

**ANÁLISE DA INCERTEZA ASSOCIADA À ESTIMAÇÃO DA CONFIGURAÇÃO DA  
SUPERFÍCIE LIVRE EM CONDIÇÕES DE CHEIA EM CANAIS NATURAIS**

**Ana Isabel Baião Ramos de Oliveira**

Dissertação para a obtenção do Grau de Mestre em  
**Engenharia Civil**

**Júri**

Presidente: Prof. António Alexandre Trigo Teixeira

Orientador: Prof.<sup>a</sup> Maria Manuela Portela Correia dos Santos Ramos da Silva

Orientador: Prof. António Patrício de Sousa Betâmio de Almeida

Vogal: Prof. António Bento Franco

Vogal: Eng.<sup>a</sup> Maria Teresa Fontelas dos Santos Viseu

**Dezembro de 2013**



# AGRADECIMENTOS

Quero agradecer à Professora Maria Manuela Portela pelo contínuo acompanhamento, pela dedicação, pela disponibilidade e por todo o conhecimento que me transmitiu durante o desenvolvimento da presente investigação.

Agradeço, também, ao Professor António Betâmio de Almeida pela disponibilidade e pela sua partilha de conhecimentos que em muito contribuíram para a realização deste trabalho.

A todos os que se cruzaram na minha vida universitária e pessoal preenchendo estes anos com momentos inesquecíveis, em particular aos que integraram o início do PSEMbyIST pelos momentos incomparáveis que partilhámos.

Ao Miguel e à Anabela pela amizade e por estarem sempre disponíveis para me ajudarem.

À Inês, que tem explorado comigo o significado da palavra amizade e tudo o que ela comporta desde que aprendemos as primeiras letras e os primeiros números.

Ao Frederico H., ao Tiago E., ao Duarte S., ao Carlos C., à Rita F., ao Miguel P. e ao João C. pelo apoio, pelo companheirismo, pela paciência e, acima de tudo, pelos muitos momentos de alegria que me proporcionaram ao longo da minha jornada académica em Engenharia Civil.

Agradeço à minha família, em especial à minha avó, à minha tia Idália, ao meu tio Carlos e ao meu primo Tói, pelo apoio incondicional e por estarem sempre do meu lado.

Para com os meus pais, Mariana e António, não existem palavras suficientes para exprimir a minha gratidão, por toda a aprendizagem e todas experiências que me têm proporcionado ao longo da minha vida, quer ao nível académico quer ao nível pessoal, por me apoiarem e amarem incondicionalmente e por me ensinarem a ser quem sou hoje.

Às minhas irmãs, Inês e Mariana, pelas brincadeiras, pelas gargalhadas, pelo amor, por lutarem e festejarem comigo nas conquistas e por me animarem e apoiarem nas derrotas, por serem tudo o que eu preciso, quando eu preciso, um enorme obrigada.



# RESUMO

A presente investigação inseriu-se no âmbito da análise de incerteza associada à estimação da configuração da superfície livre em condições de cheia em canais naturais. Pretendeu-se, com a mesma, desenvolver e aplicar uma metodologia que permita avaliar o impacto da incerteza associada a uma ou mais variáveis na incerteza relativa à estimação da configuração da superfície livre de um escoamento.

De entre as inumeráveis fontes de incerteza inerentes ao modelo hidráulico adotado e ao algoritmo implementado apenas as variáveis caudal de ponta de cheia, coeficiente de Manning e cotas do terreno foram embebidas em incerteza. Com base nestas três variáveis foram analisados quatro cenários, correspondendo três deles à consideração da incerteza associada a cada uma dessas variáveis independentemente e o quarto à consideração da incerteza relativa às mesmas em simultâneo.

A análise de incertezas realizada apoiou-se na aplicação do método de Monte Carlo como forma de, em cada cenário considerado, abranger o maior número possível de casos suscetíveis de ocorrerem na realidade. A utilização deste método permitiu calcular de forma simples e expedita um grande número de alturas de escoamento, da ordem dos milhares, para cada uma das secções que definem o trecho de canal adotado como caso de estudo, possibilitando a análise do impacto que a incerteza associada às três variáveis em estudo tem na distribuição daquelas alturas.

A partir da metodologia desenvolvida foi possível concluir que, das três variáveis consideradas, a que acarreta mais incerteza para a estimação da configuração da superfície livre em condições de cheia em canais naturais é o caudal de ponta de cheia, embora tal constatação esteja intimamente relacionada com as características da amostra de caudais instantâneos máximos anuais que suportou a análise.

**Palavras-chave:** análise de incerteza, configuração da superfície livre, caudal, coeficiente de rugosidade de Manning, geometria das secções, método de Monte Carlo.



# ABSTRACT

The follow research was developed within the scope of the uncertainty analysis associated with the estimation of free surface configuration in flood conditions in natural channels. It was intended, with this thesis, to develop and apply a methodology that allows addressing the impact of uncertainty associated with one or more variables in the estimation of free surface configuration of a river flow.

Among the countless sources of uncertainty inherent to the adopted hydraulic model and to the implemented algorithm only the variables peak flood discharge, the Manning roughness coefficient and the river bed elevation were embedded of uncertainty. Based on these three variables four scenarios were analyzed corresponding, three of them to the consideration of uncertainty associated, independently, with each one of these variables and the fourth to the consideration of uncertainty associated to the three variables when analyzed simultaneously.

The uncertainty analysis performed relied on the application of Monte Carlo method as a way of, in each considered scenario, cover the largest possible number of cases likely to occur in reality. The using of this method allowed the calculation, in a simple and expeditious way, of a large number of flow heights, in order of thousands, for each of the sections that define the stretch of adopted channel for this study. This way it is possible to analyze what is the impact of the uncertainty in the three variables in study in the distribution of those heights.

From the developed methodology was possible to conclude that, of the three considered variables, the one that entails more uncertainty into the estimation of free surface configuration in flood conditions in natural channels is the peak flood discharge, although this conclusion is closely related to the charecteristics of the sample of annual maximum instantaneous discharges sample that supported the analysis.

**Keywords:** uncertainty analysis, free surface profile, peak flood discharge, Manning roughness coefficient, cross-section geometry, Monte Carlo method.





# ÍNDICE

1	Introdução.....	1
2	Enquadramento.....	3
3	Análise de incertezas.....	9
3.1	Classificação de incertezas.....	11
3.2	Fontes de incerteza.....	14
3.2.1	Caudal de ponta de cheia.....	17
3.2.2	Coefficiente de rugosidade.....	18
3.2.3	Geometria das secções.....	20
4	Metodologia.....	25
4.1	Introdução.....	25
4.2	Modelo hidráulico.....	28
4.3	Modelação das incertezas.....	35
4.3.1	Introdução.....	35
4.3.2	Incerteza associada ao caudal de ponta de cheia.....	35
4.3.3	Incerteza associada ao coeficiente de Manning.....	42
4.3.4	Incerteza associada à geometria das secções transversais.....	46
5	Caso de estudo.....	51
5.1	Introdução.....	51
5.2	Caudal de ponta de cheia.....	51
5.2.1	Caudal de ponta de cheia centenária.....	51
5.2.2	Curva de vazão.....	57
5.3	Coefficiente de Manning.....	59
5.4	Cotas do terreno.....	61
5.5	Resultados obtidos.....	67
5.5.1	Introdução.....	67
5.5.2	Primeira fase.....	69
5.5.3	Segunda fase.....	77
5.6	Análise de resultados.....	80
6	Conclusão e trabalho futuro.....	89
7	Bibliografia.....	91
	Anexos.....	93



## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 4.1 Fatores de probabilidade para as diferentes leis postuladas.....	37
Tabela 4.2 Distribuições de probabilidade e respectivos coeficientes de variação (Johnson, 1996).....	44
Tabela 4.3 Desvios-padrão dos erros associados a coordenadas para modelos digitais do terreno e para cartas topográficas [ft] (fonte: US Army Corps of Engineers, 1986).....	46
Tabela 5.1 Amostra de caudais instantâneos máximos anuais na estação hidrométrica de Almourol e amostra dos e respectivos logaritmos. Parâmetros estatísticos característicos.	52
Tabela 5.2 Exemplo do declive adotado para o alargamento da margem esquerda da secção S1. ....	64
Tabela 5.3 Declives adotados nas margens para o alargamento das secções.....	65
Tabela 5.4 Distância entre secções.....	65
Tabela 5.5 Geração de 10000 caudais de ponta de cheia. Média, desvio-padrão e coeficiente de assimetria das alturas de escoamento estimadas para cada secção transversal.....	69
Tabela 5.6 Geração de 10000 coeficientes de Manning-Strickler. Média, desvio-padrão e coeficiente de assimetria das alturas de escoamento estimadas para cada secção transversal.....	72
Tabela 5.7 Geração de 10000 erros associados às cotas. Média, desvio-padrão e coeficiente de assimetria das alturas de escoamento estimadas para cada secção transversal.....	77
Tabela 5.8 Geração de 10000 conjuntos aleatórios constituídos por um caudal de ponta de cheia, um coeficiente de Manning-Strickler e um erro associado às cotas. Média, desvio-padrão e coeficiente de assimetrias das alturas de escoamento estimadas para cada secção transversal. ....	80
Tabela 5.9 Distribuição das alturas de escoamento nas secções S2 a S5 em consequência da incerteza associada ao caudal de ponta da cheia centenária. Medianas, 1º e 3º quartis e máximos e mínimos. Alturas de escoamento com ausência de incerteza. ....	81
Tabela 5.10 Distribuição das alturas de escoamento nas secções S2 a S5 em consequência da incerteza associada ao coeficiente de Manning-Strickler. Medianas, 1º e 3º quartis e máximos e mínimos. Alturas de escoamento com ausência de incerteza. ....	82
Tabela 5.11 Distribuição das alturas de escoamento nas secções S2 a S5 em consequência da incerteza associada às cotas do terreno. Medianas, 1º e 3º quartis e máximos e mínimos. Alturas de escoamento com ausência de incerteza. ....	83
Tabela 5.12 Distribuição das alturas de escoamento nas secções S2 a S5 em consequência da incerteza simultaneamente associada ao caudal de ponta de cheia, ao coeficiente de	

Manning-Strickler e às cotas do terreno. Medianas, 1 <sup>o</sup> e 3 <sup>o</sup> quartis e máximos e mínimos. Alturas de escoamento com ausência de incerteza. ....	84
Tabela 5.13 Alturas de escoamento (m) com probabilidade empírica de não-excedência de 90% e com ausência de incerteza. ....	86
Tabela 5.14 Alturas de escoamento (m) com probabilidade empírica de não-excedência de 95% e com ausência de incerteza. ....	86
Tabela 5.15 Alturas de escoamento (m) com probabilidade empírica de não-excedência de 99% e com ausência de incerteza. ....	87
Tabela 5.16 Alturas de escoamento (m) com probabilidade empírica de não-excedência de 99.9% e com ausência de incerteza. ....	87

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 2.1 Número de desastres naturais reportados entre 1900 – 2011 (EM-DAT: The OFDA/CRED International Database – www.emdat.be – Université Catholique de Louvain – Brussels – Belgium). ....	5
Gráfico 2.2 Média anual dos estragos causados por desastres naturais reportados entre 1990 e 2011 (biliões de dólares americanos) (EM-DAT: The OFDA/CRED International Database – www.emdat.be – Université Catholique de Louvain – Brussels – Belgium). ....	6
Gráfico 4.1 Distribuição de probabilidades log-Normal e respetiva distribuição acumulada. ....	39
Gráfico 4.2 Variação da distribuição de probabilidades log-Normal com a variação da média e do desvio-padrão. ....	40
Gráfico 4.3 Distribuição triangular (fonte: Vose, 2000). ....	45
Gráfico 4.4 Função densidade de probabilidade e função acumulada da distribuição de probabilidade Normal (fonte: Naghettini, et al., 2007). ....	48
Gráfico 4.5 Influência da média na distribuição de probabilidade Normal (fonte: Naghettini, et al., 2007). ....	48
Gráfico 4.6 Influência do desvio-padrão na distribuição de probabilidade Normal (fonte: Naghettini, et al., 2007). ....	49
Gráfico 5.1 Representação gráfica das leis estatísticas Normal, log-Normal, Gumbel, Pearson III, log-Pearson III e Goodrich e dos valores da amostra de caudais instantâneos máximos anuais. ....	54
Gráfico 5.2 Representação gráfica das leis estatísticas log-Normal, log-Pearson III e Normal e da amostra de caudais instantâneos máximos anuais. ....	55
Gráfico 5.3 Representação gráfica das leis estatísticas Pearson III, Goodrich, Gumbel e Normal e da amostra de caudais instantâneos máximos anuais. ....	55

Gráfico 5.4 Números aleatórios equiprováveis gerados no intervalo [0;1] utilizados no cálculo das séries sintéticas de caudais de ponta de cheia.....	56
Gráfico 5.5 Histograma das frequências relativas dos 10000 caudais de ponta da cheia centenária gerados segundo uma função densidade de probabilidade log-Normal.....	57
Gráfico 5.6 Cotas do escoamento da cheia centenária na secção mais a jusante do trecho (S1), calculadas pela equação 5.3.....	58
Gráfico 5.7 Valores equiprováveis gerados no intervalo [0;1] utilizados no cálculo do coeficiente de Manning-Strickler. ....	60
Gráfico 5.8 Coeficientes de rugosidade de Manning calculados a partir dos valores gerados, segundo uma função densidade de probabilidade triangular.....	61
Gráfico 5.9 Coeficientes de Manning-Strickler gerados.....	61
Gráfico 5.10 Secções do trecho em estudo. ....	63
Gráfico 5.11 Secções modificadas. ....	65
Gráfico 5.12 Variação da cota do talvegue com a distância à secção mais a jusante. ....	66
Gráfico 5.13 Valores equiprováveis gerados no intervalo [0;1] que servem de base ao cálculo dos erros associados às cotas dos perfis transversais. ....	67
Gráfico 5.14 Erros gerados segundo a função densidade de probabilidade Normal e que caracterizam a incerteza associada às cotas dos perfis transversais.....	67
Gráfico 5.15 Alturas do escoamento na secção S2 para a variação do caudal de ponta de cheia segundo uma distribuição de probabilidade log-Normal. Coeficiente de Manning-Strickler e erro nas cotas constantes e iguais a $25 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$ e 0 m, respetivamente. ....	70
Gráfico 5.16 Alturas do escoamento na secção S3 para a variação do caudal de ponta de cheia segundo uma distribuição de probabilidade log-Normal. Coeficiente de Manning-Strickler e erro nas cotas constantes e iguais a $25 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$ e 0 m, respetivamente. ....	70
Gráfico 5.17 Alturas do escoamento na secção S4 para a variação do caudal de ponta de cheia segundo uma distribuição de probabilidade log-Normal. Coeficiente de Manning-Strickler e erro nas cotas constantes e iguais a $25 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$ e 0 m, respetivamente. ....	71
Gráfico 5.18 Alturas do escoamento na secção S5 para a variação do caudal de ponta de cheia segundo uma distribuição de probabilidade log-Normal. Coeficiente de Manning-Strickler e erro nas cotas constantes e iguais a $25 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$ e 0 m, respetivamente. ....	71
Gráfico 5.19 Alturas do escoamento na secção S2 para a variação do coeficiente de Manning-Strickler segundo uma distribuição de probabilidade triangular. Caudal de ponta de cheia e erro nas cotas constantes e iguais a $21390.4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ e 0 m, respetivamente. ....	72
Gráfico 5.20 Alturas do escoamento na secção S3 para a variação do coeficiente de Manning-Strickler segundo uma distribuição de probabilidade triangular. Caudal de ponta de cheia e erro nas cotas constantes e iguais a $21390.4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ e 0 m, respetivamente. ....	73

Gráfico 5.21 Alturas do escoamento na secção S4 para a variação do coeficiente de Manning-Strickler segundo uma distribuição de probabilidade triangular. Caudal de ponta de cheia e erro nas cotas constantes e iguais a $21390.4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ e $0 \text{ m}$ , respetivamente. ....	73
Gráfico 5.22 Alturas do escoamento na secção S5 para a variação do coeficiente de Manning-Strickler segundo uma distribuição de probabilidade triangular. Caudal de ponta de cheia e erro nas cotas constantes e iguais a $21390.4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ e $0 \text{ m}$ , respetivamente. ....	74
Gráfico 5.23 Alturas do escoamento na secção S2 para a variação do erro associado às cotas segundo uma distribuição de probabilidade Normal. Caudal de ponta de cheia e coeficiente de Manning-Strickler constantes e iguais a $21390.4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ e $25 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$ , respetivamente.....	75
Gráfico 5.24 Alturas do escoamento na secção S3 para a variação do erro associado às cotas segundo uma distribuição de probabilidade Normal. Caudal de ponta de cheia e coeficiente de Manning-Strickler constantes e iguais a $21390.4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ e $25 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$ , respetivamente.....	75
Gráfico 5.25 Alturas do escoamento na secção S4 para a variação do erro associado às cotas segundo uma distribuição de probabilidade Normal. Caudal de ponta de cheia e coeficiente de Manning-Strickler constantes e iguais a $21390.4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ e $25 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$ , respetivamente.....	76
Gráfico 5.26 Alturas do escoamento na secção S5 para a variação do erro associado às cotas segundo uma distribuição de probabilidade Normal. Caudal de ponta de cheia e coeficiente de Manning-Strickler constantes e iguais a $21390.4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ e $25 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$ , respetivamente.....	76
Gráfico 5.27 Alturas do escoamento na secção S1 para a variação, em simultâneo, das três variáveis em estudo: caudal de ponta de cheia, coeficiente de Manning-Strickler e cotas do terreno.....	78
Gráfico 5.28 Alturas do escoamento na secção S2 para a variação, em simultâneo, das três variáveis em estudo: caudal de ponta de cheia, coeficiente de Manning-Strickler e cotas do terreno.....	78
Gráfico 5.29 Alturas do escoamento na secção S3 para a variação, em simultâneo, das três variáveis em estudo: caudal de ponta de cheia, coeficiente de Manning-Strickler e cotas do terreno.....	79
Gráfico 5.30 Alturas do escoamento na secção S4 para a variação, em simultâneo, das três variáveis em estudo: caudal de ponta de cheia, coeficiente de Manning-Strickler e cotas do terreno.....	79

Gráfico 5.31 Alturas do escoamento na secção S5 para a variação, em simultâneo, das três variáveis em estudo: caudal de ponta de cheia, coeficiente de Manning-Strickler e cotas do terreno.....	80
Gráfico 5.32 Diagramas de <i>Box &amp; Whiskers</i> referentes à distribuição das alturas de escoamento nas diferentes secções em consequência da incerteza associada ao caudal de ponta de cheia. Alturas de escoamento com ausência de incerteza. ....	81
Gráfico 5.33 Diagramas de <i>Box &amp; Whiskers</i> referentes à distribuição das alturas de escoamento nas diferentes secções em consequência da incerteza associada ao coeficiente de Manning-Strickler. Alturas de escoamento com ausência de incerteza.....	82
Gráfico 5.34 Diagramas de <i>Box &amp; Whiskers</i> referentes à distribuição das alturas de escoamento nas diferentes secções em consequência da incerteza associada às cotas do terreno. Alturas de escoamento com ausência de incerteza.....	83
Gráfico 5.35 Diagramas de <i>Box &amp; Whiskers</i> referentes à distribuição das alturas de escoamento nas diferentes secções em consequência da incerteza simultaneamente associada ao caudal de ponta de cheia, ao coeficiente de Manning-Strickler e às cotas do terreno. Alturas de escoamento com ausência de incerteza.....	84
Gráfico 5.36 Máximo, mínimo e mediana obtidos em cada secção para cada cenário admitido. Alturas de escoamento com ausência de incerteza.....	85

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 3.1 Resumo dos métodos de classificação de incertezas. ....	14
Figura 3.2 Origens da rugosidade hidráulica (fonte: Whatmore, et al., 2010).....	19
Figura 3.3 Método de medição local (GPS Diferencial) (fonte: Casaca, et al., 2005).....	21
Figura 3.4 Esquema de obtenção de modelos de elevação do terreno por deteção remota (fonte: Casaca, et al., 2005).....	22
Figura 3.5 Fotografia aérea à esquerda e resultado do levantamento aerofotogramétrico à direita (fonte: Casaca, et al., 2005). ....	22
Figura 4.1 Esquema explicativo da geração aleatória de valores de um parâmetro. À esquerda, amostra aleatória de valores uniforme no intervalo [0;1] e, à direita, função distribuição de probabilidade associada a esse parâmetro.....	27
Figura 4.2 Variáveis da equação da energia (equação 4.1) (fonte: Cardoso, 1998).....	30
Figura 4.3 Esquema de cálculo das cotas da superfície livre.....	34





# 1 INTRODUÇÃO

A presente dissertação foi desenvolvida no âmbito da problemática da estimação da configuração da superfície livre em condições de cheia em canais naturais. Esta questão encontra a sua maior vulnerabilidade na previsão, com um elevado nível de certeza, das cotas da superfície livre de um escoamento nas condições referidas anteriormente. É, portanto, fundamental ter em conta a incerteza inerente ao cálculo da configuração da superfície livre de um escoamento, uma vez que os resultados obtidos influenciam a qualidade de vida das populações, as suas atividades, as decisões em projetos ou planos de gestão dependentes desta variável, entre outros.

No âmbito do fenómeno das cheias, a incerteza inerente à caracterização espacial e temporal de um evento está sempre presente. Segundo Canter, 1996 (in Studart, et al., 2001), existem quatro atitudes que se podem adotar, individualmente ou combinadas entre si, perante um cenário de incertezas: a primeira implica ignorar por completo estas incertezas, tratando-se esta de uma atitude pouco prudente e nada aconselhável; a segunda passa por tentar evitar as incertezas tendo em conta medidas mitigadoras, permitindo a redução dos impactos negativos do evento considerado; a terceira diz respeito à recolha de dados e informação adicional o que, em alguns casos, permite a redução da incerteza; por fim, pode adotar-se uma atitude de incorporação dos riscos e incertezas no processo de planeamento.

A complexidade do problema apresentado aliado ao recente desenvolvimento tecnológico proporcionou o aumento da investigação nesta área, permitindo realizar diversos estudos cujo objetivo é, precisamente, a análise de incertezas em diversos problemas do âmbito da Hidráulica e Recursos Hídricos como forma de auxiliar e melhorar as tomadas de decisão em análises de cenários de risco.

O trabalho desenvolvido e apresentado nesta dissertação pretende evidenciar o peso que a incerteza, associada a uma ou mais variáveis, pode ter na estimação da configuração da superfície livre em condições de cheia em canais naturais. Assim, para uma melhor perceção da importância deste tema apresenta-se no segundo capítulo um enquadramento do mesmo.

Seguidamente, no terceiro capítulo, *Análise de incerteza*, apresenta-se para além da definição de incerteza diversas classificações da mesma desenvolvidas por vários autores. Ainda neste capítulo são apresentadas algumas das fontes de incerteza envolvidas em problemas de hidráulica e recursos hídricos, focando-se a incerteza associada às três variáveis objeto de estudo na presente análise de incertezas: o caudal de ponta de cheia, o coeficiente de rugosidade e a geometria das secções.

No quarto capítulo, *Metodologia*, é descrita qual a metodologia adotada para a realização da análise de incerteza associada à configuração da superfície livre em condições de cheia em canais naturais, incluindo este capítulo a apresentação do modelo hidráulico utilizado para o cálculo daquela e o método adotado para a modelação dadas incertezas nas três variáveis em estudo.

O quinto capítulo, *Caso de estudo*, compreende a apresentação do caso de estudo utilizado para a aplicação da metodologia adotada, fazendo referência a todos os valores a partir dos quais é possível caracterizar as variáveis em estudo. Além disso, apresentam-se neste capítulo os resultados obtidos para a análise de incerteza.

Por fim, os resultados obtidos são analisados e discutidos no sexto capítulo, *Análise de resultados*.

## 2 ENQUADRAMENTO

“[...] a água, como recurso natural, está associada a eventos ou ocorrências com elevada variabilidade à escala temporal e espacial. As incertezas estão, assim, sempre presentes na definição e caracterização de cenários futuros” (Almeida, 2011).

A gestão da água, nomeadamente a proteção de pessoas e bens, implica decisões em que é necessário considerar acontecimentos futuros, tendo, portanto, uma relação muito estreita com as incertezas e com os riscos associados a estes acontecimentos (Almeida, 2011).

Segundo Almeida, 2011, o conceito de risco tem uma dimensão muito abrangente podendo estar associado à perceção social do risco e ao comportamento coletivo das sociedades (dimensão social), ao direito e à forma como o risco é considerado na aplicação de leis (dimensão jurídica), aos comportamentos face aos mercados e consequências económicas (dimensão económica e financeira), etc. No entanto, em engenharia a dimensão mais relevante é a técnica a qual permite uma caracterização quantitativa e objetiva do risco.

A definição geral de risco, segundo a sua dimensão técnica, é dada por:

$$\text{Risco} = \text{Probabilidade} \cdot \text{Consequências} \quad (2.1)$$

Na expressão acima, é assumido, com uma determinada probabilidade, que, num momento futuro, poderá ocorrer um acontecimento que provoca, num determinado sistema, consequências, positivas ou negativas. O acontecimento ao qual se associa o risco pode ser caracterizado de duas formas diferentes (Almeida, 2011):

- i. Em função da magnitude ou intensidade do evento, de acordo com a capacidade deste para provocar danos no sistema.
- ii. Em função da probabilidade de ocorrência de um evento com uma determinada magnitude.

A aplicação da definição de risco acima apresentada é uma mais-valia ao serviço dos decisores, uma vez que permite uma avaliação e comparação de diferentes ameaças ou tipos de riscos segundo um sistema de quantificação unificado.

Nos processos de quantificação do risco, análise do risco e da decisão em função do mesmo são várias as entidades envolvidas: os modeladores, os decisores, o público, as partes interessadas (*stakeholders*), etc. Nesta conformidade, é de grande importância que os conceitos associados a esses processos sejam bem definidos para que não existam falhas devidas à comunicação entre os diferentes intervenientes. Em Almeida, 2011, podem ser encontradas definições inerentes aos anteriores conceitos, como sejam, a título de exemplo, as referentes a perigo, severidade e perigosidade, seguidamente transcritas e que permitem diferenciar entre aqueles conceitos:

- Perigo – acontecimento ou processo que pode provocar perdas ou danos; no contexto do risco não há certeza de quando, como e, no caso de ser apropriado, onde vai ocorrer.
- Severidade – característica inerente a um acontecimento ou processo perigoso associada à respetiva capacidade para provocar perdas ou danos em função da respetiva magnitude.
- Perigosidade (de um acontecimento) – pode ser definida como a combinação da respetiva severidade e da probabilidade de ocorrência associada: a frequência estimada com que um acontecimento muito severo poderá vir a ocorrer no futuro é fundamental na caracterização e avaliação da perigosidade do mesmo.

O mesmo autor assinala, também, a distinção entre dois conceitos associados ao fator *consequências* da equação 2.1: a exposição e a vulnerabilidade. Por exposição entende-se o “*valor estimado dos bens do sistema em análise que são suscetíveis de serem danificados pelos efeitos do acontecimento ou pelo processo perigoso em causa*”, enquanto o conceito vulnerabilidade diz respeito ao “*grau de danos nos elementos identificados como expostos num sistema em análise em consequência de ocorrência do acontecimento ou processo perigoso com uma determinadas severidade ou magnitude*”.

De acordo com os conceitos apresentados, a expressão que permite quantificar o risco (2.1) pode, então, reescrever-se como:

$$\text{Risco} = \text{Probabilidade} \cdot \text{Exposição} \cdot \text{Vulnerabilidade} = P \cdot E \cdot V \quad (2.2)$$

No âmbito da temática dos riscos, importa referir que estes podem ser classificados em função da natureza das consequências. Esta classificação, abordada por Almeida, 2011, resulta na distinção entre vários riscos, como por exemplo, os riscos pessoais, os riscos públicos, os riscos de segurança, os riscos de saúde, os riscos ambientais ou os riscos de gestão.

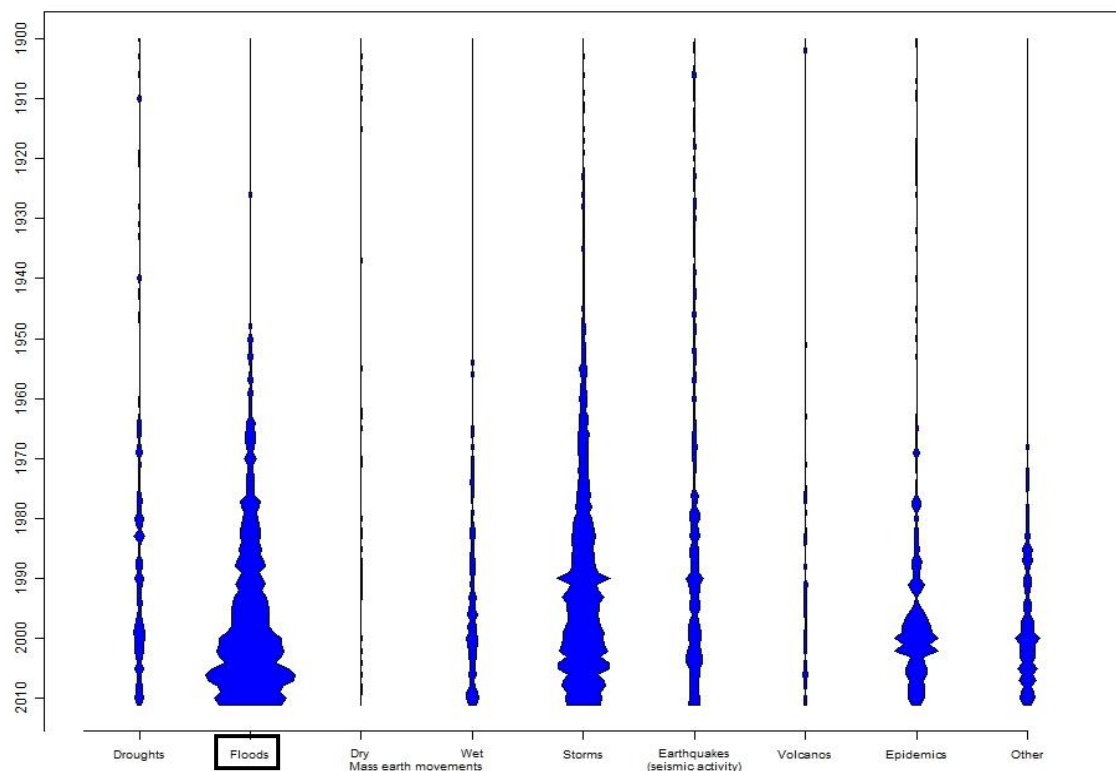
Os riscos pessoais ou individuais dizem respeito a riscos que afetam indivíduos isolados, de uma forma voluntária ou involuntária, consciente ou inconsciente. Os riscos públicos afetam a sociedade ou grupos da sociedade. Os riscos de segurança são aqueles que afetam a funcionalidade ou operacionalidade de um sistema pondo em perigo a segurança de pessoas ou bens. Os riscos de saúde são os riscos que afetam a saúde individual ou pública. Os riscos ambientais estão associados a condições ambientais, gerais ou específicas. Por fim, os riscos de gestão são respeitantes aos resultados de ações de gestão e planeamento a médio ou longo prazo.

Por seu turno pode também aplicar-se uma classificação baseada na natureza dos eventos perigosos. Neste contexto, uma das áreas em que a quantificação do risco é de grande importância corresponde ao estudo e gestão do risco de cheias, quer costeiras, quer fluviais, sendo este último tipo o foco de estudo da presente dissertação.

Apesar de o conceito de cheia não ter uma definição precisa é possível descrevê-lo como o aumento gradual e progressivo da superfície livre de escoamentos de água correspondente a alturas de água anormais que se propagam para jusante. A cheia está, assim, associada à ocorrência de elevados níveis de água em cursos de água e à ocorrência de elevados caudais sendo, portanto, mais do que uma inundação (Portela, 2008).

A origem de uma cheia pode ser natural ou artificial, ou ser consequência da combinação de ambas. As primeiras podem resultar, por exemplo, de precipitações intensas ou da fusão da neve, enquanto a origem artificial poderá estar associada a acidentes, nomeadamente a rutura de barragens. Em qualquer dos casos, os caudais que afluem à rede hidrográfica são muito elevados, pois a bacia hidrográfica foi alimentada por água de uma forma intensa e prolongada, que excede a sua capacidade normal de transporte daquela rede, transbordando as margens naturais ou artificiais e alagando as zonas contíguas (Portela, 2008).

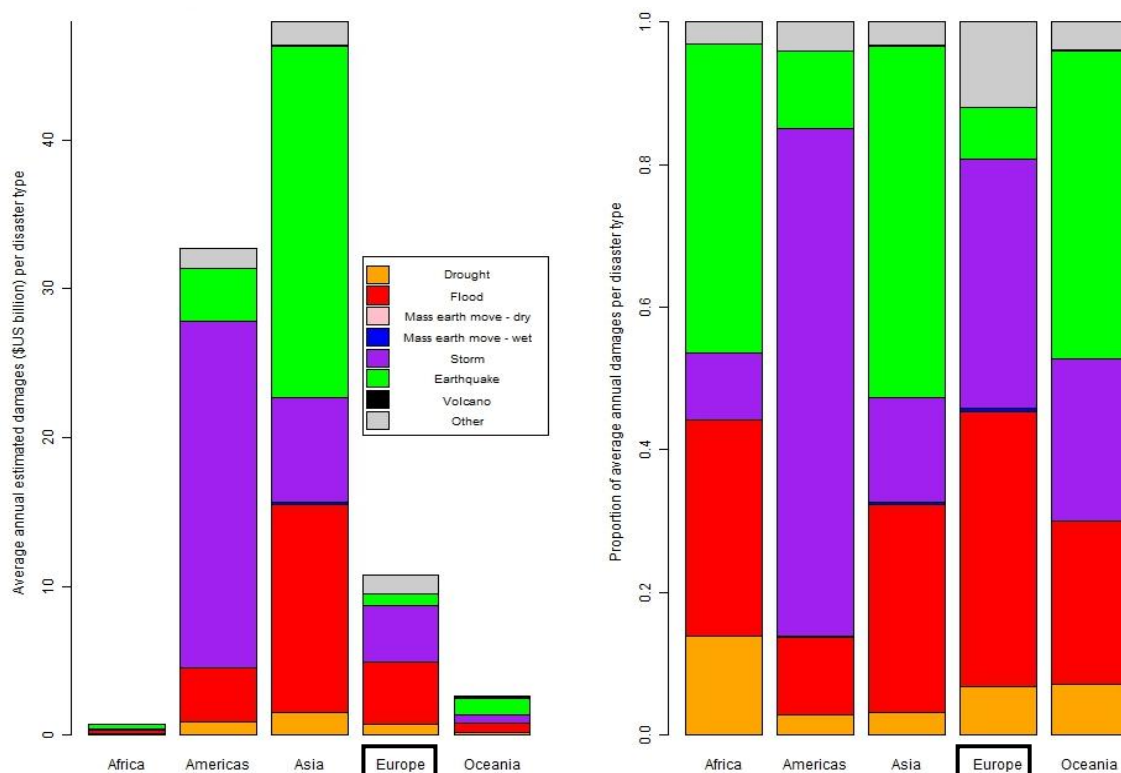
De entre os diferentes tipos de desastres naturais que afetam o Mundo, as cheias foram o segundo desastre mais frequente entre 1950 e 2011<sup>1</sup>, sendo somente ultrapassado pelas tempestades, como se pode ver no Gráfico 2.1.



**Gráfico 2.1 Número de desastres naturais reportados entre 1900 – 2011 (EM-DAT: The OFDA/CRED International Database – [www.emdat.be](http://www.emdat.be) – Université Catholique de Louvain – Brussels – Belgium).**

<sup>1</sup> Para um desastre entrar na base de dados é necessário que se verifique uma das seguintes situações: dez (10) ou mais pessoas foram dadas como mortas; cem (100) ou mais pessoas foram reportadas como afetadas; declaração do estado de emergência; pedido de ajuda internacional.

Ao analisar-se cada um dos continentes individualmente verifica-se, através dos dados apresentados no Gráfico 2.2, que na Europa as cheias correspondem ao desastre natural que, em média, mais prejuízos materiais provocou entre 1990 e 2011. Segundo dados do *EM-DAT: The OFDA/CRED International Database* (recolhidos em 5 de Outubro de 2012) a estes danos estão, ainda, associadas, no mesmo período de tempo, 2161 vítimas mortais devidas a 392 eventos de cheias.



**Gráfico 2.2 Média anual dos estragos causados por desastres naturais reportados entre 1990 e 2011 (bilhões de dólares americanos) (EM-DAT: The OFDA/CRED International Database - www.emdat.be - Université Catholique de Louvain - Brussels - Belgium).**

Para tentar fazer face a este problema, foi desenvolvida pelo Parlamento Europeu e o Conselho a Diretiva 2007/60/CE, relativa à avaliação e gestão dos riscos de cheias. Esta diretiva, comumente conhecida como Diretiva das Cheias, requer aos Estados Membro uma avaliação preliminar do risco de cheias para identificar áreas em que este risco seja significativo. Para as áreas identificadas como potencialmente em perigo é ainda exigida a preparação de mapas de risco acompanhados de planos de gestão do risco de cheias que apresentem medidas objetivas para a gestão deste risco (Adamson, 2010). No entanto, tal diretiva foi transposta para o quadro legal Português, através do Decreto-Lei n.º 115/2010, de 22 de Outubro.

Uma das questões decorrentes da definição do risco e do seu mapeamento associado às cheias está relacionado com a probabilidade de ocorrência da cheia que, neste caso, se irá refle-

tir na forma de apresentar e interpretar a incerteza inerente às cartas onde é representado o nível das cheias (Adamson, 2010).

Um estudo das incertezas associadas à estimação da configuração da superfície livre em condições de cheia pode, portanto, contribuir significativamente para a melhoria do nível de confiança nos mapas de risco de cheias e, conseqüentemente, para a otimização dos planos de gestão deste risco. Esta otimização conduzirá a decisões técnicas e financeiras mais acertadas, bem como a uma maior facilidade e clareza em estabelecer prioridades.

Além da aplicação do estudo de incertezas à segurança face a cheias existem outras áreas em que o conhecimento profundo das incertezas de índole hidrológica e hidráulica envolvidas pode ser bastante relevante. Entre elas encontram-se a navegação fluvial e o projeto e planeamento de obras hidráulicas (envolvendo, por exemplo, barragens, sistemas de distribuição ou de proteção, e obras de reabilitação fluvial) ou de obras de arte (por exemplo, pontes), o planeamento da ocupação do solo e medidas de gestão de crises (sistemas de aviso e de evacuação).

No campo da navegação fluvial é importante prever com alguma certeza os menores caudais que poderão ocorrer, pois estes podem ser um problema para aquela atividade, comprometendo-a caso não se venham a verificar.

Como é sabido, os projetos de obras hidráulicas e obras de arte, mesmo quando exclusivamente encarados do ponto de vista do Engenheiro Civil especialista em hidráulica, atendem a numerosos fenómenos e processos, tais como fenómenos extremos de cheias ou de secas ou processos de erosão, de transporte sólido e de gestão de massas de água, aos quais estão associados vários parâmetros cujos valores exatos são insuscetíveis de serem conhecidos. Exemplificam a anterior afirmação o coeficiente de rugosidade da fórmula de Manning-Strickler, o valor do caudal de dimensionamento da infraestrutura, os parâmetros que figuram na relação entre a precipitação e o respetivo caudal gerado ou na própria curva de vazão, entre outros. O estudo das incertezas associadas a estes parâmetros irá permitir aos decisores obterem uma melhor informação acerca da fiabilidade do conhecimento sobre os riscos associados aos projetos a implementar, permitindo decisões técnica e financeiramente mais adequadas.

Para o planeamento de medidas de prevenção e proteção, a avaliação das incertezas permite relativizar as decisões tendo em conta os custos e os benefícios estimados.





### 3 ANÁLISE DE INCERTEZAS

A problemática da consideração, análise e gestão do risco centra-se, essencialmente, na dificuldade em caracterizar onde, quando e como, irá ocorrer um determinado acontecimento e que valor assumirá. Por outras palavras, pode afirmar-se que esta problemática tem a sua origem na falta do conhecimento completo *a priori* sobre um acontecimento que irá ocorrer no futuro. Segundo Almeida, 2011, o economista Frank Knight propôs, como condição básica para a avaliação do risco em economia a consideração da incerteza como forma de quantificar a probabilidade e, conseqüentemente, tornar o risco uma incerteza mensurável.

O substantivo “incerteza” tem diversas definições. Com recurso ao Dicionário da Língua Portuguesa, 2004, pode definir-se *incerteza* como sendo a “*falta de certeza, o estado de espírito caracterizado pela dúvida e pela indecisão, uma situação possível mas que não se sabe se vai ocorrer ou uma situação cujo desenrolar ou resolução são imprevisíveis*”. No entanto, existem outras definições de incerteza publicadas por diversos autores.

No campo da metrologia a definição de “incerteza” é a seguinte: “*um parâmetro (por exemplo, um desvio padrão) associado ao resultado de uma medição, que caracteriza a dispersão dos valores que seria razoável atribuir a esta medição*” (Eurachem Members, 2000). O parâmetro pode ser, por exemplo, o valor do desvio-padrão (ou um múltiplo deste), ou a amplitude de um intervalo de confiança (Eurachem Members, 2000). Walker et al., 2003 (in Noordam, 2005) define “incerteza” como qualquer desvio de um ideal inatingível associado a um sistema cujo conhecimento é completamente determinístico.

A ideia de *incerteza* é comumente confundida com a ideia de *variabilidade* natural de um fenómeno, apesar destes substantivos representarem conceitos diferentes. Enquanto a incerteza representa uma ignorância parcial ou a falta de informação acerca de um fenómeno ou de um modelo fracamente caracterizado a variabilidade representa a diversidade ou heterogeneidade intrínseca da natureza, numa população bem definida (Frey, et al., 1997).

A incerteza, contrariamente à variabilidade, pode ser reduzida através de estudos ou medições adicionais (Frey, et al., 1997). Considere-se, por exemplo, um primeiro caso consubstanciado por uma dada população em que todas as pessoas têm um peso diferente, independentemente de quão cuidadosamente este peso é medido, e, um segundo caso, referente a uma determinada decisão dependente do peso daquelas pessoas. O desconhecimento sobre a variável *peso* pode ser diminuído aumentando a dimensão da amostra de pessoas pesadas, ou seja, adquirindo mais informação sobre a distribuição do peso da população, de modo a caracterizá-la mais ampla e corretamente, embora sem nunca chegar a conhecer perfeitamente essa distribui-

ção (Frey, et al., 1997). Nas anteriores circunstâncias, pode afirmar-se que no primeiro caso está latente a ideia de variabilidade enquanto o segundo se refere à incerteza.

Com base no referido acima torna-se evidente que o estudo e análise das incertezas são bastante importantes nos processos de tomada de decisão em numerosas áreas, em que se inclui a engenharia, na medida em que permite aferir quão fiáveis são os resultados obtidos pela aplicação de diversos modelos matemáticos ou pela adoção de determinados valores para os parâmetros envolvidos nos cálculos, possibilitando decisões mais corretas, tanto a nível técnico, como a nível financeiro ou ainda a nível social.

Além da análise de incertezas estão, também, envolvidas no processo de decisão *análises de sensibilidade*. Apesar de existir uma tendência para confundir estes dois tipos de análises, os objetivos de ambas podem ser diferentes, embora os seus resultados se complementem muito frequentemente.

A análise de incertezas pode, por exemplo, recorrer à aplicação de diferentes distribuições de probabilidade das variáveis de entrada de um modelo e, subsequentemente, de funções que sirvam de indicadores de desempenho das variáveis de saída (UNESCO, 2005). Nesse caso, o modelador parte do conhecimento que tem acerca do tipo e da magnitude das incertezas nos *inputs* (ou variáveis de entrada), nos valores dos parâmetros e nas equações do modelo (estrutura do modelo) com o objetivo de quantificar a confiança que o decisor pode ter nos resultados obtidos, mediante a definição das propriedades estatísticas da variável de saída ou *output* de um modelo como a função estocástica dos *inputs* (Tung, 1990).

Para a análise de incertezas ser completa deve envolver uma identificação abrangente de todas as fontes de incerteza e respetivas distribuições de probabilidades, que no seu conjunto irão contribuir para as distribuições de probabilidade dos *outputs* (UNESCO, 2005). Desta forma, a análise de incertezas permitirá:

- descrever o intervalo dos resultados possíveis para uma qualquer probabilidade;
- estimar a probabilidade de excedência ou de não excedência de um determinado valor relativamente à variável de saída;
- estimar a média e o desvio-padrão das variáveis de saída;
- atribuir um determinado valor de fiabilidade às funções dos *outputs*, por exemplo, o intervalo dos valores dessas funções que têm maior probabilidade de ocorrência podendo associar-lhe um determinado valor representativo dessa probabilidade;
- descrever a probabilidade das diferentes variáveis de saída do sistema;
- estimar impactos que as incertezas nos *inputs* possam provocar.

