



INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO  
Universidade Técnica de Lisboa

# **Comportamento estrutural de perfis pultrudidos de GFRP reforçados com mantas de CFRP**

Caracterização experimental e modelação numérica

**Francisco Felício Nunes**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em

**Engenharia Civil**

**Júri**

Presidente: Prof. Doutor José Manuel Matos Noronha da Câmara

Orientador: Prof. Doutor João Pedro Ramôa Ribeiro Correia

Co-Orientador: Prof. Doutor Nuno Miguel Rosa Pereira Silvestre

Vogal: Prof. Doutor Fernando António Baptista Branco

Vogal: Prof. Doutor Pedro Manuel de Castro Borges Dinis

**Março de 2012**





INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO  
Universidade Técnica de Lisboa

## **Comportamento estrutural de perfis pultrudidos de GFRP reforçados com mantas de CFRP**

Caracterização experimental e modelação numérica

**Francisco Felício Nunes**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em

**Engenharia Civil**

Dissertação realizada no âmbito do projecto em co-promoção n.º 2009/003456 – Pontalumis “Desenvolvimento de uma ponte pedonal em materiais compósitos”, financiado pela Agência da Inovação.

### **Júri**

Presidente: Prof. Doutor José Manuel Matos Noronha da Câmara

Orientador: Prof. Doutor João Pedro Ramôa Ribeiro Correia

Co-Orientador: Prof. Doutor Nuno Miguel Rosa Pereira Silvestre

Vogal: Prof. Doutor Fernando António Baptista Branco

Vogal: Prof. Doutor Pedro Manuel de Castro Borges Dinis

**Março de 2012**





# Resumo

Ao longo das últimas décadas, os perfis pultrudidos de GFRP (*Glass Fiber Reinforced Polymer*) têm tido uma utilização crescente na indústria da construção civil, em particular na área de reabilitação de estruturas e construção de pontes. Apesar das várias vantagens associadas, a grande diversidade de valores das propriedades das matérias-primas utilizadas na produção de FRP resulta numa elevada dificuldade em estabelecer regulamentação para o seu dimensionamento.

Na presente dissertação foi estudado o comportamento estrutural de um protótipo de um perfil pultrudido de GFRP com secção em I reforçado nos banzos com mantas de CFRP (*Carbon Fiber Reinforced Polymer*). Foram inicialmente determinadas as características mecânicas do material através de ensaios em provetes cortados da alma e dos banzos do perfil. Posteriormente, foram ensaiadas quatro colunas curtas sujeitas a compressão axial e uma viga sujeita a flexão em quatro pontos travada lateralmente. Foi analisado o comportamento à rotura destes elementos estruturais, tendo sido estudado em particular o estado limite último de encurvadura local de placas.

A par do estudo experimental foi efectuada a modelação numérica dos ensaios realizados, tendo sido utilizado o *software* de simulação *ABAQUS*. Foram elaborados modelos iniciais dos ensaios das colunas e da viga utilizando as propriedades obtidas na caracterização mecânica do material através de provetes. Estes modelos foram posteriormente calibrados para a realização de estudos paramétricos.

## **PALAVRAS-CHAVE:**

GFRP

CFRP

Perfis Pultrudidos

Encurvadura local

Ensaio experimentais

Modelação numérica



# Abstract

In the last decades, GFRP (Glass Fiber Reinforced Polymer) pultruded profiles have been a growing segment of the construction industry, particularly in bridge deck construction. Despite all their advantages, the diversity of raw materials used to produce FRP pultruded parts leads to a high difficulty in establishing codes or guidelines for design.

In this dissertation, the structural behavior of a prototype of a GFRP hybrid pultruded profile reinforced with CFRP (Carbon Fiber Reinforced Polymer) sheets on its flanges was studied. The mechanical properties of the material were obtained from coupon testing; specimens were extracted from the web and flanges of the profile studied. In a further stage, four short columns subjected to axial compression and one beam subjected to 4-point bending (and laterally braced) were tested. The structural behavior for serviceability and ultimate limit states of each type of structural element was analyzed, with particular attention being given to the ultimate limit state of local buckling.

Along with the experimental characterization, the numerical modelling of the structural elements tested was developed using the ABAQUS software. Preliminary finite element method models (FEM) were developed using the mechanical properties obtained from coupon testing. Those models were calibrated based on the experimental structural element behavior and parametric studies were then conducted.

## **KEYWORDS:**

GFRP

CFRP

Pultruded Profile

Local buckling

Experimental tests

Numeric modelling





# Agradecimentos

Finalizada mais uma etapa muito importante na minha vida, quero expressar o meu profundo agradecimento a todos aqueles que directa ou indirectamente contribuíram para o meu sucesso.

Aos professores João Correia e Nuno Silvestre, orientadores da presente dissertação, agradeço por terem acreditado em mim e pelo apoio e incentivo demonstrados ao longo do último ano. Sem os seus conhecimentos, dedicação, simpatia e disponibilidade, a elaboração da presente dissertação não teria sido possível.

Ao meu colega e grande amigo Manuel Correia, agradeço os momentos passados ao longo de todo o curso. Agradeço ainda toda a ajuda mútua e companheirismo, fundamentais na elaboração da presente dissertação.

Ao Eng. José Gonilha, agradeço por toda a ajuda que me facultou principalmente na campanha experimental e pelas dicas que me foi dando ao longo deste último ano.

Aos técnicos do LERM, em especial aos senhores Fernando Alves e Fernando Costa, agradeço por toda a disponibilidade, experiência e apoio na realização dos ensaios afectos à campanha experimental da presente dissertação.

À empresa ALTO Perfis Pultrudidos Lda. agradeço pelo fornecimento dos perfis pultrudidos híbridos necessários para a campanha experimental da presente dissertação.

À empresa AC Almeida Construções Lda., agradeço pelo empréstimo dos prumos metálicos utilizados em ensaios experimentais.

A toda a minha família, com especial destaque para os meus pais e para a minha irmã, agradeço por todos os sacrifícios, por terem sempre acreditado em mim, pelo interesse demonstrado ao longo do meu percurso académico e por estarem sempre presentes, nos bons e maus momentos.

Aos meus amigos, em particular a Liliana Páscoa, a Catarina Lopes, o Nuno Gonçalves, o André Cunha, o José Lourenço, o Vasco Raio, o Roberto Feijóo, o Pedro Gomes e o João Rocha, por toda a amizade e carinho. Graças a eles, as memórias vividas nos últimos cinco anos acompanhar-me-ão para o resto da minha vida.

À minha namorada, Carolina Cesaroni, agradeço por todo o carinho, amor, felicidade, paciência e compreensão que tem tido nos últimos tempos.

Ao Diogo Coelho e à Ana Sofia Walsh, agradeço pelas revisões de texto na língua inglesa.

---

# Simbologia

$\Delta L$	Encurtamento axial;
$\Delta L_{m\acute{a}x}$	Encurtamento axial máximo;
$\Delta F$	Variacão de força;
$\Delta \delta$	Variacão de deslocamentos;
$\Delta \varepsilon$	Variacão de extensão;
$\Delta \sigma$	Variacão de tensão;
$\gamma$	Distoro;
$\gamma_{12}$	Distoro nas direcoes 12;
$\gamma_{xy}$	Distoro nas direcoes $xy$ ;
$\delta$	Deslocamento transversal em vigas sujeitas a flexão em quatro pontos; Encurtamento axial em colunas; Deslocamento medido no ensaio de provetes;
$\delta_{Base,m}$	Deslocamento médio na chapa da base da coluna;
$\delta_{Topo,p}$	Deslocamento alinhado com centro de rigidez no topo da coluna;
$\delta_{inst}$	Flecha instantânea;
$\delta_{lp}$	Flecha a longo prazo;
$\delta_{mv}$	Deslocamento a meio-vão;
$\delta_u$	Deslocamento último;
$\varepsilon$	Extensão;
$\varepsilon'$	Valor mínimo de extensão para a regressão linear;
$\varepsilon''$	Valor máximo de extensão para a regressão linear;
$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$	Extensoes medidas no ensaio da viga;
$\varepsilon_c$	Extensão média no provete sujeito a compressão;
$\varepsilon_{ctu}$	Extensão última do ensaio de compressão na direco transversal em provetes;
$\varepsilon_{cu}$	Extensão última do ensaio de compressão na direco longitudinal em provetes;
$\varepsilon_{del}$	Extensão de delaminao da manta de CFRP;
$\varepsilon_f$	Extensão na fibra mais solicitada do provete sujeito a flexão;
$\varepsilon_{fu}$	Extensão última do ensaio de flexão em provetes;
$\varepsilon_{max}$	Extensão máxima;
$\varepsilon_{med}$	Extensão média;
$\varepsilon_{min}$	Extensão mínima;

---

$\varepsilon_t$	Extensão média no provete sujeito a tracção;
$\varepsilon_{tu}$	Extensão última do ensaio de tracção em provetes;
$\varepsilon_x$	Extensão na direcção longitudinal;
$\varepsilon_y$	Extensão na direcção transversal;
$\zeta$	Coefficiente de restrição;
$\theta$	Ângulo entre a direcção longitudinal do provete e a orientação das fibras;
$\nu_L$	Coefficiente de <i>Poisson</i> na direcção longitudinal;
$\nu_T$	Coefficiente de <i>Poisson</i> na direcção transversal;
$\nu_x$	Coefficiente de <i>Poisson</i> na direcção longitudinal;
$\nu_y$	Coefficiente de <i>Poisson</i> na direcção transversal;
$\sigma$	Tensão;
$\sigma_{11}$	Tensão na aplicada direcção paralela às fibras;
$\sigma_{22}$	Tensão aplicada na direcção transversal às fibras;
$\sigma_{12}$	Tensão de corte;
$\sigma_{Lu,comp}$	Resistência do material na direcção longitudinal sujeito a compressão;
$\sigma_{Lu,flex}$	Resistência do material na direcção longitudinal sujeito a flexão;
$\sigma_c$	Tensão aplicada no provete sujeito a compressão;
$\sigma_{cr,Lat}$	Tensão crítica de encurvadura lateral por flexão-torção;
$(\sigma_{livre}^{sa})_{cr,Local}$	Tensão crítica de encurvadura local em placas simplesmente apoiadas num bordo e livres no outro;
$(\sigma_{sa}^{sa})_{cr,Local}$	Tensão crítica de encurvadura local em placas simplesmente apoiadas em ambos os bordos;
$\sigma_{cr,Local,f}$	Tensão crítica de encurvadura local do(s) banzo(s) comprimido(s);
$\sigma_{cr,Local}^{Aprox}$	Tensão crítica de encurvadura local calculada por método aproximado;
$\sigma_{ctu}$	Resistência à compressão na direcção transversal da placa;
$\sigma_{cu}$	Resistência do laminado à compressão;
$\sigma_{del}$	Tensão de delaminação da manta de CFRP;
$\sigma_f$	Tensão aplicada no provete sujeito a flexão;
$\sigma_{fu}$	Resistência do laminado à flexão;
$\sigma_t$	Tensão aplicada no provete sujeito a tracção;
$\sigma_{tu}$	Resistência do laminado à tracção;
$\sigma_{tu}$	Resistência à tracção do material;
$\sigma_{w,Local}$	Tensão crítica de encurvadura local da alma;
$\sigma_x$	Tensão actuante na direcção longitudinal;
$\sigma_{xx}$	Tensão aplicada na direcção x;

$\sigma_y$	Tensão actuante na direcção transversal;
$\sigma_{yy}$	Tensão aplicada na direcção $y$ ;
$\tau$	Tensão de corte;
$\tau_{12}$	Tensão de corte;
$\tau_{cr,Local}$	Tensão crítica de encurvadura local por corte no plano da placa;
$\tau_u$	Resistência ao corte;
$\chi$	Curvatura;
$\chi_{máx}$	Curvatura máxima.
$A$	Área da secção;
$A_C$	Área da parcela de reforço em GFRP;
$A_G$	Área da manta de CFRP;
$A_{eff}$	Área efectiva de concentração de tensões;
$C_b$	Factor de momento equivalente;
$C_w$	Constante de empenamento;
$D_L$	Rigidez de flexão na direcção longitudinal da placa;
$D_{LT}$	Rigidez de flexão na direcção longitudinal da placa quando sujeita a flexão na direcção transversal (ou vice-versa);
$D_S$	Rigidez de corte no plano da placa;
$D_T$	Rigidez de flexão na direcção transversal da placa;
$E$	Módulo de elasticidade;
$E_1$	Módulo de elasticidade longitudinal;
$E_2$	Módulo de elasticidade transversal;
$E_C$	Módulo de elasticidade longitudinal da manta de CFRP;
$E_G$	Módulo de elasticidade longitudinal da parcela de reforço em GFRP;
$(E_L)_f$	Módulo de elasticidade longitudinal do banzo;
$(E_L)_w$	Módulo de elasticidade longitudinal da alma;
$E_{L,CFRP}$	Módulo de elasticidade longitudinal da parcela de reforço em GFRP;
$E_{L,GFRP}$	Módulo de elasticidade longitudinal da manta de CFRP;
$E_{L,comp}$	Módulo de elasticidade longitudinal em compressão;
$E_{L,flex}$	Módulo de elasticidade longitudinal em flexão;
$E_{L,v}$	Módulo viscoelástico longitudinal;
$E_L$	Módulo de elasticidade longitudinal;
$E_L^t$	Módulo de fluência longitudinal;

---

$E_T$	Módulo de elasticidade transversal;
$E_a$	Módulo de elasticidade aparente;
$E_c$	Módulo de elasticidade longitudinal em compressão;
$E_{ct}$	Módulo de elasticidade transversal em compressão;
$E_f$	Módulo de elasticidade longitudinal em flexão;
$E_t$	Módulo de elasticidade longitudinal em tracção;
$E_x$	Módulo de elasticidade longitudinal na direcção $x$ ;
$E_y$	Módulo de elasticidade longitudinal na direcção $y$ ;
$F$	Força aplicada;
$F_{Cr}$	Carga crítica;
$F^{sbs}$	Resistência ao corte interlaminar;
$F_u$	Carga última;
$F_{w, Esm}$	Força de esmagamento da alma;
$G$	Módulo elástico de distorção;
$G_{12}$	Módulo de distorção nas direcções 1 e 2;
$G_{23}$	Módulo de distorção nas direcções 2 e 3;
$G_{LT, v}$	Módulo viscoelástico de distorção;
$G_{LT}$	Módulo de distorção;
$G_{LT}^t$	Módulo de fluência distorcional;
$I$	Momento de inércia;
$I_F$	Índice de <i>Tsai-Hill</i> ;
$I_p$	Momento polar de inércia;
$I_x$	Momento de inércia em torno do eixo de maior inércia;
$I_y$	Momento de inércia em torno do eixo de menor inércia;
$J$	Constante de torção uniforme;
$K$	Coeficiente de área de corte;
$L$	Comprimento do elemento estrutural; vão de uma viga sujeita a flexão em quatro pontos; altura de uma coluna; comprimento dos provetes;
$L_0$	Distância entre forças aplicadas em vigas sujeitas a flexão em quatro pontos;
$L_{so}$	Comprimento de semi-onda;
$L_T$	Comprimento dos elementos viga utilizados na modelação do travamento lateral;
$L_b$	Comprimento da viga não travado lateralmente;
$L_{eff}$	Comprimento efectivo carregado;
$M_{cr, Lat}$	Momento crítico de encurvadura lateral por flexão-torção;

$M_{cr,Local}$	Momento crítico de encurvadura local;
$M_{máx}$	Momento máximo;
$M_{u,LRL}$	Momento último em vigas devido à rotura por limite de resistência do material;
$M_x$	Momento flector actuante em torno do eixo de maior inércia;
$P$	Carga total aplicada em vigas sujeitas a flexão em quatro pontos;
$P_{cr,Flex}$	Carga crítica de encurvadura global por flexão;
$P_{cr,Tor}$	Carga crítica de encurvadura global por torção;
$P_{cr,Tor}^{FRP}$	Carga crítica de encurvadura global por torção em perfis pultrudidos;
$P_{cr}$	Carga crítica;
$P_{del}$	Carga para ocorrência de delaminação;
$P_{euler}$	Carga crítica da coluna de <i>Euler</i> ;
$P_{ri}$	Carga de “rotura inicial”;
$P_{u,Esm}$	Carga última em colunas devida à rotura por esmagamento do material;
$P_u$	Carga última;
$S$	Resistência ao corte;
$V_{cr,Local}$	Esforço transversal crítico de encurvadura local por corte;
$V_{u,LRC}$	Esforço transversal último devido à rotura por limite de resistência ao corte do material;
$V_y$	Esforço transversal actuante no plano da alma;
$W$	Módulo de flexão;
$W_x$	Módulo de flexão em torno do eixo $x$ ;
$W_y$	Módulo de flexão em torno do eixo $y$ ;
$X_c$	Resistência à compressão na direcção longitudinal;
$X_t$	Resistência à tracção na direcção longitudinal;
$Y_c$	Resistência à compressão na direcção transversal;
$Y_t$	Resistência à tracção na direcção transversal;
$a$	Comprimento de semi-onda;
$b$	Largura dos provetes;
$b_{eff}$	Largura efectiva da placa sujeita a compressão uniforme;
$b_f$	Largura do banzo;
$d_1, d_2, d_3$	Deslocamentos medidos na chapa de topo nos ensaios das colunas;
$d_w$	Altura da alma;
$e_a$	Extensão na direcção longitudinal do provete no ensaio de corte por tensão bi-axial;
$e_b$	Extensão na direcção transversal do provete no ensaio de corte por tensão bi-axial;
$e_c$	Extensão na direcção a 45° do provete no ensaio de corte por tensão bi-axial;

---

$h$	Espessura dos provetes;
$i$	Raio de giração;
$k$	Coefficiente de rigidez rotacional da ligação de placas; coeficiente de comprimento de encurvadura por flexão; rigidez do travamento lateral;
$k_{LT}$	Coefficiente de encurvadura por corte;
$k_f$	Coefficiente associado ao comprimento de encurvadura por flexão em torno do eixo fraco;
$k_w$	Coefficiente associado ao comprimento de encurvadura devido ao empenamento;
$m$	Declive;
$n_e$	Taxa de fluência longitudinal;
$n_g$	Taxa de fluência distorcional;
$n_{so}$	Número de semi-ondas;
$r_x, r_z$	Rotações em torno dos eixos $x$ e $z$ ;
$t$	Tempo em horas;
$t_{bp}$	Espessura dos reforços colocados na face inferior dos banzos;
$t_f$	Espessura do banzo;
$t_p$	Espessura da placa;
$t_w$	Espessura da alma;
$x, y, z$	Eixos do referencial global dos elementos estruturais;
$y$	Deslocamento transversal em vigas sujeitas a flexão em quatro pontos;
$y_{secção}$	Posição da secção com maiores deslocamentos no estudo numérico da coluna;
$z$	Distância de uma secção ao apoio móvel em vigas sujeitas a flexão em quatro pontos; distância à fibra mais solicitada;
$z_{secção}$	Posição da secção com maiores deslocamentos no estudo numérico da viga.



# Índice

## CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO

<b>1.1 ENQUADRAMENTO</b> .....	<b>1</b>
<b>1.2 OBJECTIVOS E METODOLOGIA</b> .....	<b>2</b>
<b>1.3 ORGANIZAÇÃO DO DOCUMENTO</b> .....	<b>3</b>
<b>1.4 REFERÊNCIAS</b> .....	<b>4</b>

## CAPÍTULO 2 CARACTERÍSTICAS GERAIS DOS FRP

<b>2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS</b> .....	<b>5</b>
<b>2.2 MATERIAIS CONSTITUINTES</b> .....	<b>5</b>
2.2.1 FIBRAS DE REFORÇO .....	6
2.2.2 MATRIZ POLIMÉRICA .....	8
<b>2.3 PROCESSO DE FABRICO</b> .....	<b>9</b>
<b>2.4 ELEMENTOS ESTRUTURAIS</b> .....	<b>10</b>
2.4.1 ELEMENTOS ESTRUTURAIS CORRENTES .....	10
<b>2.5 PROPRIEDADES FÍSICAS E MECÂNICAS DOS PERFIS PULTRUDIDOS DE FRP</b> .....	<b>12</b>
2.5.1 PROPRIEDADES TÍPICAS DE PERFIS CORRENTES .....	12
<b>2.6 TECNOLOGIA DAS LIGAÇÕES</b> .....	<b>15</b>
<b>2.7 CAMPOS DE APLICAÇÃO DOS PERFIS PULTRUDIDOS DE FRP</b> .....	<b>16</b>
<b>2.8 PERFIS PULTRUDIDOS HÍBRIDOS</b> .....	<b>18</b>
2.8.1 CARACTERÍSTICAS GERAIS E FORMAS ESTRUTURAIS .....	18
2.8.2 PROPRIEDADES TÍPICAS E COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE PERFIS HÍBRIDOS .....	18
2.8.3 APLICAÇÃO DO PERFIL <i>STRONGWELL EXTREN DWB 36''</i> .....	19
<b>2.9 REFERÊNCIAS</b> .....	<b>19</b>

## CAPÍTULO 3 COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DOS PERFIS PULTRUDIDOS DE FRP

<b>3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS</b> .....	<b>21</b>
<b>3.2 ESTADOS LIMITES DE SERVIÇO</b> .....	<b>21</b>
3.2.1 DESLOCAMENTOS TRANSVERSAIS DE VIGAS (OU FLECHA) .....	21

3.2.2 INFLUÊNCIA DA DEFORMABILIDADE POR CORTE EM VIGAS .....	22
3.2.3 EMPENAMENTO E “SHEAR LAG” EM VIGAS.....	23
3.2.4 ENCURTAMENTO AXIAL EM COLUNAS.....	24
3.2.5 DEFORMAÇÕES A LONGO PRAZO.....	24
<b>3.3 ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS .....</b>	<b>25</b>
3.3.1 ROTURA POR LIMITE DE RESISTÊNCIA LONGITUDINAL.....	26
3.3.2 ROTURA POR LIMITE DE RESISTÊNCIA AO CORTE .....	27
3.3.3 ENCURVADURA LATERAL POR FLEXÃO-TORÇÃO .....	27
3.3.4 ENCURVADURA LOCAL DEVIDA A COMPRESSÕES NO PLANO DA PLACA.....	29
3.3.5 ENCURVADURA LOCAL DEVIDA AO ESFORÇO TRANSVERSO NO PLANO DA PLACA .....	32
3.3.6 ESMAGAMENTO E ENCURVADURA LOCAL DA ALMA.....	32
3.3.7 ENCURVADURA GLOBAL DE COLUNAS.....	33
3.3.8 INTERACÇÃO ENTRE ENCURVADURA LOCAL E GLOBAL .....	35
<b>3.4 REGULAMENTAÇÃO .....</b>	<b>37</b>
<b>3.5 DIMENSIONAMENTO DE ELEMENTOS ESTRUTURAIS .....</b>	<b>38</b>
<b>3.6 REFERÊNCIAS .....</b>	<b>39</b>
<b>CAPÍTULO 4 CARACTERIZAÇÃO EXPERIMENTAL</b>	
<b>4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....</b>	<b>41</b>
<b>4.2 ENSAIOS DE CARACTERIZAÇÃO MECÂNICA DO MATERIAL .....</b>	<b>42</b>
4.2.1 PREPARAÇÃO DOS PROVETES .....	42
4.2.2 ENSAIO DE FLEXÃO.....	44
4.2.3 ENSAIO DE CORTE INTERLAMINAR .....	50
4.2.4 ENSAIO DE COMPRESSÃO .....	53
4.2.5 ENSAIO DE TRACÇÃO .....	58
4.2.6 ENSAIO DE CORTE POR TENSÃO BI-AXIAL.....	64
4.2.7 COMPILAÇÃO DE RESULTADOS.....	67
<b>4.3 ENSAIO DE COMPRESSÃO EM COLUNAS CURTAS .....</b>	<b>68</b>
4.3.1 OBJECTIVOS .....	68
4.3.2 ESQUEMA DE ENSAIO E INSTRUMENTAÇÃO .....	68
4.3.3 CÁLCULOS E ANÁLISE DE RESULTADOS .....	71
4.3.4 COMPARAÇÃO DE RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	80
<b>4.4 ENSAIO DE FLEXÃO NUMA VIGA SIMPLEMENTE APOIADA.....</b>	<b>83</b>
4.4.1 OBJECTIVOS .....	83
4.4.2 ESQUEMA DE ENSAIO E INSTRUMENTAÇÃO .....	84

4.4.3 DETERMINAÇÃO DOS MÓDULOS ELÁSTICOS EFECTIVOS DA SECÇÃO (E E G) .....	88
4.4.4 CÁLCULOS E ANÁLISE DE RESULTADOS .....	91
4.4.5 COMPARAÇÃO DE RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	95
<b>4.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>98</b>
<b>4.6 REFERÊNCIAS .....</b>	<b>100</b>
<b>CAPÍTULO 5 MODELAÇÃO NUMÉRICA</b>	
<b>5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....</b>	<b>101</b>
<b>5.2 TIPO DE MODELAÇÃO UTILIZADA .....</b>	<b>102</b>
<b>5.3 CRITÉRIOS DE ROTURA .....</b>	<b>103</b>
<b>5.4 COLUNA CURTA EM COMPRESSÃO .....</b>	<b>105</b>
5.4.1 OBJECTIVOS .....	105
5.4.2 MODELO ESTRUTURAL .....	106
5.4.3 ANÁLISE DE ESTABILIDADE .....	107
5.4.4 ANÁLISE DE ROTURA .....	109
5.4.5 CALIBRAÇÃO DOS MODELOS .....	118
5.4.6 ESTUDOS PARAMÉTRICOS .....	124
<b>5.5 VIGA EM FLEXÃO .....</b>	<b>128</b>
5.5.1 OBJECTIVOS .....	128
5.5.2 MODELO ESTRUTURAL .....	129
5.5.3 ANÁLISE DE ESTABILIDADE .....	131
5.5.4 ANÁLISE DE ROTURA .....	133
5.5.5 CALIBRAÇÃO DO MODELO .....	138
5.5.6 INFLUÊNCIA DA GEOMETRIA DA SECÇÃO .....	143
<b>5.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>144</b>
<b>5.7 REFERÊNCIAS .....</b>	<b>145</b>
<b>CAPÍTULO 6 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS DE DESENVOLVIMENTOS FUTUROS</b>	
<b>6.1 CONCLUSÕES .....</b>	<b>147</b>
<b>6.2 PERSPECTIVAS DE DESENVOLVIMENTOS FUTUROS .....</b>	<b>149</b>

---

## **ANEXOS**

<b>ANEXO I. CARACTERIZAÇÃO MECÂNICA DO MATERIAL.....</b>	<b>151</b>
A. ENSAIO DE FLEXÃO .....	151
B. ENSAIO DE CORTE INTERLAMINAR .....	153
C. ENSAIO DE COMPRESSÃO .....	154
D. ENSAIO DE TRACÇÃO.....	157
E. ENSAIO DE CORTE POR TENSÃO BI-AXIAL.....	159
<b>ANEXO II. ENSAIO DE COMPRESSÃO EM COLUNAS CURTAS .....</b>	<b>161</b>
A. ENCASTRAMENTO DAS EXTREMIDADES .....	161
<b>ANEXO III. ENSAIO DE FLEXÃO NUMA VIGA SIMPLEMENTE APOIADA .....</b>	<b>163</b>
A. ROTURA POR FLEXÃO DE UM PERFIL IPE180 EM AÇO S355.....	163
B. DETERMINAÇÃO DAS ÁREAS DE CORTE (AV) DO PERFIL EM ESTUDO.....	164
C. FLEXÃO EM QUATRO PONTOS PELA TEORIA DE VIGAS DE TIMOSHENKO .....	166

