um ano hidrológico). Nestes casos, embora existam medições da precipitação diária em alguns ou muitos dias do ano hidrológico, deixa de ser considerado um ano completo devido à quebra da continuidade da informação.

Até ao início do presente século a medição da precipitação diária era feita manualmente, sendo que a pessoa responsável pela leitura do valor procedia à respectiva tarefa, diariamente por volta das 09h00. Eventualmente, por falta de acesso ao posto udométrico, por falha do material ou por falta de verbas para manter o trabalhador activo (entre outros) a medição da precipitação diária era interrompida, resultando na falta de informação que se verifica. Embora a ausência do valor da precipitação diária em apenas um dia (um acontecimento da variável aleatória) pareça insignificante face a tantos anos de registos, este valor poderia encerrar um peso estatístico significativo. Assim, em todos os postos udométricos analisados, são descartados os anos em que haja esta lacuna de informação, sendo que se considera apenas

conjuntos de anos seguidos em que exista efectivamente uma medição contínua da precipitação diária.

Há ainda que ressaltar o facto de ter-se considerado como ano completo, anos hidrológicos em a informação apenas de um dia, precedido e sucedido por vários dias de precipitação nula, era omissa. Nestes casos tomou-se como nulo o valor da precipitação em falta. Esta excepção foi admitida com base no facto comumente aceite que fortes chuvadas são precedidas e/ou sucedidas por longos períodos de precipitação. Quer isto dizer que mesmo que tenha ocorrido precipitação nestes dias em que não há informação, o seu peso estatístico é, certamente, insignificante.

No virar do século, a leitura passou a ser feita automaticamente, o que reduziu ou eliminou por completo parte dos problemas que existiam com a recolha dos dados.

As Tabelas 13 e 14 apresentam algumas informações recolhidas do SNIRH acerca dos 24 postos seleccionados inicialmente. A Tabela 13 apresenta o código do posto, a sua localização geográfica (incluindo a altitude a que o mesmo se situa), o período de registos e o número de anos completos de registos da precipitação diária,  $N$ . As coordenadas geográficas dos postos, no sistema Hayford-Gauss Militar, foram também obtidas através do SNIRH. No que toca à Tabela 14, esta apresenta-se para cada posto, as características estatísticas das respectivas séries de  $P_{dma}$ .

De mencionar que os postos udométricos foram agrupados por bacias hidrográficas ordenados por ordem alfabética e de Norte para Sul.

O número de anos de registos que aqui se apresentam são o máximo número de anos seguidos e completos de registos de cada posto udométrico. Percebe-se assim o porquê de se apresentarem postos onde este número é inferior a 70 anos, contrário ao inicialmente estipulado. Estes postos, que por falta de informação não completam os 70 anos completos de registos, estão representados a vermelho e a sua análise foi, por essa razão, desconsiderada. Por sua vez, os que se apresentam a azul foram sendo postos de parte devido às razões que se explicam em seguida.

No posto udométrico de Viatodos foi testado um programa de cálculo informático (desenvolvido em linguagem *Fortran*) utilizado no tratamento de dados. Simultaneamente foram comparados os resultados com o tratamento dos mesmos manualmente. Uma vez que houve a necessidade de se fazerem alguns ajustes na preparação dos dados e no modo de apresentação dos mesmos para se obterem resultados compatíveis e devidamente apresentáveis, preferiu-se colocar este posto de parte, após concluída a fase de testes, de modo a evitar pequenas fórmulas ou erros indetectados no ficheiro do posto que viciem as conclusões.



**Tabela 13 - Postos udométricos analisados. Localização geográfica (incluindo altitude), períodos de registos da precipitação diária e número de anos de registos, *N*. A vermelho encontram-se todos os postos com menos de 70 anos de registos e a azul todos os que foram descartados por outras razões.**

Posto		Coordenadas de localização			Período de registos	Número de anos do período de registos, <i>N</i>
Nome	Código	X (m)	Y (m)	Altitude (m)		
Viatodos	05F/01UG	165049.13	498607.49	86	1932/33-2001/02	70
Alfândega da fé	05P/04UG	297727.06	486316.90	558	1913/14-1982/83	92
Castro D'Aire	08J/04G	216484.12	435731.34	584	1916/17-2000/01	85
Chacim	05P/01UG	302848.07	500705.97	551	1976/77-2001/02	26
Gestosa	02O/01UG	281524.00	546423.00	706	1932/33-2002/03	71
Moimenta da Raia	02P/01C	295868.58	553749.35	837	1932/33-2001/02	70
Penafiel	06H/01UG	186148.00	471437.00	175	1913/14-1996/97	84
Travancas	03N/01G	268747.55	540166.49	884	1955/56-2001-02	47
Vinhais	02O/02UG	294648.00	540463.00	636	1913/14-2000/01	88
Fajão	13J/01UG	218160.15	352788.68	700	1931/32-2007/08	77
Góis	13I/01G	201684.57	354247.52	190	1924/25-1995/96	72
Santa Comba Dão	11I/01G	201300.29	384938.42	289	1933/34-2001/02	69
Pragança	18C/01G	119572.95	248285.96	183	1928/29-2001/02	74
Alcafozes	14O/02U	285322.32	331623.16	342	1933/34-1983/84	49
Alvaiázere	15G/01UG	178815.91	317665.13	335	1932/33-2005/06	74
Chouto	18G/01G	181204.00	256219.00	126	1911/12-2001/02	91
Gaivão	17I/01UG	216891.00	277275.00	273	1932/33-2004/05	73
Muge	19E/01UG	149977.00	237501.00	14	1932/33-2002/03	71
Pavia	20I/01G	210363.00	214322.00	189	1930/31-2002/03	73
Penha Garcia	13O/01UG	295136.05	342135.66	495	1929/30-1995/96	67
Pernes	17F/01UG	154325.79	269299.22	81	1914/15-2005/06	92
Vila Nogueira de Azeitão	22C/02UG	123280.21	172472.15	126	1942/43-2005/06	64
Relíquias	27G/01G	169185.00	81891.00	244	1938/39-2001/02	64
Serpa	26L/01UG	246521.75	108565.59	209	1931/32-2005/06	75

De referir que não houve a necessidade de reutilizar os dados do posto de Viatodos, numa versão já segura e livre de testes de compatibilidade, uma vez que se considera a informação extraída dos demais postos suficientemente ampla e esparsa para se obterem resultados satisfatórios da aplicação das séries de duração parcial.

Quanto aos postos de Alfândega da Fé e Fajão, inseridos nas bacias hidrográficas do rio Douro e do rio Mondego, respectivamente, chegou-se à conclusão que, qualquer que seja o valor do limiar  $u$  escolhido, o índice de dispersão não se situa dentro dos limites do intervalo de confiança a 95%. Quer isto dizer que os tempos de ocorrências não poderão ser modelado por um processo pontual de Poisson, ou seja, as excedências não seguem uma distribuição de Poisson e, como tal, a função de distribuição mencionada no capítulo anterior não se aplica à descrição do comportamento da variável aleatória das excedências.

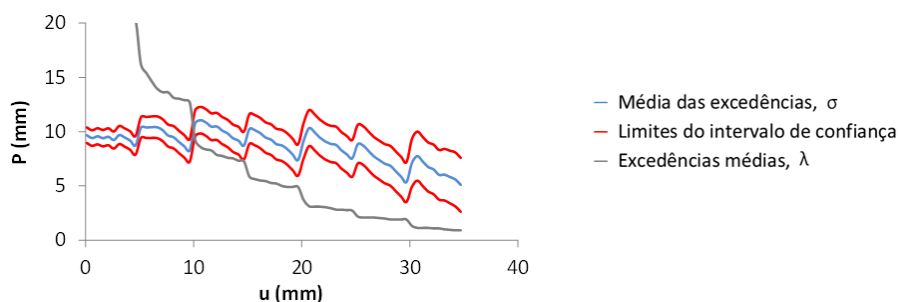
Os postos udométricos de Moimenta da Raia, bacia hidrográfica do rio Douro, e Chouto, bacia hidrográfica do rio Tejo, foram preteridos por apresentarem padrões estranhos no andamento

da excedência média. A Figura 22 elucida este facto no caso específico do posto udométrico de Chouto.

**Tabela 14 - Postos udométricos analisados. Precipitação diária média anual,  $P_{dma}$ , desvio-padrão, coeficiente de variação e coeficiente de assimetria da  $P_{dma}$ . A vermelho encontram-se todos os postos com menos de 70 anos de registos e a azul todos os que foram descartados por outras razões.**

Posto		Bacia hidrográfica	$P_{dma}$ média (mm)	Desvio-padrão (mm)	Coeficiente de variação (-)	Coeficiente de assimetria (-)
Nome	Código					
Viatodos	05F/01UG	Ave	79.38	19.89	0.25	0.22
Alfândega da fé	05P/04UG	Douro	36.64	21.60	0.59	2.35
Castro D'Aire	08J/04G		90.86	27.88	0.31	1.87
Chacim	05P/01UG		51.93	15.50	0.3	0.03
Gestosa	02O/01UG		50.88	13.07	0.26	1.54
Moimenta da Raia	02P/01C		57.21	20.53	0.36	0.87
Penafiel	06H/01UG		83.04	25.47	0.31	1.09
Travancas	03N/01G		47.49	15.34	0.32	1.02
Vinhais	02O/02UG		60.51	18.63	0.31	0.7
Fajão	13J/01UG	Mondego	74.16	23.24	0.31	0.48
Góis	13I/01G		62.35	18.58	0.3	0.73
Santa Comba Dão	11I/01G		61.44	16.75	0.27	0.88
Pragança	18C/01G	Ribeiras do Oeste	57.44	21.43	0.37	2.24
Alcafozes	14O/02U	Tejo	53.17	17.26	0.32	0.9
Alvaiázere	15G/01UG		61.35	14.95	0.24	0.62
Chouto	18G/01G		43.84	16.45	0.38	1.28
Gaivão	17J/01UG		51.54	17.61	0.34	0.77
Muge	19E/01UG		39.55	14.95	0.38	1.88
Pavia	20I/01G		39.60	17.22	0.43	1.15
Penha Garcia	13O/01UG		52.06	19.26	0.37	2.1
Pernes	17F/01UG		52.53	16.24	0.31	1.04
Vila Nogueira de Azeitão	22C/02UG		50.99	19.07	0.37	0.9
Relíquias	27G/01G	Mira	51.15	27.48	0.54	4.06
Serpa	26L/01UG	Guadiana	44.72	19.07	0.43	1.29

Para perceber na sua plenitude aquela que é provavelmente a principal causa deste andamento erróneo, deve compreender-se primeiro o modo como é medido o valor da precipitação em cada posto udométrico.



**Figura 22 - SDP aplicado aos primeiros 22 anos hidrológicos do posto de Chouto, 1911/12 – 1932/33. Excedência média,  $(\bar{X}_{DP} - u)$ , e número médio de excedências por ano para valores crescentes do limiar  $u$ .**

A medição do valor da precipitação é feita através do chamado udómetro. Este instrumento, também designado por sensor da precipitação ou pluviómetro é o instrumento destinado a medir a precipitação na forma líquida, acumulada num intervalo de tempo pré-estabelecido. Consiste num funil com área de  $200 \text{ cm}^2$  de abertura que recolhe a precipitação e a encaminha para um sistema de báscula constituído por haste apoiada no seu centro, formando uma espécie de balanceiro. Quando a quantidade de água da precipitação acumulada numa das básculas ou concha atinge  $0,1 \text{ mm}$ , o peso desta quantidade de água aciona o mecanismo fechando um circuito (contacto – magnético) despejando a água e ficando preparada a outra báscula ou concha para receber nova quantidade de água. Os pulsos produzidos são registados pelo sistema de aquisição de dados para reportar a quantidade de água acumulada no período pré – estabelecido, que nas redes do IM (Instituto de Meteorologia) é de 10 minutos (IPMA). Considera-se que o valor e a intensidade da precipitação assim calculados, são iguais na área de influência do posto udométrico o que permite avaliar o valor da altura de água precipitada para toda a região.

Analisando o gráfico da Figura 22, percebe-se que, de 5 em 5 mm, a excedência média sofre um aumento brusco. Visto que a excedência média é o quociente entre a soma das excedências,  $\sum_i X_{DP,i} - u$ , e o número anual médio de excedências,  $\lambda$ , e a soma das excedências diminui à medida que se aumenta o valor do limiar  $u$ , verifica-se que este aumento brusco é devido a uma diminuição anormal de  $\lambda$ . Este facto é confirmado pelos “saltos” que o gráfico do número médio de excedências por ano apresenta.

Como consequência directa do que aqui se afirma, existe uma concentração anormal de valores da variável aleatória das excedências, para valores ligeiramente inferiores a múltiplos de 5. Deduz-se assim que o udómetro não se encontrava nas suas perfeitas condições de funcionamento, sendo o mau funcionamento das básculas ou a incapacidade deste de acionar correctamente o mecanismo, as razões mais prováveis para este comportamento.

Apesar desta realidade ser forte o suficiente para descartar a informação de ambos os postos udométricos (Moimenta da Raia e Chouto), acrescenta-se ainda o facto que o próprio índice de dispersão não permitir a aplicação de um processo de Poisson à descrição das excedências, à semelhança do que se verifica com os postos de Alfândega da Fé e Fajão.

Por último, o posto de Góis, embora aparentemente não demonstre problema nos dados recolhidos do SNIRH, foi ignorado pelo facto dos dados terem uma inconsistência que não foi possível identificar e que não permitiu o processamento do programa.

Aplicou-se então a técnica das séries de duração parcial, SDP, aos 11 postos a preto nas Tabelas 13 e 14 visto serem aqueles cujos dados de base se encontram em condições de serem submetidos à análise de extremos.

### 3.3 Programa de cálculo automático

Após a recolha dos dados relativos a cada posto, estes são tratados de forma a serem reconhecidos pelo programa de cálculo automático facultado pela orientadora científica da presente tese e que suportou a investigação nela apresentada. Este analisa e exporta-os aplicando ambas as técnicas (SMA e SDP).

Relativamente à aplicação das SDP, o programa aplica a técnica através do aumento progressivo, em intervalos fixos, do valor do limiar  $u$ , constituindo para cada valor do limiar, a amostra correspondente e aplicando a técnica a cada uma destas amostras. Não obstante, há a necessidade de dar algumas instruções ao programa enquanto este aplica as SDP. Uma destas instruções é o número de limiares que se deseja considerar, desde o limiar de valor nulo até ao limiar que corresponde a sensivelmente metade do valor máximo registado da variável aleatória (precipitação diária máxima registada). Para uniformização do processo optou-se, no contexto deste trabalho, por fazer a análise sempre com 70 limiares, ou seja, o aumento do limiar é igual à divisão da metade da máxima precipitação diária, registada no respectivo posto, por 70. Aplicou-se, assim, a técnica das séries de duração parcial aos diversos postos, com 70 aumentos do limiar em cada caso, ou seja, para 70 amostras diferentes.

Verifica-se que um valor limiar máximo correspondente a metade do valor máximo diário registado é grande o suficiente para se obter amostras da variável aleatória para além daquilo que o critério do número anual médio de excedências de CUNNANE, 1973, e LANG, et al., 1999, recomenda:  $\lambda > 3$ , neste caso obtém-se amostras com  $\lambda < 3$ . Por outro lado, a escolha de 70 limiares conduz a resultados pormenorizados o suficiente para garantir uma análise do fenómeno.

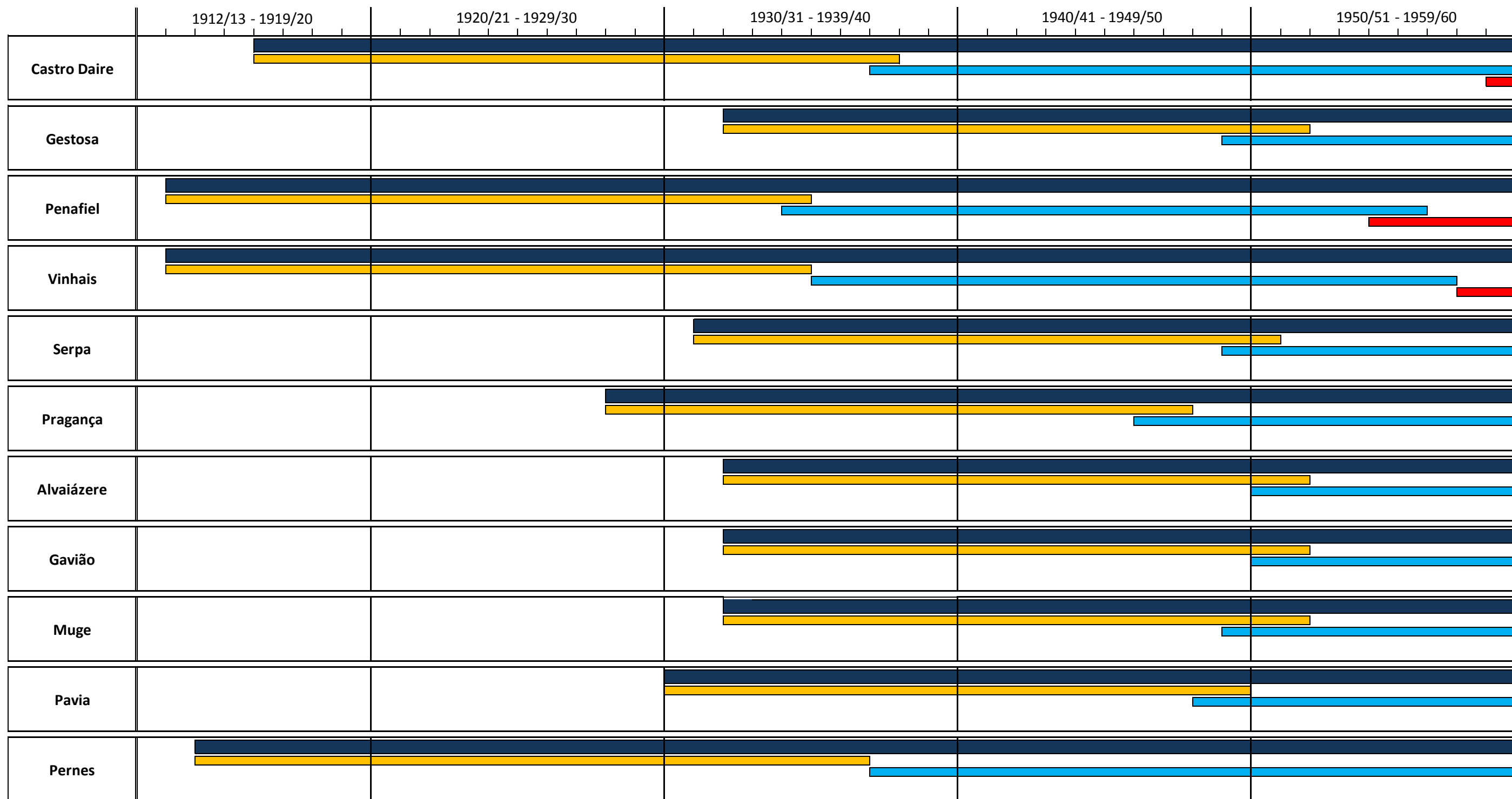
### 3.4 Divisão dos períodos de registo

Foi proposta, no início desta tese, uma comparação entre os resultados da aplicação da técnica das SMA com os resultados das SDP, ambas aplicadas no contexto da variável aleatória das precipitações diárias. Conquanto, este trabalho pretende também perceber até que ponto a existência de menos dados permite a aplicação da técnica das SDP com resultados igualmente satisfatórios à aplicação da técnica das SMA a um conjunto de dados, pertencente ao mesmo posto, mas desta feita suficientemente extenso.

Por conseguinte, dividiram-se os períodos de registos de cada posto udométrico em quatro sub-períodos de igual extensão e a aplicação das técnicas das SDP e SMA foi feita não só ao período global, mas também a cada sub-período independentemente. Com isto, é possível comparar os resultados das SDP com as SMA, ambas aplicadas ao período global e ainda os

resultados das SDP aplicadas a cada sub-período com as SMA aplicadas quer ao respectivo sub-período quer ao período global.

A Figura 23 apresenta, para cada posto udométrico, os períodos de tempo analisados tal como cada sub-período. Os sub-períodos podem ter entre 20 e 23 anos cada e podem ou não ter anos sobrepostos. Este facto não altera em nada os resultados obtidos. Recorde-se que não constitui objectivo deste trabalho perceber até quantos anos a menos (ou a partir de quantas ocorrências da variável aleatória) é viável a aplicação da técnica das SDP, mas sim, se é razoável a sua aplicação a menos anos. Assim, não existe qualquer contrariedade em se terem sub-períodos de diferentes dimensões de um posto para o outro ou até mesmo anos hidrológicos pertencentes a dois sub-períodos em simultâneo.



—Período Global    —Sub-período 1    —Sub-período 2    —Sub-período 3    —Sub-período 4

Figura 23a - Período global e divisão em sub-períodos de cada posto udométrico analisado.

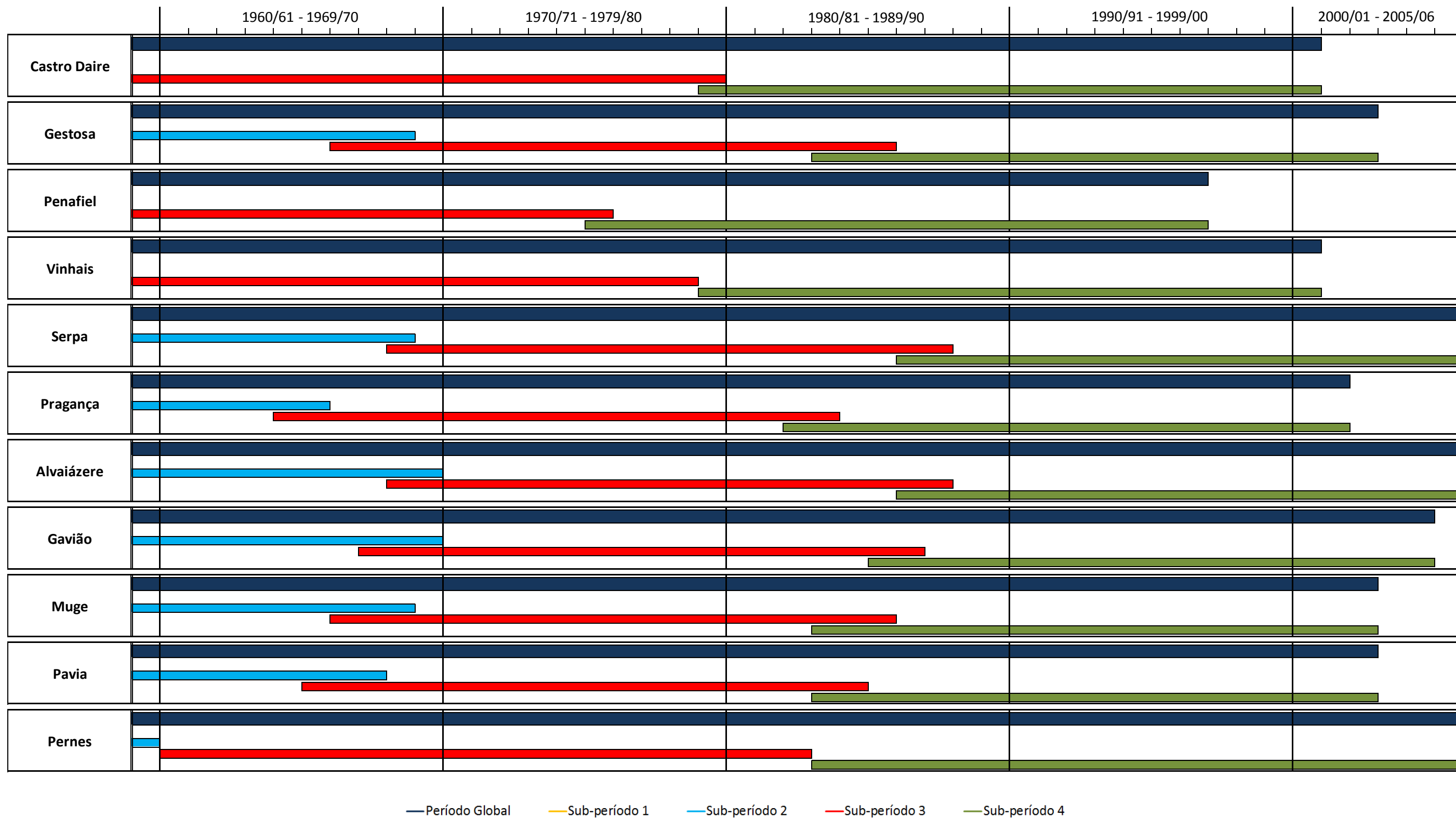


Figura 23b (continuação) – Período global e divisão em sub-períodos de cada posto udométrico analisado.

## 4. Metodologia adoptada na aplicação das SMA e SDP aos postos udométricos

Até este ponto do trabalho, foram apresentados os conceitos associados às técnicas das séries de máximos anuais, SMA (sub-capítulo 2.5) e às séries de duração parcial, SDP (sub-capítulo 2.7). Neste ponto, e devido à grande quantidade de postos udométricos analisados, considera-se pertinente demonstrar o método seguido para a aplicação sistemática daquelas técnicas.

Reserva-se assim, este capítulo para a listagem de cada passo seguido ao longo do processo. Acrescenta-se ainda uma breve explicação do propósito de cada ponto.

Tendo por base a amostra de precipitações diárias em cada posto, o procedimento de base adoptado, tendo em vista comparar estimativas de precipitações diárias máximas anuais fornecidas pela SMA e SDP é o seguinte:

- a. Consideração do período global bem como de quatro sub-períodos, de igual dimensão, entre 20 e 23 anos, contidos no período global. Esta dimensão foi considerada a mínima compatível com análise de SMA. A ideia subjacente à subdivisão da amostra global em sub-amostras foi a de comparar resultados de SMA e SDP, nomeadamente em presença de amostras de reduzida quantidade. A Figura 24 ilustra a divisão de um hipotético período global em quatro sub-períodos.

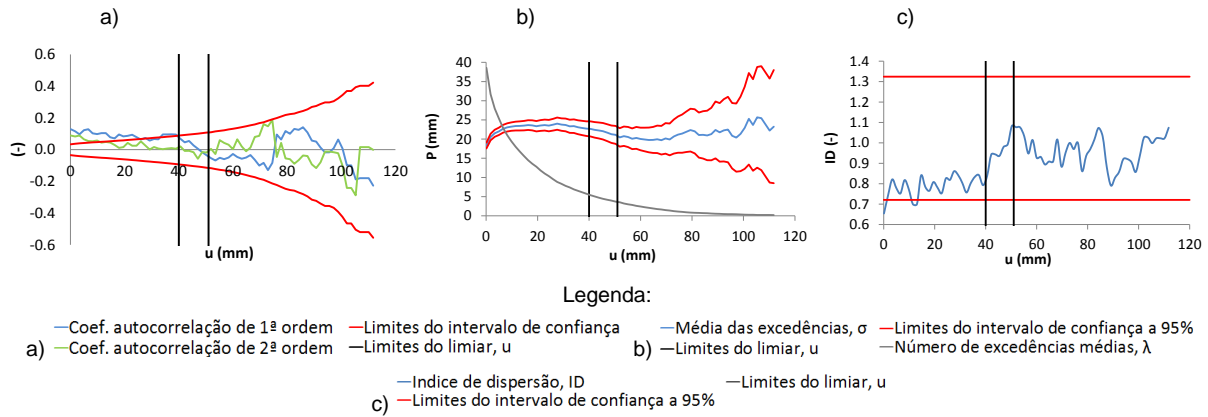


Figura 24 - Divisão do período global de um posto udométrico genérico em quatro sub-períodos de igual dimensão.

- b. Aplicação da análise baseada em SMA à amostra global e às amostras parciais com estimativa de diferentes quantis de probabilidade, nomeadamente, os quantis de 0.50, 0.75, 0.90, 0.95 e 0.99. Para o efeito, os procedimentos aplicados foram os descritos em 2.5.
- c. Constituição das amostras com base na técnica das SDP, descrita em 2.7, com caracterização do comportamento das correlações de ordem 1 e 2, da excedência média e da estatística de Fisher, para valores crescentes do limiar  $u$ . Este ponto tem em vista a selecção do intervalo de valores do limiar que reúnem as condições necessárias à aplicação da mesma técnica. A Figura 25 apresenta a variação das



três variáveis referidas com o aumento do valor  $u$ , bem como o intervalo de valores de  $u$  seleccionado.



**Figura 25 - Selecção do intervalo de valores do limiar. Representação, em função do valor do limiar,  $u$ , da: a) variação dos coeficientes de auto-correlação de 1ª e 2ª ordem; b) excedência média; c) estatística de Fisher.**

- d. Estimativa de máximos anuais com base na técnica das SDP. Como fundamentado em 2.7, para o efeito, utilizou-se a função de distribuição exponencial (1) desta feita, dependente do tempo (2), ou seja, a função de distribuição de probabilidade no campo dos máximos anuais (3) com o intuito de se compararem as estimativas provenientes das duas técnicas.

$$H(x|\theta) = P(X_{DP} \leq x|\theta) = 1 - \exp\left(-\frac{x-u}{\sigma}\right); \theta = [u, \sigma]^T; \sigma > 0 \quad (1)$$

$$F(x) = \exp\{-\lambda[1 - H(x)]\} \quad (2)$$

$$F(x|\lambda, \theta) = P(X_{MA} \leq x) = \exp\left[-\lambda \exp\left(-\frac{x-u}{\sigma}\right)\right]; \theta = [u, \sigma]^T; \sigma > 0 \quad (3)$$

- e. Comparação entre as estimativas dos valores da precipitação máxima anual pela técnica das SDP para valores de  $u$  crescentes com as mesmas estimativas, desta feita pela técnica das SMA para o sub-período em causa e para o período global do mesmo posto, Figura 26.

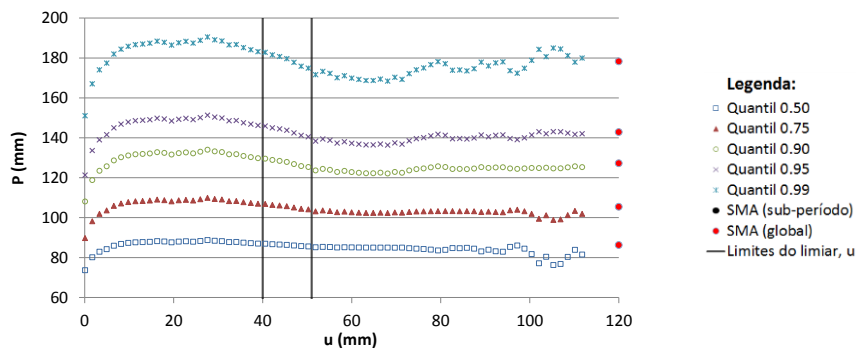


Figura 26 - Aplicação da técnica das séries de duração parcial, SDP. Comparação visual entre os resultados das SDP e provenientes das séries de máximos anuais, SMA. Na legenda: quantil X designa a estimativa do quantil com probabilidade de não excedência X; SMA (sub-período) e SMA (global) referem-se às estimativas dos mesmos quantis de probabilidade pela aplicação da técnica da série de máximos anuais, respectivamente, aos sub-períodos em questão e ao período global; limites do limiar,  $u$  marcam os limites que conduzem a amostras que obedecem às condições requeridas pelas SDP.

## 5. Resultados decorrentes da aplicação de SMA e SDP às precipitações diárias nos postos udométricos

Uma vez sistematizado o procedimento adoptado na aplicação das técnicas das Séries de Máximos Anuais, SMA, e das Séries de Duração Parcial, SDP, compreende este capítulo, a exemplificação dos resultados obtidos para 2 dos 11 postos que, de entre os 24 inicialmente seleccionados, se concluiu poderem ser adoptados no estudo, conforme justificado no capítulo 3.

Os dois postos adoptados como exemplos são os de Vinhais<sup>10</sup>, na bacia hidrográfica do rio Douro, e Pernes, bacia hidrográfica do rio Tejo. Os resultados para os demais postos constam do Anexo A, tendo sido organizados de modo semelhante ao agora apresentado.

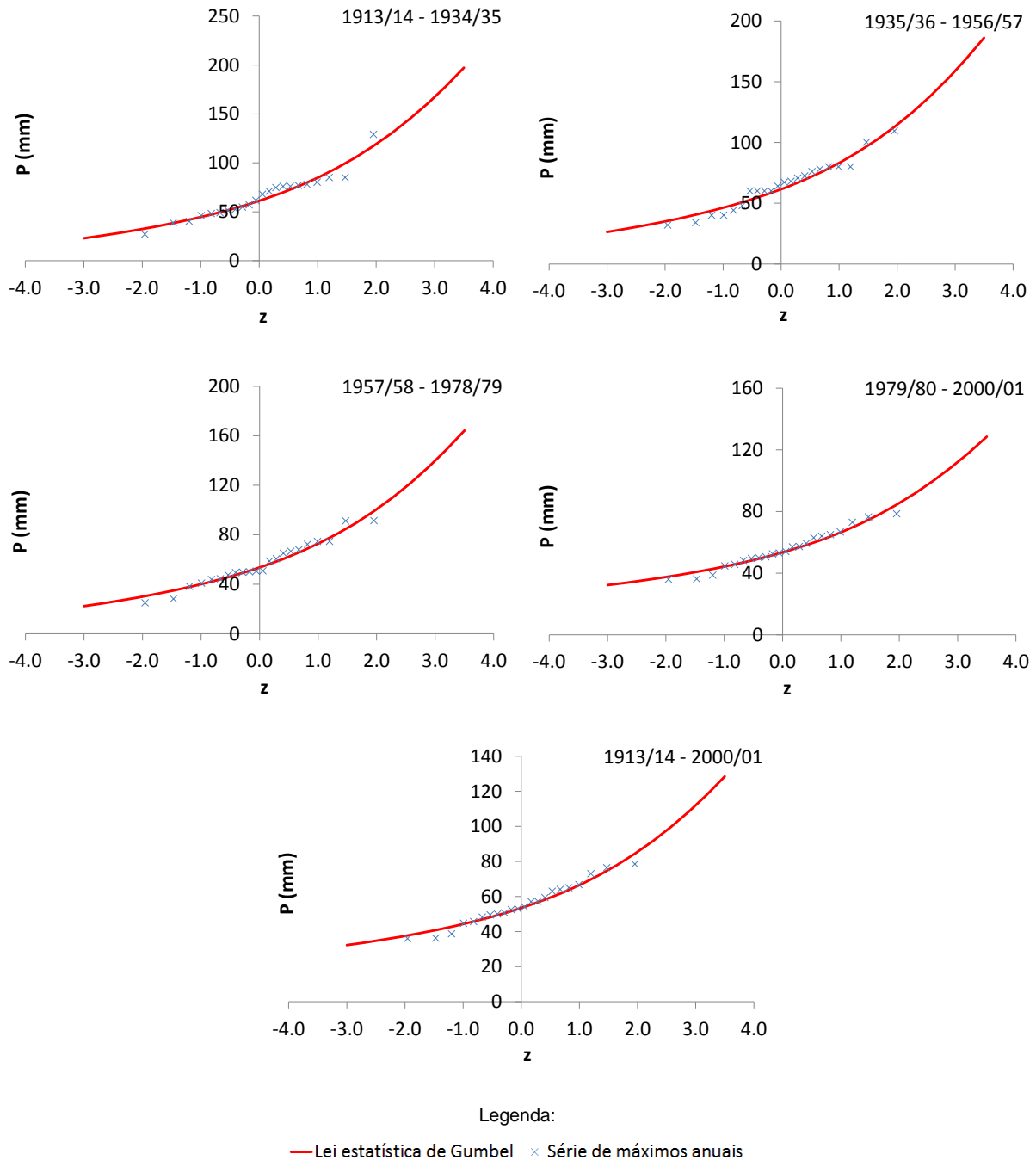
Assim, para cada posto, obtiveram-se os seguintes elementos:

- uma figura com a análise dos máximos anuais aplicada ao período global de registos e aos sub-períodos identificados na Figura 23 do capítulo 3 - Figuras 27 e 31 para Vinhais e Pernes, respectivamente.
- uma figura com a escolha dos intervalos do limiar de acordo com a técnica das SDP, mais uma vez para o período global e para os sub-períodos da Figura 23 – Figuras 28 e 32.
- uma figura comparativa das estimativas dos máximos anuais obtidos pelas SMA e pelas SDP, à medida que o valor de  $u$  aumenta – Figuras 29 e 33.
- uma figura contendo dois conjuntos, constituídos por uma tabela e um diagrama, um referente ao período de retorno de 10 anos e o outro ao de 100 anos. Em cada conjunto, a tabela reúne, para cada sub-período e para o período global, alguns valores do limiar  $u$ , dentro do intervalo previamente definido, e os correspondentes número anual médio de excedências e estimativa da precipitação diária máxima anual, em  $mm$ . O diagrama, por outro lado, compara o valor da estimativa da precipitação diária máxima anual pelas diferentes técnicas para cada sub-período e para o período global – Figuras 30 e 34.

---

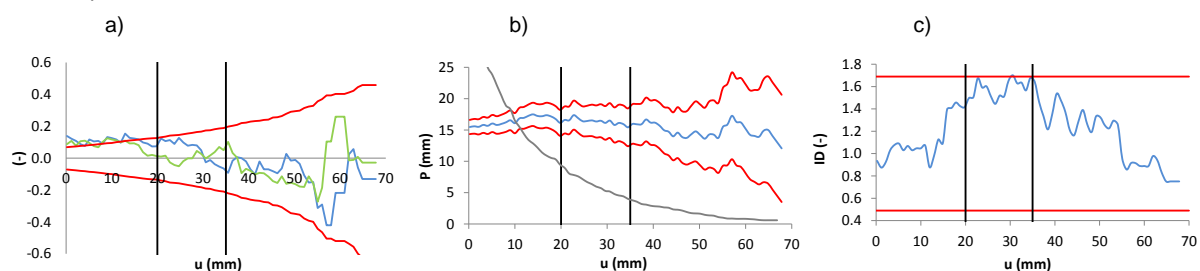
<sup>10</sup> Como se perceberá, no caso do posto de Vinhais não foram incluídas as análises relativas ao período global uma vez que, para a amostra constituída a partir dos dados globais, não existe nenhum valor do limiar que obedeça a todas as condições impostas, ou seja, não é possível aplicar a técnica das SDP ao período global. Não obstante, este posto contém informação relevante no que toca à comparação entre os resultados da aplicação das SDP aos sub-períodos com a aplicação das SMA ao período global.