Por sua vez, uma análise de sensibilidade pretende avaliar a forma como um modelo responde, quantitativa e qualitativamente, a variações aplicadas nas variáveis de entrada, permitindo analisar o grau de dependência entre estas variáveis e as variáveis de saída do modelo.

Desta forma, este tipo de análise permite identificar quais os parâmetros que têm influência mais significativa nos resultados do modelo e, conseqüentemente, levar a cabo esforços para diminuir as incertezas associadas a esses parâmetros para posteriormente se proceder à análise de incertezas (Hofer, 1999 & Keppler, 1997 in Silva, 2010). Pelo contrário, se a análise de sensibilidade não for efetuada, corre-se o risco de gastar recursos a analisar os parâmetros relativamente aos quais o desempenho de um dado modelo e os respetivos resultados não são tão sensíveis (Lenhart et al., 2002 in Silva, 2010).

Para além do exposto acima sobre a análise de sensibilidade, Saltelli, 2000, (in Silva, 2010) foca dois aspetos importantes sobre este assunto.

Primeiramente o autor afirma que para a análise de sensibilidade, o importante não é o resultado do modelo em si mas sim a forma como o mesmo responde; ou seja, o modelo é relevante quando os seus *inputs* provocam variações nos *outputs* em análise. Quando um modelo mostra pouca sensibilidade às variações nos *inputs*, isto pode significar que o modelo é exageradamente complexo ou mesmo que o modelo não é indicado para o problema a analisar.

É também importante assegurar que todas as fontes de incerteza são identificadas e que as respetivas ações são combinadas de forma a explorar totalmente todo o espaço de incertezas das variáveis de entrada o que, conseqüentemente, permite capturar todas as possíveis interações entre as mesmas. Pode, portanto, afirmar-se que a análise de sensibilidade não pretende apenas classificar a importância das possíveis fontes de incerteza mas também identificar as diferentes componentes que são mais diretamente responsáveis pelo desempenho do sistema num intervalo aceitável.

De acordo com o descrito acima, conclui-se que através de uma análise de incerteza pretende-se descrever o conjunto de todos os possíveis resultados de um problema e as respetivas probabilidades de ocorrência, enquanto que através de uma análise de sensibilidade se pretende determinar qual o impacto que pequenas mudanças nas variáveis de entrada provocam nas variáveis de saída (UNESCO, 2005). No entanto, é possível realizar uma análise de sensibilidade do modelo na proximidade de uma solução e usá-la como ponto de partida para uma análise de incertezas (UNESCO, 2005).

Apesar de uma análise de incerteza não ser o mesmo que uma análise de sensibilidade ambas podem usar um mesmo conjunto de simulações do modelo na sua aplicação e são tanto mais difíceis de executar quanto mais elevado for o número de parâmetros presentes (UNESCO, 2005).

### 3.1 CLASSIFICAÇÃO DE INCERTEZAS

Na análise de risco é importante que a comunicação entre todas as partes envolvidas no processo (os decisores, os modeladores, a população em geral, as partes interessadas ou *stake-*

holders, etc.) seja simples e clara, para que se evitem alguns dos possíveis erros. De forma a garantir este aspeto, vários autores estudaram diferentes métodos de classificação de incertezas, de acordo com a sua origem, a sua localização no processo de análise e o seu grau de incerteza (Noordam, 2005).

Diversos autores, entre eles Ganoulis, 1995, (in Studart, et al., 2001), Oberkamp et al., 2004, (in Barrico, 2009), Almeida, 2011, e Naghettini, et al., 2011, definem a incerteza como aleatória ou epistémica, no que se refere à sua origem.

A incerteza aleatória de um sistema diz respeito à variabilidade natural, cujo conceito foi apresentado anteriormente, de uma ou de mais variáveis associadas ao fenómeno em estudo (Naghettini, et al., 2011). Essa variabilidade e a aleatoriedade que lhe corresponde são consequência da multiplicidade de fatores que estão na génese de um determinado fenómeno ou processo e da complexa interação entre estes fatores. A anterior interação é insuscetível de ser estimada com exatidão, podendo apenas ser parcialmente explicada com base no padrão de variabilidade exibido pelas amostras referentes a realizações desse fenómeno ou das variáveis que nele intervêm (Naghettini, et al., 2011), mediante a associação a essas amostras de distribuições de probabilidade (Agarwal et al., 2004, in Barrico, 2009). Este tipo de incerteza é intrínseco ao fenómeno não podendo ser reduzido através da aplicação de um modelo mais sofisticado ou da recolha de dados adicionais (Ganoulis, 1995, in Studart, et al., 2001).

Por seu lado, a incerteza epistémica representa as imperfeições e/ou insuficiências do conhecimento humano sobre os processos envolvidos num determinado fenómeno, levando a que os modelos teóricos e/ou físicos aplicados para analisar esses processos não tenham capacidade para traduzir matematicamente a realidade associada aos mesmos (Naghettini, et al., 2011). Casti (in Koga-Vicente, 2010) define a incerteza epistémica de forma idêntica à apresentada, afirmando que a mesma “*resulta do conhecimento incompleto sobre o sistema e está relacionada com a nossa habilidade em entender, medir e descrever o sistema sob investigação*”. Desta forma e contrariamente à incerteza aleatória, a incerteza epistémica pode ser reduzida através da obtenção de dados e informação adicionais ou pelo desenvolvimento de novos modelos teóricos ou físicos que estejam em maior concordância com a realidade.

Relativamente à localização das incertezas no processo de análise Walker et al. (2003) e Van der Klis (2003) (in Noordam, 2005) definem quatro etapas/situações em que a incerteza se pode manifestar: *i)* incerteza no contexto do modelo; *ii)* incerteza nas variáveis de entrada; *iii)* incerteza nos parâmetros do modelo; e *iv)* incerteza no próprio modelo.

Noordam, 2005, refere que a incerteza no contexto do modelo está associada à identificação das fronteiras dentro das quais se desenvolve o sistema a ser modelado. Assim, este tipo de incerteza tem em conta as condições que suportam a escolha das fronteiras do sistema e a formulação dos problemas que são abordados dentro dessas fronteiras. Um exemplo da incerte-

za associada ao contexto do modelo é a não consideração da ação da força de Coriolis na modelação de grandes massas de água.

Segundo Willems, 2000 (in Timbe, et al., 2004), a incerteza nas variáveis de entrada de um modelo está relacionada com os erros de medição, no caso de o *input* ser medido diretamente (por exemplo, o caudal ou o nível da superfície livre medidos nas fronteiras de um escoamento), ou com os erros de estimação, no caso de o *input* ser estimado (por exemplo, a estimação da precipitação num modelo de transformação da precipitação em escoamento).

A incerteza nos parâmetros é causada, como o nome indica, pelos parâmetros do modelo. Para Noordam, 2005, os parâmetros de um modelo podem ser classificados em quatro tipos diferentes: parâmetros exatos, parâmetros fixos, parâmetros definidos previamente e parâmetros calibrados. Os primeiros compreendem as constantes universais, como  $e$  ou  $\pi$ , enquanto os segundos correspondem a parâmetros que já foram alvo de investigação científica exaustiva permitindo que os seus valores estejam tão bem determinados que podem ser considerados exatos, como é o caso da aceleração da gravidade ( $g$ ). Os parâmetros definidos previamente incluem aqueles cujos valores são muito difíceis de identificar através de calibração e, por essa razão, é escolhido um valor fixo para cada um desses parâmetros, sendo esse valor considerado invariante. Por fim, os parâmetros calibrados são aqueles cujos valores são determinados através de calibração. No caso, por exemplo, de modelos para estimação da configuração da superfície livre em cursos de água naturais em condições de cheia, essa calibração pode ser realizada com base em níveis de água medidos em estações de monitorização próprias para o efeito ou com base em mapas onde estão representados os níveis de cheias passadas, mediante o processamento de modelos, sendo retidos os valores dos parâmetros que conduzem aos níveis conhecidos. Em ambos os casos há uma incerteza associada que se vai repercutir nos valores dos parâmetros calibrados.

Já Timbe, et al., 2004, dividem os parâmetros em apenas três tipos. Tal como os *inputs*, os parâmetros podem ser medidos ou estimados e em cada um dos casos a respetiva incerteza vem associada aos erros de medição ou estimação, respetivamente. O terceiro tipo diz respeito aos parâmetros calibrados, coincidente com a classificação exposta no parágrafo acima.

Finalmente, a incerteza no modelo engloba a incerteza na estrutura do modelo e a incerteza técnica do modelo. Segundo Noordam, 2005, e Timbe, et al., 2004, a incerteza na estrutura do modelo é resultante da limitação do modelador no que respeita à descrição perfeita da realidade física associada ao sistema, ou seja, é consequência da carência de conhecimento, por parte do modelador, sobre o sistema, incluindo sobre o seu comportamento e sobre as relações entre os seus elementos. Esta incerteza pode ser descrita como a incerteza residual de um modelo após serem utilizados *inputs* e parâmetros sem qualquer incerteza associada. Relativamente à

incerteza técnica do modelo, Noordam, 2005, refere que esta é gerada pelos erros do *software* e do *hardware*.

A incerteza pode, ainda, ser classificada de acordo com o nível de conhecimento que pode revelar. Walker et al., 2003 (in Noordam, 2005), afirmam que a incerteza pode ser classificada, segundo este sistema, num de cinco níveis diferentes. O primeiro nível engloba as incertezas que permitem uma perceção completamente determinística do sistema enquanto o último corresponde, por oposição, à completa indeterminação desse sistema. Entre estes dois extremos têm-se os níveis de: *i)* incerteza quantificável; *ii)* análise de cenários; e *iii)* reconhecimento da ignorância.

A Figura 3.1 contém um esquema dos diferentes métodos de classificação de incertezas abordados no texto antecedente.

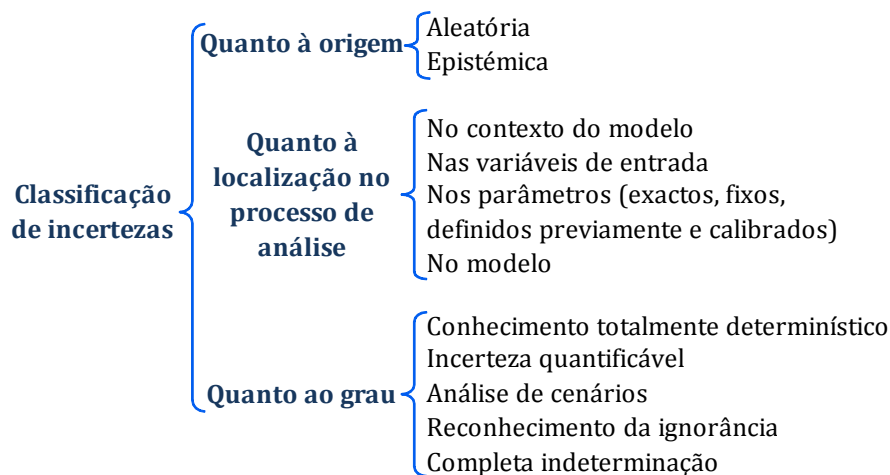


Figura 3.1 Resumo dos métodos de classificação de incertezas.

## 3.2 FONTES DE INCERTEZA

No campo da Hidráulica e da Hidrologia e Recursos Hídricos existe uma grande quantidade de variáveis, parâmetros e modelos aos quais estão associadas incertezas. Frequentemente, estas variáveis estão relacionadas entre si o que leva a que a incerteza associada às mesmas seja interdependente, eventualmente amplificando a incerteza global resultante da consideração conjunta dessas variáveis. Por outro lado, importa referir que a incerteza associada a algumas variáveis é, de algum modo, uma incerteza bidimensional, isto é, pode variar de forma incerta tanto no espaço, como no tempo.

Nos problemas da hidráulica fluvial, por exemplo, podem associar-se incertezas às características do solo, como a porosidade, o ângulo de atrito interno ou o ângulo de suporte, ou aos métodos matemáticos aplicados no cálculo da erosão hídrica e do transporte do caudal sólido. No caso da erosão hídrica Cardoso, 1998, refere que o respetivo cálculo pela equação universal

de perda de solos (USLE) não é mais do que a aplicação de um “*modelo de regressão em que os processos relacionados com o movimento da água e dos sedimentos na bacia hidrográfica são traduzidos por coeficientes que podem não representar rigorosamente aspetos físicos observáveis*”. Por seu lado, as incertezas associadas ao cálculo do transporte do caudal sólido estão, desde logo, relacionadas com a escolha das equações a utilizar, de entre as várias possíveis. Estão ainda associadas ao resultado as incertezas inerentes aos diferentes parâmetros e variáveis intervenientes nos modelos, como sejam, a tensão de cedência dos sedimentos, estudada por Hantush, et al., 2003, e a tensão de corte crítica, referida em Johnson, 1996. Este autor estudou, também, a incerteza associada ao declive do canal.

Naghetini, et al., 2007, destaca algumas das variáveis às quais podem ser associadas incertezas na Hidrologia e Recursos Hídricos. São elas a precipitação, o escoamento e armazenamento superficiais, a evapotranspiração, a infiltração, o escoamento e armazenamento sub-superficiais, as propriedades físico-químicas e biológicas da água, as conformações geomorfológicas e o transporte de sedimentos.

Num problema de estimação da configuração da superfície livre em condições de cheia num trecho de canal natural, como o abordado pela presente investigação, são várias as incertezas suscetíveis de serem consideradas, nomeadamente, as associadas à definição da condição de fronteira na secção de jusante (cotas do escoamento da secção de controlo), aos caudais de ponta de cheia a considerar, mesmo que se fixe o correspondente período de retorno, às características geométricas e hidráulicas do canal e ao próprio modelo hidráulico adotado. De entre tais incertezas, o estudo efetuado fixou-se apenas nas inerentes à variável *caudal de ponta de cheia* e às *características do canal*, as quais serão, assim, mais detalhadamente abordadas no próximo subcapítulo.

Em Portugal Continental a generalidade dos escoamentos em condições de cheia ocorre em regime lento, localizando-se, portanto, a secção de controlo a jusante dos trechos fluviais objeto de estudo. Anota-se que tal pode não ocorrer como, por exemplo, no caso dos escoamentos tipo aluvião em alguns trechos das ribeiras da ilha da Madeira.

A estimação da configuração da superfície livre no cenário mais provável de cheia escoando-se num trecho de canal natural em regime lento, requer, assim, conhecimento da cota do escoamento na secção extrema de jusante daquele trecho. Como será aprofundado no capítulo 4. *Metodologia*, na aplicação efetuada, tal cota foi calculada através da curva de vazão apresentada para a estação hidrométrica com a qual se fez coincidir a secção de controlo do escoamento. Apesar de a variável *cota do escoamento* nessa secção ter sido considerada isenta de incerteza, ou seja, rigorosamente certa, importa mencionar de onde pode provir a sua incerteza.

Uma curva de vazão exprime a dependência entre o caudal e a altura hidrométrica, permitindo obter o valor do caudal escoado na secção para a qual foi estabelecida a curva quando

conhecida aquela altura ou obter esta altura a partir do valor do caudal. A curva de vazão pode ser expressa por uma função matemática do tipo:

$$Q = a(h - h_0)^b \quad (3.1)$$

em que  $Q$  é o caudal escoado ( $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ ),  $h$  é a altura hidrométrica (m),  $h_0$  é a altura hidrométrica (m) para a qual se anula o caudal e  $a$  e  $b$  são os parâmetros adimensionais. O cálculo e a calibração destes parâmetros implicam o conhecimento de vários pares de valores *caudal/altura hidrométrica*, aos quais é aplicado um qualquer método numérico ou analítico tendo em vista a minimização dos erros entre caudais observados e estimados pela curva de vazão a estabelecer. Anota-se, ainda, que a curva de vazão é estabelecida em regime permanente havendo, portanto, uma incerteza na aplicação a regimes variados (rápidos ou lentos).

Pode, então, afirmar-se que, segundo a anterior metodologia, à altura hidrométrica na secção de controlo (secção mais a jusante) de um escoamento em regime permanente está associada a incerteza proveniente, por um lado, dos possíveis erros de medição dos pares de valores do caudal e da altura hidrométrica utilizados para estabelecer a curva de vazão e, por outro, do facto de qualquer valor calculado a partir da curva de vazão ser somente uma aproximação e não um valor exato, uma vez que o estabelecimento da equação da curva resulta do seu melhor ajuste a um número finito de pares *caudal/altura hidrométrica*. No entanto, por uma questão de simplificação do problema a analisar, e como foi afirmado anteriormente, a incerteza associada à altura hidrométrica na secção de controlo e, logo, à correspondente cota da superfície livre, foi desprezada.

O modelo hidráulico adotado para o cálculo da configuração da superfície livre, que é apresentado detalhadamente no capítulo 4. *Metodologia*, também pode ser fonte de incertezas. As incertezas introduzidas no cálculo da configuração da superfície livre do escoamento pelo modelo hidráulico podem estar associadas: *i)* à escolha do próprio modelo, uma vez que, existindo vários modelos suscetíveis de serem aplicados, essa escolha pode recair sobre um modelo que não seja o mais indicado para as condições hidráulicas ocorrentes; *ii)* à discretização espacial que foi associada a esse modelo; *iii)* e aos valores a adotar para os parâmetros do modelo, entre outros aspetos. Importa referir que a incerteza associada à discretização do modelo resulta, por exemplo, da aproximação das equações diferenciais por equações algébricas e da consideração de secções transversais que, de modo descontínuo no espaço, definem a geometria do vale fluvial e das margens. Com efeito, para aplicar o modelo hidráulico é necessário dispor de uma série de secções transversais cuja distância entre si pode ser constante ou não, sendo que, em qualquer caso, nos sucessivos trechos entre tais secções o modelo “desconhece” por completo a morfologia do canal, ocorrendo a mesma situação relativamente aos valores aplicáveis do coeficiente de rugosidade que intervém na fórmula de resistência ao escoamento.



Como antes foi mencionado, as características do canal podem, também, ser fontes de incerteza. De entre as características mais suscetíveis a essa incerteza destacam-se precisamente os valores daquele coeficiente e a geometria das secções que definem transversalmente e longitudinalmente o canal natural, incluindo, portanto, a definição do declive do talvegue.

No âmbito da investigação que se apresenta, referente às incertezas associadas à estimação da configuração da superfície livre num trecho de canal natural, consideraram-se como fontes de incerteza: *i)* o caudal de ponta de cheia; *ii)* os valores do coeficiente de rugosidade da fórmula de resistência ao escoamento; e *iii)* a geometria do vale fluvial, concretamente, as cotas topográficas que definem essa geometria. Cada uma dessas fontes de incerteza é objeto dos próximos subcapítulos.

### 3.2.1 CAUDAL DE PONTA DE CHEIA

A incerteza associada à estimação dos caudais de ponta de cheia de projeto a utilizar no cálculo da configuração da superfície livre num trecho de canal pode advir de diferentes aspetos, mencionando-se, de entre os mesmos, o método complexo de aquisição dos registos de alturas hidrométricas e de velocidades do escoamento, a transformação dos anteriores registos, por meio de curvas de vazão, em caudais de cheia, a representatividade das amostras assim constituídas, nomeadamente, tendo em conta a natureza intrinsecamente aleatória da variável hidrológica em presença, entre outros. Além disso, importa atender a que a estimação de caudais de ponta cheia de projeto a partir de registos de caudais de cheia pressupõe o ajustamento de uma lei estatística à amostra daqueles registos, conforme se aborda detalhadamente no subcapítulo *4.3.2 Incerteza associada ao caudal de ponta de cheia*. A partir dessa lei estima-se o caudal de ponta de cheia para o período de retorno adotado como critério de projeto. A seleção da lei estatística a utilizar para o efeito, o método de estimação dos respetivos parâmetros e o algoritmo matemático através do qual o modelo probabilístico estabelecido é aplicado ao cálculo dos caudais de projeto introduzem incertezas incontornáveis nestes caudais e, em consequência, na configuração da superfície livre que determinam.

O método para a aquisição dos caudais, de cheia ou outros, diz respeito à forma como são medidos os caudais escoados num curso de água. Tal medição ocorre em estações hidrométricas, equipadas com instrumentos próprios para o efeito, sendo efetuada de modo indireto. Como a maioria dos instrumentos de medição, nomeadamente os utilizados na medição de velocidades e de alturas hidrométricas do escoamento, contêm erros que não são mensuráveis, existe incerteza nos valores que fornecem. A esta incerteza junta-se a que decorre da adoção de uma dada equação para a curva de vazão, já antes discutida.

A natureza intrinsecamente aleatória dos caudais reflete-se nos valores de projeto deduzidos a partir desses caudais para um determinado canal natural, levando a que qualquer estimativa do mesmo se torne incerta.

No que diz respeito ao processo de cálculo do caudal de ponta de cheia propriamente dito, a seleção da lei estatística que melhor se ajusta à amostra recolhida comporta bastantes incertezas, uma vez que, por exemplo, a lei estatística selecionada pode não ser a que melhor se ajusta ao universo dos valores da variável de onde provém a amostra disponível. Mesmo que, por um qualquer suporte teórico, não seja questionável o facto de essa lei dever ser a adotada, o ajustamento nunca é perfeito pois a variabilidade intrínseca do fenómeno natural conduz a que existam necessariamente desvios entre realizações e valores teóricos fornecidos pela lei selecionada.

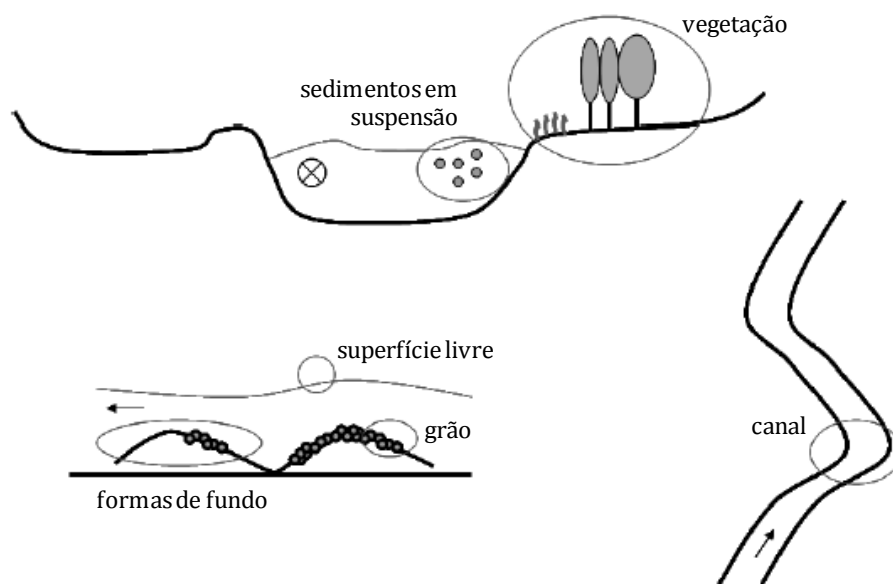
Depois de identificada a lei estatística, o método escolhido para o cálculo dos parâmetros que a definem também introduz incertezas adicionais no caudal de ponta de cheia a estimar com base nessa lei.

Por fim, o cálculo do caudal escoado para o período de retorno adotado como critério de projeto pressupõe a inversão de uma função distribuição de probabilidade, frequentemente, apenas possível numericamente e não analiticamente. Esta circunstância também acarreta incertezas no cálculo daquele caudal, uma vez que apesar de também incertos, os métodos analíticos são mais rigorosos que os métodos numéricos.

### 3.2.2 COEFICIENTE DE RUGOSIDADE

A utilização do coeficiente de rugosidade, também conhecido como coeficiente de Manning, remonta a 1889, data em que o engenheiro irlandês Robert Manning sugeriu uma fórmula simples para calcular a *“velocidade ou inclinação da superfície de um escoamento em superfície livre num canal de dimensões conhecidas”* em que o coeficiente de rugosidade, representado pela letra  $n$ , exprime os efeitos de resistência ao escoamento (Whatmore, et al., 2010). O coeficiente de Manning surge, portanto, da necessidade de ter em conta as forças de resistência que atuam num escoamento, causadas pela rugosidade das superfícies em contato com esse escoamento.

A rugosidade hidráulica tem em conta todos os elementos que possam causar resistência ao escoamento que, no caso de canais naturais, têm origem nas fronteiras escoamento-canal e escoamento-atmosfera a primeira, a rugosidade do grão e de forma, na resistência do canal, na resistência da superfície livre, na resistência da vegetação e na resistência causada pelos sedimentos em suspensão (Whatmore, et al., 2010). Na Figura 3.2 são apresentadas as diferentes origens da rugosidade hidráulica.



**Figura 3.2 Origens da rugosidade hidráulica (fonte: Whatmore, et al., 2010).**

O coeficiente de rugosidade pode ser estimado através de tabelas que contêm os seus valores para vários tipos de superfície, desde o aço à cobertura vegetal, ou pela utilização de equações (*roughness predictors*, em língua inglesa) que relacionam o seu valor e as formas de fundo, as características do escoamento ou as características geométricas da secção, como por exemplo o raio hidráulico. Wohl, 1998, e Warmink, et al., 2010, estimaram o coeficiente de rugosidade para diferentes canais recorrendo a este tipo de equações, entre elas as sugeridas por Jarrett, 1984, Limerino, 1970, e Cowan, 1956, no estudo de Wohl e Yalin, 1964, Englund, 1996 e 1977, Karim, 1999, Van der Mark, 2009, Vanoni-Hwang, 1967, Van Rijn, 1984, 1993, Englund-Hansen, 1967, Hanque-Mahmood, 1983, e Wright-Parker, 2004 no estudo de Warmink, et al., 2010.

Relativamente à utilização de tabelas, quando o material constituinte do canal é bem definido, como é o caso do betão, o valor do coeficiente de Manning é facilmente determinado e não comporta incertezas muito relevantes. No entanto, no caso de canais naturais a determinação do coeficiente de rugosidade é mais complicada, dada a variabilidade espacial e temporal da rugosidade ao longo dos mesmos (variação das formas de fundo, da cobertura vegetal, da ocupação das margens, etc.). Neste caso, o valor do coeficiente de Manning pode resultar da avaliação visual do canal com o arbítrio de um valor daquele coeficiente, mediante consulta de tabelas, para cada trecho com características (em termos de rugosidade do escoamento) sensivelmente homogêneas. Optando-se por utilizar um único valor do coeficiente de Manning para representar a rugosidade ao longo de todo um canal haverá que se ponderar os valores antes arbitrados para os sucessivos trechos.

A metodologia descrita para a estimação do coeficiente de rugosidade dum canal natural comporta incertezas na medida em que se baseia numa avaliação visual e na interpretação, uma e outra necessariamente subjetivas, de um ou de vários indivíduos. Acresce que a adoção de um valor médio do coeficiente de rugosidade para todo o canal face à variação natural das características do canal ao longo do tempo introduz ainda mais incerteza nos cálculos dependentes desse valor.

A utilização de equações para a estimação do coeficiente de Manning também comporta incertezas. Além da já referida variação da rugosidade no espaço e no tempo, este método pode ter associada incerteza devida à escolha da equação para o efeito aplicada. Se, por exemplo, essa equação tiver em conta as formas de fundo, a medição das respetivas dimensões também está embebida em incertezas.

A noção de que o valor do coeficiente de Manning não é um valor certo é de extrema importância, uma vez que a incerteza nesse parâmetro é das que tem mais influência no resultado do cálculo da configuração da superfície livre de um escoamento, como referido por vários autores.

### 3.2.3 GEOMETRIA DAS SECÇÕES

Uma secção transversal de um canal corresponde à linha resultante da intersecção de um plano perpendicular ao escoamento com a superfície do leito. Esta linha é definida por um conjunto de pontos caracterizados por duas coordenadas: a distância à origem de um referencial e a cota, sendo que estas coordenadas variam de ponto para ponto devido às variações na topografia ao longo da secção transversal (US Army Corps of Engineers, 1986).

A definição das secções transversais pode ser realizada com recurso a diferentes processos (do domínio da topografia e da geodesia) de medição de coordenadas. Estes processos incluem as medições realizadas diretamente no campo com recurso a instrumentos próprios para o efeito, modelos digitais do terreno obtido por deteção remota, cartas topográficas geradas pelo método aerofotogramétrico e levantamentos hidrográficos (US Army Corps of Engineers, 1986).

Os levantamentos topográficos realizados no campo podem ser efetuados através do recurso ao GPS Diferencial (GPS – Global Position System) ou pela aplicação do método clássico. Para a utilização do GPS Diferencial são necessárias as coordenadas de um ponto de referência e dois recetores GPS adequados ao posicionamento em modo diferencial, sendo um colocado no ponto de referência e o outro deslocado para os pontos dos quais se pretendem conhecer as coordenadas, possibilitando, assim a medição das pseudodistâncias entre os recetores (Casaca, et al., 2005), como se mostra na Figura 3.3. No caso do método clássico, são utilizados vários instrumentos, como o teodolito, o taqueómetro, etc., que correspondem às *estações* e permitem o

levantamento topográfico de pormenores. Este método é composto por duas fases: na primeira fase é materializada e observada uma rede de apoio topográfico, para cujos vértices são determinadas coordenadas topográficas por diferentes métodos, a segunda fase implica o posicionamento das estações nos vértices de apoio para se proceder ao levantamento topográfico (Casaca, et al., 2005). Os métodos de medição local só são económicos quando se pretende efetuar levantamentos de pequenas extensões da superfície terrestre em escalas de pormenor (Casaca, et al., 2005).



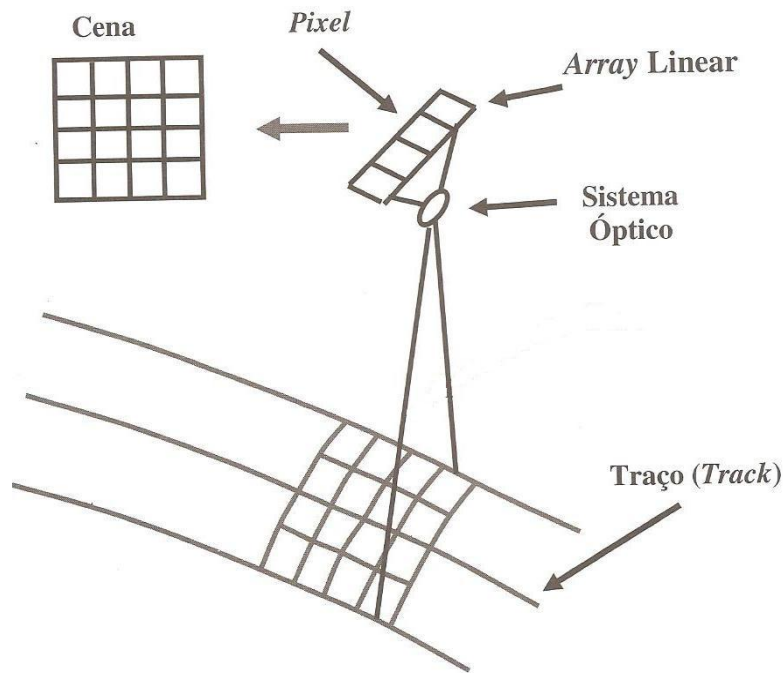
**Figura 3.3 Método de medição local (GPS Diferencial) (fonte: Casaca, et al., 2005).**

Os modelos digitais do terreno (*digital elevation models*), bem como todo o tipo de imagens numéricas, são obtidos por deteção remota. A deteção remota para a obtenção de imagens numéricas apoia-se na utilização de sensores que permitem medir a energia eletromagnética incidente numa dada superfície e a respetiva origem espacial (Casaca, et al., 2005).

As imagens numéricas correspondem a matrizes em que cada elemento é designado por *pixel* e no qual é registado o nível radiométrico proveniente de um elemento da superfície do terreno, medido por um sensor transportado a bordo de um avião ou de um satélite. Cada um destes elementos de superfície, bem como cada *pixel*, tem a forma aproximada de um quadrado com dimensões aproximadamente constantes (Casaca, et al., 2005).

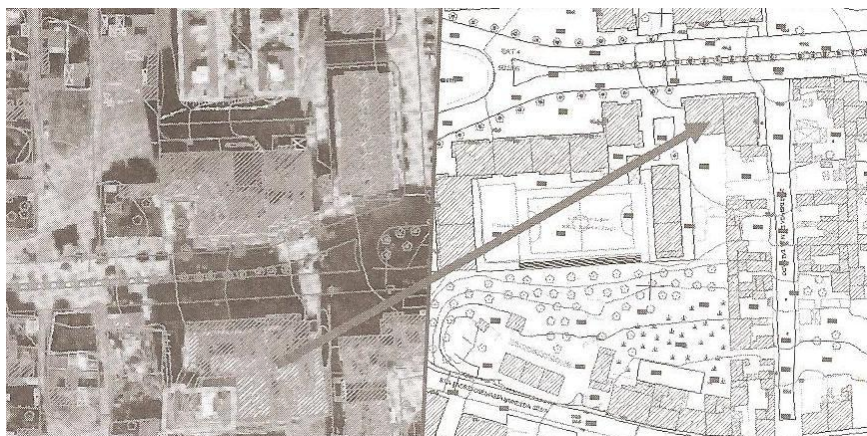
O esquema para a obtenção de modelos de elevação do terreno por deteção remota é apresentado na Figura 3.4.





**Figura 3.4 Esquema de obtenção de modelos de elevação do terreno por detecção remota (fonte: Casaca, et al., 2005).**

O método aerofotogramétrico baseia-se na análise, medição e interpretação de fotografias aéreas processadas por câmaras fotográficas apropriadas, designadas por câmaras métricas. Para a obtenção das imagens fotográficas (Figura 3.5) tais câmaras são transportadas em aviões, em que cada voo realizado para obtenção daquelas é cuidadosamente estudado, para que a altitude do avião seja o mais constante possível e para que haja sobreposição longitudinal e lateral das imagens (Casaca, et al., 2005).



**Figura 3.5 Fotografia aérea à esquerda e resultado do levantamento aerofotogramétrico à direita (fonte: Casaca, et al., 2005).**

Por fim, os levantamentos hidrográficos correspondem a levantamentos de terreno coberto por água ou, por outras palavras, a levantamentos submersos. Para tal, podem ser utilizados métodos locais ou métodos aerotransportados. Os primeiros incluem as sondagens reali-

zadas com recurso embarcações, a partir das quais as profundidades são medidas por utilização de varas graduadas ou cabos com um peso na extremidade, ou métodos sonoros, dependendo da extensão do levantamento (Casaca, et al., 2005). Por sua vez, os métodos aerotransportados operam com base em impulsos laser ou pela análise de imagens numéricas (Casaca, et al., 2005). No primeiro caso o sistema varre a faixa paralela à trajetória do avião medindo o intervalo de tempo que medeia a reflexão dos impulsos pela superfície da água e pelo fundo, enquanto no segundo caso se recorre à análise de imagens numéricas partindo do princípio que a quantidade de energia eletromagnética refletida diminui com a profundidade das águas (Casaca, et al., 2005).

Os erros associados aos diferentes métodos resultam dos *standards* ou padrões de precisão que a indústria adota para a produção de cartografia, da precisão do equipamento utilizado nas medições e do próprio terreno e respetiva cobertura (US Army Corps of Engineers, 1986).

É ainda de referir que a incerteza na geometria das secções tem, também, origem na alteração dessas secções, tanto ao longo do tempo, como no espaço, sendo esta, essencialmente, uma consequência da erosão provocada pelo próprio escoamento.

Além dos exemplos apresentados para a explicação da génese da incerteza associada aos parâmetros e modelos em estudo existem muitos outros que não são aqui apresentados, uma vez que isso seria incomportável, por questões de extensão do documento escrito.

A metodologia seguida para a introdução de incerteza no caudal, no coeficiente de rugosidade e na geometria das secções é apresentada no subcapítulo *4.3 Modelação das incertezas*.





# 4 METODOLOGIA

## 4.1 INTRODUÇÃO

Como referido anteriormente, a análise de incertezas num determinado sistema pode apoiar-se na execução de um elevado número de simulações, devendo tais simulações abranger o maior número possível de circunstâncias ou de casos suscetíveis de representarem as ocorrências desse sistema. O presente estudo, cujo objetivo é a análise da incerteza associada à estimação da configuração da superfície livre em condições de cheia em canais naturais, enquadra-se, portanto, nesse domínio.

Uma das formas de concretizar a análise de incertezas no anterior entendimento recorre à aplicação do método de Monte Carlo que não é mais do que um método estatístico de simulação de sistemas, em que se inclui o hidrológico, com o objetivo de caracterizar o leque dos comportamentos possíveis desses sistemas.

O método de simulação de Monte Carlo foi desenvolvido no início da década de 1940 por engenheiros que se encontravam a trabalhar no projeto da bomba atômica. O seu nome deve-se à conhecida cidade de Monte Carlo, no Mónaco, morada de um dos mais importantes casinos do mundo e onde este método estatístico poderá ter sido aplicado com o intuito de estudar as probabilidades associadas aos jogos que se desenrolam nos espaços de casino.

Enquadrado no objetivo de encontrar técnicas pouco dispendiosas para testar o comportamento real de sistemas de engenharia, o método de Monte Carlo faculta aos decisores um amplo leque de possíveis resultados, que permitem antever desde os piores aos melhores cenários, incluindo todos os possíveis cenários entre tais dois extremos, bem como atribuir-lhes probabilidades de ocorrência (Palisade Corporation).

Previamente à aplicação do método de Monte Carlo a uma análise de incertezas é necessário definir os parâmetros que serão objeto dessa análise. Após tal definição, o método compreende quatro fases. Numa primeira fase é necessário proceder à seleção/definição da função de probabilidade característica de cada um daqueles parâmetros, sendo essa seleção efetuada mediante consulta de bibliografia ou a partir de estudos estatísticos, dependendo, por exemplo, do conhecimento sobre os processos envolvidos ou da menor ou da maior quantidade de dados disponíveis em base de dados. Identificadas diferentes distribuições de probabilidade representativas dos parâmetros passará a ser possível gerar amostras dos valores desses parâmetros e estimar as respetivas probabilidades de ocorrência, ou alternativamente, gerar estas probabilidades e estimar os correspondentes valores (segunda fase). Procede-se, então, à simulação do sistema, com armazenamento dos resultados assim obtidos, através de um modelo matemático que, de acordo com o contexto específico em estudo, interliga os modelos de geração dos dife-

rentes parâmetros, permitindo processá-los individualmente ou em conjunto (terceira fase). Cada simulação do modelo para um dado valor de um parâmetro ou para um conjunto de dados valores de vários parâmetros é denominada iteração. O procedimento de iteração tem de ser repetido centenas ou milhares de vezes, obtendo-se, em resultado dessa repetição, igual número de realizações das variáveis de saída do sistema, sendo possível associar-lhes distribuições de probabilidade (quarta fase). Pode, portanto, afirmar-se que o método de Monte Carlo fornece uma visão mais abrangente das possíveis realizações dos acontecimentos objeto de análise, permitindo associar probabilidades a esses acontecimentos (Palisade Corporation).

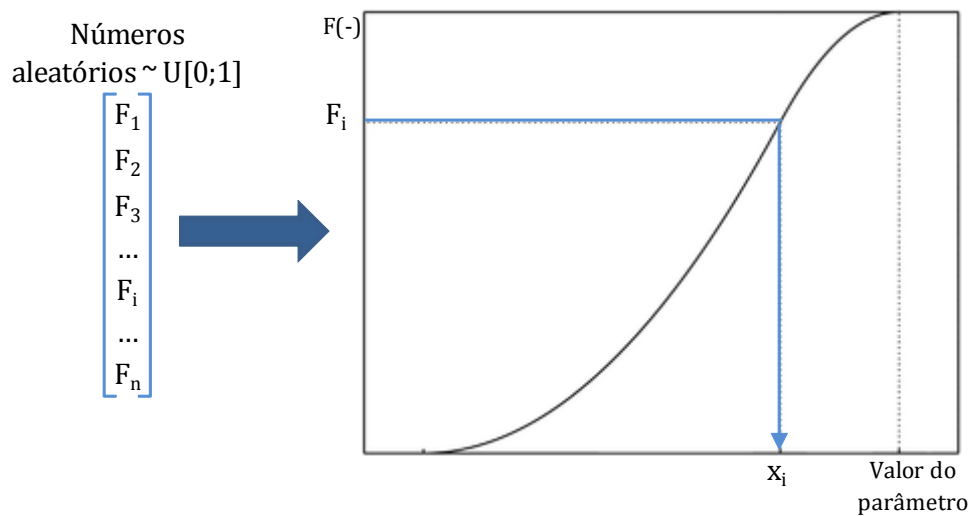
A qualidade dos resultados do método apresentado depende dos seguintes fatores (Brusamarello, 2011):

- representatividade dos modelos matemáticos;
- qualidade da caracterização das variáveis de entrada;
- número de simulações realizadas.

Comparativamente aos métodos determinísticos, o método de Monte Carlo apresenta várias vantagens. No que concerne aos resultados, este método permite obter, não só os acontecimentos possíveis, como também as respetivas probabilidades adequando-se, ainda e de forma fácil, à obtenção de elementos gráficos evidenciando a relação entre as realizações de um sistema e as probabilidades que lhes estão associadas (Palisade Corporation). Quando aplicado à análise de cenários, o Método de Monte Carlo permite saber exatamente os valores dos *inputs* a partir dos quais se obtiveram determinados resultados ou *outputs*, sendo que nos modelos determinísticos nem sempre tal dependência é tão facilmente evidenciada (Palisade Corporation). Permite, ainda, detalhar a estrutura de causa-efeito entre variáveis de entrada e de saída, e, conseqüentemente, detalhar o efeito de variações em alguns fatores na variação de outros fatores, dependentes dos primeiros (Palisade Corporation). No entanto, a elevada exigência computacional e temporal deste método, que aumenta com o aumento da dimensão da amostra ou com a complexidade dos modelos que incorpora, pode ser uma desvantagem na sua utilização (UNESCO, 2005, & Brusamarello, 2011), embora os meios informáticos atualmente disponíveis tendam progressivamente a tornar irrelevante esse aspeto.

De acordo com as fases apresentadas para a aplicação do método de Monte Carlo, no presente caso de estudo o procedimento implementado utilizou a geração aleatória para cada um dos parâmetros analisados de uma amostra composta por valores equiprováveis no intervalo  $[0;1]$ , sendo que cada um dos valores gerados neste intervalo foi assimilado a uma probabilidade de não-excedência (amostra de realizações de uma variável aleatória com distribuição uniforme naquele intervalo). Posteriormente, por inversão da função distribuição de probabilidade estabelecida para cada parâmetro, procedeu-se ao cálculo dos valores desse parâmetro para as dife-

rentes probabilidades de não-excedência antes geradas. Tal procedimento está esquematizado na Figura 4.1.



**Figura 4.1** Esquema explicativo da geração aleatória de valores de um parâmetro. À esquerda, amostra aleatória de valores uniforme no intervalo [0;1] e, à direita, função distribuição de probabilidade associada a esse parâmetro.

No anterior procedimento tem particular importância o modelo adotado para descrever a função distribuição de probabilidade de cada parâmetro, como se retomará nos subcapítulos 4.3.2 *Incerteza associada ao caudal de ponta de cheia*, 4.3.3 *Incerteza associada ao coeficiente de Manning-Strickler* e 4.3.4 *Incerteza associada à geometria das secções transversais*.

A partir do conjunto de valores relativos a um dado parâmetros prossegue-se com a simulação no modelo hidráulico da qual resulta a caracterização da configuração da superfície livre quando se considera exclusivamente a incerteza advém desse parâmetro.

No contexto apresentado, a metodologia implementada para associar incerteza à estimação da superfície livre num trecho de canal natural com geometria caracterizada através de perfis transversais compreendeu as seguintes etapas:

- i. Estabelecimento do modelo de cálculo da configuração da superfície livre.
- ii. Opção, de entre os parâmetros ou variáveis presentes no anterior modelo, daqueles que se admitiu possuírem incerteza.
- iii. Atribuição aos anteriores parâmetros/variáveis de funções capazes de modelar a sua incerteza, nos termos referidos a propósito da Figura 4.1.
- iv. Considerando individualmente cada um desses parâmetros/variáveis, geração de um grande número de possíveis valores do mesmo (Figura 4.1).
- v. Para cada um desses valores, processamento do modelo hidráulico de cálculo da configuração da superfície livre.

- vi. Armazenamento das cotas da superfície nos diferentes perfis de cálculo obtidas no conjunto das simulações efetuadas e tratamento dessa informação.
- vii. Repetição das etapas iii. a vi. para outro parâmetro.
- viii. Atribuição ao conjunto dos parâmetros, considerados globalmente, de um grande número de possíveis valores desse conjunto.
- ix. Repetição das etapas v. a vi. para o conjunto de parâmetros considerados globalmente.