# Índice de figuras

## CAPÍTULO 2 CARACTERÍSTICAS GERAIS DOS FRP

FIGURA 2.1. MECHAS DE FILAMENTOS CONTÍNUOS NÃO TORCIDOS (À ESQUERDA) E TORCIDOS (À DIREITA) .....	6
FIGURA 2.2. MANTAS DE REFORÇO COM (A) FIBRAS CONTÍNUAS DISPOSTAS ALEATORIAMENTE, (B) FIBRAS CONTÍNUAS DIRECCIONADAS A 0°/90° ENTRELAÇADAS, (C) FIBRAS CONTÍNUAS DIRECCIONADAS A 0°/90° E FIBRAS DISPOSTAS ALEATORIAMENTE E (D) FIBRAS CONTÍNUAS DIRECCIONADAS A 0°/±45°/90° E FIBRAS DISPOSTAS ALEATORIAMENTE.....	6
FIGURA 2.3. AMOSTRA DO PERFIL PULTRUDIDO ESTUDADO .....	9
FIGURA 2.4. PROCESSO DE FABRICO DE PERFIS POR PULTRUSÃO .....	9
FIGURA 2.5. VARÕES DE GFRP E CFRP PARA APLICAÇÃO EM ESTRUTURAS DE BETÃO ARMADO.....	10
FIGURA 2.6. CABOS DE FRP PARA ESTRUTURAS DE BETÃO PRÉ-ESFORÇADO.....	10
FIGURA 2.7. PONTE DE LÉRIDA.....	11
FIGURA 2.8. SECÇÕES DE PERFIS PULTRUDIDOS CONVENCIONAIS .....	11
FIGURA 2.9. PAINÉIS MULTICELULARES DE GFRP: (A) <i>EZSPAN/ATLANTIC RESEARCH</i> ; (B) <i>SUPERDECK/CREATIVE PULTRUSIONS</i> ; (C) <i>DURASpan/MARTIN MARIETTA MATERIALS</i> E (D) <i>SQUARE TUBE AND PLATE DECK/STRONGWELL</i> .....	12
FIGURA 2.10. COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE PERFIS PULTRUDIDOS DE GFRP .....	13
FIGURA 2.11. NÍVEIS DE ANÁLISE DE UM MATERIAL COMPÓSITO DE FRP .....	13
FIGURA 2.12. LIGAÇÃO APARAFUSADA ENTRE PERFIS DE GFRP.....	16
FIGURA 2.13 LIGAÇÃO COLADA .....	16
FIGURA 2.14. LIGAÇÃO POR INTERLOCK .....	16
FIGURA 2.15. UTILIZAÇÃO DE ELEMENTOS ESTRUTURAIS DE FRP NA PONTE 25 DE ABRIL .....	17
FIGURA 2.16. EDIFÍCIO <i>ĒYECATCHER</i> .....	17
FIGURA 2.17. PONTE PEDONAL <i>PONTRESINA</i> .....	17
FIGURA 2.18. PONTE PEDONAL EM <i>KOLDING</i> .....	17
FIGURA 2.19. CASTELO DE <i>WÖRLITZ</i> .....	17
FIGURA 2.20. PERFIL PULTRUDIDO HÍBRIDO <i>EXTREN DWB 36"</i> .....	18
FIGURA 2.21. DISPOSIÇÃO DE FIBRAS DE CFRP E GFRP COM MAIOR AUMENTO NA CARGA CRÍTICA DE ENCURVADURA LOCAL.....	19
FIGURA 2.22. <i>VIRGINIA ROUTE 601 BRIDGE</i> .....	19

## CAPÍTULO 3 COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DOS PERFIS PULTRUDIDOS DE FRP

FIGURA 3.1. EIXOS E ESFORÇOS DE VIGAS SUJEITAS A FLEXÃO.....	21
FIGURA 3.2. EIXOS E ESFORÇOS DE COLUNAS SUJEITAS A COMPRESSÃO UNIAXIAL.....	21
FIGURA 3.3. VALORES MÉDIOS DA RELAÇÃO ( $E_a/E$ ) EM FUNÇÃO DA ESBELTEZA ( $L/I$ ) DA VIGA.....	23

FIGURA 3.4. ENCURVADURA GLOBAL POR FLEXÃO-TORÇÃO E DESLOCAMENTOS DA SECÇÃO ASSOCIADOS.....	28
FIGURA 3.5. INSTABILIDADE LOCAL NO BANZO SUPERIOR DE UMA VIGA DE GFRP FLECTIDA .....	29
FIGURA 3.6. INSTABILIDADE LOCAL DE AMBOS OS BANZOS NUMA COLUNA DE GFRP COMPRIMIDA .....	29
FIGURA 3.7. ROTURA NA LIGAÇÃO BANZO-ALMA POR INSTABILIDADE LOCAL DO BANZO SUPERIOR DE UMA VIGA.....	30
FIGURA 3.8. INTERACÇÃO ENTRE OS MODOS DE ENCURVADURA LOCAL E GLOBAL DE COLUNAS DE FRP .....	36
FIGURA 3.9. TRAJECTÓRIAS DE PÓS-ENCURVADURA DE ENCURVADURA LOCAL, GLOBAL E INTERACÇÃO.....	36
FIGURA 3.10. DIMENSIONAMENTO DE PERFIS PULTRUDIDOS DE FRP .....	38

#### **CAPÍTULO 4 CARACTERIZAÇÃO EXPERIMENTAL**

FIGURA 4.1. CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DO PERFIL PULTRUDIDO DE GFRP REFORÇADO COM MANTAS DE CFRP.....	41
FIGURA 4.2. ÁREA DA SECÇÃO TRANSVERSAL INDICADA PARA UTILIZAÇÃO EM PROVETES .....	43
FIGURA 4.3. SERRA ELÉCTRICA COM REFRIGERAÇÃO UTILIZADA NOS CORTES TRANSVERSAIS .....	44
FIGURA 4.4. AMOSTRA DO RESULTADO DO CORTE TRANSVERSAL DO PERFIL.....	44
FIGURA 4.5. (A) SERRA DE DISCO UTILIZADA NO CORTE LONGITUDINAL E (B) AMOSTRAS DOS PROVETES .....	44
FIGURA 4.6. APOIO PARA O ENSAIO DE FLEXÃO.....	45
FIGURA 4.7. ESQUEMA DO ENSAIO DE FLEXÃO .....	46
FIGURA 4.8. MONTAGEM DO ENSAIO DE FLEXÃO .....	46
FIGURA 4.9. CURVAS TENSÃO-EXTENSÃO DO ENSAIO DE FLEXÃO PARA PROVETES DA ALMA.....	47
FIGURA 4.10. CURVAS TENSÃO-EXTENSÃO DO ENSAIO DE FLEXÃO PARA PROVETES DO BANZO COM A MANTA COMPRIMIDA.....	47
FIGURA 4.11. CURVAS TENSÃO-EXTENSÃO DO ENSAIO DE FLEXÃO PARA PROVETES DO BANZO COM A MANTA TRACCIONADA .....	47
FIGURA 4.12. PROVETE DA ALMA APÓS ROTURA .....	47
FIGURA 4.13. DELAMINAÇÃO DA MANTA NA FACE SUPERIOR DE PROVETES DO BANZO.....	48
FIGURA 4.14. MODO DE ROTURA DE UM PROVETE DO BANZO COM A MANTA TRACCIONADA .....	48
FIGURA 4.15. MÓDULOS DE ELASTICIDADE DOS PROVETES EM FLEXÃO .....	50
FIGURA 4.16. RESISTÊNCIA DOS PROVETES EM FLEXÃO.....	50
FIGURA 4.17. EXTENSÕES ÚLTIMAS PROVETES EM FLEXÃO .....	50
FIGURA 4.18. APOIO PARA O ENSAIO EM CORTE INTERLAMINAR.....	51
FIGURA 4.19. ESQUEMA DO ENSAIO DE CORTE INTERLAMINAR .....	51
FIGURA 4.20. MONTAGEM DO ENSAIO DE CORTE INTERLAMINAR.....	51
FIGURA 4.21. CURVAS FORÇA-DESLOCAMENTO A MEIO-VÃO DO ENSAIO DE CORTE INTERLAMINAR PARA PROVETES DA ALMA .....	52
FIGURA 4.22. CURVAS FORÇA-DESLOCAMENTO A MEIO-VÃO DO ENSAIO DE CORTE INTERLAMINAR PARA PROVETES DO BANZO (MANTA DE CFRP NA FACE SUPERIOR) .....	52
FIGURA 4.23. CURVAS FORÇA-DESLOCAMENTO A MEIO-VÃO DO ENSAIO DE CORTE INTERLAMINAR PARA PROVETES DO BANZO (MANTA DE CFRP NA FACE INFERIOR) .....	52
FIGURA 4.24. PRIMEIRA ROTURA POR CORTE INTERLAMINAR (A) E SECÇÃO DE EXTREMIDADE APÓS ROTURA FINAL (B) .....	52
FIGURA 4.25. ESQUEMA DO ENSAIO DE COMPRESSÃO .....	55

FIGURA 4.26. MONTAGEM DO ENSAIO DE COMPRESSÃO .....	55
FIGURA 4.27. CURVAS TENSÃO-EXTENSÃO DO ENSAIO DE COMPRESSÃO PARA PROVETES DA ALMA NA DIRECÇÃO LONGITUDINAL .....	55
FIGURA 4.28. CURVAS TENSÃO-EXTENSÃO (CORRIGIDOS) DO ENSAIO DE COMPRESSÃO PARA PROVETES DO BANZO NA DIRECÇÃO LONGITUDINAL.....	55
FIGURA 4.29. CURVAS TENSÃO-EXTENSÃO DO ENSAIO DE COMPRESSÃO PARA PROVETES DA ALMA NA DIRECÇÃO TRANSVERSAL .....	56
FIGURA 4.30. CURVAS TENSÃO-EXTENSÃO DO ENSAIO DE COMPRESSÃO PARA PROVETES DO BANZO NA DIRECÇÃO TRANSVERSAL.....	56
FIGURA 4.31. MODOS DE ROTURA DO PROVETE POR (A) ESMAGAMENTO, (B) ENCURVADURA E (C) ESMAGAMENTO TRANSVERSAL NO ENSAIO DE COMPRESSÃO .....	56
FIGURA 4.32. DELAMINAÇÃO DA MANTA DE CFRP NO ENSAIO DE COMPRESSÃO.....	57
FIGURA 4.33. MÓDULOS DE ELASTICIDADE DOS PROVETES EM COMPRESSÃO.....	58
FIGURA 4.34. RESISTÊNCIAS DOS PROVETES EM COMPRESSÃO .....	58
FIGURA 4.35. EXTENSÕES ÚLTIMAS DOS PROVETES EM COMPRESSÃO.....	58
FIGURA 4.36. PRENSA <i>INSTRON</i> UTILIZADA NO ENSAIO DE TRACÇÃO .....	60
FIGURA 4.37. ESQUEMA DO ENSAIO DE TRACÇÃO .....	60
FIGURA 4.38. POSIÇÃO DOS EXTENSÓMETROS NOS PROVETES DA ALMA E DOS BANZOS .....	60
FIGURA 4.39. MONTAGEM DO ENSAIO DE TRACÇÃO.....	60
FIGURA 4.40. ROTURA NA SECÇÃO DE APERTO DAS GARRAS (A), FIBRAS INTERIORES (B) E FIBRAS EXTERIORES NO ENSAIO DE TRACÇÃO .....	61
FIGURA 4.41. CURVAS FORÇA-DESLOCAMENTO DO ENSAIO DE TRACÇÃO PARA PROVETES DA ALMA.....	61
FIGURA 4.42. CURVAS FORÇA-DESLOCAMENTO DO ENSAIO DE TRACÇÃO PARA PROVETES DO BANZO.....	61
FIGURA 4.43. CURVAS TENSÃO-EXTENSÃO DO ENSAIO DE TRACÇÃO OBTIDOS COM EXTENSÓMETROS NOS PROVETES DA ALMA .....	61
FIGURA 4.44. CURVAS TENSÃO-EXTENSÃO DO ENSAIO DE TRACÇÃO OBTIDOS COM EXTENSÓMETROS NOS PROVETES DO BANZO .....	61
FIGURA 4.45. MÓDULO DE ELASTICIDADE DOS PROVETES EM TRACÇÃO .....	63
FIGURA 4.46. RESISTÊNCIA DOS PROVETES EM TRACÇÃO .....	63
FIGURA 4.47. DIRECÇÃO DE CORTE DOS PROVETES PARA O ENSAIO DE CORTE ORIENTADO A 10° .....	65
FIGURA 4.48. DISPOSIÇÃO DOS EXTENSÓMETROS EM ROSETA .....	65
FIGURA 4.49. ROTURA POR CORTE NO ENSAIO DE TRACÇÃO COM AS FIBRAS ORIENTADAS A 10° .....	65
FIGURA 4.50. CURVAS FORÇA-DESLOCAMENTO DO ENSAIO DE TRACÇÃO COM FIBRAS ORIENTADAS A 10° .....	66
FIGURA 4.51. CURVAS TENSÃO TANGENCIAL-DISTORÇÃO DO ENSAIO DE TRACÇÃO COM FIBRAS ORIENTADAS A 10° PARA OS PROVETES INSTRUMENTADOS.....	66
FIGURA 4.52. DEFINIÇÃO DOS TRÊS EIXOS PRINCIPAIS NO ENSAIO DE COMPRESSÃO EM COLUNAS .....	68
FIGURA 4.53. COLOCAÇÃO DE EXTENSÓMETROS NA SECÇÃO DE MEIA ALTURA DA COLUNA .....	69
FIGURA 4.54. BASE (A) E TOPO (B) DOS ESQUEMAS DE CARREGAMENTO E APOIOS UTILIZADOS NO ENSAIO DE COMPRESSÃO .....	69
FIGURA 4.55. DETERMINAÇÃO DAS ROTAÇÕES NO TOPO DA COLUNA ATRAVÉS DAS LEITURAS DOS DEFLECTÓMETROS .....	70
FIGURA 4.56. ESQUEMA DE MONTAGEM DOS DEFLECTÓMETROS (A) DE CURSO E (B) DE FIO .....	70
FIGURA 4.57. FIXAÇÃO DOS DEFLECTÓMETROS DE FIO NO BANZO E NA ALMA .....	70

FIGURA 4.58. (A) MONTAGEM E (B) REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DO ENSAIO DE COMPRESSÃO EM COLUNAS CURTAS.....	71
FIGURA 4.59. CURVAS FORÇA-ENCURTAMENTO AXIAL DE COLUNAS CURTAS EM COMPRESSÃO .....	72
FIGURA 4.60. CURVAS FORÇA-ENCURTAMENTO AXIAL CORRIGIDOS .....	72
FIGURA 4.61. MODO DE INSTABILIDADE COM (A) DUAS E (B) UMA SEMI-ONDA.....	73
FIGURA 4.62. CURVAS FORÇA-ROTAÇÃO NO TOPO DA COLUNA 1 .....	74
FIGURA 4.63. CURVAS FORÇA-ROTAÇÃO NO TOPO DA COLUNA 2 .....	74
FIGURA 4.64. CURVAS FORÇA-ROTAÇÃO NO TOPO DA COLUNA 3 .....	74
FIGURA 4.65. CURVAS FORÇA-ROTAÇÃO NO TOPO DA COLUNA 4 .....	74
FIGURA 4.66. ROTURA NA LIGAÇÃO BANZO-ALMA DE COLUNAS CURTAS COMPRIMIDAS.....	75
FIGURA 4.67. CURVA FORÇA-DESLOCAMENTO DO BANZO NA SECÇÃO INSTRUMENTADA DA COLUNA 1 .....	75
FIGURA 4.68. CURVAS FORÇA-DESLOCAMENTO DA ALMA E DO BANZO NA SECÇÃO INSTRUMENTADA DA COLUNA 2.....	75
FIGURA 4.69. CURVAS FORÇA DESLOCAMENTO DA ALMA E DO BANZO NA SECÇÃO INSTRUMENTADA DA COLUNA 3 .....	75
FIGURA 4.70. CURVAS FORÇA-DESLOCAMENTO DA ALMA E DO BANZO NA SECÇÃO INSTRUMENTADA DA COLUNA 4.....	75
FIGURA 4.71. DETERMINAÇÃO APROXIMADA DA CARGA CRÍTICA EXPERIMENTAL .....	76
FIGURA 4.72. CURVAS FORÇA-EXTENSÃO DA SECÇÃO INSTRUMENTADA COM EXTENSÓMETROS NA COLUNA 2.....	77
FIGURA 4.73. INFLÊNCIA DO ESFORÇO NORMAL E MOMENTO FLECTOR NAS EXTENSÕES DA SECÇÃO.....	77
FIGURA 4.74. DETERMINAÇÃO DA CURVATURA DA SECÇÃO DA COLUNA SUJEITA A FLEXÃO COMPOSTA.....	78
FIGURA 4.75. CURVA FORÇA-CURVATURA DA SECÇÃO INSTRUMENTADA COM EXTENSÓMETROS NA COLUNA 2.....	78
FIGURA 4.76. CURVA TENSÃO-EXTENSÃO NA LINHA MÉDIA DA ALMA .....	79
FIGURA 4.77. DEFINIÇÃO DOS TRÊS EIXOS PRINCIPAIS NO ENSAIO DE FLEXÃO DA VIGA .....	84
FIGURA 4.78. COLOCAÇÃO DE EXTENSÓMETROS NA SECÇÃO DE MEIO-VÃO DA VIGA.....	85
FIGURA 4.79. MACACO HIDRÁULICO COM CÉLULA DE CARGA .....	85
FIGURA 4.80. PÓRTICO UTILIZADO NO APOIO DO CARREGAMENTO .....	85
FIGURA 4.81. VIGA DE DISTRIBUIÇÃO IPE180.....	86
FIGURA 4.82. ROLETE E CHAPA DE DISTRIBUIÇÃO DE CARGA .....	86
FIGURA 4.83. DISPOSIÇÃO DOS TRAVAMENTOS LATERAIS NA VIGA (EM CM) .....	86
FIGURA 4.84. TRAVAMENTO COM PRUMOS METÁLICOS .....	86
FIGURA 4.85. TRAVAMENTO COM APOIOS METÁLICOS .....	86
FIGURA 4.86. TRAVESSA PARA APOIO DA EXTREMIDADE SUPERIOR DOS PRUMOS METÁLICOS.....	86
FIGURA 4.87. DEFLECTÓMETROS DE FIO UTILIZADOS NA MEDIÇÃO DOS DESLOCAMENTOS VERTICAIS DO BANZO.....	87
FIGURA 4.88. FIXAÇÃO DOS DEFLECTÓMETROS DE FIO AO BANZO SUPERIOR E À ALMA.....	87
FIGURA 4.89. ESQUEMA DO ENSAIO DE FLEXÃO DO PERFIL EM ESTUDO .....	88
FIGURA 4.90. REGRESSÃO LINEAR UTILIZADA NA DETERMINAÇÃO DOS MÓDULOS ELÁSTICOS.....	89
FIGURA 4.91. RELAÇÃO ENTRE AS EXTENSÕES E A CURVATURA DE UMA SECÇÃO .....	90
FIGURA 4.92. CURVAS FORÇA-DESLOCAMENTO DA VIGA EM FLEXÃO.....	92
FIGURA 4.93. DEFORMADA GLOBAL DA VIGA NA IMINÊNCIA DA ROTURA.....	92



FIGURA 4.94. ROTURA NA LIGAÇÃO BANZO-ALMA SOB O PONTO DE APLICAÇÃO DO CARREGAMENTO .....	93
FIGURA 4.95. PROJECCÃO LATERAL DOS PRUMOS METÁLICOS.....	93
FIGURA 4.96. CURVAS FORÇA-DESLOCAMENTO DA ALMA E VARIAÇÃO NO BANZO SUPERIOR .....	94
FIGURA 4.97. DESLOCAMENTO LATERAL DA ALMA EM ENCURVADURA LOCAL (VERDE) E LATERAL (VERMELHO).....	94
FIGURA 4.98. POSICIONAMENTO DOS EXTENSÓMETROS NA SECÇÃO INSTRUMENTADA .....	94
FIGURA 4.99. CURVAS FORÇA-EXTENSÃO PARA AS EXTENSÕES MEDIDAS NA MANTA DO BANZO SUPERIOR .....	95
FIGURA 4.100. CURVAS FORÇA-EXTENSÃO PARA AS EXTENSÕES MEDIDAS NAS FACES INTERIORES DOS BANZOS .....	95
FIGURA 4.101. CURVAS FORÇA-EXTENSÃO PARA AS EXTENSÕES MEDIDAS NA MANTA DO BANZO INFERIOR .....	95
FIGURA 4.102. CURVA MOMENTO-CURVATURA DO ENSAIO DE FLEXÃO DA VIGA .....	95

## CAPÍTULO 5 MODELAÇÃO NUMÉRICA

FIGURA 5.1. PONTOS UTILIZADOS NA MODELAÇÃO NUMÉRICA PARA DEFINIÇÃO DA SECÇÃO (DISTÂNCIAS EM MM).....	102
FIGURA 5.2. PRIMEIRA FIADA DE ELEMENTOS DA COLUNA/VIGA.....	102
FIGURA 5.3. TENSÕES DEVIDO A CARREGAMENTO UNIDIRECCIONAL NUMA DIRECCÃO DIFERENTE DAS FIBRAS .....	104
FIGURA 5.4. SISTEMA DE EIXOS PRINCIPAIS .....	106
FIGURA 5.5. DISPOSIÇÃO DOS ELEMENTOS RÍGIDOS (A) E DEFINIÇÃO DO CORPO RÍGIDO (B) NA EXTREMIDADE .....	107
FIGURA 5.6. CARREGAMENTO DA COLUNA.....	107
FIGURA 5.7. CONFIGURAÇÃO DEFORMADA DOS TRÊS PRIMEIROS MODOS DE INSTABILIDADE .....	107
FIGURA 5.8. CONFIGURAÇÃO DEFORMADA (A) DERIVADA (B) E SEGUNDA DERIVADA (C) DOS DESLOCAMENTOS LATERAIS EM FUNÇÃO DA ALTURA DA SECÇÃO .....	108
FIGURA 5.9. CURVA CARGA-ENCURTAMENTO AXIAL DA COLUNA COMPRIMIDA.....	110
FIGURA 5.10. (A) PERSPECTIVA E (B) ALÇADO (Y,Z) (B) DA DEFORMADA DA COLUNA; (C) DEFORMADA (X,Y) AO NÍVEL DO CENTRO DE RIGIDEZ (AMPLIADA EM 8X).....	110
FIGURA 5.11. CURVA CARGA-DESLOCAMENTO LATERAL DA ALMA E BANZO .....	110
FIGURA 5.12. TENSÃO LONGITUDINAL (A), TRANSVERSAL (B) E TANGENCIAL (C) (VALORES EM MPA) .....	111
FIGURA 5.13. LOCALIZAÇÃO DOS ELEMENTOS ONDE SE INICIA O COLAPSO DA COLUNA.....	111
FIGURA 5.14. EVOLUÇÃO DA TENSÃO LONGITUDINAL COM A EXTENSÃO LONGITUDINAL.....	112
FIGURA 5.15. EVOLUÇÃO DA TENSÃO TRANSVERSAL COM A EXTENSÃO LONGITUDINAL .....	112
FIGURA 5.16. EVOLUÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL COM A EXTENSÃO LONGITUDINAL.....	112
FIGURA 5.17. CURVA ÍNDICE DE TSAI HILL-EXTENSÃO AXIAL.....	113
FIGURA 5.18. (A) TENSÕES LONGITUDINAIS, (B) TRANSVERSAIS E (C) TANGENCIAIS NA SECÇÃO CRÍTICA EM MPA; (D) PONTOS DA CURVA CARGA-DESLOCAMENTO ASSOCIADOS A CADA ESTADO DE TENSÃO REPRESENTADO .....	113
FIGURA 5.19. CURVA CARGA-ENCURTAMENTO AXIAL DA COLUNA COMPRIMIDA.....	114
FIGURA 5.20. (A) PERSPECTIVA E (B) ALÇADO (Y,Z) DA DEFORMADA DA COLUNA; (C) DEFORMADA (X,Y) AO NÍVEL DO CENTRO DE RIGIDEZ (AMPLIADA EM OITO VEZES) .....	114
FIGURA 5.21. DESLOCAMENTO LATERAL DA ALMA E BANZO .....	115

FIGURA 5.22. EVOLUÇÃO DA CONFIGURAÇÃO DEFORMADA DA COLUNA AO LONGO DO CARREGAMENTO .....	116
FIGURA 5.23. TENSÃO (A) LONGITUDINAL, (B) TRANSVERSAL E (C) TANGENCIAL (VALORES EM MPA) .....	116
FIGURA 5.24. EVOLUÇÃO DA TENSÃO LONGITUDINAL COM A EXTENSÃO LONGITUDINAL .....	117
FIGURA 5.25. EVOLUÇÃO DA TENSÃO TRANSVERSAL COM A EXTENSÃO LONGITUDINAL .....	117
FIGURA 5.26. EVOLUÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL COM A EXTENSÃO LONGITUDINAL .....	117
FIGURA 5.27. CURVA ÍNDICE DE TSAI HILL-EXTENSÃO AXIAL .....	118
FIGURA 5.28. CONFIGURAÇÃO DEFORMADA DOS PRIMEIROS TRÊS MODOS DE INSTABILIDADE DO MODELO CALIBRADO .....	120
FIGURA 5.29. CURVAS CARGA-ENCURTAMENTO AXIAL DO MODELO CALIBRADO E ENSAIOS EXPERIMENTAIS .....	120
FIGURA 5.30. CONFIGURAÇÃO DEFORMADA DO MODELO DA COLUNA (2SO) CALIBRADO NA IMINÊNCIA DA ROTURA (AMPLIADA OITO VEZES) .....	121
FIGURA 5.31. CURVAS CARGA-DESLOCAMENTO LATERAL DA ALMA E BANZO (NUMÉRICOS E EXPERIMENTAIS) .....	122
FIGURA 5.32. CURVA CARGA-ENCURTAMENTO AXIAL DO MODELO CALIBRADO E ENSAIO EXPERIMENTAL .....	123
FIGURA 5.33. CONFIGURAÇÃO DEFORMADA DO MODELO DA COLUNA (1SO) CALIBRADO NA IMINÊNCIA DA ROTURA (AMPLIADA OITO VEZES) .....	124
FIGURA 5.34. LOCALIZAÇÃO DOS ELEMENTOS ONDE SE INICIA O COLAPSO DA COLUNA (1SO) .....	124
FIGURA 5.35. EVOLUÇÃO DA CARGA CRÍTICA E CONFIGURAÇÃO DEFORMADA EM FUNÇÃO DA ALTURA (SECÇÃO EM I) .....	126
FIGURA 5.36. CURVAS DE INSTABILIDADE LOCAL E GLOBAL (SECÇÃO EM I) .....	126
FIGURA 5.37. COLUNA COM SECÇÃO EM H UTILIZADA NOS ESTUDOS PARAMÉTRICOS EFECTUADOS .....	126
FIGURA 5.38. EVOLUÇÃO DA CARGA CRÍTICA E CONFIGURAÇÃO DEFORMADA EM FUNÇÃO DO COMPRIMENTO (SECÇÃO EM H) .....	127
FIGURA 5.39. CURVAS DE INSTABILIDADE LOCAL E GLOBAL (SECÇÃO EM H) .....	127
FIGURA 5.40. CURVAS DE INSTABILIDADE PARA COLUNAS COM SECÇÃO EM I E H .....	128
FIGURA 5.41. SISTEMA DE EIXOS PRINCIPAIS .....	129
FIGURA 5.42. MODELAÇÃO DOS APOIOS DA VIGA (APOIO FIXO) .....	130
FIGURA 5.43. MODELAÇÃO DOS TRAVAMENTOS LATERAIS .....	130
FIGURA 5.44. LOCALIZAÇÃO DOS PONTOS DE APLICAÇÃO DA CARGA E DOS TRAVAMENTOS LATERAIS .....	130
FIGURA 5.45. CONFIGURAÇÃO DEFORMADA DO PRIMEIRO MODO DE INSTABILIDADE DA VIGA .....	131
FIGURA 5.46. CONFIGURAÇÃO DEFORMADA DO SEGUNDO MODO DE INSTABILIDADE DA VIGA .....	131
FIGURA 5.47. CONFIGURAÇÃO DEFORMADA DO TERCEIRO MODO DE INSTABILIDADE DA VIGA .....	131
FIGURA 5.48. CONFIGURAÇÃO DEFORMADA EM FUNÇÃO DA DISTÂNCIA À EXTREMIDADE DA VIGA .....	131
FIGURA 5.49. PRIMEIRA DERIVADA DOS DESLOCAMENTOS VERTICAIS NO BORDO DO BANZO .....	132
FIGURA 5.50. SEGUNDA DERIVADA DOS DESLOCAMENTOS VERTICAIS NO BORDO DO BANZO .....	132
FIGURA 5.51. CURVAS CARGA-DESLOCAMENTO VERTICAL NA SECÇÃO DE MEIO-VÃO E NUMA SECÇÃO LATERAL .....	134
FIGURA 5.52. CONFIGURAÇÃO DEFORMADA DA VIGA (AMPLIADA EM 5X) QUANDO SUJEITA À CARGA DE “ROTURA INICIAL” .....	134
FIGURA 5.53. CURVAS CARGA-DESLOCAMENTO LATERAL NA ALMA E CARGA-VARIAÇÃO DE DESLOCAMENTO VERTICAL NO BANZO ..	134
FIGURA 5.54. DIFERENÇA ENTRE OS DESLOCAMENTOS NOS BORDOS DO BANZO .....	134
FIGURA 5.55. TENSÕES LONGITUDINAIS PARA O NÍVEL DE CARGA DE “ROTURA INICIAL” .....	135