Após a exemplificação baseada nos postos de Vinhais e Pernes, segue-se uma tabela resumindo os resultados mais relevantes da análise efectuada para o totalidade dos 11 postos analisados, Tabela 15.

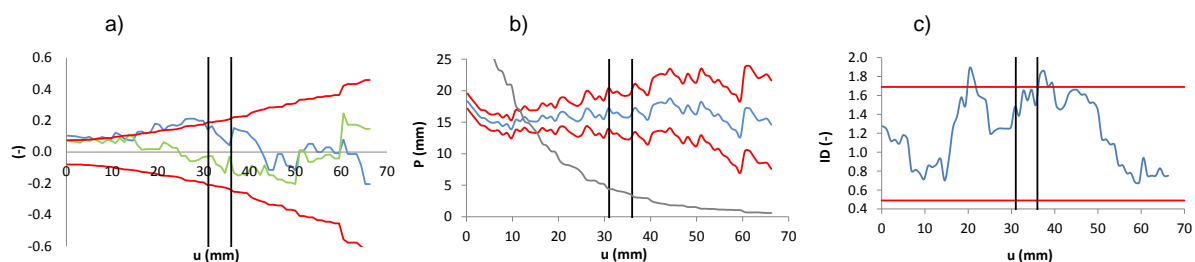


**Figura 27 - Posto de Vinhais. Período global de 1913/14 – 2000/01 e sub-períodos de 1913/14 - 1934/35; 1935/36 - 1956/57; 1957/58 - 1978/79; 1979/80 - 2000/01 (22 anos). Aplicação da técnica das séries de máximos anuais, SMA.**

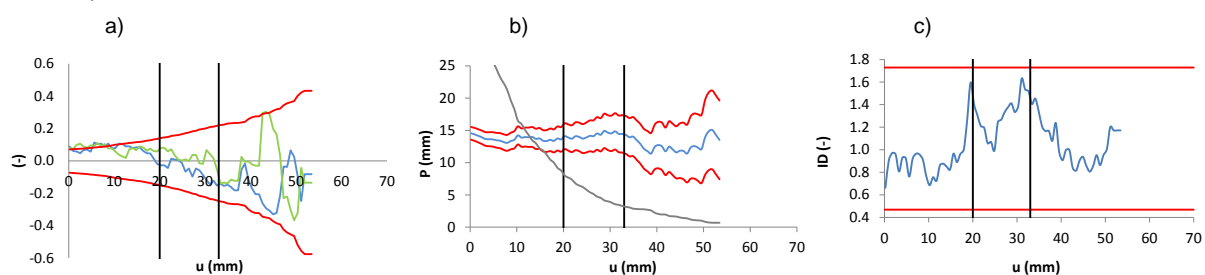
Sub-período 1 → 1913/14 – 1934/35



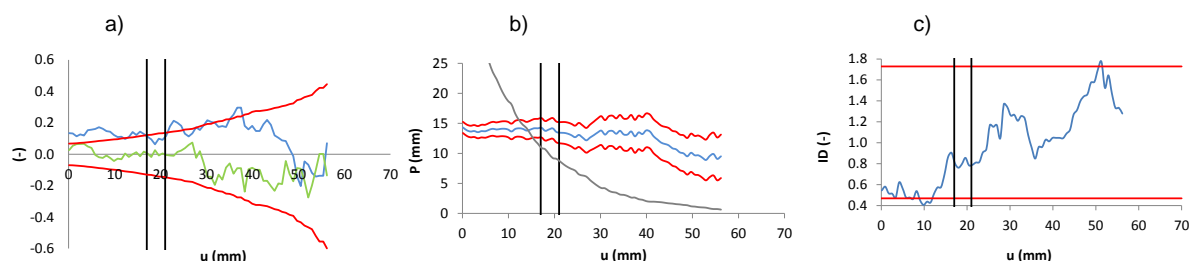
Sub-período 2 → 1935/36 – 1956/57



Sub-período 3 → 1957/58 – 1978/79



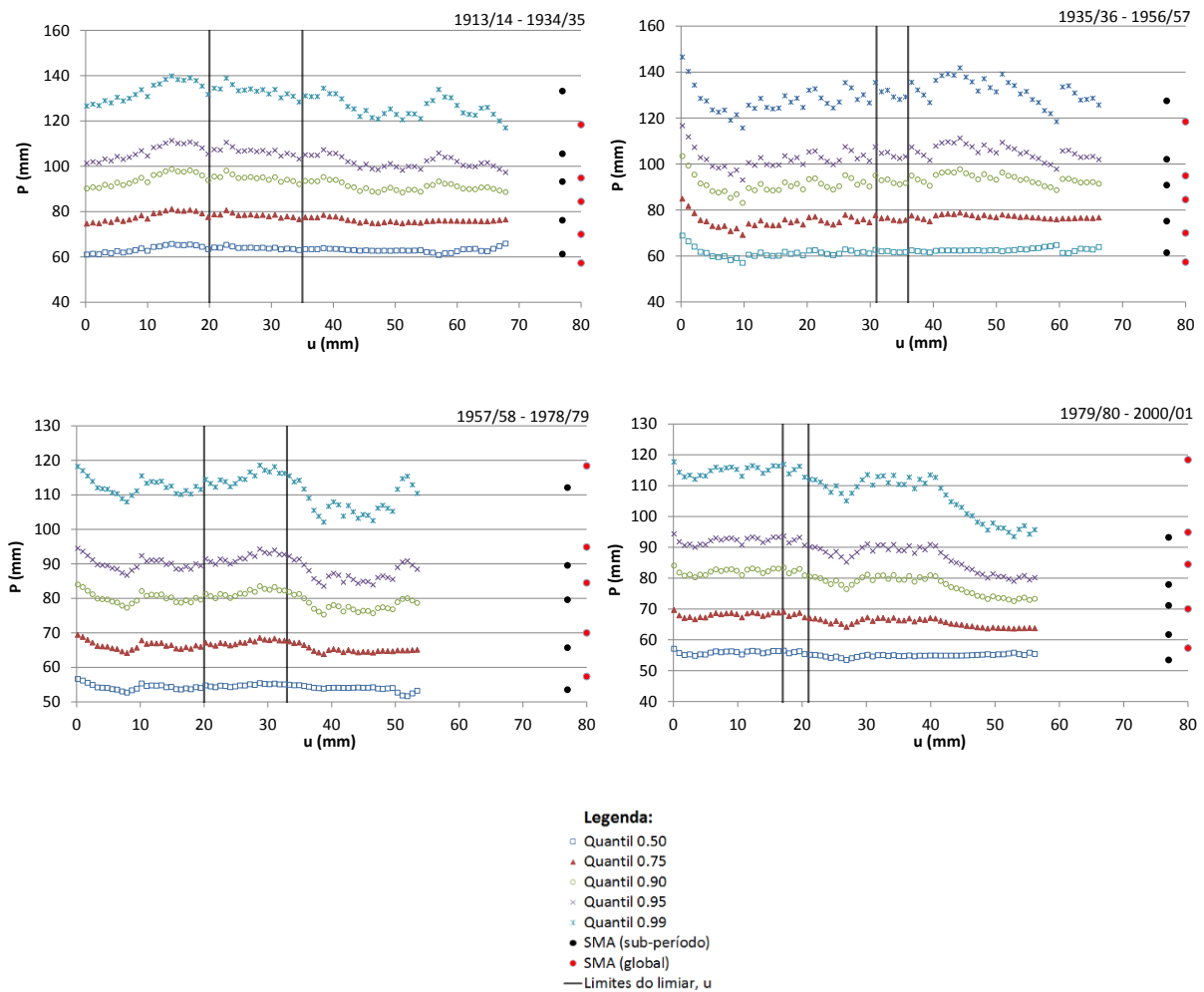
Sub-período 4 → 1979/80 – 2000/01



Legenda:

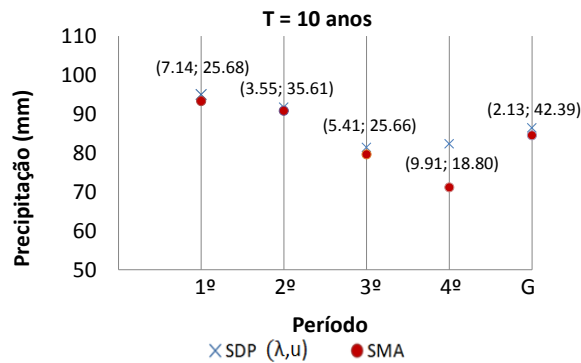
- a) — Coef. autocorrelação de 1ª ordem    — Limites do intervalo de confiança    — Média das excedências,  $\sigma$     — Limites do intervalo de confiança a 95%
- Coef. autocorrelação de 2ª ordem    — Limites do limiar, u    b) — Limites do limiar, u    — Número de excedências médias,  $\lambda$
- Índice de dispersão, ID    — Limites do limiar, u
- c) — Limites do intervalo de confiança a 95%

**Figura 28 - Posto de Vinhais. Sub-períodos de 1913/14 - 1934/35; 1935/36 - 1956/57; 1957/58 - 1978/79; 1979/80 - 2000/01 (sub-períodos de 22 anos). Seleção do intervalo de valores do limiar. Representação, em função do valor do limiar, u, da: a) variação dos coeficientes de auto-correlação de 1ª e 2ª ordem; b) excedência média; c) estatística de Fisher.**



**Figura 29 -** Posto de Vinhais. Sub-períodos de 1913/14 – 1934/35; 1935/36 - 1956/57; 1957/58 - 1978/79; 1979/80 - 2000/01. Aplicação da técnica das séries de duração parcial, SDP. Comparação visual entre os resultados das SDP e provenientes das séries de máximos anuais, SMA. Na legenda: quantil X designa a estimativa do quantil com probabilidade de não excedência X; SMA (sub-período) e SMA (global) referem-se às estimativas dos mesmos quantis de probabilidade pela aplicação da técnica da série de máximos anuais, respectivamente, aos sub-períodos em questão e ao período global; limites do limiar, u marcam os limites que conduzem a amostras que obedecem às condições requeridas pelas SDP.

T = 10 anos														
Sub-período 1			Sub-período 2			Sub-período 3			Sub-período 4			Período global		
u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)
20.78	9.45	95.46	31.79	4.36	92.93	20.26	8.00	81.30	17.17	10.91	83.38	40.16	2.39	87.43
21.76	8.95	95.24	32.74	4.09	93.28	21.03	7.68	80.63	17.98	10.68	81.51	41.28	2.24	87.16
22.74	8.05	98.05	33.70	4.00	91.72	21.80	7.36	80.02	18.80	9.91	82.32	42.39	2.13	86.43
23.72	7.82	96.44	34.66	3.82	91.15	22.57	6.77	81.22	19.61	9.23	82.97	43.50	2.02	85.64
24.70	7.59	94.82	35.61	3.55	91.74	23.34	6.45	80.93	20.42	9.09	80.88	44.61	1.92	84.89
25.68	7.14	94.96				24.11	6.23	80.10						
26.66	6.68	95.27				24.89	5.82	80.61						
27.64	6.36	94.73				25.66	5.41	81.40						
28.62	5.95	95.10				26.43	5.14	81.28						
29.60	5.73	94.05				27.20	4.73	82.45						
30.58	5.27	95.15				27.97	4.55	81.85						
31.56	5.18	93.13				28.74	4.14	83.51						
32.54	4.77	94.05				29.51	4.00	82.74						
33.52	4.55	93.50				30.29	3.82	82.47						
34.50	4.41	92.11				31.06	3.55	83.26						
						31.83	3.45	82.28						
						32.60	3.27	82.26						



T = 100 anos														
Sub-período 1			Sub-período 2			Sub-período 3			Sub-período 4			Período global		
u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)
20.78	9.45	134.48	31.79	4.36	131.51	20.26	8.00	114.42	17.17	10.91	116.91	40.16	2.39	123.03
21.76	8.95	134.10	32.74	4.09	132.16	21.03	7.68	113.29	17.98	10.68	113.83	41.28	2.24	122.43
22.74	8.05	138.86	33.70	4.00	129.20	21.80	7.36	112.23	18.80	9.91	115.18	42.39	2.13	120.87
23.72	7.82	136.11	34.66	3.82	128.12	22.57	6.77	114.32	19.61	9.23	116.26	43.50	2.02	119.15
24.70	7.59	133.34	35.61	3.55	129.24	23.34	6.45	113.82	20.42	9.09	112.75	44.61	1.92	117.49
25.68	7.14	133.58				24.11	6.23	112.35						
26.66	6.68	134.13				24.89	5.82	113.25						
27.64	6.36	133.17				25.66	5.41	114.66						
28.62	5.95	133.82				26.43	5.14	114.44						
29.60	5.73	131.95				27.20	4.73	116.59						
30.58	5.27	133.93				27.97	4.55	115.48						
31.56	5.18	130.27				28.74	4.14	118.57						
32.54	4.77	131.95				29.51	4.00	117.14						
33.52	4.55	130.93				30.29	3.82	116.62						
34.50	4.41	128.36				31.06	3.55	118.15						
						31.83	3.45	116.25						
						32.60	3.27	116.22						

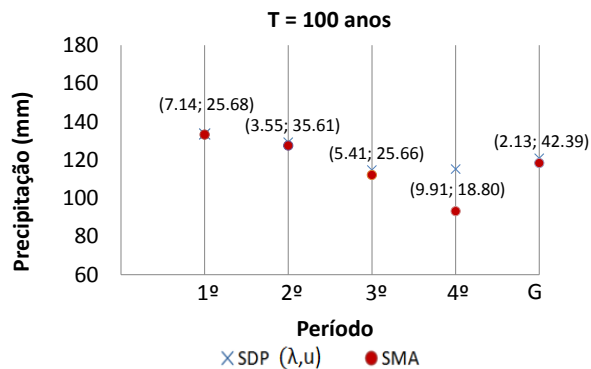


Figura 30 - Posto de Vinhais. Nas tabelas: para os períodos de retorno de 10 e 100 anos, conjunto de valores do limiar  $u$  e correspondentes valores do número anual médio de excedências e estimativas da precipitação máxima anual pelas SDP, para cada sub-período e para o período global. Nos gráficos: para os períodos de retorno de 10 e 100 anos, medianas das estimativas da precipitação máxima anual (assinaladas a azul nas tabelas) fornecidas pela técnica das SDP e estimativa da precipitação máxima anual dada pela SMA.

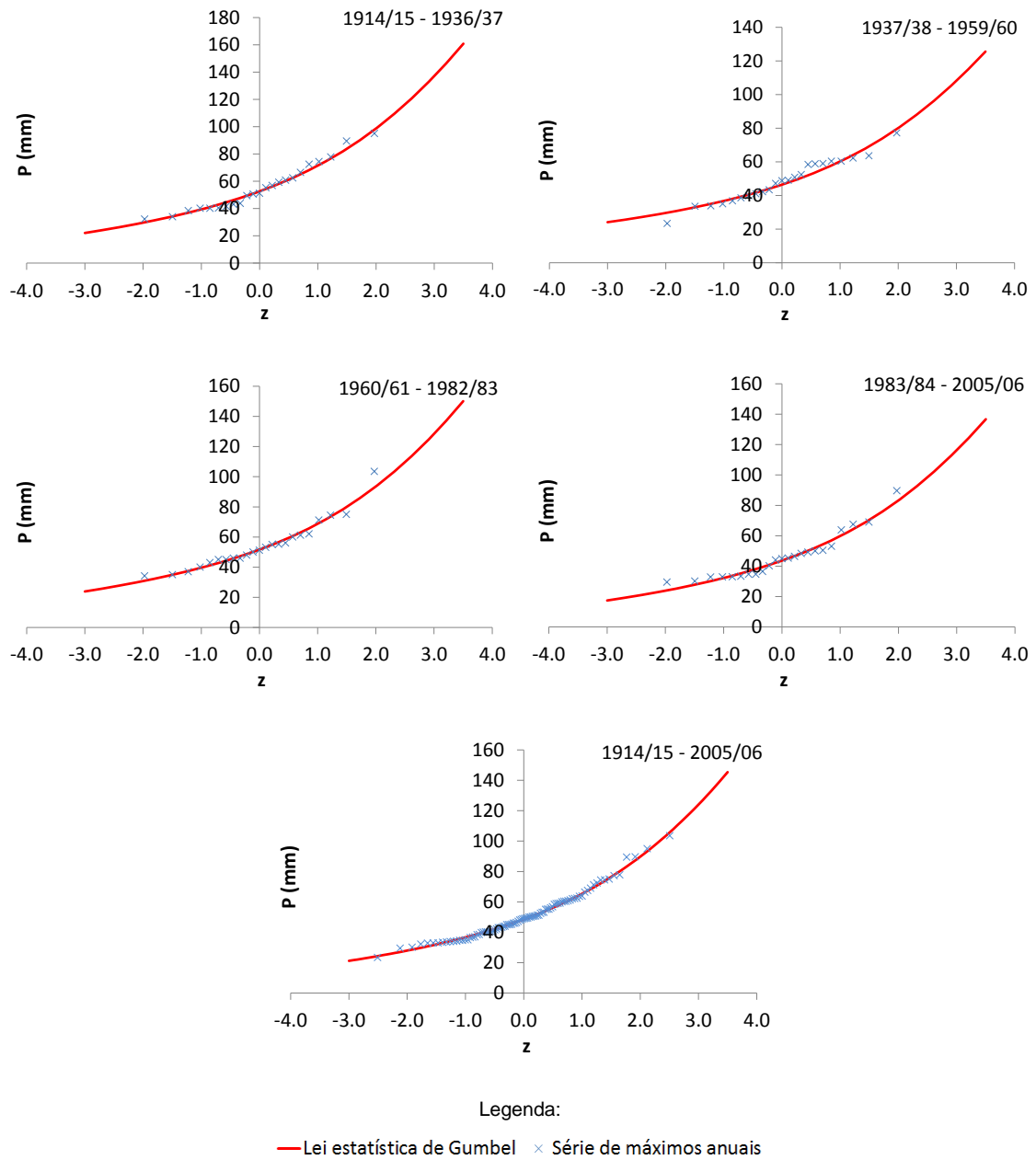
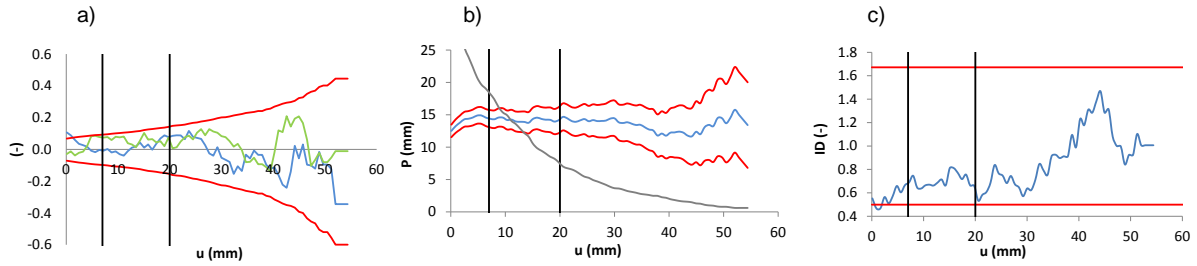


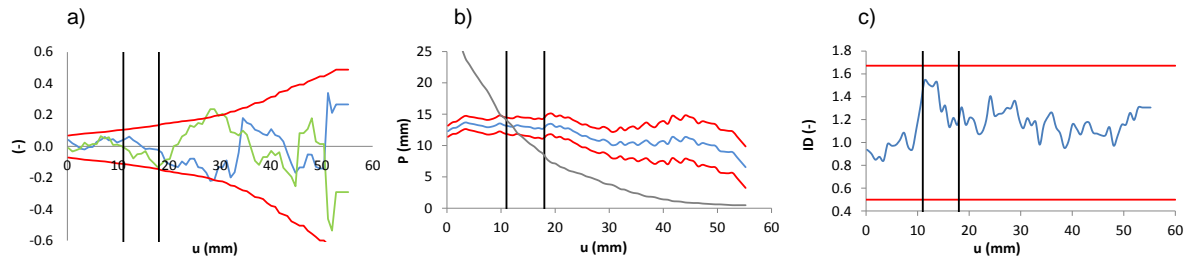
Figura 31 - Posto de Pernes. Período global de 1914/15- 2005/06 e sub-períodos de 1914/15 - 1936/37; 1937/38 - 1959/60; 1960/61 - 1982/83; 1983/84 - 2005/06 (sub-períodos de 23 anos). Aplicação da técnica das séries de máximos anuais, SMA.



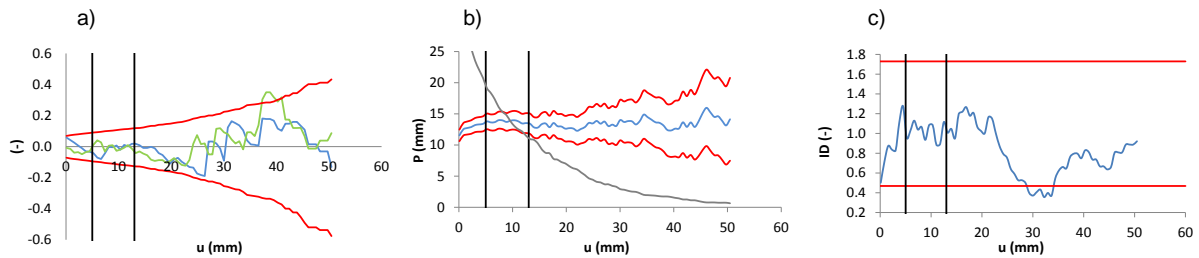
Sub-período 1 → 1914/15 - 1936/37



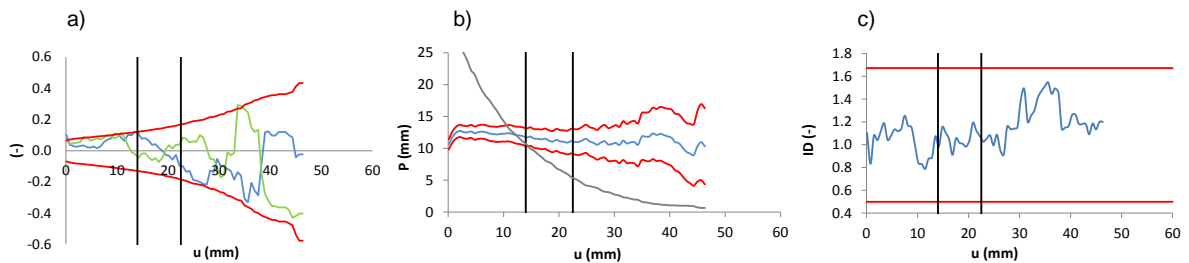
Sub-período 2 → 1937/38 - 1959/60



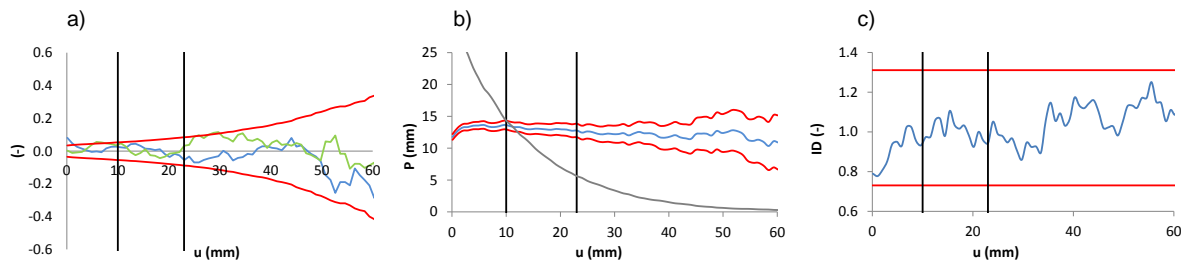
Sub-período 3 → 1960/61 - 1982/83



Sub-período 4 → 1983/84 - 2005/06



Período global → 1914/15 - 2005/06



Legenda:

- a) — Coef. autocorrelação de 1ª ordem — Limites do intervalo de confiança
- Coef. autocorrelação de 2ª ordem — Limites do limiar, u
- b) — Média das excedências,  $\sigma$  — Limites do limiar, u
- Limites do intervalo de confiança a 95%
- c) — Índice de dispersão, ID — Limites do limiar, u
- Número de excedências médias,  $\lambda$  — Limites do intervalo de confiança a 95%

**Figura 32 - Posto de Pernes. Período global de 1914/15- 2005/06 e sub-períodos de 1914/15 - 1936/37; 1937/38 - 1959/60; 1960/61 - 1982/83; 1983/84 - 2005/06. Selecção do intervalo de valores do limiar. Representação, em função do valor do limiar, u, da: a) variação dos coeficientes de auto-correlacção de 1ª e 2ª ordem; b) excedência média; c) estatística de Fisher.**

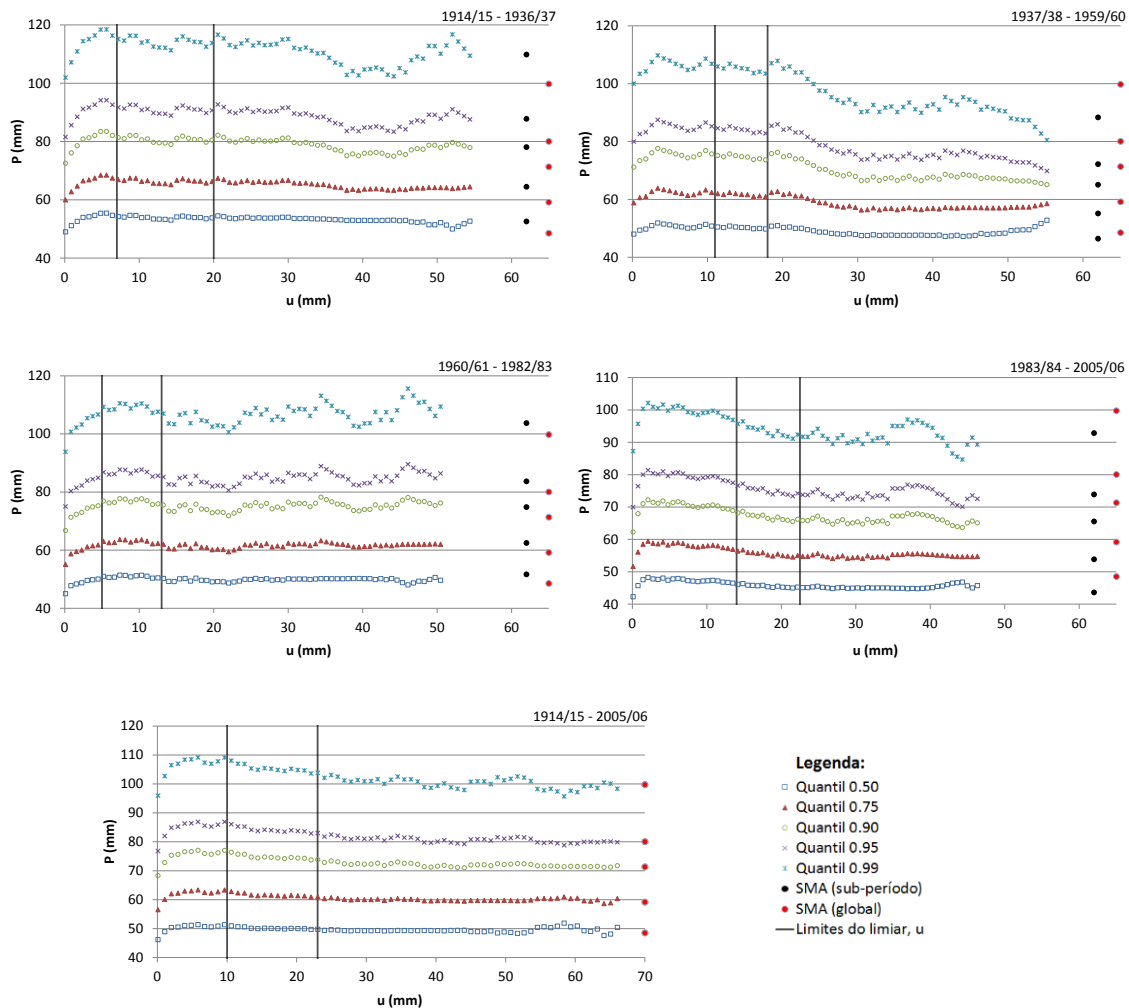
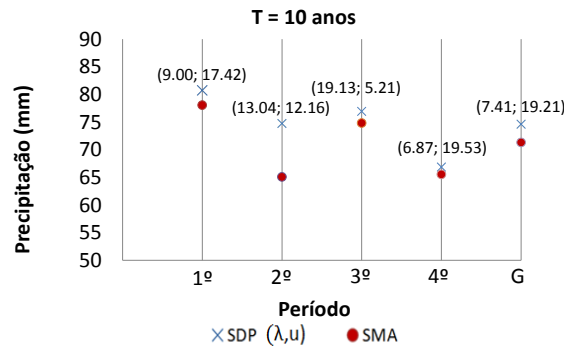


Figura 33 - Posto de Pernes. Período global de 1914/15- 2005/06 e sub-períodos de 1914/15 – 1936/37; 1937/38 - 1959/60; 1960/61 - 1982/83; 1983/84 - 2005/06. Aplicação da técnica das séries de duração parcial, SDP. Comparação visual entre os resultados das SDP e provenientes das séries de máximos anuais, SMA. Na legenda: quantil X designa a estimativa do quantil com probabilidade de não excedência X; SMA (sub-período) e SMA (global) referem-se às estimativas dos mesmos quantis de probabilidade pela aplicação da técnica da série de máximos anuais, respectivamente, aos sub-períodos em questão e ao período global; limites do limiar, u marcam os limites que conduzem a amostras que obedecem às condições requeridas pelas SDP.

T = 10 anos														
Sub-período 1			Sub-período 2			Sub-período 3			Sub-período 4			Período global		
u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)
7.18	18.26	81.35	11.36	13.74	75.15	5.21	19.13	76.91	14.17	10.61	68.17	10.61	13.83	76.36
7.97	17.39	81.00	12.16	13.04	74.72	5.94	18.35	76.25	14.84	9.91	68.65	11.57	13.04	75.69
8.76	16.17	82.09	12.95	12.04	75.72	6.67	17.35	76.41	15.51	9.61	67.56	12.52	12.14	75.66
9.55	15.35	82.05	13.75	11.48	75.11	7.40	16.09	77.70	16.18	9.09	67.45	13.48	11.51	74.71
10.33	14.91	80.59	14.55	10.87	74.78	8.13	15.30	77.56	16.85	8.65	67.11	14.44	10.76	74.39
11.12	14.04	80.88	15.35	10.26	74.62	8.86	14.78	76.58	17.52	8.09	67.47	15.39	9.92	74.75
11.91	13.57	79.73	16.14	9.83	73.78	9.59	13.83	77.35	18.19	7.83	66.48	16.35	9.25	74.62
12.69	12.87	79.55	16.94	9.17	74.06	10.32	13.04	77.65	18.86	7.48	65.96	17.30	8.64	74.38
13.48	12.17	79.47	17.74	8.70	73.66	11.05	12.52	77.00	19.53	6.87	66.87	18.26	8.07	74.17
14.27	11.61	78.98				11.78	12.17	75.69	20.20	6.61	66.11	19.21	7.41	74.61
15.06	10.52	81.14				12.51	11.48	75.91	20.87	6.26	65.89	20.17	6.92	74.37
15.84	9.83	81.84							21.54	5.96	65.50	21.13	6.45	74.28
16.63	9.43	81.14							22.21	5.48	66.21	22.08	6.07	73.70
17.42	9.00	80.73												
18.20	8.52	80.68												
18.99	8.22	79.75												
19.78	7.65	80.48												



T = 100 anos														
Sub-período 1			Sub-período 2			Sub-período 3			Sub-período 4			Período global		
u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)
7.18	18.26	115.16	11.36	13.74	105.93	5.21	19.13	109.30	14.17	10.61	95.69	10.61	13.83	108.04
7.97	17.39	114.60	12.16	13.04	105.23	5.94	18.35	108.27	14.84	9.91	96.48	11.57	13.04	106.96
8.76	16.17	116.33	12.95	12.04	106.84	6.67	17.35	108.51	15.51	9.61	94.66	12.52	12.14	106.91
9.55	15.35	116.25	13.75	11.48	105.85	7.40	16.09	110.55	16.18	9.09	94.47	13.48	11.51	105.36
10.33	14.91	113.92	14.55	10.87	105.31	8.13	15.30	110.33	16.85	8.65	93.91	14.44	10.76	104.84
11.12	14.04	114.38	15.35	10.26	105.04	8.86	14.78	108.77	17.52	8.09	94.52	15.39	9.92	105.44
11.91	13.57	112.53	16.14	9.83	103.64	9.59	13.83	110.00	18.19	7.83	92.81	16.35	9.25	105.23
12.69	12.87	112.24	16.94	9.17	104.10	10.32	13.04	110.49	18.86	7.48	91.92	17.30	8.64	104.81
13.48	12.17	112.11	17.74	8.70	103.44	11.05	12.52	109.44	19.53	6.87	93.49	18.26	8.07	104.45
14.27	11.61	111.31				11.78	12.17	107.31	20.20	6.61	92.18	19.21	7.41	105.21
15.06	10.52	114.87				12.51	11.48	107.66	20.87	6.26	91.78	20.17	6.92	104.80
15.84	9.83	116.04							21.54	5.96	91.11	21.13	6.45	104.64
16.63	9.43	114.86							22.21	5.48	92.38	22.08	6.07	103.62
17.42	9.00	114.17												
18.20	8.52	114.09												
18.99	8.22	112.52												
19.78	7.65	113.76												

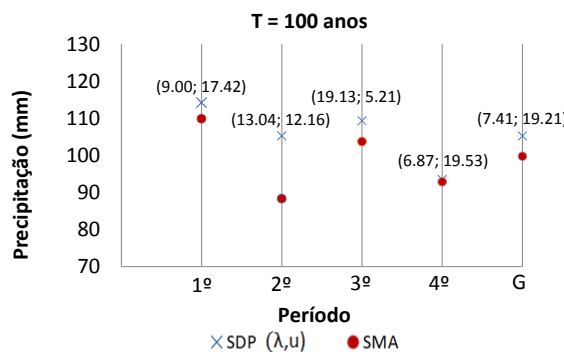


Figura 34 - Posto de Pernes. Nas tabelas: para os períodos de retorno de 10 e 100 anos, conjunto de valores do limiar  $u$  e correspondentes valores do número médio de excedências e estimativa da precipitação máxima anual pelas SDP, para cada sub-período e período global. Nos gráficos: para os períodos de retorno de 10 e 100 anos, estimativa mediana da precipitação máxima anual (de entre os valores do conjunto apresentado) pela técnica das SDP e estimativa da precipitação máxima anual pela SMA.