Atendendo à sequência apresentada, segue-se a descrição do modelo hidráulico de cálculo da configuração da superfície livre num trecho de canal, bem como da forma de implementação desse modelo, mediante programação em MATLAB® (subcapítulo 4.2 *Modelo Hidráulico*).

De entre os parâmetros e variáveis presentes no anterior modelo, optou-se por associar incerteza à estimativa do caudal escoado para um dado critério de excecionalidade (expresso pelo período de retorno), à própria geometria do leito e margens do curso de água e ao parâmetro que, na fórmula de resistência ao escoamento, atende à rugosidade ao longo de cada secção transversal. São, assim, também apresentados os procedimentos implementados para associar incerteza a cada uma das anteriores variáveis/parâmetro (subcapítulos 4.3.2 *Incerteza associada ao caudal de ponta de cheia*, 4.3.3 *Incerteza associada ao coeficiente de Manning-Strickler* a 4.3.4 *Incerteza associada à geometria das secções transversais*).

Esclarece-se, desde já, que o caso de estudo de aplicação da metodologia desenvolvida utilizou um trecho do rio Tejo com início na secção da estação hidrométrica de Almourol (código 17G/02H), com aproximadamente 800 m de extensão. Tal trecho foi caracterizado por meio de cinco perfis transversais. A condição de fronteira do escoamento nesse trecho adveio da curva de vazão disponível para aquela estação.

## 4.2 MODELO HIDRÁULICO

Os modelos hidráulicos podem ser classificados como unidimensionais (1D) ou bidimensionais (2D), sendo os primeiros de uso mais comum no estudo da propagação de cheias (Timbe, et al., 2004). Os modelos 1D consideram uma distribuição uniforme de velocidades (velocidade média) na vertical de cada secção, podendo variar o seu valor de secção para secção, segundo a direção predominante do escoamento. Os modelos 2D envolvem dois tipos de modelos distintos:

- os modelos que incluem as equações da hidrodinâmica segundo duas direções no plano horizontal e que consideram uma distribuição uniforme de velocidades (velocidade média) no plano vertical, sendo estes os modelos usados no estudo da propagação de cheias;
- os modelos com as equações segundo a direção do escoamento (direção considerada predominante) no plano horizontal e que consideram a variação da velocidade no

plano vertical. Este tipo de modelos é usado na análise de problemas especiais no âmbito da hidráulica fluvial.

É, portanto, fácil concluir que os modelos bidimensionais requerem mais tempo de cálculo e uma capacidade computacional mais elevada, sendo, essencialmente, utilizados em escoamentos mais localizados.

Além dos modelos unidimensionais e bidimensionais existem estudos realizados em modelos quasi-2D. Este tipo de modelos resulta da combinação dos dois primeiros tal que as equações do escoamento são resolvidas unidimensionalmente mas a discretização do modelo no plano horizontal é assumida bidimensional (Lindenschmidt, et al., 2008). Neste tipo de modelos são considerados açudes ou descarregadores laterais para simular a ligação entre os diferentes canais (Timbe, et al., 2004).

Dada a relativa complexidade dos modelos bidimensionais e a possibilidade do escoamento num canal natural em regime lento ser muito razoavelmente aproximado por um modelo unidimensional, optou-se por um modelo deste tipo para o desenvolvimento do presente estudo.

Um dos programas mais amplamente utilizado para o cálculo da superfície livre em canais naturais segundo um modelo unidimensional é o programa HEC-RAS, desenvolvido pelo US Army Corps of Engineers. No entanto, no contexto do presente estudo, ou seja, numa análise de incertezas associadas a vários parâmetros através da aplicação do método de Monte Carlo, o recurso ao programa HEC-RAS exibiria uma grande limitação na introdução dos dados que servem de base ao cálculo da configuração da superfície livre, uma vez que pressuporia o processamento do programa nas sucessivas secções do trecho fluvial de modo independente para cada uma dos milhares de diferentes combinações dos valores dos parâmetros a ensaiar.

Assim, optou-se por programar em MATLAB® um modelo hidráulico unidimensional que calcule a cota da superfície livre autonomamente para diferentes valores de um mesmo parâmetro ou para diferentes combinações dos valores dos sucessivos parâmetros, desde que tal informação esteja armazenada na forma de vetor.

O modelo hidráulico programado para a resolução do problema da superfície livre baseia-se na aplicação da equação da energia (equação de Bernoulli) para escoamentos permanentes gradualmente variados de líquidos perfeitos:

$$\frac{d}{ds} \left( \frac{p}{\gamma} + y + \frac{u^2}{2g} \right) = -i \quad (4.1)$$

em que  $i$  iguala a dissipação de energia ao longo da trajetória ( $\text{m m}^{-1}$ ),  $p$  é a pressão em qualquer ponto da trajetória (Pa),  $y$  é a respetiva cota relativamente a um plano horizontal de referência (m),  $\gamma$  é o peso volúmico do líquido ( $\text{N m}^{-3}$ ),  $u$  é a velocidade ( $\text{m s}^{-1}$ ) e  $g$  é a aceleração da gravidade ( $\text{m s}^{-2}$ ) (ver Figura 4.2). Esta equação representa a energia mecânica total por unidade de peso do fluido (carga hidráulica).

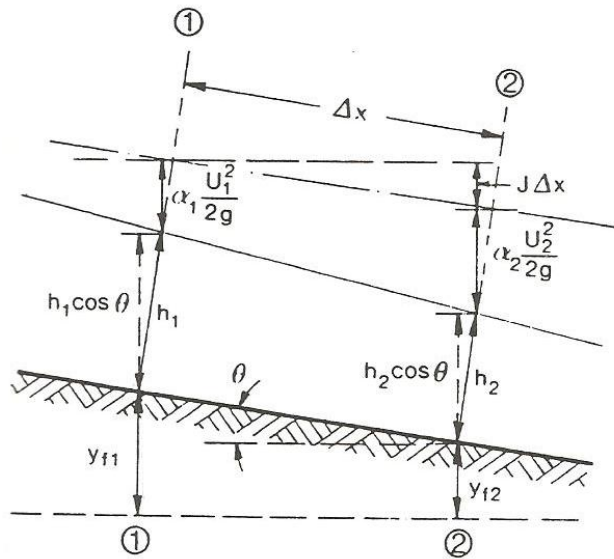


Figura 4.2 Variáveis da equação da energia (equação 4.1) (fonte: Cardoso, 1998).

Para o estudo de escoamentos reais ao longo de um canal natural a partir da equação da energia é necessário ter em conta as perdas de carga contínuas e a forma da distribuição de velocidades, podendo ainda incluir-se as perdas de carga em singularidades. Assim, considerando um escoamento permanente gradualmente variado num canal pouco inclinado ( $\cos\theta \approx 1$ , sendo  $\theta$  o ângulo do fundo com a horizontal, ver Figura 4.2), a equação da energia pode escrever-se (Cardoso, 1998):

$$h_m + y_{fm} + \alpha_m \frac{Q^2}{S_m^2 2g} = h_j + y_{fj} + \alpha_j \frac{Q^2}{S_j^2 2g} + J\Delta x + \Delta E \quad (4.2)$$

onde  $m$  e  $j$  identificam as secções de montante e de jusante, respetivamente, e as restantes variáveis têm os seguintes significados:

- $Q$  – caudal escoado ( $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ );
- $S$  – área da secção na qual se dá o escoamento ( $\text{m}^2$ );
- $y_f$  – cota do fundo (m);
- $h$  – altura do escoamento (m);
- $J$  – perda de carga unitária no trecho entre secções ( $\text{m m}^{-1}$ );
- $\alpha$  – coeficiente de Coriolis; numa secção com velocidade uniforme, como é o caso, assume o valor 1;
- $\Delta x$  – distância entre secções (m);
- $\Delta E$  – perda de carga em singularidades (m).

Tendo-se desprezado as perdas de carga singulares no trecho ( $\Delta E=0$ ), a única incógnita que surge na resolução da equação 4.2, uma vez que se conheçam as características do escoamento,

mento nessa secção, é a variável  $J$  num troço de comprimento  $\Delta x$ , que se assumirá como a média aritmética dos valores de  $J$  nas secções que delimitam este troço (Cardoso, 1998).

$$J = \frac{J_m + J_j}{2} \quad (4.3)$$

No cálculo da perda de carga a atribuir ao escoamento em cada secção adotou-se a hipótese do regime uniforme tangente. Esta hipótese admite que, em cada secção, a perda de carga para um dado caudal pode ser aproximada pela perda de carga que aí ocorreria se tal caudal se escoasse nessa secção em regime uniforme, em cujo cálculo se torna assim possível aplicar as fórmulas de cálculo de perdas de carga em regime uniforme. De entre essas fórmulas, seleccionou-se a de Manning-Strickler, do que resulta:

$$J' = \frac{Q^2}{K_s^2 S^2 R^{4/3}} \quad (4.4)$$

em que  $J'$  é a perda de energia numa secção ( $\text{m m}^{-1}$ ),  $Q$  é o caudal escoado ( $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ ),  $K_s$  é o coeficiente da fórmula de Manning-Strickler ( $\text{m}^{1/3} \text{s}^{-1}$ ) (inverso do coeficiente de Manning,  $n$ ),  $S$  é a área da secção molhada ( $\text{m}^2$ ), delimitada superiormente pela cota da superfície livre, e  $R$  é o respetivo raio hidráulico (m), dado por:

$$R = \frac{S}{P} \quad (4.5)$$

onde  $P$  é o perímetro molhado da secção (m).

A equação 4.2 é a base de cálculo das curvas de regolfo, ou seja, da configuração da superfície livre em regime permanente gradualmente variado ao longo dos sucessivos perfis transversais que caracterizam um canal com leito fixo. O cálculo processa-se, no caso de escoamentos lentos, de jusante para montante, a partir de uma secção de controlo localizada a jusante, e no caso de escoamentos rápidos, de montante para jusante, a partir de uma secção de controlo localizada a montante. Tanto num caso, como noutro, não é possível considerar, diretamente, mudanças de regime (Cardoso, 1998).

Um dos métodos numéricos mais usados no anterior cálculo é o *standard-step method*. Para a sua utilização é necessário conhecer a geometria das secções de cálculo (perfis transversais do leito do rio e margens) e, em cada uma destas secções e atendendo a essa geometria, expressar a área, o perímetro molhado e a rugosidade em função do nível da superfície livre. Por tornar o esquema de cálculo mais acessível, a exposição que se segue considera o cálculo das cotas da superfície livre e não das alturas de escoamento (obtidas daquelas cotas por subtração das cotas do fundo).

No caso de um escoamento em regime lento o *standard step-method* possibilita a estimação da cota da superfície em cada nova secção de cálculo baseado no procedimento iterativo que a seguir se descreve, o qual pressupõe que se conhece a cota da superfície livre (e, consequen-

temente, as demais características do escoamento, a saber, a área da secção transversal, o perímetro molhado e a perda de carga unitária) na secção imediatamente a jusante da nova secção, por tal cota advir da condição de fronteira ou por ter resultado do passo de cálculo anterior:

- i. Atendendo à cota conhecida da superfície livre na secção de jusante e ao facto de não se esperarem diferenças muito acentuadas entre as cotas daquela superfície entre secções contíguas, arbitra-se a cota da superfície livre na nova secção de cálculo próxima ou igual à cota naquela secção de jusante.
- ii. Para a cota arbitrada e atendendo ao perfil da secção transversal do curso de água, calculam-se a área do escoamento e o correspondente raio hidráulico, bem como a respetiva perda de carga unitária, por aplicação das equações 4.4 e 4.5.
- iii. Calcula-se a perda de carga total no troço compreendido entre as duas secções, tendo em conta a equação 4.3.
- iv. Com base nos resultados antecedentes, verifica-se se a equação da energia (equação 4.2) é satisfeita, a menos de um erro de fecho; em caso afirmativo, o valor arbitrado para a cota da superfície livre é considerado correto; caso contrário, repetem-se os passos 1 a 4, sendo que a nova cota arbitrada deve ponderar a cota de que se partiu e a cota a que se chegou.

Definidos os passos de cálculo das cotas da superfície livre é, então, possível desenvolver o algoritmo global do modelo hidráulico com o objetivo de estimar a configuração da superfície livre num trecho de canal natural, portanto com geometria variável. Para tal, programou-se uma função principal (função escoamento\_(...).m) a partir da qual são chamadas as funções para o cálculo das alturas de escoamento na secção mais a jusante (função alturas\_escoamento.m – Anexo A.1.), da linha poligonal que delimita a secção (função limite\_seccao.m – Anexo A.2.), do perímetro molhado (função perim\_molhado.m – Anexo A.3.) e da área (função area.m – Anexo A.4.).

Para o início do cálculo são fornecidos ao programa os valores do caudal escoado, do coeficiente da fórmula de Manning-Strickler e do erro admissível entre cotas arbitradas e decorrentes do cálculo. Importa anotar que, em face do volume de trabalho a desenvolver, se entendeu adequado simplificar alguns aspetos, nomeadamente no que respeita ao valor do coeficiente da fórmula de Manning-Strickler que, em cada simulação, foi considerado único para todo o trecho fluvial, embora embebido de incerteza. Seguidamente são fornecidos ao programa os pontos que definem os perfis transversais das várias secções que compõem o trecho de rio em análise. Dessas secções, no primeiro passo de cálculo o programa vai buscar a mais a jusante (secção de jusante e, no caso do primeiro passo de cálculo, também de controlo) e a secção adjacente imediatamente a montante (secção de montante). No caso em estudo, a secção mais a jusante do trecho de rio (secção de controlo) coincide com uma estação hidrométrica (a estação de Almou-



rol cujo código é 17G/02H, como antes especificado), pelo que, a partir do valor do caudal e por aplicação da curva de vazão estabelecida para essa estação, é calculada a altura do hidrométrica e, logo, a correspondente cota da superfície e demais características do escoamento. Apesar de existir incerteza inerente às curvas de vazão, como discutido anteriormente, ressalva-se, desde já, que não foi atribuída nenhuma incerteza à curva de vazão disponível, pelo que se admitiu como certa a cota da superfície livre fornecida por essa curva para cada caudal escoado.

Conhecidas as coordenadas dos pontos que definem o perfil transversal da secção transversal de jusante e atendendo à altura do hidrométrica fornecida pela curva de vazão, é possível prosseguir com o cálculo da secção do escoamento (função `limite_seccao.m` – Anexo A.2) e especificar os correspondentes valores do perímetro molhado (função `perim_molhado.m` – Anexo A.3) e da área (função `area.m` – Anexo A.4) e, a partir desses valores, do raio hidráulico (equação 4.5). Pela equação 4.4 é, então, calculada a perda de carga unitária nessa secção.

Para a secção de montante, na primeira iteração, assume-se que a cota da superfície livre é a mesma do que na secção anterior, ou seja, é o valor resultante da aplicação da curva de vazão ao caudal definido. De seguida e uma vez que já se dispõe de uma cota, o procedimento apresentado para a secção de jusante é aplicado à secção que lhe está imediatamente a montante, obtendo-se, para além da perda de carga, a energia do escoamento nesta secção, calculada a partir da equação 4.2 e expressa na equação 4.6.

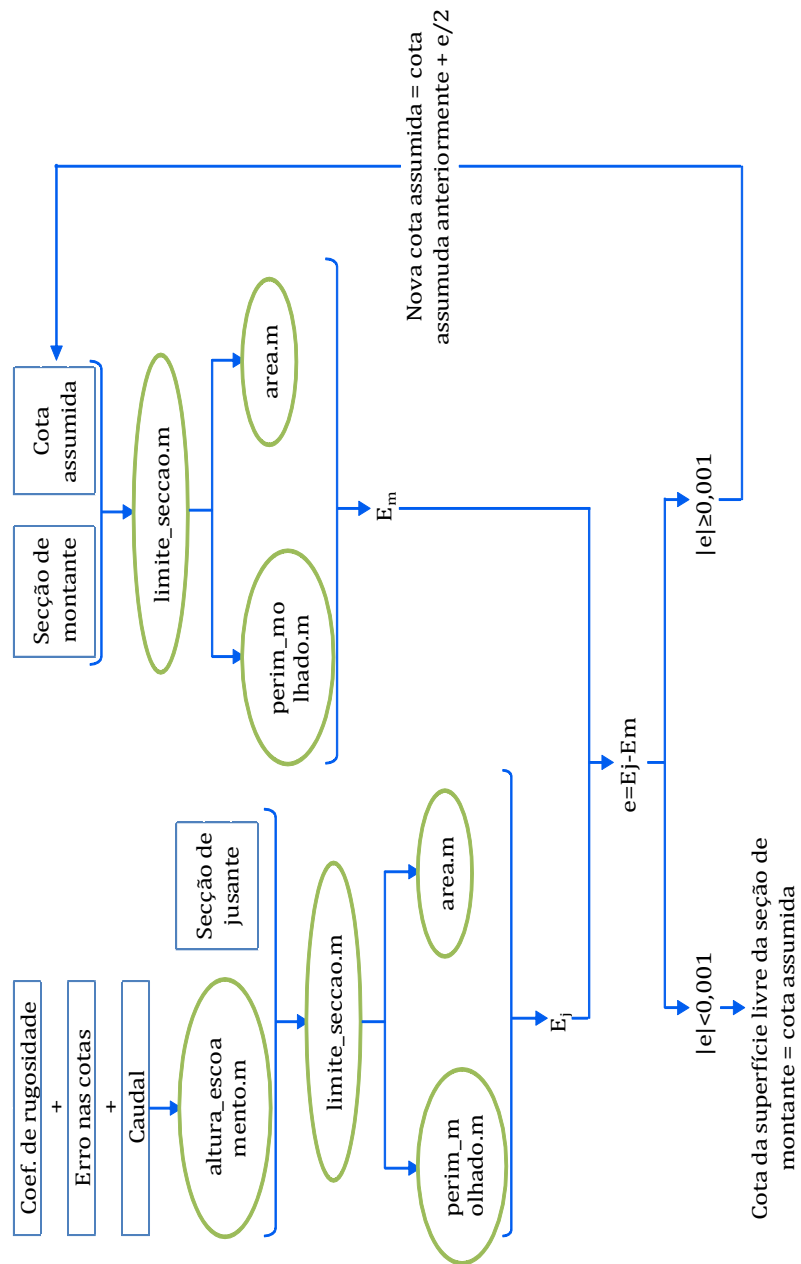
$$E_m = \frac{Q^2}{S_j^2 2g} + h_m \quad (4.6)$$

Uma vez que o objetivo do problema é verificar se a energia (carga) do escoamento a jusante é igual à energia do escoamento a montante adicionada da perda de carga no trecho de rio, então procede-se ao cálculo da primeira, segundo a equação 4.7:

$$E_j = \frac{Q^2}{S_j^2 2g} + h_j + \frac{J_m + J_j}{2} \Delta x \quad (4.7)$$

Desta forma, o erro ( $e$ ) associado ao fato de se assumir que a cota da superfície livre da secção de montante é igual à cota da superfície livre da secção de jusante é dado pela diferença entre a energia do escoamento a jusante e a energia do escoamento a montante. Uma vez que a equação da energia não se verifica, procede-se a uma nova iteração, arbitrando que a cota da superfície livre da secção de montante será igual à cota da superfície livre considerada na iteração anterior adicionada de metade do erro obtido. Procede-se desta forma até que o erro obtido seja inferior a um valor admissível que, no caso em estudo, se fixou em 0.001 m.

A Figura 4.3 contém a representação esquemática do procedimento de cálculo descrito acima. As funções desenvolvidas em MATLAB® podem ser consultadas no Anexo A.



**Figura 4.3 Esquema de cálculo das cotas da superfície livre.**

A confirmação de que o algoritmo desenvolvido estava bem implementado computacionalmente foi feita através da comparação dos resultados obtidos por este com os resultados obtidos pelo HEC-RAS, para diversas combinações de *inputs*.

## 4.3 MODELAÇÃO DAS INCERTEZAS

### 4.3.1 INTRODUÇÃO

Como referido anteriormente, numa primeira fase de uma análise de incerteza é necessário associar e, posteriormente, modelar a incerteza de cada uma das variáveis/parâmetros que se admitiu estar sujeita a essa incerteza. Por associar entende-se a definição da lei estatística que se admitiu melhor descrever a incerteza dessa variável, enquanto a modelação da incerteza diz respeito à definição dos parâmetros que caracterizam esta lei.

Neste subcapítulo apresenta-se a metodologia e os pressupostos que permitem associar e modelar a incerteza às variáveis selecionadas como sendo incertas, assumindo que o restante do modelo adotado não compreende qualquer fonte de incerteza.

Tal como explicitado no capítulo 3. *Análise de Incertezas*, Análise de Incerteza, as variáveis às quais se associou incerteza são o caudal escoado, o coeficiente de Manning e a geometria das secções transversais do trecho de rio analisado.

### 4.3.2 INCERTEZA ASSOCIADA AO CAUDAL DE PONTA DE CHEIA

#### 4.3.2.1 Nota prévia

A configuração da superfície livre foi calculada tendo como pressuposto o caudal de ponta de cheia centenária, enquanto condição de projeto mais frequentemente adotada para a análise de cheias, designadamente, na delimitação de leitos de cheias. No entanto, importa referir que, em rigor, a escolha do período de retorno depende do âmbito específico da análise de cheias, podendo inclusivamente resultar da aplicação de regulamentos, como seja o caso do dimensionamento dos órgãos de segurança de barragens.

O caudal de ponta de cheia centenária, ou caudal com período de retorno de 100 anos, é estimado recorrendo ao tratamento estatístico de uma amostra de caudais instantâneos máximos anuais. No presente estudo recorreu-se à amostra de caudais instantâneos máximos anuais registados na estação hidrométrica de Almourol (código 17G/02H), disponibilizada no *site* do Sistema Nacional de Informação de Recursos Hídricos (SNIRH), com 25 elementos.

Conhecida a anterior amostra é, então, possível verificar a lei estatística que melhor se ajusta à mesma de forma a calcular os caudais para determinados períodos de retorno. O período de retorno,  $T$ , em anos, relaciona-se com a probabilidade de não-excedência,  $F$ , de acordo com:

$$F = 1 - \frac{1}{T} \quad (4.8)$$

É através do valor da probabilidade de não-excedência,  $F$ , que será calculado o caudal para o período de retorno referente a esta probabilidade, mediante inversão de uma lei estatística, para o que é, também, necessário dispor dos parâmetros dessa lei e das estatísticas amostrais, como será abordado mais à frente.

Nos próximos subcapítulos apresentam-se o tratamento estatístico de que a amostra de caudais instantâneos máximos anuais foi alvo e a metodologia adotada para a introdução da incerteza nas estimativas do caudal de ponta de cheia.

#### 4.3.2.2 Tratamento estatístico da amostra de caudais instantâneos máximos anuais

Uma vez recolhida a amostra de caudais instantâneos máximos anuais, utilizada na presente investigação, estimam-se os respetivos parâmetros estatísticos, designadamente, a média,  $\bar{x}$  ( $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ ), a variância (com correção do viés),  $s'^2$  ( $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ ), o coeficiente de variação,  $cv$ , e o coeficiente de assimetria (com correção do viés),  $C_a$ , ambos adimensionais – equações 4.9, 4.10, 4.11 e 4.12, respetivamente.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \quad (4.9)$$

$$s'^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N - 1} \quad (4.10)$$

$$cv = \frac{s'}{\bar{x}} \quad (4.11)$$

$$C_a = \frac{N \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^3}{(N - 1)(N - 2)s'^3} \quad (4.12)$$

Nas equações supracitadas  $N$  representa a dimensão da amostra e  $x_i$  as suas realizações.

Seguidamente postulam-se várias leis estatísticas de forma a encontrar a que melhor se ajusta à amostra recolhida. As leis postuladas neste estudo foram as leis Normal ou de Gauss, log-Normal ou de Galton, de Gumbel, de Pearson III, log-Pearson III e de Goodrich. Importa anotar que a inclusão de leis logarítmicas apresenta a grande vantagem de assegurar que o algoritmo de geração não conduz a caudais negativos.

A seleção da lei estatística que melhor representa a amostra de caudais instantâneos máximos anuais foi feita visualmente. Para tal, representaram-se, num mesmo gráfico e em papel de probabilidade da lei Normal, as anteriores leis estatísticas e os caudais da amostra e identificou-se a lei que mais se aproximava dos valores daquela amostra, como se retomará no subcapítulo 5.2 *Caudal de ponta de cheia centenária*.

Para a representação gráfica de cada uma das leis postuladas arbitraram-se diferentes probabilidades de não-excedência para as quais se estimaram os correspondentes

caudais. A estimativa do caudal para cada probabilidade arbitrada,  $F$ , pressupõe a aplicação do método dos momentos o qual dá suporte teórico à seguinte equação:

$$\hat{X} = \bar{x} + Ks' \quad (4.13)$$

em que  $\bar{x}$  é a média amostral ( $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ ),  $s'$  é o desvio-padrão amostral ( $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ ) e  $K$  é o fator de probabilidade, dependente da lei em causa, de acordo com as equações 4.14, 4.15, 4.16 e 4.17 apresentadas na Tabela 4.1.

**Tabela 4.1 Fatores de probabilidade para as diferentes leis postuladas.**

Lei	Fator de probabilidade	
<b>Normal e log-Normal</b>	$K_N = w - \frac{2,515517 + 0,802853w + 0,010328w^2}{1 + 1,432788w + 0,189269w^2 + 0,001308w^3}$ <p style="text-align: center;"><i>com</i> <math>w = [\ln(T^2)]^{1/2}</math></p>	(4.14)
<b>Gumbel</b>	$K_G = -\frac{\sqrt{6}}{\pi} \left\{ 0,577216 + \ln \left[ \ln \left( \frac{1}{F} \right) \right] \right\}$	(4.15)
<b>Pearson III e log-Pearson III</b>	$K_P \cong \frac{2}{C_a} \left\{ \left[ \left( z - \frac{C_a}{6} \right) \frac{C_a}{6} + 1 \right]^3 - 1 \right\}$ <p>sendo <math>C_a</math> o coeficiente de assimetria da amostra de caudais instantâneos máximos anuais ou da amostra dos logaritmos desses caudais, para a lei de Pearson III e log-Pearson III, respetivamente.</p>	(4.16)
<b>Goodrich</b>	$B_K = [\Gamma(2N + 1) - \Gamma^2(N + 1)]^{-1/2}$ $A_K = [1 - \Gamma(N + 1)]B_K$ $K_W = A_K + B_K \left\{ \left[ -\ln \left( \frac{1}{T} \right) \right]^N - 1 \right\}$	(4.17)

É importante notar que o fator de probabilidade das leis Normal e log-Normal pode ser calculado pela aplicação da função inversa da Normal reduzida, enquanto que para as leis Pearson III e log-Pearson III pode ser aplicada a função inversa da distribuição gama padronizada.

Para representar graficamente a amostra de caudais instantâneos máximos anuais atribuiu-se a cada caudal a respetiva probabilidade empírica de não-excedência que, nas aplicações efetuadas, foi avaliada pela fórmula de Weibull, dada pela equação 4.18:

$$F = \frac{i}{N + 1} \quad (4.18)$$

A aplicação da fórmula de Weibull pressupõe que os elementos da amostra estejam ordenados por ordem crescente e, assim,  $i$  diz respeito ao número de ordem do caudal para o qual se quer calcular a probabilidade empírica, sendo  $N$  a dimensão da amostra (número de anos com registos), como antes especificado.

De entre as leis apresentadas, a que exibiu um melhor ajustamento à amostra de caudais instantâneos máximos anuais recolhida na estação hidrométrica de Almourol

(17G/02H) foi a lei log-Normal, cuja caracterização se retomará no capítulo 5.2 *Caudal de ponta de cheia*, antecedendo a sua adoção averiguou-se a hipótese de normalidade da variável aleatória constituída pelos logaritmos dos caudais mediante aplicação do teste de Snedecor e Cochran, 1989 (in Portela Ramos Silva, 1989).

Segundo esse teste, a hipótese de uma amostra  $X$  provir de uma população que pode ser representada por uma lei Normal é rejeitada com um nível de confiança de  $\eta=1-\alpha$ , onde  $\alpha$  é o nível de significância, quando se verifica a condição expressa pela equação 4.19:

$$\left| \frac{C_{aX}}{\left(\frac{6}{N}\right)^{0.5}} \right| > \Phi^{-1} \left( 1 - \frac{\alpha}{2} \right) \quad (4.19)$$

onde  $C_a$  é o coeficiente de assimetria da amostra,  $N$  a dimensão da amostra e  $\Phi^{-1}$  é a função inversa da distribuição Normal padrão, com média nula,  $\mu=0$ , e desvio-padrão unitário,  $\sigma=1$ . A verificação da anterior equação permite aceitar a hipótese de a amostra provir de uma distribuição Normal, por o seu coeficiente de assimetria não ser significativamente diferente de zero. Uma vez que se pretende verificar com este teste se a amostra de caudais instantâneos máximos anuais pode ser representada pela lei log-Normal há que ter em atenção que o coeficiente de assimetria a considerar é o dos logaritmos dessa amostra.

Como se mostrará no capítulo 5. *Caso de Estudo*, o resultado do anterior teste aliado à apreciação visual do ajuste da lei log-Normal à amostra de caudais instantâneos máximos anuais na estação hidrométrica de Almourol levou a adotar esta lei para caracterizar estes caudais. Por tal motivo, optou-se por detalhar a lei log-Normal conforme se apresenta no item que se segue.

#### 4.3.2.3 Lei estatística log-Normal

Uma variável contínua  $X$  segue uma lei estatística log-Normal, ou de Galton, quando resulta da multiplicação de um grande número de componentes aleatórios independentes  $X_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ), ou seja,  $X=X_1.X_2 \dots X_n$ . Nesta situação, uma variável  $Y=\ln(X)$ , tal que  $Y=\ln(X_1)+\ln(X_2)+\dots+\ln(X_n)$  irá tender para uma variável Normal, com parâmetros  $\mu_Y$  e  $\sigma_Y$  (Naghettini, et al., 2007). Pode, assim, afirmar-se que a variável  $X$  segue uma distribuição log-Normal com parâmetros  $\mu_{\ln(X)}$  e  $\sigma_{\ln(X)}$  que, abreviadamente, pode ser escrita na forma  $X \sim LN(\mu_{\ln(X)}, \sigma_{\ln(X)})$ .

Uma distribuição do tipo log-Normal é, portanto, um modelo a dois parâmetros: a média, que faz variar a posição da curva da distribuição e por isso é apelidado de parâmetro de localização, e o desvio-padrão, que faz variar a amplitude da curva e, por isso, é conhecido como parâmetro de escala. A média e o desvio-padrão de uma variável  $X$  que

apresente uma distribuição log-Normal são calculados pelas equações 4.9 e 4.10. Estes parâmetros relativos à variável X relacionam-se com a média e o desvio-padrão dos logaritmos dessa variável – variável  $Y=\ln(X)$  – de acordo com as equações 4.20 e 4.21, respetivamente.

$$\mu_X = \exp\left[\mu_{\ln(X)} + \frac{\sigma_{\ln(X)}^2}{2}\right] \quad (4.20)$$

$$\sigma_X = \mu_X \sqrt{\exp(\sigma_{\ln(X)}^2) - 1} \quad (4.21)$$

Representando  $\mu$  a média e  $\sigma$  o desvio-padrão da variável identificada em índice.

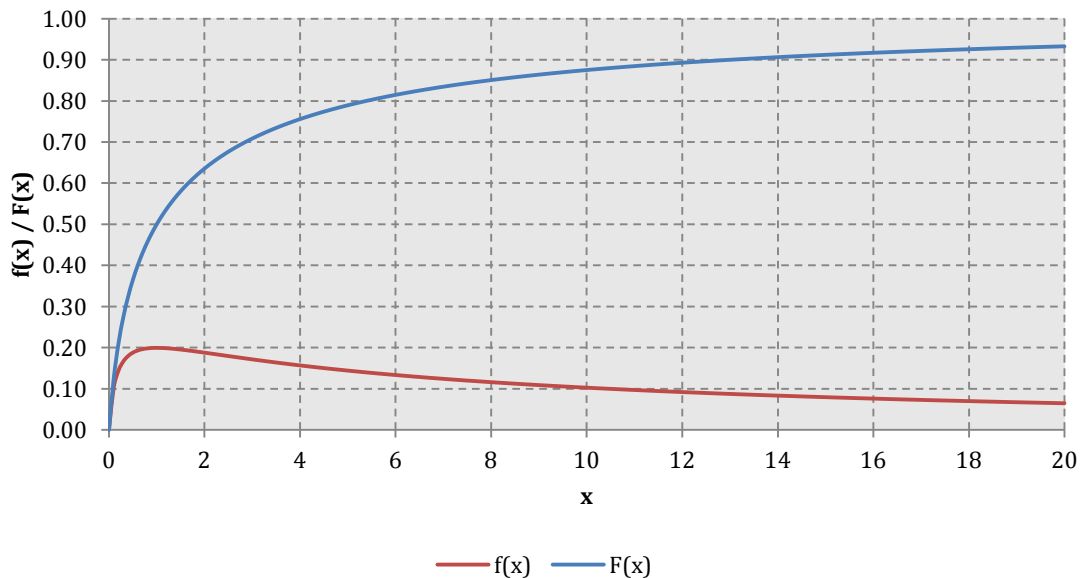
A função densidade de probabilidade da variável log-Normal X, é dada por:

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma_Y\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{y - \mu_Y}{\sigma_Y}\right)^2\right] \quad (4.22)$$

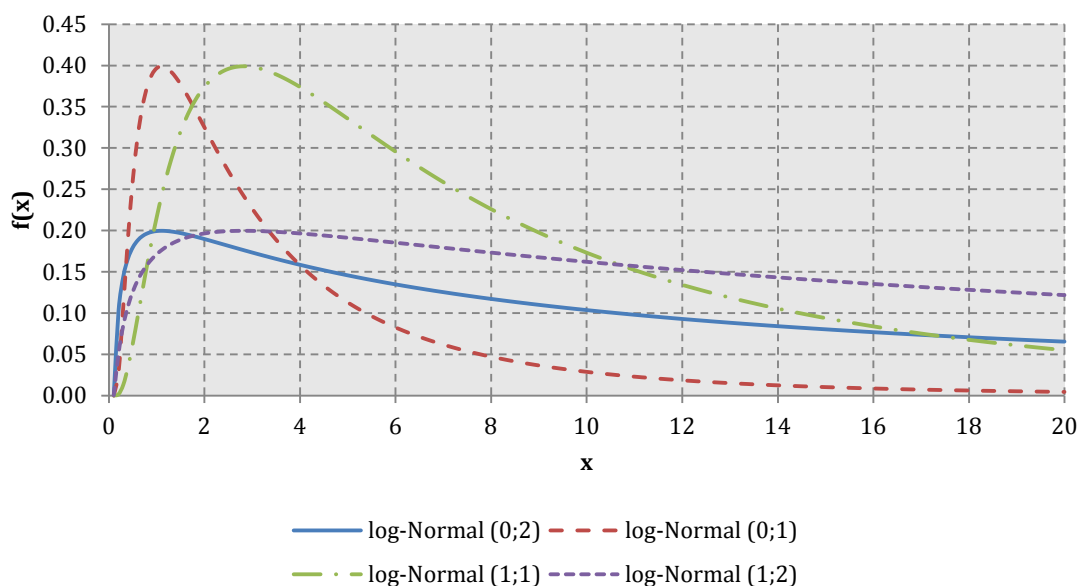
enquanto a função distribuição de probabilidade toma a seguinte forma:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{x\sigma_Y\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{y - \mu_Y}{\sigma_Y}\right)^2\right] dy \quad (4.23)$$

Graficamente, a função densidade de probabilidades log-Normal,  $f(x)$ , e a respetiva função distribuição de probabilidade,  $F(x)$ , têm o aspeto apresentado no Gráfico 4.1, enquanto no Gráfico 4.2 estão representadas as consequências da variação da média e do desvio-padrão na curva representativa daquela distribuição.



**Gráfico 4.1 Distribuição de probabilidades log-Normal e respetiva distribuição acumulada.**



**Gráfico 4.2** Variação da distribuição de probabilidades log-Normal com a variação da média e do desvio-padrão.

#### 4.3.2.4 Introdução da incerteza relativa ao caudal de ponta de cheia

A introdução da incerteza na variável *caudal* passa por admitir que a amostra de caudais instantâneos máximos anuais que se dispõe é apenas uma das infinitas amostras desses caudais, sendo que cada uma destas amostras, embora desconhecida, é tão provável quanto aquela amostra.

Para dispor de amostras tão prováveis quanto a registada na estação hidrométrica de Almourol, recorreu-se a um processo de Monte Carlo. Para o efeito, foram gerados  $N$  números aleatórios uniformes entre zero e um, sendo  $N$  a dimensão da amostra na mencionada estação hidrométrica. Cada um desses números aleatórios foi feito corresponder a uma probabilidade de não-excedência para a qual foi calculado o respetivo fator de probabilidade – equação da Tabela 4.1. Mediante introdução deste fator na equação 4.13 aplicada à média e ao desvio-padrão da amostra dos logaritmos dos caudais instantâneos máximos anuais foi possível estimar o caudal de ponta de cheia para aquela probabilidade. No conjunto dos  $N$  números aleatórios gerados resulta, assim, uma amostra sintética de  $N$  valores de caudais instantâneos máximos anuais à qual foi aplicada a lei log-Normal de modo estimar o caudal de ponta da cheia centenária.

No seguimento do descrito no parágrafo anterior, o procedimento adotado para a introduzir incerteza na variável *caudal de ponta de cheia centenária* foi o que se segue:

- Constituição da amostra de caudais instantâneos máximos anuais,  $X$ , mediante recolha de registos, com identificação da respetiva dimensão,  $N$ .
- Tratamento estatístico da anterior amostra,  $X$ , no pressuposto de aplicação da lei log-Normal; para o efeito, procedeu-se à constituição prévia da amostra,  $Y$ ,



dos logaritmos dos caudais instantâneos máximos anuais e calcularam-se as correspondentes estatísticas amostrais, nomeadamente, média e desvio-padrão, neste último caso, através do estimador com correção do viés.

- iii. Arbítrio do número,  $h$ , de amostras sintéticas de caudais de ponta de cheia com período de retorno de 100 anos, cada amostra com dimensão  $N$ , a considerar na análise de incerteza. Atendendo a que o valor de  $h$  deve ser tão elevado quanto possível de modo a que as amostras sintéticas permitam caracterizar a variabilidade do fenómeno natural expresso pela variável  $X$ , adotou-se  $h = 10000$ .
- iv. Geração de uma matriz de dimensões  $(N \times h)$  em que cada elemento corresponde a um número aleatório e equiprovável entre zero e um.
- v. Considerando que cada um dos anteriores números aleatórios representa uma probabilidade de não-excedência, cálculo do correspondente fator de probabilidade. No pressuposto de aplicação da lei log-Normal, tal fator é dado pelo valor da Normal reduzida para essa probabilidade de não excedência.
- vi. Aplicação, a cada um dos valores do fator de probabilidade, da equação 4.13 tendo por base a média e o desvio-padrão (com correção do viés) da amostra  $Y$  dos logaritmos dos caudais com obtenção do logaritmo de um caudal de ponta de cheia e, por inversão da função logarítmica, do correspondente caudal de ponta de cheia.
- vii. Por aplicação do anterior procedimento a cada um dos elementos da matriz de  $(N \times h)$  números aleatórios, obtenção de  $h$  amostras, cada composta por  $N$  caudais sintéticos de ponta de cheia.
- viii. Tratamento estatístico e de modo independente de cada uma das anteriores  $h$  amostras sintéticas de  $N$  elementos cada, mais uma vez, no pressuposto de aplicação da lei log-Normal, com cálculo do correspondente caudal de ponta de cheia com período de retorno de 100 anos. No conjunto das  $h$  amostras sintéticas, obtiveram-se, assim, igual número de caudais de ponta da cheia centenária a considerar na análise de incertezas.

Do anterior procedimento resultam 10000 caudais com período de retorno de 100 anos distribuídos segundo a lei log-Normal.

O procedimento descrito nos pontos i. a vii. corresponde à função `geracao_caudais.m` (Anexo A.8.) do programa desenvolvido em MATLAB®.

### 4.3.3 INCERTEZA ASSOCIADA AO COEFICIENTE DE MANNING

#### 4.3.3.1 Estudos antecedentes

Johnson, 1996, refere vários estudos em que são realizadas análises de incerteza associadas a diversos parâmetros, apresentando possíveis distribuições de probabilidade e coeficientes de variação para o efeito aplicáveis aos mesmos.

Segundo esse autor a análise de incertezas é frequentemente realizada através de métodos de primeira ordem os quais assumem que todas as variáveis de um problema podem ser representadas por uma distribuição Normal (ou de Gauss). No entanto, estes métodos podem levar à obtenção de resultados incorretos no caso de as variáveis não seguirem aquela distribuição ou do coeficiente de variação proposto na bibliografia para caracterizar a distribuição não ser o mais correto.

Para incorporar a incerteza relativa ao coeficiente de Manning na análise de incertezas o mesmo autor faz referência a dois estudos em que foram utilizados métodos de primeira ordem: Cesare, 1991, e Mays e Tung, 1992.

No estudo de Cesare, 1991, o declive do canal e a área da secção transversal foram assumidos como variáveis determinísticas, enquanto para a caracterização do coeficiente de Manning o autor admitiu uma distribuição Normal para três coeficientes de variação diferentes, nomeadamente 0, 0.1 e 0.15. Embora Cesare, 1991, refira que os três valores são arbitrários, indica que o valor mais razoável para o coeficiente de variação é 0.15.

Mays e Tung, 1992, admitiram como variáveis determinísticas a área da secção e o perímetro molhado assumindo que as incertezas associadas ao declive do canal e ao coeficiente de Manning eram as mais significativas, quando se aplica a equação de Manning. Baseando-se nos métodos de primeira ordem a incerteza no coeficiente de Manning foi introduzida por estes autores usando a distribuição Normal com coeficientes de variação de 0.2 e de 0.053. No entanto, tal como Cesare, 1991, Mays e Tung, 1992, não apresentam qualquer explicação que justifique a adoção destes valores.

Em Johnson, 1996, é referido, também, um estudo de Yeh e Tung, 1993, em que estes autores, baseados num estudo prévio em que é avaliada a migração de um poço de mineração num troço de rio, avaliam a incerteza associada ao coeficiente de rugosidade de Manning, ao tamanho das partículas, à perda de carga unitária e ao peso específico dos sedimentos. Relativamente ao coeficiente de Manning, Yeh and Tung, 1993, afirmam que somente a distribuição triangular pode representar a variação deste parâmetro. Já o coeficiente de variação foi assumido igual a 0.08 com base em valores encontrados pelos autores em diversas tabelas.

Tung, 1990, referido por Johnson, 1996, aplicou a transformada de Mellin ao problema das incertezas associadas ao projeto e cálculo hidráulico através do desenvolvi-

to de dois exemplos. No primeiro exemplo, a incerteza no tempo de propagação de uma cheia foi definido em função da incerteza no coeficiente de rugosidade de Manning, na largura superficial, na inclinação e comprimento do canal e no caudal transportado, tendo sido adotadas distribuições triangulares para todos os parâmetros e um coeficiente de variação igual a 0.10 para o coeficiente de Manning. No segundo exemplo, Tung, 1990, expressou a incerteza no dimensionamento de um descarregador de tempestade em função da incerteza no coeficiente de rugosidade de Manning e na inclinação do canal. Para o coeficiente de rugosidade o autor adotou uma distribuição do tipo gama com coeficiente de variação de 0.055.

Por fim, Johnson, 1996, faz referência a dois estudos nos quais a função densidade de probabilidade seguida pelo coeficiente de rugosidade de Manning e a estimativa dos respectivos coeficientes de variação são resultado da avaliação de diversos casos reais por parte de dois grupos de indivíduos com conhecimentos na área da hidráulica fluvial. No primeiro estudo que o autor aborda foi pedido a um grupo de 18 indivíduos, no qual estavam englobados desde engenheiros com muita experiência em estimar valores do coeficiente de rugosidade para projetos hidráulicos a estudantes que não tinham qualquer experiência em aferir o mesmo coeficiente para situações reais, que estimassem o coeficiente de rugosidade de Manning num troço do rio Paint Branch (Maryland, EUA). Os coeficientes de variação obtidos neste estudo foram muito elevados em relação aos descritos na literatura, tanto para as margens como para o fundo do canal.

Num estudo idêntico, levado a cabo pelo U. S. Army of Engineers em 1986, foi proposto a um grupo de 77 engenheiros que estimassem o valor do coeficiente de Manning para diferentes troços de diversos rios, baseando-se na sua própria experiência, em tabelas e em imagens. Os resultados obtidos indicam que o coeficiente de variação para o coeficiente de rugosidade de Manning se situa entre 0.20 e 0.35 seguindo este uma distribuição log-Normal.