FIGURA 5.56. TENSÕES TRANSVERSAIS PARA O NÍVEL DE CARGA DE “ROTURA INICIAL” .....	135
FIGURA 5.57. TENSÕES TANGENCIAIS PARA O NÍVEL DE CARGA DE “ROTURA INICIAL” .....	135
FIGURA 5.58. LOCALIZAÇÃO DOS ELEMENTOS ONDE SE INICIA O COLAPSO DA VIGA .....	136
FIGURA 5.59. EVOLUÇÃO DA TENSÃO LONGITUDINAL COM A CURVATURA A MEIO-VÃO .....	136
FIGURA 5.60. EVOLUÇÃO DA TENSÃO TRANSVERSAL COM A CURVATURA A MEIO-VÃO .....	136
FIGURA 5.61. EVOLUÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL COM A CURVATURA A MEIO-VÃO.....	136
FIGURA 5.62. CURVA ÍNDICE TSAI HILL-CURVATURA.....	137
FIGURA 5.63. (A) TENSÕES LONGITUDINAIS, (B) TRANSVERSAIS E (C) TANGENCIAIS NA SECÇÃO CRÍTICA EM MPA; (D) PONTOS DA CURVA FORÇA-DESLOCAMENTO ASSOCIADOS A CADA ESTADO DE TENSÃO REPRESENTADO.....	137
FIGURA 5.64. TRAVAMENTOS LATERAIS MODELADOS ATRAVÉS DE ELEMENTOS VIGA COM RIGIDEZ ELÁSTICA ( $\kappa$ ) .....	138
FIGURA 5.65. CONFIGURAÇÃO DEFORMADA DO PRIMEIRO MODO DE INSTABILIDADE DA VIGA CALBRADA. ....	140
FIGURA 5.66. CURVAS FORÇA-DESLOCAMENTO A MEIO-VÃO DE AMBOS OS MODELOS.....	140
FIGURA 5.67. CURVA FORÇA-DESLOCAMENTO A MEIO-VÃO CORRIGIDA DE ACORDO COM O ENSAIO .....	140
FIGURA 5.68. CURVAS CARGA-DESLOCAMENTO A MEIO-VÃO DO MODELO CALBRADO E DO ENSAIO EXPERIMENTAL .....	141
FIGURA 5.69. CONFIGURAÇÃO DEFORMADA DO MODELO CALBRADO DA VIGA NA IMINÊNCIA DA ROTURA (AMPLIADA 3X) .....	142
FIGURA 5.70. CURVAS CARGA-DESLOCAMENTO LATERAL NA ALMA E VARIAÇÃO DE DESLOCAMENTOS VERTICAIS DO BANZO .....	142
FIGURA 5.71. LOCALIZAÇÃO DOS ELEMENTOS ONDE SE INICIA O COLAPSO DA ESTRUTURA .....	142
FIGURA 5.72. DISTRIBUIÇÃO DA TENSÃO TANGENCIAL NA ALMA DA VIGA.....	142
FIGURA 5.73. VIGA COM SECÇÃO EM H UTILIZADA NO ESTUDOS PARAMÉTRICO EFECTUADO .....	144



# Índice de tabelas

## CAPÍTULO 2 CARACTERÍSTICAS GERAIS DOS FRP

TABELA 2.1. VANTAGENS DOS FRP RELATIVAMENTE A MATERIAIS CONVENCIONAIS NA INDÚSTRIA DA CONSTRUÇÃO .....	5
TABELA 2.2. PROPRIEDADES MECÂNICAS APROXIMADAS DAS PRINCIPAIS CLASSES DE FIBRAS DE VIDRO .....	7
TABELA 2.3. PROPRIEDADES MECÂNICAS TÍPICAS DAS PRINCIPAIS CLASSES DE FIBRAS DE CARBONO .....	7
TABELA 2.4. PROPRIEDADES MECÂNICAS TÍPICAS DE UM PERFIL PULTRUDIDO DE FRP .....	12

## CAPÍTULO 3 COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DOS PERFIS PULTRUDIDOS DE FRP

TABELA 3.1. LIMITES DE FLECHA .....	22
TABELA 3.2. CONSTANTES DE FLUÊNCIA EM PERFIS PULTRUDIDOS .....	25
TABELA 3.3. MODOS DE ROTURA EM VIGAS E COLUNAS DE FRP .....	26
TABELA 3.4. COMPRIMENTOS DE ENCURVADURA DO PRIMEIRO MODO DE INSTABILIDADE GLOBAL PARA AS CONDIÇÕES DE APOIO MAIS COMUNS .....	34
TABELA 3.5. REQUISITOS MÍNIMOS DAS PROPRIEDADES DOS PERFIS PULTRUDIDOS DE FRP .....	37
TABELA 3.6. PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS PERFIS PULTRUDIDOS DE FRP REPORTADAS PELO FABRICANTE DO PERFIL EM ESTUDO .	38

## CAPÍTULO 4 CARACTERIZAÇÃO EXPERIMENTAL

TABELA 4.1. NORMAS UTILIZADAS NA DETERMINAÇÃO DAS DIMENSÕES DOS PROVETES .....	42
TABELA 4.2. INTERVALO DE EXTENSÕES PARA O CÁLCULO DOS VÁRIOS MÓDULOS DE ELASTICIDADE EM FLEXÃO .....	48
TABELA 4.3. RESULTADOS DOS PROVETES DA ALMA ENSAIADOS À FLEXÃO .....	49
TABELA 4.4. RESULTADOS DOS PROVETES DO BANZO ENSAIADOS À FLEXÃO (MANTA DE CFRP COMPRIMIDA) .....	49
TABELA 4.5. RESULTADOS DOS PROVETES DOS BANZOS ENSAIADOS À FLEXÃO (MANTA DE CFRP TRACÇIONADA) .....	49
TABELA 4.6. RESULTADOS OBTIDOS PARA OS PROVETES DA ALMA ENSAIADOS AO CORTE INTERLAMINAR .....	53
TABELA 4.7. RESULTADOS OBTIDOS PARA OS PROVETES DO BANZO ENSAIADOS AO CORTE INTERLAMINAR .....	53
TABELA 4.8. ANÁLISE CONJUNTA DA RESISTÊNCIA AO CORTE INTERLAMINAR DOS PROVETES DA ALMA E DOS BANZOS .....	53
TABELA 4.9. RESULTADOS OBTIDOS PARA OS PROVETES DA ALMA ENSAIADOS À COMPRESSÃO NA DIRECÇÃO LONGITUDINAL .....	57
TABELA 4.10. RESULTADOS OBTIDOS PARA OS PROVETES DA ALMA ENSAIADOS À COMPRESSÃO NA DIRECÇÃO TRANSVERSAL .....	57
TABELA 4.11. RESULTADOS OBTIDOS PARA OS PROVETES DO BANZO ENSAIADOS À COMPRESSÃO NA DIRECÇÃO LONGITUDINAL .....	57
TABELA 4.12. RESULTADOS OBTIDOS PARA PROVETES DO BANZO ENSAIADOS À COMPRESSÃO NA DIRECÇÃO TRANSVERSAL .....	57
TABELA 4.13. RESULTADOS OBTIDOS NOS PROVETES DA ALMA ENSAIADOS À TRACÇÃO .....	62
TABELA 4.14. RESULTADOS OBTIDOS NOS PROVETES DO BANZO ENSAIADOS À TRACÇÃO .....	62
TABELA 4.15. RESULTADOS OBTIDOS NOS EXTENSÓMETROS DOS PROVETES DA ALMA .....	62

TABELA 4.16. RESULTADOS OBTIDOS NOS EXTENSÓMETROS DOS PROVETES DO BANZO.....	62
TABELA 4.17. DETERMINAÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE EM TRACÇÃO DA MANTA DE CFRP .....	63
TABELA 4.18. RESULTADOS OBTIDOS NOS PROVETES DA ALMA ENSAIADOS À TRACÇÃO COM AS FIBRAS ORIENTADAS A 10° .....	66
TABELA 4.19. COMPILAÇÃO DOS RESULTADOS PARA PROVETES DA ALMA.....	67
TABELA 4.20. COMPILAÇÃO DOS RESULTADOS PARA PROVETES DOS BANZOS .....	67
TABELA 4.21. CARGAS ÚLTIMAS E ENCURTAMENTO AXIAL MÁXIMO DAS COLUNAS ENSAIADAS .....	73
TABELA 4.22. CARGAS CRÍTICAS DETERMINADAS NO ENSAIO DE COMPRESSÃO DE COLUNAS.....	76
TABELA 4.23. CÁLCULO ANALÍTICO DA TENSÃO CRÍTICA LOCAL CONSIDERANDO O BANZO APOIADO-LIVRE (MÉTODO 1) .....	81
TABELA 4.24. CÁLCULO ANALÍTICO DA TENSÃO CRÍTICA LOCAL CONSIDERANDO A RESTRIÇÃO ELÁSTICA CONFERIDA PELA ALMA (MÉTODO 2) .....	81
TABELA 4.25. CÁLCULO ANALÍTICO DA TENSÃO CRÍTICA LOCAL PELO MÉTODO APROXIMADO (MÉTODO 3) .....	82
TABELA 4.26. COMPARAÇÃO DE RESULTADOS ANALÍTICOS E EXPERIMENTAIS .....	83
TABELA 4.27. VARIÁVEIS UTILIZADAS NA REGRESSÃO LINEAR DAS EQUAÇÕES DA TEORIA DE VIGAS DE <i>TIMOSHENKO</i> .....	89
TABELA 4.28. DETERMINAÇÃO DOS MÓDULOS ELÁSTICOS EFECTIVOS .....	90
TABELA 4.29. COORDENADAS (E-H) PARA DETERMINAÇÃO DA CURVATURA DA SECÇÃO .....	90
TABELA 4.30. DETERMINAÇÃO DO MÓDULO ELÁSTICO LONGITUDINAL ATRAVÉS DOS VALORES MEDIDOS NOS EXTENSÓMETROS .....	91
TABELA 4.31. CÁLCULO ANALÍTICO DA TENSÃO CRÍTICA LOCAL CONSIDERANDO O BANZO APOIADO-LIVRE (MÉTODO 1) .....	96
TABELA 4.32. CÁLCULO ANALÍTICO DA TENSÃO CRÍTICA LOCAL CONSIDERANDO A RESTRIÇÃO ELÁSTICA CONFERIDA PELA ALMA (MÉTODO 2) .....	97
TABELA 4.33. CÁLCULO ANALÍTICO DA TENSÃO CRÍTICA LOCAL PELO MÉTODO APROXIMADO (MÉTODO 3) .....	97
TABELA 4.34. COMPARAÇÃO DE RESULTADOS ANALÍTICOS E EXPERIMENTAIS .....	98

## **CAPÍTULO 5 MODELAÇÃO NUMÉRICA**

TABELA 5.1. CONSTANTES ELÁSTICAS DOS MATERIAIS GFRP E CFRP CONSIDERADOS NA MODELAÇÃO .....	103
TABELA 5.2. RESISTÊNCIAS DOS MATERIAIS GFRP E CFRP CONSIDERADOS NA MODELAÇÃO .....	103
TABELA 5.3. DEFINIÇÃO GEOMÉTRICA DO MODELO DA COLUNA CURTA EM COMPRESSÃO.....	106
TABELA 5.4. ANÁLISE DOS TRÊS PRIMEIROS MODOS DE INSTABILIDADE .....	108
TABELA 5.5. COMPARAÇÃO ENTRE VALORES NUMÉRICOS, EXPERIMENTAIS, E ANALÍTICOS.....	109
TABELA 5.6. RELAÇÃO ENTRE AS TENSÕES ACTUANTES MÁXIMAS E AS RESPECTIVAS RESISTÊNCIAS .....	112
TABELA 5.7. RELAÇÃO ENTRE AS TENSÕES ACTUANTES MÁXIMAS E RESPECTIVAS RESISTÊNCIAS (EL. 726).....	117
TABELA 5.8. MÓDULOS ELÁSTICOS (E E G) CALIBRADOS .....	119
TABELA 5.9. ANÁLISE DOS TRÊS PRIMEIROS MODOS DE ENCURVADURA LOCAL.....	120
TABELA 5.10. COMPARAÇÃO DOS VALORES DE FORÇA E ENCURTAMENTO NUMÉRICOS E EXPERIMENTAIS .....	121
TABELA 5.11. RELAÇÃO ENTRE AS TENSÕES ACTUANTES MÁXIMAS E RESPECTIVAS RESISTÊNCIAS .....	122
TABELA 5.12. COMPARAÇÃO DOS VALORES DE CARGA E ENCURTAMENTO NUMÉRICOS E EXPERIMENTAIS .....	123
TABELA 5.13. RELAÇÃO ENTRE AS TENSÕES ACTUANTES MÁXIMAS E RESPECTIVAS RESISTÊNCIAS .....	124

TABELA 5.14. DETERMINAÇÃO DO COMPRIMENTO PARA O QUAL AS CARGAS CRÍTICAS GLOBAL E LOCAL SE IGUALAM (SECÇÃO EM I)	125
TABELA 5.15. VARIAÇÃO DA CARGA CRÍTICA E CONFIGURAÇÃO DEFORMADA DA COLUNA EM FUNÇÃO DO COMPRIMENTO (SECÇÃO EM I) .....	125
TABELA 5.16. VARIAÇÃO DA CARGA CRÍTICA E CONFIGURAÇÃO DEFORMADA DA COLUNA EM FUNÇÃO DO COMPRIMENTO (SECÇÃO EM H).....	127
TABELA 5.17. DEFINIÇÃO GEOMÉTRICA DO MODELO DA VIGA EM FLEXÃO .....	129
TABELA 5.18. PARÂMETROS ASSOCIADOS A CADA MODO DE INSTABILIDADE DA VIGA TRAVADA .....	132
TABELA 5.19. COMPARAÇÃO ENTRE VALORES NUMÉRICOS E ANALÍTICOS .....	132
TABELA 5.20. RELAÇÃO ENTRE AS TENSÕES ACTUANTES MÁXIMAS E RESPECTIVAS RESISTÊNCIAS .....	137
TABELA 5.21. MÓDULOS ELÁSTICOS (E E G) CALIBRADOS .....	139
TABELA 5.22. COMPARAÇÃO ENTRE OS VALORES DE FORÇA E DESLOCAMENTO A MEIO-VÃO NUMÉRICOS E EXPERIMENTAIS .....	141
TABELA 5.23. RELAÇÃO ENTRE AS TENSÕES ACTUANTES MÁXIMAS E RESPECTIVAS RESISTÊNCIAS .....	143
TABELA 5.24. COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DO ESTUDO PARAMÉTRICO SOBRE A INFLUÊNCIA DA GEOMETRIA DA SECÇÃO .....	144

---



# Capítulo 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 ENQUADRAMENTO

Um material compósito é definido como um material que reúne em si dois ou mais materiais que juntos possuem melhores propriedades do que separadamente. Desde o início da sua existência que o ser humano tem contacto com materiais compósitos naturais como a madeira ou os ossos de animais [1.1]. Os primeiros compósitos artificiais a serem documentados foram os invólucros das múmias, cerca de 3000 a. C.. A mumificação consistia na envolvimento de um corpo em linho branco com uma fina camada de óleo que o protegia de ser danificado [1.1]. No campo da construção, um dos exemplos mais antigos de materiais compósitos são os adobes. Esta técnica construtiva, que ainda é utilizada em algumas regiões, consiste no fabrico de blocos moldados de solo argiloso reforçado com uma mistura de palha ou outras fibras vegetais. Como os solos argilosos, depois de secos, apresentam um comportamento bastante retráctil, utilizam-se as fibras de reforço para minimizar o efeito da retracção [1.2].

Actualmente, o material compósito mais conhecido e mais amplamente utilizado a nível mundial é o betão armado, reunindo em si as melhores propriedades do aço e do betão [1.3].

Ao longo das últimas décadas, os custos associados à manutenção e reparação de estruturas construídas com materiais tradicionais (construção metálica ou em betão armado) têm vindo a aumentar consideravelmente [1.4]. Este facto, a par das actuais exigências de velocidade de construção crescente, tem sido um forte impulsionador na utilização de materiais mais leves, duráveis e com menor necessidade de manutenção ao longo da sua vida útil [1.4]. Nessa medida, os plásticos reforçados com fibras ou FRP (*Fiber Reinforced Polymer*) têm-se mostrado uma alternativa viável e bastante competitiva em determinados segmentos de mercado da construção.

Os materiais compósitos de FRP começaram a desenvolver-se durante a Segunda Guerra Mundial (1939-1945) pela indústria aeroespacial numa tentativa de produzir materiais leves, com elevada resistência à corrosão e a danos por fadiga [1.1].

Os perfis pultrudidos de polímeros reforçados com fibras são materiais compósitos constituídos, geralmente, por fibras de vidro (GFRP ou *Glass Fiber Reinforced Polymer*) ou carbono (CFRP ou *Carbon Fiber Reinforced Polymer*) embebidas numa matriz polimérica, em geral, de poliéster ou viniléster. As principais vantagens da sua utilização relacionam-se com a elevada resistência, o reduzido peso próprio, a transparência electromagnética e a durabilidade que apresentam em ambientes agressivos. É possível reunir em materiais compósitos resistências semelhantes às do aço com um peso cerca de quatro vezes inferior [1.5].

Apesar de todas as vantagens, existem alguns obstáculos à aceitação dos perfis pultrudidos de FRP por parte da comunidade técnica. Entre estas encontram-se o custo de produção, ainda pouco competitivo, a elevada deformabilidade quando o reforço é efectuado com fibra de vidro, a susceptibilidade a fenómenos de instabilidade, a tecnologia das ligações e a inexistência de regulamentação a nível mundial [1.4].

As principais utilizações dos perfis pultrudidos de FRP prendem-se essencialmente com a reabilitação e reforço de estruturas de betão-armado ou estruturas nas quais a leveza e a resistência à corrosão são factores que determinam a escolha do material. Em construção nova os perfis pultrudidos de FRP têm sido bastante utilizados em pontes pedonais com pequenos vãos e em ambientes quimicamente agressivos.

## 1.2 OBJECTIVOS E METODOLOGIA

O principal objectivo da presente dissertação foi o estudo do comportamento estrutural de um perfil pultrudido de GFRP com secção em I reforçado nos banzos com mantas de CFRP, em particular a rotura por encurvadura local de elementos de placa comprimidos.

A presente dissertação desenvolve-se no âmbito do projecto PONTALUMIS, em parceria entre a empresa ALTO Perfis Pultrudidos Lda, o Instituto Superior Técnico (IST) e a Universidade do Minho (UM). Neste projecto é desenvolvida uma solução estrutural de uma ponte pedonal constituída por um tabuleiro em betão reforçado com fibras de aço e perfis pultrudidos de FRP. Em paralelo à investigação apresentada, decorreu no IST uma caracterização em tudo idêntica à apresentada, de um perfil pultrudido com a mesma secção transversal mas reforçado apenas com fibras de vidro (GFRP) [1.6]. Os resultados serão comparados posteriormente para se avaliar qual dos dois perfis pultrudidos melhor se adapta às exigências do projecto.

O trabalho desenvolvido na presente dissertação pode ser dividido cronologicamente em quatro fases distintas:

- Caracterização do material através do ensaio mecânico de provetes;
- Elaboração de modelos numéricos “iniciais” dos ensaios experimentais de coluna curta sujeita a compressão e viga sujeita a flexão em quatro pontos;
- Estudo do comportamento estrutural do perfil pultrudido através do ensaio experimental de quatro colunas curtas comprimidas e uma viga sujeita a flexão em quatro pontos;
- Calibração dos modelos numéricos de acordo com os resultados experimentais e apresentação de estudos paramétricos do ensaio.

Na primeira fase foram determinadas as constantes elásticas e resistências do material que constitui o perfil pultrudido em estudo através do ensaio mecânico de provetes até à rotura.

Na segunda fase, com os resultados obtidos experimentalmente na caracterização do material, foram elaborados dois modelos numéricos “iniciais” dos ensaios a efectuar, como apoio ao estudo experimental. Através destes modelos foi definida uma altura adequada para as colunas curtas (para garantir a ocorrência de encurvadura local) e um espaçamento entre travamentos laterais na viga, de tal forma que não ocorresse instabilidade lateral por flexão-torção.

Na terceira fase foram ensaiadas quatro colunas curtas sujeitas a compressão axial e uma viga sujeita a flexão em quatro pontos. Foi estudado o comportamento em serviço e o comportamento à rotura de cada um dos elementos estruturais ensaiados.

Na quarta e última fase, os modelos numéricos foram calibrados de acordo com os resultados experimentais obtidos no ensaio de cada um dos elementos estruturais. Com os modelos, calibrados foram efectuados estudos paramétricos de cada um dos ensaios.

Estas quatro fases são agrupadas em dois capítulos que constituem o corpo do desenvolvimento da presente dissertação: estudo experimental e modelação numérica.

Todo o desenvolvimento apresentado foi acompanhado por estudo bibliográfico, com o objectivo de comparar os valores obtidos experimental e numericamente, com os resultados típicos apresentados por perfis pultrudidos de FRP.

### **1.3 ORGANIZAÇÃO DO DOCUMENTO**

A presente dissertação está organizada em seis capítulos.

No presente capítulo procura-se introduzir o tema desenvolvido na dissertação fazendo-se o respectivo enquadramento geral e apresentando-se os objectivos, âmbito e organização do documento.

No segundo capítulo são apresentadas as características gerais dos materiais compósitos de FRP. São apresentados os seus constituintes, os processos de fabrico, as formas estruturais, as propriedades físicas e mecânicas típicas, e os principais campos de aplicação. São também abordadas de uma forma sucinta as tecnologias de ligação entre elementos estruturais de FRP.

No terceiro capítulo é abordado o comportamento estrutural de perfis pultrudidos de FRP sujeitos a flexão simples e compressão uniaxial. São apresentados os estados limite de serviço e estados limite últimos conhecidos, bem como a regulamentação existente relativamente à caracterização e ao dimensionamento de perfis pultrudidos de FRP.

No quarto capítulo é apresentado o estudo experimental do perfil pultrudido de GFRP reforçado com mantas de CFRP nos banzos. Numa primeira fase deste estudo, o material do perfil é caracterizado através de ensaios mecânicos dos provetes. São determinadas as resistências e módulos elásticos para as várias solicitações (flexão, corte interlaminar, compressão, tracção, corte no plano da placa). Numa segunda fase, é estudado o comportamento estrutural em serviço e na rotura do perfil pultrudido. São ensaiadas colunas curtas sujeitas a compressão axial e uma viga sujeita a flexão em quatro pontos e travada lateralmente. O principal objectivo destes ensaios é a determinação das propriedades elásticas do perfil sujeito a diferentes solicitações e o estudo da rotura por encurvadura local.

No quinto capítulo é descrito o estudo numérico realizado sobre o perfil pultrudido. Os ensaios de compressão em colunas curtas e flexão em quatro pontos de uma viga são reproduzidos em modelos numéricos utilizando o software *ABAQUS*. Numa primeira fase são elaborados modelos numéricos “iniciais” como apoio ao estudo experimental (na definição do espaçamento dos travamentos e da altura da coluna). Para cada um dos elementos estruturais é efectuada uma análise linear de estabilidade e uma análise não linear de rotura. Estes modelos são posteriormente calibrados para efectuar estudos paramétricos.

No sexto capítulo são apresentadas as conclusões do trabalho realizado e as perspectivas de desenvolvimentos futuros relativos ao tema abordado.

## 1.4 REFERÊNCIAS

[1.1] A. Varvani-Farahani, *Composite Materials: Characterization, Fabrication and Application-Research Challenges and Directions*, Applied Composite Materials, No. 17, pp. 63-67, 2010.

[1.2] H.D. Azevedo, *Reforço de Estruturas de Alvenaria de Pedra, Taipa e Adobe com Elementos de Madeira Maciça*, Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2010.

[1.3] P.M.V. Teixeira, *Análise e Dimensionamento de Perfis Pultrudidos de GFRP*, Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Instituto Superior Técnico, UTL, 2010.

[1.4] J.R. Correia, *Perfis Pultrudidos de Fibra de Vidro (GFRP). Aplicação de Vigas Mistas GFRP-Betão na Construção*, Tese de Mestrado em Construção, Instituto Superior Técnico, UTL, 2004.

[1.5] L.C. Bank, *Composites for construction: Structural design with FRP materials*. Wiley, Hoboken, N.J., 2006.

[1.6] M.M. Correia, *Comportamento estrutural de perfis pultrudidos de GFRP: estudo experimental e modelação numérica*, Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Instituto Superior Técnico, UTL, 2012.

## Capítulo 2

### CARACTERÍSTICAS GERAIS DOS FRP

#### 2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste capítulo abordam-se de uma forma sucinta, as características gerais dos materiais compósitos de polímeros reforçados com fibras, com destaque para os perfis pultrudidos polímeros reforçados com fibras (FRP). Serão descritos os seus materiais constituintes, os processos de fabrico e as principais formas estruturais. Serão, também, abordadas as diferentes propriedades físicas e mecânicas bem como as principais aplicações destes materiais.

Comparativamente com os materiais convencionais da engenharia de estruturas, as principais vantagens da utilização de compósitos de FRP são apresentadas na Tabela 2.1.

**Tabela 2.1. Vantagens dos FRP relativamente a materiais convencionais na indústria da construção (adaptado de [2.1])**

Propriedade	FRP	Aço	Alumínio	Madeira
<b>Resistência à corrosão</b>	Elevada	Reduzida	Moderada	Reduzida
<b>Resistência mecânica</b>	Elevada	Elevada	Elevada	Reduzida
<b>Peso</b>	Reduzido	Elevado	Reduzido	Médio
<b>Condutividade eléctrica</b>	Reduzida	Elevada	Elevada	Moderada
<b>Condutividade térmica</b>	Muito reduzida	Elevada	Elevada	Reduzida
<b>Transparência electromagnética</b>	Sim	Não	Não	Sim
<b>Fabrico</b>	Fácil	Fácil	Dificuldade moderada	Fácil
<b>Custo de manutenção</b>	Reduzido	Moderado	Moderado	Elevado
<b>Impacte ambiental</b>	Reduzido	Elevado	Elevado	Reduzido

No entanto, a utilização dos materiais compósitos de FRP, em particular dos perfis pultrudidos, também apresenta alguns inconvenientes relacionados essencialmente com o custo de produção pouco competitivo, a elevada deformabilidade, a inexistência de regulamentação a nível mundial, a tecnologia das ligações e a susceptibilidade a fenómenos de instabilidade.

#### 2.2 MATERIAIS CONSTITUINTES

Os materiais compósitos de FRP têm na sua constituição dois elementos essenciais: fibras de reforço e matriz polimérica. As fibras são o elemento responsável por conferir resistência e rigidez ao elemento estrutural. Por

outro lado, a matriz polimérica confere o suporte necessário às fibras para que estas se mantenham na sua posição e não encurvem quando sujeitas a compressão [2.2]. Na presente secção apresentam-se os diferentes tipos de fibras e matrizes poliméricas utilizados em engenharia estrutural, dando especial ênfase aos constituintes do perfil pultrudido em estudo (fibras de vidro, fibras de carbono e matriz de poliéster não saturado).

### 2.2.1 FIBRAS DE REFORÇO

As fibras utilizadas em perfis pultrudidos são, de um modo geral, indefinidamente longas e designam-se por “fibras contínuas”. Num produto compósito de FRP a percentagem de fibras pode variar entre 20 e 60%, não sendo comuns valores fora deste intervalo. Os tipos de fibras mais geralmente utilizados em plásticos reforçados na construção civil são as fibras de vidro, as fibras de carbono e as fibras de aramida [2.3]

As fibras de reforço estão disponíveis na forma de filamentos contínuos torcidos (Figura 2.1) ou não torcidos, ou na forma de fibras curtas [2.4].

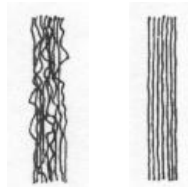


Figura 2.1. Mechas de filamentos contínuos não torcidos (à esquerda) e torcidos (à direita) (adaptado de [2.5])

Para obter as mantas de reforço utilizadas na maioria dos materiais compósitos de FRP, as fibras são trabalhadas em produtos tecidos, sendo dispostas em várias direcções. Na Figura 2.2 apresentam-se alguns tipos de mantas de reforço para compósitos de FRP.

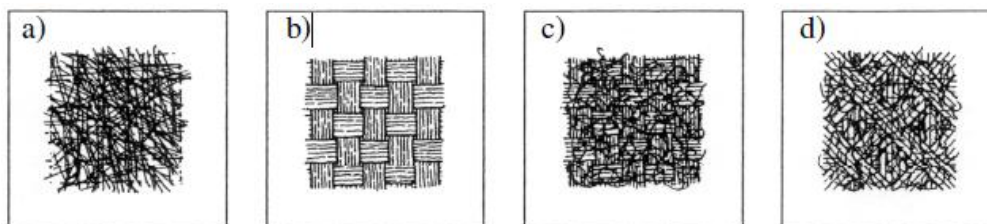


Figura 2.2. Mantas de reforço com (a) fibras contínuas dispostas aleatoriamente, (b) fibras contínuas direccionadas a  $0^{\circ}/90^{\circ}$  entrelaçadas, (c) fibras contínuas direccionadas a  $0^{\circ}/90^{\circ}$  e fibras dispostas aleatoriamente e (d) fibras contínuas direccionadas a  $0^{\circ}/\pm 45^{\circ}/90^{\circ}$  e fibras dispostas aleatoriamente [2.4]

As **fibras de vidro** são utilizadas em múltiplas formas estruturais de plásticos reforçados, desde varões para betão armado a perfis estruturais. A sílica ( $\text{SiO}_2$ ) é o seu composto principal e a sua percentagem varia entre 50 a 70% em quase todas as formas de vidro [2.3].