**Tabela 15 - Aplicação das técnicas das SMA e SDP aos diferentes postos udométricos, para todos os períodos considerados, para os quantis de probabilidade de 0.90 (período de retorno  $T = 10$  anos) e 0.99 (período de retorno  $T = 100$  anos). Valores limite do limiar  $u$ , valores da média das excedências correspondentes aos limites do limiar. Valor mediano, máximo e mínimo da estimativa da precipitação diária, para os quantis de probabilidade considerados, dentre todos os que correspondem a amostras provenientes de limiares dentro dos limites.**

Posto Udométrico	Período/ Dimensão	Valores Limites		Estimativas							
				T = 10 anos				T = 100 anos			
		De $\lambda$ (mm)		SDP			SMA (mm)	SDP			SMA (mm)
				Mediana (mm)	Mínimo (mm)	Máximo (mm)		Mediana (mm)	Mínimo (mm)	Máximo (mm)	
Castro Daire	1/22	27.68 - 43.38	9.82 - 5.32	<b>136.12</b>	132.50	137.20	<b>132.18</b>	<b>192.28</b>	185.90	194.22	<b>188.79</b>
	2/22	21.59 - 34.24	10.55 - 6.32	<b>133.86</b>	132.27	135.41	<b>125.38</b>	<b>191.21</b>	188.40	193.83	<b>170.71</b>
	3/22	15.01 - 32.41	15.18 - 7.59	<b>132.40</b>	128.46	134.34	<b>117.15</b>	<b>187.97</b>	181.23	191.20	<b>156.25</b>
	4/22	21.08 - 40.83	11.91 - 5.00	<b>125.89</b>	122.79	128.44	<b>130.93</b>	<b>177.99</b>	172.42	182.41	<b>191.24</b>
	Global/85	40.56 - 50.28	5.36 - 3.69	<b>127.86</b>	125.32	129.56	<b>127.23</b>	<b>179.66</b>	174.89	182.76	<b>178.31</b>
Gestosa	1/20	20.12 - 30.50	8.90 - 3.75	<b>72.65</b>	70.51	74.84	<b>72.60</b>	<b>100.12</b>	96.43	103.83	<b>102.30</b>
	2/20	3.62 - 13.48	26.10 - 12.55	<b>75.38</b>	73.53	77.11	<b>62.58</b>	<b>105.92</b>	102.93	108.58	<b>79.36</b>
	3/20	7.26 - 18.71	18.80 - 7.95	<b>74.56</b>	73.24	75.87	<b>64.28</b>	<b>104.90</b>	102.73	106.97	<b>82.55</b>
	4/20	8.10 - 16.82	19.25 - 9.70	<b>72.59</b>	71.31	74.00	<b>71.27</b>	<b>101.55</b>	99.51	103.73	<b>99.55</b>
	Global/71	20.60 - 31.10	7.65 - 3.10	<b>71.56</b>	70.96	72.64	<b>67.92</b>	<b>99.38</b>	98.33	101.49	<b>91.86</b>
Penafiel	1/22	23.37 - 33.71	11.68 - 7.09	<b>122.54</b>	121.01	125.39	<b>114.76</b>	<b>172.12</b>	169.59	177.05	<b>154.94</b>
	2/22	18.95 - 31.51	12.59 - 7.05	<b>116.61</b>	114.56	119.53	<b>119.37</b>	<b>164.55</b>	161.00	169.40	<b>170.97</b>
	3/22	18.74 - 31.17	13.32 - 6.86	<b>105.75</b>	102.32	107.70	<b>110.80</b>	<b>147.73</b>	142.13	150.90	<b>156.45</b>
	4/22	18.37 - 35.33	13.59 - 5.82	<b>116.04</b>	114.23	118.68	<b>117.96</b>	<b>163.12</b>	160.14	167.69	<b>164.04</b>
	Global/84	24.35 - 42.54	10.40 - 4.20	<b>115.41</b>	114.85	116.61	<b>116.29</b>	<b>161.94</b>	161.03	164.06	<b>162.17</b>
Vinhais	1/22	20.78 - 34.50	9.45 - 4.41	<b>94.96</b>	92.11	98.05	<b>93.27</b>	<b>133.58</b>	128.36	138.86	<b>133.22</b>
	2/22	31.79 - 35.61	4.36 - 3.55	<b>91.74</b>	91.15	93.28	<b>90.81</b>	<b>129.24</b>	128.12	132.16	<b>127.45</b>
	3/22	20.26 - 32.60	8.00 - 3.27	<b>81.40</b>	80.02	83.51	<b>79.59</b>	<b>114.66</b>	112.23	118.57	<b>112.10</b>
	4/22	17.17 - 20.42	10.91 - 9.09	<b>82.32</b>	80.88	83.38	<b>71.13</b>	<b>115.18</b>	112.75	116.91	<b>93.19</b>
	Global/88	40.16 - 44.61	2.39 - 1.92	-	-	-	<b>84.48</b>	-	-	-	<b>118.38</b>
Serpa	1/20	10.45 - 16.48	10.70 - 6.05	<b>63.79</b>	62.28	65.50	<b>80.21</b>	<b>90.92</b>	88.34	93.94	<b>131.03</b>
	2/20	4.29 - 15.83	21.15 - 6.70	<b>57.39</b>	56.16	58.59	<b>55.66</b>	<b>80.89</b>	78.81	82.84	<b>78.33</b>
	3/20	12.26 - 16.69	9.05 - 5.75	<b>56.19</b>	55.41	57.18	<b>61.19</b>	<b>79.33</b>	77.97	81.02	<b>89.10</b>
	4/20	8.23 - 16.35	12.45 - 6.70	<b>72.32</b>	70.26	74.64	<b>90.83</b>	<b>103.62</b>	100.14	107.63	<b>137.66</b>
	Global/75	12.06 - 17.19	9.43 - 5.83	<b>62.78</b>	61.70	63.84	<b>75.07</b>	<b>89.29</b>	87.46	91.17	<b>116.10</b>
Pragança	1/20	22.97 - 25.81	6.45 - 5.40	<b>69.80</b>	68.25	70.70	<b>72.84</b>	<b>96.36</b>	93.58	97.97	<b>103.89</b>
	2/20	7.87 - 14.60	22.70 - 14.60	<b>90.92</b>	89.65	92.03	<b>85.74</b>	<b>127.28</b>	125.26	129.01	<b>118.38</b>
	3/20	18.81 - 30.59	8.90 - 3.80	<b>93.70</b>	87.74	97.44	<b>100.47</b>	<b>134.53</b>	124.25	141.48	<b>152.57</b>
	4/20	16.73 - 27.31	9.40 - 4.55	<b>76.15</b>	74.46	78.40	<b>70.51</b>	<b>106.86</b>	103.79	110.67	<b>96.54</b>
	Global/74	30.09 - 34.23	3.95 - 3.11	<b>85.44</b>	84.65	86.17	<b>84.96</b>	<b>121.14</b>	119.60	122.54	<b>123.95</b>
Alvaiázere	1/20	12.76 - 23.53	16.00 - 8.50	<b>93.63</b>	90.21	94.36	<b>82.24</b>	<b>131.37</b>	125.77	132.53	<b>107.29</b>
	2/20	18.23 - 39.28	10.40 - 3.35	<b>99.81</b>	97.82	101.96	<b>88.47</b>	<b>141.24</b>	137.88	144.79	<b>118.95</b>
	3/20	9.36 - 19.45	18.45 - 10.75	<b>85.80</b>	82.14	90.46	<b>77.26</b>	<b>119.96</b>	113.99	127.36	<b>104.24</b>
	4/20	20.23 - 30.29	9.05 - 4.40	<b>81.09</b>	79.60	82.32	<b>75.68</b>	<b>113.07</b>	110.45	115.11	<b>104.14</b>
	Global/74	16.79 - 25.70	12.07 - 6.64	<b>88.57</b>	87.36	89.61	<b>80.95</b>	<b>124.07</b>	122.02	125.79	<b>109.55</b>
Gaivão	1/20	6.86 - 17.35	19.60 - 8.55	<b>72.26</b>	70.94	73.78	<b>66.56</b>	<b>101.70</b>	99.68	104.17	<b>90.67</b>
	2/20	9.51 - 19.78	15.60 - 7.80	<b>83.90</b>	82.67	84.58	<b>88.31</b>	<b>118.95</b>	116.94	120.07	<b>124.92</b>
	3/20	7.51 - 17.89	16.55 - 7.65	<b>71.72</b>	70.14	73.84	<b>75.17</b>	<b>101.33</b>	98.81	104.88	<b>107.94</b>
	4/20	12.64 - 15.28	10.85 - 9.00	<b>67.94</b>	67.66	69.14	<b>65.03</b>	<b>95.81</b>	95.33	97.78	<b>94.85</b>
	Global/73	9.91 - 21.69	14.66 - 5.95	<b>73.50</b>	72.80	74.26	<b>74.10</b>	<b>103.77</b>	102.51	105.01	<b>106.41</b>
Muge	1/20	11.51 - 21.88	10.85 - 4.20	<b>49.86</b>	45.05	55.03	<b>50.45</b>	<b>68.43</b>	59.82	77.17	<b>71.76</b>
	2/20	7.19 - 19.63	16.65 - 5.30	<b>59.12</b>	56.45	60.38	<b>57.50</b>	<b>83.14</b>	78.49	85.17	<b>83.23</b>
	3/20	20.89 - 24.17	4.15 - 3.15	<b>55.63</b>	54.88	56.84	<b>63.51</b>	<b>77.56</b>	76.14	79.84	<b>95.38</b>
	4/20	15.49 - 18.91	7.15 - 5.00	<b>60.56</b>	59.92	61.66	<b>69.91</b>	<b>85.78</b>	84.67	87.76	<b>106.87</b>
	Global/71	17.35 - 23.09	6.37 - 3.39	<b>54.92</b>	54.10	55.66	<b>59.06</b>	<b>76.42</b>	74.93	77.80	<b>86.45</b>
Pavia	1/20	7.41 - 15.20	13.10 - 5.55	<b>50.93</b>	49.91	52.23	<b>50.58</b>	<b>72.01</b>	70.35	74.22	<b>74.42</b>
	2/20	13.27 - 20.80	8.65 - 4.50	<b>63.08</b>	62.04	64.11	<b>64.94</b>	<b>89.54</b>	87.69	91.36	<b>94.38</b>
	3/20	9.40 - 21.36	12.85 - 4.90	<b>67.45</b>	66.18	68.74	<b>75.32</b>	<b>95.85</b>	93.52	98.05	<b>112.62</b>
	4/20	12.20 - 23.20	9.55 - 3.50	<b>58.69</b>	57.67	59.75	<b>68.04</b>	<b>82.72</b>	80.78	84.55	<b>102.50</b>
	Global/73	5.07 - 15.01	18.10 - 7.10	<b>59.63</b>	59.23	59.93	<b>63.28</b>	<b>84.56</b>	83.90	85.05	<b>93.71</b>
Pernes	1/23	7.18 - 19.78	18.26 - 7.65	<b>80.73</b>	78.98	82.09	<b>78.05</b>	<b>114.17</b>	111.31	116.33	<b>109.83</b>
	2/23	11.36 - 17.74	13.74 - 8.70	<b>74.72</b>	73.66	75.72	<b>65.07</b>	<b>105.23</b>	103.44	106.84	<b>88.32</b>
	3/23	5.21 - 12.51	19.13 - 11.48	<b>76.91</b>	75.69	77.70	<b>74.81</b>	<b>109.30</b>	107.31	110.55	<b>103.72</b>
	4/23	14.17 - 22.21	10.61 - 5.48	<b>66.87</b>	65.50	68.65	<b>65.52</b>	<b>93.49</b>	91.11	96.48	<b>92.85</b>
	Global/92	10.61 - 22.08	13.83 - 6.07	<b>74.61</b>	73.70	76.36	<b>71.31</b>	<b>105.21</b>	103.62	108.04	<b>99.75</b>

## 6. Conclusões e recomendações

Tecem-se primeiramente algumas conclusões as quais pressupõem contudo que estão disponíveis amostras longas de Séries de Máximos Anuais, SMA, sendo o desempenho das Séries de Duração Parcial, SDP, avaliado à luz das estimativas que essas amostras forneceriam. Posteriormente procede-se à comparação das SDP com as SMA, desta feita no pressuposto de que os dados disponíveis são apenas os que integram cada um dos sub-períodos estudados (SMA de reduzida dimensão, entre 20 e 23 anos).

Em resultado do estudo efectuado, julga-se ser válido concluir que, no conjunto das amostras analisadas de precipitações excepcionais, não foi possível identificar inequivocamente uma das técnicas de estimação como sendo a que garante resultados sistematicamente superiores ou inferiores à outra. De acordo com a bibliografia consultada, seria de esperar que a estimação dos quantis de probabilidade através da técnica das SDP resultasse mais fidedigna do que a estimação pelas SMA. É ainda possível perceber que seria de esperar que a aplicação das SDP a menos anos de registos fosse tão eficaz quanto a aplicação das SMA a um período mais alargado.

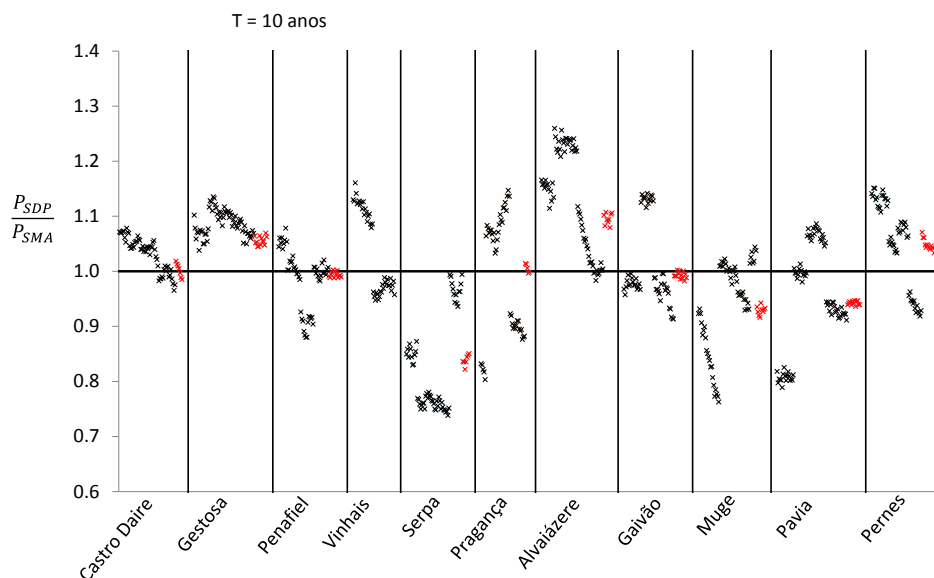
Com efeito, note-se a Tabela 16, que apresenta para o valor limiar correspondente à mediana das estimativas em cada sub-período, a dimensão da amostra obtida pelas SDP e, por sua vez, o número de elementos da amostra constituída pelas SMA. A Tabela 16 revela assim que por se terem amostras obtidas pelas SDP com maior número de elementos, pode conferir-se maior fiabilidade a esta técnica face às SMA, uma vez que baseia a sua análise numa maior quantidade de dados.

**Tabela 16 –Número de elementos das amostras constituídas na aplicação das SDP e SMA. No caso das SDP, especificou-se a dimensão da amostra (Md) cujo limiar  $u$  conduziu à mediana das estimativas de precipitações (ver Tabela 15). Entre parênteses apresenta-se a dimensão das amostras correspondentes aos limites do intervalo que compreende  $u$ .**

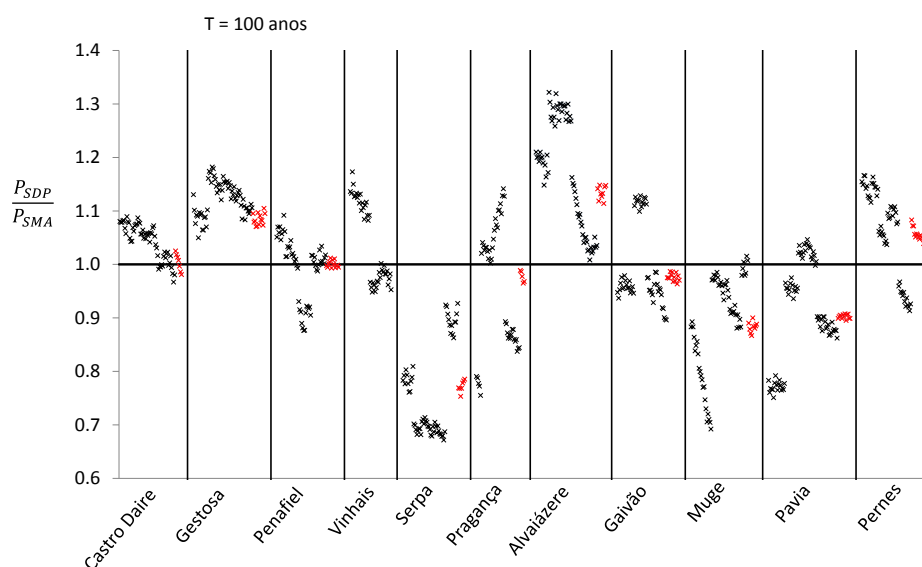
Período		Castro Daire	Gestosa	Penafiel	Vinhais	Serpa	Pragança	Alvaiázere	Gaivão	Muge	Pavia	Pernes	
SDP	1	Md	205 (117-216)	146 (75-178)	156 (156-257)	157 (97-208)	214 (121-214)	117 (108-129)	245 (170-320)	219 (171-392)	140 (84-217)	126 (111-262)	207 (176-420)
	2	Md	208 (139-232)	448 (251-522)	185 (155-277)	78 (78-96)	157 (134-423)	292 (292-454)	132 (67-208)	260 (156-312)	165 (106-333)	166 (90-173)	300 (200-316)
	3	Md	269 (167-334)	293 (159-376)	269 (151-293)	119 (72-176)	154 (115-181)	123 (76-178)	286 (215-369)	160 (153-331)	65 (63-83)	230 (98-257)	440 (264-440)
	4	Md	150 (110-262)	261 (194-385)	156 (128-299)	218 (200-240)	164 (134-249)	167 (91-188)	106 (88-181)	200 (180-217)	133 (100-143)	116 (70-191)	158 (126-244)
	Global	Md	377 (314-456)	281 (220-543)	379 (353-874)	-	707 (437-707)	260 (230-292)	624 (491-893)	992 (511-1070)	307 (241-452)	832 (518-1321)	682 (558-1272)
SMA		85	71	84	88	75	74	74	73	71	73	92	

Não obstante a maioria das amostras ser caracterizada por comportamentos individualizados, existem certos padrões susceptíveis de serem generalizados, que se sumarizam de seguida.

Pela análise das Figuras 29 e 33 ou igualmente por comparação das Figuras 35 e 36, fica evidenciado que os valores relativos decorrentes das SMA e das SDP são praticamente independentes do período de retorno. Quer isto dizer que, para dois limiares sucessivos, se o valor de estimativa varia (aumenta ou diminui) para um determinado período de retorno, todas as outras estimativas correspondentes aos demais períodos de retorno calculados variam na mesma proporção.



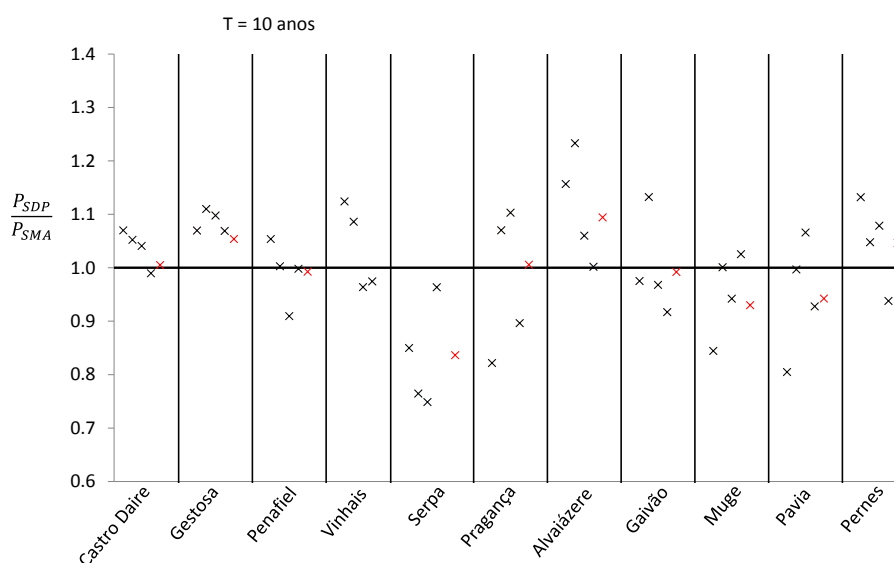
**Figura 35 – Quociente entre as estimativas da precipitação máxima anual produzidas pelas SDP (numerador) e pelas SMA (denominador), para o período de retorno de 10 anos. A preto: quocientes entre as estimativas das SDP para os diferentes sub-períodos e as estimativas das SMA para o período global; a vermelho: quocientes entre estimativas das SDP e SMA, ambas referentes ao período global.**



**Figura 36 - Quociente entre as estimativas da precipitação máxima anual produzidas pelas SDP (numerador) e pelas SMA (denominador), para o período de retorno de 100 anos. A preto: quocientes entre as estimativas das SDP para os diferentes sub-períodos e as estimativas das SMA para o período global; a vermelho: quocientes entre estimativas das SDP e SMA, ambas referentes ao período global.**

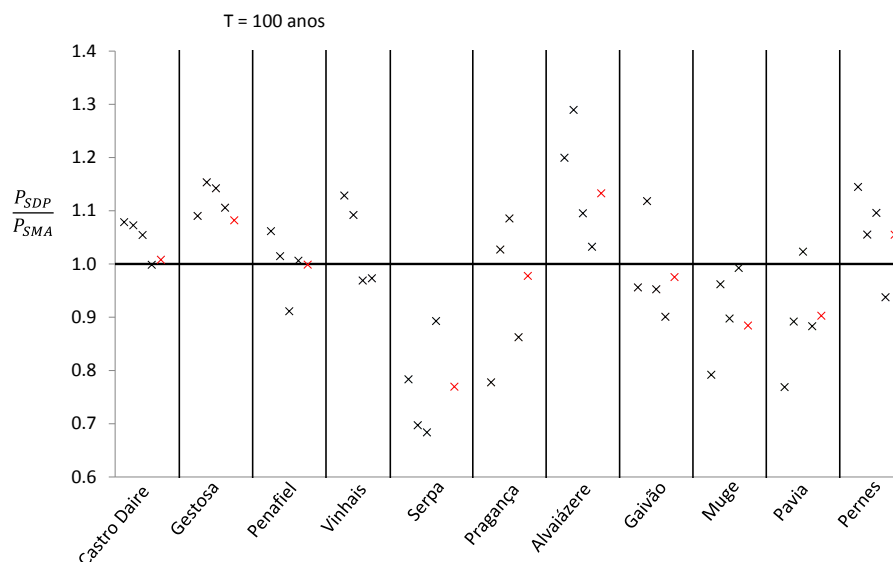
Nas Figuras 35 e 36 é ainda possível perceber que, para a maioria dos casos, as estimativas produzidas pelas SDP para os períodos globais se aproximam mais das estimativas das SMA baseadas nesse mesmo período (quocientes destacados a vermelho mais perto do segmento de recta com ordenada unitária). Por outro lado, as estimativas das SDP relativas a sub-períodos, tendem a divergir mais face às SMA do que as estimativas das SDP aplicadas ao período global.

Nas Figuras 37 e 38 são representados os quocientes entre as medianas das estimativas obtidas pelas SDP e as estimativas provenientes das SMA para o período global, respectivamente para os períodos de retorno de 10 e 100 anos. Pela leitura destas figuras denota-se que, para os diferentes sub-períodos, mais frequentemente a técnica das SDP conduz a estimativas mais elevadas. Por outro lado, no que diz respeito aos períodos globais, tal não se verifica. Assim, pode afirmar-se que, para um dado posto, as SDP baseadas em sub-períodos conduzem a resultados medianos tendencialmente mais conservativos (maiores) do que os fornecidos pelas SMA para o período global, enquanto que se ambas as técnicas forem aplicadas a este último período, os resultados são praticamente equivalentes. Este resultado pode igualmente ser visualizado na Tabela 17, onde é destacada a técnica cuja estimativa é superior.



**Figura 37 - Quociente entre as medianas das estimativas da precipitação máxima anual produzidas pelas SDP (numerador) e pelas SMA (denominador), para o período de retorno de 10 anos. A preto: quocientes entre as medianas das estimativas das SDP para os diferentes sub-períodos e as medianas das estimativas das SMA para o período global; a vermelho: quocientes entre as medianas das estimativas das SDP e SMA, ambas referentes ao período global.**

Importa, todavia, anotar que em termos da mediana das estimativas feitas pelas SDP, sub-períodos distintos podem conduzir a estimativas bastante diferentes, o que, de algum modo, não é vantajoso para a aplicação das SDP.



**Figura 38 - Quociente entre as medianas das estimativas da precipitação máxima anual produzidas pelas SDP (numerador) e pelas SMA (denominador), para o período de retorno de 100 anos. A preto: quocientes entre as medianas das estimativas das SDP para os diferentes sub-períodos e as medianas das estimativas das SMA para o período global; a vermelho: quocientes entre as medianas das estimativas das SDP e SMA, ambas referentes ao período global.**

Convém contudo não esquecer que o recurso às SDP é uma alternativa quando as dimensões das SMA são insuficientes. Assim, considere-se agora que os dados disponíveis seriam apenas os que integram cada um dos sub-períodos analisados. Neste pressuposto, elaboram-se os gráficos das Figuras 39 a 42, que diferem dos gráficos das Figuras 35 a 38 apenas no facto do quociente ter como denominador, não a estimativa pelas SMA para o período global, mas a estimativa pelas SMA para cada sub-período.



Tabela 17 – Comparação das medianas das estimativas obtidas com base nas SDP para os diferentes sub-períodos com a estimativa fornecida pelas SMA para o período global. Para cada período de retorno e para cada sub-período ou período global, destaca-se, a azul ou roxo, a célula correspondente à técnica que resultou numa estimativa superior.

Posto Udométrico	Período	T = 10 anos		T = 100 anos	
		Mediana SDP	SMA	Mediana SDP	SMA
Castro Daire	1				
	2				
	3				
	4				
	Global				
Gestosa	1				
	2				
	3				
	4				
	Global				
Penafiel	1				
	2				
	3				
	4				
	Global				
Vinhais	1				
	2				
	3				
	4				
	Global	-	-	-	-
Serpa	1				
	2				
	3				
	4				
	Global				
Pragança	1				
	2				
	3				
	4				
	Global				
Alvaiázere	1				
	2				
	3				
	4				
	Global				
Gaivão	1				
	2				
	3				
	4				
	Global				
Muge	1				
	2				
	3				
	4				
	Global				
Pavia	1				
	2				
	3				
	4				
	Global				
Pernes	1				
	2				
	3				
	4				
	Global				
$\Sigma$	Sub-períodos	27	17	24	20
	Global	5	5	4	6

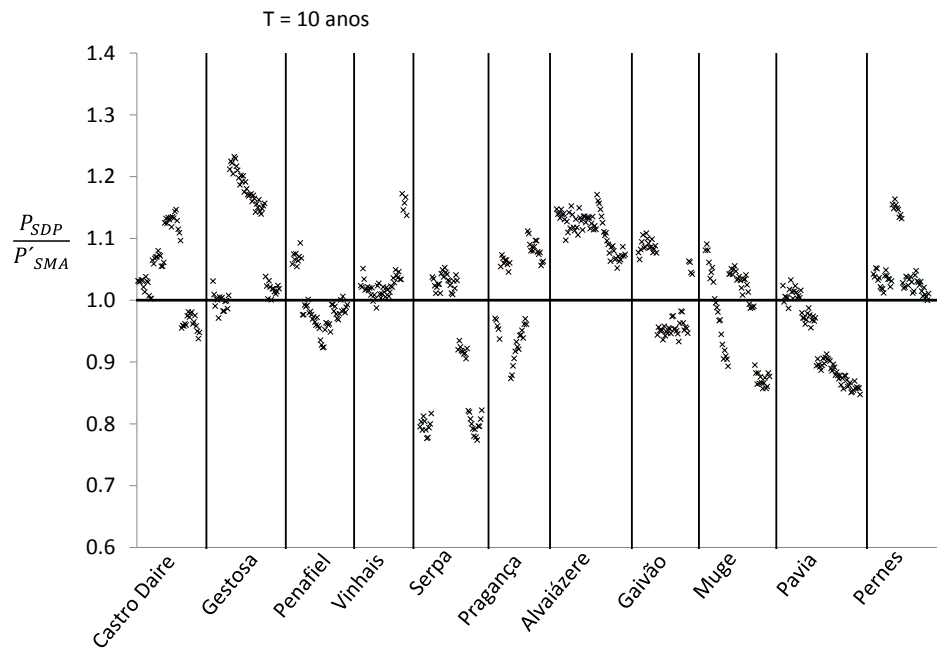


Figura 39 - Quociente entre as estimativas da precipitação máxima anual produzidas pelas SDP (numerador) e pelas SMA (denominador) para o correspondente sub-período, para o período de retorno de 10 anos.

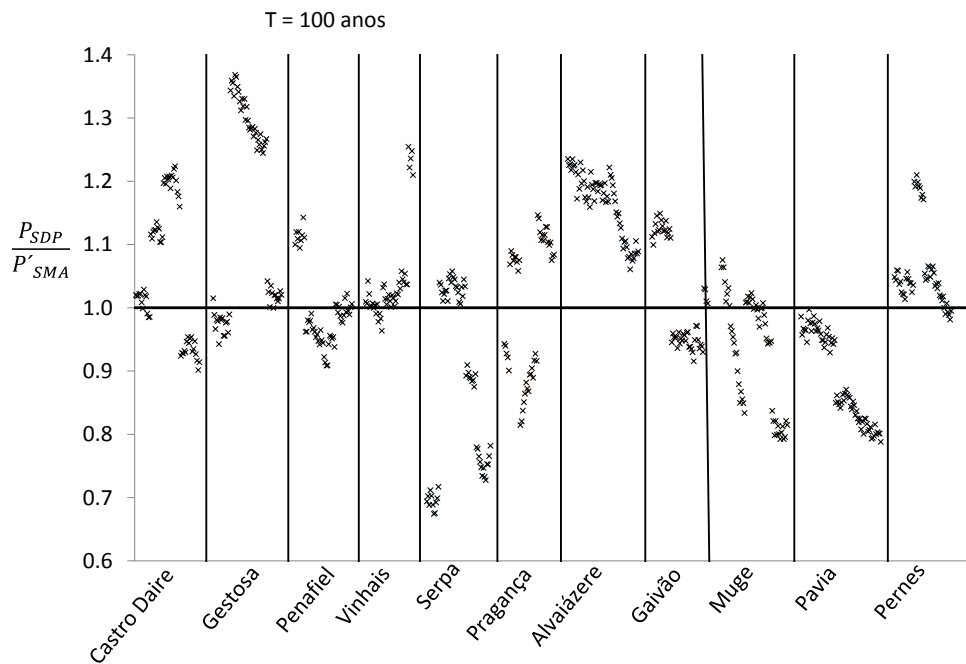


Figura 40 - Quociente entre as estimativas da precipitação máxima anual produzidas pelas SDP (numerador) e pelas SMA (denominador) para o correspondente sub-período, para o período de retorno de 100 anos.

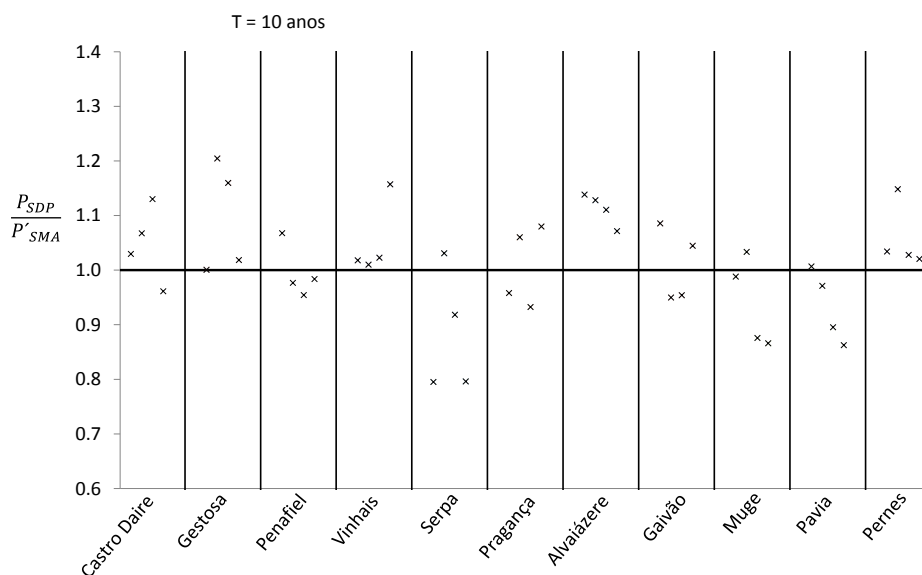


Figura 41 - Quociente entre as medianas das estimativas da precipitação máxima anual produzidas pelas SDP (numerador) e pelas SMA (denominador) para o período de retorno correspondente, para o período de retorno de 10 anos.

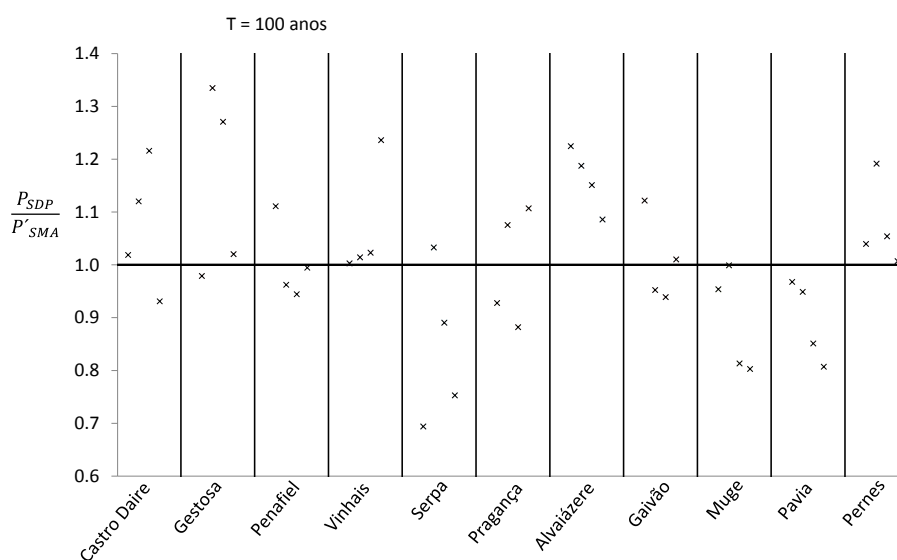


Figura 42 - Quociente entre as medianas das estimativas da precipitação máxima anual produzidas pelas SDP (numerador) e pelas SMA (denominador) para o período de retorno correspondente, para o período de retorno de 100 anos.

Pela análise dos gráficos das Figuras 39 a 42 conclui-se que, no caso de se ter uma quantidade limitada de dados disponíveis, o recurso à técnica das SDP tende a resultar em estimativas superiores às produzidas pelas SMA.

Acrescenta-se ainda que, quer para a análise feita com base nos períodos globais quer para a análise incidente apenas nos sub-períodos, para o período de retorno de 100 anos, as

estimativas obtidas por ambas as técnicas divergem mais entre si do que as obtidas para o período de retorno de 10 anos. Tal seria de esperar dada a crescente incerteza nas estimativas que se verifica à medida que se aumentam os períodos de retorno.

Por fim, deixam-se algumas recomendações para futuras pesquisas na área, nomeadamente na comparação das técnicas SMA e SDP.

Primeiramente, seria importante aplicar as técnicas, desta feita associadas a diferentes funções de distribuição. Recomendam-se a aplicação das distribuições Normal, Pearson e Pearson III (Tabela 1) para a técnica das SMA e a distribuição de Pareto generalizada para a técnica das SDP. Com isto, pretende-se investigar, não só a influência da escolha das distribuições nos resultados, como também perceber qual das distribuições é a mais adequada.

Outro alvo de estudo que pode ter a sua relevância será a quantidade mínima de dados, quer de anos de registos, quer de dimensões das amostras constituídas com base nestes, a partir da qual a técnica das SDP demonstra resultados consistentes.

Concluindo, embora inicialmente a abordagem da técnica das SDP possa parecer promissora, esta ainda carrega alguma incerteza que não permite a sua aplicação com toda a confiança, sendo assim necessário mais pesquisa na área por forma a contornar a torná-la robusta e fidedigna.

## 7. Bibliografia

ALVES, I. F., 2007. A “escola de extremos” em Portugal: acerca de testes estatísticos para valores extremos. Publicação semestral do boletim da Sociedade Portuguesa de Estatística, SPE.

ALVES, I. F., 2011. *Teoria de valores extremos: porque nem tudo é normal*. Departamento de Estatística e Investigação Operacional, FCUL.

BEGUÉRIA, S., 2004. *Uncertainties in partial duration series modelling of extremes related to the choice of the threshold value*. UCEL - Utrecht Centre for Environment and Landscape Dynamics, Utrecht University, P.O. Box 80115, 3508 TC Utrecht, The Netherlands.<sup>11</sup>

CASTRO DA SILVA, R. N., 2008. *Caracterização estatística de extremos de processos sísmicos via distribuição generalizada de Pareto. Estudo de Caso: João Câmara –RN*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

CHOW, V. T., 1964. Section 8-1, *Statistical and Probability Analysis of Hydrologic Data, Part I – Frequency Analysis*. In: Handbook of Applied Hydrology. McGraw-Hill, USA.

COLES, S., 2001. *An introduction to statistical analysis of extreme values*, Springer, London.

CUNNANE, C., 1973. ‘A particular comparison of annual maxima and partial duration series methods of flood frequency prediction’. *Journal of Hydrology*, 18, pp. 257-271.

CUNNANE, C., 1979. ‘A note on the Poisson assumption in partial duration series models’. *Water Resources Bulletin*, 15 (2), pp. 489-494.

DAVIDSON, A. C., SMITH, R. L., 1990. ‘Models for exceedances over high thresholds’. *Journal of the Royal Statistical Society B*, 53 (3), pp. 393-442.

HENRIQUES, A. G., 1990. *Modelos de Distribuição de Frequências de Caudais de Cheia*. Dissertação de Doutoramento em Engenharia Civil no Instituto Superior Técnico, Lisboa.<sup>11</sup>

LANG, M., OUARDA, T. B. M. J., BOBBÉ, B., 1999. ‘Towards operation guidelines for over-thresholds analysis’. *Journal of Hydrology*, 225, pp. 103-177.

MADSEN, H., RASMUSSEN, P. F., ROSBERG, D., 1997. *Comparison of annual maxima series and partial duration series methods for modeling extreme hydrologic events*. 1. At-site modeling. *Water Resour. Res.* 33 (4), 747-757

MAOT, 2002, “Plano Nacional da Água”. In *Volume I*. Lisboa: Ministério do Ambiente e Ordenamento do Território.

MARTINS, M. E., 2006. *Introdução à inferência estatística*. Departamento de Estatística e Investigação Operacional, FCUL.