No seu estudo, Johnson, 1996, afirma ainda que a incerteza no coeficiente de rugosidade de Manning pode ser expressa através de uma distribuição uniforme com coeficiente de variação de 0.28 ou 0.18. No entanto, o autor não apresenta qualquer justificação para a adoção destes valores.

Na Tabela 4.2 apresentam-se todas as hipóteses de distribuições de probabilidade citadas acima para a representação da incerteza no coeficiente de rugosidade de Manning, juntamente com os respetivos coeficientes de variação.

**Tabela 4.2 Distribuições de probabilidade e respectivos coeficientes de variação (Johnson, 1996).**

<b>Autor</b>	<b>Distribuição</b>	<b>Coefficiente de variação</b>
Cesare, 1991	Normal	0.1, 0.15
Mays e Tung, 1992	Normal	0.2, 0.053
Yeh e Tung, 1993	Triangular	0.08
Tung, 1990	Triangular, gama	0.10, 0.055
Hydr. Engrg. Center, 1986	Log-Normal	0.20~0.35
Johnson, 1996	Uniforme	0.28, 0.18

Importa realçar que nenhum dos autores acima referidos apresenta as razões que o levaram a assumir determinada distribuição e respetivo coeficiente de variação. Assim, optou-se por utilizar neste estudo a distribuição triangular com coeficiente de variação 0.08 de Yeh e Tung, 1993, por ser uma função de fácil aplicação e por parecer ser a que melhor traduz a realidade associada à incerteza no coeficiente de rugosidade de Manning.

Seguidamente apresenta-se uma breve descrição das características da função de distribuição de probabilidade triangular e qual a metodologia seguida para a aplicação da mesma ao caso de estudo.

#### 4.3.3.2 Lei estatística triangular

A função densidade de probabilidade triangular é definida por um valor mínimo ( $a$ ), um valor máximo ( $b$ ) e a moda ( $c$ ). Graficamente esta distribuição assume uma forma que, tal como o nome indica, é a de um triângulo que pode ou não ser simétrico, como se esquematiza no Gráfico 4.3. nas aplicações efetuadas envolvendo a incerteza quanto ao coeficiente de rugosidade de Manning, considerou-se que a função densidade de probabilidade triangular seria simétrica, por se admitir que aquele coeficiente poderia variar de igualmente em torno do seu valor médio, quer para valores superiores, quer para valores inferiores.

A média ( $\mu_x$ ) e a variância ( $\sigma_x^2$ ) da função densidade de probabilidade triangular são dadas pelas seguintes equações, em que  $a$ ,  $b$  e  $c$  têm os significados antes apresentados:

$$\mu_x = \frac{a + b + c}{3} \quad (4.24)$$

$$\sigma_x^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc}{18} \quad (4.25)$$

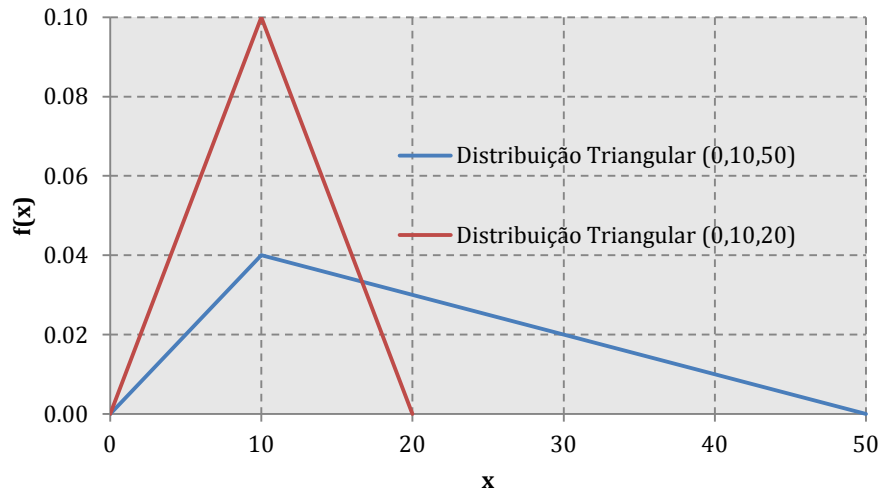


Gráfico 4.3 Distribuição triangular (fonte: Vose, 2000).

A função distribuição de probabilidade é definida por:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq a \\ \frac{(x-a)^2}{(c-a)(b-a)} & \text{se } a \leq x \leq c \\ 1 - \frac{(b-x)^2}{(b-c)(b-a)} & \text{se } c \leq x \leq b \\ 1 & \text{se } x \geq b \end{cases} \quad (4.26)$$

O cálculo do coeficiente de variação ( $cv$ ) não depende da função densidade de probabilidade, sendo definido por:

$$cv = \frac{\sigma_X}{\mu_X} \quad (4.27)$$

em que  $\sigma_x$  é o desvio-padrão da distribuição de probabilidade.

No subcapítulo 5.3 *Coefficiente de Manning* retoma-se a caracterização da lei estatística triangular para aplicação ao caso de estudo, apresentando-se no mesmo a definição dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$ .

#### 4.3.3.3 Introdução da incerteza relativa ao coeficiente de Manning

Para a introdução da incerteza decorrente do coeficiente de Manning na estimação da configuração da superfície livre do escoamento em cheia, recorreu-se à geração, por aplicação do método de Monte Carlo, de um elevado número de valores daquele coeficiente, concretamente 10000 valores, no pressuposto de que os mesmos se distribuiriam em torno da respetiva média segundo a lei estatística triangular antes apresentada. Para o efeito, houve que primeiramente gerar igual número de valores equiprováveis no intervalo  $[0;1]$  os quais foram feitos corresponder a probabilidades de não-excedência a partir

das quais se estimaram os valores dos coeficientes de Manning, mediante aplicação da equação 4.26.

A função que executa a geração dos valores do coeficiente de Manning é apresentada no Anexo A.9. (função `geracao_manning.m`).

#### 4.3.4 INCERTEZA ASSOCIADA À GEOMETRIA DAS SECÇÕES TRANSVERSAIS

##### 4.3.4.1 Nota prévia

Uma secção transversal é definida a partir de uma série de pontos coordenados. Geralmente, as coordenadas desses pontos são medidas por aplicação de um método de entre os apresentados no subcapítulo 3.2.3 *Geometria das secções*. Dado que cada medição realizada é independente das outras medições, e também para simplificar o estudo, considerou-se razoável admitir incerteza apenas numa das coordenadas que definem cada ponto da secção transversal, para o que se considerou que apenas as cotas dos sucessivos pontos acarretariam incerteza.

Como referido no subcapítulo 3.2.3 *Geometria das secções* existem vários métodos para determinar as coordenadas que definem as secções transversais de um canal natural, sendo que os erros associados às medições dessas coordenadas diferem de método para método, como é citado em US Army Corps of Engineers, 1986. Assim, são apresentados na mesma obra e reproduzidos na Tabela 4.3, os desvios-padrão da lei estatística Normal (ou distribuição de Gauss) sugerida adotar para a caracterização do erro inerente às coordenadas das secções transversais no caso de aquelas serem medidas através de modelos de elevação do terreno ou através de cartas topográficas.

**Tabela 4.3 Desvios-padrão dos erros associados a coordenadas para modelos digitais do terreno e para cartas topográficas [ft] (fonte: US Army Corps of Engineers, 1986).**

Equidistância natural	Modelo digital do terreno	Carta topográfica
2	0.30	0.60
5	0.60	1.50
10	1.50	3.00

Também Pestana, 1999, abordou o problema referente à incerteza na determinação de coordenadas no seu estudo sobre elaboração de cartas de inundação. Nesse estudo, que requereu o levantamento altimétrico da região analisada, o autor em menção afirma que “a incerteza nas cotas do terreno pode ser decomposta em duas parcelas aleatórias independentes: a incerteza altimétrica da cartografia de base e o desvio do DEM relativamente à altimetria apresentada na cartografia de base”.

Relativamente à cartografia de base, o autor recorreu às cartas topográficas elaboradas pelo Instituto Geográfico do Exército (IGeoE), considerando estarem assim assegurados critérios mínimos de qualidade internacionalmente aceites (Pestana, 1999). Desta forma, a incerteza nas cotas recolhidas com recurso a este método, isto é, o erro a elas associado pode ser expresso por uma função densidade de probabilidade Normal com média nula e desvio-padrão  $e/3.29$ , onde  $e$  representa a equidistância natural das curvas de nível (Pestana, 1999). A incerteza relativa ao DEM foi avaliada, por Pestana, 1999, através de amostragem aleatória estratificada.

O levantamento das secções transversais necessárias para o desenvolvimento do presente estudo foi feito com recurso a plantas topográficas, embora de pormenor, pelo que se optou por introduzir a incerteza na geometria das secções transversais segundo o método apresentado por Pestana, 1999. Foi, assim, adotada uma função densidade de probabilidade Normal com média nula e desvio-padrão igual a:

$$\sigma_x = \frac{e}{3.29} \quad (4.28)$$

em que o valor de  $e$ , respeitante à equidistância natural das curvas de nível, será apresentado no capítulo 5. *Caso de Estudo*.

Como antes esclarecido, por uma questão de simplificação optou-se por considerar que apenas as cotas estariam embebidas em incerteza, tendo as distâncias horizontais ao ponto de referência de cada secção sido assumidas como certas.

Nos próximos subcapítulos descrevem-se as principais características da função densidade de probabilidade Normal e a metodologia definida para a introdução da incerteza nas cotas dos pontos que definem as secções transversais do canal.

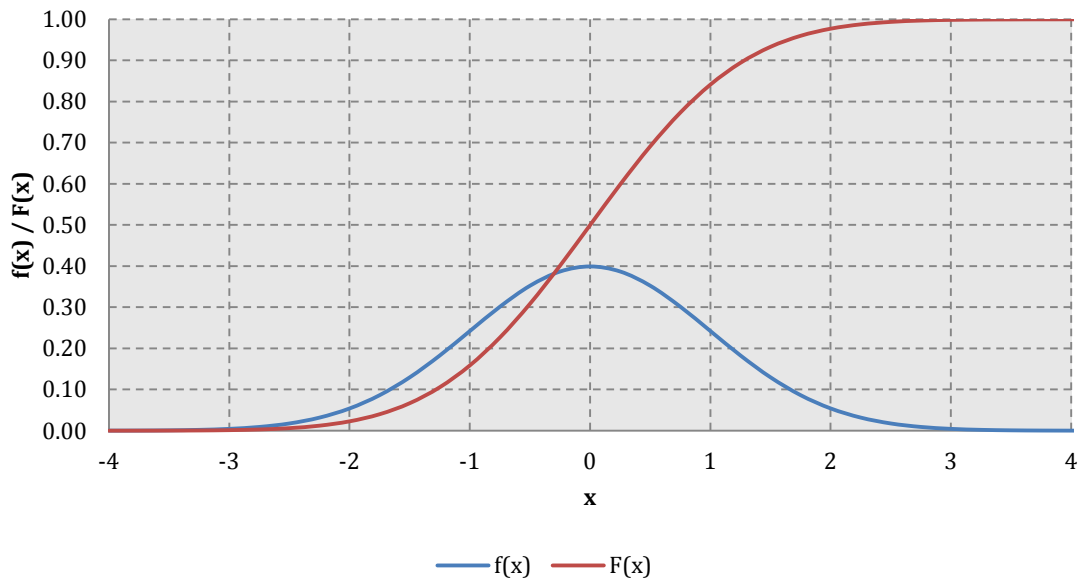
#### 4.3.4.2 Lei Normal

A distribuição Normal (ou distribuição de Gauss) é um modelo a dois parâmetros: a média,  $\mu$ , e o desvio-padrão,  $\sigma$ . A função densidade de probabilidade e a função distribuição de probabilidade da lei Normal são dadas, respetivamente, por:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2 \right] \quad \text{para } -\infty < x < +\infty \quad (4.29)$$

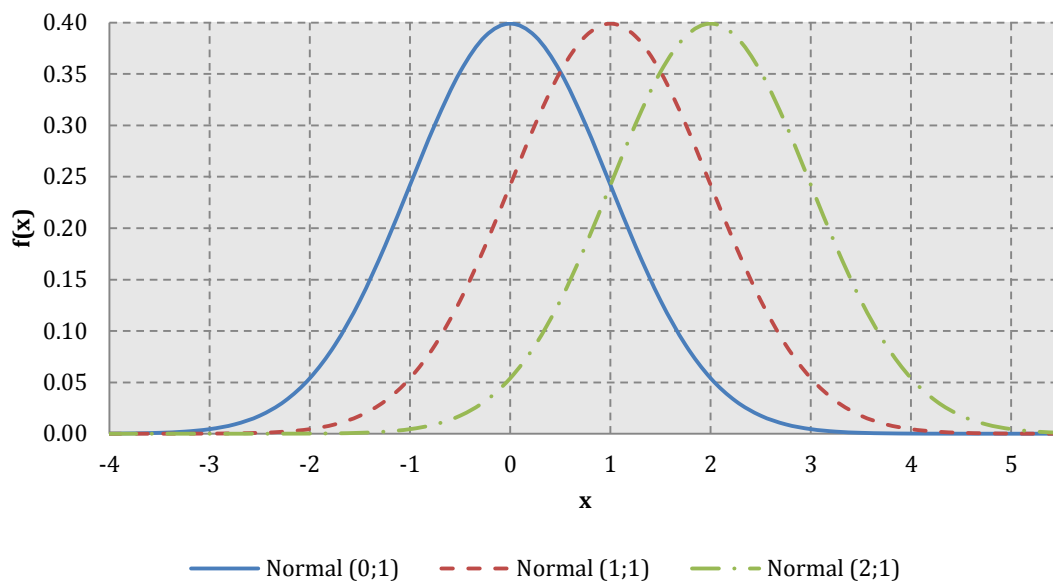
$$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2 \right] dx \quad (4.30)$$

No Gráfico 4.4 estão representadas as anteriores funções para a lei Normal com média e desvio-padrão unitários (lei Normal padrão).



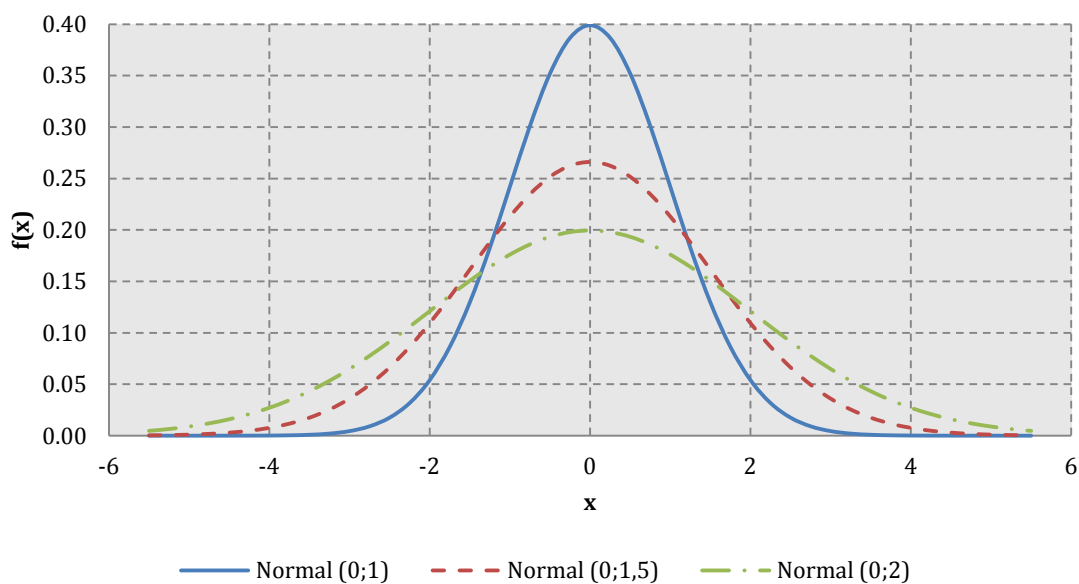
**Gráfico 4.4 Função densidade de probabilidade e função acumulada da distribuição de probabilidade Normal (fonte: Naghettini, et al., 2007).**

A forma da distribuição Normal assemelha-se a um sino, variando de acordo com os valores assumidos pela média e pelo desvio-padrão, correspondentes, respectivamente, aos parâmetros de posição e de escala. Assim, a variação da média faz com que a curva da função sofra deslocamentos segundo o eixo horizontal, enquanto a variação do desvio-padrão tem influência no achatamento da curva. O comportamento descrito pode ser analisado no Gráfico 4.5, para a variação da média, e no Gráfico 4.6, para a variação do desvio-padrão.



**Gráfico 4.5 Influência da média na distribuição de probabilidade Normal (fonte: Naghettini, et al., 2007).**





**Gráfico 4.6 Influência do desvio-padrão na distribuição de probabilidade Normal (fonte: Naghettini, et al., 2007).**

Se a distribuição de uma variável  $X$  puder ser representada pela equação 4.31 diz-se que esta é normalmente distribuída, com média  $\mu$  e desvio-padrão  $\sigma$ , representando-se, sinteticamente, por:

$$X \sim N(\mu, \sigma)$$

O valor esperado (equação 4.31) e a variância (equação 4.32) desta variável  $X$  normalmente distribuída são dados por:

$$E[X] = \mu \quad (4.31)$$

$$Var[X] = \sigma^2 \quad (4.32)$$

Por fim, a distribuição Normal é caracterizada por um coeficiente de assimetria nulo ( $C_a=0$ ), uma vez que os valores de uma variável que seja representada por esta distribuída se dispersam simetricamente em torno do valor da média da mesma, como se pode verificar pelos gráficos 4.3 e 4.4.

#### 4.3.4.3 Introdução da incerteza relativa às cotas dos pontos utilizados para definir os perfis das secções transversais

Para introduzir a incerteza que advém para a configuração da superfície livre decorrente das cotas dos pontos que definem os perfis das secções transversais ao escoamento geraram-se valores, em elevado número, para aqueles erros. À semelhança das demais incertezas, fixou-se em 10000 o número de valores do erro gerados.

O processo de geração foi equivalente ao aplicado para modelar as demais incertezas, atendendo, contudo, à lei de distribuição de probabilidades especificamente adotada para o efeito – a lei Normal. Assim, geraram-se 10000 valores equiprováveis no intervalo

entre zero e um, representando, cada um desses valores a probabilidade de não-excedência de um determinado erro. Seguidamente, por inversão da função distribuição de probabilidade Normal (equação 4.30) calculou-se o valor do erro para essa probabilidade. Tal erro foi, seguidamente, somado às cotas de todos os pontos de todas as secções do canal natural que serviu de base ao caso de estudo. Deste modo as cotas dos pontos que definem as secções transversais variaram todas segundo um mesmo valor. Para cada erro introduzido nas cotas foi determinada a configuração da superfície livre do escoamento, permitindo avaliar o impacto que os erros na geometria das secções têm no cálculo da cota da superfície livre de um escoamento.

A metodologia adotada contém em si alguma simplificação pelo facto de admitir que todos os pontos de todos os perfis transversais enfermam do mesmo erro nas cotas, o que contudo, se considerou adequado, tanto mais que o problema em análise já se reveste de alguma complexidade, até pelo facto de se terem equacionado e combinado diferentes fontes de incerteza.

A função desenvolvida em MATLAB® para a geração dos erros a associar às cotas topográficas encontra-se no Anexo A.10. (função `geracao_cotas.m`), chamando-se a atenção para o facto de não ser necessário programar a função distribuição de probabilidade da lei Normal uma vez que o programa em uso a disponibiliza. Assim, para o cálculo dos erros associados aos valores gerados basta chamar a função `NORMINV` (probabilidade, média, desvio-padrão) do programa em utilização.

# 5 CASO DE ESTUDO

## 5.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo exemplifica-se a aplicação da metodologia apresentada anteriormente à realização de uma análise de incerteza relativa à estimação da configuração da superfície livre num trecho do rio Tejo em condições de cheia. Para tal, são primeiramente apresentados os dados que serviram de base à realização da mencionada análise e, posteriormente, os resultados decorrentes da mesma.

Importa anotar que a análise de incerteza se desenvolveu em duas fases. Numa primeira fase analisou-se a incerteza na configuração da superfície livre do escoamento em consequência da incerteza inerente a cada uma das variáveis em análise (caudal escoado, coeficiente de Manning-Strickler e cotas das secções transversais) quando considerada individualmente, isto é, admitindo que as restantes duas variáveis são fixas. Assim e exemplificando, para analisar o efeito que a incerteza associada ao caudal escoado acarreta no cálculo da configuração da superfície livre considera-se esse caudal embebido em incerteza segundo a metodologia apresentada no capítulo 4.3.2 *Incerteza associada ao caudal de ponta de cheia*, enquanto que para o coeficiente de Manning é assumido um valor fixo e não é associado qualquer erro à geometria do canal. Na segunda fase analisou-se qual a incerteza na previsão da configuração da superfície livre do escoamento resultante da consideração da incerteza associada às três variáveis em estudo.

Desta forma, o presente capítulo encontra-se dividido em seis subcapítulos, incluindo a presente introdução. Nos subcapítulos 5.2 *Caudal de ponta de cheia*, 5.3 *Coefficiente de Manning* e 5.4 *Cotas do terreno* procede-se à definição e caracterização numérica das leis estatísticas que permitem associar a incerteza a cada uma das variáveis que dão nome a esses subcapítulos, enquanto nos dois últimos subcapítulos, 5.5 *Resultados obtidos* e 5.6 *Análise de resultados*, são, respetivamente, apresentados e analisados os resultados obtidos em conformidade com as duas fases de cálculo anteriormente identificadas.

## 5.2 CAUDAL DE PONTA DE CHEIA

### 5.2.1 CAUDAL DE PONTA DE CHEIA CENTENÁRIA

Os caudais para os quais se pretende estimar a configuração da superfície livre respeitam os caudais de ponta de cheia centenária estimados a partir de um conjunto de séries sintéticas equiprováveis de caudais instantâneos máximos anuais, cada uma com

dimensão igual à da amostra a partir da qual foram geradas. A amostra de caudais instantâneos máximos anuais recolhida refere-se à estação hidrométrica de Almourol (17G/02H), sendo composta por 25 valores (N=25). A anterior estação insere-se na secção extrema de jusante do trecho do rio Tejo objeto de estudo.

Recolhida a anterior amostra prosseguiu-se com o ajustamento de leis estatísticas à mesma para o que foram consideradas as leis referidas no subcapítulo 4.3.2 *Incerteza associada ao caudal de ponta de cheia* (lei Normal, lei log-Normal, lei de Gumbel, lei de Pearson III, lei log-Pearson III e lei de Goodrich). Uma vez que se está em presença também de leis logarítmicas, as estatísticas amostrais, média, desvio-padrão (com correção de viés) e coeficiente de assimetria foram estimadas para a amostra, tanto de caudais, como dos logaritmos desses caudais.

A Tabela 5.1 contém a amostra de caudais instantâneos máximos anuais, a correspondente amostra de logaritmos e os parâmetros estatísticos que caracterizam ambas as amostras em presença.

**Tabela 5.1 Amostra de caudais instantâneos máximos anuais na estação hidrométrica de Almourol e amostra dos e respetivos logaritmos. Parâmetros estatísticos característicos.**

Ano hidrológico	Caudal instantâneo máximo anual (Q <sub>i</sub> ) [m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	ln (Q <sub>i</sub> )
1	1331.00	7.19
2	764.00	6.64
3	5586.00	8.63
4	10521.00	9.26
5	13853.07	9.54
6	1426.96	7.26
7	700.39	6.55
8	3843.54	8.25
9	948.59	6.85
10	3600.71	8.19
11	3669.41	8.21
12	1580.36	7.37
13	1967.65	7.58
14	2441.48	7.80
15	1374.29	7.23
16	10082.00	9.22
17	2302.87	7.74
18	780.02	6.66
19	662.82	6.50
20	6672.00	8.81
21	2859.00	7.96
22	4363.00	8.38
23	438.70	6.08
24	1032.00	6.94
25	5686.16	8.65
<b>Média</b>	3539.5 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup>	7.7
<b>Desvio-padrão</b>	3506.7 m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup>	1.0
<b>Coefficiente de assimetria</b>	1.6488	0.1762

Como descrito no subcapítulo 4.3.2.2 *Tratamento estatístico da amostra de caudais instantâneos máximos anuais*, para verificar visualmente a lei que melhor se ajusta à amostra recolhida é necessário representar graficamente, quer a amostra, quer as diferentes leis postuladas. Para o efeito e no que respeita à amostra, associa-se a cada caudal a respetiva probabilidade empírica de não-excedência pela aplicação da fórmula de Weibull (equação 4.18). A representação gráfica das leis postuladas requer o arbítrio de numerosas probabilidades de não-excedência, com estimação, para essas probabilidades, dos caudais que lhes correspondem mediante aplicação da equação do fator de probabilidades (equação 4.13), com  $K$  especificado de acordo com cada lei. Os resultados assim obtidos estão apresentados no Gráfico 5.1. Para facilitar a análise da adaptação das diversas leis estatísticas à amostra recolhida, o Gráfico 5.1 foi dividido em dois gráficos, o Gráfico 5.2, onde se apresentam a lei Normal e as leis logarítmicas (log-Normal e log-Pearson III), e o Gráfico 5.3, onde se apresentam a lei Normal e as leis de Gumbel, de Pearson III e de Goodrich. Para uma melhor interpretação do ajustamento, os eixos das abcissas dos anteriores gráficos foram graduados em valores da Normal reduzida, do que resulta a representação da lei Normal por meio de um segmento de reta. Os elementos de base inerentes aos anteriores gráficos podem ser consultados sob a forma de tabela nos Anexos B.1. e B.2.

Da observação dos gráficos em menção resulta nitidamente que a lei com melhor ajustamento é a lei log-Normal, com as vantagens que automaticamente daí decorrem para o processo de geração de séries sintéticas de caudais de cheia, uma vez que a adoção dessa lei garante que não serão gerados caudais negativos.

Para apreciar a hipótese de normalidade da amostra dos logaritmos dos caudais instantâneos máximos anuais e, assim, reforçar a adoção da lei log-Normal procedeu-se à aplicação do teste de Snedecor e Cochran, 1989 (in Portela Ramos Silva, 1989), como apresentado no subcapítulo 4.3.2.2 *Tratamento estatístico da amostra de caudais instantâneos máximos anuais*. Para o nível de significância de 5% (correspondente ao nível de confiança de  $\eta=1-0.05/2=0.975$ ) e para o coeficiente de assimetria da amostra dos logaritmos a equação 4.19 conduz a:

$$\left| \frac{0.1762}{\left(\frac{6}{25}\right)^{0.5}} \right| > \Phi^{-1}(0.975) \Leftrightarrow 0.36 \neq 1.96$$

Concluiu-se, assim, que não é de rejeitar a hipótese dos valores logarítmicos da amostra de caudais instantâneos máximos anuais provirem de uma população normalmente distribuída. Consequentemente, a amostra destes caudais pode ser ajustada por uma lei log-Normal, tal que,  $Q \sim LN(7.7;1.0)$ , em que  $Q$  representa o caudal de ponta de cheia.

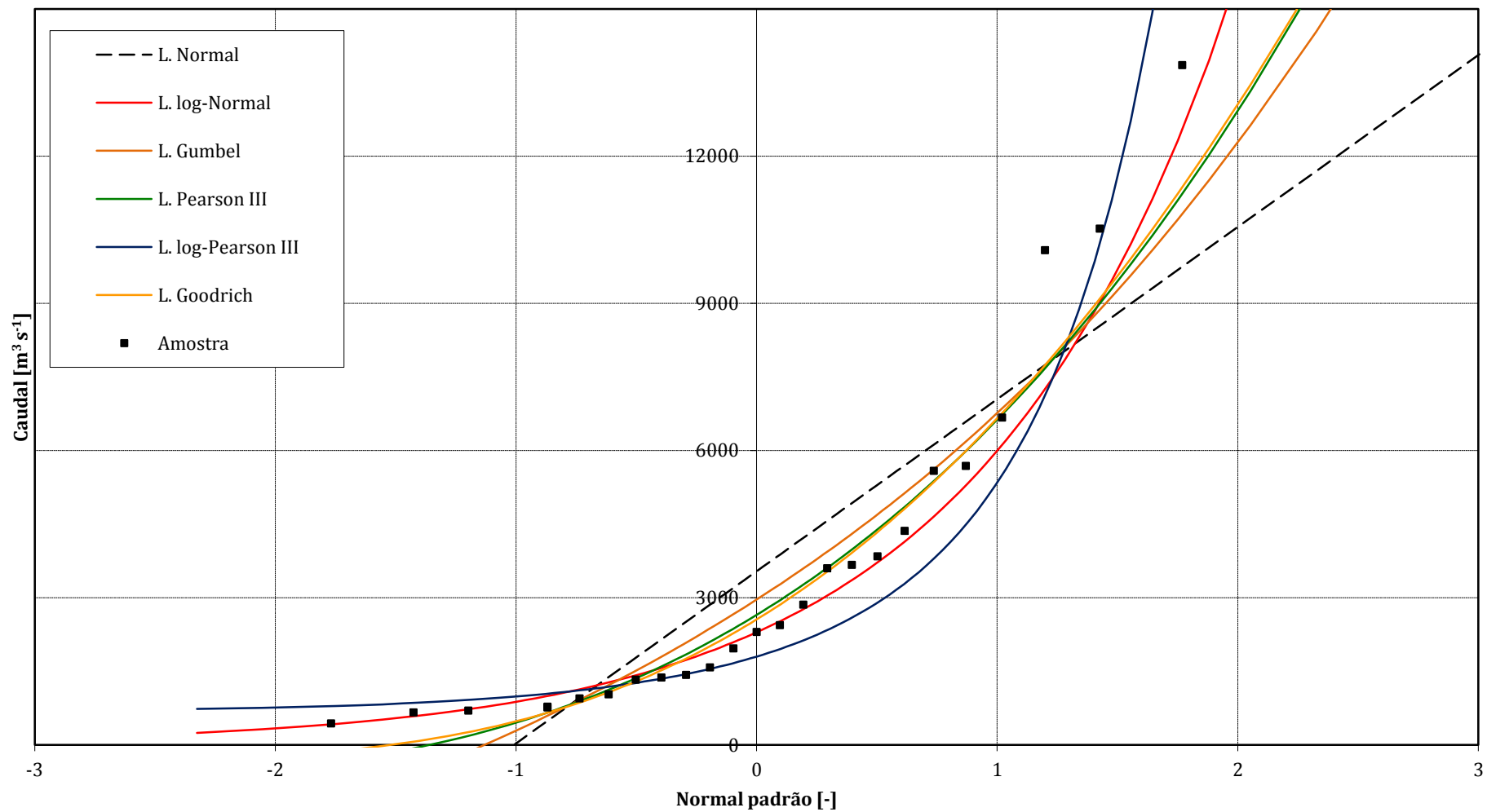
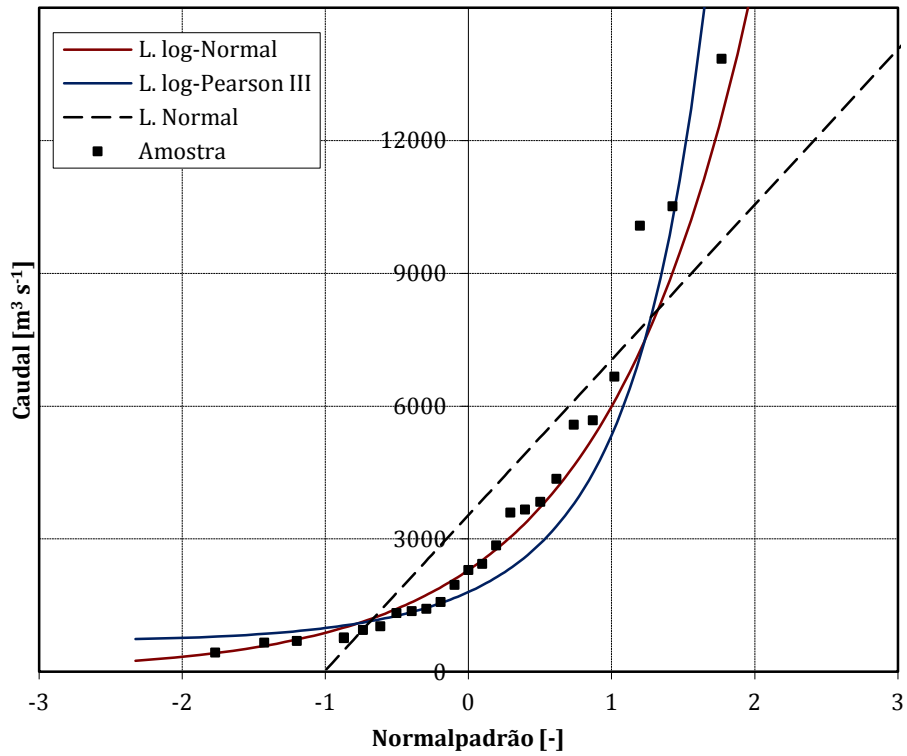
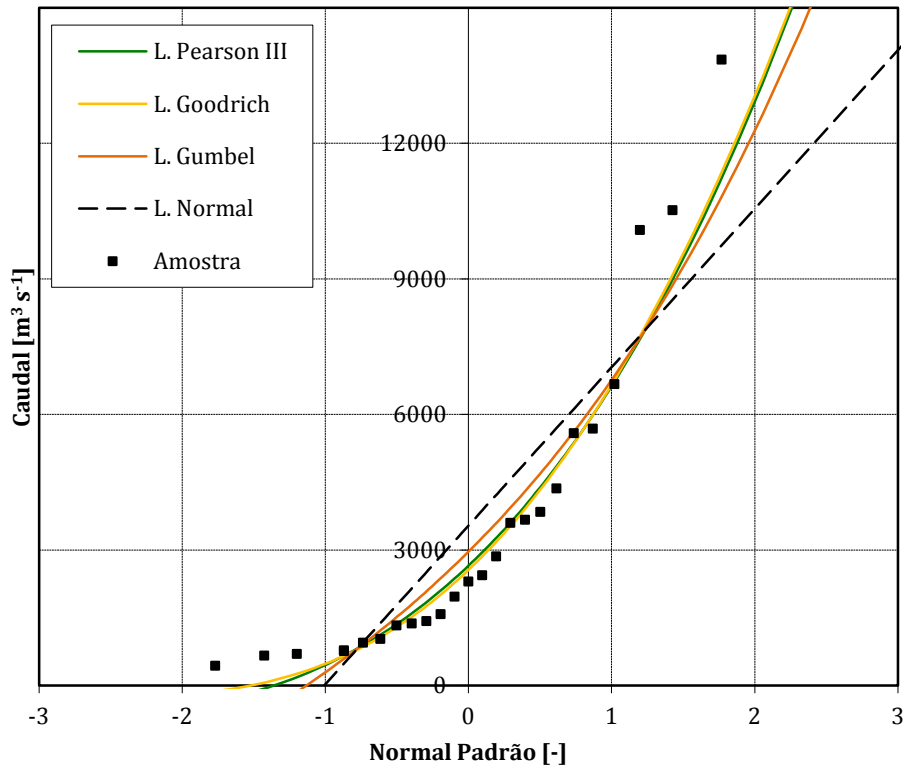


Gráfico 5.1 Representação gráfica das leis estatísticas Normal, log-Normal, Gumbel, Pearson III, log-Pearson III e Goodrich e dos valores da amostra de caudais instantâneos máximos anuais.

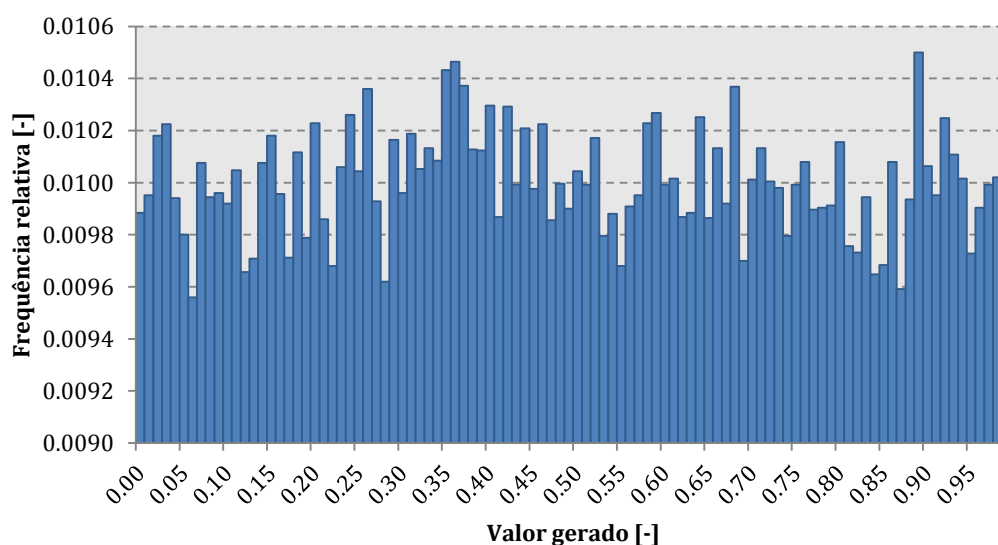


**Gráfico 5.2** Representação gráfica das leis estatísticas log-Normal, log-Pearson III e Normal e da amostra de caudais instantâneos máximos anuais.



**Gráfico 5.3** Representação gráfica das leis estatísticas Pearson III, Goodrich, Gumbel e Normal e da amostra de caudais instantâneos máximos anuais.

Tendo-se fixado em 10000 valores o número de caudais de ponta da cheia centenária a considerar na análise de incerteza, procedeu-se à geração de 10000 amostras sintéticas, cada com dimensão igual à da amostra histórica, ou seja, constituída por 25 caudais, num total de 25x10000 caudais. Para o efeito, gerou-se previamente uma matriz de 25x10000 números aleatórios equiprováveis no intervalo [0; 1]. Tratando-se de valores equiprováveis, o histograma resultante da organização dos mesmos deverá ser aproximadamente uniforme, o que foi confirmado mediante obtenção do Gráfico 5.4 com a representação daqueles números aleatórios.



**Gráfico 5.4 Números aleatórios equiprováveis gerados no intervalo [0;1] utilizados no cálculo das séries sintéticas de caudais de ponta de cheia.**

No pressuposto de que cada um dos números gerados representa uma probabilidade de não excedência e invertendo, para essa probabilidade, a função distribuição de probabilidade da lei Normal padronizada obtém-se o correspondente fator de probabilidade,  $K$ . Introduzindo esse fator na equação 4.13 explicitada para a média e para o desvio-padrão (com correção de viés) dos logaritmos dos caudais da amostra recolhida, resulta, após inversão da função exponencial, o caudal de ponta de cheia que corresponde à probabilidade de não excedência dada pelo número aleatório equiprovável no intervalo [0; 1] do qual se partir. No conjunto destes números, obtiveram-se assim 10000 séries sintéticas de caudais de ponta de cheia, cada série composta por 25 caudais.

Seguidamente, cada série sintética de 25 caudais foi objeto de tratamento estatístico segundo a lei log-Normal com vista ao cálculo do caudal de ponta da cheia centenária a que conduz. Para o efeito, constituiu-se a correspondente série logarítmica, calcularam-se as respetivas estatísticas amostrais (média e desvio-padrão com correção de viés) e pro-



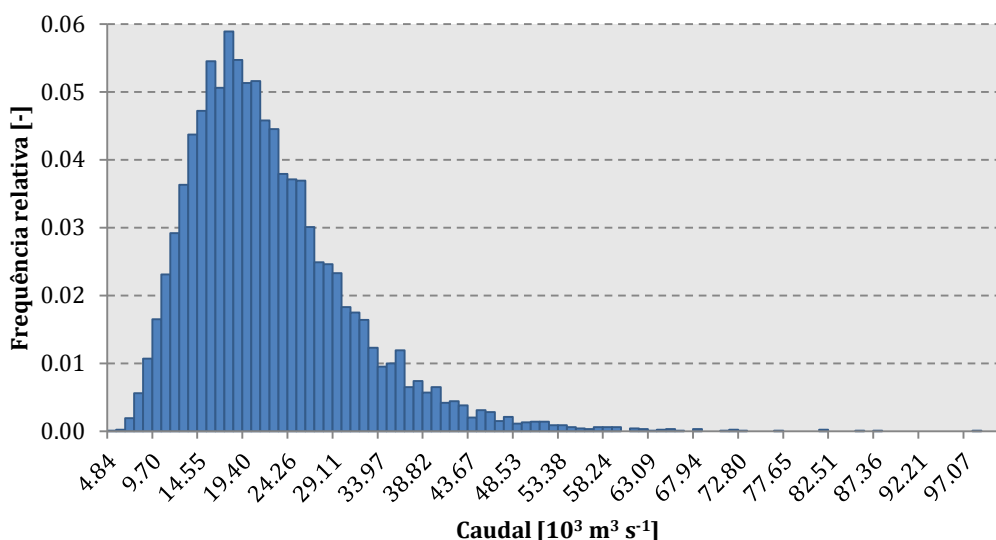
cedeu-se à aplicação da equação 4.13 seguida da inversão da função logarítmica. O fator de probabilidade para o efeito considerado é dado pelo valor da Normal reduzida para o período de retorno de 100 anos, correspondente à probabilidade de não-excedência, calculada pela equação 4.8, de:

$$F = 1 - \frac{1}{100} = 0.99$$

Nas condições enunciadas o valor do fator de probabilidade, K, é:

$$K = \Phi^{-1}(0.99) = 2.326$$

Seguidamente procedeu-se ao tratamento dos 10000 caudais de ponta de cheia assim estimados através da obtenção do correspondente histograma das frequências relativas, representado no Gráfico 5.5. Observa-se que tal histograma tem a forma aproximada da lei log-Normal, denotando assimetria positiva, como seria de esperar.



**Gráfico 5.5 Histograma das frequências relativas dos 10000 caudais de ponta da cheia centenária gerados segundo uma função densidade de probabilidade log-Normal.**

### 5.2.2 CURVA DE VAZÃO

Tendo-se adotado para caso de estudo um trecho do rio Tejo e sabendo que o escoamento em condições de cheia nesse rio ocorre em regime lento, para estimar a configuração da superfície livre ao longo do mesmo foi necessário identificar uma seção que pudesse fornecer a condição de fronteira no respetivo limite de jusante. Por disponibilidade de dados – níveis, caudais e geometria – fez-se coincidir tal secção com a estação hidrométrica de Almourol (código 17G/02H). Deste modo, as cotas da superfície livre de controlo do escoamento a jusante foram fornecidas pela curva de vazão relativa à mencionada estação, à qual se refere também a amostra de caudais instantâneos máximos anuais,

como antes anotado. A secção da estação hidrométrica será posteriormente também identificada por S1.

Esta estação hidrométrica apresenta várias curvas de vazão, sendo a mais recente (número 36) dada pela equação 5.1:

$$\begin{cases} Q = 23.33045(h + 0.75)^{2.408} & \text{para } h \leq 3.70 \text{ m} \\ Q = 47.178(h + 0.75)^{1.902} & \text{para } h > 3.70 \text{ m} \end{cases} \quad (5.1)$$

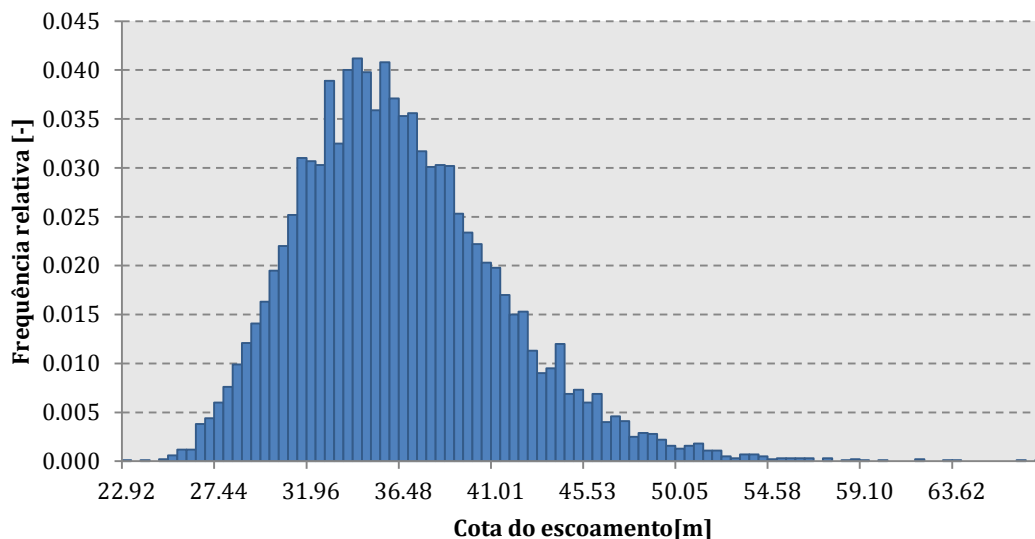
em que  $Q$  é o caudal ( $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ ) e  $h$  é a altura hidrométrica (m).