Existem várias classes de fibras de vidro designadas pelas letras E, A C e S. As suas propriedades mecânicas são apresentadas na Tabela 2.2.

Tabela 2.2. Propriedades mecânicas aproximadas das principais classes de fibras de vidro (adaptado de [2.3])

Classe de Fibra de vidro	Densidade (g/cm <sup>3</sup> )	Módulo de elasticidade longitudinal (GPa)	Resistência à tração (MPa)	Extensão máxima (%)
E	2,57	72,5	3400	2,5
A	2,46	73	2760	2,5
C	2,46	74	2350	2,5
S	2,47	88	4600	3,0

A classe mais utilizada em plásticos reforçados com fibras é o vidro borossilicato (classe E ou *electric glass*). As classes de vidro A (*window glass*) e C (*corrosion resistant glass*) são utilizadas na produção de fibras com características especiais para a engenharia de estruturas. A classe S (*structural glass*) é utilizada majoritariamente na indústria aeroespacial na produção de fibras de alta performance. Os diâmetros de um filamento podem variar entre 3 e 24  $\mu\text{m}$  sendo que o mais comum é 17  $\mu\text{m}$  [2.3].

As principais desvantagens da sua utilização são a susceptibilidade à humidade, especialmente aquando da presença de sais e outros elementos alcalinos. Por outro lado, as fibras de vidro são, também, susceptíveis a rotura por fluência e diminuição de resistência quando sujeita a esforços contínuos. Os pontos fortes da sua utilização relacionam-se com a elevada resistência e o isolamento térmico e eléctrico que fornecem ao material compósito. Além disso são as fibras de elevado desempenho mais económicas do mercado [2.3].

Ao contrário das fibras de vidro, as **fibras de carbono** são derivadas de um material orgânico. Apresentam estrutura semi-cristalina com arranjo planar conhecida como forma grafitica [2.3]. As suas classes são definidas como *standard modulus*, *intermediate modulus*, *high strength* e *ultrahigh modulus* (SM, IM, HS e UHM). As suas propriedades mecânicas são apresentadas na Tabela 2.3.

Tabela 2.3. Propriedades mecânicas típicas das principais classes de fibras de carbono (adaptado de [2.3])

Classe de Fibra de carbono	Densidade (g/cm <sup>3</sup> )	Módulo de elasticidade longitudinal (GPa)	Resistência à tração (MPa)	Extensão máxima (%)
SM	1,7	250	3700	1,2
HS	1,8	250	4800	1,4
IM	1,9	500	3000	0,5
UHM	2,1	800	2400	0,2

Como é visível na Tabela 2.3, as fibras de carbono apresentam, em geral, uma menor densidade, um módulo elástico longitudinal mais elevado e resistência idêntica, quando comparadas com as fibras de vidro.

As principais vantagens apresentadas pelas fibras de carbono são a sua elevada durabilidade, reduzido coeficiente de expansão térmica, bom desempenho em ambientes quentes e húmidos e resistência a acções cíclicas sem consideráveis problemas de fadiga. No entanto, apresentam também alguns inconvenientes como condutividade térmica e eléctrica elevada e um custo, também, elevado [2.3].

A **aramida** foi patenteada sob o nome de *Kevlar*, pela *DuPont*. Consiste num polímero de elevada resistência e bastante leve, muito utilizado na fabricação de equipamento de segurança (cintos de segurança de automóveis, coletes à prova de bala, capacetes, cordas), linha de pesca, raquetes de ténis ou construção aeronáutica [2.3]. As fibras de aramida foram utilizadas na indústria dos compósitos de FRP essencialmente na década de 1980 na produção de cabos de pré-esforço e varões para betão armado. No entanto, a grande maioria dos fabricantes de FRP abandonaram este material devido às várias desvantagens associadas. Estas são a dificuldade no seu processamento, elevada absorção de água quando sujeita a ambientes húmidos e a reduzida temperatura de fusão (cerca de 425 °C). A sua principal vantagem é a sua elevada tenacidade [2.3].

### 2.2.2 MATRIZ POLIMÉRICA

Os polímeros são macromoléculas que consistem na repetição de unidades (ou monómeros) unidas por ligações covalentes. Existem dois tipos principais de polímeros: os termoendurecíveis e os termoplásticos. Os primeiros são caracterizados por terem ligações covalentes cruzadas entre as cadeias de moléculas, enquanto que os segundos não possuem ligações cruzadas e são apenas ligados por pontes de hidrogénio e ligações de *Van Der Waals* [2.6].

O **poliéster não saturado** é das resinas mais utilizadas no fabrico de perfis pultrudidos de FRP. A sua polimerização ocorre apenas na presença de catalizador, geralmente um peróxido. Apresenta um bom equilíbrio entre as suas propriedades, a estabilidade dimensional, a facilidade de processamento e a versatilidade, destacando-se dos restantes polímeros pela sua excelente relação qualidade-preço [2.4]. Apresentam, em geral, uma tonalidade verde clara.

As **resinas epoxídicas** são geralmente utilizadas em combinação com fibras de carbono [2.3]. São maioritariamente utilizadas em reforço de estruturas devido às suas propriedades adesivas, maior durabilidade e menor retracção. No entanto, o seu processamento é mais difícil devido à elevada viscosidade que as caracteriza. O seu custo é bastante mais elevado do que o poliéster não saturado.

De entre as resinas utilizadas na indústria dos compósitos, o **viniléster** é aquela que apresenta uma melhor relação entre resistência à corrosão e facilidade no processamento [2.3]. É uma resina híbrida composta por poliéster não saturado e resina epoxídica, aproveitando as melhores características de cada um dos seus compostos. Apresenta um custo geralmente mais elevado que o poliéster e mais reduzido que as resinas epoxídicas.



## 2.3 PROCESSO DE FABRICO

A **pultrusão** é o processo mais amplamente utilizado na produção de elementos orientados unidirecionalmente (perfis, laminados, varões ou cabos para pré-esforço). É um processo automatizado de produção contínua de peças com a secção transversal constante [2.4]. Na Figura 2.3 é apresentada uma amostra do perfil pultrudido de GFRP reforçado com mantas de CFRP estudado na presente dissertação.

A pultrusão é um processo de fabrico com custos reduzidos e permite converter a matéria-prima (fibras de reforço e matriz polimérica) no produto final (perfil, varão ou cabo de FRP). O processo foi desenvolvido no início da década de 1950 por *Brandt Goldsworthy*, que produziu a primeira máquina de pultrusão com nome de *Glastruder* [2.7]. Apesar de, ao longo do tempo, terem surgido algumas modificações nesta técnica de fabrico (p.e. produção de partes curvas ou secção não constante), o processo tem-se mantido mais ou menos idêntico [2.3].

O processo, apesar de contínuo, pode-se considerar que está dividido em duas fases: (i) impregnação das fibras de reforço no molde e (ii) cura/solidificação da matriz polimérica resultando no produto final. Na Figura 2.4 é apresentado um esquema da linha de fabrico de perfis através da pultrusão.

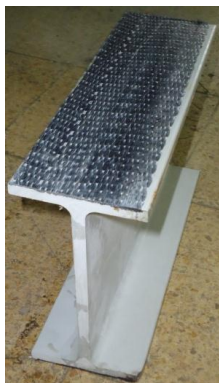


Figura 2.3. Amostra do perfil pultrudido estudado

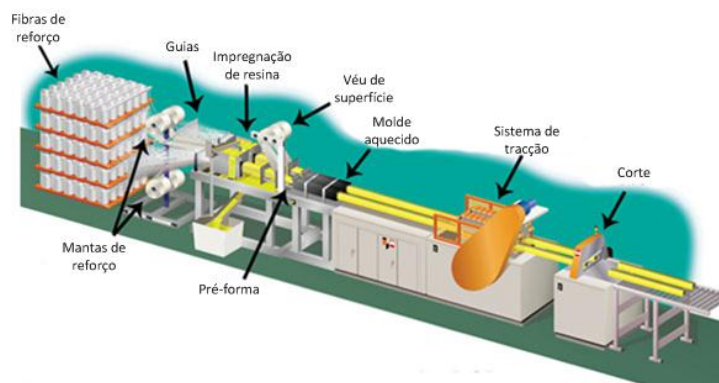


Figura 2.4. Processo de fabrico de perfis por pultrusão (adaptado de [2.1])

As fibras de reforço são impregnadas numa matriz com viscosidade reduzida que contém a resina, *fillers*, pigmentos, um catalisador e aditivos. Durante a impregnação, as fibras são traccionadas de modo a ficarem com a disposição desejada. Em seguida, ocorre a cura e solidificação do polímero, a temperaturas que variam entre 90 e 180°C. Por último, após saírem da câmara de cura, os perfis pultrudidos são cortados com o comprimento desejado. As máquinas tradicionais de pultrusão têm uma capacidade de tração entre 50 e 200 kN [2.3]. Grande parte dos fabricantes, com o intuito de fabricar o maior número de peças possível, mantêm as máquinas de pultrusão a funcionar 24h por dia. Em média, um perfil pode ser produzido a uma velocidade de 2 m/minuto [2.8].

## 2.4 ELEMENTOS ESTRUTURAIS

### 2.4.1 ELEMENTOS ESTRUTURAIS CORRENTES

Na presente secção são apresentados os principais produtos fabricados por pultrusão. Tanto em reabilitação de estruturas como em construção nova são utilizados elementos estruturais como varões de FRP, cabos de pré-esforço de FRP ou perfis pultrudidos de FRP.

Os **varões de FRP** (Figura 2.5) começaram a ser utilizados na década de 1950 em estruturas de betão armado. As principais vantagens da sua utilização são a sua transparência electromagnética e a elevada resistência à corrosão. Actualmente, os seus principais segmentos de mercado são a construção de túneis e tabuleiros de pontes [2.3].

A matriz mais usual nestes elementos estruturais é o viniléster e os diâmetros correntes variam entre 9 e 25 mm. Tal como nos varões de aço rugoso (A NR), também os varões de FRP possuem uma superfície rugosa que melhora a aderência entre estes e o betão. A sua resistência normalmente decresce com o aumento do diâmetro da secção [2.3]. O módulo elástico longitudinal dos varões de FRP varia tipicamente entre 40 e 60 GPa e a sua resistência à tracção varia entre 480 e 880 MPa.

Os **cabos de FRP** (Figura 2.6) para betão pré-esforçado foram desenvolvidos na década de 1980 em simultâneo na Holanda, na Alemanha e no Japão. Tal como no caso dos varões, o seu desenvolvimento foi motivado pela necessidade de elementos estruturais duráveis e resistentes a ambientes altamente corrosivos [2.3].



Figura 2.5. Varões de GFRP e CFRP para aplicação em estruturas de betão armado [2.3]

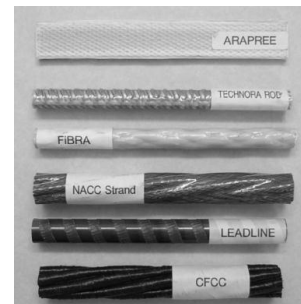


Figura 2.6. Cabos de FRP para estruturas de betão pré-esforçado [2.3]

A fibra de reforço mais utilizada nestes elementos estruturais é a aramida. A grande vantagem que advém da utilização de cabos de FRP é o facto de as suas deformações poderem ser monitorizadas. O fabrico por pultrusão, permite a inclusão de sensores de fibra óptica no elemento estrutural e estes tornam possível a monitorização contínua das deformações do cabo [2.9].

Devido à resistência transversal reduzida que caracteriza os cabos de FRP, os sistemas convencionais de ancoragem não podem ser utilizados. Além disso, é fortemente desaconselhada a utilização de ancoragens metálicas para cabos de CFRP, visto que as fibras de carbono em contacto com o aço provocam corrosão por galvanização [2.9]. Estes factos, associados aos preços elevados das ancoragens especiais para cabos de FRP, tornaram este produto pouco atractivo na indústria da construção. Por este motivo, a sua utilização ao longo dos últimos anos tem vindo a diminuir [2.3].

Os **perfis pultrudidos de FRP** começaram a ser desenvolvidos na década de 1950 nos Estados Unidos da América. Inicialmente, a sua principal utilização foi em edifícios com necessidade de transparência electromagnética e não corrosibilidade. Em 1985, o fabricante de perfis pultrudidos *Composites Technology Inc.* foi responsável pelo projecto e construção de um laboratório da *Apple Computers* [2.3].

Apesar de o seu desenvolvimento ter ocorrido principalmente devido à sua transparência electromagnética e durabilidade, desde a década de 1970, os perfis pultrudidos têm ganho espaço na engenharia de pontes. As principais vantagens da sua utilização são o seu reduzido peso próprio (densidade cerca de quatro vezes inferior à do aço) e elevada resistência a agentes corrosivos e ambientes agressivos. Foram construídas pontes pedonais com vãos entre 9 e 27 m por todo o mundo utilizando perfis de FRP (Figura 2.7) [2.3].



Figura 2.7. Ponte de Lérida [2.10]

As secções transversais dos perfis pultrudidos começaram por ser copiadas da construção metálica, principalmente no que toca a secções de parede fina (Figura 2.8) [2.4].

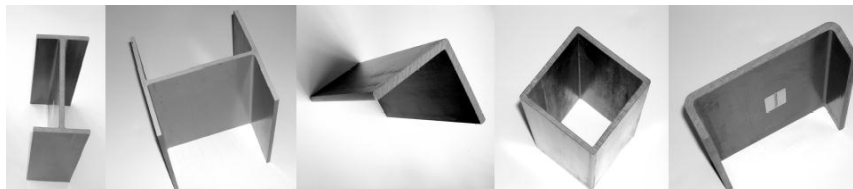


Figura 2.8. Secções de perfis pultrudidos convencionais [2.3]

No entanto, devido à elevada sensibilidade ao impacto e à susceptibilidade a fenómenos de instabilidade apresentados pelas secções convencionais, têm-se desenvolvido recentemente peças pultrudidas multi-celulares

ligadas entre si por colagem, formando elementos placa, bastante utilizadas em tabuleiros de pontes (Figura 2.9) [2.9].

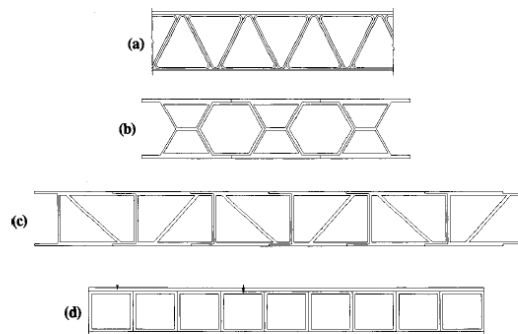


Figura 2.9. Painéis multicelulares de GFRP: (a) *EZSpan/Atlantic Research*; (b) *Superdeck/Creative Pultrusions*; (c) *DuraSpan/Martin Marietta Materials* e (d) *Square Tube and Plate Deck/Strongwell* [2.11]

## 2.5 PROPRIEDADES FÍSICAS E MECÂNICAS DOS PERFIS PULTRUDIDOS DE FRP

### 2.5.1 PROPRIEDADES TÍPICAS DE PERFIS CORRENTES

Os perfis pultrudidos convencionais são constituídos por placas ortotrópicas com fibras orientadas unidireccionalmente e mantas com fibras orientadas noutras direcções. Por este motivo, são caracterizados por possuírem uma rigidez e resistência diferentes consoante se trate da direcção longitudinal (paralela às fibras) ou transversal (perpendicular às fibras). Na Tabela 2.4 apresentam-se as propriedades mecânicas típicas de perfis pultrudidos de GFRP<sup>1</sup>.

Tabela 2.4. Propriedades mecânicas típicas de um perfil pultrudido de FRP adaptado de [2.3]

	Resistência (MPa)	Módulo elástico (GPa)
<b>Tracção longitudinal</b>	207 - 317	18 - 28
<b>Tracção transversal</b>	48 - 83	6 - 10
<b>Compressão longitudinal</b>	207 - 359	18 - 26
<b>Compressão transversal</b>	110 - 138	7 - 13
<b>Corte no plano</b>	31 - 48	3 - 3,4
<b>Corte interlaminar</b>	27 - 31	-
<b>Flexão longitudinal</b>	207 - 338	11 - 14
<b>Flexão transversal</b>	69 - 131	6 - 12
<b>Coefficiente de Poisson</b>	0,33 - 0,35	

<sup>1</sup> Propriedades típicas apresentadas pelos fabricantes *Strongwell* e *Creative Pultrusions* para perfis compósitos de viniléster e com um teor em fibras entre 25 e 40%.

O seu peso próprio é tipicamente  $18 \text{ kN/m}^3$ , com um teor em fibras que varia entre 25 e 60% e um coeficiente de dilatação térmica de  $7,9 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ . Os materiais mais geralmente utilizados na produção de perfis pultrudidos são as fibras de vidro com matriz de poliéster ou viniléster. No dimensionamento destes perfis, os estados limite de serviço associados à deformabilidade são geralmente condicionantes devido à razão entre resistência e rigidez ser mais elevada que nos materiais estruturais correntes (aço e betão armado).

Comparativamente com os materiais correntes utilizados na engenharia de estruturas, os perfis pultrudidos de GFRP são caracterizados por possuírem uma resistência igual ou superior à do aço e comportamento praticamente elástico linear até à rotura (Figura 2.10).

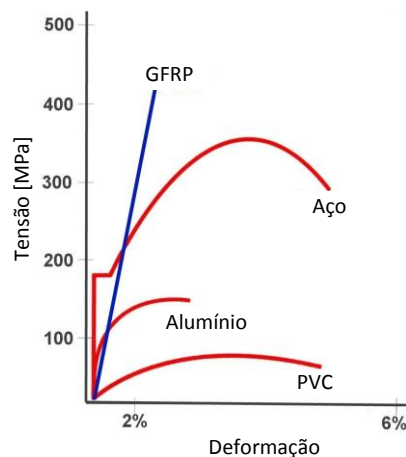


Figura 2.10. Comportamento estrutural de perfis pultrudidos de GFRP (adaptado de [2.13])

As propriedades mecânicas de um perfil podem ser determinadas a quatro níveis (Figura 2.11):

- Nível da fibra;
- Nível da camada;
- Nível do laminado;
- Nível da secção/elemento estrutural.

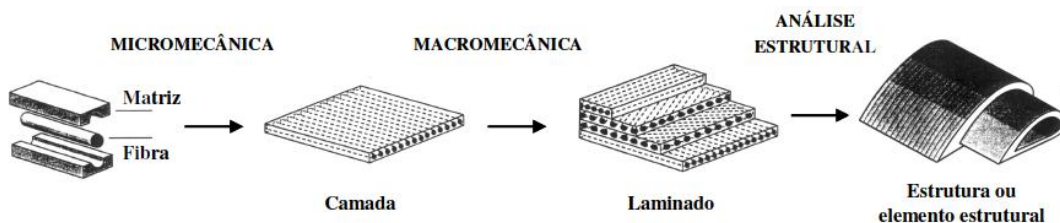


Figura 2.11. Níveis de análise de um material compósito de FRP [2.3]

A análise e determinação das propriedades ao nível da fibra é, também, designada por análise micromecânica. A rigidez e resistência de uma forma estrutural são, deste modo, obtidas através da ponderação entre os valores de rigidez e resistência da fibra de reforço e da matriz polimérica (admitindo que não existem vazios no material compósito) [2.3].

Na análise e determinação de propriedades mecânicas ao nível da camada é considerada uma placa unidireccional de espessura muito reduzida e ortotrópica. A relação constitutiva entre extensões e tensões de cada camada é apresentada na equação seguinte,

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & \frac{-\nu_x}{E_y} & 0 \\ \frac{-\nu_y}{E_x} & \frac{1}{E_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

em que  $\varepsilon_i$  são as extensões da camada em cada direcção,  $\gamma$  é a distorção da camada,  $E_i$  são os módulos elásticos do material em cada direcção,  $G$  é o módulo de distorção do material,  $\nu_i$  são os coeficientes de *Poisson*,  $\sigma_i$  são as tensões aplicadas em cada direcção na camada e  $\tau$  é a tensão tangencial aplicada na camada.

Um laminado é constituído pela sobreposição sucessiva de várias camadas. Geralmente, assume-se que as várias camadas de um laminado têm igual espessura. A análise ao nível do laminado é realizada através da relação entre esforços (esforço normal, esforço transversal, momento flector) e as extensões ou curvaturas apresentadas pelo laminado para uma determinada sollicitação [2.3]. Nesta secção é importante definir as rigidezes de flexão longitudinal, de flexão transversal, de flexão transversal quando sujeita flexão na direcção longitudinal (ou vice-versa) e de corte ( $D_L$ ,  $D_T$ ,  $D_{LT}$  e  $D_S$ , respectivamente) que serão utilizadas na determinação das tensões críticas de instabilidade local (Capítulo 3 e Capítulo 4 da presente dissertação). Estas são calculadas de acordo com as equações seguintes,

$$D_L = \frac{E_L t_p^3}{12(1 - \nu_L \nu_T)} \quad (2.2)$$

$$D_T = \frac{E_T t_p^3}{12(1 - \nu_L \nu_T)} \quad (2.3)$$

$$D_{LT} = \frac{\nu_T E_L t_p^3}{12(1 - \nu_L \nu_T)} \quad (2.4)$$

$$D_S = \frac{G_{LT} t_p^3}{12} \quad (2.5)$$

em que,

- $E_L$  e  $E_T$  – módulos elásticos longitudinal e transversal do laminado;
- $t_p$  – espessura do laminado;
- $\nu_L$  e  $\nu_T$  – coeficientes de *Poisson* na direcção longitudinal e transversal;
- $G_{LT}$  – módulo elástico de distorção do laminado.

As variáveis descritas acima podem ser obtidas por via teórica através da teoria clássica dos materiais compósitos ou por via experimental através de ensaios mecânicos dos laminados.

Na análise ao nível do elemento estrutural, são geralmente utilizadas as propriedades médias dos laminados determinadas teórica ou experimentalmente. Devido ao elevado grau de complexidade destes materiais, a ferramenta de cálculo mais precisa é a modelação estrutural através de elementos finitos. No entanto, através de modelos simplificados da teoria de vigas e barras uniaxiais, podem-se obter resultados bastante satisfatórios do comportamento de perfis pultrudidos [2.4].

## 2.6 TECNOLOGIA DAS LIGAÇÕES

Tal como acontece com as formas estruturais, também nas ligações entre perfis pultrudidos de FRP começou-se por copiar as **ligações aparafusadas** (Figura 2.12) da construção metálica (apesar do comportamento distinto dos materiais). As ligações aparafusadas têm sido alvo de estudos nos quais se concluiu que, apesar dos modos de rotura serem semelhantes, os mecanismos que os provocam são distintos [2.4]. O comportamento elástico-linear do material (do qual resultam tensões localizadas bastante elevadas) e a anisotropia apresentada pelos perfis pultrudidos são os dois factores que geram maiores dificuldades no dimensionamento das ligações.

Apesar de se adaptarem melhor ao comportamento do material, a comunidade técnica tem tido algumas reservas na utilização de **ligações coladas** (Figura 2.13), principalmente devido às dúvidas relativamente ao comportamento das colas a longo prazo ou quando sujeitas a temperaturas elevadas. As ligações coladas garantem uma transmissão de forças uniforme e a rigidez da ligação é, em geral, superior à das ligações aparafusadas. No seu dimensionamento é aconselhável considerar a rotura de determinadas ligações isoladas, pelo que a estrutura deve ser sempre hiperstática [2.9].

Devido às incertezas associadas às ligações coladas, desenvolveram-se as **ligações aparafusadas e coladas**, que têm sido alvo de grande aceitação por parte da comunidade técnica [2.3]. As principais vantagens da utilização deste tipo de ligação são (i) a garantia de conexão entre elementos estruturais em caso de deterioração da cola, (ii) a consideração da rigidez da colagem nos critérios de deformabilidade e da resistência dos parafusos nos critérios de resistência e (iii) a melhoria do processo de colagem com a pressão de aperto dos parafusos.

As **ligações por interlock** (Figura 2.14) consistem no encaixe mecânico das peças existindo atrito entre a superfície das mesmas [2.4]. Adicionalmente, poderá existir colagem ou aparafusamento em conjunto com este tipo de ligação. A principal vantagem deste tipo de ligação é a sua rapidez de execução, sendo exigido um elevado rigor no fabrico das peças a ligar [2.3]



Figura 2.12. Ligação aparafusada entre perfis de GFRP [2.1]



Figura 2.13 Ligação colada (cedida por *Creative Pultrusions*)



Figura 2.14. Ligação por interlock (cedida por *Strongwell*)

## 2.7 CAMPOS DE APLICAÇÃO DOS PERFIS PULTRUDIDOS DE FRP

As primeiras utilizações dos perfis pultrudidos de FRP restringiam-se a aplicações não estruturais tais como guardas, bancos de jardim, portões, escadas, isolantes entre outras. Apesar de a sua utilização para os fins acima descritos ser, ainda, bastante comum, os perfis de FRP têm vindo a ser utilizados em estruturas de maior dimensão. O seu campo de aplicação está essencialmente relacionado com pontes e passadiços pedonais com pequenos vãos e também com a reabilitação de estruturas de edifícios [2.2]. Nesta secção são apresentadas de uma forma sucinta os principais campos de aplicação dos perfis pultrudidos de FRP, bem como alguns exemplos dessas mesmas aplicações.

Os perfis pultrudidos de FRP têm-se mostrado bastante eficientes na construção de pontes e passadiços pedonais com pequenos vãos. A elevada relação entre a sua resistência e densidade, aliada à facilidade de montagem e resistência à corrosão têm sido factores que tornam estes perfis uma alternativa viável e competitiva comparativamente com os materiais estruturais correntes (aço e betão armado) [2.2].

Em Portugal, um exemplo bem conhecido da utilização de compósitos de FRP foi em componentes da linha ferroviária da Ponte 25 de Abril, em Lisboa (Figura 2.15). Nesta obra, com o objectivo de reduzir o peso da estrutura e evitar manutenção, foram utilizadas soluções de *gradis Supergrate* e perfis estruturais *Pultex* do fabricante *Creative Pultrusions* [2.14].

*Keller* [2.9] documentou em 2001 uma compilação de toda a **nova construção**, entre os anos 1997 e 2000, de pontes e edifícios com estruturas híbridas ou estruturas totalmente compósitas. Entre estes destacam-se a nível europeu o edifício *Eyecatcher* na Suíça (Figura 2.16) com pavimento em madeira e perfis estruturais de FRP, a ponte pedonal *Pontresina* na Suíça (Figura 2.17) em estrutura totalmente compósita e a ponte pedonal em *Kolding* na Dinamarca (Figura 2.18), também com uma estrutura totalmente compósita.





Figura 2.15. Utilização de elementos estruturais de FRP na Ponte 25 de Abril [2.14]



Figura 2.16. Edifício *Eyecatcher* [2.10]



Figura 2.17. Ponte pedonal *Pontresina* [2.10]



Figura 2.18. Ponte pedonal em *Kolding* [2.10]

Em **reabilitação estrutural**, os perfis pultrudidos de FRP têm sido utilizados na substituição parcial ou total de componentes estruturais danificados ou obsoletos por novos elementos estruturais. Os materiais compósitos de FRP têm um elevado potencial nesta área da engenharia devido ao seu reduzido peso próprio, elevada resistência e facilidade de instalação [2.2].

O castelo de *Wörlitz* (Figura 2.19), na Alemanha, é um exemplo de reabilitação estrutural com recurso a perfis de GFRP. Edificada em madeira no século XVI, a estrutura do castelo mostrava aparentes sinais de deterioração devido ao apodrecimento de algumas vigas. Estas foram substituídas por perfis pultrudidos com o objectivo de preservar as pinturas e a ornamentação em estuque do tecto.



Figura 2.19. Castelo de *Wörlitz* [2.10]

## 2.8 PERFIS PULTRUDIDOS HÍBRIDOS

### 2.8.1 CARACTERÍSTICAS GERAIS E FORMAS ESTRUTURAIS

Recentemente, foi desenvolvido pelo fabricante *Strongwell* um perfil pultrudido híbrido (Figura 2.20) para aplicação em pontes rodoviárias com vão reduzido. O *EXTREN DWB 36''* (*DWB* são as iniciais de *Double Web Beam* ou “viga com dupla alma”) consiste numa viga compósita com fibras de vidro da classe E combinadas com fibra de carbono e envolvidas em resina de viniléster [2.12]. Considerou-se adequada a apresentação mais detalhada dos resultados desta forma estrutural visto que perfil estudado na presente dissertação é também um híbrido de fibras de vidro e carbono.

O facto de o perfil em causa ser uma secção fechada reduz significativamente a necessidade de travamento lateral por apresentar uma rigidez de torção superior. O perfil híbrido tem uma secção de 91,4x45,7 cm (36''x18'') com espessura variável entre 1,75 e 2,61 cm. O seu módulo elástico longitudinal é aproximadamente o dobro dos módulos elásticos típicos de perfis pultrudidos de GFRP.