- MIQUEL, J., 1984. *Guide pratique d'estimation des probabilités de crue*. Eyrolles, Paris.
- NAGHETTINI, M., PINTO, É. J., 2007. *Hidrologia Estatística*. CPRM, Serviço Geológico do Brasil.
- NAGHETTINI, M., PORTELA, M. M., 2011. *Probabilidade e estatística aplicadas à hidrologia*. DECivil, IST.
- NEVES, P. C., 2010. *A Teoria de valores extremos na quantificação de precipitação elevada*. Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro.
- PEREIRA, C. B., 1995. *Análise de precipitações intensas*. Dissertação para obtenção do grau de mestre em Hidráulica e Recursos Hídricos. Universidade Técnica de Lisboa, IST. Lisboa.
- PICKANDS, J., 1975. *Statistical inference using extreme order statistics*. Ann. Stat., 3(1), 119-131.
- PLAVŠIĆ, J., 2006. *Uncertainty in flood estimation by partial duration series*. Faculty of Civil Engineering, University of Belgrade, Serbia.
- QUINTELA, A.C., 1996. *Hidrologia e Recursos Hídricos*. Lisboa: Instituto Superior Técnico.
- ROSA, F. L., 2011. *Modelação estatística de caudais e de volumes de cheia em Portugal Continental: análises convencional e bivariada*. Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Civil. Universidade Técnica de Lisboa, IST. Lisboa.
- ROSBERG, D., MADSEN, H., RASMUSSEN, P. F., 1992. *Prediction in partial duration series with generalized Pareto distributed exceedances*. Water Resour. Res. 28 (11), 3001-3010.
- SANTOS, F.D., MIRANDA, P., Eds, 2006. *Alterações Climáticas em Portugal. Cenários, Impactos e Medidas de adaptação – Projecto SIAM II*, Gradiva – Publicações, L.<sup>da</sup>, Lisboa, p51.
- SHANE, R. M., LYNN, W.R., 1964. *Mathematical model for flood risk evaluation*. J. Hydraul. Div. Am. Soc. Civ. Eng. 90(HY6), 1-20.<sup>11</sup>
- SILVA, A. T., PORTELA, M. M., NAGHETTINI, M., 2012, *Aplicação da técnica de séries de duração parcial à análise de frequência de variáveis hidrológicas aleatórias*. 11º Congresso da Água, 15 pp., Associação Portuguesa dos Recursos Hídricos (APRH), Porto.
- STEDINGER, J. R., VOGEL, R. M. e FOUFOULA-GEORGIOU, E., 1993. *Frequency Analysis of Extreme Events*. Handbook of Hydrology, chapter 18, MAIDMENT, D. R. (ed.), New York: McGraw-Hill.
- TAVARES, L.V., DA SILVA, J.E., 1983. *Partial duration series method revisited*. J. Hydrol., 64: 1-14.

VAZ, C. M., 2008. *Análise de tendências em séries de precipitação diária máxima anual*. Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Civil. Universidade Técnica de Lisboa, IST. Lisboa.

YEVJEVICH, V., TAESOMBUT, V., 1978. *Information on flood peaks in daily flow series*. Proc. Int. Symp. on Risk and Reliability in Water Resources, University of Waterloo. Waterloo, Ont.<sup>11</sup>

WWW.IPMA.PT

WWW.MATHWORKS.COM

WWW.SNIRH.PT

WWW.WIKIPÉDIA.PT

---

<sup>11</sup> Referência indirectamente consultada.

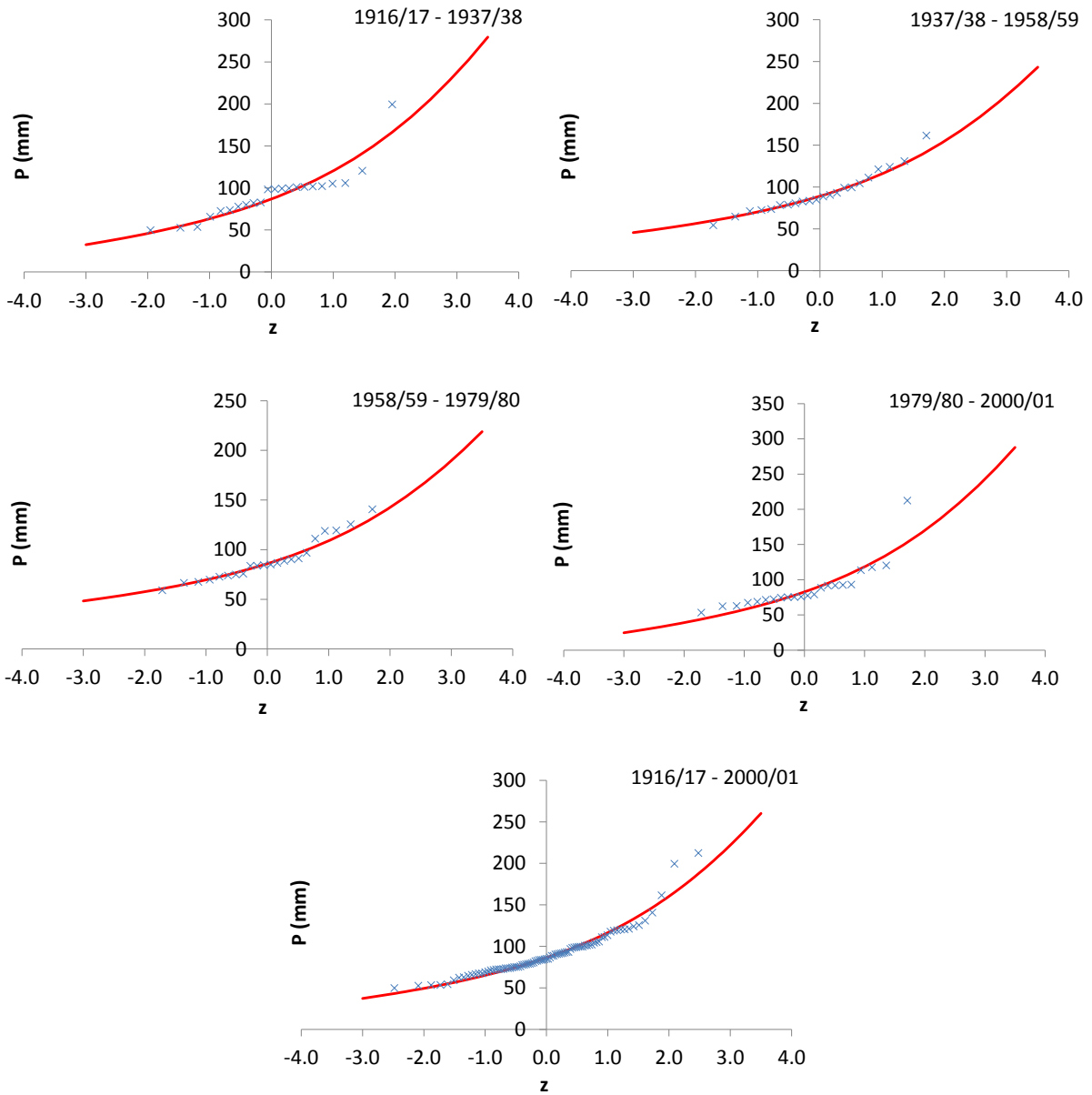
## Anexo A

Para cada posto e para cada sub-período e período global:

- ajuste visual da lei estatística de Gumbel aos pontos amostrais pela técnica das Séries de Máximos Anuais, SMA;
- escolha do intervalo de valores do limiar  $u$  que conduzem a amostras dentro dos parâmetros exigidos (coeficientes de auto-correlação de 1ª e 2ª ordem, variação da média das excedências anuais e estatística de Fisher);
- estimativas dos máximos anuais pelas técnicas SMA e SDP, para limiares  $u$  variáveis;
- resumo dos valores limiar  $u$  que se encontram de acordo com os parâmetros mínimos e comparação da mediana das estimativas pelas SDP com a estimativa pelas SMA.



## **Castro Daire**

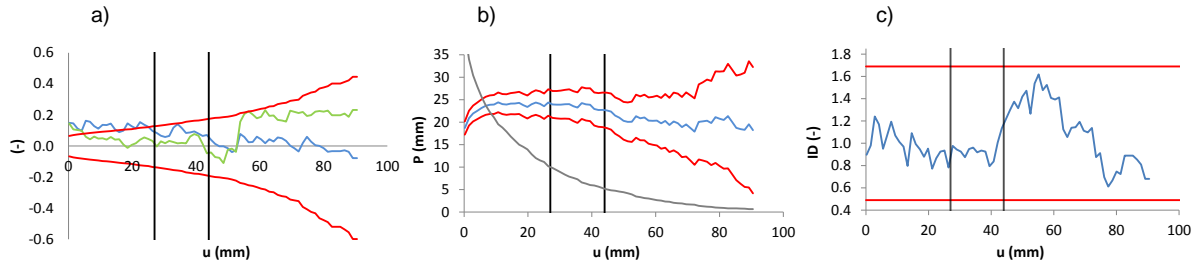


Legenda:

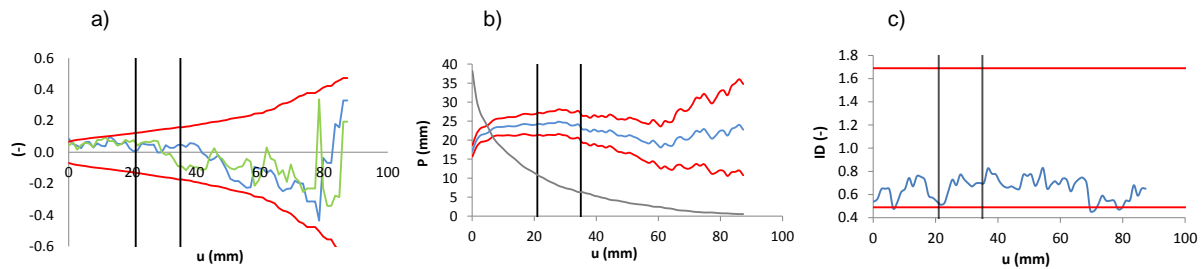
— Lei estatística de Gumbel × Série de máximos anuais

Figura A1 - Posto de Castro Daire. Período global de 1916/17 - 2000/01 e sub-períodos de 1916/17 - 1937/38; 1937/38 - 1958/59; 1958/59 - 1979/80; 1979/80 - 2000/01. Aplicação da técnica das séries de máximos anuais, SMA.

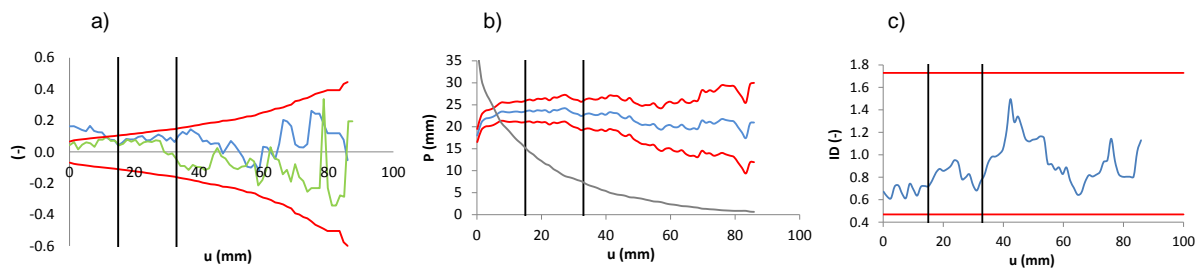
Sub-período 1 → 1916/17 - 1937/38



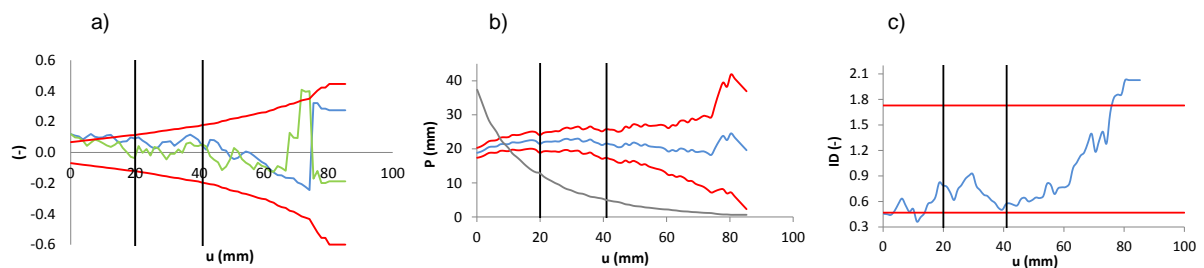
Sub-período 2 → 1937/38 - 1958/59



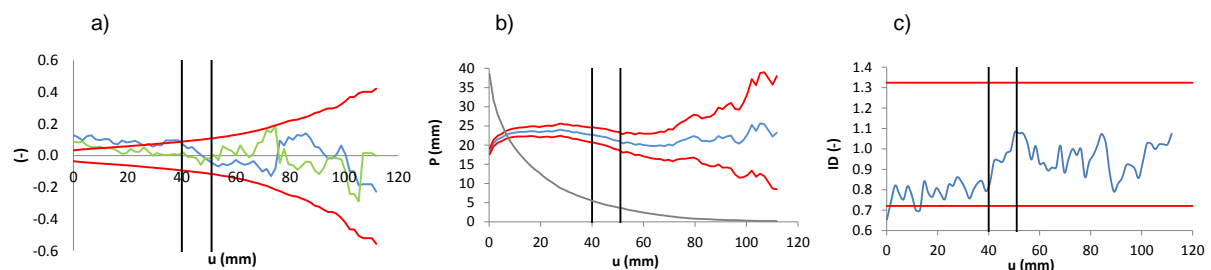
Sub-período 3 → 1958/59 - 1979/80



Sub-período 4 → 1979/80 - 2000/01



Período global → 1916/17 - 2000/01



Legenda:

- a) — Coef. autocorrelação de 1ª ordem    — Limites do intervalo de confiança    — Média das excedências,  $\sigma$     — Limites do intervalo de confiança a 95%
- Coef. autocorrelação de 2ª ordem    — Limites do limiar,  $u$     b) — Limites do limiar,  $u$     — Número de excedências médias,  $\lambda$
- Índice de dispersão, ID    — Limites do limiar,  $u$     c) — Limites do intervalo de confiança a 95%

**Figura A2 - Posto de Castro Daire. Período global de 1916/17 - 2000/01 e sub-períodos de 1916/17 - 1937/38; 1937/38 - 1958/59; 1958/59 - 1979/80; 1979/80 - 2000/01. Selecção do intervalo de valores do limiar. Representação, em função do valor do limiar,  $u$ , da: a) variação dos coeficientes de auto-correlação de 1ª e 2ª ordem; b) excedência média; c) estatística de Fisher.**

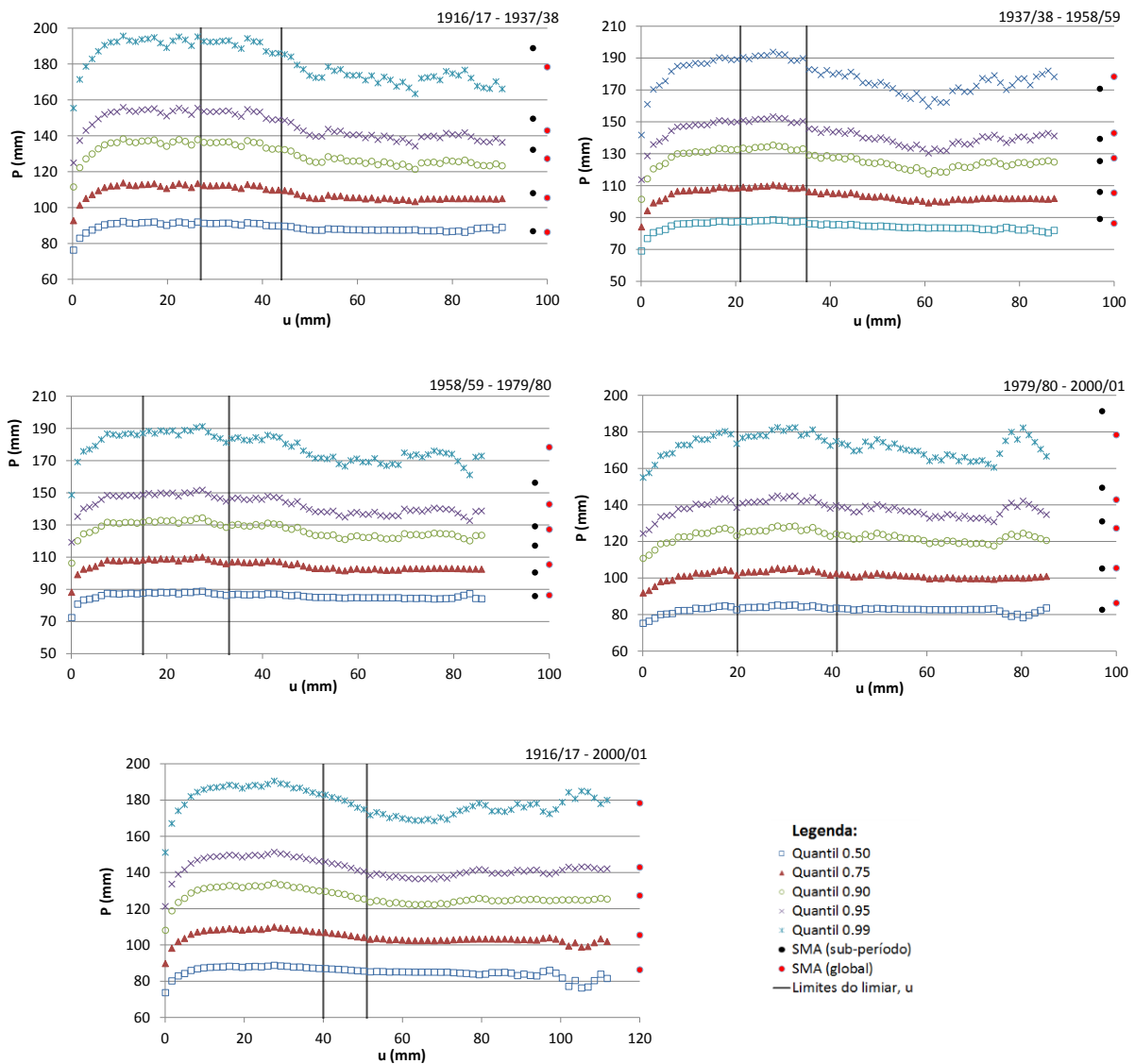
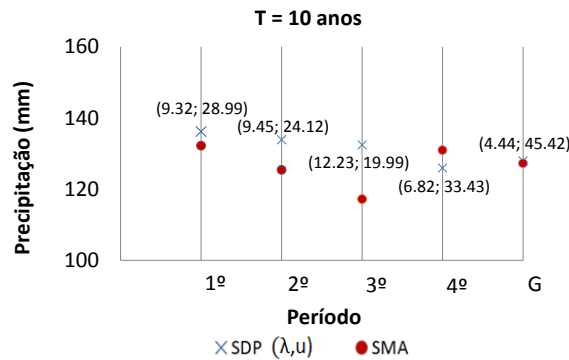


Figura A3 – Posto de Castro Daire. Período global de 1916/17 – 2000/01 e sub-períodos de 1916/17 - 1937/38; 1937/38 - 1958/59; 1958/59 - 1979/80; 1979/80 - 2000/01. Aplicação da técnica das séries de duração parcial, SDP. Comparação visual entre os resultados das SDP e provenientes das séries de máximos anuais, SMA. Na legenda: quantil X designa a estimativa do quantil com probabilidade de não excedência X; SMA (sub-período) e SMA (global) referem-se às estimativas dos mesmos quantis de probabilidade pela aplicação da técnica da série de máximos anuais, respectivamente, aos sub-períodos em questão e ao período global; limites do limiar, u marcam os limites que conduzem a amostras que obedecem às condições requeridas pelas SDP.

T = 10 anos														
Sub-período 1			Sub-período 2			Sub-período 3			Sub-período 4			Período global		
u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)
27.68	9.82	136.31	21.59	10.55	133.47	15.01	15.18	131.80	21.08	11.91	125.02	40.56	5.36	129.56
<b>28.99</b>	<b>9.32</b>	<b>136.12</b>	22.86	10.09	132.75	16.26	14.27	132.64	22.32	11.18	125.57	42.18	5.05	128.88
30.30	8.82	136.15	<b>24.12</b>	<b>9.45</b>	<b>133.86</b>	17.50	13.68	131.70	23.55	10.59	125.46	43.80	4.73	128.42
31.61	8.32	136.46	25.39	8.95	134.11	18.74	12.82	132.83	24.79	9.95	125.95	<b>45.42</b>	<b>4.44</b>	<b>127.86</b>
32.91	7.86	136.55	26.65	8.50	134.19	<b>19.99</b>	<b>12.23</b>	<b>132.40</b>	26.02	9.45	125.65	47.04	4.19	126.83
34.22	7.59	135.00	27.91	7.95	135.41	21.23	11.55	132.85	27.25	8.73	127.61	48.66	3.95	125.81
35.53	7.27	133.94	29.18	7.64	134.58	22.47	11.18	131.04	28.49	8.18	128.44	50.28	3.69	125.32
36.84	6.59	137.20	30.44	7.27	134.36	23.71	10.36	132.96	29.72	7.86	127.33			
38.15	6.32	136.27	31.71	7.09	132.27	24.96	9.86	132.69	30.96	7.36	128.15			
39.46	6.00	136.03	32.97	6.73	132.27	26.20	9.23	133.94	32.19	6.95	128.40			
40.77	5.91	133.13	34.24	6.32	133.05	27.44	8.73	134.34	<b>33.43</b>	<b>6.82</b>	<b>125.89</b>			
42.07	5.64	132.50				28.69	8.50	132.25	34.66	6.41	126.34			
43.38	5.32	132.58				29.93	8.23	130.61	35.89	5.95	127.66			
						31.17	7.86	129.94	37.13	5.82	125.47			
						32.41	7.59	128.46	38.36	5.59	124.36			
									39.60	5.41	122.79			
									40.83	5.00	124.10			



T = 100 anos														
Sub-período 1			Sub-período 2			Sub-período 3			Sub-período 4			Período global		
u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)
27.68	9.82	192.59	21.59	10.55	190.54	15.01	15.18	187.01	21.08	11.91	176.68	40.56	5.36	182.76
<b>28.99</b>	<b>9.32</b>	<b>192.28</b>	22.86	10.09	189.35	16.26	14.27	188.35	22.32	11.18	177.58	42.18	5.05	181.53
30.30	8.82	192.33	<b>24.12</b>	<b>9.45</b>	<b>191.21</b>	17.50	13.68	186.85	23.55	10.59	177.41	43.80	4.73	180.69
31.61	8.32	192.85	25.39	8.95	191.62	18.74	12.82	188.67	24.79	9.95	178.21	<b>45.42</b>	<b>4.44</b>	<b>179.66</b>
32.91	7.86	193.02	26.65	8.50	191.75	<b>19.99</b>	<b>12.23</b>	<b>187.97</b>	26.02	9.45	177.71	47.04	4.19	177.74
34.22	7.59	190.36	27.91	7.95	193.83	21.23	11.55	188.69	27.25	8.73	181.00	48.66	3.95	175.82
35.53	7.27	188.55	29.18	7.64	192.41	22.47	11.18	185.73	28.49	8.18	182.41	50.28	3.69	174.89
36.84	6.59	194.22	30.44	7.27	192.03	23.71	10.36	188.90	29.72	7.86	180.51			
38.15	6.32	192.58	31.71	7.09	188.41	24.96	9.86	188.46	30.96	7.36	181.93			
39.46	6.00	192.16	32.97	6.73	188.40	26.20	9.23	190.55	32.19	6.95	182.36			
40.77	5.91	187.03	34.24	6.32	189.77	27.44	8.73	191.20	<b>33.43</b>	<b>6.82</b>	<b>177.99</b>			
42.07	5.64	185.90				28.69	8.50	187.67	34.66	6.41	178.78			
43.38	5.32	186.03				29.93	8.23	184.89	35.89	5.95	181.11			
						31.17	7.86	183.76	37.13	5.82	177.21			
						32.41	7.59	181.23	38.36	5.59	175.24			
									39.60	5.41	172.42			
									40.83	5.00	174.79			

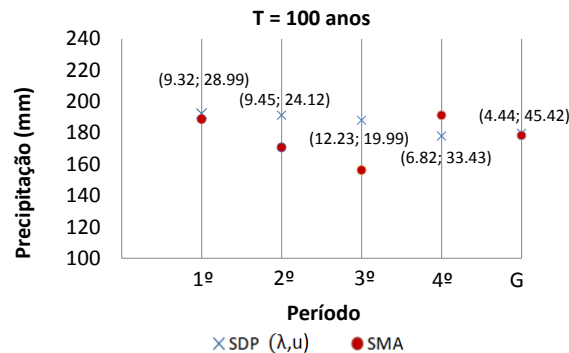
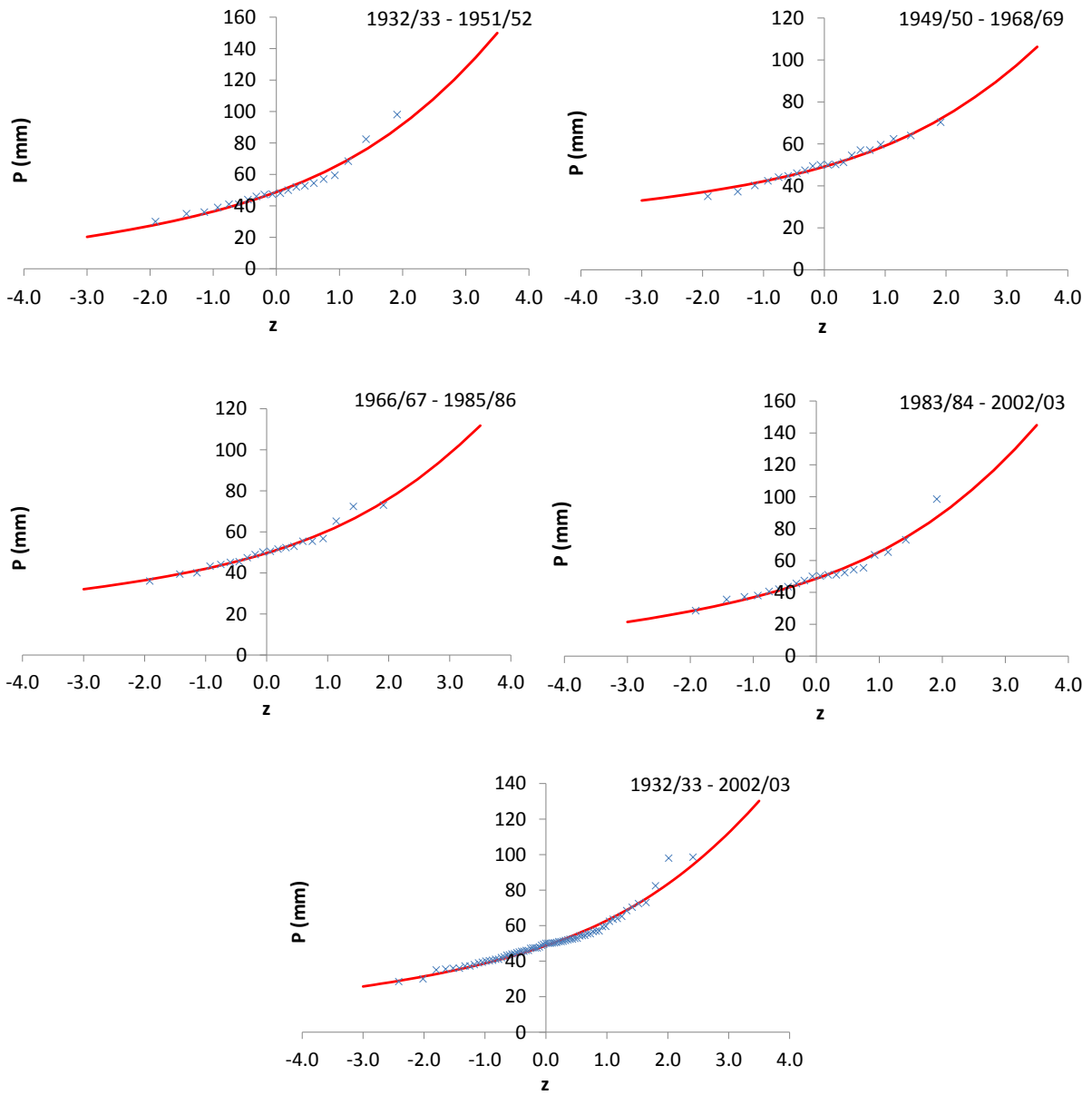


Figura A4 - Posto de Castro Daire. Nas tabelas: para os períodos de retorno de 10 e 100 anos, conjunto de valores do limiar  $u$  e correspondentes valores do número médio de excedências e estimativa da precipitação máxima anual pelas SDP, para cada sub-período e período global. Nos gráficos: para os períodos de retorno de 10 e 100 anos, estimativa mediana da precipitação máxima anual (de entre os valores do conjunto apresentado) pela técnica das SDP e estimativa da precipitação máxima anual pela SMA.

**Gestosa**

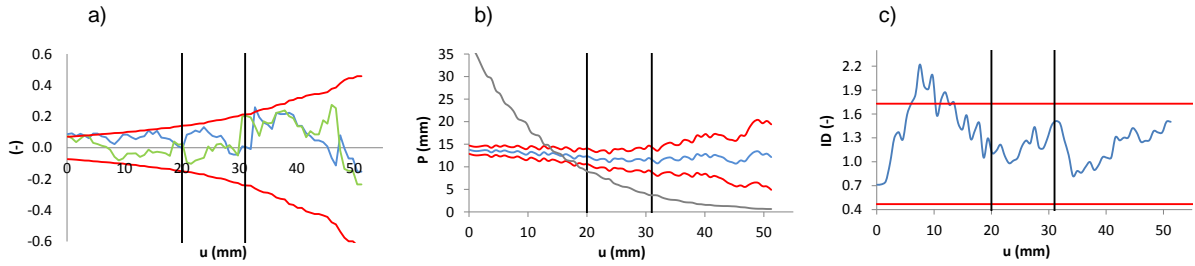


Legenda:

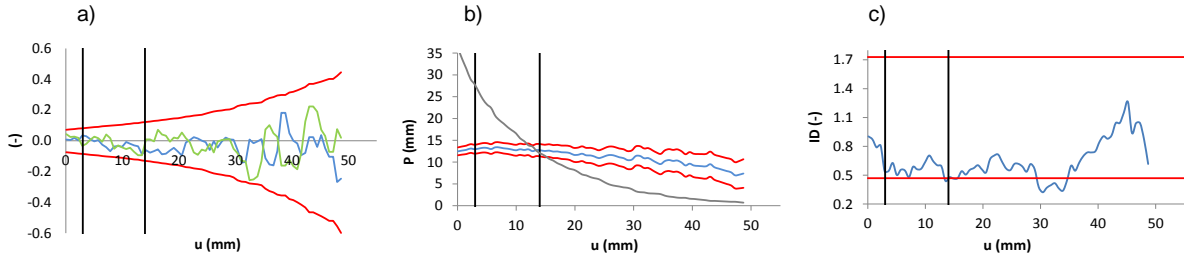
— Lei estatística de Gumbel    × Série de máximos anuais

Figura A5 - Posto de Gestosa. Período global de 1932/33- 2002/03 e sub-períodos de 1932/33 - 1951/52; 1949/50 - 1968/69; 1966/67 - 1985/86; 1983/84 - 2002/03. Aplicação da técnica das séries de máximos anuais, SMA.

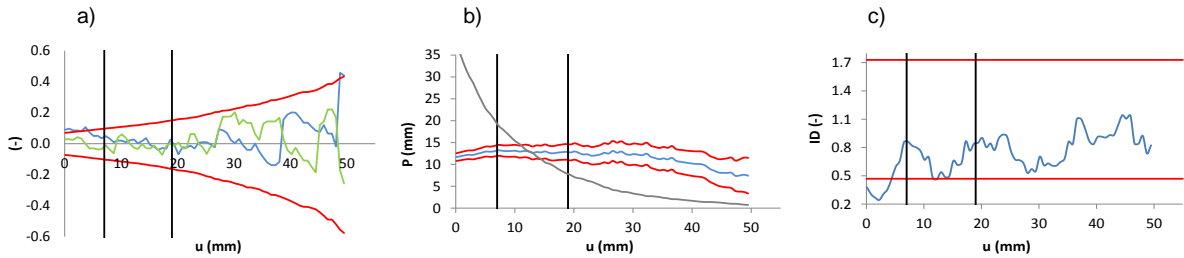
Sub-período 1 → 1932/33 - 1951/52



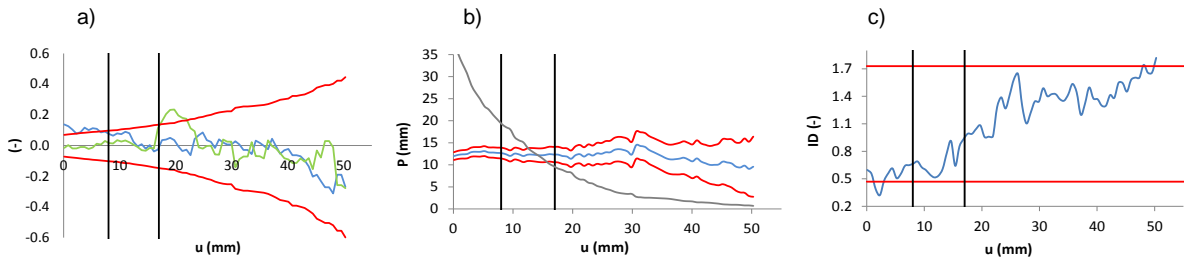
Sub-período 2 → 1949/50 - 1968/69



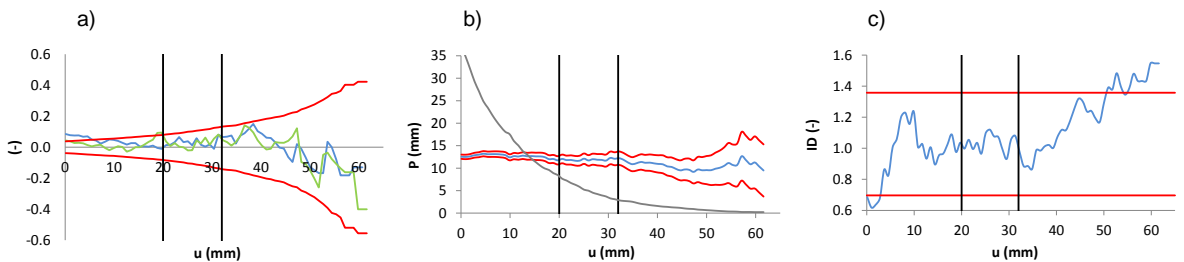
Sub-período 3 → 1966/67 - 1985/86



Sub-período 4 → 1983/84 - 2002/03



Período global → 1932/33 - 2002/03



Legenda:

- a) — Coef. autocorrelação de 1ª ordem    — Limites do intervalo de confiança    — Média das excedências,  $\sigma$     — Limites do intervalo de confiança a 95%
- Coef. autocorrelação de 2ª ordem    — Limites do limiar,  $u$     b) — Limites do limiar,  $u$     — Número de excedências médias,  $\lambda$
- Índice de dispersão, ID    — Limites do limiar,  $u$     c) — Limites do intervalo de confiança a 95%

**Figura A6 - Posto de Gestosa. Período global de 1932/33- 2002/03 e sub-períodos de 1932/33 - 1951/52; 1949/50 - 1968/69; 1966/67 - 1985/86; 1983/84 - 2002/03. Selecção do intervalo de valores do limiar. Representação, em função do valor do limiar,  $u$ , da: a) variação dos coeficientes de auto-correlação de 1ª e 2ª ordem; b) excedência média; c) estatística de Fisher.**



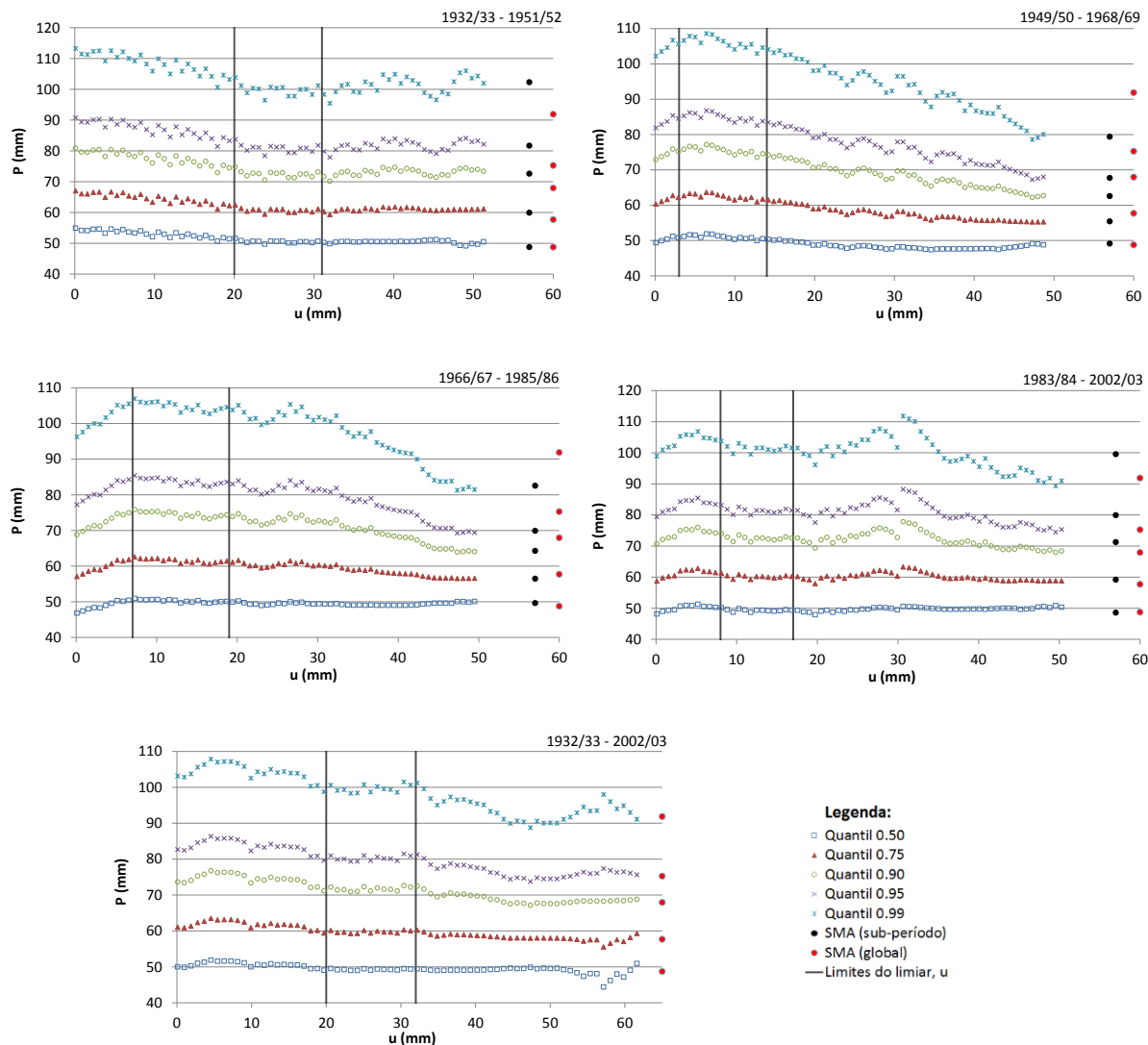
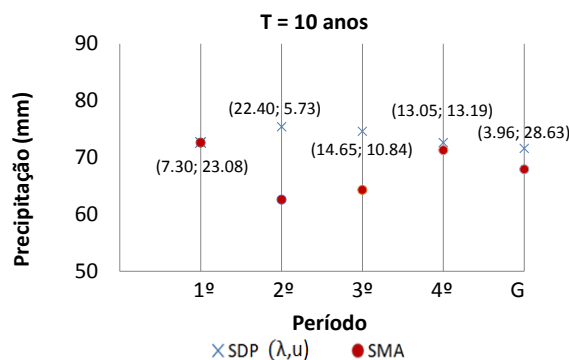


Figura A7 – Posto de Gestosa. Período global de 1932/33 – 2002/03 e sub-períodos de 1932/33 – 1951/52; 1949/50 – 1968/69; 1966/67 – 1985/86; 1983/84 – 2002/03. Aplicação da técnica das séries de duração parcial, SDP. Comparação visual entre os resultados das SDP e provenientes das séries de máximos anuais, SMA. Na legenda que quantil X designa a estimativa do quantil com probabilidade de não excedência X; SMA (sub-período) e SMA (global) referem-se às estimativas dos mesmos quantis de probabilidade pela aplicação da técnica da série de máximos anuais, respectivamente, aos sub-períodos em questão e ao período global; limites do limiar, u marcam os limites que conduzem a amostras que obedecem às condições requeridas pelas SDP.