Uma vez que se pretende calcular a altura hidrométrica a partir do valor do caudal, a equação 5.1 pode reescrever-se da seguinte forma:

$$\begin{cases} h = \left( \frac{Q}{23.33045} \right)^{1/2.408} - 0.75 & \text{para } Q \leq 665.1191 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \\ h = \left( \frac{Q}{47.178} \right)^{1/1.902} - 0.75 & \text{para } Q > 665.1191 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \end{cases} \quad (5.2)$$

Para calcular, para cada caudal escoado, a correspondente cota de controlo da superfície livre na secção da estação hidrométrica é necessário ter em conta a cota do zero da respetiva escala que, no caso da estação hidrométrica de Almourol, é de 12.25 m. Este valor tem de ser somado à altura hidrométrica fornecida pela equação 5.2 de modo a transformá-la numa cota.

Calculando a cota da superfície livre para cada um dos 10000 caudais de ponta da cheia centenária obtidos no subcapítulo anterior e tratando as cotas assim alcançadas, resulta o histograma na secção da estação hidrométrica de Almourol (S1) apresentado do Gráfico 5.6.



**Gráfico 5.6** Cotas do escoamento da cheia centenária na secção mais a jusante do trecho (S1), calculadas pela equação 5.3.

### 5.3 COEFICIENTE DE MANNING

Como apresentado em 4.3.3 *Incerteza associada ao coeficiente de Manning*, a incerteza associada ao coeficiente de Manning,  $n$ , foi modelada e introduzida na estimação da configuração da superfície livre mediante atribuição à distribuição de probabilidades daquele coeficiente de uma lei estatística triangular. De acordo com o exposto no subcapítulo 4.3.3.2 *Lei estatística triangular*, para a completa determinação desta lei é necessário definir os parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$ , respetivamente, mínimo, máximo e moda da distribuição.

Uma vez que para o coeficiente de Manning a distribuição é simétrica, como referido em 4.3.3 *Incerteza associada ao coeficiente de Manning* deduz-se, facilmente, que:

$$c - a = b - c \quad (5.3)$$

Utilizando as equações 4.28, 4.29 e 5.3 pode-se resolver o seguinte sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} c - a = b - c \\ \mu_X = \frac{a + b + c}{3} \\ \sigma_X^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc}{18} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} b = 2 \cdot c - a \\ \mu_X = c \\ 0 = 3 \cdot a^2 - 6 \cdot a \cdot c + 3 \cdot c^2 - 18 \cdot \sigma_X^2 \end{array} \right.$$

Pela fórmula resolvente obtém-se:

$$a = \frac{6 \cdot \mu \pm \sqrt{(6 \cdot \mu)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (3 - 18 \cdot cv^2) \cdot \mu^2}}{2 \cdot 3} \quad (5.4)$$

Para o canal natural em estudo, correspondente a um trecho do rio Tejo localizado na zona de Almourol, Portela, 2008, refere que em condições de cheia, para caudais superiores a  $13850 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ , o coeficiente de Manning é, em média,  $0.04 \text{ s m}^{-1/3}$ . Uma vez que se admitiu uma distribuição simétrica, a média coincide, não só com a mediana, mas também, no que interessa à aplicação em causa, com a moda,  $c$ , que assim toma aquele valor.

Adotando o coeficiente de variação de 0.08 (ver subcapítulo 4.3.3 *Incerteza associada ao coeficiente de Manning*), o desvio-padrão que resulta da equação 4.27 é de:

$$\sigma_X = 0.040 \cdot 0.08 = 0.0032 \text{ s m}^{-1/3}$$

Substituindo, na equação 5.6,  $\mu_X$ ,  $\sigma_X$  e  $cv$  pelos respetivos valores obtém-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 0.0322 \text{ s m}^{-1/3} \\ b = 0.0478 \text{ s m}^{-1/3} \\ c = \mu_X = 0.040 \text{ s m}^{-1/3} \end{array} \right.$$

Definida a distribuição triangular através dos seus parâmetros e dos seus valores  $a$  (máximo) e de  $b$  (mínimo) prosseguiu-se com a geração uma série de 10000 valores equiprováveis entre zero e um, representativos de probabilidades de não-excedência. O cálculo dos correspondentes valores do coeficiente de rugosidade utilizou a equação 5.5, obtida a

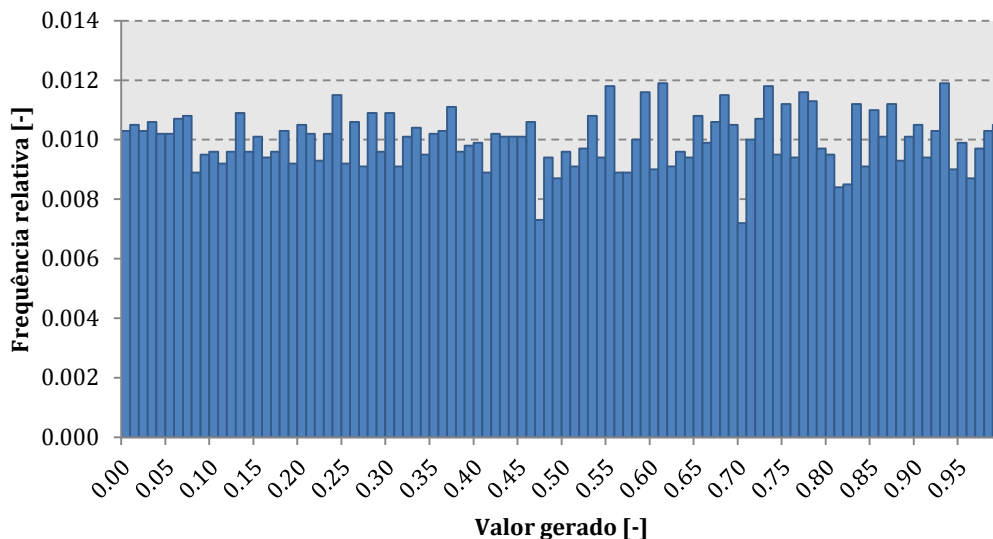
partir da inversão da função distribuição de probabilidade triangular dada pela equação 4.26, em ordem a n:

$$n(x) = \begin{cases} a + \sqrt{x(c-a)(b-a)} & \text{se } x \leq d \\ b - \sqrt{(1-x)(b-c)(b-a)} & \text{se } x > d \end{cases} \quad (5.5)$$

em que:

$$d = \frac{c-a}{b-a} \quad (5.6)$$

Como se pode observar no Gráfico 5.7, a distribuição dos valores gerados no intervalo [0;1], quando dispostos sob a forma de histograma, aproxima-se de uma distribuição uniforme, confirmando, assim, a adequação do algoritmo de geração de números aleatórios equiprováveis.

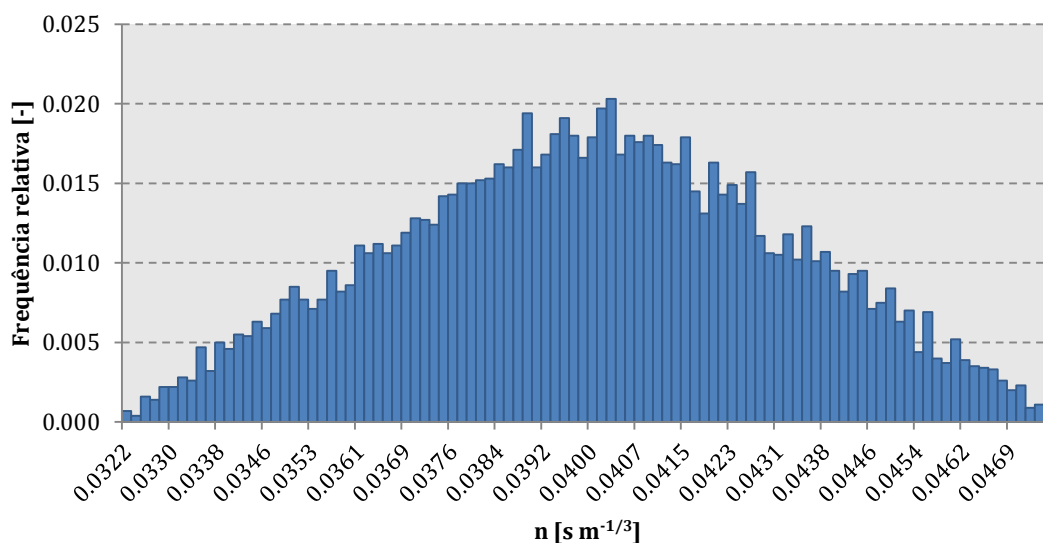


**Gráfico 5.7** Valores equiprováveis gerados no intervalo [0;1] utilizados no cálculo do coeficiente de Manning-Strickler.

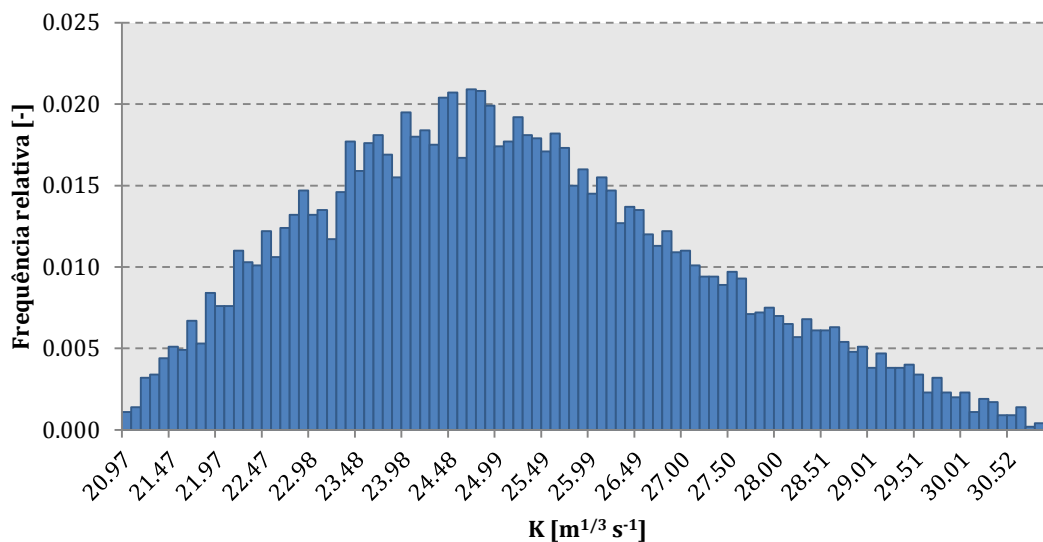
O Gráfico 5.8 contém o histograma de frequência dos 10000 valores sintéticos do coeficiente de rugosidade de Manning, n, decorrentes das probabilidades de não excedência apresentadas no Gráfico 5.7. Conforme pressuposto teoricamente, verifica-se que aquele histograma aproxima muito razoavelmente uma distribuição triangular com média 0.04 s<sup>m<sup>1/3</sup></sup>.

No programa desenvolvido, calculou-se, ainda, o inverso de cada um dos valores obtidos para o coeficiente de rugosidade de Manning, obtendo-se os valores do coeficiente K, normalmente designado por coeficiente de Manning-Strickler, cuja distribuição também

é aproximadamente triangular e com média igual a  $25 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$ , como se pode observar pelo Gráfico 5.9.



**Gráfico 5.8** Coeficientes de rugosidade de Manning calculados a partir dos valores gerados, segundo uma função densidade de probabilidade triangular.



**Gráfico 5.9** Coeficientes de Manning-Strickler gerados.

## 5.4 COTAS DO TERRENO

A estimação da configuração da superfície livre de um escoamento num canal requiere a definição, o mais exata possível, da geometria daquele canal ou de um trecho do mesmo. Como tal e no âmbito da presente investigação utilizou-se para a aplicação da

metodologia desenvolvida um trecho do rio Tejo a montante da secção da estação hidrométrica de Almourol (código 17G/02H) e com 804,7 metros de extensão.

A definição da geometria desse trecho baseou-se em cinco secções transversais, identificadas por S1, S2, S3, S4 e S5. A primeira secção transversal, S1, é a secção mais a jusante do trecho em estudo, coincidindo com a secção da estação hidrométrica de Almourol e utilizada como secção de controlo do escoamento, uma vez que o escoamento em condições de cheia no rio Tejo ocorre, necessariamente, em regime lento. A secção transversal S5 é a secção extrema de montante do trecho em estudo.

Os perfis transversais das secções S1 a S5 foram disponibilizados em formato digital, através da especificação das coordenadas (M, P, C) de cada um dos seus pontos, sendo que M (m) e P (m) são as coordenadas cartográficas que representam a distância à meridiana e a distância à perpendicular, permitindo a localização em planta, e C refere-se às cotas.

No entanto, para estimar a configuração da superfície livre de um escoamento num canal pela utilização do algoritmo desenvolvido nesta investigação é necessário que as coordenadas dos pontos que definem cada secção do canal sejam expressas segundo um sistema de eixos coplanar com essa secção e que a origem do eixo horizontal desse referencial coincida com o ponto mais à esquerda da mesma secção, considerando o sentido do escoamento, enquanto o eixo vertical, relativo às cotas, não sofre qualquer alteração. Desta forma, todos os pontos de uma secção podem ser definidos por duas coordenadas: a distância horizontal ao ponto mais à esquerda da secção, considerando o sentido do escoamento, ou seja, à origem do referencial e pela sua cota, que não sofre qualquer alteração em relação à recolhida a partir da cartografia.

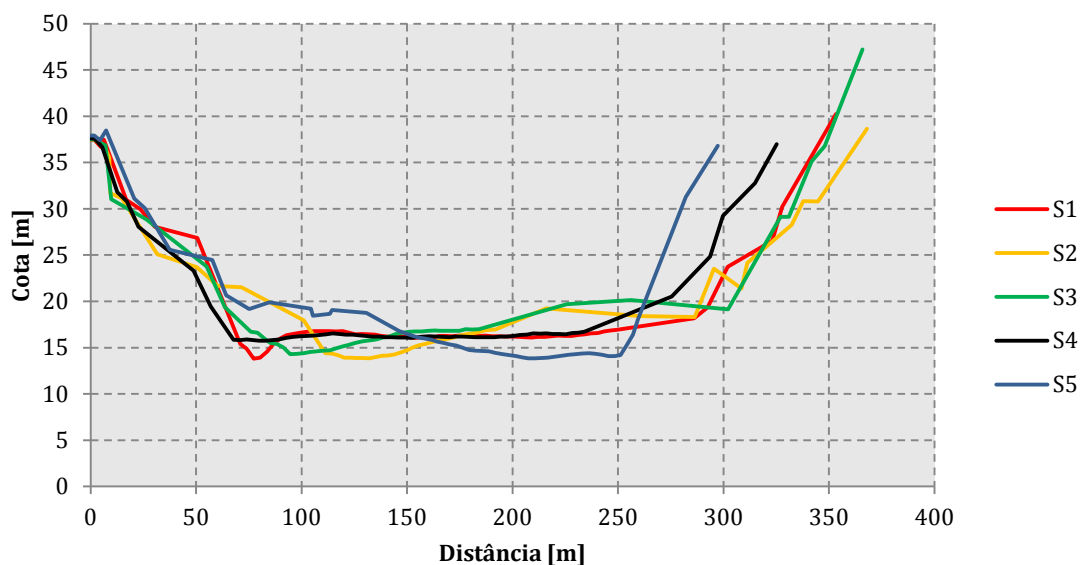
Assim, para uma secção genérica cujo ponto mais à esquerda seja  $T_1$  de coordenadas cartográficas  $(M_1; P_1; C_1)$  no novo referencial as suas coordenadas serão  $T_1 (0; C_1)$ , enquanto as coordenadas de qualquer outro ponto da secção  $T_i$  serão  $(d_i; C_i)$ , em que  $C_i$  respeita a cota do ponto e  $d_i$  é a distância horizontal à origem do novo referencial, dada por:

$$d_i = \sqrt{(M_i - M_{i-1})^2 + (P_i - P_{i-1})^2} + d_{i-1} \quad (5.9)$$

em que:

- $M_i$  e  $P_i$  são as coordenadas cartográficas (m) do ponto para o qual se está a calcular a distância à origem;
- $M_{i-1}$  e  $P_{i-1}$  são as coordenadas cartográficas (m) do ponto imediatamente à esquerda do qual se está a calcular a distância à origem;
- $d_{i-1}$  é a distância à origem do ponto à esquerda para o qual se está a calcular a coordenada no novo referencial.

No Gráfico 5.10 apresentam-se as cinco secções que definem a geometria transversal do trecho do rio Tejo sobre o qual incidiu o estudo de acordo com o sistema de eixos pressuposto pela aplicação do algoritmo desenvolvido. As coordenadas dos pontos que definem cada secção são apresentadas no Anexo C.1.



**Gráfico 5.10 Secções do trecho em estudo.**

Realizadas algumas simulações para a estimação da configuração da superfície livre do escoamento dos caudais de ponta de cheia centenária gerados como descrito em 5.2 *Caudal de ponta de cheia*, no trecho de rio definido pelas secções apresentadas anteriormente foi possível perceber que essas secções não tinham capacidade para escoar aqueles caudais. Nesse caso, quando a cota da superfície livre do escoamento numa dada secção ultrapassava uma das cotas dos pontos que delimitam o leito do rio, à esquerda e/ou à direita, ou ambas o programa desenvolvido considerava que nessa margem, ou em ambas, respetivamente, existia um muro infinitamente alto que limitava o escoamento lateralmente e o impedia de se propagar para as margens do trecho do rio, afastando-se da representação de um cenário real de cheia.

Para contornar este problema optou-se pelo prolongamento das secções, acrescentando um ponto na extremidade de cada margem, de forma a garantir que qualquer escoamento simulado com os caudais de ponta de cheia gerados não ultrapassaria os limites laterais da secção. Assim, o novo ponto extremo de cada margem foi tal que o declive do segmento de reta entre esse novo ponto e o ponto imediatamente a seguir deveria ser igual ao primeiro declive do terreno superior a 10%, contado a partir da margem da secção que se está a prolongar. Por exemplo, para a secção mais a jusante, S1, a margem

esquerda é definida pelas coordenadas da Tabela 5.2, onde também se apresentam os declives dos segmentos de reta que unem cada dois pontos consecutivos.

**Tabela 5.2 Exemplo do declive adotado para o alargamento da margem esquerda da secção S1.**

Distância à origem [m]	Cota [m]	Declive
0.000	37.452	-
1.713	37.458	0.35%
4.835	36.668	25.31%
6.209	37.470	58.37%
16.809	30.955	61.46%

Como se pode ver pela Tabela 5.2, o primeiro segmento de reta que apresenta um declive superior a 10% é o que une os segundo e terceiro pontos da secção, sendo esse o declive adotado para o prolongamento da secção na sua margem esquerda.

Além do cálculo do declive a adotar para o prolongamento das margens foi necessário definir o incremento de altura aos pontos extremos de cada perfil transversal alargado, tendo sido definido que cada margem iria sofrer um aumento de 60 metros em relação à cota do seu ponto extremo. Assim, para uma margem genérica o prolongamento foi conseguido recorrendo à introdução de um ponto além do seu ponto extremo em que a cota do primeiro resultou da soma da cota do segundo mais os 60 metros de altura que se desejava incrementar em cada margem, enquanto a distância entre esses dois pontos foi calculada considerando a sua diferença de cotas e o declive definido para o prolongamento da margem. É importante notar que, para qualquer secção, com a introdução do ponto da margem esquerda a uma determinada distância do ponto extremo da secção real, isto é, sem alargamento, todos os pontos da secção real sofreram uma translação para a direita de valor igual à distância anteriormente calculada.

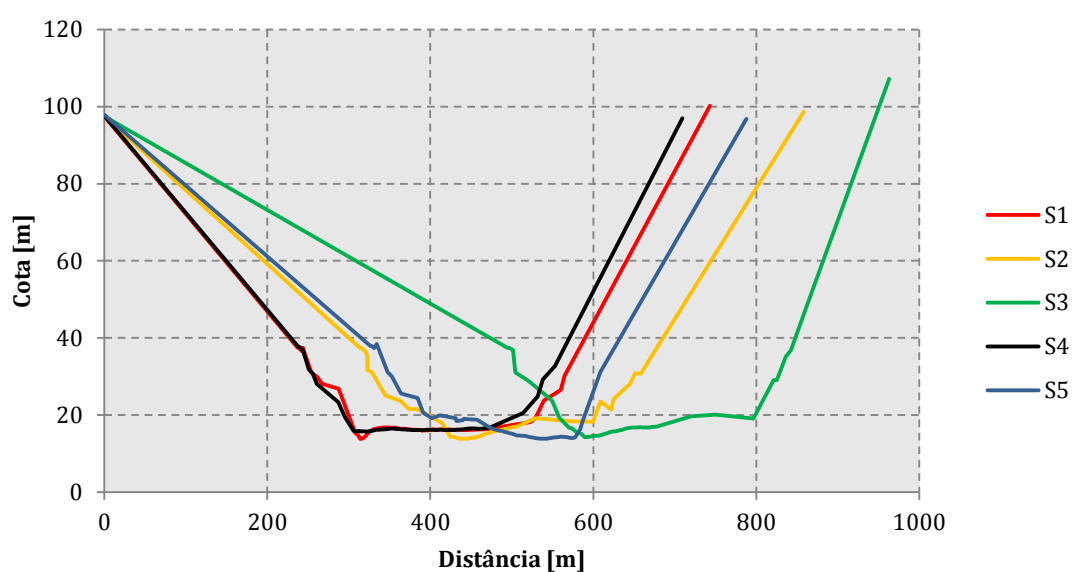
Na Tabela 5.3 apresentam-se as distâncias obtidas para o alargamento de todas as secções pressupondo um incremento de 60 metros na altura de cada margem, bem como os declives a adotar para este cálculo. Nessa tabela  $C_1$  e  $C_2$  representam as cotas dos dois pontos consecutivos cujo segmento de reta é o primeiro com declive superior a 10% e  $L$  é a distância entre estes pontos. No Gráfico 5.11 representam-se as secções finais a considerar no caso de estudo, encontrando-se as coordenadas dos seus pontos no Anexo C.2.

Para a completa definição do trecho do canal em estudo foi necessário determinar a distância entre as secções que definem esse trecho. Para simplificar a definição deste trecho e não tornar o cálculo demasiado exigente computacionalmente a distância entre duas secções consecutivas foi considerada constante em todos os seus pontos e igual à distância medida entre ambas ao longo do talvegue.



**Tabela 5.3 Declives adotados nas margens para o alargamento das secções.**

	Margem	C <sub>1</sub> [m]	C <sub>2</sub> [m]	L [m]	Declive	Distância para Δh=60m [m]
S1	Esquerda	37.458	36.668	3.122	25.31%	237.099
	Direita	30.221	40.223	25.481	39.25%	152.856
S2	Esquerda	37.492	36.482	5.276	19.14%	313.444
	Direita	30.777	38.632	23.150	33.93%	176.828
S3	Esquerda	37.500	36.860	5.275	12.13%	494.516
	Direita	36.761	47.229	17.927	58.39%	102.756
S4	Esquerda	37.613	36.680	3.705	25.18%	238.263
	Direita	32.754	36.983	10.291	41.09%	146.011
S5	Esquerda	37.908	37.411	2.707	18.36%	326.796
	Direita	31.269	36.816	15.152	36.61%	163.895

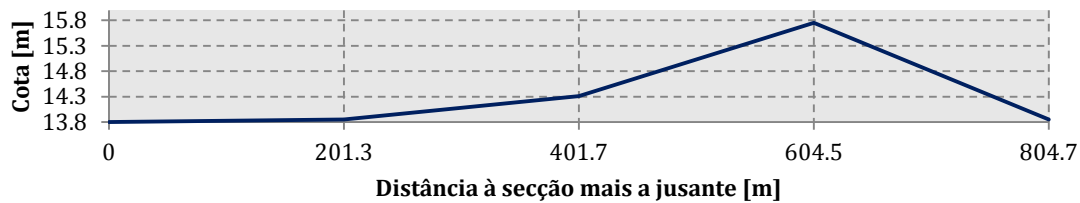


**Gráfico 5.11 Seções modificadas.**

Na Tabela 5.4 apresentam-se os valores que definem as distâncias entre as secções, a distância de cada secção à secção mais a jusante e as cotas do talvegue de cada uma dessas secções, representados, graficamente, no Gráfico 5.12.

**Tabela 5.4 Distância entre secções.**

Secção	Distância entre secções [m]	Distância à secção mais a jusante [m]	Cota do talvegue [m]
S1	-	-	13.80
S2	201.3	201.3	13.85
S3	200.4	401.7	14.31
S4	202.9	604.5	15.75
S5	200.1	804.7	13.85



**Gráfico 5.12** Variação da cota do talvegue com a distância à secção mais a jusante.

Depois de definida a geometria do trecho do rio Tejo sujeito a escoamento em condições de cheia procedeu-se à caracterização da incerteza associada à mesma. Como referido em 4.3.4 *Incerteza associada à geometria das secções transversais*, apenas se considerou a incerteza proveniente das cotas dos pontos que definem as secções transversais, através da associação a essas cotas de um erro expresso por uma função densidade de probabilidade.

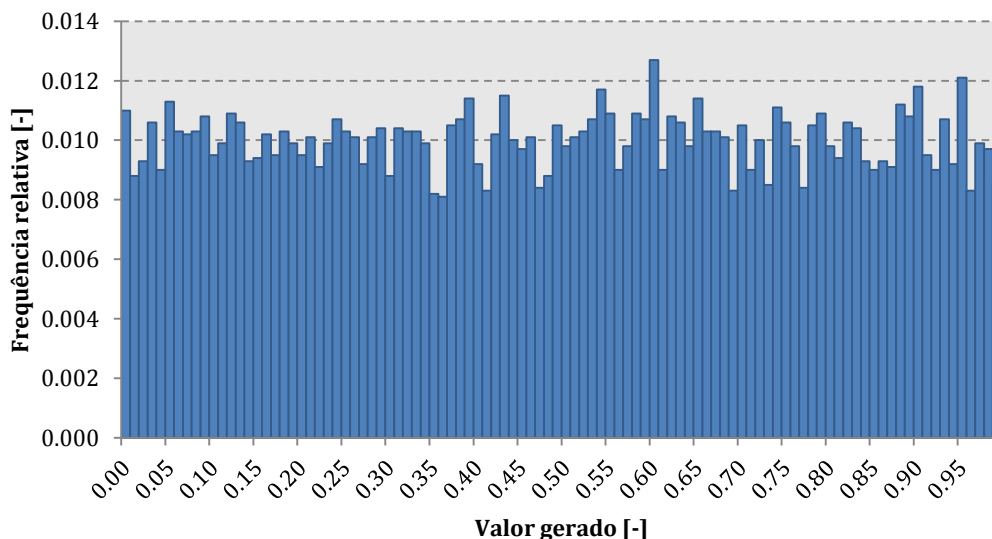
No pressuposto de que o levantamento topográfico do trecho do rio Tejo foi realizado com recurso a cartografia de base à escala 1:500, cuja equidistância natural é 0.5 metros, e considerando o método descrito por Pestana, 1999, (ver capítulo 4.3.4 *Incerteza associada à geometria das secções transversais*), a incerteza no erro a associar às cotas dos perfis transversais pode ser expressa por uma função densidade de probabilidade Normal com média zero e desvio-padrão, obtido pela equação 4.28, ou seja, com o valor de:

$$\sigma_x = \frac{0.5}{3.29} = 0.15198 \text{ m}$$

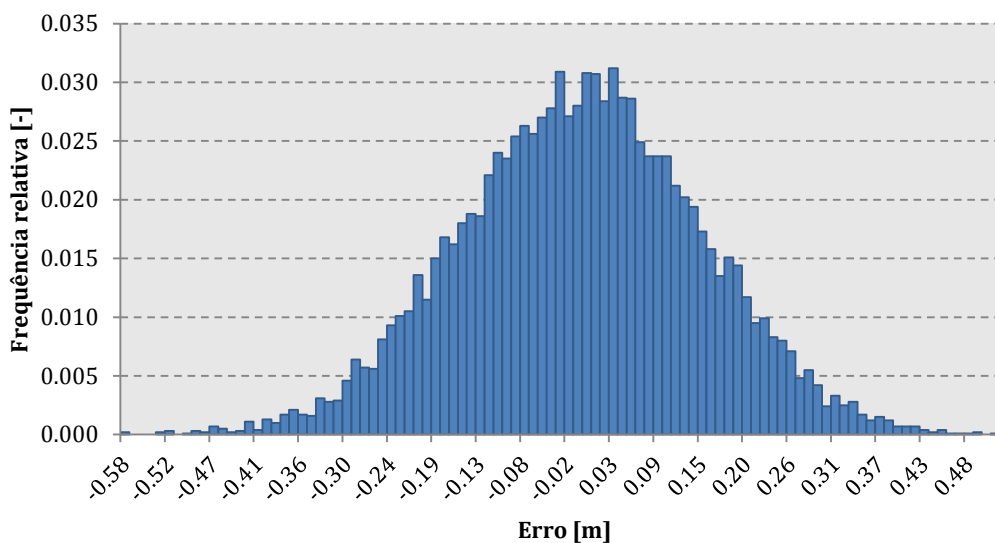
O Gráfico 5.13 contém o histograma dos 10000 valores equiprováveis gerados no intervalo [0;1], pressupostos pela aplicação do procedimento apresentado no capítulo 4.3.4.2 *Introdução da incerteza relativa às cotas dos pontos utilizados para definir os perfis das secções*. Tal gráfico evidencia a distribuição sensivelmente uniforme daqueles valores, confirmando a sua equiprobabilidade.

Através da função distribuição de probabilidade da lei Normal (equação 4.30) calculou-se o erro associado a cada probabilidade de não-excedência gerado, tendo-se obtido o histograma representado no Gráfico 5.14, que, como esperado, apresenta a forma característica da função densidade de probabilidade da lei Normal.

Como representado no gráfico, o erro na definição das cotas das secções transversais do trecho a partir da cartografia pode ser negativo ou positivo. Consoante o sinal daquele erro assim o perfil transversal sofre uma translação das cotas dos seus pontos no sentido do aumento, no caso de o erro ser positivo, ou da diminuição, no caso de o erro ser negativo. Assim, para uma mesma cota da superfície livre a altura do escoamento diminui ou aumenta em correspondência com o sentido daquela translação.



**Gráfico 5.13** Valores equiprováveis gerados no intervalo [0;1] que servem de base ao cálculo dos erros associados às cotas dos perfis transversais.



**Gráfico 5.14** Erros gerados segundo a função densidade de probabilidade Normal e que caracterizam a incerteza associada às cotas dos perfis transversais.

## 5.5 RESULTADOS OBTIDOS

### 5.5.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresentam-se os resultados obtidos para o caso de estudo descrito anteriormente.

Sendo do interesse desta investigação estudar a incerteza que advém para a configuração da superfície livre decorrente das variáveis analisadas (caudal de ponta de cheia,

coeficiente de Manning-Strickler e cotas do terreno) individualmente e em conjunto, a análise de incertezas foi realizada em duas fases, sendo que este capítulo foi dividido em dois subcapítulos concordantes com essas fases, nomeadamente, o subcapítulo 5.5.2 *Primeira fase* e o subcapítulo 5.5.3 *Segunda fase*.

A primeira fase respeitou à análise de incerteza associada a cada uma das variáveis analisadas em separado, enquanto na segunda fase se teve em conta a incerteza nessas três variáveis considerada em simultâneo. Desta forma, para a primeira fase modelou-se a incerteza de uma das três variáveis de acordo com o descrito anteriormente, enquanto os valores das outras duas se mantiveram constantes em todas as simulações. Na segunda fase, cada uma das 10000 simulações realizadas considerou uma combinação de três valores, sendo esta composta por um valor do caudal de ponta de cheia, gerado segundo a lei log-Normal, um valor do coeficiente de Manning-Strickler, gerado segundo a lei triangular, e um valor do erro a associar as cotas dos perfis transversais, gerado segundo a lei Normal, como descrito em 5.2 *Caudal de ponta de cheia*, 5.3 *Coefficiente de Manning* e 5.4 *Cotas do terreno*, respetivamente.

Para ambas as fases referidas os resultados são apresentados sob forma de histogramas, tendo-se produzido dois tipos de gráficos para cada secção em análise, referenciados como “com escala uniformizada” e “com escala não uniformizada”. No primeiro dos anteriores tipos de gráficos os eixos foram graduados atendendo aos valores máximos e mínimos obtidos no conjunto das secções analisadas, excetuando a secção de controlo e coincidente com a estação hidrométrica, secção S1. Deste modo, o eixo das abcissas inicia-se na menor das alturas de escoamento decorrentes dos processos de geração e cálculo e termina na maior dessas alturas. No eixo das ordenadas são expressas as frequências relativas, com início em 0 e fim na maior daquelas frequências obtidas no conjunto das simulações para as secções analisadas.

O tipo de gráfico identificado como “com escala não uniformizada” detalha, secção a secção, os pares de valores altura do escoamento e frequência relativa obtidos para essa secção, sendo que as escalas horizontal e vertical são definidas de forma a dar expressão ao gráfico. Para o efeito, os valores mínimo e máximo do eixo horizontal são, respetivamente, as alturas de escoamento mínima e máxima calculadas para a secção representada, enquanto para o eixo vertical o seu valor mínimo será 0 e o máximo será a frequência relativa máxima dessa secção.

Importa ainda referir que, para uma qualquer secção analisada, os resultados obtidos através do algoritmo desenvolvido em MATLAB® dizem respeito às cotas do escoamento nessa secção, sendo necessário subtrair a respetiva cota do talvegue de forma a obter as alturas de escoamento.

## 5.5.2 PRIMEIRA FASE

### 5.5.2.1 Caudal de ponta de cheia

Para analisar a incerteza na configuração da superfície livre de um escoamento que advém exclusivamente da incerteza no caudal de ponta de cheia calcularam-se as curvas de regolfo para os diferentes caudais de ponta de cheia mantendo as restantes variáveis fixas, ou seja, não lhes associando qualquer erro. Desta forma, em todas as simulações realizadas o coeficiente de Manning-Strickler e o erro associado às cotas do terreno foram fixados em  $25 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$  e 0 m, respetivamente, sendo que o caudal de ponta de cheia variou de simulação em simulação segundo o processo de geração de caudais de ponta de cheia tendo por base a lei log-Normal, como apresentado no subcapítulo 5.2 *Caudal de ponta de cheia*.

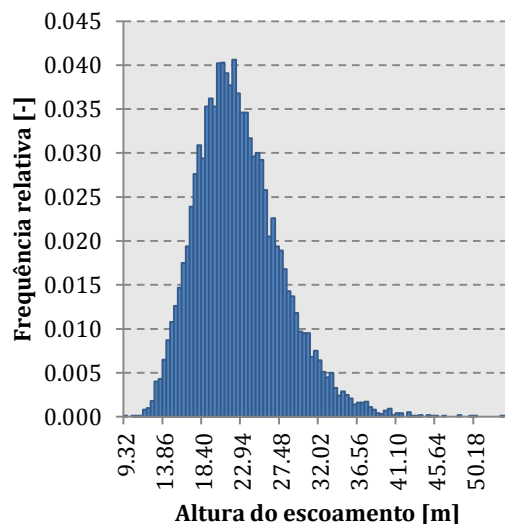
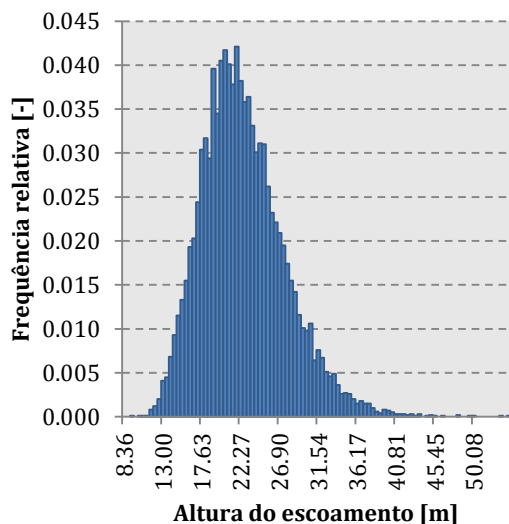
A organização, sob a forma de histograma, das alturas de escoamento em cada secção correspondentes aos 10000 caudais de ponta de cheia gerados para o trecho em causa do rio Tejo consta dos Gráficos 5.15, 5.16, 5.17 e 5.18, sendo que cada gráfico compreende dois histogramas de frequências, um “com escala uniformizada” e outro “com escala não uniformizada”.

Os anteriores gráficos correspondem às secções de cálculo do regolfo, organizadas de jusante para montante. Excetua-se a secção S1, uma vez que as cotas da superfície livre na mesma e, conseqüentemente, as alturas de escoamento resultam da aplicação da curva de vazão aos caudais de ponta de cheia gerados, tendo-se admitido que tal curva estava isente de incerteza.

Na Tabela 5.5 apresenta-se uma breve caracterização quantitativa das alturas de escoamento relativas a cada secção transversal, nomeadamente, a respetiva média, desvio-padrão e coeficiente de assimetria.

**Tabela 5.5 Geração de 10000 caudais de ponta de cheia. Média, desvio-padrão e coeficiente de assimetria das alturas de escoamento estimadas para cada secção transversal.**

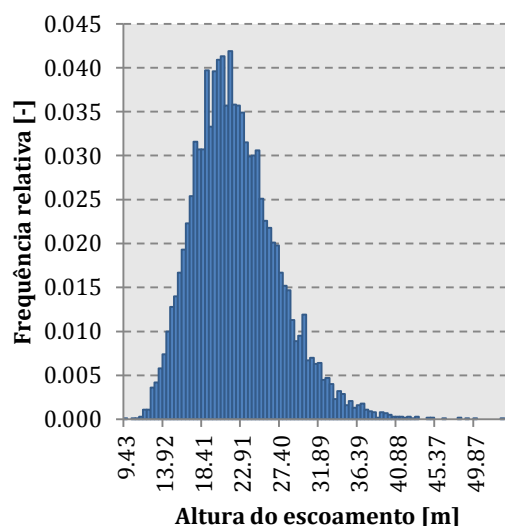
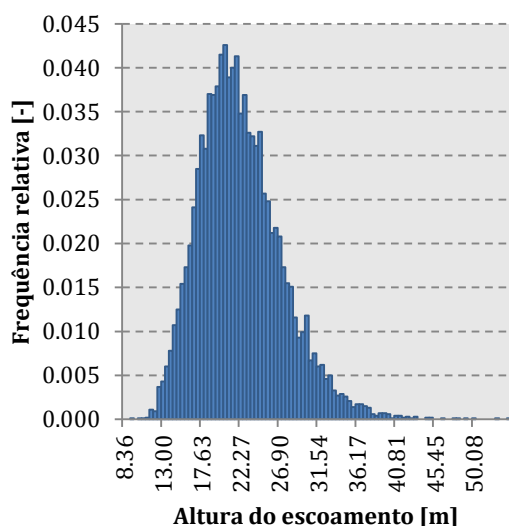
	S2	S3	S4	S5
<b>Média [m]</b>	22.841	22.498	21.136	22.990
<b>Desvio-padrão [m]</b>	4.99	4.96	4.90	4.86
<b>Coeficiente de Assimetria [-]</b>	0.75	0.77	0.77	0.79



a) Com escala uniformizada.

b) Com escala não uniformizada.

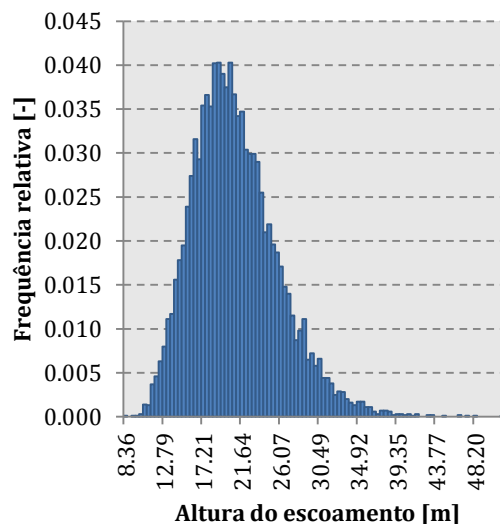
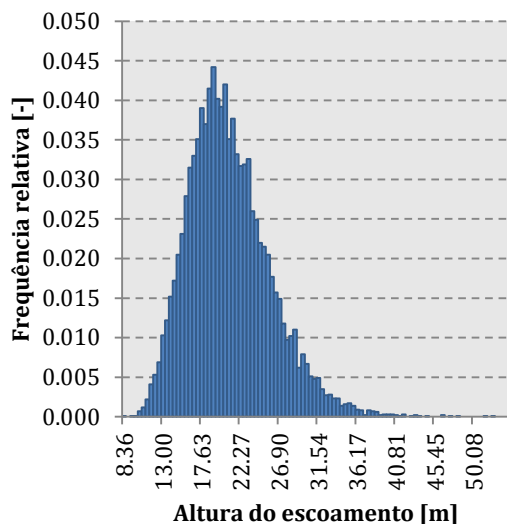
Gráfico 5.15 Alturas do escoamento na secção S2 para a variação do caudal de ponta de cheia segundo uma distribuição de probabilidade log-Normal. Coeficiente de Manning-Strickler e erro nas cotas constantes e iguais a  $25 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$  e 0 m, respetivamente.



a) Com escala uniformizada.

b) Com escala não uniformizada.

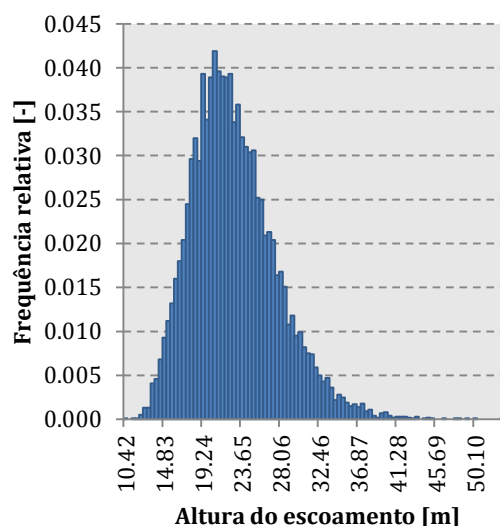
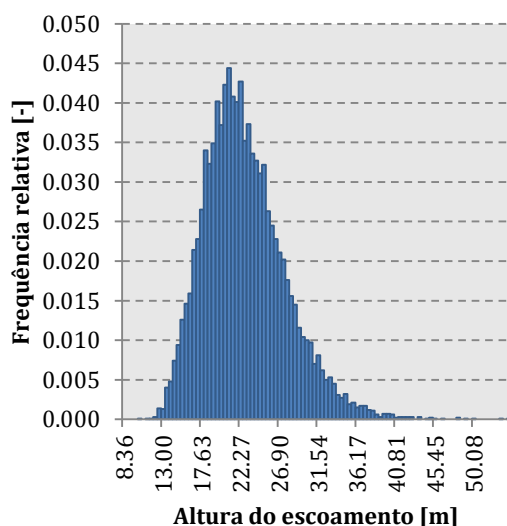
Gráfico 5.16 Alturas do escoamento na secção S3 para a variação do caudal de ponta de cheia segundo uma distribuição de probabilidade log-Normal. Coeficiente de Manning-Strickler e erro nas cotas constantes e iguais a  $25 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$  e 0 m, respetivamente.



a) Com escala uniformizada.

b) Com escala não uniformizada.

**Gráfico 5.17** Alturas do escoamento na secção S4 para a variação do caudal de ponta de cheia segundo uma distribuição de probabilidade log-Normal. Coeficiente de Manning-Strickler e erro nas cotas constantes e iguais a  $25 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$  e  $0 \text{ m}$ , respetivamente.



a) Com escala uniformizada.

b) Com escala não uniformizada.

**Gráfico 5.18** Alturas do escoamento na secção S5 para a variação do caudal de ponta de cheia segundo uma distribuição de probabilidade log-Normal. Coeficiente de Manning-Strickler e erro nas cotas constantes e iguais a  $25 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$  e  $0 \text{ m}$ , respetivamente.

### 5.5.2.2 Coeficiente de Manning-Strickler

A incerteza na estimação da configuração da superfície livre de um escoamento como consequência da incerteza associada ao coeficiente de Manning-Strickler foi analisada a partir dos resultados obtidos nas 10000 simulações realizadas para o efeito.

O valor do coeficiente de Manning-Strickler adotado em cada simulação resultou de um processo de geração aleatória segundo uma lei estatística triangular, de acordo com o descrito em 5.3 *Coeficiente de Manning*, no pressuposto de caudal de ponta de cheia cen-

tenária e erro associado às cotas dos perfis transversais constantes e iguais a 21390.4 m<sup>3</sup> s<sup>-1</sup> e 0 m, respetivamente.