Figura 2.20. Perfil pultrudido híbrido *EXTREN DWB 36''* [2.12]

As propriedades mecânicas e aplicações conhecidas da utilização deste perfil são apresentadas nas secções 2.8.2 e 2.8.3, respectivamente.

### 2.8.2 PROPRIEDADES TÍPICAS E COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE PERFIS HÍBRIDOS

O perfil híbrido desenvolvido pela *Strongwell*, com cerca de 55% de volume de fibras, tem um peso próprio de cerca de 105 kg por metro linear e um módulo de elasticidade longitudinal com o valor de 41 GPa [2.12].

Várias vigas obtidas deste perfil foram ensaiadas até à rotura para caracterizar o comportamento estrutural do mesmo. O momento máximo apresentado pelo perfil pultrudido foi 1544 kNm tendo-se verificado um modo de rotura por delaminação do banzo comprimido. Nos ensaios até à rotura não ocorreu encurvadura por flexão-torção, para um vão ensaiado com cerca de 18 m confirmando a elevada rigidez torsional apresentada pelo perfil [2.12].

Ragheb [2.15] estudou numericamente a influência da utilização banzos híbridos de perfis com secções H, no valor da carga crítica de encurvadura local. Neste estudo foram testadas várias disposições das fibras de GFRP e CFRP no banzo comprimido da secção transversal do perfil. Concluiu-se que a disposição que resulta no maior aumento da carga crítica de encurvadura local (até 70%) é a colocação de fibras de CFRP na ligação banzo-alma (Figura 2.21).

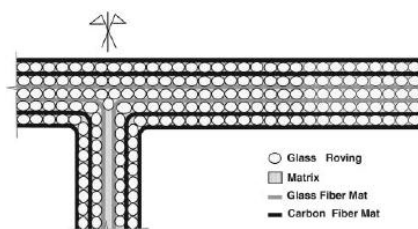


Figura 2.21. Disposição de fibras de CFRP e GFRP com maior aumento na carga crítica de encurvadura local [2.15]

Um estudo económico levado a cabo por Sorina *et. al* [2.16] permitiu quantificar os ganhos efectivos da utilização de fibras de carbono em perfis pultrudidos (tendo em conta o acréscimo de resistência e custo associado). No caso de estudo, um perfil pultrudido com secção em C e com uma percentagem de 10% de fibras de carbono (localizadas nos banzos) permitiu um acréscimo de resistência da ordem de 40% quando sujeito a flexão.

### 2.8.3 APLICAÇÃO DO PERFIL *STRONGWELL EXTREN DWB 36''*

O perfil pultrudido híbrido fabricado pela *Strongwell* foi aplicado pela primeira vez na ponte *Virginia Route 601 Bridge* em *Sugar Groove, Virginia*, nos Estados Unidos da América. O limite de deformação imposto pela *American Association of State Highway and transportation Officials (AASHTO)* foi  $L/800$  [2.12].

A ponte tem um vão de cerca de 12 m o que resultou na utilização de oito viga *EXTREN DWB 36''* espaçadas de 1,05 m a suportar um tabuleiro em madeira coberto por uma camada de asfalto (Figura 2.22).

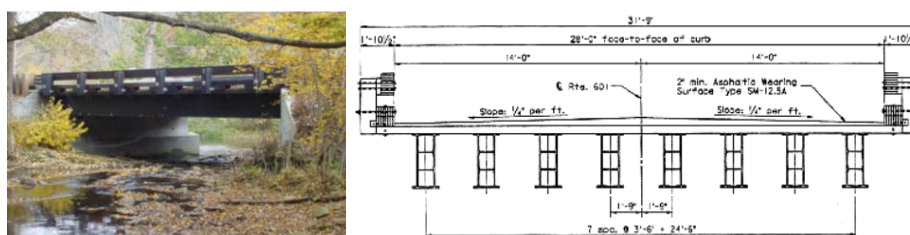


Figura 2.22. *Virginia Route 601 Bridge* [2.17]

## 2.9 REFERÊNCIAS

[2.1] Sítio do fabricante STRONGWELL: [www.strongwell.com](http://www.strongwell.com), em 02/2/2012.

- [2.2] P.M.V. Teixeira, *Análise e Dimensionamento de Perfis Pultrudidos de GFRP*, Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Instituto Superior Técnico, UTL, 2010.
- [2.3] L.C. Bank. *Composites for construction: Structural design with FRP materials*. Wiley, Hoboken, N.J, 2006.
- [2.4] J.R. Correia, *Perfis Pultrudidos de Fibra de Vidro (GFRP). Aplicação de Vigas Mistas GFRP-Betão na Construção*, Tese de Mestrado em Construção, Instituto Superior Técnico, UTL, 2004.
- [2.5] Fiberline Composites, *Fiberline Design Manual*, 1995.
- [2.6] M.C. Paiva, *Introdução aos polímeros: conceitos gerais*, Universidade do Minho, 2008.
- [2.7] B. Goldsworthy, *The continuous extrusion of RP*, Chigago, 1954.
- [2.8] E.J. Barbero, *Introduction to Composite Materials Design*, Taylor & Francis, Philadelphia, 1998.
- [2.9] T. Keller, *Recent all-composite and hybrid fibre-reinforced polymer bridges and buildings*, Progress in Structural Engineering and Materials, No. 3, pp. 132-140, 2001.
- [2.10] Sítio do fabricante FIBERLINE: [www.fiberline.com](http://www.fiberline.com), em 02/2/2012.
- [2.11] C.E. Bakis, L.C. Bank, V.L. Brown, E. Cosenza, J.F. Davalos, J.J. Lesko, A. Machida, S.H. Rizkalla e T.C. Triantafyllou, *Fiber-Reinforced Polymer Composites for Construction—State-of-the-Art Review*, Journal of Composites for Construction, Vol.6, No.2, p. 73-87, 2002.
- [2.12] Strongwell Corporation, *Extren DWB® Design Guide*, Bristol, 2003.
- [2.13] Sítio do fabricante STEP: [www.step.pt](http://www.step.pt), em 02/2/2012.
- [2.14] Sítio do fabricante CREATIVE PULTRUSIONS: [www.creativepultrusions.com](http://www.creativepultrusions.com), em 02/2/2012.
- [2.15] W.F. Ragheb, *Hybridization Effectiveness in Improving Local Buckling Capacity of Pultruded I-Beams*, Mechanics of Advanced Materials and Structures, Vol. 17, No. 6, pp. 448-457, 2010.
- [2.16] T.G. Sorina, A.A. Safonov, e A. Kh. Khairtadinov, *Peculiarities of Using Carbon Glass-Reinforced Plastic in Pultrusion Composite Profiles for Bridge Engineering*, Journal of Machinery Manufacture and Reliability, Vol. 39, No. 1, pp. 47-51, 2010.
- [2.17] B. Kassner, *Long-Term In-Service Evaluation of Two Bridges Designed with Fiber-Reinforced Polymer Girders*, Tese de Mestrado em Engenharia Civil, Virginia Polytechnic Institute and State University, 2004.

## Capítulo 3

### COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DOS PERFIS PULTRUDIDOS DE FRP

#### 3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste capítulo é abordado o comportamento estrutural de perfis pultrudidos de FRP sujeitos a flexão simples e compressão uniaxial para estados limites de serviço (avaliação de deformações e deslocamentos) e estados limites últimos (avaliação de tensões e esforços). É apresentada a regulamentação existente relativa à caracterização e dimensionamento de perfis pultrudidos de FRP. Por fim, é proposto um procedimento para o dimensionamento de perfis pultrudidos de FRP sujeitos a flexão simples (vigas) e compressão axial (colunas). Os eixos e esforços em vigas e colunas são convencionados nesta secção como se ilustra nas Figuras 3.1 e 3.2, respectivamente.

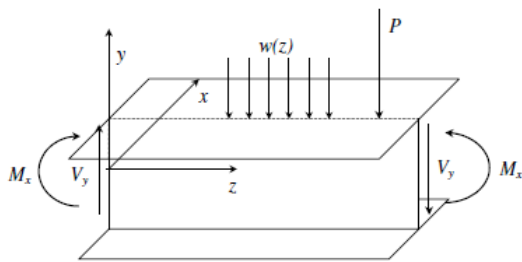


Figura 3.1. Eixos e esforços de vigas sujeitas a flexão [3.3]

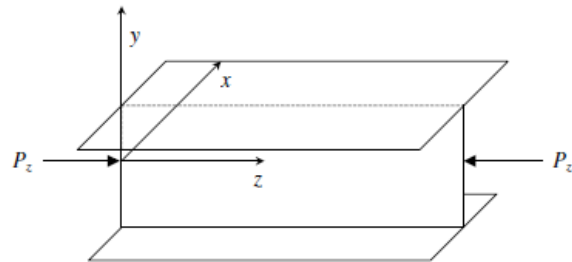


Figura 3.2. Eixos e esforços de colunas sujeitas a compressão uniaxial [3.3]

#### 3.2 ESTADOS LIMITES DE SERVIÇO

Na presente secção são expostos os principais estados limites de serviço para perfis pultrudidos de FRP sujeitos a flexão simples e compressão uniaxial. Para cada estado limite é apresentada uma breve descrição e uma proposta de cálculo de deslocamentos/deformações causados por cargas de serviço.

##### 3.2.1 DESLOCAMENTOS TRANSVERSAIS DE VIGAS (OU FLECHA)

Tanto o *Structural Plastics Design Manual* [3.1] como o *Eurocomp Design Code and Handbook* [3.2] recomendam na determinação dos deslocamentos transversais de uma **viga** compósita sujeita a flexão a utilização da teoria de vigas de *Timoshenko*. Tendo em conta a elevada deformabilidade por corte dos perfis pultrudidos de FRP, a rigidez de corte deve ser considerada para uma melhor aproximação dos deslocamentos calculados aos

reais. A teoria de vigas de *Euler-Bernoulli*, por desprezar a deformação por corte, conduz a uma aproximação menos rigorosa e não conservativa das deformações e deslocamentos reais da viga.

Com base nas equações gerais da teoria de vigas de *Timoshenko* apresentadas por *Bank* [3.3] foi desenvolvida uma expressão para o cálculo de deslocamentos transversais no contexto do ensaio de flexão em quatro pontos de uma viga simplesmente apoiada (no âmbito da presente dissertação). Todos os passos efectuados encontram-se no Anexo III.C. A expressão seguinte permite calcular o deslocamento transversal ( $\delta$ ) em qualquer ponto de uma viga ( $z$ ) em função da posição e valor do carregamento e rigidezes de flexão e de corte,

$$\delta(z) = \begin{cases} \frac{P}{EI} \left( \frac{z^3}{12} + \frac{(L-L_0)^2 z}{16} - \frac{L(L-L_0)z}{8} \right) - \frac{P}{KGA} \left( \frac{z}{2} \right) \rightarrow z < \frac{L-L_0}{2} \\ \frac{P}{EI} \left( \frac{(L-L_0)z^2}{8} - \frac{L(L-L_0)z}{8} + \frac{(L-L_0)^3}{96} \right) - \frac{P}{KGA} \left( \frac{(L-L_0)}{4} \right) \rightarrow z > \frac{L-L_0}{2} \end{cases} \quad (3.1)$$

em que,

- P – valor do carregamento total;
- L – distância entre apoios;
- $L_0$  – distância entre forças aplicadas;
- EI – rigidez de flexão da viga;
- KGA – rigidez de corte da viga;
- K – coeficiente de área de corte.

A flecha máxima é posteriormente comparada com valores limite fornecidos por códigos ou por exigência específica de projecto. A Tabela 3.1 apresenta os valores limites presentes no *Eurocomp Design Code and Handbook* [3.2] para flechas instantâneas ( $\delta_{inst}$ ) e a longo prazo ( $\delta_{lp}$ ).

**Tabela 3.1. Limites de flecha adaptado de [3.2]**

Utilização	$\delta_{lp}$	$\delta_{lp} - \delta_{inst}$
Passadiço com acesso ocasional e não público	L/150	L/175
Piso com acesso público	L/250	L/300
Piso a suportar elementos não-estruturais frágeis	L/250	L/350
Piso a suportar colunas	L/400	L/500
Aplicações não especificadas	L/175	L/200
Situações em que a flecha a longo prazo pode prejudicar a aparência da estrutura	L/250	-

### 3.2.2 INFLUÊNCIA DA DEFORMABILIDADE POR CORTE EM VIGAS

A consideração da deformabilidade por corte é prática corrente no dimensionamento de perfis pultrudidos de FRP devido à elevada razão E/G característica deste tipo de perfis. Num estudo realizado por *Neto e La Rovere* [3.4] essa influência foi avaliada numa viga de GFRP com flexão em três pontos. Foram definidas as variáveis (i)

módulo elástico longitudinal aparente ( $E_a$ ) e (ii) módulo elástico longitudinal efectivo ( $E$ ). Para ensaios de flexão em três pontos, a relação entre ambas é dada pela equação,

$$\frac{1}{E_a} = \frac{1}{E} \left( 1 + 12 \frac{E/GK}{(L/i)^2} \right) \quad (3.2)$$

em que,

- $G$  – módulo elástico de distorção;
- $K$  – coeficiente de área de corte;
- $(L/i)$  – esbelteza da viga ensaiada.

No estudo em questão foram ensaiadas duas vigas de GFRP com cerca de 60% de volume de fibras com secção em H de dimensões 101,6 mm x 101,6 mm x 9,5 mm. As vigas foram carregadas a meio-vão, variando em cada uma delas a distância entre apoios. Observa-se na Figura 3.3 a evolução da relação entre os módulos elástico longitudinal aparente e efectivo ( $E_a/E$ ) em função da esbelteza da viga.

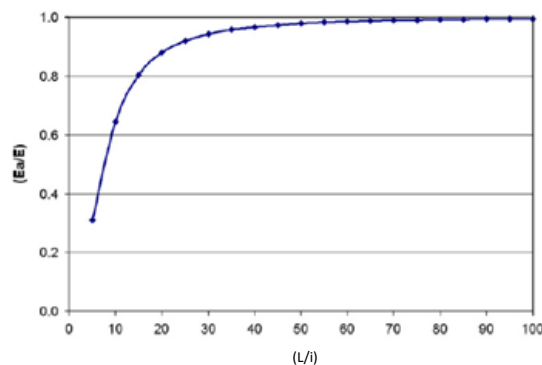


Figura 3.3. Valores médios da relação ( $E_a/E$ ) em função da esbelteza ( $L/i$ ) da viga (adaptado de [3.4])

Como é ilustrado na Figura 3.3, quanto maior o vão ensaiado menor é a relação entre os módulos aparente e efectivo e menor é a influência da deformação por corte na deformação total. Neste caso, e para valores de esbelteza superiores a 20, a influência da deformabilidade por corte é inferior a 10%, sendo praticamente desprezável. No entanto, a influência da deformabilidade por corte para outros tipos de secções ou diferentes condições de carregamento e apoio poderá ser diferente e, por isso, deverá ser estudada adequadamente.

### 3.2.3 EMPENAMENTO E “SHEAR LAG” EM VIGAS

O empenamento é um fenómeno que ocorre em **vigas** com secção de parede fina aberta. O seu efeito traduz-se pela diminuição da extensão longitudinal numa das extremidades do banzo e consequente aumento na outra extremidade [3.5]. Tal deve-se ao centro de corte da secção não estar contido na linha média de cada banzo.

O efeito de “*shear lag*” devido à deformação por corte diferencial ao longo do banzo também afecta a distribuição de extensões deste. As extensões são superiores na zona da ligação banzo-alma e inferiores nas extremidades [3.5].

A influência destes dois efeitos foi estudada por *Nagaraj e GangaRao* [3.6]. Os resultados obtidos mostraram que o efeito de empenamento devido à torção pode ser considerável (variações da ordem de 20% das extensões longitudinais ao longo do banzo) e que o efeito de “*shear lag*” é praticamente desprezável (variações da ordem de 4%).

### 3.2.4 ENCURTAMENTO AXIAL EM COLUNAS

Tanto o *Structural Plastic Design Manual* [3.1] como o *Eurocomp Design Code and Handbook* [3.2] recomendam que seja utilizada a teoria de barras uniaxiais na determinação do encurtamento axial de uma **coluna** comprimida. Para determinar o encurtamento axial ( $\delta$ ) de colunas comprimidas, pode recorrer-se à equação,

$$\delta = \frac{PL}{E_L A} \quad (3.3)$$

em que,

- P – força aplicada;
- L – altura da coluna;
- $E_L$  – módulo elástico em compressão;
- A – área da secção.

Geralmente, os fabricantes de perfis pultrudidos de FRP fornecem o mesmo valor para o módulo elástico longitudinal em tracção e compressão. No caso de serem fornecidos valores diferentes tendo em conta a configuração do carregamento (compressão, tracção ou flexão), estes devem ser considerados diferentemente em cada caso de carga [3.3]. No caso de perfis com paredes finas com diferentes módulos longitudinais, deve-se adoptar uma rigidez axial igual a  $\sum E_i A_i$ , em que  $E_i$  e  $A_i$  são o módulo elástico longitudinal e a área da secção de cada parte  $i$ , respectivamente [3.3].

### 3.2.5 DEFORMAÇÕES A LONGO PRAZO

Ao longo do tempo, tanto as **vigas** como **colunas** compósitas sujeitas a carregamento contínuo apresentam um decréscimo do valor dos módulos elásticos longitudinal e de distorção [3.3]. Este facto deve-se ao comportamento viscoelástico (já referido nesta dissertação) característico dos FRP. O comportamento à fluência é agravado em formas estruturais com as fibras de reforço dispostas aleatoriamente [3.3]. Como no caso dos perfis pultrudidos as fibras são orientadas este fenómeno é menos condicionante, mas deve ser considerado no seu dimensionamento. As equações seguintes permitem calcular o módulo viscoelástico longitudinal ( $E_{L,v}$ ) e o módulo viscoelástico de distorção ( $G_{L,T,v}$ ) em função do tempo [3.3],



$$E_{L,v}(t) = \frac{E_L}{1 + (E_L/E_L^t)t^{n_e}} \quad (3.4)$$

$$G_{LT,v}(t) = \frac{G_{LT}}{1 + (G_{LT}/G_{LT}^t)t^{n_g}} \quad (3.5)$$

em que,

- $E_L$  e  $G_{LT}$  – módulos elásticos instantâneos;
- $t$  – tempo (em horas);
- $E_L^t$  e  $G_{LT}^t$  – módulos de fluência;
- $n_e$  e  $n_g$  – taxas de fluência.

É preciso ter algum cuidado na utilização das equações acima. Se se considerarem os módulos viscoelásticos a tempo infinito, estes tendem assintoticamente para o valor zero. Devem-se, então, limitar as equações acima ao tempo de utilização de uma estrutura, 50 anos (438000 h). *Bank* [3.3] fornece valores aconselhados para as constantes das equações (3.4) e (3.5) no dimensionamento de perfis pultrudidos de FRP.

**Tabela 3.2. Constantes de fluência em perfis pultrudidos (adaptado de [3.3])**

Tipo de carregamento	$E_L^t$ (GPa)	$n_e$	$G_{LT}^t$ (GPa)	$n_g$
<b>Flexão</b>	1241	0,30	186	0,30
<b>Compressão</b>	1489	0,25	n.d.	n.d.

O fenómeno da fluência em perfis pultrudidos foi estudado experimentalmente e analiticamente por Mário Sá *et. al* [2.20 e 2.21]. Nesse estudo, a deformação devida à fluência atingiu um máximo de 15% em 1600h. Após a descarga, os perfis apresentaram razoável recuperação da deformação. A fluência, para além da deformabilidade, afectou fortemente a carga última com reduções até 50% em ensaios realizados em provetes.

### 3.3 ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS

Na presente secção são expostos detalhadamente os estados limites últimos relativos a elementos estruturais de materiais compósitos. Para cada estado limite último é apresentada uma breve descrição do modo de rotura e é proposta uma forma de cálculo analítico da carga crítica associada. Os modos de rotura abrangidos nesta secção estão resumidos na Tabela 3.3.

Tabela 3.3. Modos de rotura em vigas e colunas de FRP

Vigas sujeitas a flexão	Colunas comprimidas
Limite de resistência longitudinal	
Limite de resistência ao corte	Encurvadura global por flexão
Encurvadura lateral por flexão-torção	Encurvadura global por torção
Encurvadura local devida a compressão no plano da placa	
Encurvadura local devida a esforço transversal no plano da placa	Interacção entre encurvadura global e local
Esmagamento e encurvadura local da alma	-

### 3.3.1 ROTURA POR LIMITE DE RESISTÊNCIA LONGITUDINAL

Em perfis cuja relação entre a largura e a espessura das paredes de uma secção são reduzidas ou são utilizados reforços longitudinais ou transversais para prevenir a ocorrência de encurvadura global e/ou local, a rotura pode ocorrer por ser atingida a tensão de rotura de compressão ou tracção do laminado [3.3].

No caso de **vigas** sujeitas a flexão, a carga de rotura ( $M_{u,LRL}$ ) ocorre quando é atingido o limite de resistência do material na fibra mais solicitada do perfil. Por exemplo, para uma viga homogénea com secção em I sujeita a flexão em torno do eixo de maior inércia, o momento flector associado a este modo de rotura é dado pela seguinte equação [3.7],

$$M_{u,LRL} = \text{mín}(\sigma_{cu}; \sigma_{tu})W \quad (3.6)$$

em que,

- $\sigma_{cu}$  – resistência à compressão do laminado;
- $\sigma_{tu}$  – resistência à tracção do laminado;
- $W$  – módulo de flexão da secção.

No caso de **colunas** comprimidas axialmente, este fenómeno designa-se por esmagamento do material e ocorre quando é atingida a resistência de compressão do material. Admite-se, como hipótese, que a compressão é uniforme em toda a secção da coluna. A carga última ( $P_{u,Esm}$ ) associada ao esmagamento de colunas de FRP é determinada através da seguinte equação [3.3],

$$P_{u,Esm} = \sigma_{cu}A \quad (3.7)$$

em que,

- $A$  – área da secção da coluna.

### 3.3.2 ROTURA POR LIMITE DE RESISTÊNCIA AO CORTE

Em **vigas** curtas, em que as tensões de corte sejam consideráveis, quando comparadas com as tensões longitudinais, é necessário ter em conta a rotura da(s) alma(s) por corte [3.3]. Geralmente, a resistência de corte no plano não é fornecida pelo fabricante sendo necessário determiná-la experimentalmente. No caso de não ser possível a sua determinação, utiliza-se a resistência ao corte interlaminar como parâmetro de rotura. No entanto, essa utilização leva a um dimensionamento demasiado conservativo, visto que esta resistência é geralmente inferior à resistência ao corte no plano da placa [3.3].

A equação seguinte pode ser utilizada na determinação do esforço transversal último ( $V_{u,LRC}$ ) do perfil,

$$V_{u,LRC} = \min(\tau_{LT}; \tau_{il})A_w \quad (3.8)$$

em que,

- $\tau_{LT}$  – resistência ao corte no plano da placa;
- $\tau_{il}$  – resistência ao corte interlaminar.

### 3.3.3 ENCURVADURA LATERAL POR FLEXÃO-TORÇÃO

A encurvadura lateral por flexão-torção é um fenómeno de instabilidade que ocorre principalmente em perfis de secção em parede fina aberta com pequena rigidez de torção associada quando sujeitos a flexão em torno do eixo de maior inércia [3.8]. Os perfis com secção fechada (tubulares) têm rigidez e resistência torsional bastante mais elevadas do que os perfis de secção aberta, pelo que geralmente este estado limite não é condicionante [3.3].

Este fenómeno de instabilidade agrava-se em perfis pultrudidos de GFRP. Devido ao seu reduzido módulo de elasticidade longitudinal, as **vigas** compósitas apresentam cargas críticas de instabilidade lateral bastante reduzidas quando comparadas, por exemplo, com as mesmas vigas em aço [3.3]. O modo de instabilidade (Figura 3.4) ocorre quando o elemento estrutural atinge o momento crítico de bifurcação, flectindo em torno do eixo de menor inércia para fora do plano de flexão primária e rodando por torção. Este é caracterizado por deslocamentos nas duas direcções transversais do perfil (devido à flexão em torno dos dois eixos da secção) e por rotação em torno do centro de corte (devido à torção).

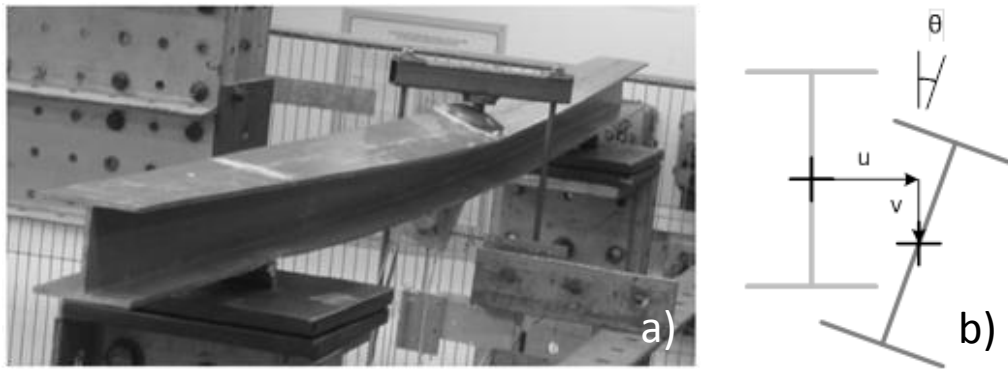


Figura 3.4. (a) Encurvadura global por flexão-torção [3.9] e (b) deslocamentos da secção associados

A equação para determinação do momento crítico de instabilidade lateral em vigas isotrópicas é geralmente adoptada para vigas de FRP desde que sejam fornecidos valores adequados dos módulos elásticos longitudinal e de distorção [3.3]. Assim, a tensão crítica de encurvadura lateral ( $\sigma_{cr,Lat}$ ) poderá ser fornecida pela equação seguinte,

$$\sigma_{cr,Lat} = \frac{C_b}{W} \sqrt{\frac{\pi^2 E_L I_y G_{LT} J}{(k_f L_b)^2} + \frac{\pi^4 E_L^2 I_y C_w}{(k_f L_b)^2 (k_w L_b)^2}} \quad (3.9)$$

em que,

- $C_b$  – factor de momento equivalente;
- $W$  – módulo de flexão;
- $I_y$  – momento de inércia em torno do eixo de menor inércia;
- $G_{LT}$  – módulo elástico de distorção;
- $J$  – constante de torção uniforme;
- $C_w$  – constante de empenamento;
- $k_f$  – coeficiente associado ao comprimento de encurvadura por flexão em torno do eixo de menor inércia;
- $k_w$  – coeficiente associado ao comprimento de encurvadura devido ao empenamento;
- $L_b$  – comprimento da viga não travado lateralmente.

O momento crítico de encurvadura lateral ( $M_{cr,Lat}$ ) pode então ser dado pela equação seguinte.

$$M_{cr,Lat} = \sigma_{cr,Lat} W \quad (3.10)$$

A equação (3.9) toma como hipótese o facto de o carregamento ser aplicado ao nível do centro de corte da secção. Se o carregamento for aplicado ao nível do banzo superior (efeito instabilizante), o momento crítico assumirá um valor mais reduzido. Se, pelo contrário, o momento for aplicado no banzo inferior (efeito estabilizante) o momento crítico será mais elevado do que aquele determinado pela equação (3.10). Para ter em conta o efeito estabilizante ou instabilizante do carregamento deve utilizar-se o método fornecido pela pré-norma do Eurocódigo 3 [3.10].

### 3.3.4 ENCURVADURA LOCAL DEVIDA A COMPRESSÕES NO PLANO DA PLACA

Devido ao reduzido módulo elástico longitudinal, os perfis pultrudidos de FRP são particularmente susceptíveis à encurvadura local de placas em elementos (banzos ou almas) comprimidos (Figuras 3.5 e 3.6) [3.3]. Tal fenómeno ocorre tanto em **vigas** sujeitas a flexão (compressão do banzo superior e parte da alma) como em **colunas** sujeitas a compressão axial (toda a secção sob compressão).