T = 10 anos														
Sub-período 1			Sub-período 2			Sub-período 3			Sub-período 4			Período global		
u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)
20.12	8.90	74.84	3.62	26.10	75.84	7.26	18.80	75.87	8.10	19.25	74.00	20.60	7.65	72.25
20.86	8.70	73.26	4.33	24.40	76.64	7.97	18.00	75.28	8.83	18.55	72.90	21.49	7.25	71.41
21.60	8.45	71.91	5.03	23.20	76.46	8.69	17.10	75.11	9.55	18.00	71.40	22.39	6.70	71.52
22.34	7.75	72.76	5.73	22.40	75.38	9.40	16.15	75.24	10.28	16.25	73.52	23.28	6.31	70.96
23.08	7.30	72.65	6.44	20.60	77.11	10.12	15.25	75.34	11.01	15.55	72.78	24.17	5.83	71.00
23.83	7.25	70.51	7.14	19.60	76.93	10.84	14.65	74.56	11.73	15.10	71.31	25.06	5.21	72.31
24.57	6.35	72.98	7.85	18.85	76.15	11.55	13.70	75.18	12.46	13.85	72.57	25.95	5.00	71.17
25.31	6.00	72.74	8.55	18.00	75.73	12.27	13.05	74.86	13.19	13.05	72.59	26.84	4.54	71.99
26.05	5.60	72.90	9.26	17.30	74.96	12.98	12.70	73.45	13.92	12.40	72.25	27.73	4.25	71.64
26.79	5.50	71.32	9.96	16.60	74.26	13.70	11.80	74.28	14.64	11.75	71.99	28.63	3.96	71.56
27.53	5.15	71.31	10.66	15.45	75.19	14.41	11.25	73.91	15.37	11.00	72.26	29.52	3.72	71.14
28.27	4.65	72.47	11.37	14.80	74.59	15.13	10.45	74.73	16.10	10.20	72.96	30.41	3.28	72.64
29.02	4.35	72.53	12.07	13.85	75.16	15.85	10.15	73.52	16.82	9.70	72.60	31.30	3.10	72.18
29.76	4.20	71.60	12.78	13.55	73.53	16.56	9.65	73.24						
30.50	3.75	73.15	13.48	12.55	74.56	17.28	9.00	73.80						
						17.99	8.45	74.11						
						18.71	7.95	74.34						



T = 100 anos														
Sub-período 1			Sub-período 2			Sub-período 3			Sub-período 4			Período global		
u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)
20.12	8.90	103.83	3.62	26.10	106.62	7.26	18.80	106.97	8.10	19.25	103.73	20.60	7.65	100.58
20.86	8.70	101.16	4.33	24.40	107.85	7.97	18.00	106.05	8.83	18.55	102.02	21.49	7.25	99.12
21.60	8.45	98.86	5.03	23.20	107.57	8.69	17.10	105.78	9.55	18.00	99.68	22.39	6.70	99.32
22.34	7.75	100.33	5.73	22.40	105.92	9.40	16.15	105.99	10.28	16.25	103.02	23.28	6.31	98.33
23.08	7.30	100.12	6.44	20.60	108.58	10.12	15.25	106.15	11.01	15.55	101.85	24.17	5.83	98.42
23.83	7.25	96.43	7.14	19.60	108.31	10.84	14.65	104.90	11.73	15.10	99.51	25.06	5.21	100.76
24.57	6.35	100.74	7.85	18.85	107.09	11.55	13.70	105.90	12.46	13.85	101.53	25.95	5.00	98.70
25.31	6.00	100.32	8.55	18.00	106.44	12.27	13.05	105.38	13.19	13.05	101.55	26.84	4.54	100.19
26.05	5.60	100.60	9.26	17.30	105.23	12.98	12.70	103.09	13.92	12.40	101.00	27.73	4.25	99.54
26.79	5.50	97.77	9.96	16.60	104.12	13.70	11.80	104.45	14.64	11.75	100.57	28.63	3.96	99.38
27.53	5.15	97.76	10.66	15.45	105.59	14.41	11.25	103.84	15.37	11.00	101.01	29.52	3.72	98.59
28.27	4.65	99.89	11.37	14.80	104.63	15.13	10.45	105.20	16.10	10.20	102.17	30.41	3.28	101.49
29.02	4.35	100.02	12.07	13.85	105.55	15.85	10.15	103.18	16.82	9.70	101.57	31.30	3.10	100.59
29.76	4.20	98.29	12.78	13.55	102.93	16.56	9.65	102.73						
30.50	3.75	101.21	13.48	12.55	104.58	17.28	9.00	103.67						
						17.99	8.45	104.18						
						18.71	7.95	104.58						

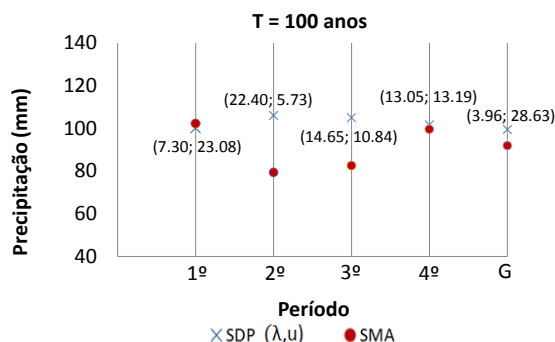


Figura A8 - Posto de Gestosa. Nas tabelas: para os períodos de retorno de 10 e 100 anos, conjunto de valores do limiar  $u$  e correspondentes valores do número médio de excedências e estimativa da precipitação máxima anual pelas SDP, para cada sub-período e período global. Nos gráficos: para os períodos de retorno de 10 e 100 anos, estimativa mediana da precipitação máxima anual (de entre os valores do conjunto apresentado) pela técnica das SDP e estimativa da precipitação máxima anual pela SMA.

**Penafiel**

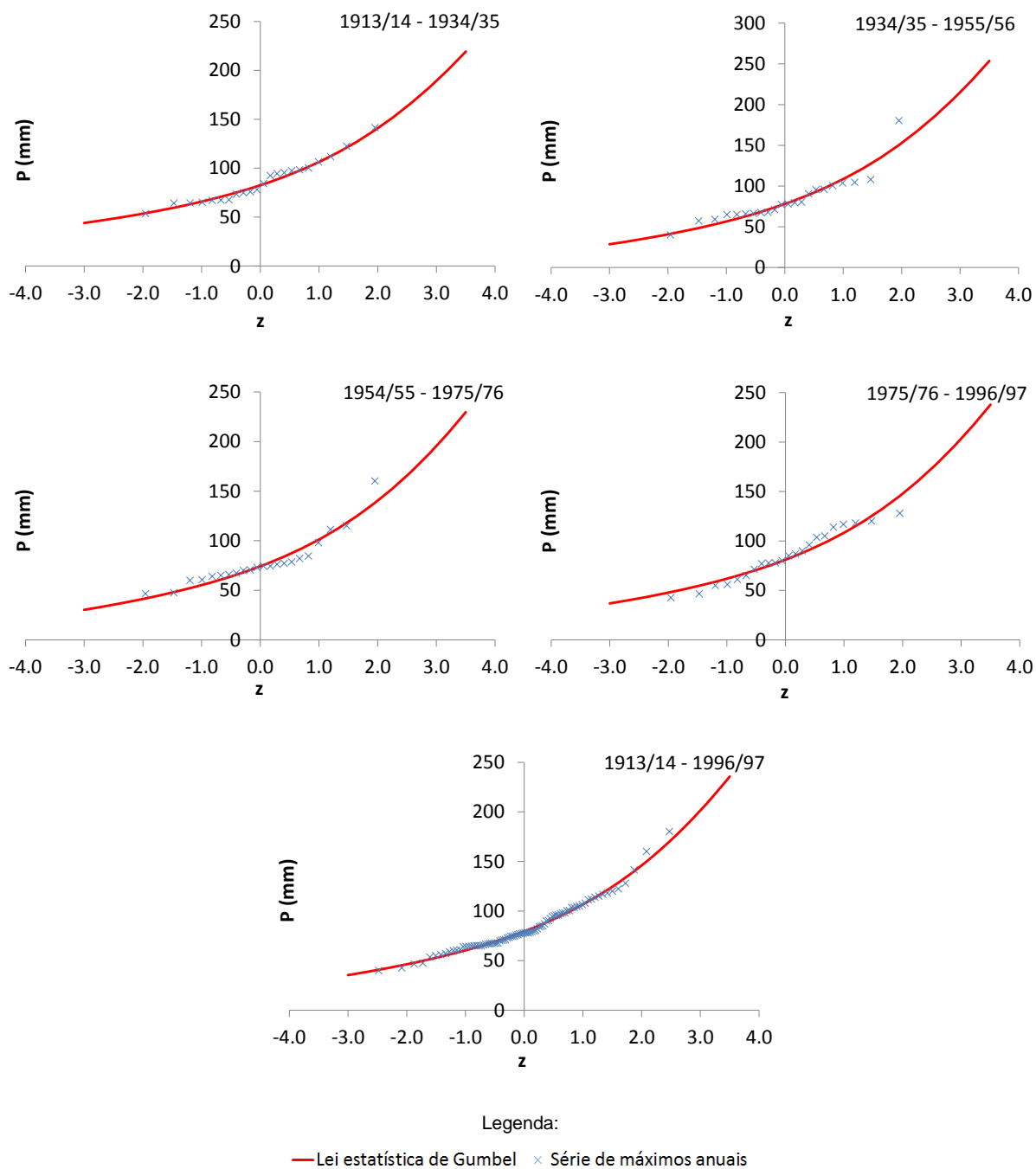


Figura A9 - Posto de Penafiel. Período global de 1913/14- 1996/97 e sub-períodos de 1913/14 - 1934/35; 1934/35 - 1955/56; 1954/55 - 1975/76; 1975/76 - 1996/97. Aplicação da técnica das séries de máximos anuais, SMA.

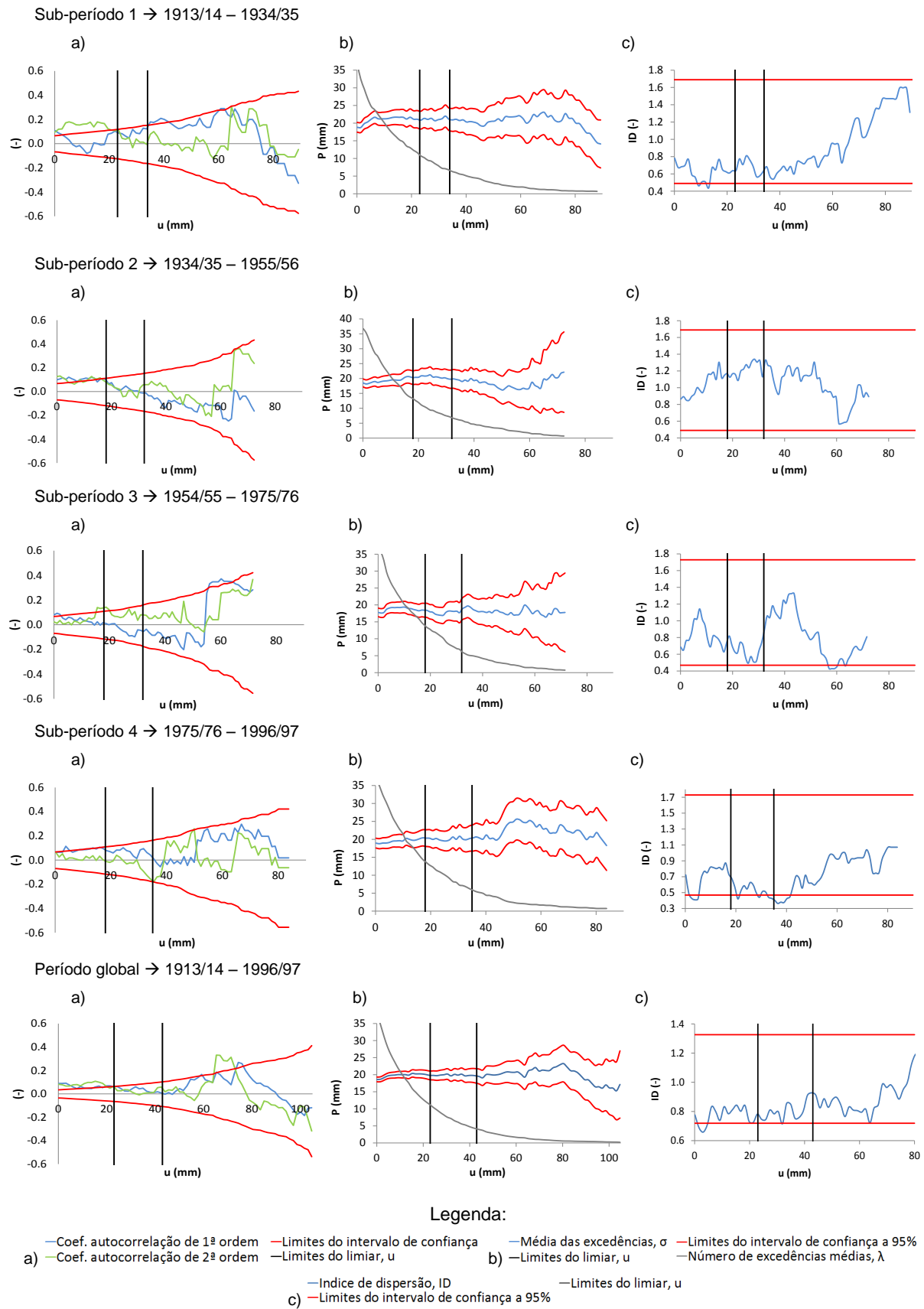


Figura A10 - Posto de Penafiel. Período global de 1913/14- 1996/97 e sub-períodos de 1913/14 - 1934/35; 1934/35 - 1955/56; 1954/55 - 1975/76; 1975/76 - 1996/97. Selecção do intervalo de valores do limiar. Representação, em função do valor do limiar, u, da: a) variação dos coeficientes de auto-correlação de 1ª e 2ª ordem; b) excedência média; c) estatística de Fisher.

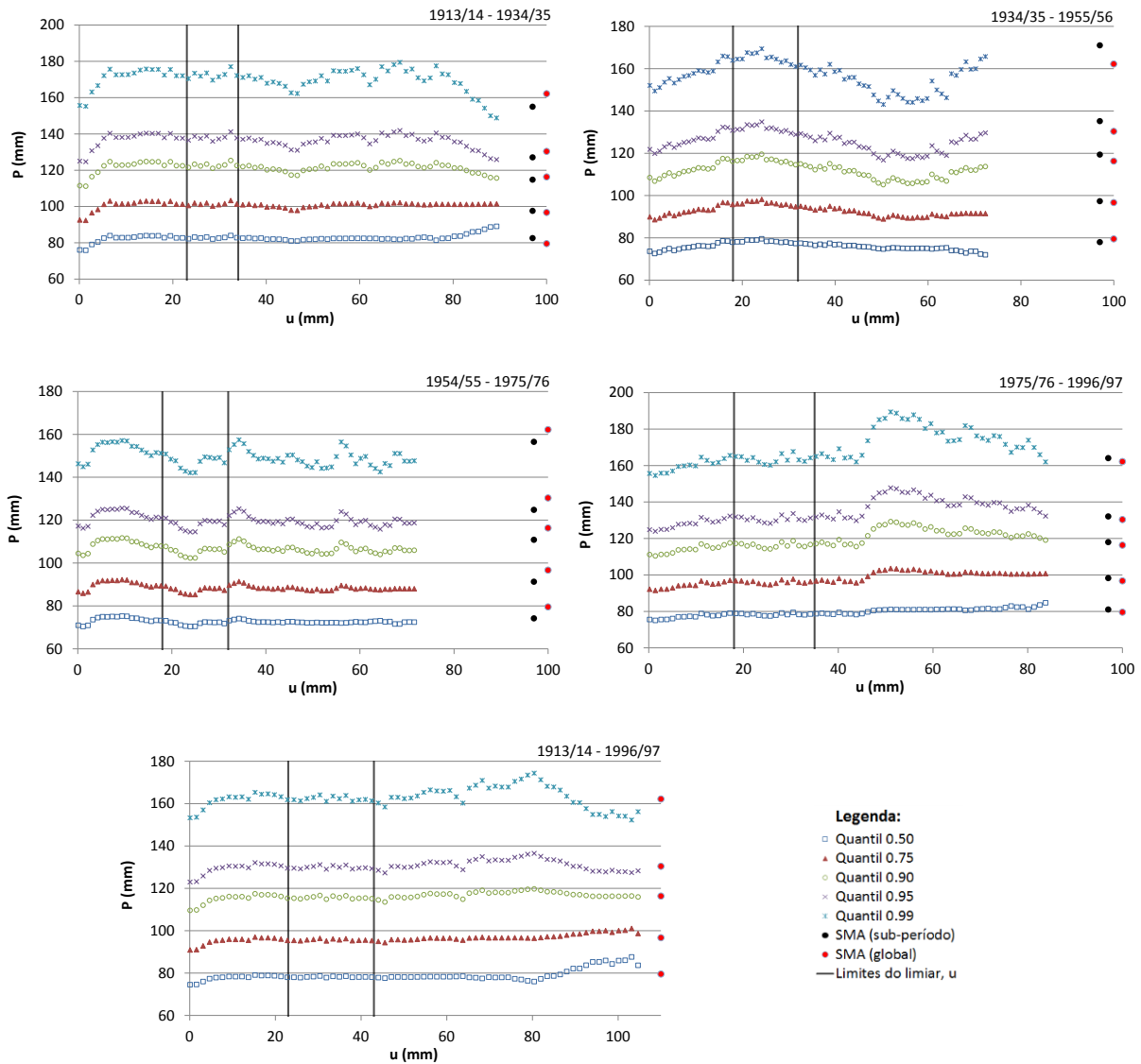
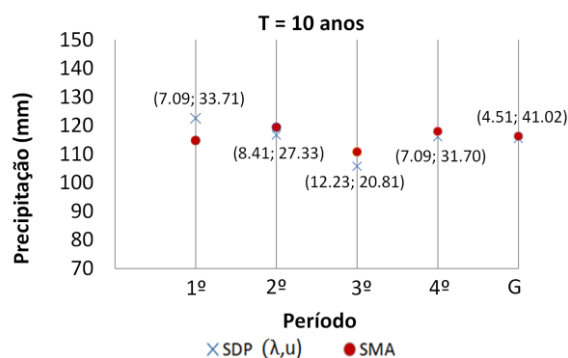


Figura A11 – Posto de Penafiel. Período global de 1913/14 – 1996/97 e sub-períodos de 1913/14 – 1934/35; 1934/35 - 1955/56; 1954/55 – 1975/76; 1975/76 – 1996/97. Aplicação da técnica das séries de duração parcial, SDP. Comparação visual entre os resultados das SDP e provenientes das séries de máximos anuais, SMA. Na legenda: quantil X designa a estimativa do quantil com probabilidade de não excedência X; SMA (sub-período) e SMA (global) referem-se às estimativas dos mesmos quantis de probabilidade pela aplicação da técnica da série de máximos anuais, respectivamente, aos sub-períodos em questão e ao período global; limites do limiar, u marcam os limites que conduzem a amostras que obedecem às condições requeridas pelas SDP.

T = 10 anos														
Sub-período 1			Sub-período 2			Sub-período 3			Sub-período 4			Período global		
u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)
23.37	11.68	121.47	18.95	12.59	116.54	18.74	13.32	107.70	18.37	13.59	117.17	24.35	10.40	115.27
24.66	10.73	123.32	20.00	11.95	116.58	19.78	12.86	106.19	19.58	12.82	117.09	25.87	9.68	114.96
25.96	10.23	122.31	21.04	11.09	118.44	20.81	12.23	105.75	20.79	12.27	115.87	27.38	8.89	115.61
27.25	9.50	123.38	22.09	10.59	118.12	21.85	11.91	103.62	22.01	11.41	116.78	28.90	8.20	115.94
28.54	9.23	121.01	23.14	10.05	118.36	22.89	11.36	102.78	23.22	10.95	115.28	30.41	7.52	116.61
29.84	8.55	122.10	24.18	9.41	119.53	23.92	10.77	102.32	24.43	10.41	114.48	31.93	7.17	114.85
31.13	7.95	122.86	25.23	9.27	116.93	24.96	10.14	102.37	25.64	9.82	114.23	33.45	6.50	116.31
32.42	7.23	125.39	26.28	8.77	117.20	25.99	9.09	105.51	26.85	9.09	115.36	34.96	6.10	115.61
33.71	7.09	122.54	27.33	8.41	116.61	27.03	8.41	106.76	28.06	8.23	118.03	36.48	5.57	116.45
			28.37	8.09	115.72	28.06	7.95	106.58	29.27	8.00	115.91	37.99	5.30	114.97
			29.42	7.64	116.15	29.10	7.55	106.32	30.49	7.23	118.68	39.51	4.88	115.30
			30.47	7.36	115.10	30.14	7.09	106.56	31.70	7.09	116.04	41.02	4.51	115.41
			31.51	7.05	114.56	31.17	6.86	105.13	32.91	6.73	115.57	42.54	4.20	115.07
									34.12	6.23	116.63			
									35.33	5.82	117.11			



T = 100 anos														
Sub-período 1			Sub-período 2			Sub-período 3			Sub-período 4			Período global		
u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)
23.37	11.68	170.43	18.95	12.59	164.48	18.74	13.32	150.90	18.37	13.59	164.94	24.35	10.40	161.79
24.66	10.73	173.46	20.00	11.95	164.55	19.78	12.86	148.44	19.58	12.82	164.82	25.87	9.68	161.28
25.96	10.23	171.79	21.04	11.09	167.59	20.81	12.23	147.73	20.79	12.27	162.83	27.38	8.89	162.35
27.25	9.50	173.56	22.09	10.59	167.07	21.85	11.91	144.26	22.01	11.41	164.32	28.90	8.20	162.91
28.54	9.23	169.59	23.14	10.05	167.46	22.89	11.36	142.89	23.22	10.95	161.86	30.41	7.52	164.06
29.84	8.55	171.42	24.18	9.41	169.40	23.92	10.77	142.13	24.43	10.41	160.55	31.93	7.17	161.03
31.13	7.95	172.71	25.23	9.27	165.05	24.96	10.14	142.21	25.64	9.82	160.14	33.45	6.50	163.54
32.42	7.23	177.05	26.28	8.77	165.52	25.99	9.09	147.42	26.85	9.09	162.02	34.96	6.10	162.31
33.71	7.09	172.12	27.33	8.41	164.51	27.03	8.41	149.54	28.06	8.23	166.54	36.48	5.57	163.82
			28.37	8.09	163.00	28.06	7.95	149.25	29.27	8.00	162.93	37.99	5.30	161.13
			29.42	7.64	163.73	29.10	7.55	148.80	30.49	7.23	167.69	39.51	4.88	161.73
			30.47	7.36	161.93	30.14	7.09	149.22	31.70	7.09	163.12	41.02	4.51	161.94
			31.51	7.05	161.00	31.17	6.86	146.74	32.91	6.73	162.29	42.54	4.20	161.30
									34.12	6.23	164.16			
									35.33	5.82	165.02			

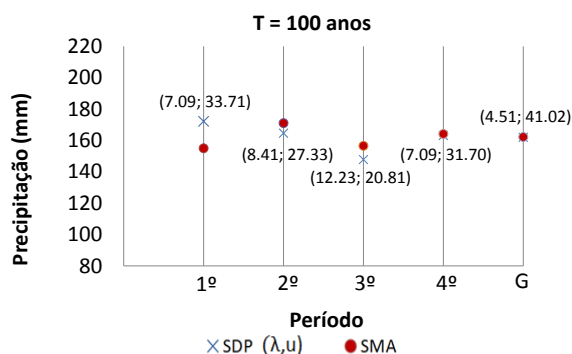
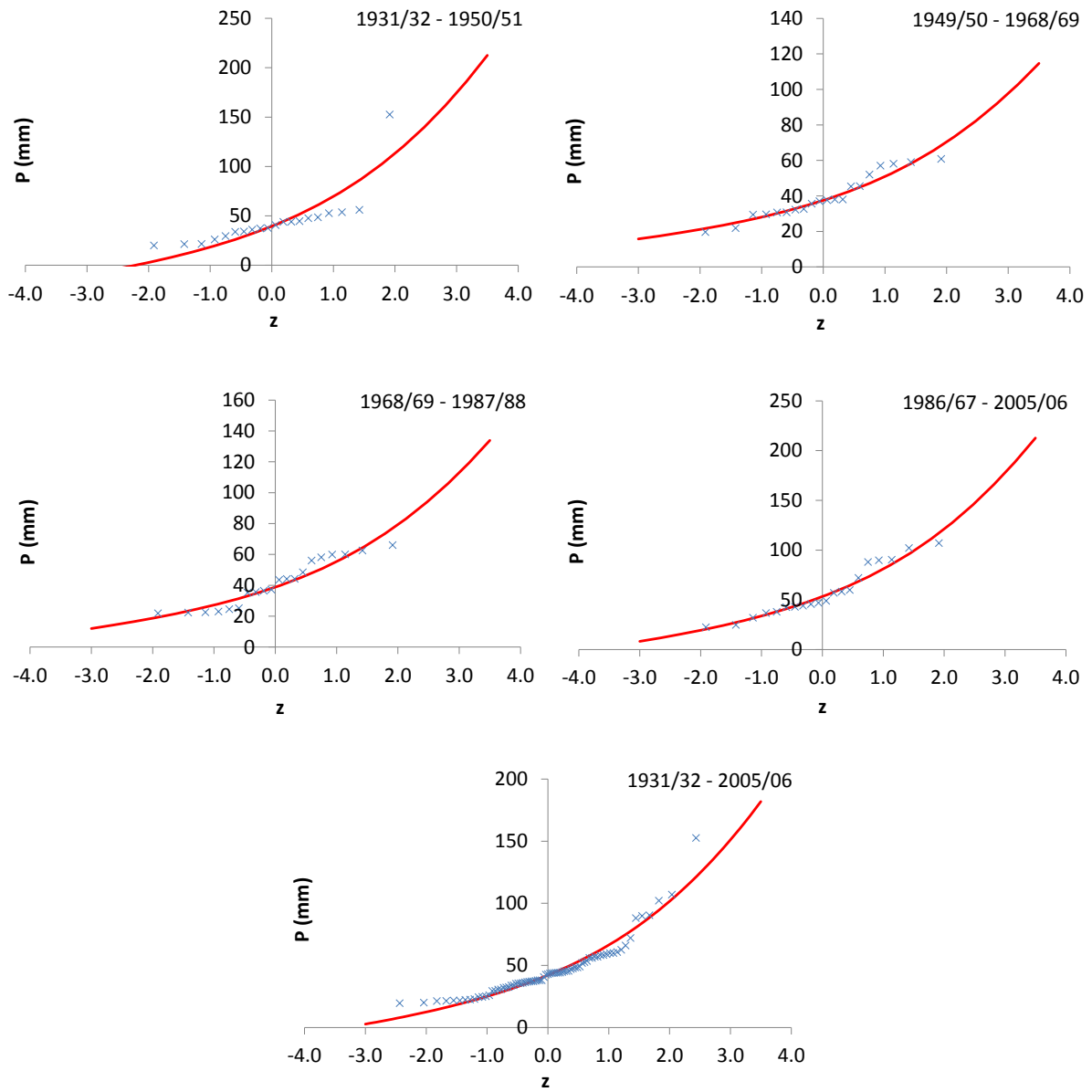


Figura A12 - Posto de Penafiel. Nas tabelas: para os períodos de retorno de 10 e 100 anos, conjunto de valores do limiar  $u$  e correspondentes valores do número médio de excedências e estimativa da precipitação máxima anual pelas SDP, para cada sub-período e período global. Nos gráficos: para os períodos de retorno de 10 e 100 anos, estimativa mediana da precipitação máxima anual (de entre os valores do conjunto apresentado) pela técnica das SDP e estimativa da precipitação máxima anual pela SMA.

**Serpa**



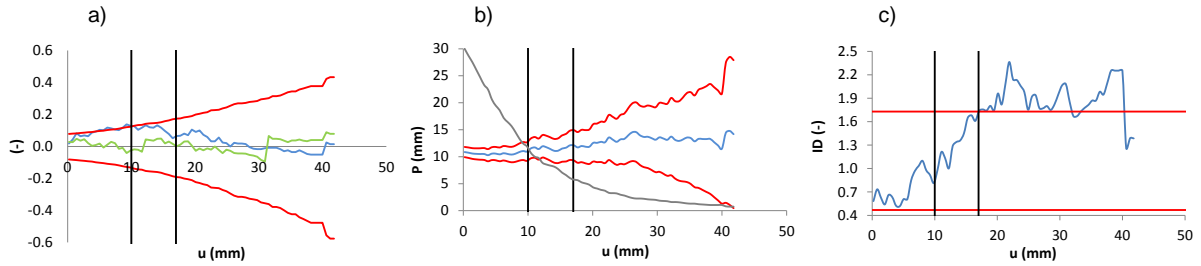


Legenda:

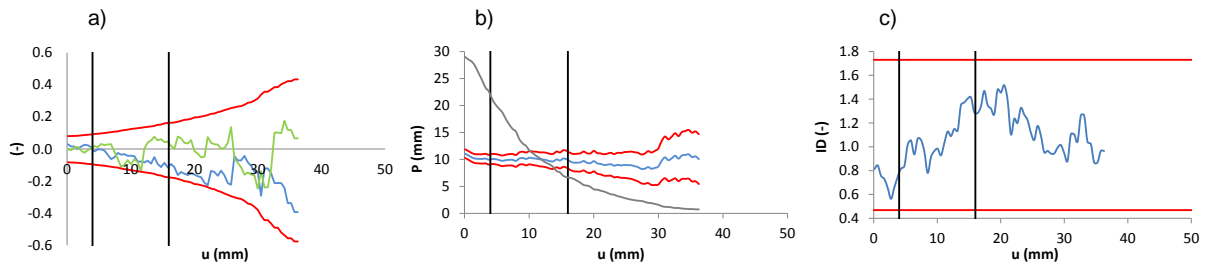
— Lei estatística de Gumbel    × Série de máximos anuais

**Figura A13 - Posto de Serpa. Período global de 1931/32- 2005/06 e sub-períodos de 1931/32 - 1950/51; 1949/50 - 1968/69; 1968/69 - 1987/88; 1986/87 - 2005/06. Aplicação da técnica das séries de máximos anuais, SMA.**

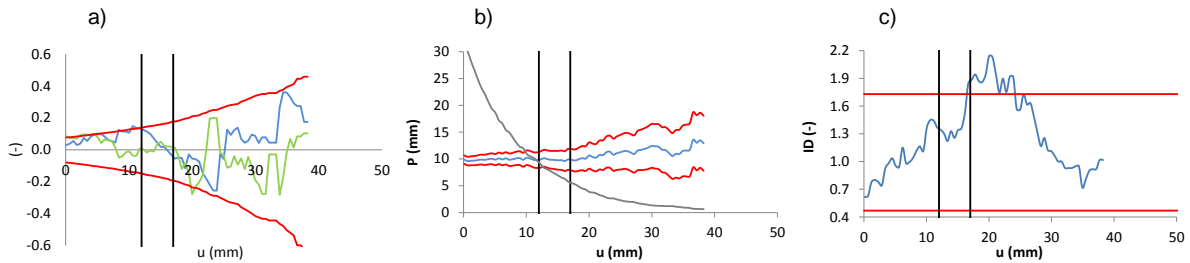
Sub-período 1 → 1931/32 - 1950/51



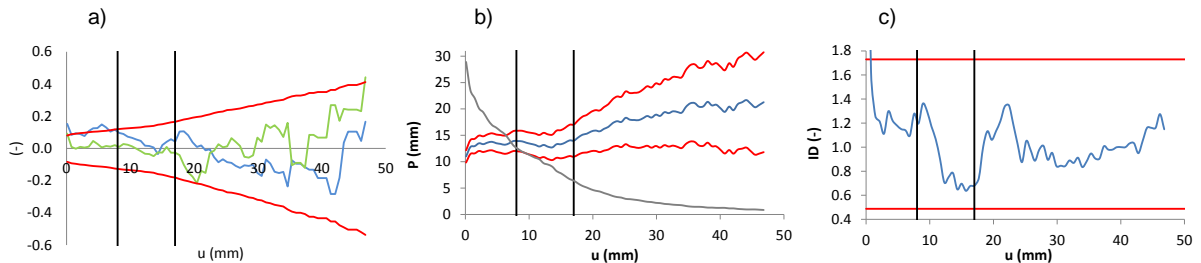
Sub-período 2 → 1949/50 - 1968/69



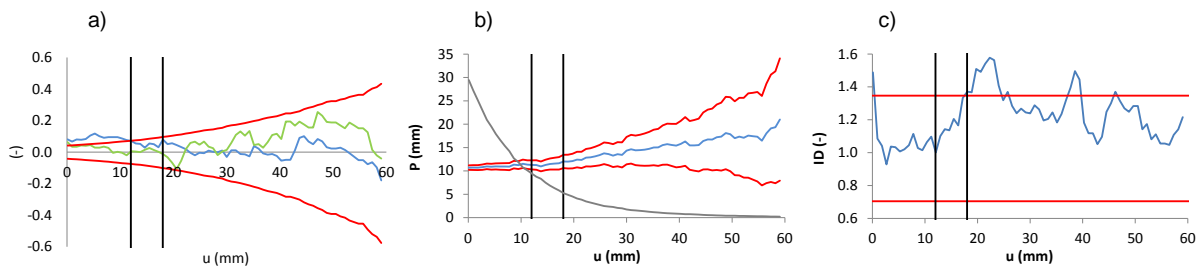
Sub-período 3 → 1968/69 - 1987/88



Sub-período 4 → 1986/87 - 2005/06



Período global → 1931/32 - 2005/06



Legenda:

- Coef. autocorrelação de 1ª ordem
- Coef. autocorrelação de 2ª ordem
- Índices de dispersão, ID
- Limites do intervalo de confiança
- Limites do limiar, u
- Média das excedências,  $\sigma$
- Limites do limiar, u
- Número de excedências médias,  $\lambda$
- Limites do intervalo de confiança a 95%

Figura A14 - Posto de Serpa. Período global de 1931/32- 2005/06 e sub-períodos de 1931/32 - 1950/51; 1949/50 - 1968/69; 1968/69 - 1987/88; 1986/87 - 2005/06. Selecção do intervalo de valores do limiar. Representação, em função do valor do limiar, u, da: a) variação dos coeficientes de auto-correlação de 1ª e 2ª ordem; b) excedência média; c) estatística de Fisher.