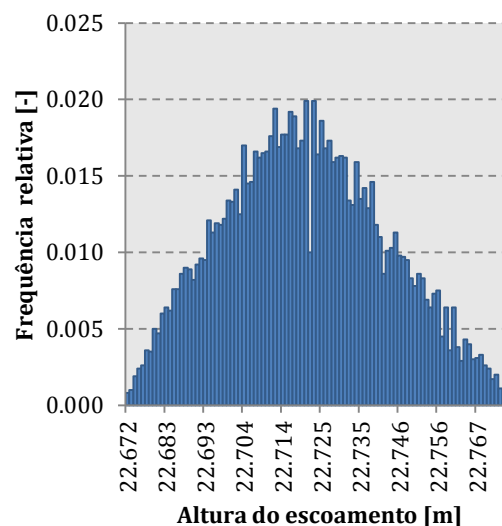
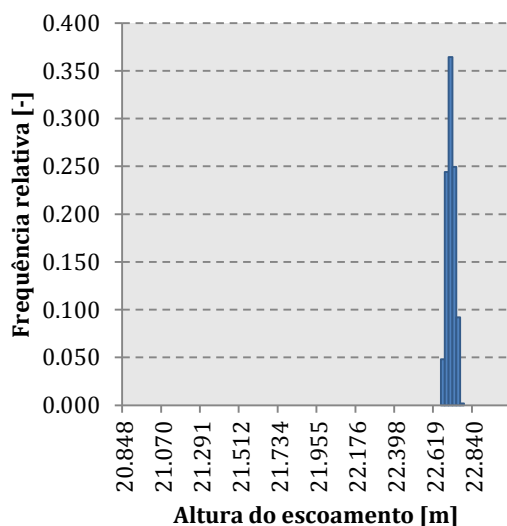
O anterior caudal é o que decorre da aplicação da lei log-Normal à amostra de caudais instantâneos máximos anuais na estação hidrométrica de Almourol (código 17G/02H). A esse caudal corresponde uma cota de escoamento na secção mais a jusante do trecho, S1, igual a 36.427 m, conforme fornecido pela curva de vazão apresentada em 5.2.2 Curva de vazão.

Nos Gráficos 5.19 a 5.22 apresentam-se, sob a forma de histogramas, as alturas do escoamento nas sucessivas secções de cálculo que, para o efeito, estão organizadas de jusante para montante.

À semelhança do procedimento decorrente da associação de incerteza ao caudal de ponta de cheia, obteve-se a Tabela 5.6 contendo os valores da média, do desvio-padrão e do coeficiente da distribuição das alturas de escoamento em cada secção.

**Tabela 5.6 Geração de 10000 coeficientes de Manning-Strickler. Média, desvio-padrão e coeficiente de assimetria das alturas de escoamento estimadas para cada secção transversal.**

	S2	S3	S4	S5
Média [m]	22.721	22.363	20.994	22.832
Desvio-padrão [m]	0.02	0.04	0.06	0.09
Coeficiente de Assimetria [-]	0.15	0.13	0.13	0.12

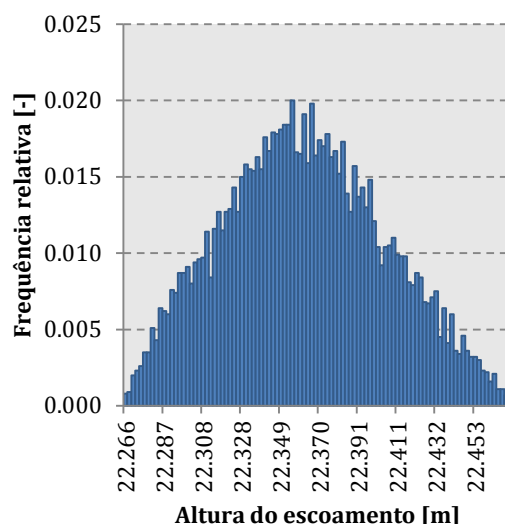
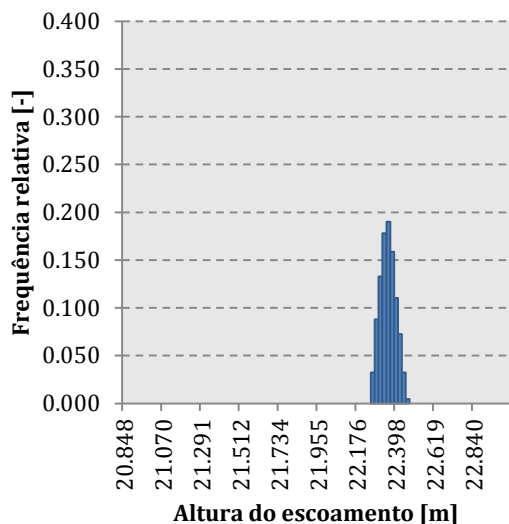


a) Com escala uniformizada.

b) Com escala não uniformizada.

**Gráfico 5.19 Alturas do escoamento na secção S2 para a variação do coeficiente de Manning-Strickler segundo uma distribuição de probabilidade triangular. Caudal de ponta de cheia e erro nas cotas constantes e iguais a 21390.4 m<sup>3</sup> s<sup>-1</sup> e 0 m, respetivamente.**

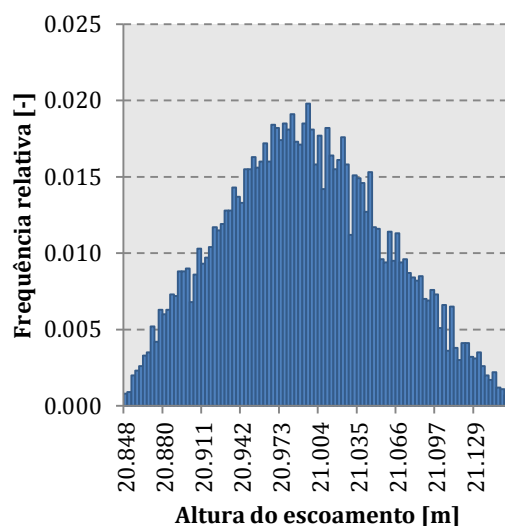
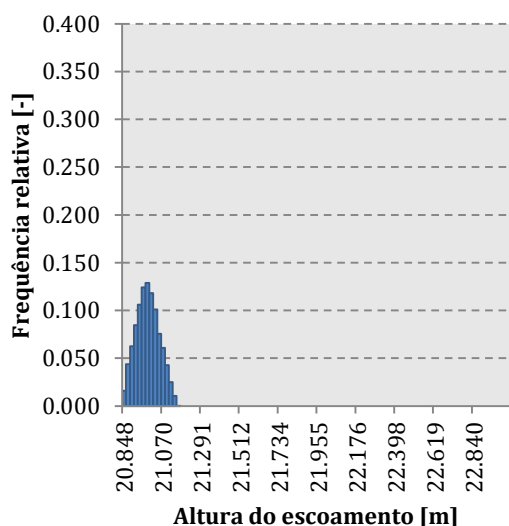




a) Com escala uniformizada.

b) Com escala não uniformizada.

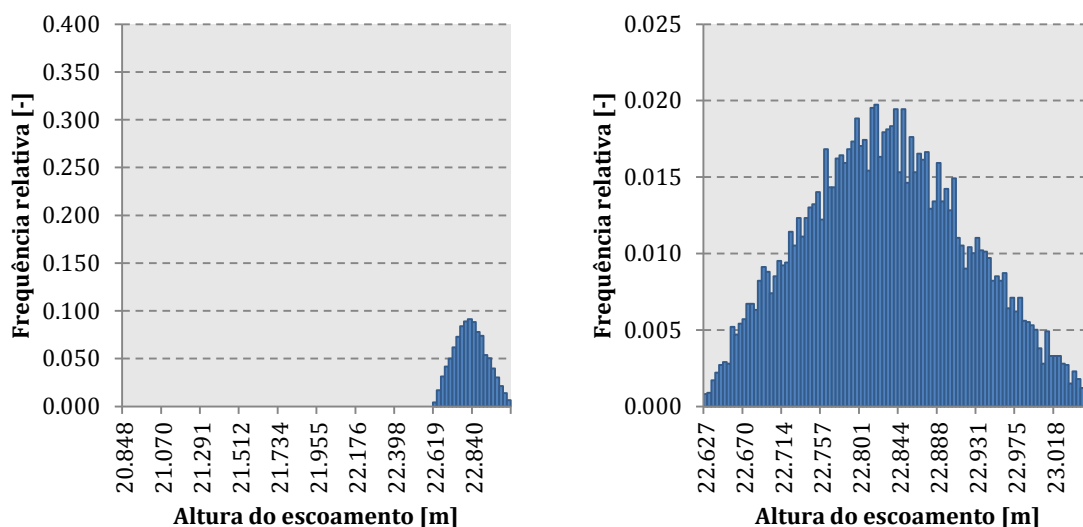
Gráfico 5.20 Alturas do escoamento na secção S3 para a variação do coeficiente de Manning-Strickler segundo uma distribuição de probabilidade triangular. Caudal de ponta de cheia e erro nas cotas constantes e iguais a  $21390.4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  e  $0 \text{ m}$ , respetivamente.



a) Com escala uniformizada.

b) Com escala não uniformizada.

Gráfico 5.21 Alturas do escoamento na secção S4 para a variação do coeficiente de Manning-Strickler segundo uma distribuição de probabilidade triangular. Caudal de ponta de cheia e erro nas cotas constantes e iguais a  $21390.4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  e  $0 \text{ m}$ , respetivamente.



a) Com escala uniformizada.

b) Com escala não uniformizada.

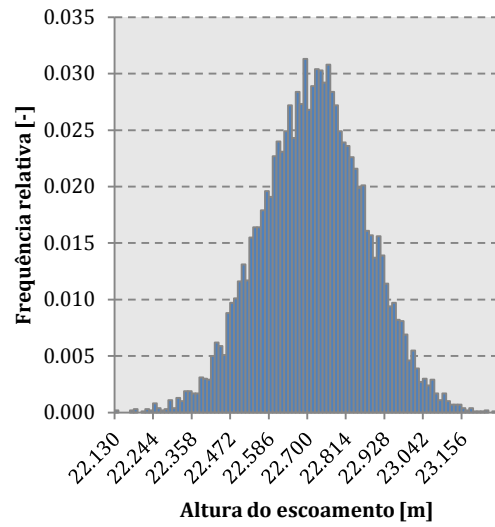
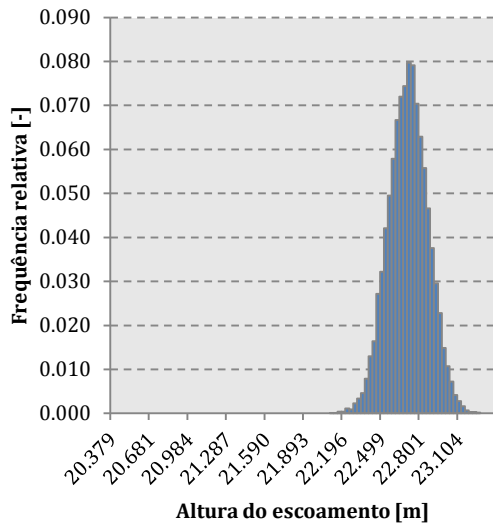
**Gráfico 5.22** Alturas do escoamento na secção S5 para a variação do coeficiente de Manning-Strickler segundo uma distribuição de probabilidade triangular. Caudal de ponta de cheia e erro nas cotas constantes e iguais a  $21390.4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  e  $0 \text{ m}$ , respetivamente.

### 5.5.2.3 Cotas do terreno

Para avaliar os efeitos da incerteza associada às cotas do terreno sobre a configuração da superfície livre da cheia centenária no trecho em estudo do rio Tejo fizeram-se variar as cotas do terreno em cada secção mediante a modelação da incerteza associada ao erro na medição daquelas cotas, como descrito em 4.3.4 *Incerteza associada à geometria das secções transversais*. Para o efeito admitiu-se, numa mesma simulação, que o erro gerado afetaria as cotas de todas as secções transversais de igual forma. Assim, por cada simulação realizada foi gerado, segundo a lei Normal, um valor de erro a associar às cotas do terreno, de acordo com o descrito em 5.4 *Cotas do terreno*, enquanto o valor do caudal de ponta de cheia centenária e o coeficiente de Manning-Strickler não foram sujeitos a qualquer alteração tomando os valores, respetivamente, de  $21390.4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  e  $25 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$ . O caudal adotado respeita ao caudal de ponta de cheia centenária estimado segundo a lei log-Normal tendo por base a amostra de caudais instantâneos máximos anuais na estação hidrométrica de Almourol (código 17G/02H), correspondendo-lhe um cota na secção de controlo, S1, de  $36.427 \text{ m}$ , calculada a partir da curva de vazão apresentada em 5.2.2 *Curva de vazão*, aliás como antes especificado.

Analogamente ao procedimento antes adotado, foram realizadas 10000 simulações para analisar a influência da incerteza nas cotas do terreno na configuração da superfície livre de um escoamento em condições de cheia num canal natural. Os resultados obtidos são apresentados nos histogramas dos Gráficos 5.23, 5.24, 5.25 e 5.26, equivalentes aos

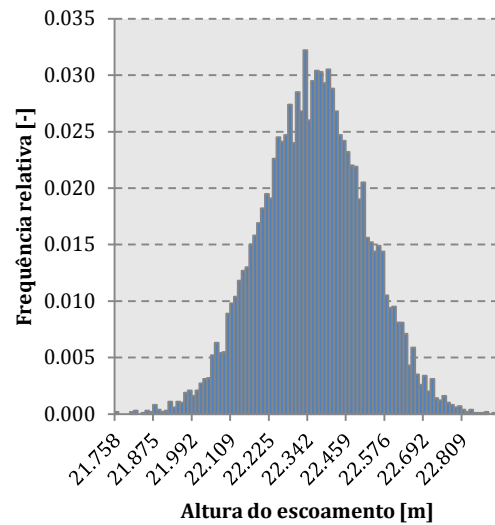
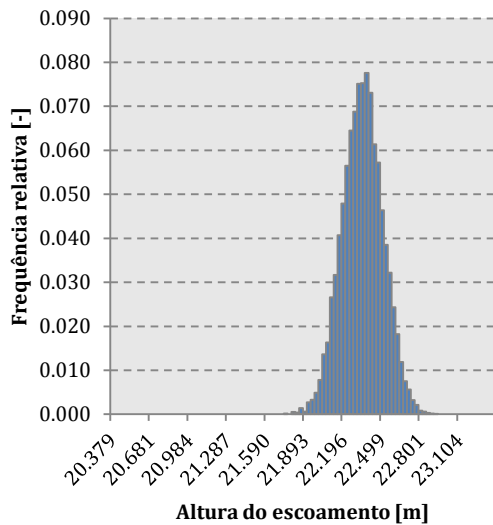
incluídos nos subcapítulos precedentes, referentes à incerteza associada ao caudal de ponta de cheia e ao coeficiente de Manning-Strickler.



a) Com escala uniformizada.

b) Com escala não uniformizada.

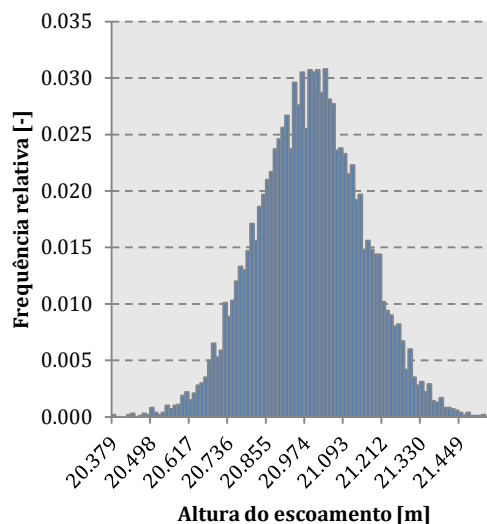
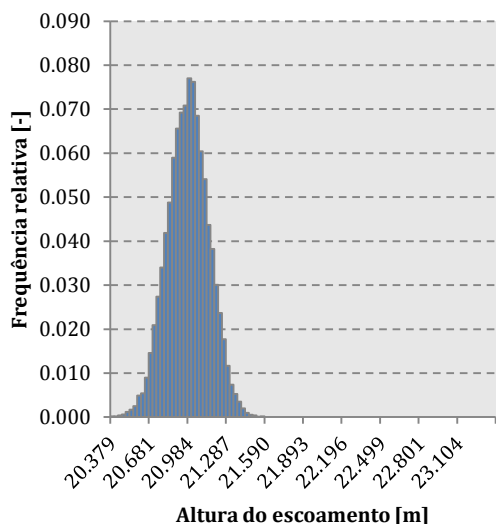
**Gráfico 5.23** Alturas do escoamento na secção S2 para a variação do erro associado às cotas segundo uma distribuição de probabilidade Normal. Caudal de ponta de cheia e coeficiente de Manning-Strickler constantes e iguais a  $21390.4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  e  $25 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$ , respetivamente.



a) Com escala uniformizada.

b) Com escala não uniformizada.

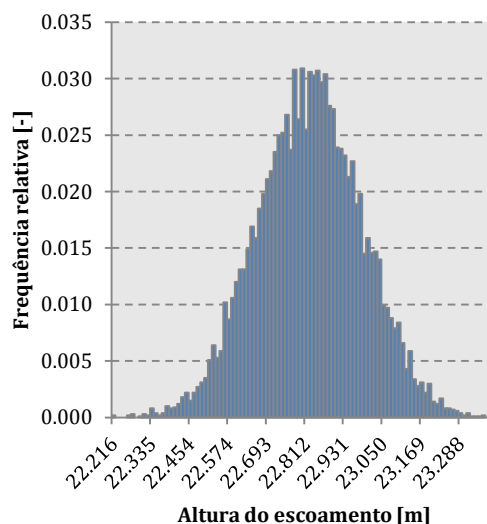
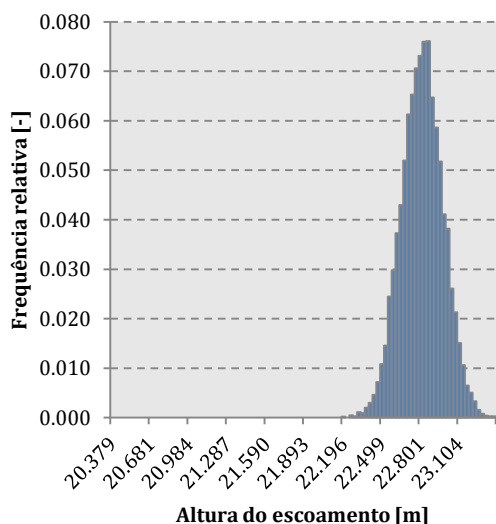
**Gráfico 5.24** Alturas do escoamento na secção S3 para a variação do erro associado às cotas segundo uma distribuição de probabilidade Normal. Caudal de ponta de cheia e coeficiente de Manning-Strickler constantes e iguais a  $21390.4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  e  $25 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$ , respetivamente.



a) Com escala uniformizada.

b) Com escala não uniformizada.

**Gráfico 5.25** Alturas do escoamento na secção S4 para a variação do erro associado às cotas segundo uma distribuição de probabilidade Normal. Caudal de ponta de cheia e coeficiente de Manning-Strickler constantes e iguais a  $21390.4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  e  $25 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$ , respetivamente.



a) Com escala uniformizada.

b) Com escala não uniformizada.

**Gráfico 5.26** Alturas do escoamento na secção S5 para a variação do erro associado às cotas segundo uma distribuição de probabilidade Normal. Caudal de ponta de cheia e coeficiente de Manning-Strickler constantes e iguais a  $21390.4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  e  $25 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$ , respetivamente.

A Tabela 5.7 contém os valores da média, do desvio-padrão e do coeficiente de assimetria da distribuição de alturas de escoamento em cada secção decorrentes da incerteza expressa pelos histogramas dos Gráficos 5.23 a 5.26.

**Tabela 5.7 Geração de 10000 erros associados às cotas. Média, desvio-padrão e coeficiente de assimetria das alturas de escoamento estimadas para cada secção transversal.**

	S2	S3	S4	S5
<b>Média [m]</b>	22.719	22.361	20.991	22.829
<b>Desvio-padrão [m]</b>	0.15	0.16	0.16	0.16
<b>Coefficiente de Assimetria [-]</b>	-0.03	-0.03	-0.02	-0.02

### 5.5.3 SEGUNDA FASE

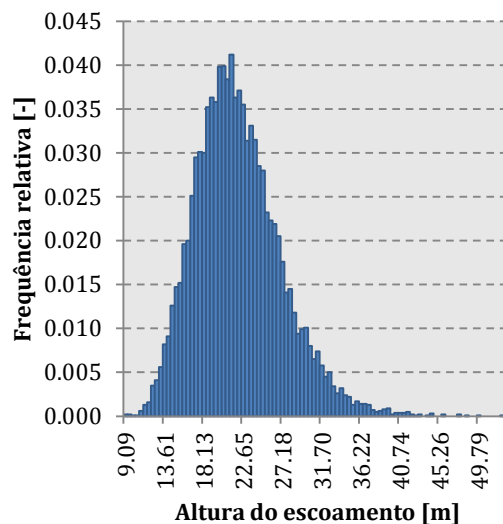
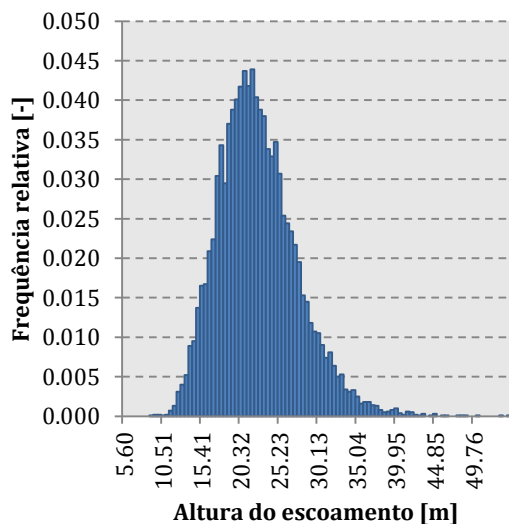
O presente subcapítulo contém os resultados da análise de incerteza na estimação da configuração da superfície livre em condições de cheia num canal natural no pressuposto de que o caudal de ponta de cheia escoado, o coeficiente de Manning-Strickler e às cotas do terreno enfermam simultaneamente de incerteza.

Em conformidade com os capítulos 4. *Metodologia* e 5. *Caso de Estudo*, a incerteza associada a cada uma das variáveis antes mencionada foi modelada mediante a consideração de uma distribuição de probabilidade: a) log-Normal, no que respeita ao caudal de ponta de cheia centenária,  $Q \sim \text{LN}(7.7; 1.0)$ ; b) triangular, relativamente ao coeficiente de Manning-Strickler,  $M \sim \text{Triang}(0.036; 0.045; 0.054)$  e; c) Normal no caso dos erros associados às cotas do terreno,  $\text{Erro} \sim \text{N}(0; 0.15198)$ . Tendo por base as anteriores distribuições, foram gerados 10000 conjuntos de três valores, cada valor representativo de uma realização aleatória de cada uma das variáveis em presença.

As alturas de escoamento em cada secção do canal foram calculadas através da adaptação da função `escoamento_cotas.m` de forma a que em cada simulação fosse considerado um valor do caudal de ponta de cheia, um valor do coeficiente de Manning-Strickler e um valor do erro a associar às cotas do terreno de entre os 10000 gerados, sem existir repetição dos mesmos em outra qualquer simulação. A função resultante daquela adaptação é apresentada no Anexo A.11 (função `escoamento.m`), tendo, ainda, sido desenvolvida uma outra função, apresentada no Anexo A.12. (função `cotas_caudais_rugosidade.m`), que agrega a geração dos valores das três variáveis.

Os resultados obtidos nesta fase para a variação da configuração da superfície livre são apresentados nos Gráficos 5.27 a 5.31, referentes a cada uma das secções S2 a S5.

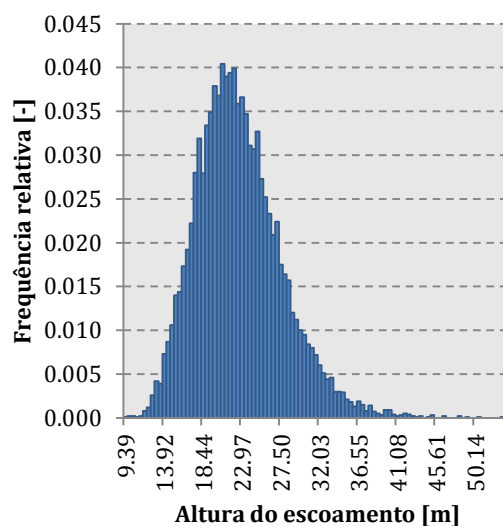
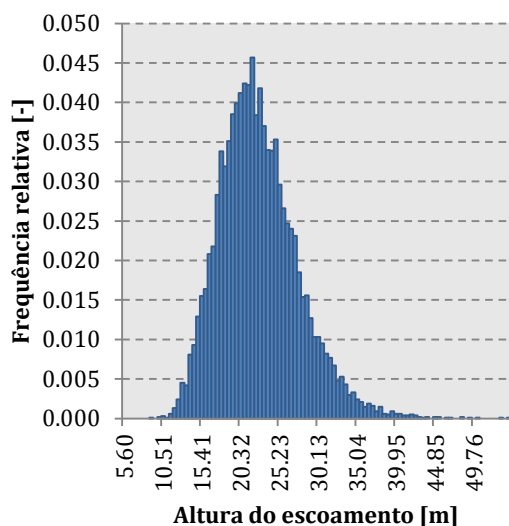
As médias, desvios-padrão e coeficientes de assimetria das distribuições das 10000 alturas de escoamento obtidas para as secções S1, S2, S3, S4 e S5 nas condições de simulação pressupostas pelos Gráficos 5.27 a 5.31 são apresentados na Tabela 5.8.



a) Com escala uniformizada.

b) Com escala não uniformizada.

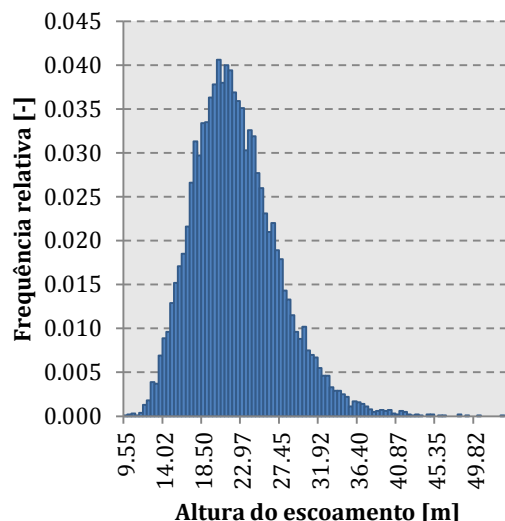
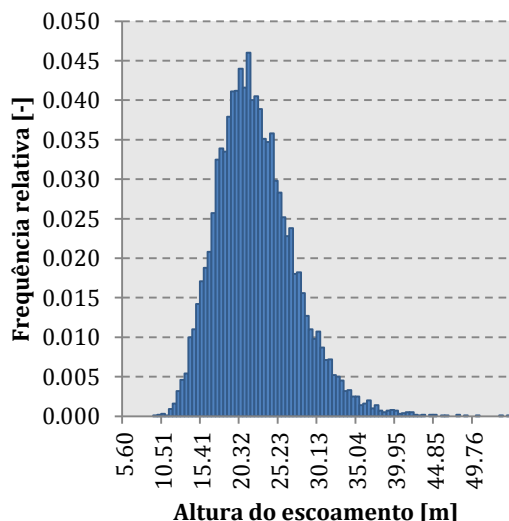
**Gráfico 5.27** Alturas do escoamento na secção S1 para a variação, em simultâneo, das três variáveis em estudo: caudal de ponta de cheia, coeficiente de Manning-Strickler e cotas do terreno.



a) Com escala uniformizada.

b) Com escala não uniformizada.

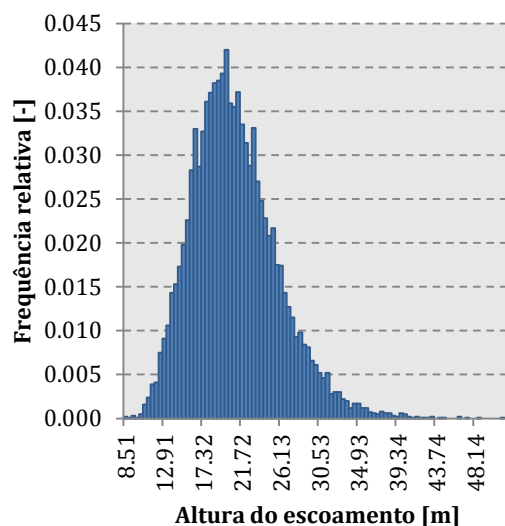
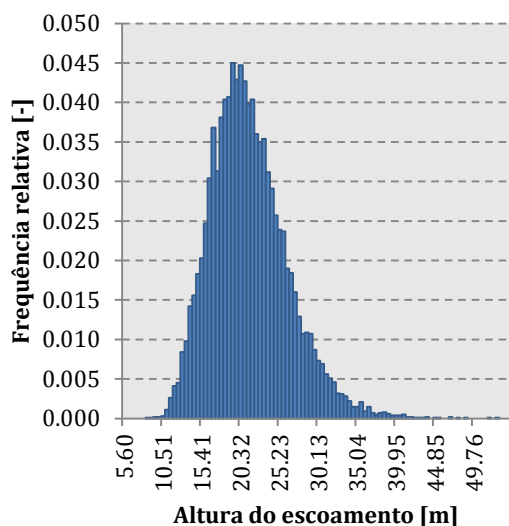
**Gráfico 5.28** Alturas do escoamento na secção S2 para a variação, em simultâneo, das três variáveis em estudo: caudal de ponta de cheia, coeficiente de Manning-Strickler e cotas do terreno.



a) Com escala uniformizada.

b) Com escala não uniformizada.

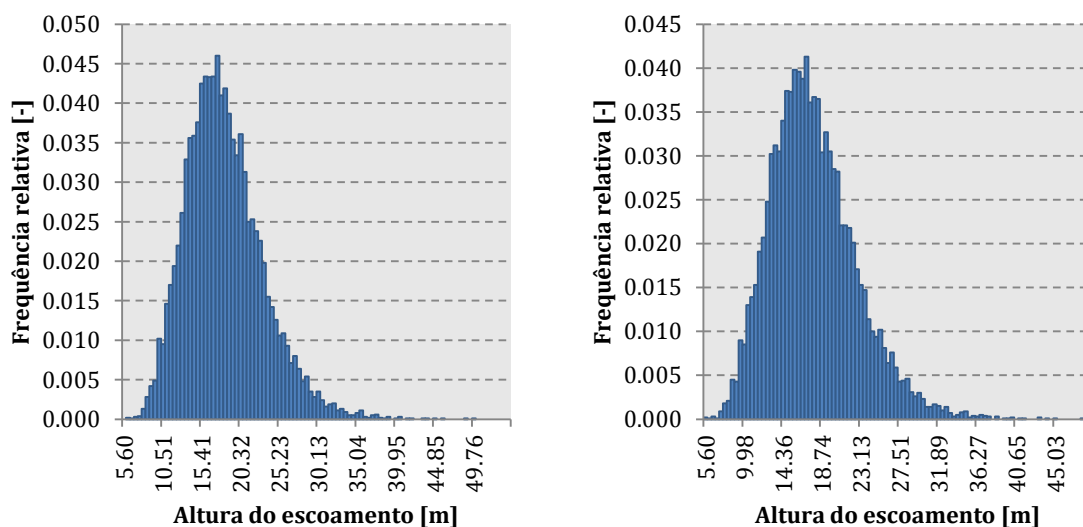
Gráfico 5.29 Alturas do escoamento na secção S3 para a variação, em simultâneo, das três variáveis em estudo: caudal de ponta de cheia, coeficiente de Manning-Strickler e cotas do terreno.



a) Com escala uniformizada.

b) Com escala não uniformizada.

Gráfico 5.30 Alturas do escoamento na secção S4 para a variação, em simultâneo, das três variáveis em estudo: caudal de ponta de cheia, coeficiente de Manning-Strickler e cotas do terreno.



a) Com escala uniformizada.

b) Com escala não uniformizada.

Gráfico 5.31 Alturas do escoamento na secção S5 para a variação, em simultâneo, das três variáveis em estudo: caudal de ponta de cheia, coeficiente de Manning-Strickler e cotas do terreno.

Tabela 5.8 Geração de 10000 conjuntos aleatórios constituídos por um caudal de ponta de cheia, um coeficiente de Manning-Strickler e um erro associado às cotas. Média, desvio-padrão e coeficiente de assimetrias das alturas de escoamento estimadas para cada secção transversal.

	S1	S2	S3	S4	S5
Média [m]	22.761	22.864	22.521	21.160	18.014
Desvio-padrão [m]	4.99	5.00	4.96	4.90	4.86
Coeficiente de Assimetria [-]	0.73	0.75	0.77	0.77	0.79

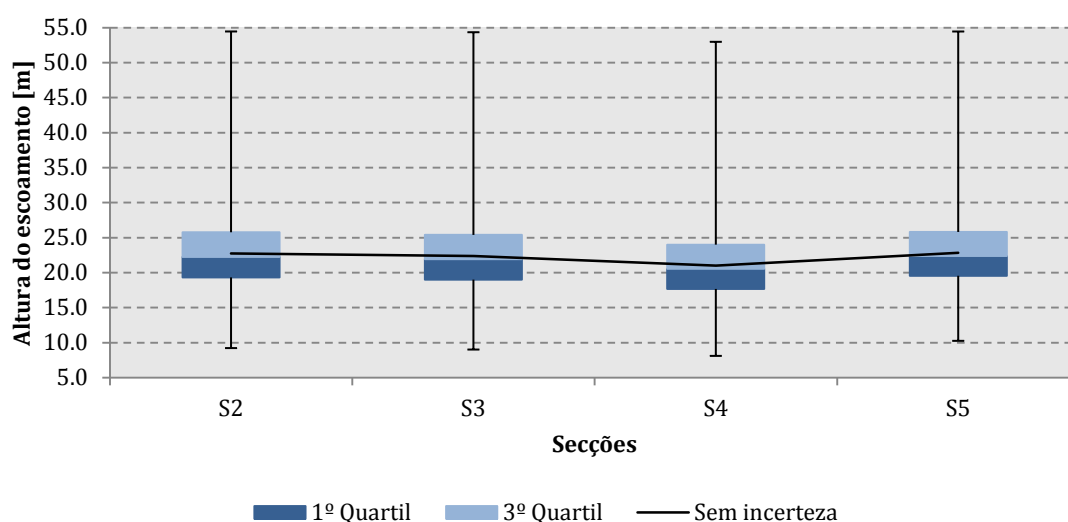
## 5.6 ANÁLISE DE RESULTADOS

Para cada incerteza equacionada, relativa, nomeadamente, ao caudal de ponta de cheia, ao coeficiente de Manning-Strickler, ao erro associado às cotas do terreno e ao conjunto destas três variáveis, as alturas de escoamento que lhe correspondem foram objeto de três análises distintas.

Na primeira dessas análises construíram-se diagramas do tipo *Box & Whiskers*, os quais permitem ter uma visão geral do valor central, da dispersão, da assimetria e das caudas de uma distribuição. Para tal é necessário calcular os primeiro, segundo e terceiro quartis da distribuição, respetivamente, Q1, Q2 e Q3. O segundo quartil corresponde à mediana da distribuição e indica o valor central da mesma, enquanto a amplitude interquartil permite analisar a dispersão e as posições relativas de Q1, Q2 e Q3 possibilitam a avaliação da assimetria da distribuição. Relativamente às caudas superior e inferior, podem ser avaliadas pelo comprimento das linhas verticais que se desenvolvem a partir dos retângulos que representam os valores dos quartis.



O diagrama de *Box & Whiskers* representativo da distribuição empírica das alturas de escoamento em cada uma das secções, em consequência da incerteza associada ao caudal de ponta de cheia consta do Gráfico 5.32. Em tal gráfico, como nos demais do mesmo tipo, estão representados, para cada secção, dois retângulos correspondentes ao primeiro e ao terceiro quartis, conforme a legenda. A fronteira entre os retângulos indica o valor da mediana da respetiva amostra de 10000 valores. Já as linhas traçadas a partir desses retângulos desenvolvem-se até aos valores máximo e mínimo daquela amostra. O gráfico foi ainda completado com uma linha unindo as alturas de escoamento da superfície livre nas secções no pressuposto de ausência de incerteza, ou seja, para o caudal de ponta de cheia de  $21390.4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ , combinado com o coeficiente de Manning-Strickler de  $25 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$  e com cotas das secções transversais isentas de erro (linha identificada na legenda por “sem incerteza”).



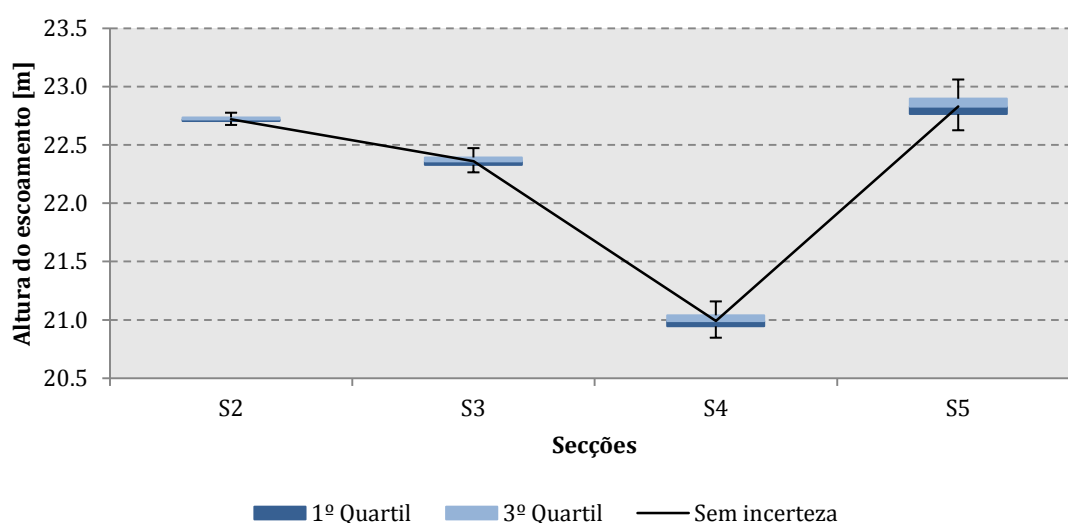
**Gráfico 5.32 Diagramas de *Box & Whiskers* referentes à distribuição das alturas de escoamento nas diferentes secções em consequência da incerteza associada ao caudal de ponta de cheia. Alturas de escoamento com ausência de incerteza.**

Na Tabela 5.9 especificam-se os valores característicos representados no Gráfico 5.32, relativos a medianas, aos 1º e 3º quartis e aos máximos e mínimos, bem como os decorrentes da inexistência de incerteza.

**Tabela 5.9 Distribuição das alturas de escoamento nas secções S2 a S5 em consequência da incerteza associada ao caudal de ponta da cheia centenária. Medianas, 1º e 3º quartis e máximos e mínimos. Alturas de escoamento com ausência de incerteza.**

	S2	S3	S4	S5
<b>Mediana [m]</b>	22.255	21.900	20.535	22.378
<b>1º quartil [m]</b>	19.314	18.993	17.664	19.547
<b>3º quartil [m]</b>	25.757	25.381	23.988	25.804
<b>Máximo [m]</b>	54.716	54.361	52.626	54.512
<b>Mínimo [m]</b>	9.323	9.426	8.362	10.418
<b>Sem incerteza [m]</b>	22.720	22.361	20.991	22.829

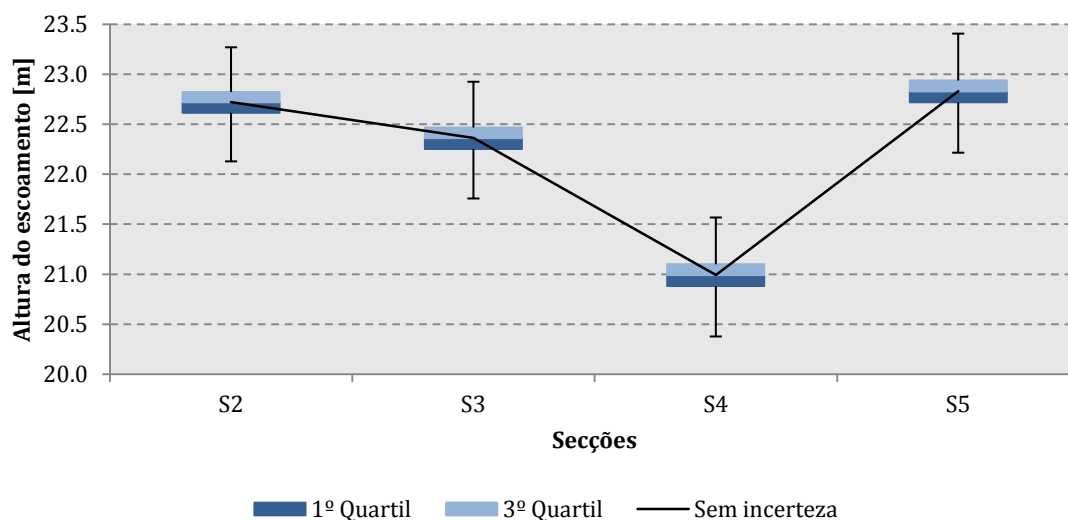
Os Gráficos 5.33 e 5.34 contêm elementos equivalentes aos do Gráfico 5.32 mas em consequência da consideração de incerteza no coeficiente de Manning-Strickler e nas cotas do terreno, respetivamente. As alturas de escoamento características representadas naqueles dois gráficos são especificadas nas Tabelas 5.10 e 5.11, referentes a cada uma das variáveis objeto de incerteza, bem como às situações com ausência de incerteza. Observa-se que, em cada secção, a altura do escoamento decorrentes da não consideração da incerteza é constante. Não obstante este facto, tal altura foi sempre explicitada (também nas demais tabelas incluídas neste subcapítulo) de forma a proporcionar uma comparação expedita de valores.



**Gráfico 5.33** Diagramas de *Box & Whiskers* referentes à distribuição das alturas de escoamento nas diferentes secções em consequência da incerteza associada ao coeficiente de Manning-Strickler. Alturas de escoamento com ausência de incerteza.

**Tabela 5.10** Distribuição das alturas de escoamento nas secções S2 a S5 em consequência da incerteza associada ao coeficiente de Manning-Strickler. Medianas, 1º e 3º quartis e máximos e mínimos. Alturas de escoamento com ausência de incerteza.

	S2	S3	S4	S5
<b>Mediana [m]</b>	22.720	22.361	20.992	22.830
<b>1º quartil [m]</b>	22.705	22.331	20.946	22.765
<b>3º quartil [m]</b>	22.736	22.393	21.040	22.897
<b>Máximo [m]</b>	22.777	22.474	21.160	23.062
<b>Mínimo [m]</b>	22.672	22.266	20.848	22.627
<b>Sem incerteza [m]</b>	22.720	22.361	20.991	22.829



**Gráfico 5.34** Diagramas de *Box & Whiskers* referentes à distribuição das alturas de escoamento nas diferentes secções em consequência da incerteza associada às cotas do terreno. Alturas de escoamento com ausência de incerteza.

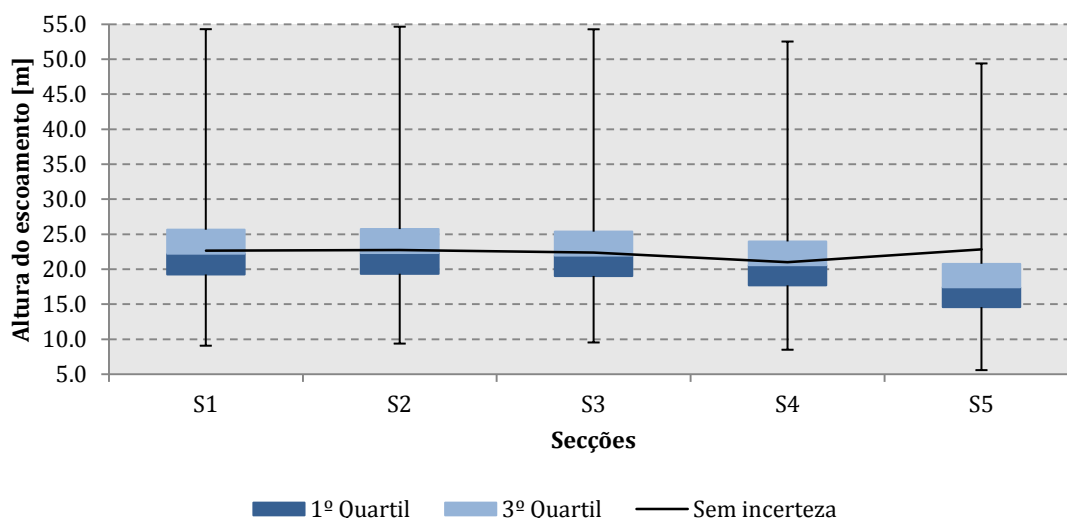
**Tabela 5.11** Distribuição das alturas de escoamento nas secções S2 a S5 em consequência da incerteza associada às cotas do terreno. Medianas, 1º e 3º quartis e máximos e mínimos. Alturas de escoamento com ausência de incerteza.