Figura 3.5. (a) Instabilidade local no banzo superior de uma viga de GFRP flectida [3.3] e (b) deslocamentos da secção associados

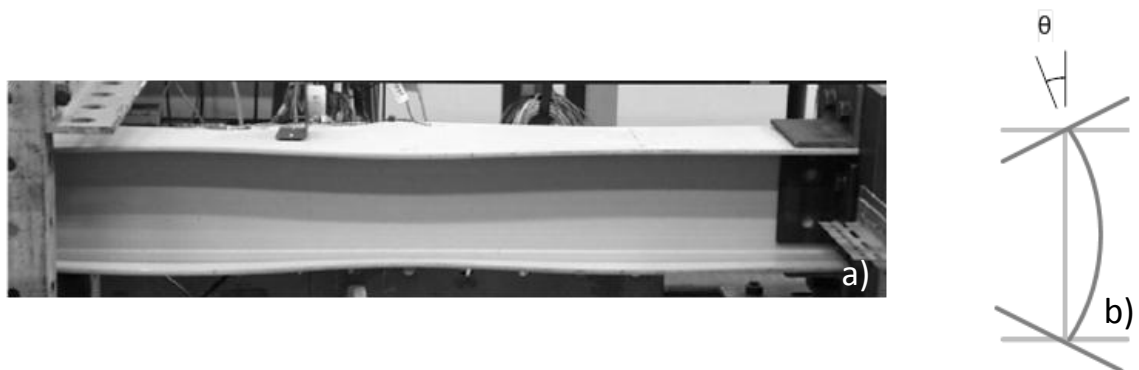


Figura 3.6. (a) Instabilidade local de ambos os banzos numa coluna de GFRP comprimida [3.3] e (b) deslocamentos da secção associados

A carga crítica associada a este fenómeno de instabilidade tem sido alvo de múltiplos estudos (*Bank et al.* [3.11], *Mottram* [3.12], *Turvey e Zhang* [3.13] entre outros) com o objectivo de tornar mais fácil e rigoroso o dimensionamento de vigas e colunas de GFRP. A rotura típica associada à encurvadura local de perfis pultrudidos de GFRP com secção em I ou H ocorre na ligação banzo-alma (Figura 3.7) devido ao efeito simultâneo (i) da flexão transversal das placas e (ii) ausência de fibras dispostas transversalmente nessa zona (apenas a matriz actua como constituinte resistente).

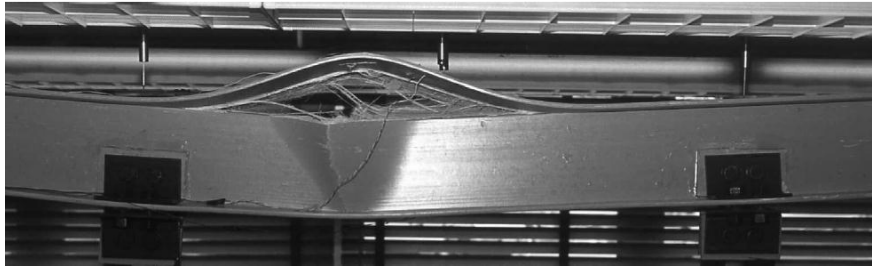


Figura 3.7. Rotura na ligação banzo-alma por instabilidade local do banzo superior de uma viga [3.3]

A carga crítica de encurvadura local, para além de ser função das propriedades do material e da geometria do elemento (alma ou banzo) comprimido, tem forte dependência das condições de fronteira do mesmo. No caso de perfis com secção em I, os banzos são particularmente susceptíveis a encurvar localmente visto que se encontram livres num bordo longitudinal e elasticamente restringidos pela alma no outro bordo longitudinal. Tanto o *Structural Plastics Design Manual* [3.1] como o *Eurocomp Design Code and Handbook* [3.2] recomendam que bordos restringidos elasticamente se tomem, conservativamente, como apoiados. No entanto, tem-se verificado que esta hipótese é demasiado conservativa [3.3]. Para a referida configuração de carregamento e apoio, a tensão crítica de instabilidade local  $((\sigma_{lívre}^{sa})_{cr,Local})$ , baseada no método desenvolvido por Kollár para placas ortotrópicas [3.14] apresenta a seguinte equação,

$$(\sigma_{lívre}^{sa})_{cr,Local} = \frac{\pi^2}{t_f \left(\frac{b_f}{2}\right)^2} \left[ D_L \left(\frac{b_f/2}{a}\right)^2 + \frac{12}{\pi^2} D_S \right] \quad (3.11)$$

em que,

- $t_f$  – espessura do banzo;
- $b_f$  – largura do banzo;
- $D_L$  – rigidez de flexão longitudinal;
- $a$  – comprimento do banzo;
- $D_S$  – rigidez de corte.

Para elementos compridos, como é tipicamente o caso de colunas ou vigas compósitas, o primeiro termo entre parênteses pode ser desprezado e a equação (3.11) assume a forma da equação seguinte,

$$(\sigma_{lívre}^{sa})_{cr,Local} = \frac{4 t_f^2}{b_f^2} G_{LT} \quad (3.12)$$

em que,

- $G_{LT}$  – módulo elástico de distorção.

No caso de o elemento comprimido ser simplesmente apoiado nos dois bordos (p. e. banzos de secções tubulares quadradas), a tensão crítica  $((\sigma_{sa}^{sa})_{cr,Local})$  é dada pela equação seguinte,

$$(\sigma_{sa}^{sa})_{cr,Local} = \frac{\pi^2}{t_f b_f^2} (\sqrt{D_L D_T} + D_{LT} + 2D_S) \quad (3.13)$$

em que,

- $D_T$  – rigidez de flexão transversal;
- $D_{LT}$  – rigidez de flexão longitudinal para solicitações na direcção transversal ou vice-versa.

Por último, em elementos apoiados em ambos os bordos com gradiente de tensões ao longo da sua largura (p.e. almas de vigas sujeitas a flexão), a carga crítica  $((\sigma_{sa}^{sa})_{cr,Local})$  é determinada através da equação seguinte,

$$(\sigma_{sa}^{sa})_{cr,Local} = \frac{\pi^2}{t_w d_w^2} (13,9\sqrt{D_L D_T} + 11,1D_{LT} + 22,2D_S) \quad (3.14)$$

em que,

- $t_w$  e  $d_w$  – espessura e altura da alma da viga respectivamente.

Para uma melhor aproximação da carga crítica de encurvadura local (dado que a consideração de um bordo simplesmente apoiado é bastante conservativa), deve-se ter em conta a restrição elástica que a alma confere à rotação do banzo do perfil [3.3]. Esta restrição é quantificada através de um coeficiente adimensional,  $\zeta$ , e pode ser determinada através da equação seguinte,

$$\zeta = \frac{D_T}{kL_T} \quad (3.15)$$

em que,

- $k$  – rigidez rotacional da ligação das placas;
- $L_T$  – largura do elemento (p. e. para um banzo de uma viga toma-se  $L_T = b_i/2$ ).

O coeficiente de rigidez rotacional ( $k$ ) é calculado através da equação seguinte,

$$k = \frac{2(D_T)_w}{d_w} \left[ 1 - \frac{(\sigma_{iivre}^{sa})_f (E_L)_w}{(\sigma_{sa}^{sa})_w (E_L)_f} \right] \quad (3.16)$$

A tensão crítica de encurvadura local do banzo comprimido  $(\sigma_{cr,Local,f})$  é calculada através da equação seguinte,

$$\sigma_{cr,Local,f} = \frac{1}{(b_f/2)^2 t_f} \left( 7 \sqrt{\frac{D_L D_T}{1 + 4,12\zeta}} + 12D_S \right) \quad (3.17)$$

Como alternativa à equação (3.11), e quando o módulo elástico de distorção ( $G_{LT}$ ) não é fornecido pelos fabricantes, é possível utilizar uma fórmula aproximada de cálculo recomendada na *Structural Plastic Design Manual* [3.1],

$$\sigma_{cr,Local}^{Aprox} = \frac{\pi^2 t_f^2}{(b_f/2)^2} \left[ \left( 0,45 + \frac{b_f^2}{4a^2} \right) \frac{\sqrt{E_L E_T}}{12(1 - \nu_L \nu_T)} \right] \quad (3.18)$$

em que,

- $E_L$  e  $E_T$  – módulos elásticos longitudinal e transversal, respectivamente;
- $\nu_L$  e  $\nu_T$  – coeficiente de *Poisson* na direcção longitudinal e transversal.

Quando o comprimento de semi-onda,  $\alpha$ , não é conhecido podem ser adoptados, de um modo conservativo, os valores  $2b_f$  ou  $3b_f$  para banzos de secções em H ou I, respectivamente [3.3].

### 3.3.5 ENCURVADURA LOCAL DEVIDA AO ESFORÇO TRANSVERSO NO PLANO DA PLACA

Apesar de não existir literatura que registe a ocorrência deste estado limite em **vigas** compósitas [3.3], as almas com uma razão  $d_w/t_w$  reduzida podem encurvar localmente devido ao esforço transversal no plano da placa. Pela teoria das placas ortotrópicas é possível determinar a tensão crítica de encurvadura local por corte ( $\tau_{cr,local}$ ).

$$\tau_{cr,Local} = \frac{4k_{LT} \sqrt[4]{D_L D_T^3}}{t_w d_w^2} \quad (3.19)$$

em que,

- $k_{LT}$  – coeficiente de encurvadura por corte;
- $t_w$  – espessura da alma;
- $d_w$  – altura da alma.

O esforço transversal crítico ( $V_{cr,local}$ ) de instabilidade por corte pode ser dado pela seguinte equação.

$$V_{cr,Local} = \tau_{cr,local} KA \quad (3.20)$$

em que,

- $KA$  – área de corte da secção.

Quando a viga compósita está sujeita simultaneamente a esforço transversal e a momento flector elevados, o *Structural Plastics Design Manual* [3.1] recomenda que se verifique a interacção destes esforços através da equação,

$$\left( \frac{M_x}{M_{cr,Local}} \right)^2 + \left( \frac{V_y}{V_{cr,Local}} \right)^2 \leq 1,0 \quad (3.21)$$

em que,

- $M_x$  – momento actuante em torno do eixo de maior inércia;
- $M_{cr,Local}$  – momento crítico de encurvadura local;
- $V_y$  – esforço transversal actuante na direcção  $y$ ;
- $V_{cr,Local}$  – esforço transversal crítico de encurvadura local.

### 3.3.6 ESMAGAMENTO E ENCURVADURA LOCAL DA ALMA

As almas de **vigas** compósitas são susceptíveis a rotura local quando estas são carregadas através de cargas concentradas [3.3]. Este fenómeno ocorre devido às reduzidas rigidez e resistência das almas na direcção transversal do perfil (direcção do carregamento). Admite-se que a tensão de rotura por esmagamento local da



alma é igual à resistência da mesma na direcção transversal [3.3]. Por este motivo, a sua carga última ( $F_{w,Esm}$ ) é dada pela equação seguinte,

$$F_{w,Esm} = \sigma_{ctu} A_{eff} \quad (3.22)$$

em que,

- $\sigma_{ctu}$  – resistência de compressão na direcção transversal;
- $A_{eff}$  – área efectiva de concentração de tensões.

A área efectiva de concentração de tensões é dada pela equação,

$$A_{eff} = (t_w + 2t_f + 2t_{bp})L_{eff} \quad (3.23)$$

em que,

- $t_w$  – espessura da alma;
- $t_f$  – espessura dos banzos;
- $t_{bp}$  – espessura de placas de reforços na face inferior dos banzos (se aplicável);
- $L_{eff}$  – comprimento efectivo carregado.

No caso de vigas com almas cuja razão  $d_w/t_w$  é muito elevada, as cargas concentradas podem provocar encurvadura local da alma na direcção transversal do perfil [3.3]. Neste modo de instabilidade, a alma funciona como uma placa simplesmente apoiada nos bordos paralelos ao carregamento. A equação que permite calcular a tensão crítica associada a este modo de instabilidade ( $\sigma_{w,Local}$ ) é em tudo idêntica à equação de instabilidade local de uma placa simplesmente apoiada nos bordos paralelos ao carregamento sob compressão uniforme,

$$\sigma_{w,Local} = \frac{2\pi^2}{t_w b_{eff}^2} (\sqrt{D_L D_T} + D_{LT} + 2D_S) \quad (3.24)$$

em que,


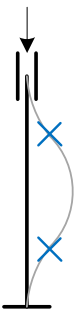



- $t_w$  – espessura da alma;
- $b_{eff}$  – é tomado como altura da alma,  $d_w$ , ou a distância entre reforços verticais da alma para cargas pontuais, nos apoios de vigas simplesmente apoiadas é considerado igual a  $L_{eff} + d_w/2$ .

### 3.3.7 ENCURVADURA GLOBAL DE COLUNAS

O fenómeno de instabilidade associado à encurvadura global de barras comprimidas é muitas vezes designado por encurvadura de *Euler*. O modo crítico de instabilidade de uma **coluna** varia consoante o tipo de secção. Em (i) secções sem simetria o modo de encurvadura envolve flexão desviada e torção; em (ii) secções mono-simétricas o modo de encurvadura ocorre por flexão (em torno do eixo perpendicular ao eixo de simetria) ou por uma combinação de flexão (em torno do eixo de simetria) com torção; em (iii) em secções bi-simétricas o modo de encurvadura é “puro” e ocorre por flexão em torno de um dos eixos ou torção [3.6].

O comprimento de encurvadura ( $L_b$ ) associado a este modo de instabilidade depende das condições de apoio das extremidades segundo cada um dos eixos de rotação da secção. Para casos especiais em que o apoio não seja encastrado, articulado ou livre (p. e. mola elástica) devem-se ter em consideração os comprimentos de encurvadura presentes na pré-norma do Eurocódigo 3 [3.10]. A Tabela 3.4 ilustra os comprimentos de encurvadura do primeiro modo de encurvadura associados às condições de apoio mais comuns. Os pontos assinalados com uma cruz (X) azul representam os pontos de inflexão do modo de encurvadura. O comprimento de encurvadura corresponde à distância entre pontos de inflexão do modo de instabilidade da coluna.

**Tabela 3.4. Comprimentos de encurvadura do primeiro modo de instabilidade global para as condições de apoio mais comuns**

Condições de apoio	Bi-articulado	Bi-encastrado	Encastrado-articulado	Encastrado-livre	Encastrado-móvel
Primeiro modo de encurvadura					
Comprimento de encurvadura	$L_b = L$	$L_b = 0,5 L$	$L_b = 0,7 L$	$L_b = 2 L$	$L_b = L$

No caso das secções em I ou H (bi-simétricas) o modo de instabilidade típico é o de encurvadura por flexão em torno do eixo de menor inércia (para condições de apoio idênticas nos dois planos verticais). Visto que os perfis pultrudidos de FRP apresentam uma razão  $E_L/G_{LT}$  superior à dos materiais isotrópicos correntes, a deformabilidade por corte (ainda que possa ter pouca influência) deve ser considerada na determinação da carga crítica ( $P_{cr,flex}$ ) [3.3]. Esta pode ser determinada através da equação seguinte,

$$P_{cr,flex} = \frac{P_{euler}}{1 + P_{euler}/(KG_{LT}A)} \quad (3.25)$$

em que,

- $P_{euler}$  – carga crítica da coluna de Euler;
- $KG_{LT}A$  – rigidez de corte da secção;
- $K$  – coeficiente de área de corte.

A carga crítica de *Euler* pode ser calculada pela equação seguinte,

$$P_{euler} = \frac{\pi^2 E_L I}{(kL)^2} \quad (3.26)$$

em que,

- $E_L$  – módulo elástico longitudinal;
- $I$  – momento de inércia segundo o eixo de rotação considerado;
- $k$  – coeficiente do comprimento de encurvadura por flexão;
- $L$  – comprimento da coluna.

Em **colunas** com secções cujas placas convergem todas num ponto (secções cruciformes ou cantoneiras) este modo de encurvadura por torção pode ser condicionante [3.3]. Para materiais homogéneos, a carga crítica associada a este modo de instabilidade ( $P_{cr,Tor}$ ) poder ser dada pela equação,

$$P_{cr,Tor} = \frac{A}{I_p} \left( \frac{\pi^2 E_L C_w}{(k_w L)^2} + G_{LT} J \right) \quad (3.27)$$

em que,

- $A$  – área da secção da coluna;
- $I_p$  – momento polar de inércia;
- $E_L$  – módulo elástico longitudinal;
- $C_w$  – coeficiente de empenamento;
- $k_w$  – coeficiente de comprimento efectivo de empenamento;
- $L$  – comprimento da coluna;
- $G_{LT}$  – módulo elástico de distorção;
- $J$  – constante de torção uniforme;

*Roberts* [3.15] desenvolveu a seguinte expressão aproximada para o cálculo da carga crítica ( $P_{cr,Tor}^{FRP}$ ) associada a este modo, de forma a ter em conta a reduzida rigidez de corte que caracteriza os perfis pultrudidos de FRP,

$$P_{cr,Tor}^{FRP} = \frac{P_{cr,tor}}{1 + P_{cr,tor}/(KGA)} \quad (3.28)$$

em que,

- $KGA$  – rigidez de corte;
- $K$  – coeficiente de área de corte.

### 3.3.8 INTERACÇÃO ENTRE ENCURVADURA LOCAL E GLOBAL

A esbelteza ( $L_b/i$ ) de uma **coluna** compósita influencia fortemente o modo de rotura associado à mesma. Em colunas muito esbeltas, prevalecem os modos de rotura associados à encurvadura global (por flexão, torção ou flexão-torção, consoante a geometria da secção). Em colunas pouco esbeltas (ou colunas curtas) prevalecem os

modos de rotura associados à encurvadura local de placas devida a compressões no plano da alma ou ao esmagamento do perfil.

*Lane e Mottram* [3.16] estudaram a interacção dos modos de encurvadura local e global por flexão. Foi verificada uma redução significativa da carga crítica na zona de transição entre os dois modos de rotura considerados (Figura 3.8). A redução da carga de rotura nesta zona de transição entre modos de encurvadura (local e global) depende fortemente da esbelteza da coluna.

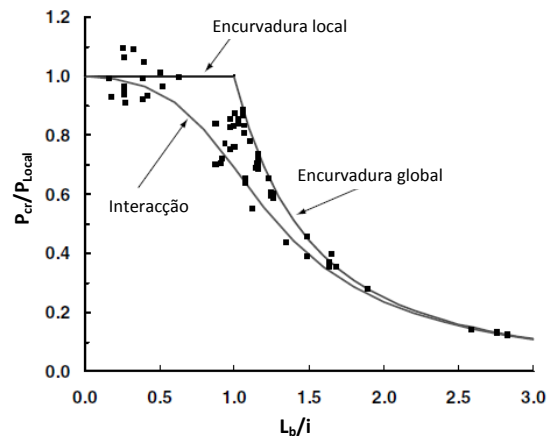


Figura 3.8. Interação entre os modos de encurvadura local e global de colunas de FRP (adaptado de [3.16])

Os modos de encurvadura locais e global, quando atingidos, têm uma trajectória de pós-encurvadura muito estável, permitindo incrementos consideráveis de carga. Os modos de encurvadura globais também têm uma trajectória de pós-encurvadura estável, mas inferior à dos modos locais. A encurvadura associada à interacção dos dois modos tem uma trajectória de pós-encurvadura instável, facto que não permite considerar qualquer resistência pós-crítica (Figura 3.9). Depois (ou mesmo antes) de atingida a carga crítica, o elemento estrutural entra em colapso [3.3].

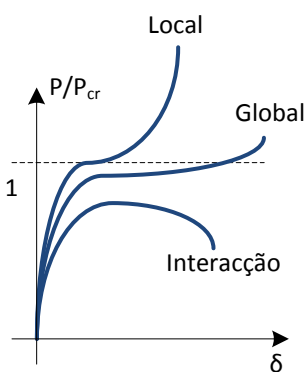


Figura 3.9. Trajectórias de pós-encurvadura de encurvadura local, global e interacção

### 3.4 REGULAMENTAÇÃO

Devido às diferenças das propriedades físicas e mecânicas apresentadas pelos perfis pultrudidos de FRP em relação aos materiais convencionais, existe a necessidade de regulamentação específica para este tipo de material quando aplicado na engenharia de estruturas [3.5].

Existem actualmente dois documentos normativos para a caracterização e dimensionamento de perfis pultrudidos. A norma europeia EN 13706 [3.17] especifica requisitos mínimos das propriedades de perfis pultrudidos para cada uma das classes E17 e E23, bem como as normas de ensaio que devem ser seguidas para a determinação das mesmas (Tabela 3.5).

**Tabela 3.5. Requisitos mínimos das propriedades dos perfis pultrudidos de FRP (adaptado de [3.3])**

Propriedade mecânica	Método de teste	Classe E23	Classe E17
$E_{L,flexão}$ (secção) [GPa]	EN 13706-2	23	17
$E_{L,tracção}$ [GPa]	EN ISO 527-4	23	17
$E_{T,tracção}$ [GPa]	EN ISO 527-4	7	5
$\sigma_{L,u,tracção}$ [MPa]	EN ISO 527-4	240	170
$\sigma_{T,u,tracção}$ [MPa]	EN ISO 527-4	50	30
$\sigma_{L,u,compressão}$ [MPa]	EN 13706-2	150	90
$\sigma_{T,u,compressão}$ [MPa]	EN 13706-2	70	50
$\sigma_{L,u,flexão}$ [MPa]	EN ISO 14125	240	170
$\sigma_{T,u,flexão}$ [MPa]	EN ISO 14125	100	70
$\tau_{u,interlaminar}$ [MPa]	EN ISO 14130	25	15

A norma italiana CNR-DT 205/2007 [3.18] publicada em 2007 pelo *Consiglio Nazionale delle Ricerche* prescreve, a nível nacional, métodos para o dimensionamento e verificação de segurança de estruturas constituídas por perfis pultrudidos de FRP.

Não obstante a existência destes dois documentos, os manuais dos fabricantes contêm normalmente as propriedades físicas e mecânicas dos perfis e são uma ferramenta bastante útil no dimensionamento de estruturas de FRP. Os valores fornecidos nestes manuais são resultado de ensaios experimentais de um perfil tipo e são geralmente conservativos face às propriedades reais desse perfil [3.3]. No caso do perfil em estudo, o sítio do fabricante ALTO Perfis Pultrudidos Lda. [3.19] fornece as mesmas propriedades em flexão e compressão (na direcção longitudinal) para todos os perfis pultrudidos em catálogo (Tabela 3.6).

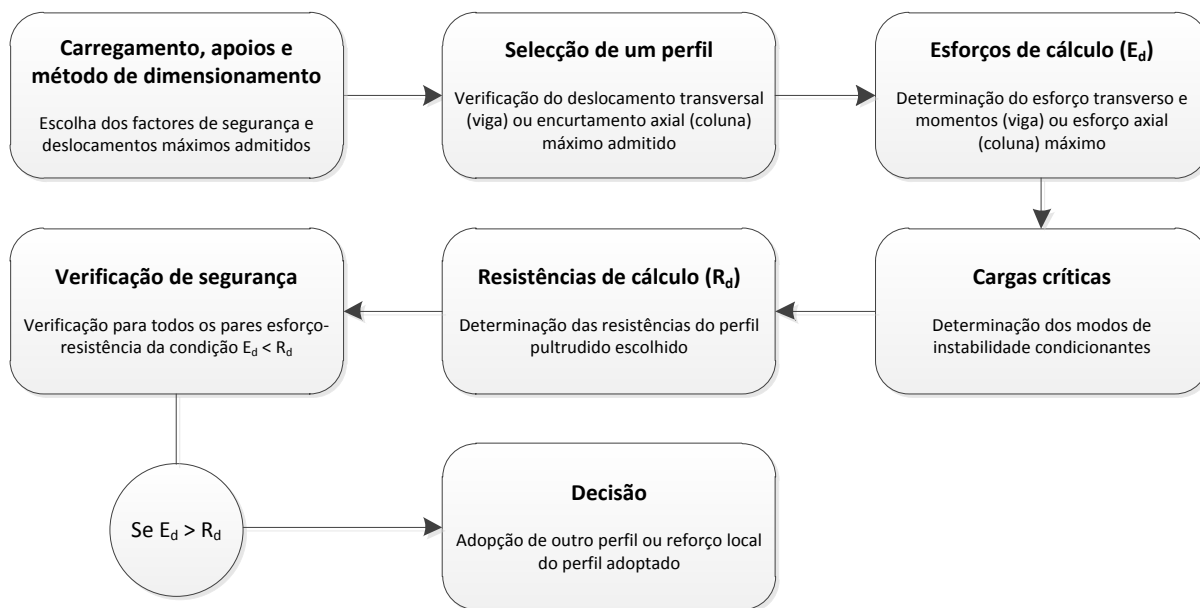
**Tabela 3.6. Propriedades mecânicas dos perfis pultrudidos de FRP reportadas pelo fabricante do perfil em estudo (adaptado de [3.19])**

Propriedade	Valor
$E_{L,flex}$ [GPa]	20
$\sigma_{Lu,flex}$ [MPa]	450
$E_{L,comp}$ [GPa]	23
$\sigma_{Lu,comp}$ [MPa]	350

Com carácter não normativo, existem dois documentos que podem servir como base para o dimensionamento de estruturas constituídas por FRP: o *Structural Plastics Design Manual* [3.1] e o *Eurocomp Design Code and Handbook* [3.2].

### 3.5 DIMENSIONAMENTO DE ELEMENTOS ESTRUTURAIS

Na presente secção é apresentado o método para dimensionamento de estruturas de FRP sujeitas a flexão simples e compressão axial proposto por *Bank* [3.3]. O método é constituído por uma sequência de etapas desde a determinação das condições de carregamento e apoio até ao cálculo de reforços (Figura 3.10)



**Figura 3.10. Dimensionamento de perfis pultrudidos de FRP**

### 3.6 REFERÊNCIAS

- [3.1] ASCE, *Structural Plastics Design Manual*, No. 63, Reston, Virginia, 2002.
- [3.2] J.L. Clarke, *Eurocomp Design Code and Handbook*, E&FN Spon, 1996.
- [3.3] L.C. Bank. *Composites for construction: Structural design with FRP materials*. Wiley, Hoboken, N.J., 2006.
- [3.4] A.B. Neto e H.L. La Rovere, *Flexural stiffness characterization of fiber reinforced plastic (FRP) pultruded beams*, *Composite Structures*, Vol. 81, No.2, pp. 274-282, 2007.
- [3.5] J.R. Correia, *Perfis Pultrudidos de Fibra de Vidro (GFRP). Aplicação de Vigas Mistas GFRP-Betão na Construção*, Tese de Mestrado em Construção, Instituto Superior Técnico, UTL, 2004.
- [3.6] V. Nagaraj, H.V.S. GangaRao, *Static Behaviour of Pultruded GFRP Beams*, *Journal of Composites for Construction*, Vol. 1, No. 3, pp.120-129, 1997.
- [3.7] P.M.V. Teixeira, *Análise e Dimensionamento de Perfis Pultrudidos de GFRP*, Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Instituto Superior Técnico, UTL, 2010.
- [3.8] A. Reis e D. Camotim, *Estabilidade Estrutural*, McGraw-Hill, 2001.
- [3.9] G.J. Turvey, *Effects of load position on the lateral buckling response of pultruded GRP cantilevers: comparisons between theory and experiment*, *Composite Structures*, Vol. 35, No. 1, pp. 33-47, 1996.
- [3.10] CEN, *Eurocode 3: Design of Steel Structures*, Part 1.1: General Rules and Rules for Buildings (ENV 1993-1-1), 1992.
- [3.11] L.C. Bank, M. Nadipelli e T.R. Gentry, *Local Buckling and Failure of Pultruded Fiber-Reinforced Plastic Beams*, *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 116, No. 2, pp.233-237, 1994.
- [3.12] J.T. Mottram, *Determination of critical load for flange buckling in concentrically loaded pultruded columns*, *Composites: Part B*, Vol. 35, No. 1, pp.35-47, 2004.
- [3.13] G.J. Turvey e Y. Zhang, *A computational and experimental analysis of the buckling, postbuckling and initial failure of pultruded GRP columns*, *Computers and Structures*, Vol. 84, No. 22-23, pp. 1527-1537, 2006.
- [3.14] L.P. Kollár, *Local buckling of fiber reinforced plastic composite structural members with open and closed cross sections*, *Journal of Composites for Construction*, Vol. 129, No. .11, pp. 1503-1513, 2003.

[3.15] T.M. Roberts (2002), *Influence of shear deformation on buckling of pultruded fiber reinforced plastic profiles*, Journal of Composites for Construction, Vol. 6, No. 4, pp.241-248, 2002.

[3.16] A. Lane e J.T. Mottram, *Influence of modal coupling on the buckling of concentrically loaded pultruded fibre-reinforced plastic columns*, Journal of Materials: Design and Applications, Vol. 216, No. 2, pp. 133-144, 2002.

[3.17] CEN, *Reinforced Plastics Composites: Specifications for Pultruded Profiles*, Part 1: Designation; Part 2: Method of Test and General Requirements; Part 3: Specific Requirements, EN 13706, 2002.

[3.18] Consiglio Nazionale delle Ricerche, *Guide for the Design and Construction of Structures made of FRP Pultruded Elements*, CNR-DT 205/2007, 2007.

[3.19] Sítio do fabricante ALTO Perfis Pultrudidos Lda.: [www.alto.pt](http://www.alto.pt), em 02/12/2011.

[3.20] M. Sá, A.M. Gomes, J.R. Correia, N. Silvestre, *Creep behavior of pultruded GFRP elements – Part 1: Literature review and experimental study*, Composite Structures, Vol. 93, No. 10, pp. 2450-2459, 2011.

[3.21] M. Sá, A.M. Gomes, J.R. Correia, N. Silvestre, *Creep behavior of pultruded GFRP elements – Part 2: Analytical study*, Composite Structures, Vol. 93, No. 10, pp. 2409-2418, 2011.