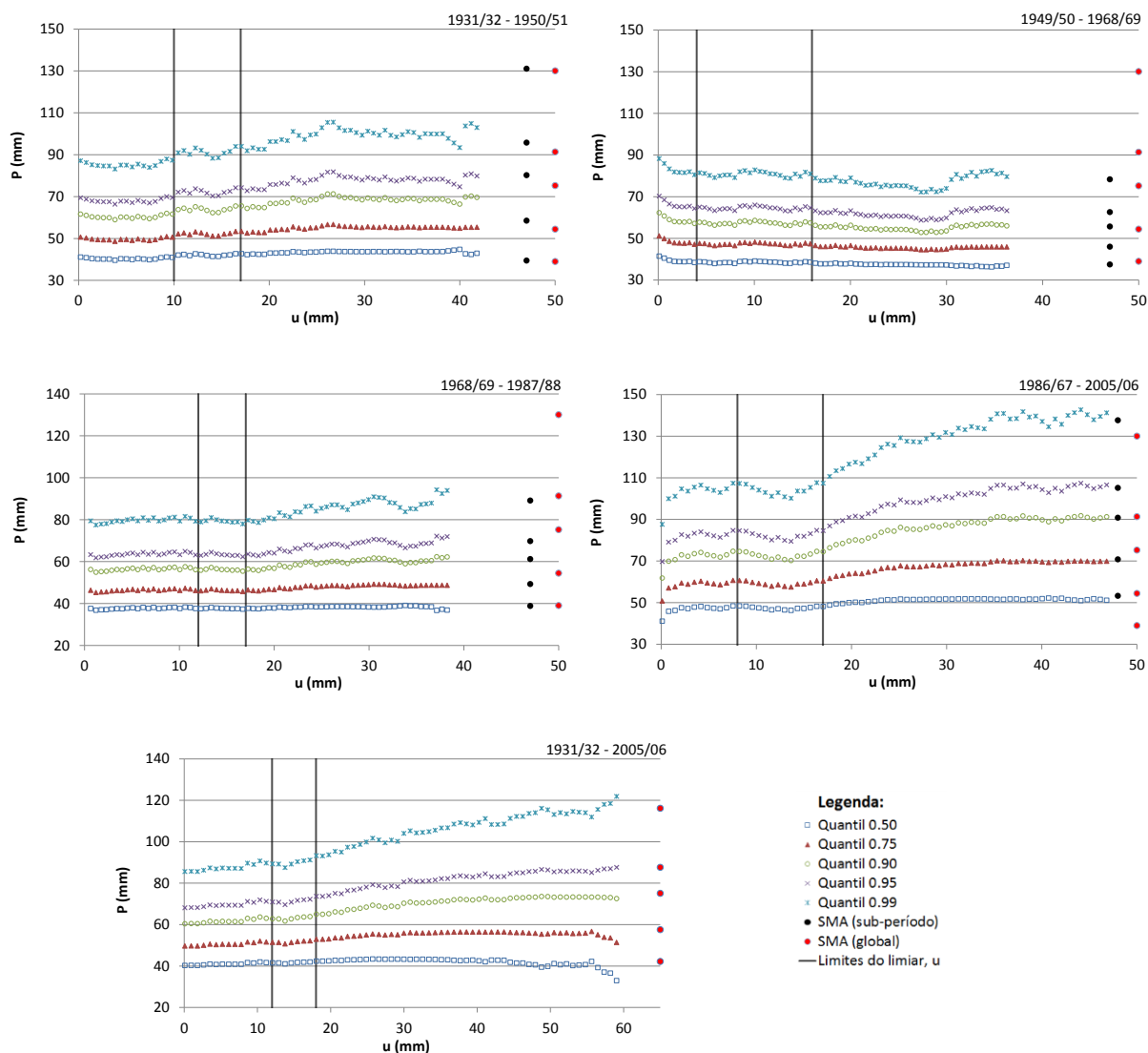
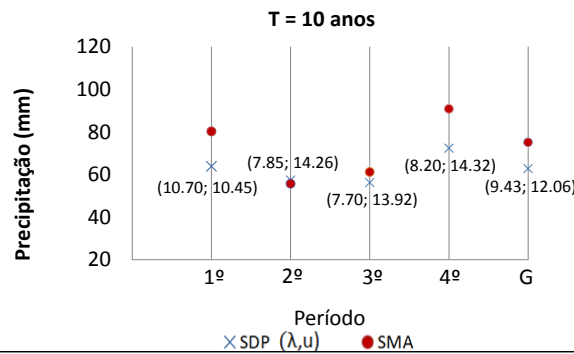


Figura A15 – Posto de Serpa. Período global de 1931/32 - 2005/06 e sub-períodos de 1931/32 - 1950/51; 1949/50 - 1968/69; 1968/69 - 1987/88; 1986/67 - 2005/06. Aplicação da técnica das séries de duração parcial, SDP. Comparação visual entre os resultados das SDP e provenientes das séries de máximos anuais, SMA. Na legenda: quantil X designa a estimativa do quantil com probabilidade de não excedência X; SMA (sub-período) e SMA (global) referem-se às estimativas dos mesmos quantis de probabilidade pela aplicação da técnica da série de máximos anuais, respectivamente, aos sub-períodos em questão e ao período global; limites do limiar,  $u$  marcam os limites que conduzem a amostras que obedecem às condições requeridas pelas SDP.

T = 10 anos														
Sub-período 1			Sub-período 2			Sub-período 3			Sub-período 4			Período global		
u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)
10.45	10.70	63.79	4.29	21.15	57.75	12.26	9.05	56.29	8.23	12.45	74.59	12.06	9.43	62.78
11.05	10.00	64.44	4.82	20.15	57.58	12.82	8.35	57.18	8.90	11.90	74.38	12.91	8.76	62.71
11.65	9.75	63.34	5.34	19.40	56.96	13.37	8.05	56.56	9.58	11.55	73.39	13.77	8.33	61.70
12.26	8.85	65.16	5.87	18.70	56.28	13.92	7.70	56.19	10.26	11.15	72.66	14.62	7.51	62.72
12.86	8.55	64.50	6.39	17.50	56.83	14.47	7.30	56.09	10.93	10.75	71.95	15.48	6.84	63.38
13.46	8.35	63.39	6.92	16.50	57.10	15.03	6.95	55.85	11.61	10.45	70.83	16.33	6.31	63.64
14.07	8.15	62.28	7.44	15.65	57.11	15.58	6.55	55.94	12.29	9.70	71.86	17.19	5.83	63.84
14.67	7.70	62.38	7.96	15.15	56.29	16.13	6.30	55.41	12.97	9.45	70.69			
15.27	7.05	63.66	8.49	13.75	58.05	16.69	5.75	56.42	13.64	9.05	70.26			
15.87	6.60	64.15	9.01	12.95	58.39				14.32	8.20	72.32			
16.48	6.05	65.50	9.54	12.50	57.75				15.00	7.80	72.29			
			10.06	11.60	58.59				15.67	7.25	73.34			
			10.59	11.15	58.16				16.35	6.70	74.64			
			11.11	10.65	57.98									
			11.63	10.25	57.47									
			12.16	9.75	57.37									
			12.68	9.35	57.01									
			13.21	9.05	56.29									
			13.73	8.60	56.16									
			14.26	7.85	57.39									
			14.78	7.60	56.72									
			15.30	6.95	57.92									
			15.83	6.70	57.43									



T = 100 anos														
Sub-período 1			Sub-período 2			Sub-período 3			Sub-período 4			Período global		
u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)
10.45	10.70	90.92	4.29	21.15	81.44	12.26	9.05	79.53	8.23	12.45	107.27	12.06	9.43	89.29
11.05	10.00	91.99	4.82	20.15	81.18	12.82	8.35	81.02	8.90	11.90	106.93	12.91	8.76	89.18
11.65	9.75	90.17	5.34	19.40	80.21	13.37	8.05	79.97	9.58	11.55	105.31	13.77	8.33	87.46
12.26	8.85	93.21	5.87	18.70	79.15	13.92	7.70	79.33	10.26	11.15	104.11	14.62	7.51	89.21
12.86	8.55	92.09	6.39	17.50	80.01	14.47	7.30	79.17	10.93	10.75	102.95	15.48	6.84	90.35
13.46	8.35	90.23	6.92	16.50	80.43	15.03	6.95	78.76	11.61	10.45	101.11	16.33	6.31	90.80
14.07	8.15	88.34	7.44	15.65	80.44	15.58	6.55	78.91	12.29	9.70	102.82	17.19	5.83	91.17
14.67	7.70	88.50	7.96	15.15	79.14	16.13	6.30	77.97	12.97	9.45	100.86			
15.27	7.05	90.71	8.49	13.75	81.95	16.69	5.75	79.76	13.64	9.05	100.14			
15.87	6.60	91.57	9.01	12.95	82.50				14.32	8.20	103.62			
16.48	6.05	93.94	9.54	12.50	81.47				15.00	7.80	103.56			
			10.06	11.60	82.84				15.67	7.25	105.36			
			10.59	11.15	82.14				16.35	6.70	107.63			
			11.11	10.65	81.84									
			11.63	10.25	81.00									
			12.16	9.75	80.83									
			12.68	9.35	80.22									
			13.21	9.05	79.03									
			13.73	8.60	78.81									
			14.26	7.85	80.89									
			14.78	7.60	79.76									
			15.30	6.95	81.83									
			15.83	6.70	80.97									

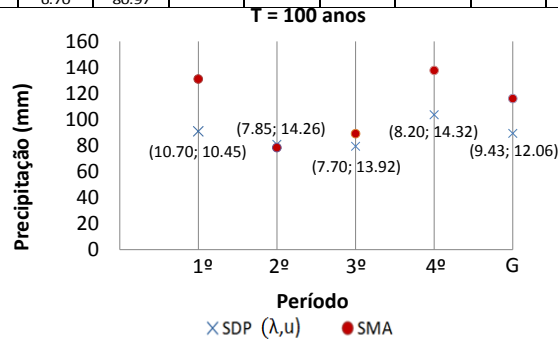
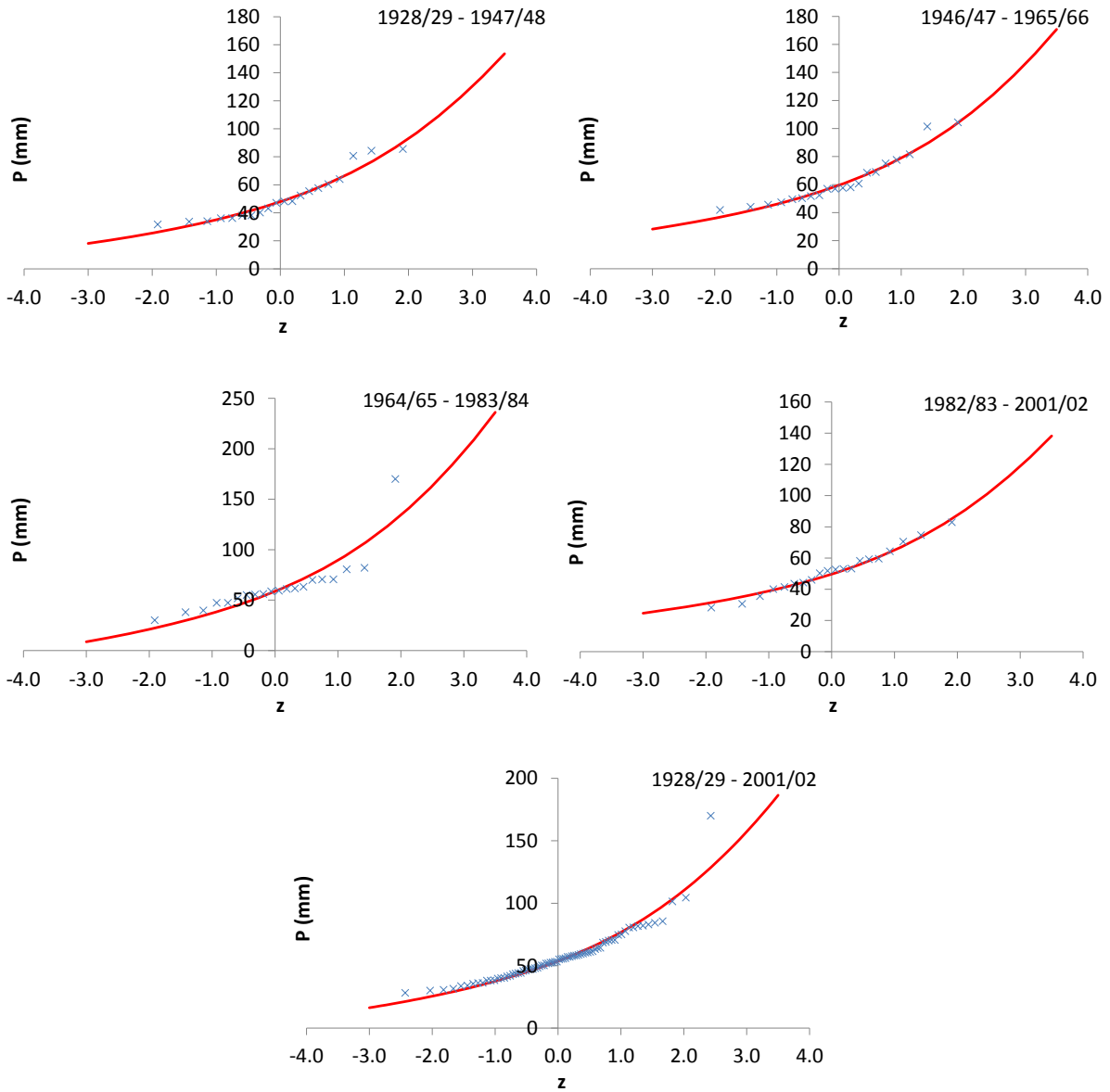


Figura A16 - Posto de Serpa. Nas tabelas: para os períodos de retorno de 10 e 100 anos, conjunto de valores do limiar  $u$  e correspondentes valores do número médio de excedências e estimativa da precipitação máxima anual pelas SDP, para cada sub-período e período global. Nos gráficos: para os períodos de retorno de 10 e 100 anos, estimativa mediana da precipitação máxima anual (de entre os valores do conjunto apresentado) pela técnica das SDP e estimativa da precipitação máxima anual pela SMA.

## **Pragança**

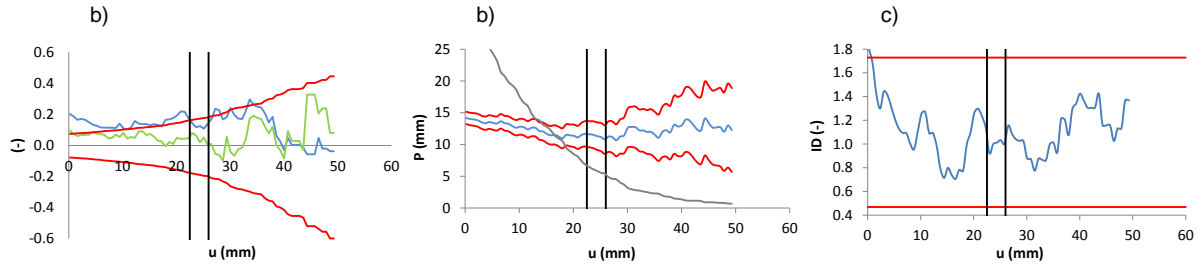


Legenda:

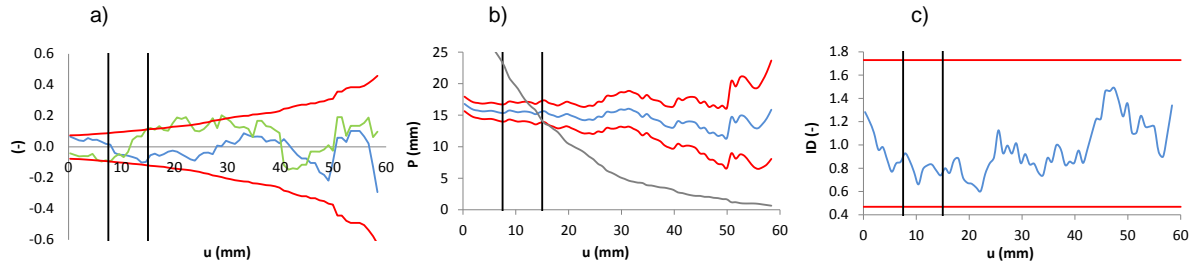
— Lei estatística de Gumbel    × Série de máximos anuais

Figura A17 - Posto de Pragança. Período global de 1928/29 - 2001/02 e sub-períodos de 1928/29 - 1947/48; 1946/47 - 1965/66; 1964/65 - 1983/84; 1982/83 - 2001/02. Aplicação da técnica das séries de máximos anuais, SMA.

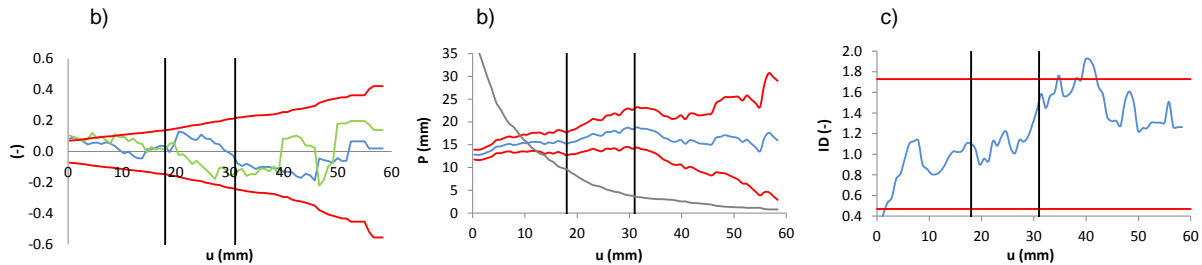
Sub-período 1 → 1928/29 - 1947/48



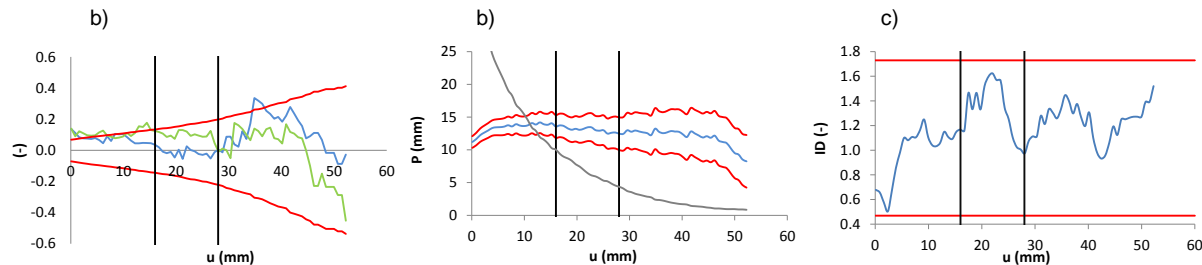
Sub-período 2 → 1946/47 - 1965/66



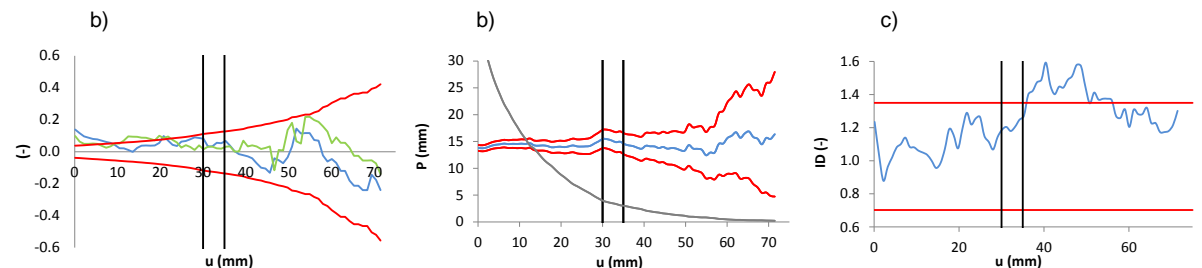
Sub-período 3 → 1964/65 - 1983/84



Sub-período 4 → 1982/83 - 2001/02



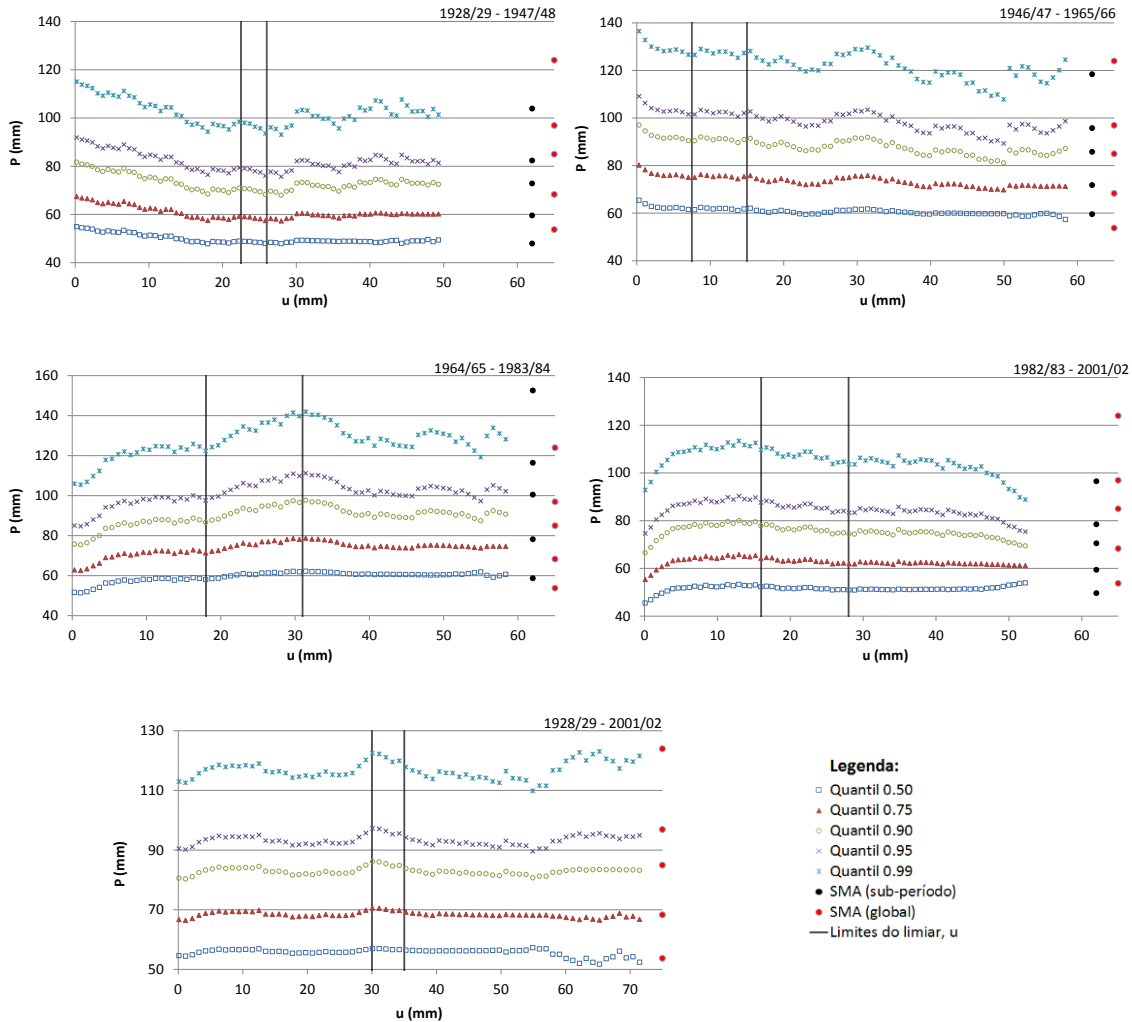
Período global → 1928/29 - 2001/02



Legenda:

- a) — Coef. autocorrelação de 1ª ordem — Limites do intervalo de confiança — Média das excedências,  $\sigma$  — Limites do intervalo de confiança a 95%
- Coef. autocorrelação de 2ª ordem — Limites do limiar,  $u$  b) — Limites do limiar,  $u$  — Número de excedências médias,  $\lambda$
- c) — Índice de dispersão, ID — Limites do limiar,  $u$  — Limites do intervalo de confiança a 95%

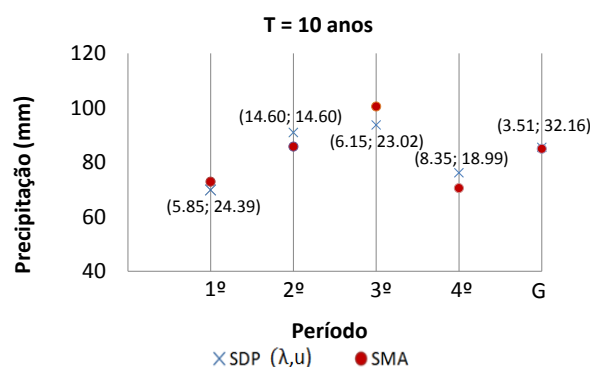
**Figura A18 - Posto de Pragança. Período global de 1928/29 - 2001/02 e sub-períodos de 1928/29 - 1947/48; 1946/47 - 1965/66; 1964/65 - 1983/84; 1982/83 - 2001/02. Selecção do intervalo de valores do limiar. Representação, em função do valor do limiar,  $u$ , da: a) variação dos coeficientes de auto-correlação de 1ª e 2ª ordem; b) excedência média; c) estatística de Fisher.**



**Figura A19 – Posto de Pragança. Período global de 1928/29 - 2001/02 e sub-períodos de 1928/29 – 1947/48; 1946/47 - 1965/66; 1964/65 - 1983/84; 1982/83 - 2001/02. Aplicação da técnica das séries de duração parcial, SDP. Comparação visual entre os resultados das SDP e provenientes das séries de máximos anuais, SMA. Na legenda: quantil X designa a estimativa do quantil com probabilidade de não excedência X; SMA (sub-período) e SMA (global) referem-se às estimativas dos mesmos quantis de probabilidade pela aplicação da técnica da série de máximos anuais, respectivamente, aos sub-períodos em questão e ao período global; limites do limiar, u marcam os limites que conduzem a amostras que obedecem às condições requeridas pelas SDP.**



T = 10 anos														
Sub-período 1			Sub-período 2			Sub-período 3			Sub-período 4			Período global		
u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)
22.97	6.45	70.70	7.87	22.70	90.41	18.81	8.90	87.74	16.73	9.40	78.40	30.09	3.95	86.17
23.68	6.10	70.51	8.71	21.00	92.03	19.65	8.35	88.28	17.48	8.95	78.11	31.13	3.70	86.02
24.39	5.85	69.80	9.56	20.05	91.55	20.49	7.70	89.81	18.24	8.70	76.86	32.16	3.51	85.44
25.10	5.55	69.43	10.40	19.20	90.85	21.34	7.15	90.99	18.99	8.35	76.15	33.20	3.35	84.65
25.81	5.40	68.25	11.24	18.05	91.31	22.18	6.65	92.16	19.75	7.80	76.61	34.23	3.11	84.83
			12.08	17.10	91.29	23.02	6.15	93.70	20.50	7.45	76.11			
			12.92	16.35	90.70	23.86	5.95	92.87	21.26	6.95	76.61			
			13.76	15.75	89.65	24.70	5.70	92.50	22.02	6.45	77.32			
			14.60	14.60	90.92	25.54	5.20	94.72	22.77	6.10	77.29			
						26.38	4.95	94.81	23.53	5.95	76.01			
						27.23	4.65	95.58	24.28	5.65	75.75			
						28.07	4.55	94.32	25.04	5.30	75.96			
						28.91	4.15	96.58	25.79	5.20	74.46			
						29.75	3.90	97.44	26.55	4.85	74.82			
						30.59	3.80	96.53	27.31	4.55	74.94			



T = 100 anos														
Sub-período 1			Sub-período 2			Sub-período 3			Sub-período 4			Período global		
u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)
22.97	6.45	97.97	7.87	22.70	126.51	18.81	8.90	124.25	16.73	9.40	110.67	30.09	3.95	122.54
23.68	6.10	97.63	8.71	21.00	129.01	19.65	8.35	125.15	17.48	8.95	110.18	31.13	3.70	122.26
24.39	5.85	96.36	9.56	20.05	128.26	20.49	7.70	127.76	18.24	8.70	108.06	32.16	3.51	121.14
25.10	5.55	95.71	10.40	19.20	127.17	21.34	7.15	129.79	18.99	8.35	106.86	33.20	3.35	119.60
25.81	5.40	93.58	11.24	18.05	127.89	22.18	6.65	131.83	19.75	7.80	107.65	34.23	3.11	119.97
			12.08	17.10	127.87	23.02	6.15	134.53	20.50	7.45	106.79			
			12.92	16.35	126.93	23.86	5.95	133.08	21.26	6.95	107.65			
			13.76	15.75	125.26	24.70	5.70	132.42	22.02	6.45	108.91			
			14.60	14.60	127.28	25.54	5.20	136.41	22.77	6.10	108.85			
						26.38	4.95	136.57	23.53	5.95	106.58			
						27.23	4.65	137.99	24.28	5.65	106.12			
						28.07	4.55	135.66	25.04	5.30	106.50			
						28.91	4.15	139.87	25.79	5.20	103.79			
						29.75	3.90	141.48	26.55	4.85	104.44			
						30.59	3.80	139.75	27.31	4.55	104.66			

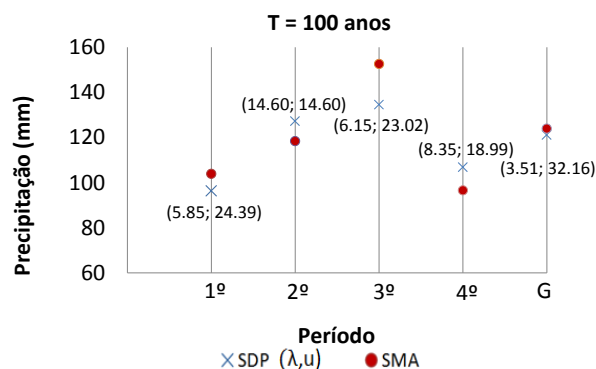
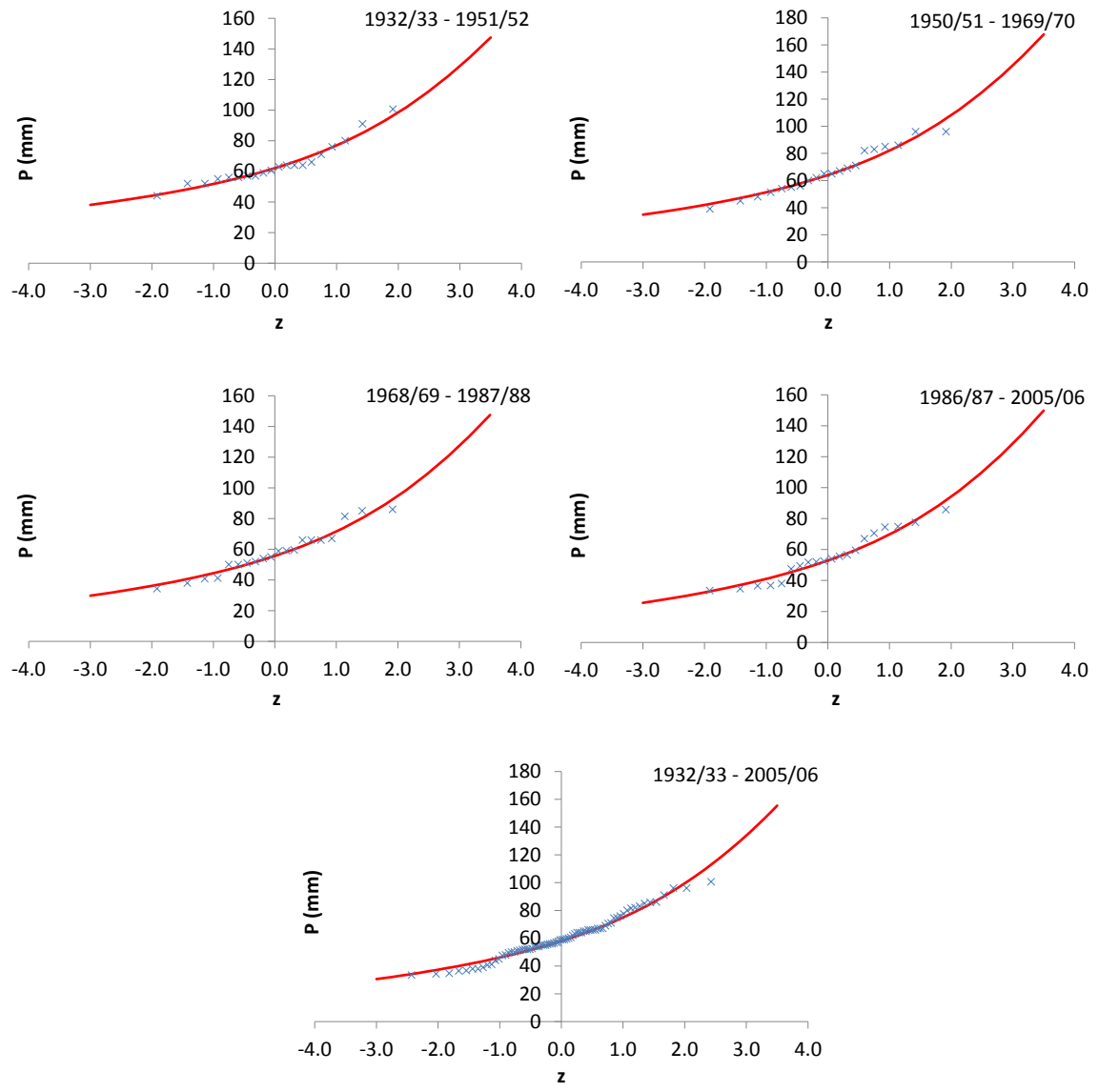


Figura A20 - Posto de Pragança. Nas tabelas: para os períodos de retorno de 10 e 100 anos, conjunto de valores do limiar  $u$  e correspondentes valores do número médio de excedências e estimativa da precipitação máxima anual pelas SDP, para cada sub-período e período global. Nos gráficos: para os períodos de retorno de 10 e 100 anos, estimativa mediana da precipitação máxima anual (de entre os valores do conjunto apresentado) pela técnica das SDP e estimativa da precipitação máxima anual pela SMA.

## **Alvaiázere**

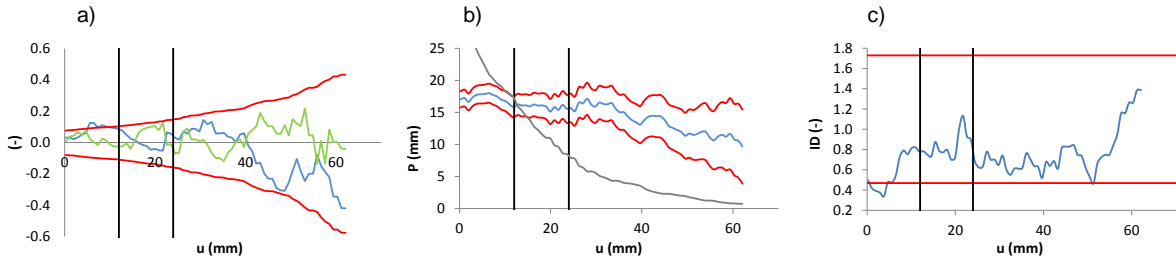


Legenda:

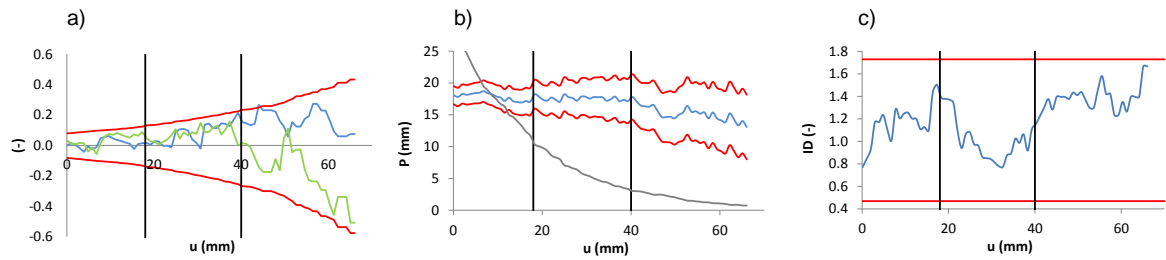
— Lei estatística de Gumbel    × Série de máximos anuais

Figura A21 - Posto de Alvaiázere. Período global de 1932/33- 2005/06 e sub-períodos de 1932/33 – 1951/52; 1950/51 – 1969/70; 1968/69 – 1987/88; 1986/87 – 2005/06. Aplicação da técnica das séries de máximos anuais, SMA.

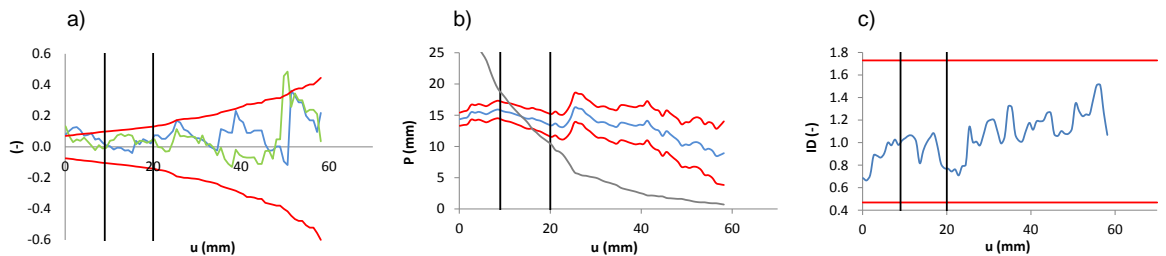
Sub-período 1 → 1932/33 - 1951/52



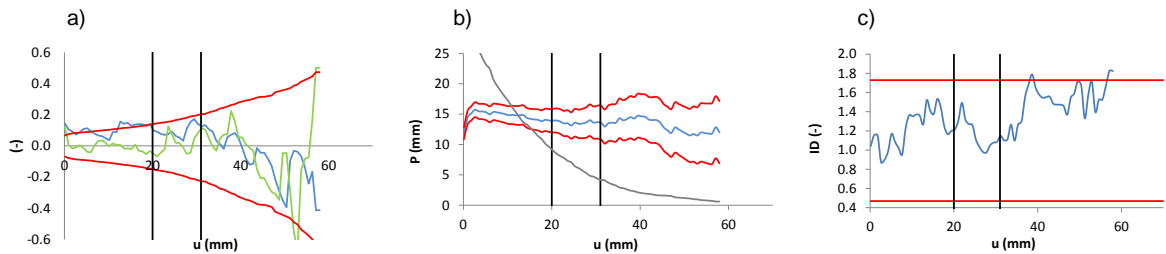
Sub-período 2 → 1950/51 - 1969/70



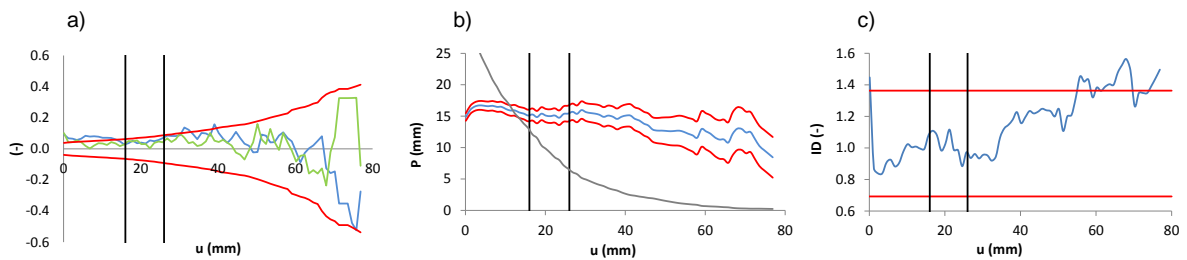
Sub-período 3 → 1968/69 - 1987/88



Sub-período 4 → 1986/87 - 2005/06



Período global → 1932/33 - 2005/06



Legenda:

- Coef. autocorrelação de 1ª ordem
- Coef. autocorrelação de 2ª ordem
- Média das excedências,  $\sigma$
- Índice de dispersão, ID
- Limites do intervalo de confiança
- Limites do limiar,  $u$
- Número de excedências médias,  $\lambda$
- Limites do intervalo de confiança a 95%
- Limites do limiar,  $u$
- Limites do intervalo de confiança a 95%

Figura A22 - Posto de Alvaizere. Período global de 1932/33- 2005/06 e sub-períodos de 1932/33 - 1951/52; 1950/51 - 1969/70; 1968/69 - 1987/88; 1986/87 - 2005/06. Selecção do intervalo de valores do limiar. Representação, em função do valor do limiar,  $u$ , da: a) variação dos coeficientes de auto-correlação de 1ª e 2ª ordem; b) excedência média; c) estatística de Fisher.