	S2	S3	S4	S5
<b>Mediana [m]</b>	22.721	22.363	20.993	22.831
<b>1º quartil [m]</b>	22.615	22.254	20.882	22.720
<b>3º quartil [m]</b>	22.824	22.468	21.100	22.938
<b>Máximo [m]</b>	23.270	22.926	21.568	23.407
<b>Mínimo [m]</b>	22.130	21.758	20.379	22.216
<b>Sem incerteza [m]</b>	22.720	22.361	20.991	22.829

A caracterização das alturas decorrentes, tanto da incerteza simultânea nas três variáveis em estudo – o caudal de ponta de cheia, o coeficiente de Manning-Strickler e as cotas do terreno – como da não consideração da incerteza, é apresentada no Gráfico 5.12, enquanto os valores representados neste gráfico são especificados na Tabela 5.12.

Além da caracterização baseada nos diagramas *Box & Whiskers*, considerou-se também interessante analisar, para uma mesma secção, a variação da altura do escoamento face à incerteza decorrente de cada uma das variáveis estudadas por si só e do conjunto dessas variáveis.

Nos diagramas obtidos para o efeito representam-se, para cada secção, os valores mínimo, máximo e da mediana da distribuição empírica das 10000 alturas de escoamento decorrentes de cada uma das fontes de incerteza equacionadas.



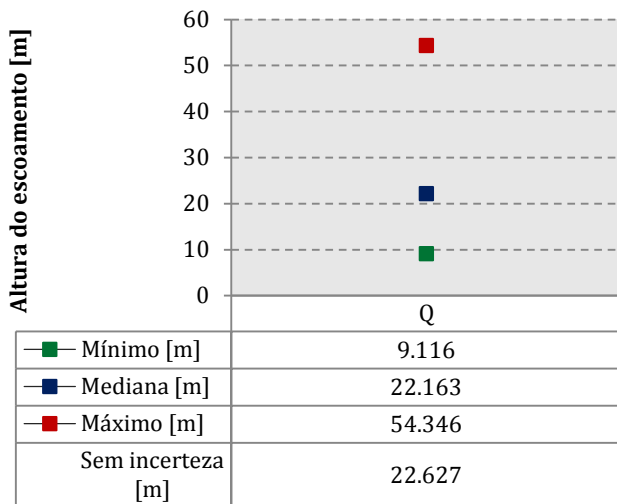
**Gráfico 5.35** Diagramas de *Box & Whiskers* referentes à distribuição das alturas de escoamento nas diferentes secções em consequência da incerteza simultaneamente associada ao caudal de ponta de cheia, ao coeficiente de Manning-Strickler e às cotas do terreno. Alturas de escoamento com ausência de incerteza.

**Tabela 5.12** Distribuição das alturas de escoamento nas secções S2 a S5 em consequência da incerteza simultaneamente associada ao caudal de ponta de cheia, ao coeficiente de Manning-Strickler e às cotas do terreno. Medianas, 1º e 3º quartis e máximos e mínimos. Alturas de escoamento com ausência de incerteza.

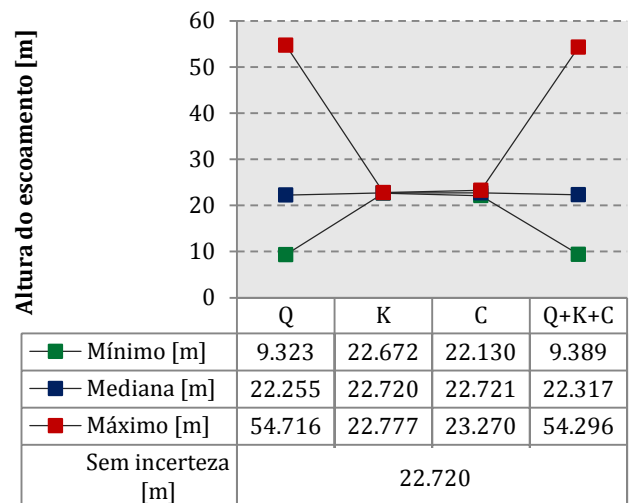
	S1	S2	S3	S4	S5
<b>Mediana [m]</b>	22.227	22.317	21.961	20.605	17.446
<b>1º quartil [m]</b>	19.269	19.371	19.047	17.717	14.602
<b>3º quartil [m]</b>	25.660	25.750	25.380	23.982	20.793
<b>Máximo [m]</b>	54.309	54.665	54.296	52.546	49.415
<b>Mínimo [m]</b>	9.086	9.389	9.548	8.511	5.599
<b>Sem incerteza [m]</b>	22.627	22.720	22.361	20.991	22.829

Assim, cada um dos diagramas do Gráficos 5.36 caracteriza as alturas de escoamento numa das secções S1 a S5. Nos eixos das abcissas são identificadas por meio de letras as diferentes fontes de incerteza: proveniente do caudal de ponta de cheia,  $Q$ ; decorrente do coeficiente de Manning-Strickler,  $K$ ; resultante do erro nas cotas do terreno,  $C$ ; e em resultado da coexistência das anteriores incertezas  $Q+K+C$ . À semelhança do procedimento adotado nos gráficos 5.32 a 5.35, especificam-se nas tabelas que complementam os diagramas dos gráficos as alturas de escoamento quando não é considerada qualquer incerteza, ou seja, decorrentes do caudal de ponta de cheia de  $21390.4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ , combinado com o coeficiente de Manning Strickler de  $25 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$  e com cotas topográficas isentas de erro.

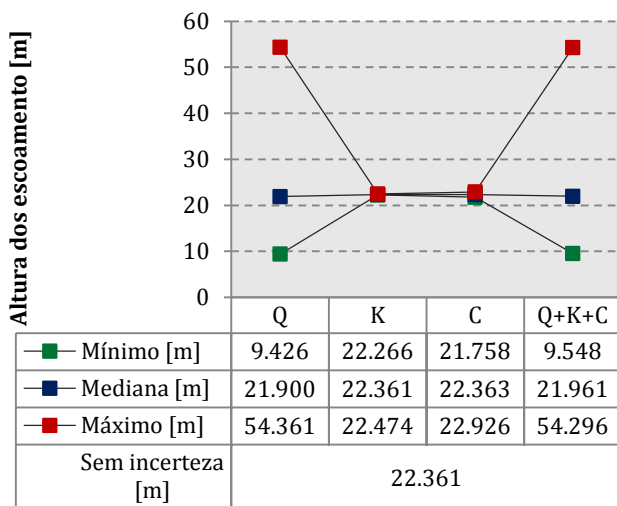
É de notar que o Gráfico 5.36 a), referente à secção de controlo, S1, só considera uma fonte de incerteza – a associada ao caudal – uma vez que as alturas de escoamento advêm diretamente da curva de vazão e não de cálculos hidráulicos fazendo intervir a geometria ou a rugosidade ao escoamento da secção.



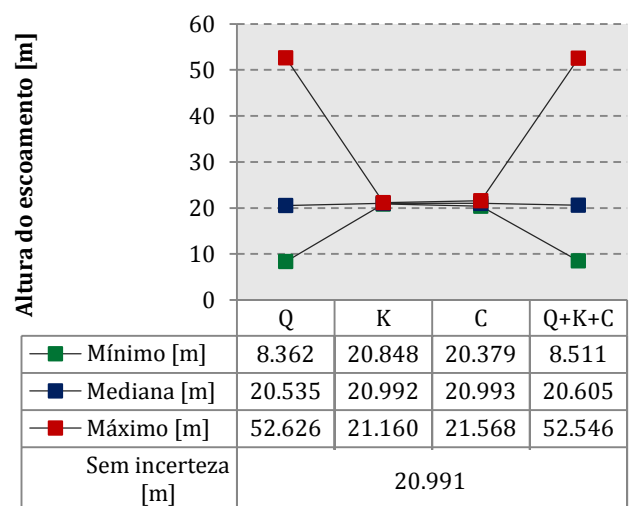
a) Seção S1.



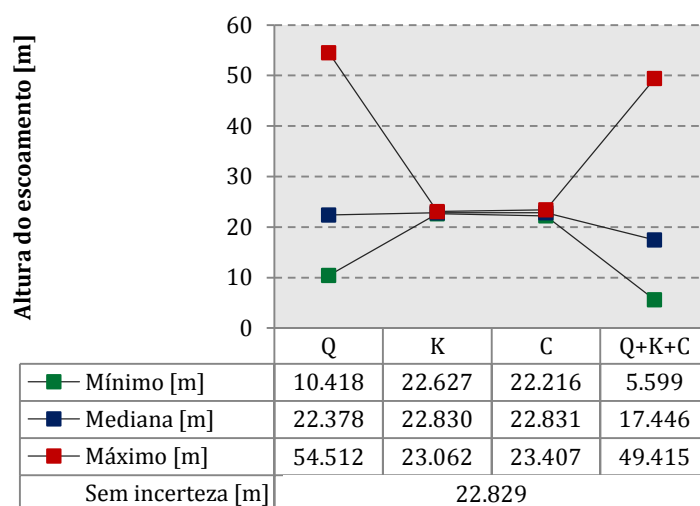
b) Seção S2.



c) Seção S3.



d) Seção S4.



e) Seção S5.

Gráfico 5.36 Máximo, mínimo e mediana obtidos em cada seção para cada cenário admitido. Alturas de escoamento com ausência de incerteza.

Por fim, uma outra forma de analisar os resultados obtidos pela aplicação da metodologia apresentada no presente estudo consiste no cálculo da altura de escoamento para uma determinada probabilidade de não-excedência previamente definida do ponto de vista empírico, tendo por base os 10000 valores daquela altura disponíveis em cada secção transversal em resultado da simulação associada a cada uma das fontes de incerteza consideradas.

Para tanto foram calculadas as alturas de escoamento com probabilidades empíricas de não-excedência de 90%, 95%, 99% e 99.9%, correspondendo os três primeiros aos 90º, 95º e 99º percentis, respetivamente. Dada a grande dimensão de cada uma das amostras de alturas de escoamento disponíveis, as alturas correspondentes às anteriores probabilidades empíricas foram muito simplesmente consideradas iguais às alturas que, nas amostras ordenadas por valores crescentes, ocupam as posições  $0.90 \times 10000 = 9000$ ,  $0.95 \times 10000 = 9500$ ,  $0.99 \times 10000 = 9900$  e  $0.999 \times 10000 = 9990$ , respetivamente.

Os resultados obtidos para cada uma das anteriores probabilidades são apresentados nas Tabelas 5.13, 5.14, 5.15 e 5.16, respetivamente. A simbologia das tabelas coincide com a antes apresentada a propósito do Gráfico 5.36: *Q*, *K* e *C* identificam as simulações decorrentes de incerteza associada, respetivamente, ao caudal de ponta de cheia, ao coeficiente de Manning-Strickler e às cotas do terreno, enquanto *Q+K+C* pressupõe a simultaneidade das anteriores incertezas.

Incluíram-se nas tabelas referidas anteriormente as alturas de escoamento que decorrem da não consideração da incerteza obtidas pela inversão da lei log-Normal para as probabilidades de não-excedência consideradas, tendo por base a amostra de caudais instantâneos máximos anuais na estação hidrométrica de Almourol.

**Tabela 5.13 Alturas de escoamento (m) com probabilidade empírica de não-excedência de 90% e com ausência de incerteza.**

90%					
Secção	Com incerteza				Sem incerteza
	Q	K	C	Q+K+C	
S1	29.298	-	-	29.240	26.218
S2	29.408	22.751	22.919	29.348	26.403
S3	29.020	22.422	22.565	28.961	26.704
S4	27.590	21.083	21.199	27.531	26.964
S5	29.392	22.957	23.037	24.331	27.062

**Tabela 5.14 Alturas de escoamento (m) com probabilidade empírica de não-excedência de 95% e com ausência de incerteza.**

95%					
Secção	Com incerteza				Sem incerteza
	Q	K	C	Q+K+C	
S1	31.730	-	-	31.715	29.178
S2	31.853	22.759	22.973	31.837	29.338
S3	31.462	22.437	22.621	31.451	29.539
S4	30.006	21.106	21.257	30.000	29.726
S5	31.805	22.988	23.095	26.798	29.767

**Tabela 5.15 Alturas de escoamento (m) com probabilidade empírica de não-excedência de 99% e com ausência de incerteza.**

99%					
Secção	Com incerteza				Sem incerteza
	Q	K	C	Q+K+C	
S1	36.918	-	-	36.993	36.427
S2	37.082	22.770	23.074	37.160	36.570
S3	36.690	22.458	22.724	36.772	36.671
S4	35.172	21.137	21.362	35.259	36.741
S5	36.976	23.033	23.200	32.064	36.679

**Tabela 5.16 Alturas de escoamento (m) com probabilidade empírica de não-excedência de 99.9% e com ausência de incerteza.**

99.9%					
Secção	Com incerteza				Sem incerteza
	Q	K	C	Q+K+C	
S1	44.686	-	-	44.972	48.142
S2	44.932	22.775	23.180	45.223	48.333
S3	44.552	22.470	22.833	44.844	48.401
S4	42.936	21.155	21.474	43.225	48.354
S5	44.769	23.055	23.312	40.060	48.254

A partir dos Gráficos 5.32, 5.33, 5.34 e 5.35, referentes aos diagramas do tipo *Box & Whiskers*, mas também do Gráfico 5.36, torna-se evidente que a incerteza associada ao caudal de ponta de cheia é a que conduz a maiores amplitudes das alturas de escoamento, alturas que, inclusive, ultrapassam valores razoáveis. Com efeito, alcançaram-se alturas de escoamento, quando da ocorrência da cheia centenária, superiores a 50 m, que se consideram irrealistas, designadamente, tendo em conta que as alturas medianas sob cenários de incerteza e as decorrentes da não consideração de incerteza são da ordem de 20 m, como se pode verificar pelos resultados apresentados. A excessiva variabilidade das alturas de escoamento que resulta de associar um processo de geração aleatória aos caudais de ponta de cheia é, muito provavelmente, consequência da própria dispersão da amostra de caudais instantâneos máximos anuais, aliada à reduzida dimensão dessa amostra, mas também à menor qualidade do ajustamento de leis estatísticas à mesma. Com efeito, os anteriores fatores são, em si, originadores de incerteza que, num processo de geração aleatória, conduz necessariamente a caudais gerados compreendidos numa ampla gama de valores, como expresso pelo Gráfico 5.5.

Obviamente que ao considerar-se em simultâneo a incerteza do caudal de ponta de cheia e a das demais variáveis, a ordem de grandeza da variação da altura de escoamento que decorre daquela primeira incerteza é tão superior à variação induzida pela incerteza das demais variáveis, que os resultados que prevalecem traduzem, no essencial, o efeito da incerteza da estimativa do caudal. Resultam, assim, amplitudes de alturas de escoamento muito próximas em consequência da incerteza associada ao caudal de ponta de cheia ou simultaneamente a esse caudal e às demais variáveis em estudo.

Em concordância com o descrito acima estão, também, as alturas de escoamento com determinadas probabilidades de não-excedência apresentadas nas Tabelas 5.13 a 5.16. A partir dessas tabelas verifica-se que, para uma mesma probabilidade de não-excedência, a altura de escoamento obtida no pressuposto de incerteza associada ao caudal de ponta de cheia é aproximadamente igual à altura de escoamento obtida quando aquela incerteza coexiste com as demais incertezas consideradas. Excetua-se a secção S5, secção mais a montante, cujas alturas de escoamento para a incerteza associada só ao caudal ou a essa e às demais variáveis diferem em cerca de 5 m qualquer que seja a probabilidade de não-excedência.

A par com as anteriores observações, tanto os Gráficos 5.32 a 5.36, como as Tabelas 5.13 a 5.16 evidenciam o reduzido efeito da consideração de incerteza associada ao coeficiente da fórmula de Manning-Strickler e às cotas topográficas, sendo que esta última incerteza conduz a alturas de escoamento ligeiramente superiores às que decorrem da incerteza associada àquele coeficiente.

A conclusão geral da análise efetuada aponta, assim, no sentido de a incerteza associada ao caudal de ponta de cheia ser a que mais influencia a configuração da superfície livre em condições de cheia em canais naturais. Das duas restantes variáveis tidas como incertas, os erros associados à topografia são os segundos maiores responsáveis pela variação esperada nas cotas da superfície livre.

Importa realçar a proximidade entre alturas de escoamento de projeto decorrentes da não consideração de incerteza com as médias dessas alturas obtidas através de diferentes cenários de incerteza e apresentadas nas Tabelas 5.5 a 5.8. Tal proximidade é obviamente expectável e desejável, pois a validade de qualquer um dos procedimentos de geração aplicados requer que os valores médios que resultam desse procedimento aproximem muito razoavelmente os valores deduzidos em condições de não incerteza.

Obviamente que as anteriores conclusões se restringem ao caso de estudo analisado – trecho do rio Tejo com cerca de 800 m e desenvolvendo-se a montante da secção relativa à estação hidrométrica de Almourol – não podendo ser generalizadas a outros casos de estudo.



## 6 CONCLUSÃO E TRABALHO FUTURO

O trabalho apresentado teve como objetivo o desenvolvimento e aplicação de uma metodologia para analisar a incerteza associada à estimação da configuração da superfície livre em condições de cheia em canais naturais, tendo-se adotado para o caso de estudo o trecho do rio Tejo com cerca de 800 m que se desenvolve a montante da secção relativa à estação hidrométrica de Almourol. Dado que seria incomportável considerar todas as possíveis fontes de incerteza com consequências na configuração da superfície livre, restringiu-se a análise apenas três variáveis, nomeadamente, ao caudal de ponta de cheia, ao coeficiente de Manning-Strickler e os erros associados às cotas do terreno.

Embora tenham sido três as variáveis consideradas embebidas em incerteza, foram estudados quatro cenários, correspondendo, três deles, à associação da incerteza a uma daquelas três variáveis sendo as restantes duas tidas como certas e, o quarto, à coexistência da incerteza nessas mesmas três variáveis.

A análise dos resultados obtidos para os quatro cenários permitiu concluir que a incerteza no caudal de ponta de cheia é a que maior peso tem na incerteza associada à configuração da superfície livre. Reconhece-se, contudo, que tal constatação está intimamente relacionada com as características da amostra de caudais instantâneos máximos anuais que suportou a análise, o que sugere muita cautela na generalização dos resultados decorrentes do caso de estudo considerado.

Em resultado da investigação desenvolvida, considera-se que o objetivo que orientou a mesma foi atingido, tendo sido estabelecida e, de algum modo, validada uma metodologia computacional para a análise de incerteza associada à estimação da configuração da superfície livre em canais naturais, considerando-se que tal metodologia é válida e interessante, do ponto de vista dos modelos adotados, uma vez que reúne em si todas as capacidades requeridas pela sua generalização, através da aplicação a outros casos de estudo.

Não se pode deixar de realçar que o desenvolvimento da investigação requereu considerável esforço computacional – no processo de geração aleatória de valores segundo diferentes leis estatísticas e, muito especialmente, no cálculo da configuração da superfície livre num canal natural, com geometria variável – o que pressupôs o desenvolvimento de capacidades de cálculo adicionais.

No seguimento do trabalho desenvolvido e das conclusões referidas será interessante averiguar, num trabalho futuro, em que medida a dimensão e as características da amostra de caudais instantâneos máximos anuais têm efeito na incerteza associada à

variável caudal de ponta de cheia. Para analisar esta variável deverá dispor-se de uma grande amostra de caudais instantâneos máximos anuais e proceder à aplicação da metodologia apresentada neste trabalho, sugerindo-se a divisão daquela amostra em amostras de dimensão mais reduzida e realizar para cada uma destas uma análise de incerteza verificando qual o impacto na estimação da superfície livre do escoamento.

A propagação da incerteza no cálculo das alturas de escoamento em função do número de secções utilizadas para definir o trecho do canal em estudo pode, também, ser alvo de investigação futura, averiguando qual o impacto da incerteza no caso de se considerar um canal definido por um número maior de secções em relação ao considerado neste estudo.

Por fim, sugere-se a aplicação da metodologia de análise de incerteza na estimação da superfície livre em condições de cheia em canais naturais mas tendo em consideração a incerteza associada a outras variáveis, como sejam os parâmetros da curva de vazão ou, de modo mais amplo, as cotas de controlo na secção extrema de jusante ou, ainda, a variação espacial do parâmetro que caracteriza a rugosidade do canal, para não falar do próprio modelo hidráulico ou das funções de distribuição (modelos e parâmetros) utilizadas para descrever as diferentes formas de incerteza.

## 7 BIBLIOGRAFIA

- Adamson, Mark. 2010.** Flood Risk Mapping, Risk Maps and Programs. Ireland : s.n., 2010.
- Almeida, António Betâmio de. 2011.** Gestão da Água - Incertezas e Riscos. s.l. : Esfera do Caos, 2011.
- Ayyub, Bilal M. 2003.** Risk Analysis in Engineering and Economics. s.l. : Chapman & Hall/CRC, 2003.
- Barrico, Carlos. 2009.** Optimização Evolucionária Multi-Objectivo em Ambientes Incertos - Pesquisa de Soluções Robustas. Portugal, 2009.
- Brusamarello, Valner. 2011.** Método de Monte Carlo aplicado à análise de incertezas. 2011.
- Cardoso, António Heleno. 1998.** Hidráulica Fluvial. s.l. : Fundação Calouste Gulbenkian, 1998.
- Casaca, João Martins, Matos, João Luís de e Dias, José Miguel Baio. 2005.** Topografia Geral. s.l. : Lidel, 2005.
- Dicionário da Língua Portuguesa. 2004.** Dicionário da Língua Portuguesa. s.l. : Porto Editora, 2004.
- Eurachem Members. 2000.** Quantifying Uncertainty in Analytical Measurement. 2000.
- Frey, H. Christopher e Burmaster, David E. 1997.** Methods for characterizing variability and uncertainty: comparison of bootstrap simulation and likelihood -based approaches. 1997.
- Hantush, Mohamed M. e Kalin, Latif. 2003.** Modeling Uncertainty of Runoff and Sediment Yield Using a Distributed Hydrologic Model. 2003.
- Johnson, Peggy A. 1996.** Uncertainty of Hydraulic Parameters. 1996.
- Koga-Vicente, Andréa. 2010.** Incertezas na Espacialização da Precipitação, Impactos Associados e Precisão de Risco no Litoral Paulista. Brasil, 2010.
- Lindenschmidt, K.-E., Pech, I. e Boborowski, M. 2008.** Environmental risk of dissolved oxygen depletion of diverted flood waters in river polder systems - a quasi-2D flood modelling approach. s.l. : GFZ - Helmholtz-Zentrum Potsdam, 2008.
- Naghetini, Mauro e Pinto, Éber J. A. 2007.** Hidrologia Estatística. s.l. : CPRM - Serviço Geológico do Brasil, 2007.
- Naghetini, Mauro e Portela, M. M. 2011.** Probabilidade e estatística aplicadas à hidrologia. 2011.
- Noordam, Daniëlle. 2005.** Uncertainty analysis of roughness modelling in rivers. The Netherlands, 2005.

**Palisade Corporation.** Monte Carlo Simulation. Palisade. [Online] [Citação: 10 de Novembro de 2012.] [http://www.palisade.com/risk/monte\\_carlo\\_simulation.asp](http://www.palisade.com/risk/monte_carlo_simulation.asp).

**Pestana, António. 1999.** Elaboração de cartas de probabilidade de inundação. Recursos Hídricos. s.l. : Associação Portuguesa dos Recursos Hídricos, APRH, 1999. Vol. 20.

**Portela Ramos Silva, M. M. 1989.** Desagregação diária por etapas. Aplicação à geração de séries sintéticas de escoamentos diários. Dissertação de Mestrado, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa (IST/UTL).

**Portela, M. M. 2008.** Modelação Hidrológica. Instituto Superior Técnico, IST, Lisboa, 2008. Texto de apoio à disciplina de Modelação e Planeamento de Recursos Hídricos do 4º ano do Mestrado Integrado em Engenharia Civil.

**Portela, M. M. 2008.** Pontes da Praia e do Tejo (Linha ferroviária da Beira Baixa) - Estudos hidrológico e hidráulico. 2008.

**Silva, Luciana R. S. 2010.** Análise de incertezas e avaliação dos fatores influentes no desempenho de modelos de simulação de bacias hidrográficas. Brasil : s.n., 2010.

**SNIRH.** Sistema Nacional de Informação de Recursos Hídricos. [Online] [Citação: 16 de Janeiro de 2012.] <http://snirh.pt/>.

**Studart, Ticiania M. Carvalho, Campos, José Nilson B. e Carvalho, Ricardo Marinho de. 2001.** Recursos hídricos e as incertezas científicas: novos conceitos e abordagens. Brasil, 2001.

**Timbe, Luis e Willems, Patrick. 2004.** Uncertainties in hydrodynamic flood simulation. Belgium, 2004.

**Tung, Yeou-Koung. 1990.** Mellin transform applied to uncertainty analysis in hydrology/hydraulics. Journal of Hydraulic Engineering. 1990, Vol. 116.

**UNESCO. 2005.** Cap. 9 - Model sensitivity and uncertainty analysis. Water Resources Systems: Planning and Management - An introduction to methods, models and applications. 2005.

**Université catholique de Louvain - Brussels - Belgium.** EM-DAT: The OFDA/CRED International Disaster Database. [Online] [Citação: 5 de Outubro de 2012.] [www.emdat.be](http://www.emdat.be).

**US Army Corps of Engineers. 1986.** Accuracy of Computer Water Surface Profiles. 1986.

**Vose, David. 2000.** Risk Analysis - A Quantitative Guide. 2000.

**Warmink, J. J., et al. 2010.** Uncertainty in Design Water Levels due to Uncertain Bed Form Roughness in the River Rhine. 2010.

**Whatmore, Sarah J. e Landström, Catharina. 2010.** Mannings'N - Putting Roughness to Work. Cambridge, 2010.

**Wohl, Ellen E. 1998.** Uncertainty in flood estimates associated with roughness coefficient. Colorado, EUA, 1998.

# ANEXOS



## Anexo A. Funções do modelo hidráulico.

## Anexo A.1. Função alturas\_escoamento.m.

%Função desenvolvida por Ana Isabel Oliveira, nº 56328 do IST-UTL, no âmbito da tese de mestrado com o tema: "Análise de incerteza associada à estimação da configuração da superfície livre em condições de cheia em canais naturais".

%Orientador: Prof. Doutora Maria Manuela Portela Silva

%Função alturas\_escoamento - tem como input um ou vários valores de caudais calculando, pela aplicação de uma curva de vazão, a cota da superfície livre na secção da estação hidrométrica.

```
function [h]=alturas_escoamento(Q)

s=size(Q); %Número de caudais

for i=1:s(2)
    if Q(i)<= 665.1191
        %Parâmetros da curva de vazão para Q<=665.1191 m3.s-1.
        a=23.33045;
        b=2.408;
        c=-0.75;
    else
        %Parâmetros da curva de vazão para Q>665.1191 m3.s-1.
        a=47.178;
        b=1.902;
        c=-0.75;
    end

    %Cálculo da altura do escoamento pela aplicação da curva de vazão.
    h(i)=(Q(i)/a)^(1/b)+c+12.25;

end
```



## Anexo A.2. Função limite\_seccao.m.

---

```
%Função desenvolvida por Ana Isabel Oliveira, nº 56328 do IST-UTL, no
%âmbito da tese de mestrado com o tema: "Análise de incerteza
%associada à estimação da configuração da superfície livre em
%condições de cheia em canais naturais".
%Orientador: Prof. Doutora Maria Manuela Portela Silva

%Função limite_seccao - tem como inputs as coordenadas de uma secção e
%a cota da superfície livre. Com estes dados vai calcular e guardar
%num novo vetor (aux_seccao) as coordenadas que definem a parte da
%secção original que é preenchida por água.

function [aux_seccao]=limite_seccao(seccao,h)

k=0;

d=size(seccao); %Número de coordenadas da secção

%Ciclo para averiguar se a coordenada está abaixo da cota da superfí-
cie livre
for i=1:d(1,1)

    %Caso a cota do ponto em análise da secção original seja inferior
    à cota da superfície livre existem quatro situações possíveis:
    if seccao(i,2)<h
        %Se for o primeiro ponto que define a secção original, este é
        armazenado no vetor (aux_seccao) com a coordenada original e
        com a cota da superfície livre sendo apresentada a mensagem
        "Margem direita submersa!"
        if i==1
            disp('Margem direita submersa!')
            k=k+1;
            aux_seccao(k,1)=seccao(i,1);
            aux_seccao(k,2)=h;
        %Se for o último ponto que define a secção original, este é
        armazenado no vetor (aux_seccao) com a coordenada original e
        com a cota da superfície livre sendo apresentada a mensagem
        "Margem esquerda submersa!"
        elseif i==d(1,1)
            disp('Margem esquerda submersa!')
            k=k+1;
            aux_seccao(k,1)=seccao(i,1);
            aux_seccao(k,2)=h;
        %Se a cota do ponto anterior ao que está a ser analisado for
        superior à cota da superfície livre, então calcula-se a
        intersecção das duas retas: a da superfície livre e a formada
        pelos dois pontos que definem a secção original. Será armaze-
        nada a nova coordenada fazendo-lhe corresponder a cota da
        superfície livre e a coordenada e cota do ponto em análise.
        elseif seccao(i-1,2)>h
            k=k+1;
            x=seccao(i,1)-((seccao(i,1)-seccao(i-1,1))/(seccao(i,2)-
            seccao(i-1,2)))*(seccao(i,2)-h));
            aux_seccao(k,1)=x;
            aux_seccao(k,2)=h;
            k=k+1;
            aux_seccao(k,1)=seccao(i,1);
            aux_seccao(k,2)=seccao(i,2);

        %Se a cota do ponto anterior ao que está a ser analisado for
```

## Anexo A.2. Função limite\_seccao.m.

---

```
inferior à cota da superfície livre, então serão armazenadas
a coordenada e a cota da secção original.
elseif seccao(i-1,2)<h
    k=k+1;
    aux_seccao(k,1)=seccao(i,1);
    aux_seccao(k,2)=seccao(i,2);
end

%Caso a cota do ponto em análise da secção original seja superior
à cota da superfície livre existem duas situações possíveis:
elseif seccao(i,2)>h
    %Se for o primeiro ponto da secção, este não será armazenado
    no vector que define a nova secção.
    if i==1
        disp('')
    %Se o ponto anterior ao analisado tiver uma cota inferior à
    cota da superfície livre, então calcula-se a intersecção das
    duas retas: a que define a superfície livre e a definida
    pelos dois pontos da secção. Será armazenada a coordenada
    calculada, fazendo-lhe corresponder a cota da superfície
    livre e a coordenada e a cota do ponto anterior ao analisado.
    elseif seccao(i-1,2)<h
        k=k+1;
        aux_seccao(k,1)=seccao(i-1,1);
        aux_seccao(k,2)=seccao(i-1,2);
        x=seccao(i-1,1)-((seccao(i-1,1)-seccao(i,1))/(seccao(i-
1,2)-seccao(i,2))*(seccao(i-1,2)-h));
        k=k+1;
        aux_seccao(k,1)=x;
        aux_seccao(k,2)=h;
    end

%No caso da cota do ponto analisado ser igual à cota da superfície
livre, tanto a coordenada como a cota do mesmo serão armazenadas
no vector com os pontos que definem a nova secção.
else
    k=k+1;
    aux_seccao(k,1)=seccao(i,1);
    aux_seccao(k,2)=seccao(i,2);
end
end
```

### Anexo A.3. Função perim\_molhado.m.

%Função desenvolvida por Ana Isabel Oliveira, nº 56328 do IST-UTL, no âmbito da tese de mestrado com o tema: "Análise de incerteza associada à estimação da configuração da superfície livre em condições de cheia em canais naturais".

%Orientador: Prof. Doutora Maria Manuela Portela Silva

%Função perim\_molhado - tem como input as coordenadas de uma secção, toda ela preenchida por água, com o objetivo de calcular o seu perímetro molhado.

```
function [P]=perim_molhado(aux_seccao)
```

```
d=size(aux_seccao);
```

%Cálculo das várias parcelas que irão contribuir para o perímetro molhado da secção, pela aplicação do teorema de Pitágoras.

```
for i=2:d(1,1)
```

```
    x=aux_seccao(i,1)-(aux_seccao(i-1,1));
```

```
    y=aux_seccao(i,2)-(aux_seccao(i-1,2));
```

```
    p(i-1)=sqrt(x^2+y^2);
```

```
end
```

%Perímetro molhado total, resultado da soma das várias parcelas.

```
P=sum(p);
```

#### Anexo A.4. Função area.m.

%Função desenvolvida por Ana Isabel Oliveira, nº 56328 do IST-UTL, no âmbito da tese de mestrado com o tema: "Análise de incerteza associada à estimação da configuração da superfície livre em condições de cheia em canais naturais".

%Orientador: Prof. Doutora Maria Manuela Portela Silva

%Função area - tem como input as coordenadas de uma secção, toda ela preenchida por água, com o objetivo de calcular a sua área.

```
function [S]=area(aux_seccao)

d=size(aux_seccao); %Número de coordenadas da secção

%Cálculo da diferença de alturas entre todos os pontos consecutivos.
for i=1:d(1,1)-2

    h(i)=abs(aux_seccao(i+1,2)-aux_seccao(i,2));

end

%Cálculo da distância entre todos os pontos consecutivos.
for i=1:d(1,1)-1

    l(i)=abs(aux_seccao(i+1,1)-aux_seccao(i,1));

end

s=size(l);

%Cálculo da área de cada parcela
for j=1:s(1,2)

    if j==1
        a(j)=(h(j)*l(j))/2;
    elseif j==s(1,2)
        a(j)=(h(j-1)*l(j))/2;
    else
        a(j)=(h(j)+h(j-1))/2*l(j);
    end
end

%Área total, resultado da soma das diversas parcelas
S=sum(a);
```

## Anexo A.5. Função escoamento\_caudais.m.

%Função desenvolvida por Ana Isabel Oliveira, nº 56328 do IST-UTL, no âmbito da tese de mestrado com o tema: "Análise de incerteza associada à estimação da configuração da superfície livre em condições de cheia em canais naturais".

%Orientador: Prof. Doutora Maria Manuela Portela Silva

%Função escoamento\_caudais - tem como objetivo calcular as cotas da superfície livre para n\_amostra valores de caudais diferentes.

```
clear all
format short

n_amostra=10000;

caudais=geracao_caudais(n_amostra);%Geração de caudais segundo a lei
estatística definida.
alturas_jus=alturas_escoamento(caudais);%Cálculo das respetivas altu-
ras de escoamento.

%Carregamento das secções e das distâncias entre elas.
distancias=xlsread('distancias97');
seccoes=xlsread('seccoes97');
s=size(seccoes);
n_seccoes=s(2)/2;
sup_livre=zeros(n_amostra,n_seccoes);%Criação do vector sup_livre onde
serão guardados os resultados.

for m=1:n_amostra

    Q=caudais(m);%Atribuição de um valor do caudal à variável Q.
    h1=alturas_jus(m);%Atribuição da respectiva altura do escoamento.

    K=22;%Coeficiente de rugosidade de Manning-Strickler.
    g=9.8;%Aceleração da gravidade.
    e_max=1e-3;%Erro máximo admitido.

    sup_livre(m,1)=h1;
    n=1;
    l=1;

    while n<=s(2)-2

        %Secção de jusante
        seccao_jus(1:s(1),1)=seccoes(:,n);
        seccao_jus(1:s(1),2)=seccoes(:,n+1);

        controle_jus=seccao_jus(:,1);
        id_jus=isnan(controle_jus);
        indices_jus=find(id_jus==1);
        seccao_jus(indices_jus,:)=[];

        %Definição dos limites da secção, perímetro molhado, área e
        raio hidráulico da secção de jusante.
        l_seccao_jus=limite_seccao(seccao_jus,sup_livre(m,1));
        P_jus=perim_molhado(l_seccao_jus);
        S_jus=area(l_seccao_jus);
        R_jus=S_jus/P_jus;
```

## Anexo A.5. Função escoamento\_caudais.m.

```
%Perda de carga na secção de jusante.
J_jus=(Q/(K*S_jus*R_jus^(2/3)))^2;

%Secção de montante
seccao_mon(1:s(1),1)=seccoes(:,n+2);
seccao_mon(1:s(1),2)=seccoes(:,n+3);

controle_mon=seccao_mon(:,1);
id_mon=isnan(controle_mon);
indices_mon=find(id_mon==1);
seccao_mon(indices_mon,:)=[];

i=1;
e=10;
clear h_assum
L=distancias(1,1);
h_assum(i)=sup_livre(m,1);%Cota da superfície livre assumida
                               na primeira iteração.

while abs(e)>e_max
    %Definição dos limites da secção, perímetro molhado, área
    e raio hidráulico da secção de montante.
    l_seccao_mon=limite_seccao(seccao_mon,h_assum(i));
    P_mon=perim_molhado(l_seccao_mon);
    S_mon=area(l_seccao_mon);
    R_mon=S_mon/P_mon;

    %Energia do escoamento na secção de montante.
    E_mon=Q^2/(S_mon^2*2*g)+h_assum(i);

    %Perda de carga na secção de montante.
    J_mon=(Q/(K*S_mon*R_mon^(2/3)))^2;

    %Energia do escoamento a jusante.
    E_jus=Q^2/(S_jus^2*2*g)+sup_livre(m,1)+(J_mon+J_jus)/2*L;

    %Cálculo do erro.
    e=E_jus-E_mon;

    %Fim do cálculo ou estimativa de uma nova cota da superfí-
    cie livre a ser assumida para a próxima iteração.
    if abs(e)<e_max
        sup_livre(m,l+1)=h_assum(i);
    else
        i=i+1;
        h_assum(i)=h_assum(i-1)+e/2;
    end

    %Se após 1000 ciclos não for encontrada uma solução então
    é assumido que o cálculo não converge, sendo interrompido.
    if i==1000
        disp('Não converge.')
        return
    end

end

n=n+2;
l=l+1;
end
```

## Anexo A.5. Função escoamento\_caudais.m.

---

end

```
%Guardar os resultados.  
save('Caudais', 'caudais');  
save('Resultados_var_caudais', 'sup_livre');
```

## Anexo A.6. Função escoamento\_rugosidade.m.

%Função desenvolvida por Ana Isabel Oliveira, nº 56328 do IST-UTL, no âmbito da tese de mestrado com o tema: "Análise de incerteza associada à estimação da configuração da superfície livre em condições de cheia em canais naturais".

%Orientador: Prof. Doutora Maria Manuela Portela Silva

%Função escoamento\_rugosidade - tem como objetivo calcular as cotas da superfície livre para 'n\_amostra' valores de coeficientes de rugosidade de Manning diferentes.

```
clear all
format short
```

```
n_amostra=10000;
```

```
rugosidade=geracao_manning(n_amostra);%Geração de coef. de rugosidade de Manning segundo a lei estatística definida.
```

```
%Carregamento das secções e das distâncias entre elas.
```

```
distancias=xlsread('distancias97');
seccoes=xlsread('seccoes97');
s=size(seccoes);
n_seccoes=s(2)/2;
sup_livre=zeros(n_amostra,n_seccoes);
```

```
for m=1:n_amostra
```

```
    K=rugosidade(m);%Atribuição de um valor do coef. de rugosidade de Manning à variável Q.
```

```
    Q=21390.4;%Caudal fixo.
    h1=37.1896;%Altura do escoamento na secção de jusante.
    g=9.8;%Aceleração da gravidade
    e_max=1e-3;%Erro máximo admitido
```

```
    sup_livre(m,1)=h1;
    n=1;
    l=1;
```

```
    while n<=s(2)-2
```

```
        %Secção de jusante
        seccao_jus(1:s(1),1)=seccoes(:,n);
        seccao_jus(1:s(1),2)=seccoes(:,n+1);
```

```
        controle_jus=seccao_jus(:,1);
        id_jus=isnan(controle_jus);
        indices_jus=find(id_jus==1);
        seccao_jus(indices_jus,:)=[];
```

```
        %Definição dos limites da secção, perímetro molhado, área e raio hidráulico da secção de jusante.
```

```
        l_seccao_jus=limite_seccao(seccao_jus,sup_livre(m,1));
        P_jus=perim_molhado(l_seccao_jus);
        S_jus=area(l_seccao_jus);
        R_jus=S_jus/P_jus;
```

```
        %Perda de carga na secção de jusante.
```



## Anexo A.6. Função escoamento\_rugosidade.m.

```
J_jus=(Q/(K*S_jus*R_jus^(2/3)))^2;

%Secção de montante
seccao_mon(1:s(1),1)=seccoes(:,n+2);
seccao_mon(1:s(1),2)=seccoes(:,n+3);

controle_mon=seccao_mon(:,1);
id_mon=isnan(controle_mon);
indices_mon=find(id_mon==1);
seccao_mon(indices_mon,:)=[];

i=1;
e=10;
clear h_assum h_calc
L=distancias(1,1);
h_assum(i)=sup_livre(m,1);%Cota da superfície livre assumida
                             na primeira iteração.

while abs(e)>e_max
    %Definição dos limites da secção, perímetro molhado, área
    e raio hidráulico da secção de montante.
    l_seccao_mon=limite_seccao(seccao_mon,h_assum(i));
    P_mon=perim_molhado(l_seccao_mon);
    S_mon=area(l_seccao_mon);
    R_mon=S_mon/P_mon;

    %Energia do escoamento na secção de montante.
    E_mon=Q^2/(S_mon^2*2*g)+h_assum(i);

    %Perda de carga na secção de montante.
    J_mon=(Q/(K*S_mon*R_mon^(2/3)))^2;

    %Energia do escoamento a jusante.
    E_jus=Q^2/(S_jus^2*2*g)+sup_livre(m,1)+(J_mon+J_jus)/2*L;

    %Cálculo do erro.
    e=E_jus-E_mon;

    %Fim do cálculo ou estimativa de uma nova cota da superfí-
    cie livre a ser assumida para a próxima iteração.
    if abs(e)<e_max
        sup_livre(m,l+1)=h_assum(i);
    else
        i=i+1;
        h_assum(i)=h_assum(i-1)+e/2;
    end

    %Se após 1000 ciclos não for encontrada uma solução então
    é assumido que o cálculo não converge, sendo interrompido.
    if i==1000
        disp('Não converge.')
        return
    end

end

n=n+2;
l=l+1;
end
```

## Anexo A.6. Função escoamento\_rugosidade.m.

---

end

%Guardar os resultados.

save('Resultados\_var\_rugosidade', 'sup\_livre');

## Anexo A.7. Função escoamento\_cotas.m.

%Função desenvolvida por Ana Isabel Oliveira, nº 56328 do IST-UTL, no âmbito da tese de mestrado com o tema: "Análise de incerteza associada à estimação da configuração da superfície livre em condições de cheia em canais naturais".