## Capítulo 4

### CARACTERIZAÇÃO EXPERIMENTAL

#### 4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O perfil de GFRP reforçado com mantas de CFRP em estudo foi produzido pela empresa portuguesa Alto Perfis Pultrudidos, Lda. Apresenta uma secção em I com as dimensões nominais de 200x100x10 mm. A espessura nominal das mantas de CFRP (pultrudidas em simultâneo com o perfil) é 1,50 mm e distribui-se ao longo da largura dos banzos. Como se trata de um protótipo, não são conhecidas *a priori* as características mecânicas nem o comportamento estrutural apresentado pelo perfil. As suas dimensões e características geométricas são apresentadas na Figura 4.1.

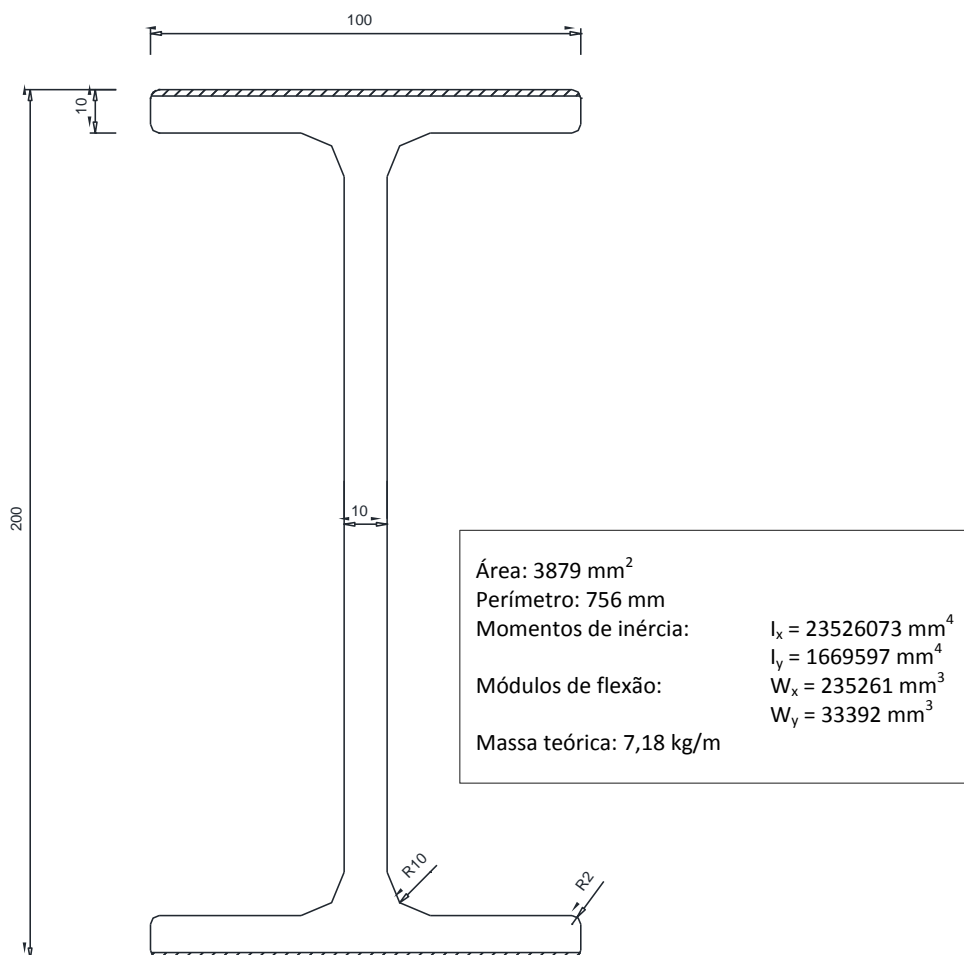


Figura 4.1. Características geométricas do perfil pultrudido de GFRP reforçado com mantas de CFRP (adaptado de [4.1])

Como o perfil apresenta secção heterogénea, é pouco rigoroso considerar que a área de corte da secção é igual a área da alma. Por este motivo foi efectuado um cálculo para a determinação da mesma, tendo-se obtido o valor de 16,06 cm<sup>2</sup>. Todos os passos deste cálculo são apresentados no Anexo III.B.

Numa primeira fase deste estudo experimental, com o objectivo de determinar as características mecânicas do material do perfil em análise, tais como constantes elásticas e resistências, foram ensaiados provetes cortados da alma e banzos do mesmo. Os vários provetes foram sujeitos a ensaios mecânicos de flexão, corte interlaminar, compressão, tracção e corte por tensão bi-axial obedecendo, sempre que possível, às normas de ensaio existentes.

Numa segunda fase, com o objectivo de caracterizar o comportamento estrutural do mesmo perfil, foram ensaiadas quatro colunas curtas em compressão axial e uma viga em flexão em quatro pontos (travada lateralmente). Foi analisada a resposta do perfil pultrudido a cada um dos carregamentos e, através das medições dos deslocamentos e extensões de cada ensaio, foram determinados os módulos elásticos da secção “homogénea” equivalente. Estes valores foram comparados com os valores obtidos na caracterização mecânica de provetes. As quatro colunas e a viga foram sujeitas a ensaios até à rotura determinando-se, em particular, as cargas críticas, as cargas últimas e os deslocamentos máximos.

Todas as etapas desta segunda fase do estudo experimental foram acompanhadas pela modelação numérica dos ensaios, presente no Capítulo 5 desta dissertação.

## 4.2 ENSAIOS DE CARACTERIZAÇÃO MECÂNICA DO MATERIAL

### 4.2.1 PREPARAÇÃO DOS PROVETES

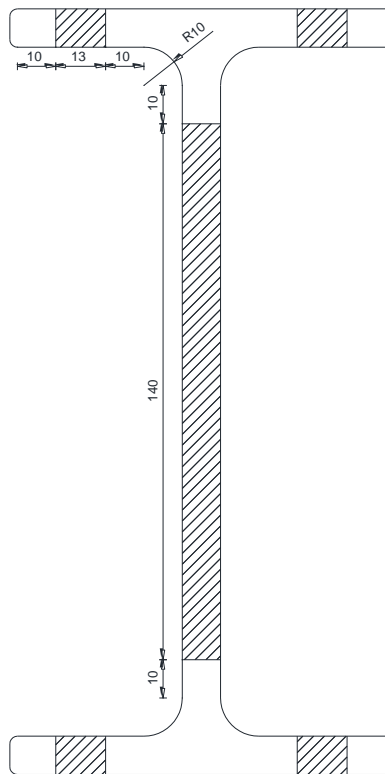
Os provetes que foram sujeitos aos diferentes tipos de ensaios mecânicos foram cortados a partir dos banzos e da alma do perfil em estudo. Os provetes foram cortados com as dimensões referidas nas normas existentes para cada tipo de ensaios (Tabela 4.1).

**Tabela 4.1. Normas utilizadas na determinação das dimensões dos provetes**

Ensaio	Norma utilizada
Flexão	EN ISO 14125
Corte interlaminar	ASTM D 2344/D 2344M-00
Compressão	ASTM D 695-02
Tracção	ISO 527-4
Corte por tensão bi-axial	ISO 527-5

Todas as normas indicam que o número mínimo de provetes a utilizar em cada ensaio é cinco. Decidiu-se, então, que se deveriam cortar oito provetes por ensaio, para obter uma maior amostragem e também para prevenir a eventual danificação de algum provete ou a obtenção de resultados anómalos.

Na norma EN 13706-2 [4.1] é especificado que os cortes dos provetes devem ser feitos com um afastamento de 10 mm dos cantos e de qualquer mudança na secção do perfil. Assim, idealmente, definiu-se que os cortes deveriam ser feitos de acordo com a Figura 4.2.



**Figura 4.2. Área da secção transversal indicada para utilização em provetes**

Nem sempre foi possível respeitar os afastamentos indicados na Figura 4.2, uma vez que a largura útil dos banzos disponível para os cortes (13 mm) de acordo com a norma é muito limitada, e a sua consideração inviabilizaria a realização de alguns dos ensaios previstos.

Foram efectuados cortes transversais ao perfil tendo em conta o comprimento de cada um dos tipos de provetes. Para esse efeito utilizou-se uma serra eléctrica com refrigeração a água *Cosen* ilustrada na Figura 4.3. Neste processo, a velocidade de corte foi a mais lenta possível para que a superfície dos provetes fique completamente plana. É aconselhável a utilização de refrigeração para evitar o sobreaquecimento da serra e, desta forma, a sua danificação e rotura. O resultado dos cortes transversais ao perfil está representado na Figura 4.4. O corte longitudinal dos provetes foi efectuado com uma serra eléctrica de disco sem refrigeração, tendo sido utilizado todo o material de protecção adequado (luvas, óculos e máscara) (Figura 4.5).



Figura 4.3. Serra eléctrica com refrigeração utilizada nos cortes transversais

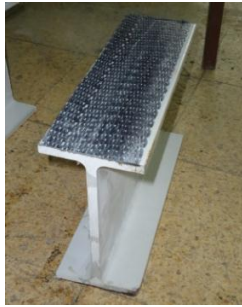


Figura 4.4. Amostra do resultado do corte transversal do perfil



Figura 4.5. (a) Serra de disco utilizada no corte longitudinal e (b) amostras dos provetes



Todos os provetes foram medidos posteriormente. O comprimento foi medido com uma régua milimétrica e registado com uma aproximação a 0,1 mm. Mediram-se também a largura e espessura em três secções dos provetes com o auxílio de uma craveira electrónica com precisão de 0,01 mm: no centro do provete e em duas secções distanciadas daquela consoante o comprimento do provete (50 mm nos provetes de flexão, tracção e corte por tensão bi-axial; 10 mm nos provetes de corte e compressão).

## 4.2.2 ENSAIO DE FLEXÃO

### 4.2.2.1 OBJECTIVO DO ENSAIO

O objectivo deste ensaio foi avaliar o comportamento em flexão de laminados do banzo e da alma do perfil em estudo, determinando-se em particular as curvas de tensão-extensão e, a partir destas, o módulo de elasticidade ( $E_f$ ), a resistência ( $\sigma_{fu}$ ) e a extensão última ( $\epsilon_{fu}$ ) em flexão.

A norma utilizada neste ensaio foi a EN ISO 14125 [4.2]. Nela são sugeridos dois métodos para ensaio de provetes: método A (viga simplesmente apoiada com flexão em 3 apoios) e método B (viga simplesmente apoiada com flexão em 4 apoios). Optou-se por se realizar o ensaio através do método A. O princípio do ensaio consiste em determinar os parâmetros acima definidos através dos valores de força e deslocamento obtidos no carregamento do provete.

A norma preconiza que o cálculo de tensões ( $\sigma_f$ ) e extensões ( $\varepsilon_f$ ) seja efectuada através das seguintes equações,

$$\sigma_f = \frac{3 \times F \times L}{2 \times b \times h^2} \quad (4.1)$$

$$\varepsilon_f = \frac{6 \times \delta \times h}{L^2} \quad (4.2)$$

em que

- F – força aplicada;
- L – comprimento do vão;
- b – largura do provete;
- h – espessura do provete;
- $\delta$  – deslocamento.

Para grandes deslocamentos (superiores a 0,1L) é preconizada uma correcção das equações acima descritas dada pelas seguintes equações,

$$\sigma_f = \frac{3 \times F \times L}{2 \times b \times h^2} \left\{ 1 + 6 \left( \frac{\delta}{L} \right)^2 - 3 \left( \frac{\delta \times h}{L^2} \right) \right\} \quad (4.3)$$

$$\varepsilon_f = \frac{h}{L} \left\{ 6,00 \times \frac{\delta}{L} - 24,37 \left( \frac{\delta}{L} \right)^3 + 62,17 \left( \frac{\delta}{L} \right)^5 \right\} \quad (4.4)$$

Para a determinação do módulo de elasticidade em flexão a norma preconiza que sejam considerados os valores de extensão correspondentes a  $\varepsilon_f' = 0,0005$  e  $\varepsilon_f'' = 0,0025$ , utilizando-se a seguinte equação,

$$E_f = \frac{L^3}{4 \times b \times h^3} \left( \frac{\Delta F}{\Delta \delta} \right) \quad (4.5)$$

em que

- $\Delta F$  – diferença dos valores de força aplicada associados a  $\varepsilon_f' = 0,0005$  e  $\varepsilon_f'' = 0,0025$ ;
- $\Delta \delta$  – diferença dos valores de deslocamento associados a  $\varepsilon_f' = 0,0005$  e  $\varepsilon_f'' = 0,0025$ .

#### 4.2.2.2 ESQUEMA DE ENSAIO, INSTRUMENTAÇÃO E PROCEDIMENTO

A norma prescreve, para provetes com espessura de 10 mm, um comprimento total de 300 mm, um vão entre apoios de 200 mm e uma largura de 15 mm. Os apoios foram materializados por uma peça cortada de um perfil com secção em U, cujas abas foram devidamente arredondadas (Figura 4.6).

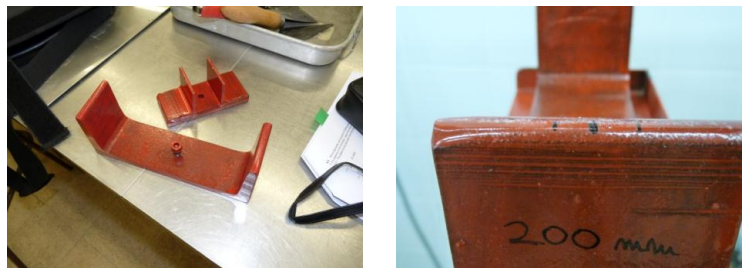


Figura 4.6. Apoio para o ensaio de flexão

Na realidade, o vão entre apoios não foi exactamente 200 mm, como prescreve a norma, mas sim 192 mm. O restante equipamento utilizado foi uma prensa da marca *Seidner Form Test* (com uma capacidade de 10 kN e uma célula de carga com precisão de 0,001 kN) e um deflectómetro da marca *TML* (com um curso de 50 mm e uma precisão de 0,01 mm). Todos os valores medidos foram registados em PC através de uma unidade de aquisição de dados da marca *HBM*, modelo *Spider 8*. A Figura 4.7 esquematiza o ensaio de flexão bem como as suas dimensões. A Figura 4.8 mostra como foi realizada a montagem do ensaio.



Figura 4.7. Esquema do ensaio de flexão



Figura 4.8. Montagem do ensaio de flexão

Foram ensaiados oito provetes tanto para a alma como para os banzos (designados por FA1 a FA8 e FB1 a FB8, respectivamente), sendo que, para os provetes dos banzos, se ensaiaram quatro provetes com a manta de CFRP em compressão (FB1 a FB4) e outros quatro com a mesma em tracção (FB5 a FB8). As dimensões de todos os provetes ensaiados encontram-se listadas no Anexo I.A.

Os provetes foram carregados monotonicamente até à rotura a uma velocidade de aproximadamente 20 mm/min. Este valor contrasta com a recomendação da norma de ensaio (6 mm/min) devido ao facto de não ser possível fixar a velocidade de ensaio no equipamento. O deslocamento aplicado é controlado por uma válvula manual existindo apenas um visor analógico que indica o valor da velocidade do ensaio em kN/s tornando, assim, difícil o controlo da velocidade do deslocamento aplicado.

#### 4.2.2.3 CÁLCULOS E ANÁLISE DE RESULTADOS

Todos os ensaios foram considerados válidos uma vez que a rotura ocorreu claramente por flexão. Aplicando aos valores medidos de forças e deslocamentos as equações descritas na norma ((4.1), (4.2), (4.3) e (4.4)), obtêm-se as curvas de tensão-extensão correspondentes, apresentadas nas Figuras 4.9, 4.10 e 4.11.

Nos provetes da alma o comportamento é elástico-linear praticamente até à rotura e estes, tais como os provetes do banzo, apresentam uma recuperação considerável da deformação após a rotura, como se pode observar na Figura 4.12, que mostra um provete da alma após a rotura. Este facto deve-se às fibras que não atingiram a rotura se encontrarem, ainda, em regime elástico-linear.

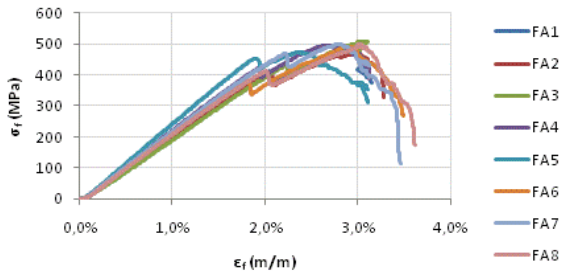


Figura 4.9. Curvas tensão-extensão do ensaio de flexão para provetes da alma

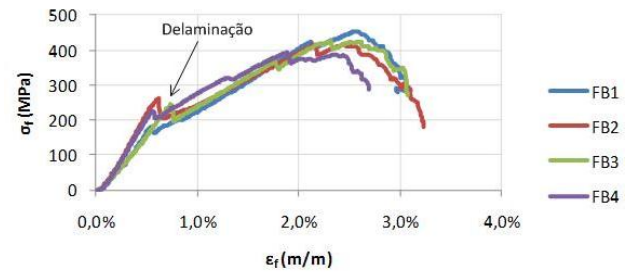


Figura 4.10. Curvas tensão-extensão do ensaio de flexão para provetes do banzo com a manta de CFRP comprimida

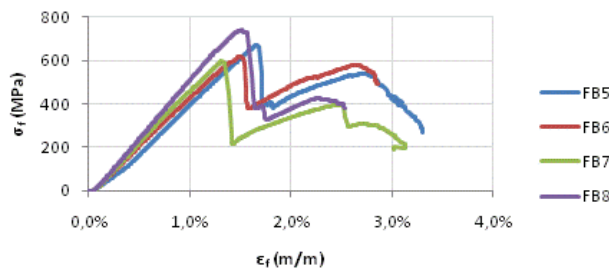


Figura 4.11. Curvas tensão-extensão do ensaio de flexão para provetes do banzo com a manta de CFRP traccionada

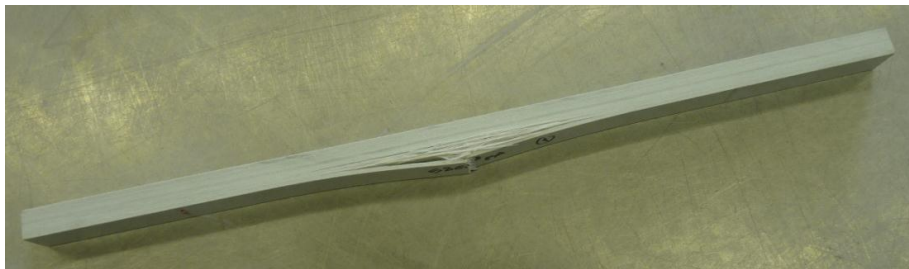


Figura 4.12. Provete da alma após rotura

Nos provetes do banzo com a manta de CFRP comprimida ocorreu um fenómeno de delaminação da manta (Figura 4.13) para extensões de  $\epsilon_f \approx 0,006$ . O provete apresentou, então, um regime elástico-linear caracterizado por dois módulos de elasticidade em flexão distintos, antes e após a delaminação da manta de CFRP. Considerou-se importante incluir nos resultados a tensão ( $\sigma_{fdel}$ ) e a extensão ( $\epsilon_{fdel}$ ) instaladas no provete quando ocorreu delaminação da manta de CFRP. Além destes valores, foi também calculado o módulo de elasticidade em flexão do segundo troço linear ( $E_{f2}$ ).

Nos provetes do banzo com a manta de CFRP traccionada (Figura 4.14) a rotura ocorreu para tensões superiores às registadas nos restantes ensaios mostrando que a fibra de carbono possui uma resistência mais elevada que a fibra de vidro. No entanto, depois da redução brusca de tensões (correspondente à rotura da manta de CFRP) o provete resistiu ainda a um pequeno aumento de tensões confirmando que as fibras de vidro possuem uma maior extensão de rotura, quando comparadas com as fibras de carbono.

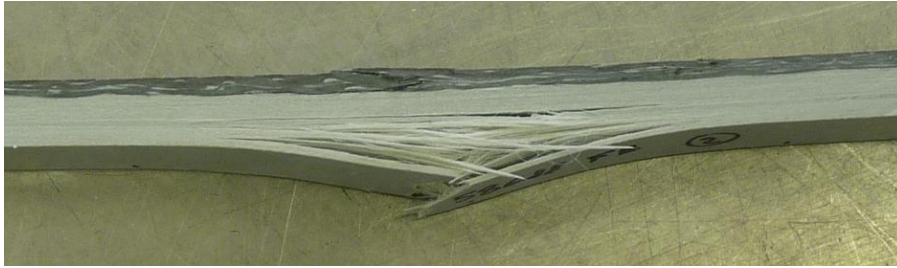


Figura 4.13. Delaminação da manta de CFRP na face superior de provetes do banzo



Figura 4.14. Modo de rotura de um provete do banzo com a manta de CFRP traccionada

Na determinação dos módulos de elasticidade em flexão dos vários provetes não foram considerados os valores da norma para a extensão, visto que para deformações<sup>2</sup> da ordem de  $\epsilon_f = 0,0005$  os provetes ainda se encontravam em fase de ajuste com o carregamento, sendo a curva linear apenas para valores superiores a cerca de  $\epsilon_f = 0,002$ . Deste modo, os módulos de elasticidade em flexão foram calculados através de uma regressão linear dos troços lineares das curvas tensão-extensão. Os intervalos de extensão para o cálculo dos vários módulos de elasticidade em flexão estão presentes na Tabela 4.2, em que  $\epsilon_{f2}$  corresponde a extensões do segundo troço linear da curva tensão-extensão dos provetes do banzo com a manta de CFRP comprimida.

Tabela 4.2. Intervalo de extensões para o cálculo dos vários módulos de elasticidade em flexão

Provetes	$\epsilon_f'$	$\epsilon_f''$	$\epsilon_{f2}'$	$\epsilon_{f2}''$
Alma	0,0050	0,0150	-	-
Banzo CFRP <sub>sup</sub>	0,0025	0,0050	0,0100	0,0125
Banzo CFRP <sub>inf</sub>	0,0050	0,0100	-	-

<sup>2</sup> Deformações determinadas a partir dos valores medidos do deslocamento



Todos os valores notáveis obtidos nas curvas força-deslocamento e tensão-extensão estão presentes no Anexo I.A. As médias, desvios padrão e coeficientes de variação associados a cada parâmetro estão indicados nas Tabelas 4.3, 4.4 e 4.5.

**Tabela 4.3. Resultados dos provetes da alma ensaiados à flexão**

	$F_u$ (kN)	$\delta_u$ (mm)	$\sigma_{fu}$ (MPa)	$\epsilon_{fu}$	$E_f$ (GPa)
<b>Média</b>	2,546	17,35	484,8	2,82%	22,16
<b>Desv. pad.</b>	0,066	1,437	11,217	0,23%	1,568
<b>C. var.</b>	2,60%	8,28%	2,31%	8,21%	7,08%

**Tabela 4.4. Resultados dos provetes do banzo ensaiados à flexão (manta de CFRP comprimida)**

	$F_u$ (kN)	$\delta_u$ (mm)	$\sigma_{fu}$ (MPa)	$\epsilon_{fu}$	$\sigma_{del}$ (MPa)	$\epsilon_{del}$	$E_f$ (GPa)	$E_{f2}$ (GPa)
<b>Média</b>	2,179	14,21	422,1	2,30%	228,4	0,62%	44,24	15,91
<b>Desv. Pad.</b>	0,107	1,90	25,0	0,30%	35,7	0,09%	7,70	0,92
<b>C. var.</b>	4,89%	13,39%	5,93%	13,06%	15,63%	14,41%	17,40%	5,81%

**Tabela 4.5. Resultados dos provetes dos banzos ensaiados à flexão (manta de CFRP traccionada)**

	$F_u$ (kN)	$\delta_u$ (mm)	$\sigma_{fu}$ (MPa)	$\epsilon_{fu}$	$E_f$ (GPa)
<b>Média</b>	3,303	9,26	620,4	1,50%	48,13
<b>Desv. Pad.</b>	0,164	0,91	37,2	0,14%	4,35
<b>C. var.</b>	4,98%	9,78%	6,00%	9,34%	9,03%

As Figuras 4.15, 4.16 e 4.17 mostram a comparação dos valores médios dos módulos de elasticidade, resistência e extensão última em flexão obtidos nos ensaios realizados. Nessas figuras o significado das legendas é o seguinte: A – provetes da alma; B(CC) – provetes do banzo com a manta de CFRP na face superior (comprimida); B(CD) – provetes do banzo com a manta de CFRP na face superior após a delaminação da mesma; B(CT) – provetes do banzo com a manta de CFRP na face inferior (traccionada).

Como era expectável, os provetes do banzo apresentaram maior módulo de elasticidade em flexão do que os provetes da alma. Nos provetes do banzo em que a manta de CFRP está traccionada este facto é mais evidente porque não ocorre delaminação da mesma. Estes provetes apresentaram maior resistência e menor extensão última. Segundo *Bank* [4.8] as fibras de vidro distinguem-se das fibras de carbono essencialmente na extensão de rotura (GF – 2,5%; CF – 1,2%) apresentando geralmente tensões na rotura semelhantes (GF – 3400 MPa; CF – 3700 MPa) para tipos de fibras *standard*. A resistência superior apresentada pelos provetes com a manta CFRP traccionada pode ser explicada porque esta têm um volume de fibras mais elevado (cerca de 65%) quando comparada com o compósito de GFRP (entre 25 e 40%) [4.8].

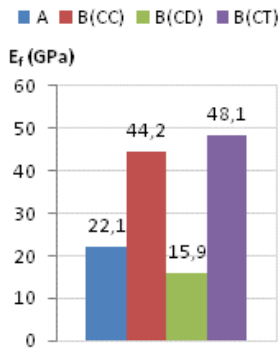


Figura 4.15. Módulos de elasticidade dos provedores em flexão

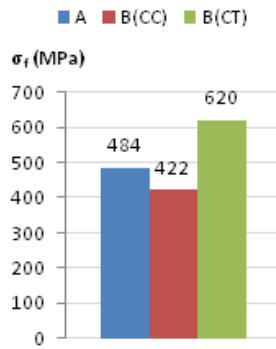


Figura 4.16. Resistência dos provedores em flexão

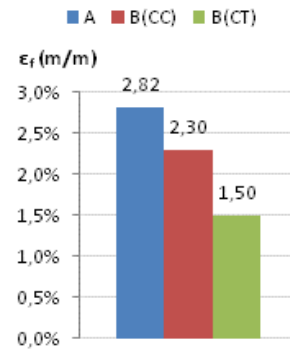


Figura 4.17. Extensões últimas provedores em flexão

É possível, ainda, tirar certas conclusões relativas aos valores dos módulos de elasticidade em flexão e resistências dos provedores da alma e do banzo com a manta de CFRP comprimida. Após a delaminação da manta de CFRP, os provedores do banzo têm uma redução da altura útil (associada à espessura da manta delaminada) que não foi considerada na obtenção das curvas de tensão-extensão. Se esta redução tivesse sido considerada, os valores dos módulos de elasticidade em flexão e resistência destes provedores seriam ligeiramente superiores e mais próximos dos valores obtidos para os provedores da alma. Este resultado é natural uma vez que, a partir do momento em que ocorre a delaminação da manta de CFRP, são apenas as fibras de vidro que estão a resistir à flexão (tal como acontece nos provedores da alma).

## 4.2.3 ENSAIO DE CORTE INTERLAMINAR

### 4.2.3.1 OBJECTIVO DO ENSAIO

O objectivo deste ensaio foi avaliar o comportamento em flexão de laminados do banzo e da alma do perfil em estudo, ensaiados num vão curto determinando-se a resistência ao corte interlaminar ( $F^{sbs}$ ).

A norma utilizada neste ensaio foi a ASTM D 2344/D 2344M-00 [4.3]. Nela é sugerido um ensaio de viga curta com flexão em 3 pontos, com dimensões tais que a rotura ocorra por corte interlaminar e não por flexão. A norma preconiza que o cálculo da resistência ao corte interlaminar se realize através da seguinte equação,

$$F^{sbs} = 0,75 \times \frac{F_u}{b \times h} \quad (4.6)$$

em que

- $F_u$  – força aplicada na rotura;
- $b$  – largura do provedor;
- $h$  – espessura do provedor.

#### 4.2.3.2 ESQUEMA DE ENSAIO, INSTRUMENTAÇÃO E PROCEDIMENTO

A norma prescreve, para provetes com espessura de 10 mm, um comprimento total de 60 mm, um vão entre apoios de 40 mm e uma largura de 15 mm. Os apoios foram materializados por uma peça cortada de um perfil com secção em U soldada a uma placa como está representado na Figura 4.18. Na realidade o vão entre apoios não foi exactamente 40 mm como prescreve a norma, mas sim 39 mm.

O restante equipamento utilizado foi idêntico ao do ensaio de flexão: uma prensa da marca *Seidner Form Test* (com uma capacidade de 10 kN e uma célula de carga com precisão de 0,001 kN), um deflectómetro da marca *TML* (com um curso de 50 mm e uma precisão de 0,01 mm) e uma unidade de aquisição de dados da marca *HBM*, modelo *Spider 8*. A Figura 4.19 esquematiza o ensaio de corte interlaminar bem como as suas dimensões. A Figura 4.20 mostra como foi realizada a montagem do ensaio.