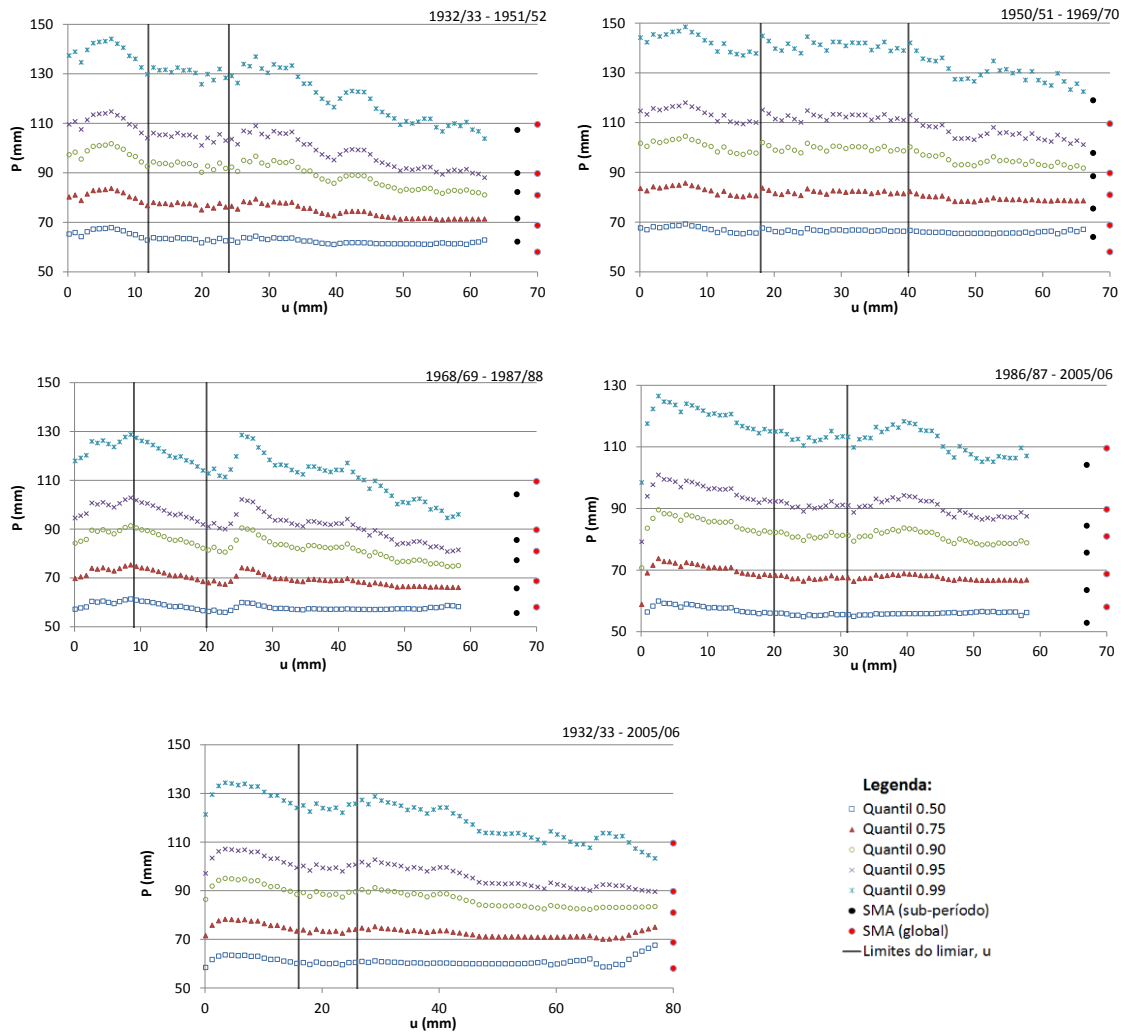
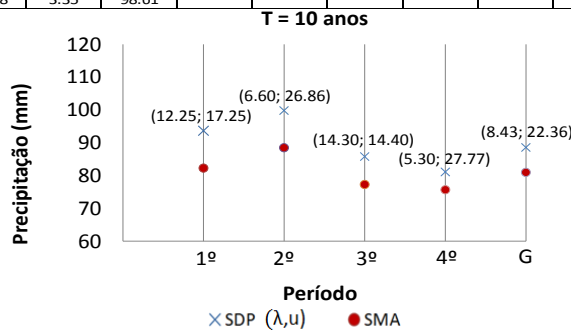
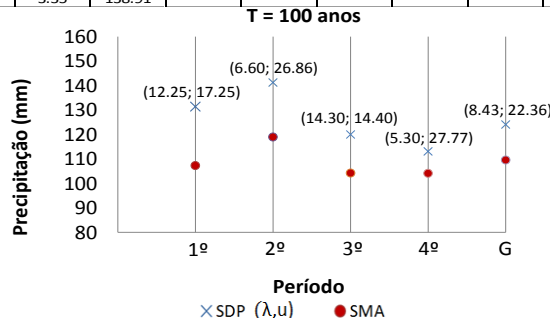


Figura A23 – Posto de Alvaiázere. Período global de 1932/33- 2005/06 e sub-períodos de 1932/33 – 1951/52; 1950/51 – 1969/70; 1968/69 – 1987/88; 1986/87 – 2005/06. Aplicação da técnica das séries de duração parcial, SDP. Comparação visual entre os resultados das SDP e provenientes das séries de máximos anuais, SMA. Na legenda: quantil X designa a estimativa do quantil com probabilidade de não excedência X; SMA (sub-período) e SMA (global) referem-se às estimativas dos mesmos quantis de probabilidade pela aplicação da técnica da série de máximos anuais, respectivamente, aos sub-períodos em questão e ao período global; limites do limiar,  $u$  marcam os limites que conduzem a amostras que obedecem às condições requeridas pelas SDP.

T = 10 anos														
Sub-período 1			Sub-período 2			Sub-período 3			Sub-período 4			Período global		
u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)
12.76	16.00	94.36	18.26	10.40	101.96	9.36	18.45	90.46	20.23	9.05	82.23	16.79	12.07	89.17
13.66	15.30	93.68	19.21	10.05	100.72	10.20	17.70	89.69	21.06	8.50	82.32	17.91	11.53	87.63
14.55	14.45	93.80	20.17	9.80	98.90	11.04	16.85	89.36	21.90	8.10	81.74	19.02	10.34	89.61
15.45	13.80	93.17	21.13	9.35	98.43	11.88	16.15	88.60	22.74	7.80	80.67	20.13	9.80	88.51
16.35	12.80	94.33	22.08	8.60	100.05	12.72	15.50	87.74	23.58	7.30	80.80	21.24	9.15	88.21
17.25	12.25	93.63	23.04	8.30	98.88	13.56	14.85	86.94	24.42	7.05	79.60	22.36	8.43	88.57
18.14	11.55	93.72	23.99	8.00	97.82	14.40	14.30	85.80	25.26	6.40	81.06	23.47	8.01	87.36
19.04	11.05	92.98	24.95	7.10	101.68	15.25	13.60	85.36	26.10	6.10	80.43	24.58	7.15	89.34
19.94	10.95	90.21	25.90	6.90	100.28	16.09	12.75	85.69	26.93	5.70	80.65	25.70	6.64	89.52
20.83	9.90	92.70	26.86	6.60	99.81	16.93	12.25	84.69	27.77	5.30	81.09			
21.73	9.60	91.25	27.82	6.40	98.53	17.77	11.65	84.22	28.61	4.85	82.22			
22.63	8.65	93.92	28.77	5.85	100.48	18.61	11.20	83.15	29.45	4.70	81.11			
23.53	8.50	91.81	29.73	5.55	100.47	19.45	10.75	82.14	30.29	4.40	81.29			
			30.68	5.35	99.60									
			31.64	5.00	100.33									
			32.59	4.75	100.23									
			33.55	4.50	100.26									
			34.51	4.40	98.72									
			35.46	4.10	99.44									
			36.42	3.80	100.43									
			37.37	3.75	98.56									
			38.33	3.50	99.11									
			39.28	3.35	98.61									



T = 100 anos														
Sub-período 1			Sub-período 2			Sub-período 3			Sub-período 4			Período global		
u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)
12.76	16.00	132.53	18.26	10.40	144.79	9.36	18.45	127.36	20.23	9.05	114.95	16.79	12.07	125.05
13.66	15.30	131.45	19.21	10.05	142.75	10.20	17.70	126.14	21.06	8.50	115.11	17.91	11.53	122.53
14.55	14.45	131.64	20.17	9.80	139.72	11.04	16.85	125.63	21.90	8.10	114.11	19.02	10.34	125.79
15.45	13.80	130.62	21.13	9.35	138.93	11.88	16.15	124.43	22.74	7.80	112.29	20.13	9.80	123.96
16.35	12.80	132.51	22.08	8.60	141.68	12.72	15.50	123.05	23.58	7.30	112.52	21.24	9.15	123.46
17.25	12.25	131.37	23.04	8.30	139.70	13.56	14.85	121.78	24.42	7.05	110.45	22.36	8.43	124.07
18.14	11.55	131.53	23.99	8.00	137.88	14.40	14.30	119.96	25.26	6.40	112.99	23.47	8.01	122.02
19.04	11.05	130.32	24.95	7.10	144.50	15.25	13.60	119.25	26.10	6.10	111.88	24.58	7.15	125.42
19.94	10.95	125.77	25.90	6.90	142.08	16.09	12.75	119.79	26.93	5.70	112.27	25.70	6.64	125.73
20.83	9.90	129.88	26.86	6.60	141.24	16.93	12.25	118.16	27.77	5.30	113.07			
21.73	9.60	127.46	27.82	6.40	138.99	17.77	11.65	117.41	28.61	4.85	115.11			
22.63	8.65	131.93	28.77	5.85	142.44	18.61	11.20	115.65	29.45	4.70	113.07			
23.53	8.50	128.36	29.73	5.55	142.40	19.45	10.75	113.99	30.29	4.40	113.41			
			30.68	5.35	140.83									
			31.64	5.00	142.15									
			32.59	4.75	141.96									
			33.55	4.50	142.01									
			34.51	4.40	139.15									
			35.46	4.10	140.49									
			36.42	3.80	142.38									
			37.37	3.75	138.81									
			38.33	3.50	139.88									
			39.28	3.35	138.91									



**Figura A24 - Posto de Alvaíazere.** Nas tabelas: para os períodos de retorno de 10 e 100 anos, conjunto de valores do limiar  $u$  e correspondentes valores do número médio de excedências e estimativa da precipitação máxima anual pelas SDP, para cada sub-período e período global. Nos gráficos: para os períodos de retorno de 10 e 100 anos, estimativa mediana da precipitação máxima anual (de entre os valores do conjunto apresentado) pela técnica das SDP e estimativa da precipitação máxima anual pela SMA.

**Gaivão**

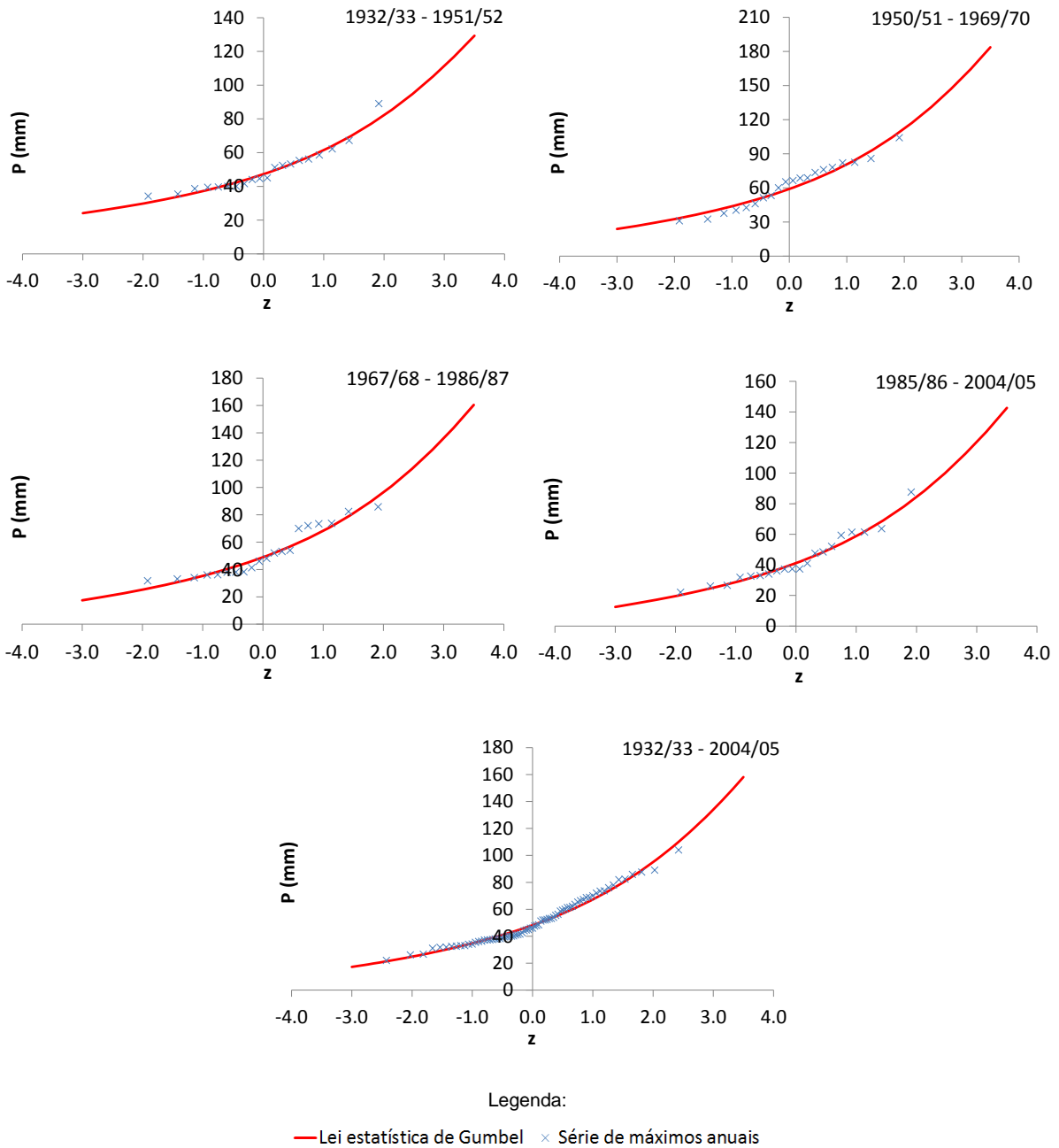
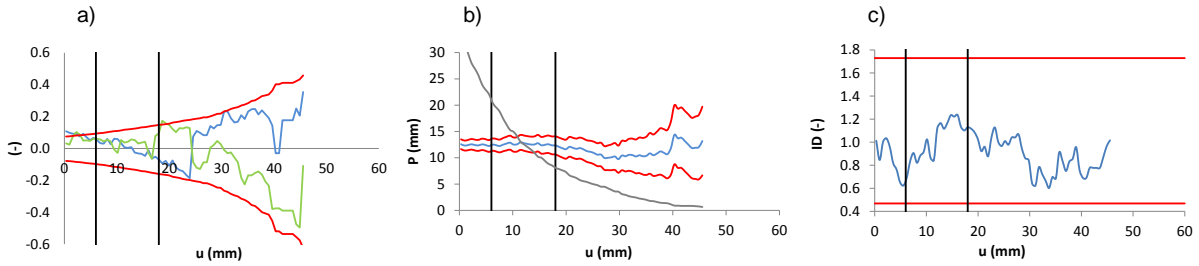


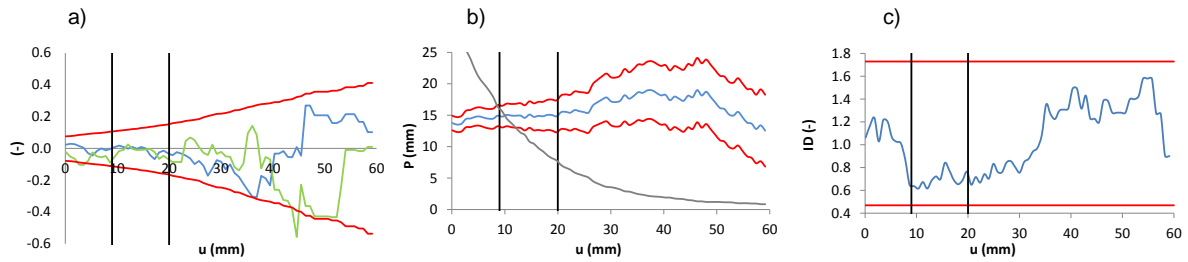
Figura A25 - Posto de Gaivão. Período global de 1932/33- 2004/05 e sub-períodos de 1932/33 – 1951/52; 1950/51 - 1969/70; 1967/68 - 1986/87; 1985/86 - 2004/05. Aplicação da técnica das séries de máximos anuais, SMA.



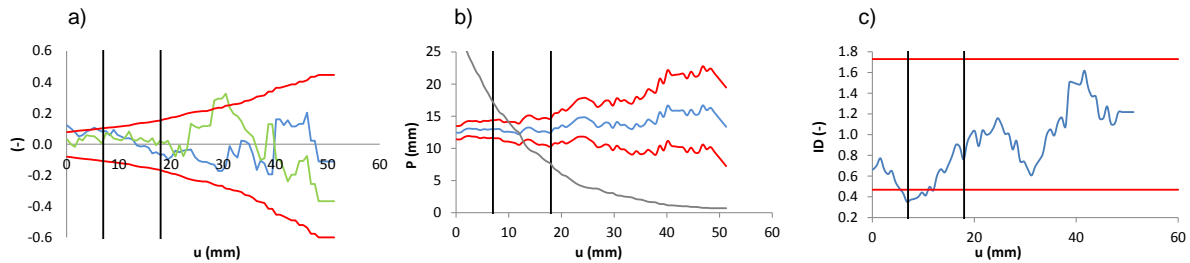
Sub-período 1 → 1932/33 - 1951/52



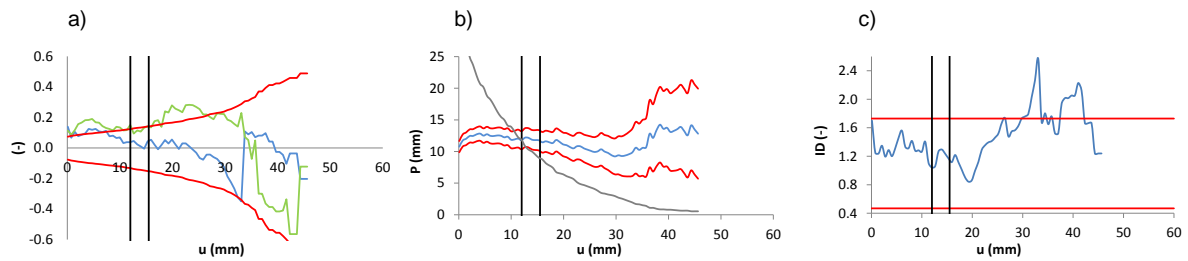
Sub-período 2 → 1950/51 - 1969/70



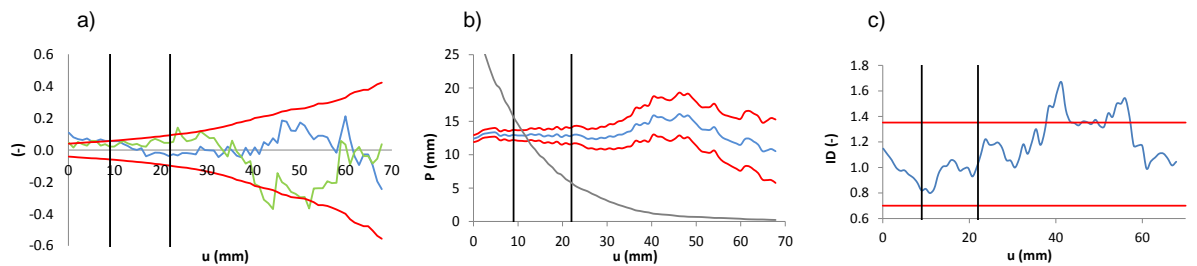
Sub-período 3 → 1967/68 - 1986/87



Sub-período 4 → 1985/86 - 2004/05



Período global → 1932/33 - 2004/05



Legenda:

- a) — Coef. autocorrelação de 1ª ordem    — Limites do intervalo de confiança    — Média das excedências,  $\sigma$     — Limites do intervalo de confiança a 95%
- Coef. autocorrelação de 2ª ordem    — Limites do limiar, u    b) — Limites do limiar, u    — Número de excedências médias,  $\lambda$
- Índice de dispersão, ID    — Limites do limiar, u
- c) — Limites do intervalo de confiança a 95%

**Figura A26 – Posto de Gaivão. Período global de 1932/33- 2004/05 e sub-períodos de 1932/33 – 1951/52; 1950/51 - 1969/70; 1967/68 - 1986/87; 1985/86 - 2004/05. Selecção do intervalo de valores do limiar. Representação, em função do valor do limiar, u, da: a) variação dos coeficientes de auto-correlacção de 1ª e 2ª ordem; b) excedência média; c) estatística de Fisher.**

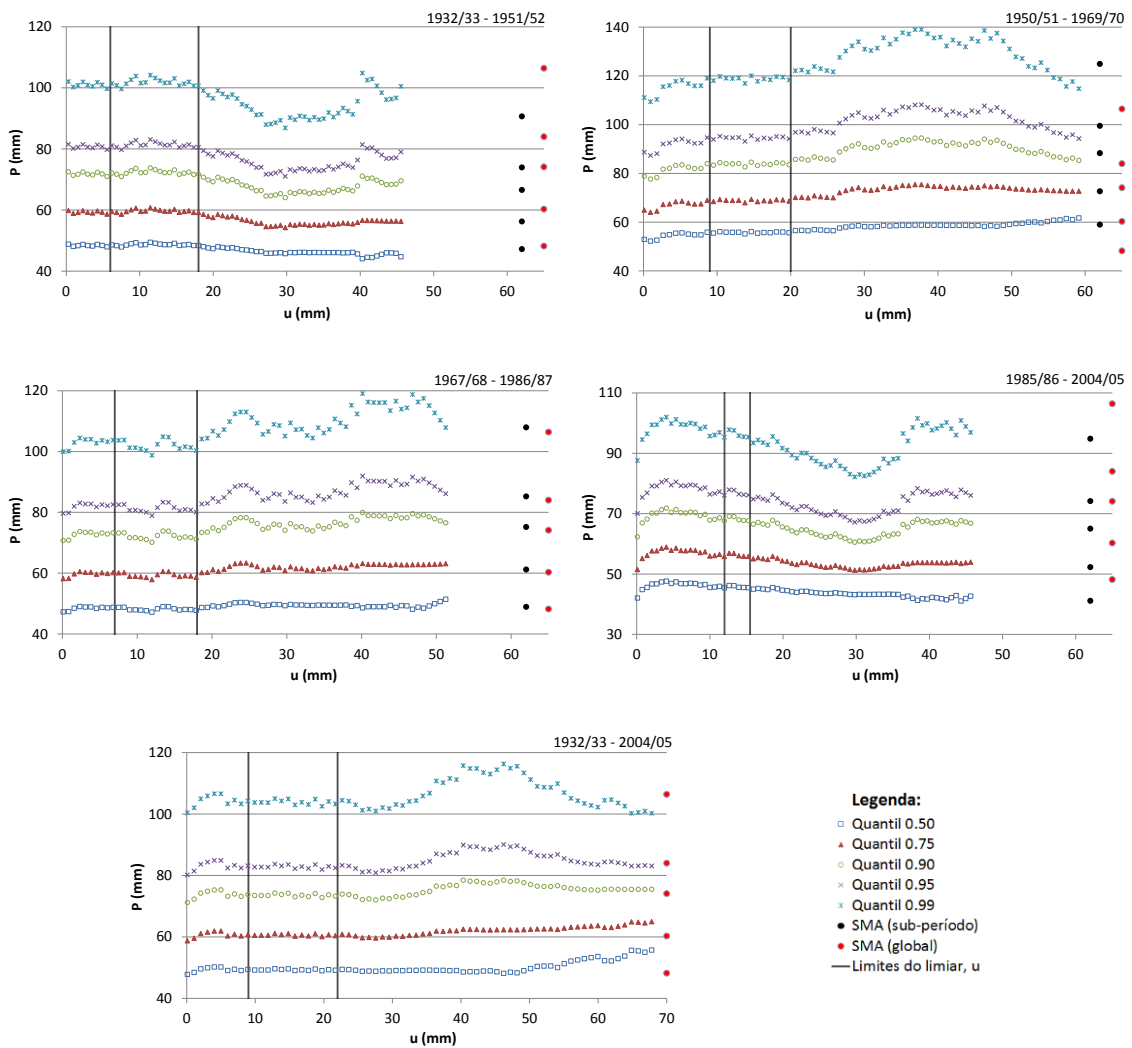
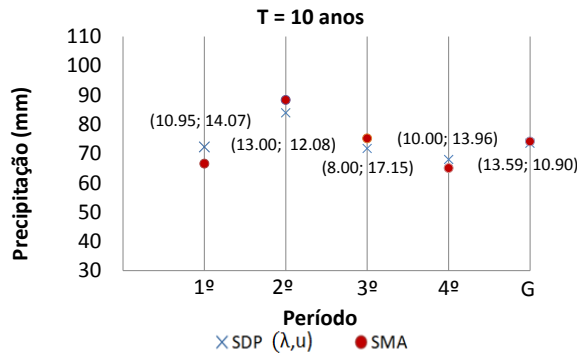


Figura A27 –Posto de Gaivão. Período global de 1932/33- 2004/05 e sub-períodos de 1932/33 – 1951/52; 1950/51 - 1969/70; 1967/68 - 1986/87; 1985/86 - 2004/05. Aplicação da técnica das séries de duração parcial, SDP. Comparação visual entre os resultados das SDP e provenientes das séries de máximos anuais, SMA. Na legenda: quantil X designa a estimativa do quantil com probabilidade de não excedência X; SMA (sub-período) e SMA (global) referem-se às estimativas dos mesmos quantis de probabilidade pela aplicação da técnica da série de máximos anuais, respectivamente, aos sub-períodos em questão e ao período global; limites do limiar, u marcam os limites que conduzem a amostras que obedecem às condições requeridas pelas SDP.

T = 10 anos														
Sub-período 1			Sub-período 2			Sub-período 3			Sub-período 4			Período global		
u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)
6.86	19.60	71.69	9.51	15.60	83.35	7.51	16.55	73.18	12.64	10.85	69.14	9.91	14.66	73.47
7.51	18.85	70.94	10.37	14.45	84.44	8.26	15.60	73.25	13.30	10.30	69.03	10.90	13.59	73.50
8.17	17.50	72.02	11.22	13.75	84.00	9.00	15.20	71.64	13.96	10.00	67.94	11.88	12.62	73.43
8.82	16.35	72.85	12.08	13.00	83.90	9.74	14.35	71.67	14.62	9.50	67.75	12.86	11.51	74.26
9.48	15.30	73.60	12.94	12.25	84.03	10.48	13.60	71.42	15.28	9.00	67.66	13.84	10.78	73.79
10.14	14.95	72.16	13.79	11.85	82.67	11.22	12.90	71.08				14.82	9.92	74.18
10.79	14.15	72.32	14.65	10.80	84.58	11.96	12.40	70.14				15.80	9.42	73.04
11.45	13.05	73.78	15.50	10.45	83.24	12.70	11.15	72.36				16.78	8.63	73.57
12.10	12.55	73.19	16.36	9.75	83.81	13.45	10.20	73.84				17.77	8.08	73.11
12.76	12.05	72.66	17.21	9.25	83.59	14.19	9.65	73.77				18.75	7.32	74.13
13.41	11.55	72.23	18.07	8.60	84.36	14.93	9.40	72.39				19.73	7.00	72.80
14.07	10.95	72.26	18.93	8.15	84.22	15.67	9.05	71.51				20.71	6.34	73.69
14.73	10.20	73.12	19.78	7.80	83.57	16.41	8.45	71.89				21.69	5.95	73.23
15.38	10.00	71.68				17.15	8.00	71.72						
16.04	9.40	72.06				17.89	7.65	71.15						
16.69	8.85	72.41												
17.35	8.55	71.65												



T = 100 anos														
Sub-período 1			Sub-período 2			Sub-período 3			Sub-período 4			Período global		
u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)
6.86	19.60	100.84	9.51	15.60	118.07	7.51	16.55	103.70	12.64	10.85	97.78	9.91	14.66	103.73
7.51	18.85	99.68	10.37	14.45	119.81	8.26	15.60	103.81	13.30	10.30	97.60	10.90	13.59	103.77
8.17	17.50	101.37	11.22	13.75	119.10	9.00	15.20	101.25	13.96	10.00	95.81	11.88	12.62	103.66
8.82	16.35	102.67	12.08	13.00	118.95	9.74	14.35	101.28	14.62	9.50	95.49	12.86	11.51	105.01
9.48	15.30	103.86	12.94	12.25	119.15	10.48	13.60	100.88	15.28	9.00	95.33	13.84	10.78	104.23
10.14	14.95	101.58	13.79	11.85	116.94	11.22	12.90	100.34				14.82	9.92	104.87
10.79	14.15	101.83	14.65	10.80	120.07	11.96	12.40	98.81				15.80	9.42	102.98
11.45	13.05	104.17	15.50	10.45	117.87	12.70	11.15	102.44				16.78	8.63	103.85
12.10	12.55	103.21	16.36	9.75	118.81	13.45	10.20	104.88				17.77	8.08	103.08
12.76	12.05	102.36	17.21	9.25	118.45	14.19	9.65	104.77				18.75	7.32	104.83
13.41	11.55	101.65	18.07	8.60	119.75	14.93	9.40	102.46				19.73	7.00	102.51
14.07	10.95	101.70	18.93	8.15	119.51	15.67	9.05	100.98				20.71	6.34	104.08
14.73	10.20	103.13	19.78	7.80	118.39	16.41	8.45	101.62				21.69	5.95	103.26
15.38	10.00	100.74				17.15	8.00	101.33						
16.04	9.40	101.37				17.89	7.65	100.36						
16.69	8.85	101.97												
17.35	8.55	100.67												

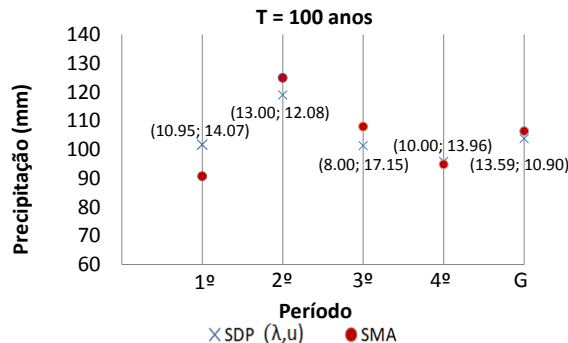
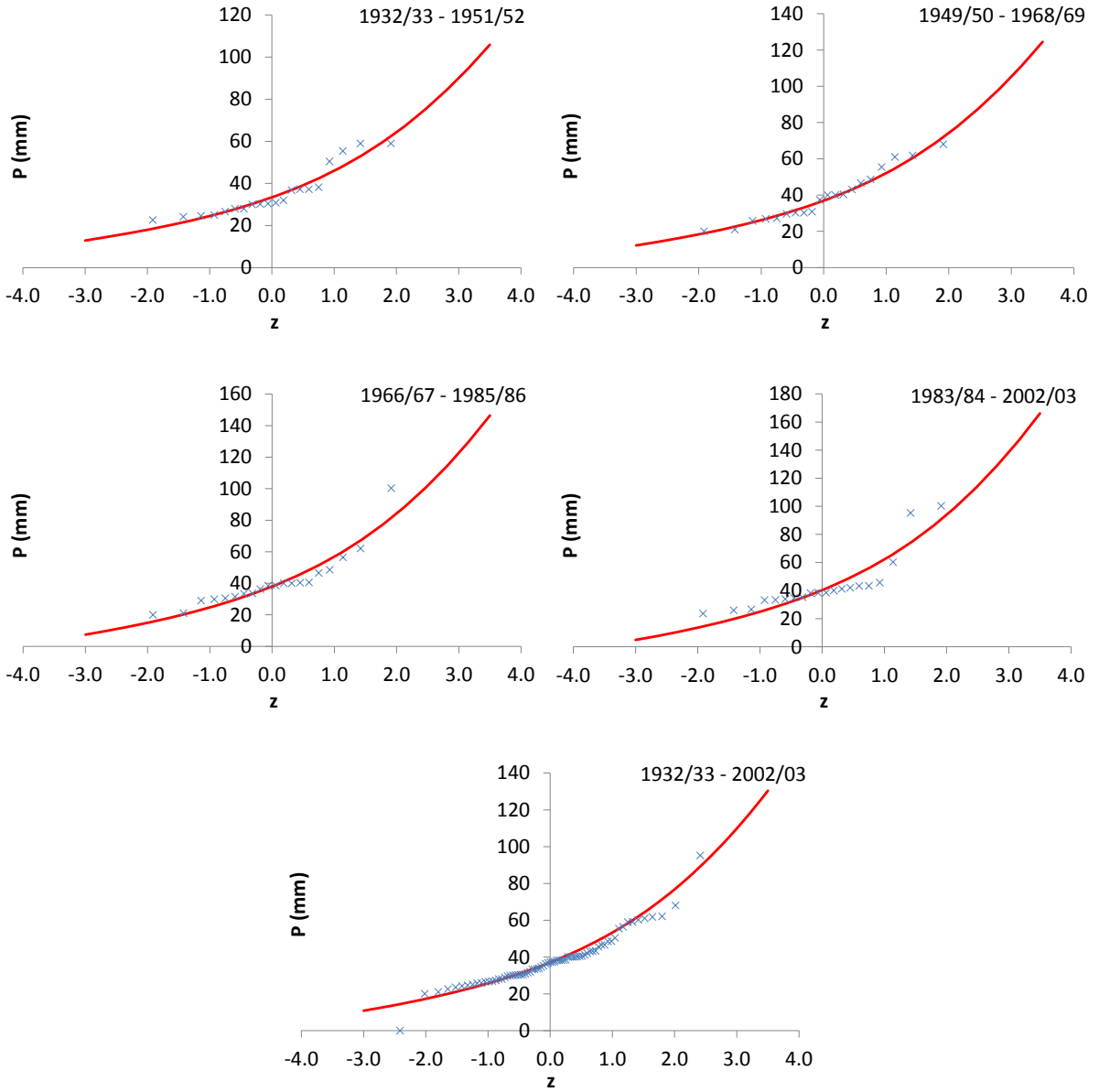


Figura A28 - Posto de Gaivão. Nas tabelas: para os períodos de retorno de 10 e 100 anos, conjunto de valores do limiar  $u$  e correspondentes valores do número médio de excedências e estimativa da precipitação máxima anual pelas SDP, para cada sub-período e período global. Nos gráficos: para os períodos de retorno de 10 e 100 anos, estimativa mediana da precipitação máxima anual (de entre os valores do conjunto apresentado) pela técnica das SDP e estimativa da precipitação máxima anual pela SMA.