%Orientador: Prof. Doutora Maria Manuela Portela Silva

%Função escoamento\_cotas - tem como objetivo calcular as cotas da superfície livre para 'n\_amostra' valores de erros que afetam as cotas da secção diferentes, assumindo que cada erro gerado afeta todas as cotas de todas as secções em estudo.

```
n_amostra=10000;
```

```
erro_cotas=geracao_erro_cotas(n_amostra);%Geração dos erros nas cotas segundo a lei estatística definida.
```

```
Q=21390.4;%Caudal fixo.
```

```
h1=37.1896;%Altura do escoamento na secção de jusante.
```

```
K=22;%Coeficiente de rugosidade de Manning.
```

```
g=9.8;%Aceleração da gravidade.
```

```
e_max=1e-3;%Erro máximo admitido.
```

```
%Carregamento das secções e das distâncias entre elas.
```

```
distancias=xlsread('distancias97');
```

```
seccoes=xlsread('seccoes97');
```

```
s=size(seccoes);
```

```
n_seccoes=s(2)/2;
```

```
sup_livre=zeros(n_amostra,n_seccoes);
```

```
for m=1:n_amostra
```

```
    sup_livre(m,1)=h1;
```

```
    n=1;
```

```
    l=1;
```

```
    while n<=s(2)-2
```

```
        %Secção de jusante
```

```
        seccao_jus(1:s(1),1)=seccoes(:,n);
```

```
        seccao_jus(1:s(1),2)=seccoes(:,n+1);
```

```
        controle_jus=seccao_jus(:,1);
```

```
        id_jus=isnan(controle_jus);
```

```
        indices_jus=find(id_jus==1);
```

```
        seccao_jus(indices_jus,:)=[];
```

```
        %Introdução do erro nas cotas da secção de jusante.
```

```
        seccao_jus(:,2)=seccao_jus(:,2)+erro_cotas(m);
```

```
        %Definição dos limites da secção, perímetro molhado, área e raio hidráulico da secção de jusante.
```

```
        l_seccao_jus=limite_seccao(seccao_jus,sup_livre(m,1));
```

```
        P_jus=perim_molhado(l_seccao_jus);
```

```
        S_jus=area(l_seccao_jus);
```

```
        R_jus=S_jus/P_jus;
```

```
        %Perda de carga na secção de jusante.
```

```
        J_jus=(Q/(K*S_jus*R_jus^(2/3)))^2;
```

## Anexo A.7. Função escoamento\_cotas.m.

---

```
%Secção de montante
seccao_mon(1:s(1),1)=seccoes(:,n+2);
seccao_mon(1:s(1),2)=seccoes(:,n+3);

controle_mon=seccao_mon(:,1);
id_mon=isnan(controle_mon);
indices_mon=find(id_mon==1);
seccao_mon(indices_mon,:)=[];

%Introdução do erro nas cotas da secção de montante.
seccao_mon(:,2)=seccao_mon(:,2)+erro_cotas(m);

i=1;
e=10;
clear h_assum h_calc
L=distancias(1,1);
h_assum(i)=sup_livre(m,1);%Cota da superfície livre assumida
                           na primeira iteração.

while abs(e)>e_max
    %Definição dos limites da secção, perímetro molhado, área
    e raio hidráulico da secção de montante.
    l_seccao_mon=limite_seccao(seccao_mon,h_assum(i));
    P_mon=perim_molhado(l_seccao_mon);
    S_mon=area(l_seccao_mon);
    R_mon=S_mon/P_mon;

    %Energia do escoamento na secção de montante.
    E_mon=Q^2/(S_mon^2*2*g)+h_assum(i);

    %Perda de carga na secção de montante.
    J_mon=(Q/(K*S_mon*R_mon^(2/3)))^2;

    %Energia do escoamento a jusante.
    E_jus=Q^2/(S_jus^2*2*g)+sup_livre(m,1)+(J_mon+J_jus)/2*L;

    %Cálculo do erro.
    e=E_jus-E_mon;

    %Fim do cálculo ou estimativa de uma nova cota da superfí-
    cie livre a ser assumida para a próxima iteração.
    if abs(e)<e_max
        sup_livre(m,l+1)=h_assum(i);
    else
        i=i+1;
        h_assum(i)=h_assum(i-1)+e/2;
    end

    %Se após 1000 ciclos não for encontrada uma solução então
    é assumido que o cálculo não converge, sendo interrompido.
    if i==1000
        disp('Não converge.')
        return
    end

end

n=n+2;
l=l+1;
```

## Anexo A.7. Função escoamento\_cotas.m.

---

```
end  
  
end  
  
%Guardar os resultados.  
save('Resultados_var_cotas', 'sup_livre');
```

## Anexo A.8. Função geracao\_caudais.m.

%Função desenvolvida por Ana Isabel Oliveira, nº 56328 do IST-UTL, no âmbito da tese de mestrado com o tema: "Análise de incerteza associada à estimação da configuração da superfície livre em condições de cheia em canais naturais".

%Orientador: Prof. Doutora Maria Manuela Portela Silva

%Função geracao\_caudais - tem como input o número de caudais que se pretende gerar segundo a lei estatística log-Normal.

```
function [Q]=geracao_caudais(dim)
```

%Caracterização da série de caudais recolhida.

```
caudais=xlsread('caudais97');
```

```
s=size(caudais);%Dimensão da amostra recolhida.
```

```
logcaudais=log(caudais);%Logaritmo de cada valor da amostra.
```

```
m1=mean(logcaudais);%Média da série de logaritmos.
```

```
dp1=std(logcaudais);%Desvio-padrão da série de logaritmos.
```

%Geração de novas séries de caudais.

```
n=rand(s(1),dim);%Matriz com tantas linhas como o número de caudais da amostra recolhida e com tantas colunas como o número de caudais que se pretendem gerar, preenchida por valores equiprováveis no intervalo [0;1].
```

```
z=norminv(n);%Cálculo da inversa da distribuição Normal padrão para os valores pertencentes à matriz.
```

```
logseries=m1+z.*dp1;%Cálculo dos valores logarítmicos correspondentes aos valores gerados.
```

```
series=exp(logseries);%Valores dos caudais gerados.
```

%Caracterização das novas séries de logaritmos.

```
m_logseries=mean(logseries);%Média de cada uma das séries logarítmicas geradas.
```

```
dp_logseries=std(logseries);%Desvio-padrão de cada uma das séries logarítmicas geradas.
```

%Estimativa dos caudais para um período de retorno T.

```
T=100;%Período de retorno.
```

```
p=1-1/T;%Probabilidade de não-excedência.
```

```
Kn=norminv(p);%Valor da função inversa da distribuição Normal padrão para a probabilidade de não-excedência.
```

```
Q=exp(m_logseries+Kn.*dp_logseries);%Estimativa dos caudais.
```

%Guardar os resultados.

```
save('Valores equiprovaveis', 'n');
```

```
save('Series', 'series');
```

```
save('Médias', 'm_logseries');
```

```
save('Desvios-padrão', 'dp_logseries');
```

## Anexo A.9. Função geracao\_manning.m.

%Função desenvolvida por Ana Isabel Oliveira, nº 56328 do IST-UTL, no âmbito da tese de mestrado com o tema: "Análise de incerteza associada à estimação da configuração da superfície livre em condições de cheia em canais naturais".

%Orientador: Prof. Doutora Maria Manuela Portela Silva

%Função geracao\_manning - tem como input o número de valores do coeficiente de Manning-Strickler que se pretende gerar segundo a lei estatística triangular.

```
function [K]=geracao_manning(dim)
```

```
%Caracterização da distribuição triangular.
```

```
cv=0.08;%Coeficiente de variação.
```

```
media=0.045;%Média que corresponde ao valor do coeficiente de Manning adotado para o trecho em estudo.
```

```
min_=(6*media-sqrt((6*media)^2-4*3*(3-18*cv^2)*media^2))/(2*3);%Valor mínimo do coeficiente de Manning.
```

```
max_=2*media-min_;%Valor máximo do coeficiente de Manning.
```

```
%Geração dos coeficientes de Manning e rugosidade
```

```
p=rand(1,dim);%Geração de um vetor com dim linhas preenchido por valores equiprováveis no intervalo [0;1].
```

```
h=(media-min_)/(max_-min_);%Probabilidade associada ao pico da distribuição.
```

```
for i=1:dim
```

```
    %Se o valores gerado for menor ou igual a c.
```

```
    if p(i)<=h
```

```
        n(i)=min_+sqrt(p(i)*(media-min_)*(max_-min_));
```

```
        K(i)=1/n(i);
```

```
    %Se o valor gerado for maior que c.
```

```
    else
```

```
        n(i)=max_-sqrt((1-p(i))*(max_-media)*(max_-min_));
```

```
        K(i)=1/n(i);
```

```
    end
```

```
end
```

```
%Guardar resultados.
```

```
save('Coeficiente Manning-Strickler', 'K');
```

```
save('Rugosidade', 'n');
```

```
save('Valores equiprováveis', 'p');
```

## Anexo A.10. Função geracao\_cotas.m.

%Função desenvolvida por Ana Isabel Oliveira, nº 56328 do IST-UTL, no âmbito da tese de mestrado com o tema: "Análise de incerteza associada à estimação da configuração da superfície livre em condições de cheia em canais naturais".

%Orientador: Prof. Doutora Maria Manuela Portela Silva

%Função geracao\_cotas - tem como input o número de erros a associar às cotas que se pretende gerar segundo a lei estatística Normal.

```
function [e]=geracao_erro_cotas(dim)
```

```
%Caracterização da distribuição Normal.
```

```
e_n=0.5;%Equidistância natural para cartas à escala 1:500.
```

```
dp=e_n/3.29;%Desvio-padrão da distribuição Normal.
```

```
media=0;%Média da distribuição Normal.
```

```
p=rand(dim,1);%Geração de um vetor com dim colunas preenchido por valores equiprováveis no intervalo [0;1].
```

```
%Cálculo do erro associado a cada valor gerado pela aplicação da função inversa da distribuição Normal.
```

```
for i=1:dim
```

```
    e(i)=norminv(p(i),media,dp);
```

```
end
```

```
%Guardar resultados.
```

```
save('Valores equiprováveis', 'p');
```

```
save('Erros_cotas', 'e');
```



## Anexo A.11. Função escoamento.m.

---

```
%Função desenvolvida por Ana Isabel Oliveira, nº 56328 do IST-UTL, no
%âmbito da tese de mestrado com o tema: "Análise de incerteza
%associada à estimação da configuração da superfície livre em
%condições de cheia em canais naturais".
%Orientador: Prof. Doutora Maria Manuela Portela Silva

%Função escoamento - tem como objectivo calcular as cotas da
%superfície livre para um valor do caudal, uma valor do coeficiente de
%Manning-Strickler e um valor do erro a associar as cotas.

function [sup_livre]=escoamento(Q,h1,K,erro)

g=9.8;%Aceleração da gravidade
e_max=1e-3;%Erro máximo admitido

%Carregamento das secções e das distâncias entre elas.
distancias=xlsread('distancias97');
seccoes=xlsread('seccoes97');
s=size(seccoes);
n_seccoes=s(2)/2;
sup_livre=zeros(1,n_seccoes);

%Preenchimento da primeira linha da primeira coluna do vector
%sup_livre com a altura do escoamento a jusante.
sup_livre(1,1)=h1;
n=1;
l=1;

while n<=s(2)-2

    %Secção de jusante
    seccao_jus(1:s(1),1)=seccoes(:,n);
    seccao_jus(1:s(1),2)=seccoes(:,n+1);

    controle_jus=seccao_jus(:,1);
    id_jus=isnan(controle_jus);
    indices_jus=find(id_jus==1);
    seccao_jus(indices_jus,:)=[];

    %Introdução do erro nas cotas da secção de jusante.
    seccao_jus(:,2)=seccao_jus(:,2)+erro;

    %Definição dos limites da secção, perímetro molhado, área e raio
    %hidráulico da secção de jusante.
    l_seccao_jus=limite_seccao(seccao_jus,sup_livre(1,1));
    P_jus=perim_molhado(l_seccao_jus);
    S_jus=area(l_seccao_jus);
    R_jus=S_jus/P_jus;

    %Perda de carga na secção de jusante.
    J_jus=(Q/(K*S_jus*R_jus^(2/3)))^2;

    %Secção de montante
    seccao_mon(1:s(1),1)=seccoes(:,n+2);
    seccao_mon(1:s(1),2)=seccoes(:,n+3);

    controle_mon=seccao_mon(:,1);
    id_mon=isnan(controle_mon);
    indices_mon=find(id_mon==1);
```

## Anexo A.11. Função escoamento.m.

---

```
seccao_mon(indices_mon,:)=[];

%Introdução do erro nas cotas da secção de montante.
seccao_mon(:,2)=seccao_mon(:,2)+erro;

i=1;
e=10;
clear h_assum h_calc
L=distancias(1,1);
h_assum(i)=sup_livre(1,1);%Cota da superfície livre assumida na
                           primeira iteração.

while abs(e)>e_max
    %Definição dos limites da secção, perímetro molhado, área e
    raio hidráulico da secção de montante.
    l_seccao_mon=limite_seccao(seccao_mon,h_assum(i));
    P_mon=perim_molhado(l_seccao_mon);
    S_mon=area(l_seccao_mon);
    R_mon=S_mon/P_mon;

    %Energia do escoamento na secção de montante.
    E_mon=Q^2/(S_mon^2*2*g)+h_assum(i);

    %Perda de carga na secção de montante.
    J_mon=(Q/(K*S_mon*R_mon^(2/3)))^2;

    %Energia do escoamento a jusante.
    E_jus=Q^2/(S_jus^2*2*g)+sup_livre(1,1)+(J_mon+J_jus)/2*L;

    %Cálculo do erro.
    e=E_jus-E_mon;

    %Fim do cálculo ou estimativa de uma nova cota da superfície
    livre a ser assumida para a próxima iteração.
    if abs(e)<e_max
        sup_livre(1,1+1)=h_assum(i);
    else
        i=i+1;
        h_assum(i)=h_assum(i-1)+e/2;
    end

    %Se após 1000 ciclos não for encontrada uma solução então é
    assumido que o cálculo não converge, sendo interrompido.
    if i==1000
        disp('Não converge.')
        return
    end

end

n=n+2;
l=l+1;
end
```

## Anexo A.12. Função cotas\_caudais\_rugosidade.m.

---

```
%Função desenvolvida por Ana Isabel Oliveira, nº 56328 do IST-UTL, no
%âmbito da tese de mestrado com o tema: "Análise de incerteza
%associada à estimação da configuração da superfície livre em
%condições de cheia em canais naturais".
%Orientador: Prof. Doutora Maria Manuela Portela Silva

%Função cotas_caudais_rugosidade - tem como objectivo calcular as
%cotas da superfície livre para n_amostra combinações compostas por um
%valor do caudal, uma valor do coeficiente de Manning-Strickler e um
%valor do erro a associar às cotas das secções.

clear all
format short

n_amostra=10000;

erro_cotas=geracao_erro_cotas(n_amostra);%Geração de n_amostra valores
de erros a associar às cotas
do terreno.

rugosidade=geracao_manning(n_amostra);%Geração de n_amostra valores do
coeficiente de Manning-
Strickler.

caudais=geracao_caudais(n_amostra);%Geração de n_amostra valores do
caudal de ponta de cheia centená-
ria.

alturas_jus=alturas_escoamento(caudais);%Alturas do escoamento a
jusante para cada valor do
caudal gerado.

%Ciclo de 1 a n_amostra que calcula as cotas do escoamento nas cinco
%secções do trecho para um valor do caudal com a respetiva altura a
%jusante, um valor do coeficiente de Manning-Strickler e um erro nas
%cotas do terreno.
for a=1:n_amostra
    Q=caudais(a);
    h1=alturas_jus(a);
    K=rugosidade(a);
    erro=erro_cotas(a);

    sup_livre=escoamento_cotas(Q,h1,K,erro);
    S(a,:)=sup_livre;
    disp(a)
end

%Guardar resultados.
save('Caudais', 'caudais');
save('Coeficiente K', 'rugosidade');
save('Erros nas cotas', 'erro_cotas');
save('Resultados_superficie_livre', 'S');
```



## Anexo B. Ajuste da amostra de caudais às leis estatísticas.

Anexo B.1. Valores do caudal a respetiva probabilidade empírica pela fórmula de Weibull.

<b>N.º ordem (i)</b>	<b>Caudal (Q<sub>i</sub>) [m<sup>3</sup> s<sup>-1</sup>]</b>	<b>Probabilidade de não excedência (F)</b>	<b>Período de retorno (T) [anos]</b>	<b>Φ<sup>-1</sup> (F)</b>
1	438.70	0.0385	1.04	-1.7688
2	662.82	0.0769	1.08	-1.4261
3	700.39	0.1154	1.13	-1.1984
5	764.00	0.1923	1.24	-0.8694
5	780.02	0.1923	1.24	-0.8694
6	948.59	0.2308	1.30	-0.7363
7	1032.00	0.2692	1.37	-0.6151
8	1331.00	0.3077	1.44	-0.5024
9	1374.29	0.3462	1.53	-0.3957
10	1426.96	0.3846	1.63	-0.2934
11	1580.36	0.4231	1.73	-0.1940
12	1967.65	0.4615	1.86	-0.0966
13	2302.87	0.5000	2.00	0.0000
14	2441.48	0.5385	2.17	0.0966
15	2859.00	0.5769	2.36	0.1940
16	3600.71	0.6154	2.60	0.2934
17	3669.41	0.6538	2.89	0.3957
18	3843.54	0.6923	3.25	0.5024
19	4363.00	0.7308	3.71	0.6151
20	5586.00	0.7692	4.33	0.7363
21	5686.16	0.8077	5.20	0.8694
22	6672.00	0.8462	6.50	1.0201
23	10082.00	0.8846	8.67	1.1984
24	10521.00	0.9231	13.00	1.4261
25	13853.07	0.9615	26.00	1.7688

Anexo B.2. Ajuste de leis estatísticas.

F	T [anos]	Lei Normal		Lei de Gumbel		L. log-Normal		Lei de Pearson III		Goodrich [m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	L. log-Pearson III [m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]
		K <sub>N</sub> =φ <sup>-1</sup> (F)	[m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	K <sub>G</sub>	[m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	ln (P)	[m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	K <sub>P</sub>	[m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]		
0.010	1.010	-2.32635	-4618.2	-1.64078	-2214.2	5.508	246.7	-1.1838	-611.7	-285.7	738.0
0.020	1.020	-2.05375	-3662.3	-1.51359	-1768.2	5.770	320.4	-1.1553	-511.7	-229.4	758.4
0.030	1.031	-1.88079	-3055.8	-1.42828	-1469.0	5.935	378.2	-1.1298	-422.2	-175.5	777.2
0.040	1.042	-1.75069	-2599.6	-1.36153	-1234.9	6.060	428.5	-1.1062	-339.6	-122.9	795.0
0.050	1.053	-1.64485	-2228.5	-1.30552	-1038.5	6.162	474.2	-1.0840	-261.7	-71.0	812.1
0.060	1.064	-1.55477	-1912.6	-1.25656	-866.8	6.248	517.0	-1.0628	-187.5	-19.7	828.8
0.070	1.075	-1.47579	-1635.6	-1.21262	-712.8	6.324	557.7	-1.0424	-116.0	31.2	845.2
0.080	1.087	-1.40507	-1387.6	-1.17245	-571.9	6.392	596.9	-1.0227	-46.7	82.0	861.3
0.090	1.099	-1.34076	-1162.1	-1.13522	-441.3	6.453	634.8	-1.0034	20.9	132.7	877.4
0.100	1.111	-1.28155	-954.5	-1.10033	-319.0	6.510	671.9	-0.9846	87.0	183.3	893.4
0.110	1.124	-1.22653	-761.5	-1.06737	-203.4	6.563	708.4	-0.9661	151.8	233.9	909.4
0.120	1.136	-1.17499	-580.8	-1.03601	-93.5	6.612	744.3	-0.9478	215.7	284.7	925.4
0.130	1.149	-1.12639	-410.4	-1.00601	11.7	6.659	779.8	-0.9299	278.8	335.5	941.5
0.140	1.163	-1.08032	-248.8	-0.97716	112.9	6.703	815.0	-0.9121	341.1	386.6	957.7
0.150	1.176	-1.03643	-94.9	-0.94931	210.6	6.745	850.0	-0.8945	402.9	437.8	974.0
0.160	1.190	-0.99446	52.3	-0.92232	305.2	6.786	885.0	-0.8770	464.2	489.3	990.5
0.170	1.205	-0.95417	193.5	-0.89609	397.2	6.824	919.8	-0.8596	525.2	541.0	1007.2
0.180	1.220	-0.91537	329.6	-0.87053	486.8	6.861	954.7	-0.8423	585.8	593.0	1024.0
0.190	1.235	-0.87790	461.0	-0.84555	574.4	6.897	989.6	-0.8251	646.2	645.3	1041.1
0.200	1.250	-0.84162	588.2	-0.82109	660.2	6.932	1024.7	-0.8079	706.5	698.0	1058.4
0.210	1.266	-0.80642	711.6	-0.79708	744.4	6.966	1059.9	-0.7907	766.6	751.0	1075.9
0.220	1.282	-0.77219	831.7	-0.77349	827.1	6.999	1095.2	-0.7736	826.7	804.5	1093.8
0.230	1.299	-0.73885	948.6	-0.75026	908.6	7.031	1130.8	-0.7565	886.8	858.3	1111.9
0.240	1.316	-0.70630	1062.7	-0.72734	988.9	7.062	1166.7	-0.7393	947.0	912.6	1130.3
0.250	1.333	-0.67449	1174.3	-0.70472	1068.3	7.092	1202.8	-0.7221	1007.2	967.3	1149.1
0.260	1.351	-0.64335	1283.5	-0.68234	1146.7	7.122	1239.3	-0.7049	1067.5	1022.5	1168.2
0.270	1.370	-0.61281	1390.6	-0.66018	1224.4	7.152	1276.1	-0.6877	1128.1	1078.2	1187.7

Anexo B.2. Ajuste de leis estatísticas.

F	T [anos]	Lei Normal		Lei de Gumbel		L. log-Normal		Lei de Pearson III		Goodrich [m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	L. log-Pearson III [m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]
		K <sub>N</sub> = $\phi^{-1}$ (F)	[m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	K <sub>G</sub>	[m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	ln (P)	[m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	K <sub>P</sub>	[m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]		
0.280	1.389	-0.58284	1495.7	-0.63822	1301.5	7.180	1313.4	-0.6703	1188.8	1134.4	1207.6
0.290	1.408	-0.55338	1598.9	-0.61642	1377.9	7.209	1351.0	-0.6530	1249.8	1191.2	1227.9
0.300	1.429	-0.52440	1700.6	-0.59477	1453.8	7.236	1389.1	-0.6355	1311.1	1248.6	1248.7
0.310	1.449	-0.49585	1800.7	-0.57324	1529.3	7.264	1427.6	-0.6179	1372.6	1306.5	1269.9
0.320	1.471	-0.46770	1899.4	-0.55182	1604.4	7.291	1466.7	-0.6003	1434.6	1365.1	1291.6
0.330	1.493	-0.43991	1996.9	-0.53047	1679.3	7.317	1506.3	-0.5825	1496.9	1424.3	1313.8
0.340	1.515	-0.41246	2093.1	-0.50919	1753.9	7.344	1546.5	-0.5646	1559.6	1484.1	1336.5
0.350	1.538	-0.38532	2188.3	-0.48795	1828.4	7.370	1587.3	-0.5466	1622.8	1544.7	1359.8
0.360	1.563	-0.35846	2282.5	-0.46674	1902.8	7.396	1628.7	-0.5284	1686.5	1606.0	1383.7
0.370	1.587	-0.33185	2375.8	-0.44555	1977.1	7.421	1670.8	-0.5101	1750.7	1668.0	1408.3
0.380	1.613	-0.30548	2468.3	-0.42435	2051.4	7.446	1713.6	-0.4916	1815.5	1730.8	1433.4
0.390	1.639	-0.27932	2560.0	-0.40313	2125.8	7.471	1757.2	-0.4730	1880.9	1794.4	1459.3
0.400	1.667	-0.25335	2651.1	-0.38188	2200.4	7.496	1801.5	-0.4542	1946.9	1858.8	1485.9
0.410	1.695	-0.22754	2741.6	-0.36058	2275.1	7.521	1846.6	-0.4351	2013.6	1924.2	1513.2
0.420	1.724	-0.20189	2831.5	-0.33922	2350.0	7.546	1892.6	-0.4159	2080.9	1990.4	1541.4
0.430	1.754	-0.17637	2921.0	-0.31777	2425.2	7.570	1939.5	-0.3965	2149.1	2057.5	1570.4
0.440	1.786	-0.15097	3010.1	-0.29624	2500.7	7.595	1987.4	-0.3769	2218.0	2125.7	1600.2
0.450	1.818	-0.12566	3098.8	-0.27460	2576.5	7.619	2036.2	-0.3570	2287.7	2194.8	1631.1
0.460	1.852	-0.10043	3187.3	-0.25284	2652.9	7.643	2086.1	-0.3368	2358.3	2265.0	1662.9
0.470	1.887	-0.07527	3275.5	-0.23094	2729.7	7.667	2137.0	-0.3164	2429.9	2336.4	1695.7
0.480	1.923	-0.05015	3363.6	-0.20889	2807.0	7.691	2189.2	-0.2958	2502.4	2408.8	1729.7
0.490	1.961	-0.02507	3451.6	-0.18667	2884.9	7.715	2242.5	-0.2748	2575.9	2482.4	1764.8
0.500	2.000	0.00000	3539.5	-0.16427	2963.4	7.739	2297.0	-0.2535	2650.4	2557.3	1801.2
0.510	2.041	0.02507	3627.4	-0.14167	3042.7	7.763	2352.9	-0.2319	2726.1	2633.5	1838.9
0.520	2.083	0.05015	3715.4	-0.11886	3122.7	7.787	2410.2	-0.2100	2803.0	2711.0	1877.9
0.530	2.128	0.07527	3803.4	-0.09581	3203.5	7.812	2469.0	-0.1878	2881.1	2790.0	1918.5
0.540	2.174	0.10043	3891.7	-0.07251	3285.2	7.836	2529.3	-0.1651	2960.5	2870.4	1960.6
0.550	2.222	0.12566	3980.1	-0.04894	3367.9	7.860	2591.3	-0.1421	3041.3	2952.3	2004.4



Anexo B.2. Ajuste de leis estatísticas.

F	T [anos]	Lei Normal		Lei de Gumbel		L. log-Normal		Lei de Pearson III		Goodrich [m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	L. log-Pearson III [m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]
		$K_N = \phi^{-1}(F)$	[m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	$K_G$	[m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	ln (P)	[m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	$K_P$	[m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]		
0.560	2.273	0.15097	4068.9	-0.02507	3451.6	7.884	2654.9	-0.1186	3123.5	3035.8	2050.0
0.570	2.326	0.17637	4158.0	-0.00090	3536.3	7.909	2720.4	-0.0947	3207.2	3121.1	2097.5
0.580	2.381	0.20189	4247.5	0.02360	3622.2	7.933	2787.8	-0.0704	3292.6	3208.1	2147.0
0.590	2.439	0.22754	4337.4	0.04846	3709.4	7.958	2857.3	-0.0456	3379.6	3296.9	2198.7
0.600	2.500	0.25335	4427.9	0.07370	3797.9	7.982	2928.9	-0.0203	3468.3	3387.7	2252.8
0.610	2.564	0.27932	4519.0	0.09935	3887.9	8.007	3002.8	0.0056	3559.0	3480.6	2309.3
0.620	2.632	0.30548	4610.7	0.12543	3979.3	8.032	3079.1	0.0320	3651.6	3575.6	2368.6
0.630	2.703	0.33185	4703.2	0.15197	4072.4	8.058	3157.9	0.0590	3746.3	3672.8	2430.8
0.640	2.778	0.35846	4796.5	0.17901	4167.2	8.083	3239.6	0.0866	3843.3	3772.5	2496.1
0.650	2.857	0.38532	4890.7	0.20658	4263.9	8.109	3324.1	0.1149	3942.6	3874.7	2564.8
0.660	2.941	0.41246	4985.8	0.23472	4362.6	8.135	3411.8	0.1440	4044.3	3979.6	2637.2
0.670	3.030	0.43991	5082.1	0.26346	4463.3	8.161	3502.8	0.1738	4148.8	4087.3	2713.6
0.680	3.125	0.46770	5179.5	0.29285	4566.4	8.188	3597.4	0.2043	4256.0	4198.0	2794.4
0.690	3.226	0.49585	5278.3	0.32294	4671.9	8.215	3695.9	0.2358	4366.3	4311.9	2880.0
0.700	3.333	0.52440	5378.4	0.35377	4780.0	8.242	3798.5	0.2681	4479.8	4429.3	2970.8
0.710	3.448	0.55338	5480.0	0.38541	4891.0	8.270	3905.6	0.3015	4596.7	4550.2	3067.3
0.720	3.571	0.58284	5583.3	0.41792	5005.0	8.298	4017.5	0.3359	4717.3	4675.1	3170.2
0.730	3.704	0.61281	5688.4	0.45137	5122.3	8.327	4134.6	0.3714	4841.9	4804.2	3280.1
0.740	3.846	0.64335	5795.5	0.48583	5243.1	8.356	4257.5	0.4082	4970.8	4937.7	3397.8
0.750	4.000	0.67449	5904.7	0.52138	5367.8	8.386	4386.6	0.4462	5104.3	5076.1	3524.1
0.760	4.167	0.70630	6016.2	0.55813	5496.7	8.417	4522.5	0.4857	5242.8	5219.8	3660.2
0.770	4.348	0.73885	6130.4	0.59619	5630.1	8.448	4665.9	0.5268	5386.7	5369.1	3807.1
0.780	4.545	0.77219	6247.3	0.63566	5768.5	8.480	4817.6	0.5695	5536.6	5524.6	3966.4
0.790	4.762	0.80642	6367.3	0.67670	5912.4	8.513	4978.4	0.6141	5692.9	5686.8	4139.8
0.800	5.000	0.84162	6490.8	0.71946	6062.4	8.547	5149.3	0.6607	5856.4	5856.4	4329.1
0.810	5.263	0.87790	6618.0	0.76412	6219.0	8.581	5331.6	0.7096	6027.8	6034.2	4536.9
0.820	5.556	0.91537	6749.4	0.81090	6383.0	8.617	5526.7	0.7610	6208.0	6221.0	4766.0
0.830	5.882	0.95417	6885.4	0.86004	6555.3	8.655	5736.3	0.8151	6397.9	6417.9	5020.1

Anexo B.2. Ajuste de leis estatísticas.

F	T [anos]	Lei Normal		Lei de Gumbel		L. log-Normal		Lei de Pearson III		Goodrich [m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	L. log-Pearson III [m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]
		K <sub>N</sub> = $\phi^{-1}$ (F)	[m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	K <sub>G</sub>	[m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	ln (P)	[m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	K <sub>P</sub>	[m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]		
0.840	6.250	0.99446	7026.7	0.91183	6737.0	8.693	5962.3	0.8724	6598.7	6626.0	5303.6
0.850	6.667	1.03643	7173.9	0.96664	6929.2	8.733	6207.2	0.9332	6811.9	6846.7	5622.1
0.860	7.143	1.08032	7327.8	1.02487	7133.4	8.776	6474.1	0.9980	7039.2	7081.9	5982.7
0.870	7.692	1.12639	7489.4	1.08705	7351.4	8.820	6766.6	1.0675	7282.7	7333.6	6394.8
0.880	8.333	1.17499	7659.8	1.15382	7585.5	8.866	7089.5	1.1423	7545.0	7604.5	6870.5
0.890	9.091	1.22653	7840.5	1.22597	7838.6	8.916	7448.8	1.2234	7829.5	7897.8	7426.3
0.900	10.000	1.28155	8033.4	1.30456	8114.1	8.969	7852.4	1.3120	8140.2	8217.7	8085.2
0.910	11.111	1.34076	8241.1	1.39095	8417.1	9.025	8311.2	1.4097	8482.9	8569.8	8879.7
0.920	12.500	1.40507	8466.6	1.48698	8753.8	9.087	8840.1	1.5187	8865.1	8961.7	9858.2
0.930	14.286	1.47579	8714.6	1.59526	9133.5	9.155	9460.5	1.6420	9297.4	9403.7	11095.7
0.940	16.667	1.55477	8991.5	1.71957	9569.4	9.231	10205.1	1.7840	9795.4	9911.2	12714.8
0.950	20.000	1.64485	9307.4	1.86581	10082.2	9.317	11126.0	1.9516	10383.2	10508.0	14932.6
0.960	25.000	1.75069	9678.5	2.04385	10706.6	9.419	12314.7	2.1564	11101.4	11233.4	18173.7
0.970	33.333	1.88079	10134.8	2.27217	11507.2	9.543	13951.5	2.4201	12025.9	12161.4	23402.6
0.980	50.000	2.05375	10741.3	2.59229	12629.8	9.709	16469.0	2.7914	13327.9	13456.5	33413.7
0.990	100.000	2.32635	11697.2	3.13668	14538.8	9.971	21390.4	3.4266	15555.3	15640.4	61449.2
0.995	200.000	2.57583	12572.0	3.67909	16440.8	10.210	27173.3	4.0638	17789.8	17791.7	113227.8
0.998	500.000	2.87816	13632.2	4.39469	18950.2	10.500	36314.5	4.9110	20760.9	20593.1	255203.8
0.999	1000.000	3.09023	14375.9	4.93552	20846.7	10.703	44506.0	5.5565	23024.4	22684.7	473991.5

## Anexo C. Secções do trecho em estudo.

Anexo C.1. Seções reais.

S1		S2		S3		S4		S5	
Distância	Cota	Distância	Cota	Distância	Cota	Distância	Cota	Distância	Cota
0.000	37.452	0.000	37.495	0.000	37.499	0.000	37.617	0.000	37.906
1.713	37.458	1.758	37.492	1.757	37.500	1.744	37.613	1.739	37.908
4.835	36.668	7.034	36.482	7.032	36.860	5.449	36.680	4.446	37.411
6.209	37.470	8.773	35.548	9.737	31.027	12.675	31.806	7.268	38.488
16.809	30.955	9.291	31.683	26.419	28.861	17.181	30.797	20.666	31.114
23.582	29.957	14.679	31.151	54.908	23.765	22.648	28.051	25.714	30.065
30.410	28.056	31.554	25.072	63.632	19.378	48.692	23.313	37.454	25.576
50.482	26.853	50.312	23.689	75.854	16.730	56.965	19.431	57.697	24.467
70.835	15.400	60.207	21.645	79.136	16.600	67.702	15.850	64.194	20.647
73.960	14.880	71.506	21.513	82.145	16.020	70.941	15.830	75.061	19.157
77.192	13.800	100.980	17.946	85.183	15.510	73.983	15.890	84.640	19.905
80.321	13.930	111.297	14.400	88.187	15.390	76.986	15.820	104.478	19.193
83.413	14.520	114.213	14.370	91.445	15.010	79.988	15.760	105.303	18.447
86.677	15.400	117.237	14.180	94.582	14.310	83.059	15.750	113.328	18.664
89.879	16.000	120.251	13.930	97.761	14.340	86.160	15.810	114.363	19.050
92.739	16.320	123.034	13.920	100.941	14.400	89.263	15.900	130.731	18.753
95.956	16.480	125.862	13.870	104.103	14.520	92.694	16.060	146.235	16.770
99.248	16.610	129.020	13.890	107.227	14.600	95.962	16.170	149.379	16.550
102.773	16.720	132.023	13.850	110.333	14.660	99.326	16.240	152.307	16.290
106.259	16.790	135.034	13.990	113.367	14.710	102.472	16.260	155.265	16.100
109.832	16.800	138.040	14.110	116.324	14.910	105.546	16.310	158.344	15.990
112.873	16.790	141.120	14.170	119.314	15.140	108.643	16.380	161.432	15.840
116.328	16.740	144.041	14.270	122.397	15.280	111.672	16.430	164.388	15.650
119.451	16.790	147.204	14.510	125.326	15.510	114.719	16.540	167.348	15.510
122.477	16.610	149.887	14.700	128.655	15.670	117.957	16.460	170.383	15.320
125.580	16.430	152.732	15.010	132.254	15.790	121.010	16.400	173.276	15.230
128.575	16.480	155.682	15.260	135.324	15.870	124.123	16.400	176.277	14.980
131.832	16.430	158.795	15.400	138.569	16.090	127.173	16.320	179.397	14.740
134.808	16.410	161.952	15.610	141.382	16.210	130.247	16.260	182.438	14.680
137.747	16.270	164.965	15.760	144.557	16.460	133.265	16.190	185.526	14.650
140.678	16.180	168.357	15.920	147.817	16.600	136.628	16.180	188.862	14.610
143.654	16.190	171.509	16.070	150.932	16.730	139.580	16.120	191.887	14.440
146.730	16.200	174.669	16.250	153.965	16.760	142.565	16.130	195.267	14.290
149.864	16.160	177.716	16.430	156.916	16.760	145.654	16.090	198.475	14.200
152.965	16.050	180.736	16.530	160.043	16.830	148.711	16.090	201.646	14.090
155.998	16.080	183.616	16.660	162.988	16.850	151.865	16.060	204.589	13.960
159.070	16.060	186.553	16.840	165.915	16.830	154.968	16.130	207.519	13.850
162.152	16.100	189.213	16.920	168.893	16.830	157.709	16.180	210.488	13.860
165.207	16.260	191.820	16.950	171.786	16.810	160.771	16.220	213.618	13.890
168.359	16.280	216.025	19.228	174.770	16.830	163.963	16.180	216.630	13.910
171.397	16.230	260.331	18.407	177.748	16.990	166.972	16.160	219.928	14.020
174.461	16.310	286.429	18.294	180.809	16.970	170.039	16.120	223.171	14.120
177.797	16.300	295.408	23.522	184.012	17.000	173.110	16.190	226.428	14.230
180.885	16.280	308.554	21.398	225.734	19.687	176.234	16.190	229.762	14.310
184.038	16.270	311.306	24.142	256.169	20.138	179.270	16.160	233.009	14.380
187.181	16.290	332.267	28.280	302.125	19.126	182.321	16.120	236.314	14.400
190.331	16.230	337.769	30.823	327.039	29.115	185.423	16.110	239.412	14.340
193.356	16.230	344.806	30.777	330.957	29.116	188.384	16.130	242.517	14.220
196.524	16.210	367.955	38.632	341.740	35.120	191.383	16.120	245.444	14.080

Anexo C.1. Secções reais.

S1		S2		S3		S4		S5	
Distância	Cota	Distância	Cota	Distância	Cota	Distância	Cota	Distância	Cota
199.583	16.180			347.956	36.761	194.192	16.180	248.387	14.070
202.674	16.150			365.883	47.229	197.233	16.200	251.166	14.180
205.807	16.120					200.536	16.260	254.204	15.280
209.015	16.090					203.567	16.360	257.149	16.390
212.070	16.170					206.634	16.420	259.534	18.090
215.200	16.170					209.851	16.530	282.072	31.269
218.330	16.230					212.945	16.520	297.225	36.816
221.417	16.300					215.968	16.550		
224.908	16.260					219.010	16.490		
228.054	16.280					222.134	16.480		
231.130	16.360					225.278	16.440		
234.244	16.430					228.226	16.590		
237.250	16.530					231.118	16.620		
240.333	16.590					234.051	16.730		
243.346	16.740					275.446	20.526		
246.463	16.840					293.636	24.848		
249.383	16.920					299.761	29.234		
285.986	18.185					314.892	32.754		
292.382	19.331					325.183	36.983		
301.993	23.735								
323.082	26.536								
327.832	30.221								
353.313	40.223								

Anexo C.2. Seções modificadas.

S1		S2		S3		S4		S5	
Distância	Cota	Distância	Cota	Distância	Cota	Distância	Cota	Distância	Cota
0.000	97.452	0.000	97.495	0.000	97.499	0.000	97.617	0.000	97.906
237.099	37.452	313.444	37.495	494.516	37.499	238.263	37.617	326.796	37.906
238.813	37.458	315.202	37.492	496.273	37.500	240.007	37.613	328.535	37.908
241.934	36.668	320.478	36.482	501.548	36.860	243.712	36.680	331.242	37.411
243.308	37.470	322.217	35.548	504.253	31.027	250.938	31.806	334.063	38.488
253.908	30.955	322.735	31.683	520.935	28.861	255.444	30.797	347.462	31.114
260.681	29.957	328.123	31.151	549.423	23.765	260.911	28.051	352.510	30.065
267.509	28.056	344.998	25.072	558.148	19.378	286.955	23.313	364.250	25.576
287.581	26.853	363.756	23.689	570.369	16.730	295.228	19.431	384.492	24.467
307.934	15.400	373.651	21.645	573.652	16.600	305.965	15.850	390.989	20.647
311.059	14.880	384.949	21.513	576.660	16.020	309.204	15.830	401.857	19.157
314.291	13.800	414.424	17.946	579.699	15.510	312.247	15.890	411.436	19.905
317.420	13.930	424.741	14.400	582.703	15.390	315.249	15.820	431.274	19.193
320.512	14.520	427.657	14.370	585.960	15.010	318.251	15.760	432.098	18.447
323.776	15.400	430.681	14.180	589.098	14.310	321.323	15.750	440.124	18.664
326.978	16.000	433.695	13.930	592.277	14.340	324.424	15.810	441.159	19.050
329.838	16.320	436.478	13.920	595.456	14.400	327.526	15.900	457.527	18.753
333.055	16.480	439.306	13.870	598.619	14.520	330.957	16.060	473.030	16.770
336.347	16.610	442.464	13.890	601.743	14.600	334.225	16.170	476.174	16.550
339.872	16.720	445.467	13.850	604.849	14.660	337.589	16.240	479.103	16.290
343.358	16.790	448.478	13.990	607.882	14.710	340.735	16.260	482.061	16.100
346.931	16.800	451.484	14.110	610.840	14.910	343.809	16.310	485.140	15.990
349.972	16.790	454.564	14.170	613.830	15.140	346.906	16.380	488.228	15.840
353.427	16.740	457.485	14.270	616.913	15.280	349.935	16.430	491.184	15.650
356.550	16.790	460.648	14.510	619.841	15.510	352.982	16.540	494.144	15.510
359.576	16.610	463.331	14.700	623.171	15.670	356.220	16.460	497.179	15.320
362.680	16.430	466.176	15.010	626.769	15.790	359.273	16.400	500.072	15.230
365.674	16.480	469.126	15.260	629.839	15.870	362.387	16.400	503.072	14.980
368.931	16.430	472.239	15.400	633.085	16.090	365.436	16.320	506.193	14.740
371.907	16.410	475.396	15.610	635.898	16.210	368.510	16.260	509.234	14.680
374.846	16.270	478.409	15.760	639.072	16.460	371.528	16.190	512.322	14.650
377.777	16.180	481.801	15.920	642.333	16.600	374.891	16.180	515.658	14.610
380.753	16.190	484.953	16.070	645.448	16.730	377.843	16.120	518.683	14.440
383.829	16.200	488.113	16.250	648.481	16.760	380.828	16.130	522.062	14.290
386.963	16.160	491.160	16.430	651.431	16.760	383.917	16.090	525.271	14.200
390.064	16.050	494.180	16.530	654.558	16.830	386.974	16.090	528.441	14.090
393.097	16.080	497.060	16.660	657.504	16.850	390.128	16.060	531.384	13.960
396.169	16.060	499.997	16.840	660.430	16.830	393.231	16.130	534.314	13.850
399.251	16.100	502.657	16.920	663.409	16.830	395.972	16.180	537.284	13.860
402.306	16.260	505.264	16.950	666.302	16.810	399.034	16.220	540.414	13.890
405.458	16.280	529.469	19.228	669.286	16.830	402.227	16.180	543.426	13.910
408.496	16.230	573.775	18.407	672.263	16.990	405.236	16.160	546.724	14.020
411.560	16.310	599.873	18.294	675.325	16.970	408.302	16.120	549.966	14.120
414.896	16.300	608.851	23.522	678.528	17.000	411.373	16.190	553.223	14.230
417.984	16.280	621.997	21.398	720.250	19.687	414.497	16.190	556.558	14.310
421.137	16.270	624.750	24.142	750.684	20.138	417.533	16.160	559.805	14.380
424.280	16.290	645.711	28.280	796.641	19.126	420.584	16.120	563.110	14.400
427.430	16.230	651.213	30.823	821.554	29.115	423.686	16.110	566.208	14.340
430.455	16.230	658.250	30.777	825.473	29.116	426.647	16.130	569.313	14.220

Anexo C.2. Secções modificadas.

<b>S1</b>		<b>S2</b>		<b>S3</b>		<b>S4</b>		<b>S5</b>	
<b>Distância</b>	<b>Cota</b>	<b>Distância</b>	<b>Cota</b>	<b>Distância</b>	<b>Cota</b>	<b>Distância</b>	<b>Cota</b>	<b>Distância</b>	<b>Cota</b>
433.623	16.210	681.399	38.632	836.256	35.120	429.647	16.120	572.240	14.080
436.682	16.180	858.228	98.632	842.472	36.761	432.455	16.180	575.183	14.070
439.773	16.150			860.399	47.229	435.497	16.200	577.961	14.180
442.906	16.120			963.155	107.229	438.800	16.260	581.000	15.280
446.114	16.090					441.830	16.360	583.945	16.390
449.169	16.170					444.897	16.420	586.330	18.090
452.299	16.170					448.114	16.530	608.868	31.269
455.429	16.230					451.208	16.520	624.020	36.816
458.516	16.300					454.231	16.550	787.916	96.816
462.007	16.260					457.273	16.490		
465.153	16.280					460.398	16.480		
468.229	16.360					463.542	16.440		
471.343	16.430					466.489	16.590		
474.349	16.530					469.381	16.620		
477.432	16.590					472.315	16.730		
480.445	16.740					513.709	20.526		
483.562	16.840					531.900	24.848		
486.483	16.920					538.024	29.234		
523.085	18.185					553.155	32.754		
529.481	19.331					563.446	36.983		
539.092	23.735					709.457	96.983		
560.181	26.536								
564.931	30.221								
590.412	40.223								
743.268	100.223								