**Muge**

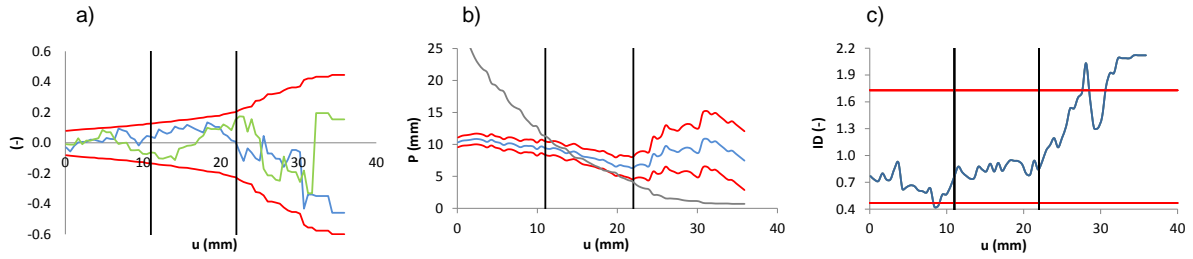


Legenda:

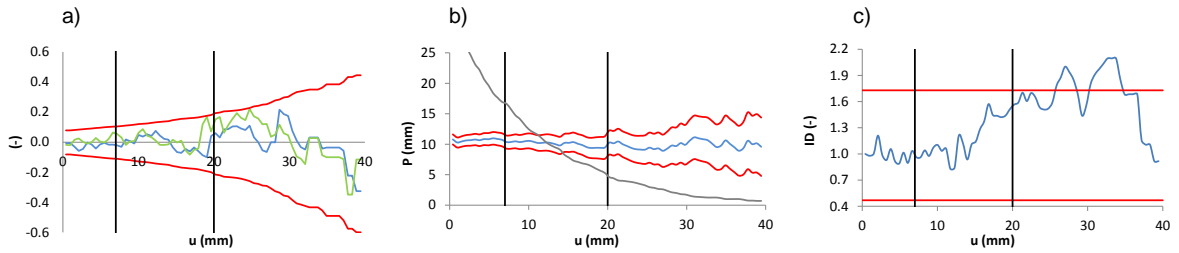
— Lei estatística de Gumbel    × Série de máximos anuais

Figura A29- Posto de Muge. Período global de 1932/33- 2002/03 e sub-períodos de 1932/33 - 1951/52; 1949/50 - 1968/69; 1966/67 - 1985/86; 1983/84 - 2002/03. Aplicação da técnica das séries de máximos anuais, SMA.

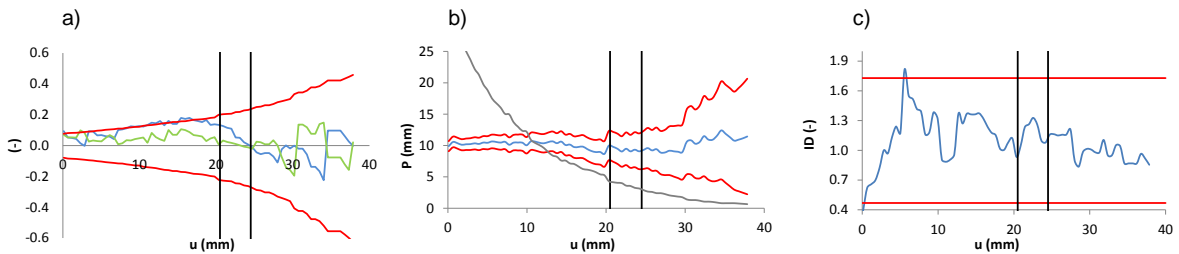
Sub-período 1 → 1932/33 - 1951/52



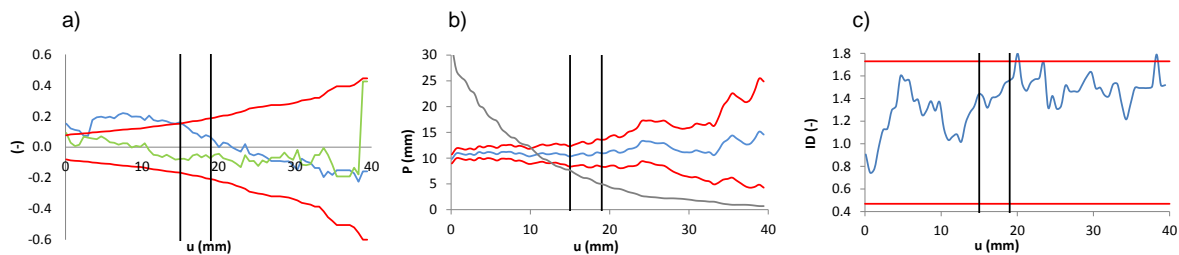
Sub-período 2 → 1949/50 - 1968/69



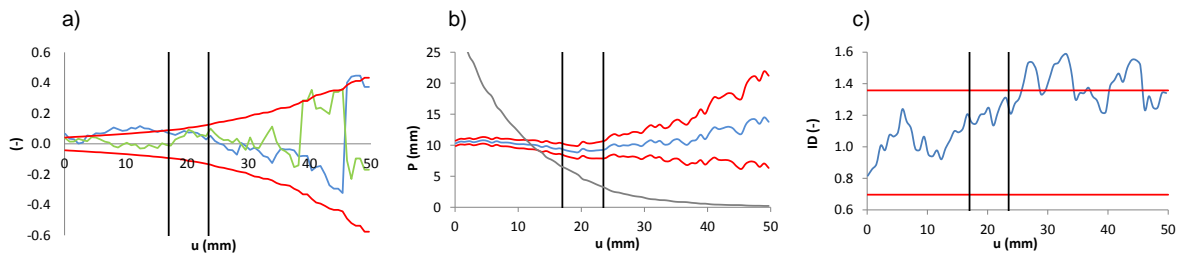
Sub-período 3 → 1966/67 - 1985/86



Sub-período 4 → 1983/84 - 2002/03



Período global → 1932/33 - 2002/03



Legenda:

- a) — Coef. autocorrelação de 1ª ordem    — Limites do intervalo de confiança    — Média das excedências,  $\sigma$     — Limites do intervalo de confiança a 95%
- Coef. autocorrelação de 2ª ordem    — Limites do limiar, u    b) — Limites do limiar, u    — Número de excedências médias,  $\lambda$
- Índice de dispersão, ID    — Limites do limiar, u
- c) — Limites do intervalo de confiança a 95%

**Figura A30 - Posto de Muge. Período global de 1932/33- 2002/03 e sub-períodos de 1932/33 - 1951/52; 1949/50 - 1968/69; 1966/67 - 1985/86; 1983/84 - 2002/03. Seleção do intervalo de valores do limiar. Representação, em função do valor do limiar, u, da: a) variação dos coeficientes de auto-correlação de 1ª e 2ª ordem; b) excedência média; c) estatística de Fisher.**

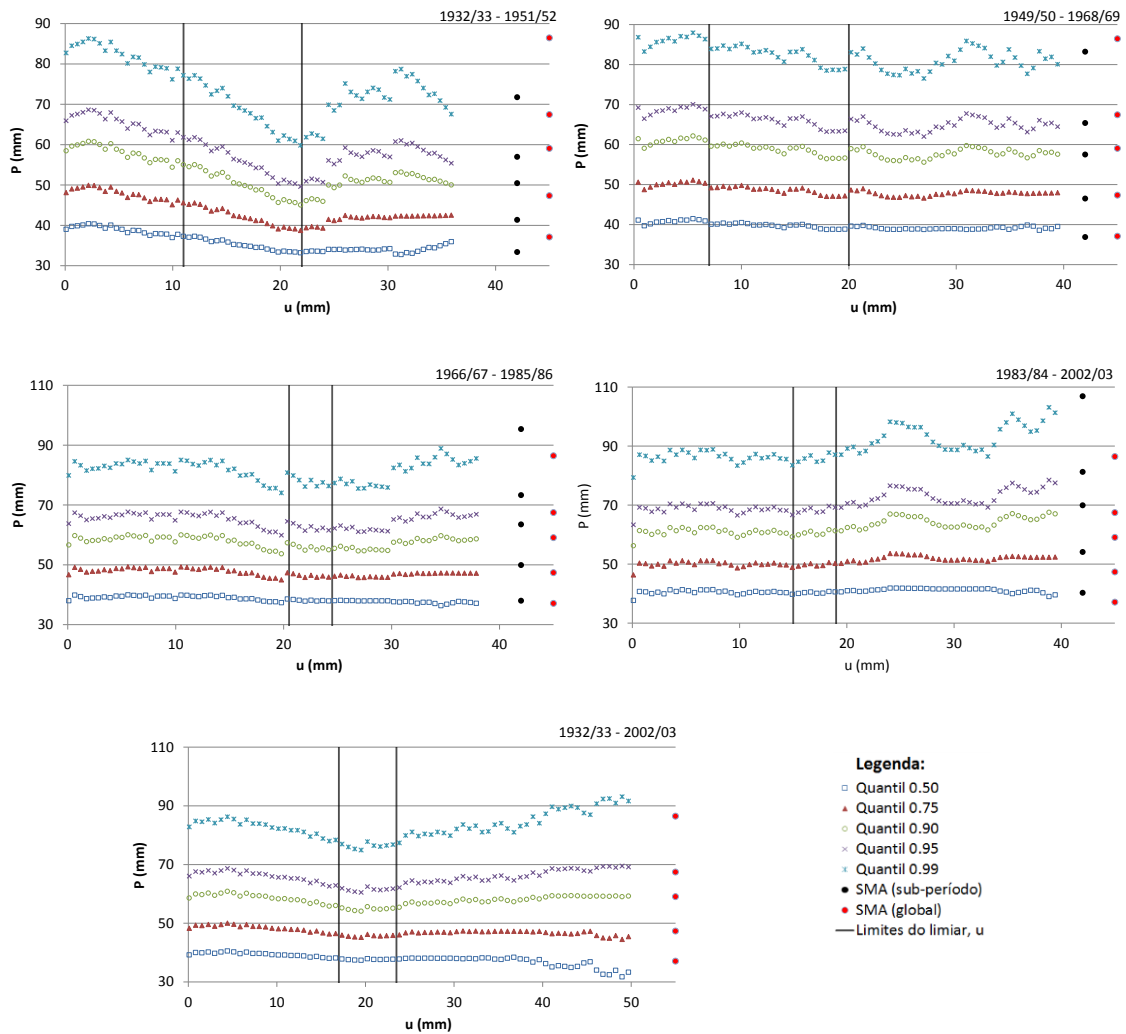
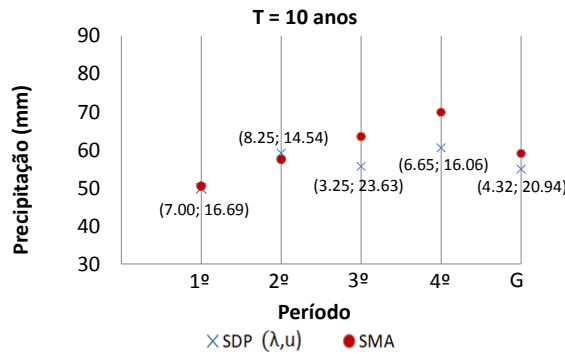


Figura A31 –Posto de Muge. Período global de 1932/33- 2002/03 e sub-períodos de 1932/33 – 1951/52; 1949/50 - 1968/69; 1966/67 - 1958/86; 1983/84 - 2002/03. Aplicação da técnica das séries de duração parcial, SDP. Comparação visual entre os resultados das SDP e provenientes das séries de máximos anuais, SMA. Na legenda: quantil X designa a estimativa do quantil com probabilidade de não excedência X; SMA (sub-período) e SMA (global) referem-se às estimativas dos mesmos quantis de probabilidade pela aplicação da técnica da série de máximos anuais, respectivamente, aos sub-períodos em questão e ao período global; limites do limiar, u marcam os limites que conduzem a amostras que obedecem às condições requeridas pelas SDP.

T = 10 anos														
Sub-período 1			Sub-período 2			Sub-período 3			Sub-período 4			Período global		
u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)
11.51	10.85	54.53	7.19	16.65	59.60	20.89	4.15	56.84	15.49	7.15	59.92	17.35	6.37	55.24
12.03	10.10	55.03	7.75	15.75	59.65	21.44	4.05	56.03	16.06	6.65	60.56	18.06	6.00	54.69
12.55	9.70	54.53	8.32	14.75	60.10	21.99	4.00	54.88	16.63	6.20	61.15	18.78	5.62	54.31
13.06	9.45	53.53	8.89	14.15	59.58	22.53	3.60	56.02	17.20	6.10	59.93	19.50	5.23	54.10
13.58	9.30	52.21	9.45	13.25	60.05	23.08	3.55	54.96	17.77	5.75	60.13	20.22	4.54	55.66
14.10	8.60	52.72	10.02	12.45	60.38	23.63	3.25	55.63	18.34	5.20	61.66	20.94	4.32	54.92
14.62	8.00	53.11	10.58	11.95	59.87	24.17	3.15	55.01	18.91	5.00	61.28	21.66	4.03	54.76
15.14	7.85	51.92	11.15	11.55	59.07							22.38	3.69	54.96
15.66	7.75	50.56	11.71	10.90	59.15							23.09	3.39	55.11
16.18	7.35	50.24	12.28	10.25	59.39									
16.69	7.00	49.86	12.85	9.80	59.03									
17.21	6.65	49.48	13.41	9.45	58.34									
17.73	6.40	48.78	13.98	9.10	57.68									
18.25	5.95	48.85	14.54	8.25	59.12									
18.77	5.85	47.66	15.11	7.80	59.15									
19.29	5.65	46.84	15.67	7.30	59.53									
19.81	5.55	45.65	16.24	7.10	58.61									
20.32	4.95	46.36	16.81	6.85	57.95									
20.84	4.70	45.88	17.37	6.70	56.85									
21.36	4.40	45.64	17.94	6.40	56.45									
21.88	4.20	45.05	18.50	6.00	56.56									
			19.07	5.65	56.53									
			19.63	5.30	56.65									



T = 100 anos														
Sub-período 1			Sub-período 2			Sub-período 3			Sub-período 4			Período global		
u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)
11.51	10.85	76.34	7.19	16.65	83.92	20.89	4.15	79.84	15.49	7.15	84.67	17.35	6.37	76.95
12.03	10.10	77.17	7.75	15.75	84.01	21.44	4.05	78.30	16.06	6.65	85.78	18.06	6.00	75.98
12.55	9.70	76.35	8.32	14.75	84.73	21.99	4.00	76.14	16.63	6.20	86.82	18.78	5.62	75.31
13.06	9.45	74.68	8.89	14.15	83.89	22.53	3.60	78.30	17.20	6.10	84.67	19.50	5.23	74.93
13.58	9.30	72.47	9.45	13.25	84.65	23.08	3.55	76.27	17.77	5.75	85.02	20.22	4.54	77.80
14.10	8.60	73.33	10.02	12.45	85.17	23.63	3.25	77.56	18.34	5.20	87.76	20.94	4.32	76.42
14.62	8.00	73.99	10.58	11.95	84.35	24.17	3.15	76.33	18.91	5.00	87.07	21.66	4.03	76.11
15.14	7.85	71.97	11.15	11.55	83.05							22.38	3.69	76.49
15.66	7.75	69.64	11.71	10.90	83.18							23.09	3.39	76.78
16.18	7.35	69.10	12.28	10.25	83.57									
16.69	7.00	68.43	12.85	9.80	82.98									
17.21	6.65	67.77	13.41	9.45	81.82									
17.73	6.40	66.54	13.98	9.10	80.71									
18.25	5.95	66.67	14.54	8.25	83.14									
18.77	5.85	64.56	15.11	7.80	83.19									
19.29	5.65	63.09	15.67	7.30	83.84									
19.81	5.55	60.98	16.24	7.10	82.26									
20.32	4.95	62.25	16.81	6.85	81.11									
20.84	4.70	61.38	17.37	6.70	79.18									
21.36	4.40	60.92	17.94	6.40	78.49									
21.88	4.20	59.82	18.50	6.00	78.68									
			19.07	5.65	78.64									
			19.63	5.30	78.85									

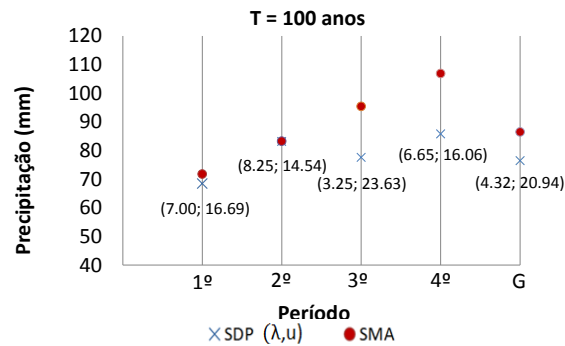


Figura A32 - Posto de Muge. Nas tabelas: para os períodos de retorno de 10 e 100 anos, conjunto de valores do limiar  $u$  e correspondentes valores do número médio de excedências e estimativa da precipitação máxima anual pelas SDP, para cada sub-período e período global. Nos gráficos: para os períodos de retorno de 10 e 100 anos, estimativa mediana da precipitação máxima anual (de entre os valores do conjunto apresentado) pela técnica das SDP e estimativa da precipitação máxima anual pela SMA.



**Pavia**

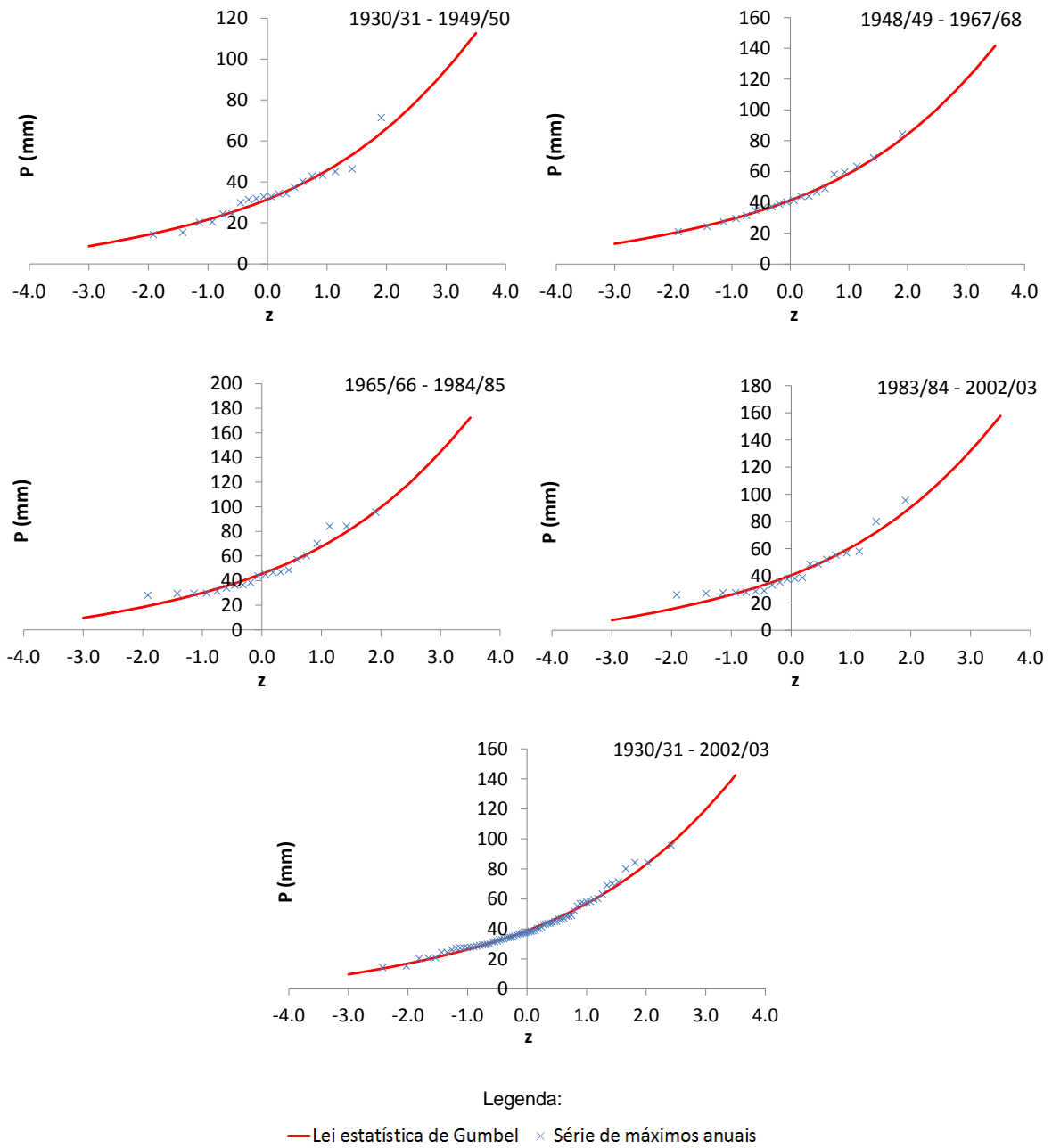
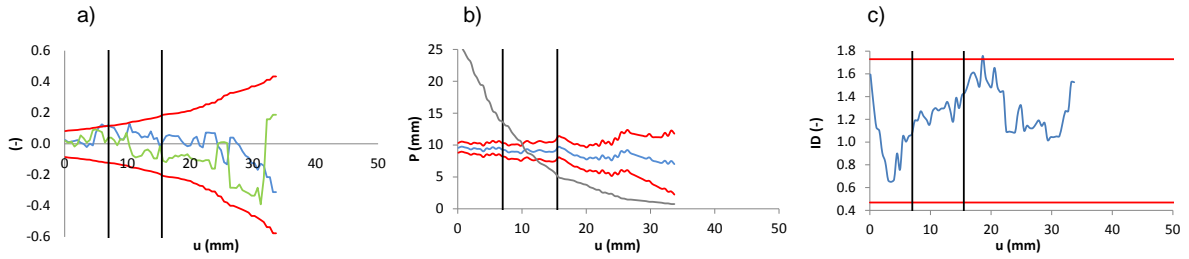
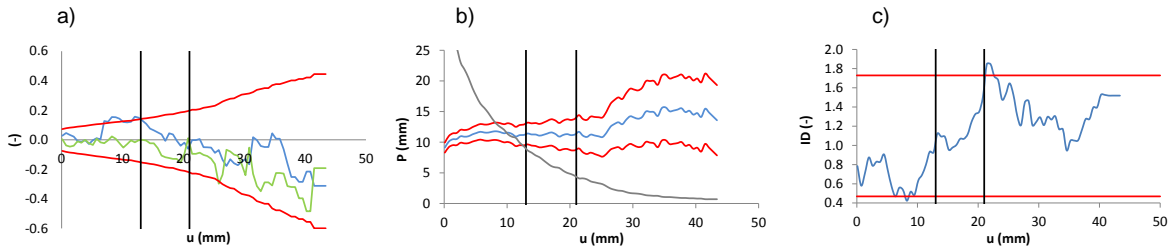


Figura A33 - Posto de Pavia. Período global de 1930/31- 2002/03 e sub-períodos de 1930/31 - 1949/50; 1948/49 - 1967/68; 1965/66 - 1984/85; 1983/84 - 2002/03. Aplicação da técnica das séries de máximos anuais, SMA.

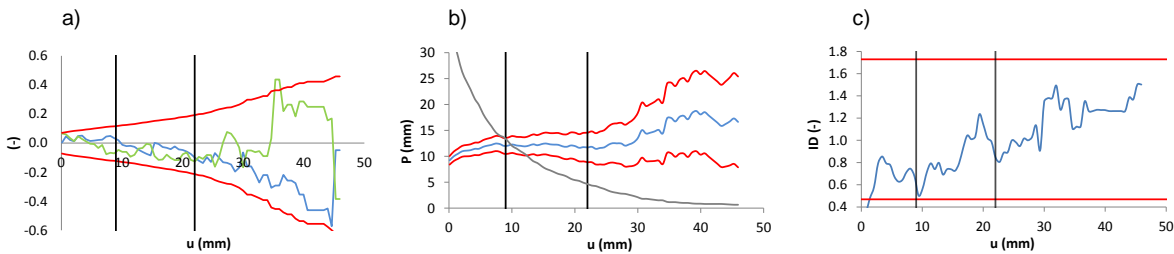
Sub-período 1 → 1930/31 - 1949/50



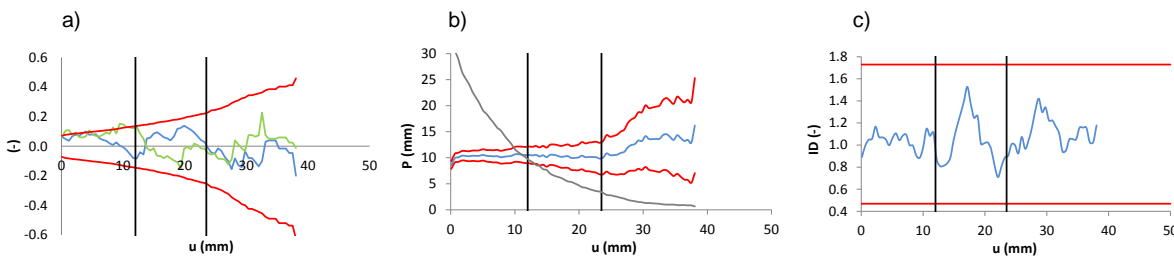
Sub-período 2 → 1948/49 - 1967/68



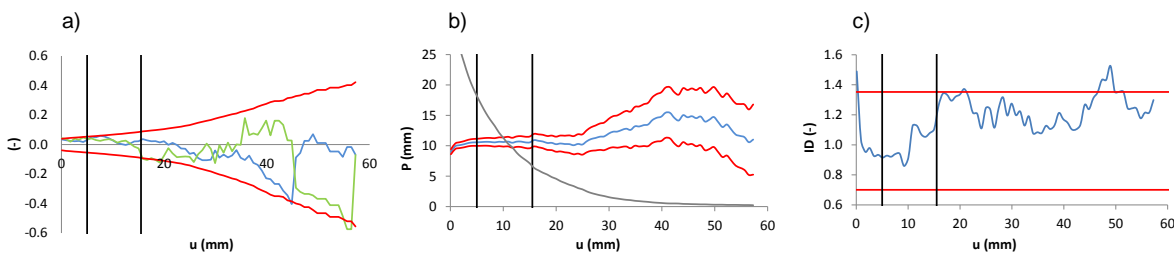
Sub-período 3 → 1965/66 - 1984/85



Sub-período 4 → 1983/84 - 2002/03



Período global → 1930/31 - 2002/03



Legenda:

- a) — Coef. autocorrelação de 1ª ordem — Limites do intervalo de confiança — Média das excedências,  $\sigma$  — Limites do intervalo de confiança a 95%
- Coef. autocorrelação de 2ª ordem — Limites do limiar,  $u$  b) — Limites do limiar,  $u$  — Número de excedências médias,  $\lambda$
- c) — Índice de dispersão, ID — Limites do limiar,  $u$  — Limites do intervalo de confiança a 95%

Figura A34 - Posto de Pavia. Período global de 1930/31- 2002/03 e sub-períodos de 1930/31 - 1949/50; 1948/49 - 1967/68; 1965/66 - 1984/85; 1983/84 - 2002/03. Selecção do intervalo de valores do limiar. Representação, em função do valor do limiar,  $u$ , da: a) variação dos coeficientes de auto-correlacção de 1ª e 2ª ordem; b) excedência média; c) estatística de Fisher.

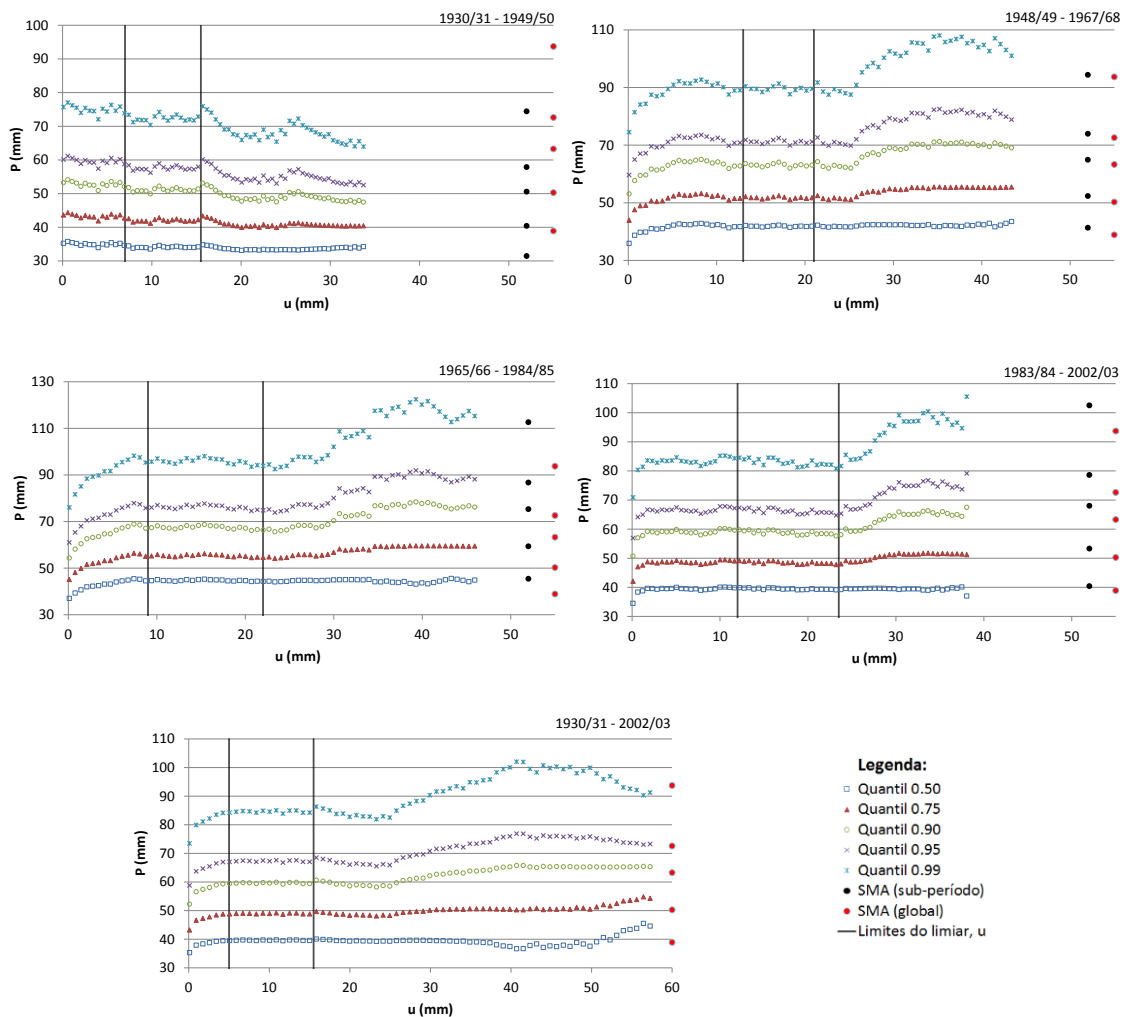
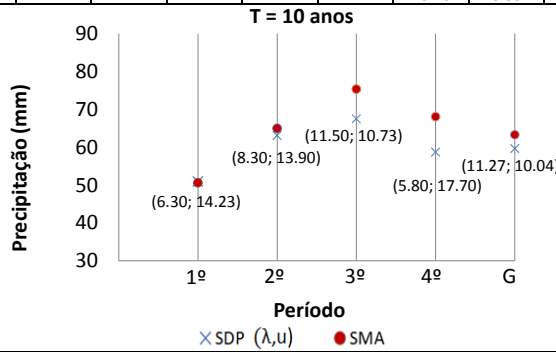


Figura A35 –Posto de Pavia. Período global de 1930/31- 2002/03 e sub-períodos de 1930/31 – 1949/50; 1948/49 - 1967/68; 1965/66 - 1984/85; 1983/84 - 2002/03. Aplicação da técnica das séries de duração parcial, SDP. Comparação visual entre os resultados das SDP e provenientes das séries de máximos anuais, SMA. Na legenda: quantil X designa a estimativa do quantil com probabilidade de não excedência X; SMA (sub-período) e SMA (global) referem-se às estimativas dos mesmos quantis de probabilidade pela aplicação da técnica da série de máximos anuais, respectivamente, aos sub-períodos em questão e ao período global; limites do limiar, u marcam os limites que conduzem a amostras que obedecem às condições requeridas pelas SDP.

T = 10 anos														
Sub-período 1			Sub-período 2			Sub-período 3			Sub-período 4			Período global		
u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)
7.41	13.10	51.77	13.27	8.65	63.61	9.40	12.85	67.34	12.20	9.55	59.75	5.07	18.10	59.43
7.89	12.90	50.44	13.90	8.30	63.08	10.06	11.95	68.17	12.75	9.15	59.39	5.90	16.67	59.61
8.38	12.05	50.88	14.52	7.85	63.06	10.73	11.50	67.45	13.30	8.60	59.75	6.73	15.37	59.78
8.87	11.45	50.81	15.15	7.55	62.44	11.39	10.95	67.18	13.85	8.40	58.71	7.56	14.25	59.70
9.36	10.85	50.78	15.78	7.05	62.90	12.06	10.45	66.79	14.40	7.80	59.44	8.39	13.26	59.42
9.84	10.55	49.91	16.41	6.55	63.55	12.72	9.75	67.38	14.95	7.65	58.30	9.21	12.14	59.83
10.33	9.50	51.46	17.03	6.10	64.11	13.39	9.05	68.23	15.50	6.95	59.74	10.04	11.27	59.63
10.82	8.80	52.23	17.66	5.90	63.37	14.05	8.70	67.59	16.05	6.60	59.70	10.87	10.36	59.93
11.30	8.60	51.27	18.29	5.80	62.04	14.71	8.10	68.33	16.60	6.35	59.23	11.70	9.75	59.23
11.79	8.30	50.72	18.91	5.35	62.83	15.38	7.60	68.74	17.15	6.15	58.53	12.53	8.86	59.85
12.28	7.70	51.31	19.54	5.00	63.24	16.04	7.30	68.21	17.70	5.80	58.69	13.36	8.19	59.89
12.77	7.20	51.75	20.17	4.80	62.75	16.71	6.95	68.03	18.25	5.45	58.95	14.19	7.67	59.44
13.25	6.95	51.22	20.80	4.50	63.08	17.37	6.60	67.90	18.80	5.35	57.88	15.01	7.10	59.44
13.74	6.70	50.73				18.04	6.40	67.01	19.35	5.05	57.96			
14.23	6.30	50.93				18.70	6.10	66.73	19.90	4.75	58.15			
14.71	6.00	50.78				19.36	5.65	67.51	20.45	4.35	59.14			
15.20	5.55	51.38				20.03	5.40	67.15	21.00	4.25	58.31			
						20.69	5.25	66.18	21.55	4.00	58.48			
						21.36	4.90	66.55	22.10	3.80	58.38			
									22.65	3.60	58.35			
									23.20	3.50	57.67			



T = 100 anos														
Sub-período 1			Sub-período 2			Sub-período 3			Sub-período 4			Período global		
u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)	u (mm)	$\lambda$ (mm)	P (mm)
7.41	13.10	73.39	13.27	8.65	90.44	9.40	12.85	95.68	12.20	9.55	84.55	5.07	18.10	84.25
7.89	12.90	71.24	13.90	8.30	89.54	10.06	11.95	97.03	12.75	9.15	83.94	5.90	16.67	84.54
8.38	12.05	71.96	14.52	7.85	89.51	10.73	11.50	95.85	13.30	8.60	84.55	6.73	15.37	84.80
8.87	11.45	71.83	15.15	7.55	88.45	11.39	10.95	95.42	13.85	8.40	82.78	7.56	14.25	84.66
9.36	10.85	71.79	15.78	7.05	89.24	12.06	10.45	94.77	14.40	7.80	84.03	8.39	13.26	84.22
9.84	10.55	70.35	16.41	6.55	90.38	12.72	9.75	95.74	14.95	7.65	82.06	9.21	12.14	84.88
10.33	9.50	72.93	17.03	6.10	91.36	13.39	9.05	97.18	15.50	6.95	84.55	10.04	11.27	84.56
10.82	8.80	74.22	17.66	5.90	90.06	14.05	8.70	96.09	16.05	6.60	84.50	10.87	10.36	85.05
11.30	8.60	72.60	18.29	5.80	87.69	14.71	8.10	97.35	16.60	6.35	83.68	11.70	9.75	83.90
11.79	8.30	71.67	18.91	5.35	89.11	15.38	7.60	98.05	17.15	6.15	82.45	12.53	8.86	84.94
12.28	7.70	72.68	19.54	5.00	89.84	16.04	7.30	97.14	17.70	5.80	82.72	13.36	8.19	85.00
12.77	7.20	73.43	20.17	4.80	88.96	16.71	6.95	96.81	18.25	5.45	83.19	14.19	7.67	84.23
13.25	6.95	72.52	20.80	4.50	89.54	17.37	6.60	96.60	18.80	5.35	81.26	15.01	7.10	84.24
13.74	6.70	71.67				18.04	6.40	95.03	19.35	5.05	81.41			
14.23	6.30	72.01				18.70	6.10	94.53	19.90	4.75	81.76			
14.71	6.00	71.75				19.36	5.65	95.93	20.45	4.35	83.58			
15.20	5.55	72.83				20.03	5.40	95.27	21.00	4.25	82.03			
						20.69	5.25	93.52	21.55	4.00	82.34			
						21.36	4.90	94.20	22.10	3.80	82.15			
									22.65	3.60	82.11			
									23.20	3.50	80.78			

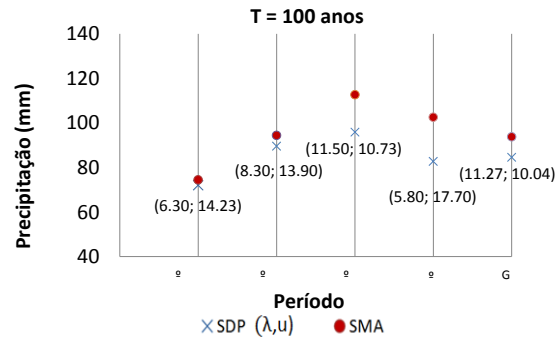


Figura A36 - Posto de Pavia. Nas tabelas: para os períodos de retorno de 10 e 100 anos, conjunto de valores do limiar  $u$  e correspondentes valores do número médio de excedências e estimativa da precipitação máxima anual pelas SDP, para cada sub-período e período global. Nos gráficos: para os períodos de retorno de 10 e 100 anos, estimativa mediana da precipitação máxima anual (de entre os valores do conjunto apresentado) pela técnica das SDP e estimativa da precipitação máxima anual pela SMA.