Figura 4.18. Apoio para o ensaio em corte interlaminar

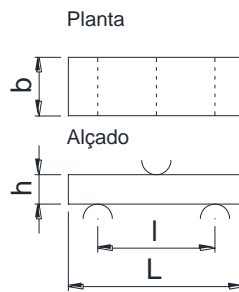


Figura 4.19. Esquema do ensaio de corte interlaminar



Figura 4.20. Montagem do ensaio de corte interlaminar

Foram ensaiados oito provetes tanto para a alma como para os banzos (SA1 a SA8 e SB1 a SB8 respectivamente), sendo que para os banzos se ensaiaram quatro provetes com a manta de CFRP na face superior do provete (SB1 a SB4) e outros quatro com a mesma na face inferior (SB5 a SB8). As dimensões de todos os provetes ensaiados encontram-se listadas no Anexo I.B.

Os provetes foram carregados monotonicamente até à rotura a uma velocidade de aproximadamente 2 mm/min. Este valor contrasta com a recomendação da norma de ensaio (1 mm/min) pelos motivos já explicados no ensaio de flexão (4.2.2.2).

#### 4.2.3.3 CÁLCULOS E ANÁLISE DE RESULTADOS

O ensaio do provete SB1 não foi considerado válido, uma vez que houve um problema electrónico na aquisição e, por esse motivo, não foi possível registar quaisquer dados de forças e deslocamentos associados. Todos os outros ensaios foram considerados válidos por ter ocorrido claramente rotura por corte interlaminar. Os resultados obtidos em termos de forças e deslocamentos são apresentados nas Figuras 4.21, 4.22 e 4.23.

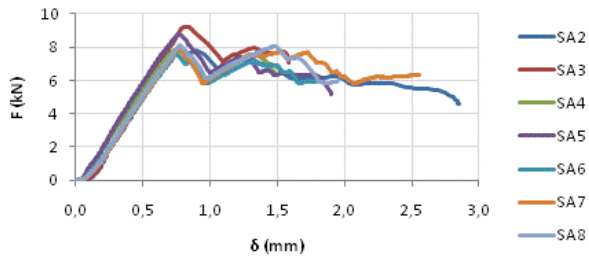


Figura 4.21. Curvas força-deslocamento a meio-vão do ensaio de corte interlaminar para provetes da alma

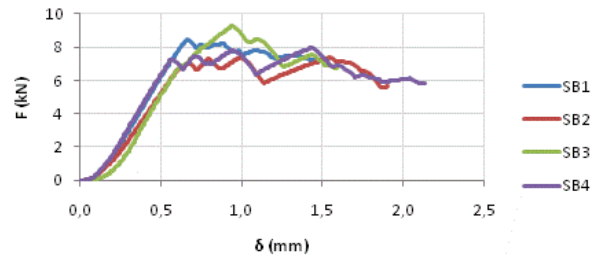


Figura 4.22. Curvas força-deslocamento a meio-vão do ensaio de corte interlaminar para provetes do banzo (manta de CFRP na face superior)

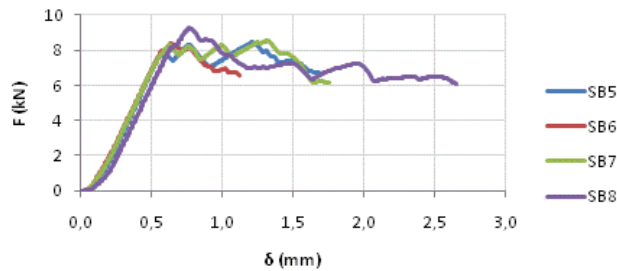


Figura 4.23. Curvas força-deslocamento a meio-vão do ensaio de corte interlaminar para provetes do banzo (manta de CFRP na face inferior)

Todos os provetes ensaiados apresentaram uma fase de ajuste de carregamento no início da aplicação do deslocamento, seguido de comportamento linear até à primeira rotura interlaminar. Após essa primeira rotura (Figura 4.24), os provetes ainda apresentaram capacidade resistente para deslocamentos superiores. Durante este processo, ocorreram roturas interlaminares concentradas entre as camadas dos laminados.

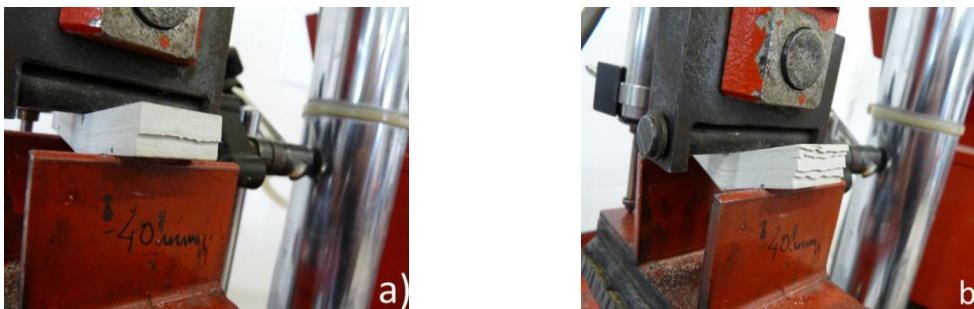


Figura 4.24. (a) Primeira rotura por corte interlaminar e (b) secção de extremidade após rotura final

Os valores de força aplicada na rotura ( $F_u$ ), deslocamento na rotura ( $\delta_u$ ) e resistência ao corte interlaminar ( $F^{sbs}$ ) registados em cada um dos ensaios são apresentados no Anexo I.B. As médias, desvios padrão e coeficientes de variação associados a cada parâmetro estão indicados nas Tabelas 4.6 e 4.7. Visto que os provetes dos banzos não apresentaram diferenças significativas nos parâmetros registados, optou-se por agrupá-los num só conjunto.

**Tabela 4.6. Resultados obtidos para os provetes da alma ensaiados ao corte interlaminar**

	$F_u$ (kN)	$\delta_u$ (mm)	$F^{sbs}$ (MPa)
<b>Média</b>	8,179	0,77	31,33
<b>Desv. Pad.</b>	0,596	0,02	2,50
<b>C. Var.</b>	7,29%	3,10	7,99%

**Tabela 4.7. Resultados obtidos para os provetes do banzo ensaiados ao corte interlaminar**

	$F_u$ (kN)	$\delta_u$ (mm)	$F^{sbs}$ (MPa)
<b>Média</b>	8,470	1,0	31,70
<b>Desv. Pad.</b>	0,633	0,36	2,29
<b>C. Var.</b>	7,47%	33,85%	7,24%

Os provetes do banzo apresentaram um coeficiente de variação elevado associado aos deslocamentos na rotura porque a tensão de corte do provete não foi sempre máxima quando ocorreu a primeira rotura interlaminar. Os provetes cuja resistência máxima não foi atingida na primeira rotura interlaminar apresentaram, então, maiores deslocamentos associados à força última.

Como esperado, os valores de resistência ao corte interlaminar são semelhantes na alma e nos banzos, visto que a rotura se dá por corte na matriz polimérica e esta é igual em ambos os tipos de provetes. Então, considerou-se adequado realizar uma análise conjunta de todos os provetes, obtendo uma amostragem mais significativa (Tabela 4.8).

**Tabela 4.8. Análise conjunta da resistência ao corte interlaminar dos provetes da alma e dos banzos**

	$F^{sbs}$ (MPa)
<b>Média</b>	31,53
<b>Desv. Pad.</b>	2,31
<b>C. Var.</b>	7,34%

Este valor encontra-se perto limite superior do intervalo de valores fornecidos por *Bank* [4.8] que indica que a resistência ao corte interlaminar de perfis pultrudidos assume tipicamente valores entre 27 e 31 MPa.

## 4.2.4 ENSAIO DE COMPRESSÃO

### 4.2.4.1 OBJECTIVO DO ENSAIO

O objectivo deste ensaio foi avaliar o comportamento em compressão de laminados do banzo e da alma na direcção longitudinal e transversal do perfil em estudo, determinando-se em particular as curvas de tensão-extensão e, a partir destas, o módulo de elasticidade ( $E_c$ ), a resistência ( $\sigma_{cu}$ ) e a extensão última ( $\epsilon_{cu}$ ) em compressão.

A norma de ensaio utilizada foi a ASTM D695-02 [4.4]. Para o cálculo das tensões e extensões, a norma preconiza a utilização das seguintes equações,

$$\sigma_c = \frac{F}{A_{min}} \quad (4.7)$$

$$\varepsilon_c = \frac{\delta}{L} \quad (4.8)$$

em que,

- F – força aplicada;
- $A_{\min}$  – área seccional mínima do provete;
- $\delta$  – deslocamento;
- L – comprimento do provete.

Para a determinação do módulo de elasticidade em compressão, a norma preconiza a utilização da seguinte equação,

$$E_c = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} \quad (4.9)$$

em que,

- $\Delta\sigma$  – variação de tensões no troço linear inicial;
- $\Delta\varepsilon$  – variação de deformações no troço linear inicial.

O troço linear inicial deve ser definido entre dois pontos da curva tensão-extensão em que esta seja linear.

#### 4.2.4.2 ESQUEMA DE ENSAIO, INSTRUMENTAÇÃO E PROCEDIMENTO

A norma prescreve, para provetes com espessura de 10 mm, uma largura de 12,7 mm e um comprimento tal que a esbelteza do provete esteja entre 11 e 16, para que não ocorram fenómenos de encurvadura. O comprimento adoptado nos provetes do banzo na direcção transversal foi 30 mm visto que o banzo não tinha largura suficiente para provetes com comprimento de 40 mm. Para todos os outros o comprimento adoptado foi 40 mm.

O equipamento utilizado foi uma prensa da marca *Seidner Form Test* (com uma capacidade de 200 kN e uma célula de carga com precisão de 0,01 kN) e um deflectómetro da marca *TML* (com um curso de 50 mm e uma precisão de 0,01 mm). Todos os valores obtidos foram registados em PC através de uma unidade de aquisição de dados da marca *HBM*, modelo *Spider 8*. A Figura 4.25 esquematiza o ensaio de compressão bem como as suas dimensões. O provete foi colocado de tal modo que o seu eixo ficasse alinhado com o eixo da prensa. A Figura 4.26 mostra como foi realizada a montagem do ensaio.

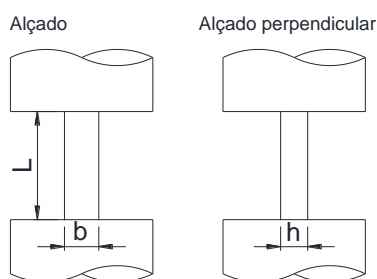


Figura 4.25. Esquema do ensaio de compressão Figura 4.26. Montagem do ensaio de compressão

Foram ensaiados oito provetes, tanto para a alma como para os banzos nas direcções longitudinal (CA1 a CA8 e CB1 a CB8) e transversal (CTA1 a CTA8 e CTB1 a CTB8). As dimensões de todos os provetes ensaiados encontram-se listadas no Anexo I.C.

Os provetes foram carregados monotonicamente até à rotura a uma velocidade aproximada de 1 mm/min. A velocidade recomendada pela norma (1,3 mm/min) não foi fácil de respeitar pelos motivos explicados no ensaio de flexão (4.2.2.2).

#### 4.2.4.3 CÁLCULOS E ANÁLISE DE RESULTADOS

De todos os provetes ensaiados, quatro foram considerados inválidos. Dois deles por não terem quaisquer dados de forças e deslocamentos associados, devido a problemas electrónicos (CA5 e CA6). Outros dois porque a rotura não ocorreu por esmagamento do provete, mas sim por encurvadura do mesmo (CB4 e CB5). Aplicando aos valores medidos de forças e deslocamentos as equações descritas na norma ((4.7) e (4.8)) obtiveram-se as curvas tensão-extensão correspondentes. Estas são ilustradas nas Figuras 4.27, 4.28, 4.29 e 4.30.

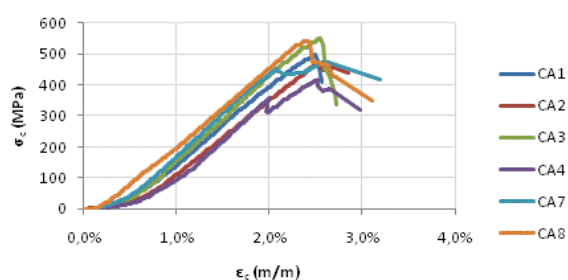


Figura 4.27. Curvas tensão-extensão do ensaio de compressão para provetes da alma na direcção longitudinal

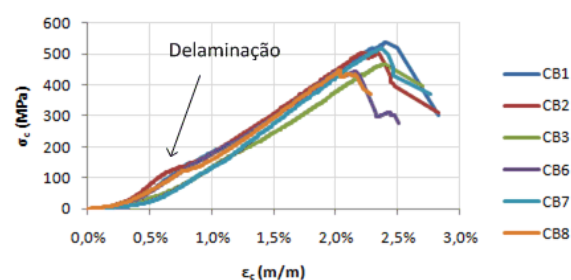


Figura 4.28. Curvas tensão-extensão (corrigidos) do ensaio de compressão para provetes do banzo na direcção longitudinal

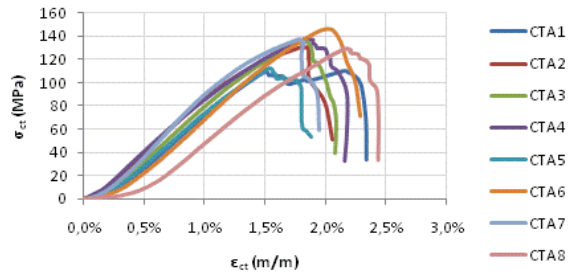


Figura 4.29. Curvas tensão-extensão do ensaio de compressão para provetes da alma na direcção transversal

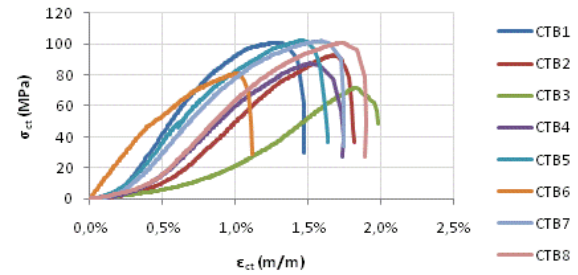


Figura 4.30. Curvas tensão-extensão do ensaio de compressão para provetes do banzo na direcção transversal

A Figura 4.31 mostra os dois modos de rotura observados no ensaio de compressão longitudinal (esmagamento e encurvadura), bem como o modo de rotura com esmagamento observado no ensaio de compressão transversal.

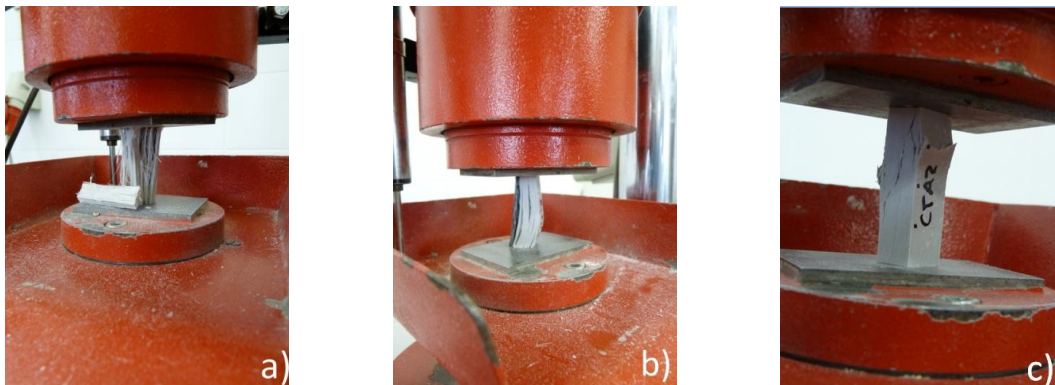


Figura 4.31. Modos de rotura do provete por (a) esmagamento, (b) encurvadura e (c) esmagamento transversal no ensaio de compressão

Nos provetes dos banzos na direcção longitudinal observou-se a ocorrência da delaminação da manta de CFRP, tal como no ensaio de flexão, para deformações relativamente reduzidas  $\epsilon_c = 0,005$  (Figura 4.32). Como neste caso, ao contrário do ensaio de flexão, não foi possível definir dois troços lineares na curva (antes e após a delaminação), corrigiram-se os valores de tensão e extensão dos provetes subtraindo 1,5 mm (espessura nominal da manta de CFRP) à espessura total do provete. Esta correcção não é completamente rigorosa, uma vez que a espessura da manta não é constante em todo o perfil e, portanto, variará ligeiramente de provete para provete.

As curvas tensão-extensão associadas aos provetes do banzo na direcção transversal apresentaram uma grande dispersão. Este facto deve-se à variação da espessura da manta de CFRP ao longo do provete. Todos os valores notáveis obtidos nos diagramas de força-deslocamento e tensão-extensão são apresentados no Anexo I.C. As médias, desvios padrão e coeficientes de variação associados a cada parâmetro estão indicados nas Tabelas 4.9, 4.10, 4.11 e 4.12.





Figura 4.32. Delaminação da manta de CFRP no ensaio de compressão

Tabela 4.9. Resultados obtidos para os provetes da alma ensaiados à compressão na direcção longitudinal

	$F_u$ (kN)	$\delta_u$ (mm)	$\sigma_{cu}$ (MPa)	$\epsilon_{cu}$	$E_c$ (GPa)
<b>Média</b>	61,940	1,02	495,07	2,51%	26,16
<b>Desv. Pad.</b>	5,179	0,03	53,67	0,09%	1,29
<b>C. Var.</b>	8,36%	2,80%	10,84%	3,45%	4,93%

Tabela 4.10. Resultados obtidos para os provetes da alma ensaiados à compressão na direcção transversal

	$F_u$ (kN)	$\delta_u$ (mm)	$\sigma_{ctu}$ (MPa)	$\epsilon_{ctu}$	$E_{ct}$ (GPa)
<b>Média</b>	16,889	0,77	130,05	1,90%	9,35
<b>Desv. Pad.</b>	1,548	0,08	11,67	0,20%	0,61
<b>C. Var.</b>	9,17%	9,85%	8,97%	10,37%	6,48%

Tabela 4.11. Resultados obtidos para os provetes do banzo ensaiados à compressão na direcção longitudinal

	$F_u$ (kN)	$\delta_u$ (mm)	$\sigma_{cu}$ (MPa)	$\epsilon_{cu}$	$E_c$ (GPa)
<b>Média</b>	52,973	0,91	485,0	2,25%	25,74
<b>Desv. Pad.</b>	4,043	0,07	34,6	0,17%	2,66
<b>C. Var.</b>	7,63%	7,60%	7,13%	7,62%	10,32%

Tabela 4.12. Resultados obtidos para provetes do banzo ensaiados à compressão na direcção transversal

	$F_u$ (kN)	$\delta_u$ (mm)	$\sigma_{ctu}$ (MPa)	$\epsilon_{ctu}$	$E_{ct}$ (GPa)
<b>Média</b>	10,315	0,45	92,3	1,52%	10,15
<b>Desv. Pad.</b>	1,379	0,07	10,7	0,24%	1,62
<b>C. Var.</b>	13,37%	15,68%	11,58%	16,06%	15,95%

As Figuras 4.33, 4.34 e 4.35 mostram a comparação dos valores médios dos módulos de elasticidade, resistência e extensão última em compressão obtidos nos ensaios realizados. Nessas figuras, o significado das legendas é o seguinte: A – provetes da alma na direcção longitudinal, B – provetes do banzo na direcção longitudinal, AT – provetes da alma na direcção transversal, BT – provetes do banzo na direcção transversal.

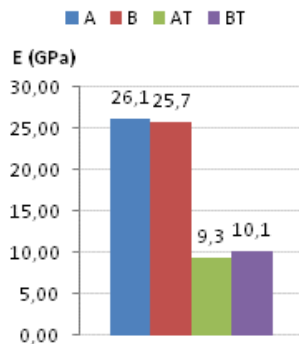


Figura 4.33. Módulos de elasticidade dos provetes em compressão

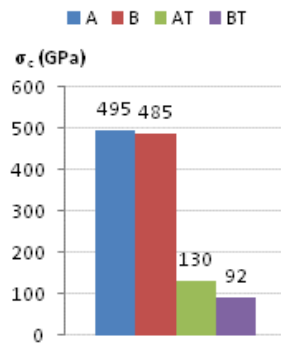


Figura 4.34. Resistências dos provetes em compressão

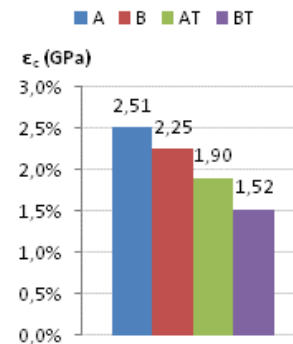


Figura 4.35. Extensões últimas dos provetes em compressão

Como seria expectável, o módulo de elasticidade e a resistência na direcção longitudinal são muito superiores aos mesmos parâmetros na direcção transversal. Os valores de  $E_c$ ,  $\sigma_c$  e  $\epsilon_c$  não apresentaram grande variação entre os provetes da alma e banzos. Admitindo que o teor de fibras de vidro em cada tipo de provete é aproximado (Correia [4.9]), pode-se concluir que a correcção de altura útil, devida à delaminação da manta é razoável.

Há ainda a referir a ocorrência de rotura por encurvadura em dois provetes dos banzos (que não se verificou em provetes da alma). Este facto pode ser explicado pela delaminação da manta de CFRP. A delaminação implica uma diminuição da altura útil da secção. Esta diminuição faz com que a esbelteza do provete aumente espolitando, então, a ocorrência de encurvadura.

## 4.2.5 ENSAIO DE TRACÇÃO

### 4.2.5.1 OBJECTIVO DO ENSAIO

O objectivo deste ensaio foi avaliar o comportamento em tracção de laminados do banzo e da alma do perfil em estudo, determinando-se em particular as curvas de tensão-extensão e, a partir destas, o módulo de elasticidade ( $E_t$ ), a resistência ( $\sigma_{tu}$ ) e a extensão última ( $\epsilon_{tu}$ ) em tracção.

As normas de ensaio utilizadas foram a ISO 527-1 [4.5] e a ISO 527-4 [4.6]. Para o cálculo das tensões e extensões, é preconizada a utilização das seguintes equações,

$$\sigma_t = \frac{F}{A_{min}} \quad (4.10)$$

$$\varepsilon_t = \frac{\delta}{L} \quad (4.11)$$

em que,

- F – força aplicada;
- $A_{\min}$  – área seccional mínima do provete;
- $\delta$  – deslocamento;
- L – comprimento do provete.

Para a determinação do módulo de elasticidade em tracção, é preconizada a utilização da seguinte equação,

$$E_t = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} \quad (4.12)$$

em que,

- $\Delta\sigma$  – variação de tensões no troço linear inicial;
- $\Delta\varepsilon$  – variação de deformações no troço linear inicial.

O troço linear inicial deve ser definido entre dois pontos da curva tensão-extensão em que esta seja linear.

Para determinação do coeficiente de Poisson ( $\nu_x$ ) utilizou-se a seguinte equação,

$$\nu_x = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \quad (4.13)$$

em que,

- $\varepsilon_y$  – extensão na direcção transversal do ensaio;
- $\varepsilon_x$  – extensão na direcção longitudinal do ensaio.

#### 4.2.5.2 ESQUEMA DE ENSAIO, INSTRUMENTAÇÃO E PROCEDIMENTO

A norma prescreve para os provetes com espessura de 10 mm, um comprimento total de superior a 250 mm, tendo-se optado por um comprimento de 300 mm, um vão entre garras de 150 mm e uma largura de 25 mm. O equipamento utilizado inclui extensómetros eléctricos, uma prensa da marca *Instron* (com uma capacidade de 250 kN e precisão de 0,01 kN) com medição de deslocamentos (precisão de 0,01 mm) ilustrada na Figura 4.36. O aperto das garras utilizado foi de 30 bar. Este valor é baseado em experiências anteriores realizadas no IST, de modo a evitar tanto o deslizamento das garras, como a rotura por aperto das mesmas. Todos os valores medidos foram registados em PC através de uma unidade de aquisição de dados da marca *HBM*, modelo *Spider 8*.

Foram ensaiados oito provetes tanto para a alma como para os banzos (TA1 a TA 8 e TB1 a TB8, respectivamente). Foram utilizados extensómetros nas direcções longitudinal e transversal em três provetes da alma (TA5, TA7 e TA8) para determinação do coeficiente de *Poisson*,  $\nu_x$ . Foram, também, utilizados extensómetros na direcção longitudinal em três provetes dos banzos medindo a extensão da face de GFRP e da face de CFRP para

determinação do módulo de elasticidade da manta de CFRP. Os restantes provetes foram ensaiados apenas com a medição de forças e deslocamentos. As dimensões de todos os provetes encontram-se listadas no Anexo I.D. As Figuras 4.37 e 4.38 esquematizam o ensaio de tracção bem como as dimensões dos provetes e a colocação dos extensómetros eléctricos.



Figura 4.36. Prensa *Instron* utilizada no ensaio de tracção

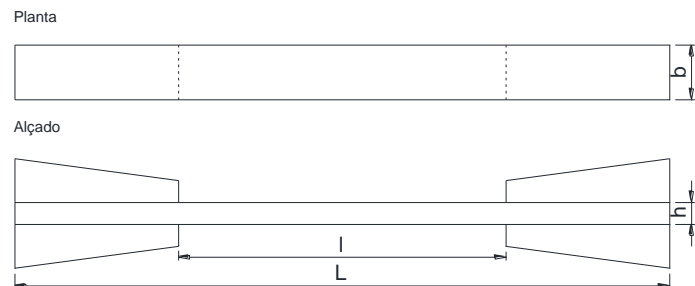


Figura 4.37. Esquema do ensaio de tracção

A Figura 4.39 mostra como foi realizada a montagem do ensaio. Os provetes foram carregados monotonicamente até à rotura a uma velocidade de aproximadamente 2 mm/min. Este valor é o recomendado pela norma utilizada. Neste caso foi possível realizar o controlo da velocidade do ensaio visto que a prensa utilizada permite a sua definição.

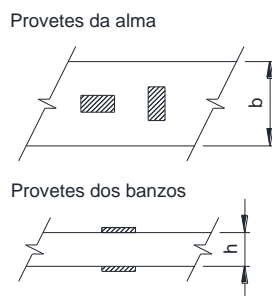


Figura 4.38. Posição dos extensómetros nos provetes da alma e dos banzos



Figura 4.39. Montagem do ensaio de tracção

#### 4.2.5.3 CÁLCULOS E ANÁLISE DE RESULTADOS

Todos os ensaios foram considerados válidos uma vez que a rotura ocorreu claramente por tracção das fibras. Os modos de rotura presenciados foram de três tipos diferentes: rotura nas fibras exteriores numa das secções próxima das garras<sup>3</sup>, rotura nas fibras exteriores de uma secção do vão, roturas das fibras no interior do provete. Os diferentes modos de rotura estão ilustrados na Figura 4.40.

<sup>3</sup> Segundo a norma de ensaio [4.5] este modo de rotura invalidaria o ensaio, no entanto, como os resultados foram muito semelhantes optou-se por considerar o ensaio como válido.

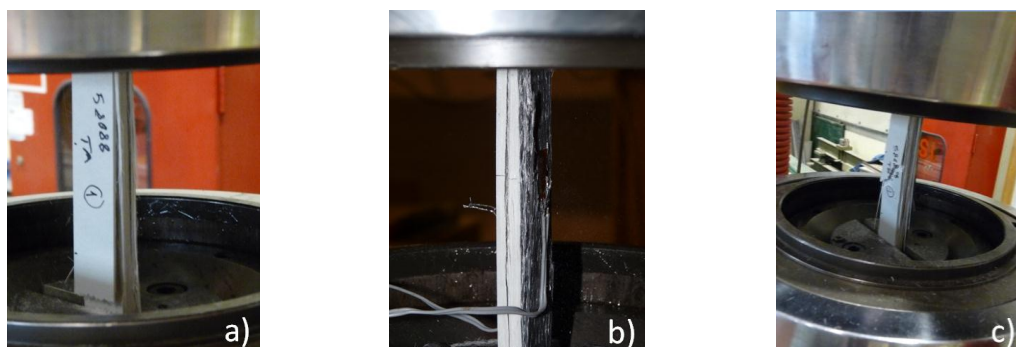


Figura 4.40. Rotura (a) na secção de aperto das garras, (b) fibras interiores e (c) fibras exteriores no ensaio de tracção

Os provetes TA1 e TB1 apresentaram menor módulo de elasticidade aparente em tracção e uma maior extensão na rotura que os restantes provetes. Estas diferenças podem ser explicadas pelo facto de estes dois provetes terem sido ensaiados num dia diferente dos restantes. A tensão de aperto das garras poderá não ter sido exactamente igual. As curvas força-deslocamento são apresentadas nas Figuras 4.41 e 4.42.

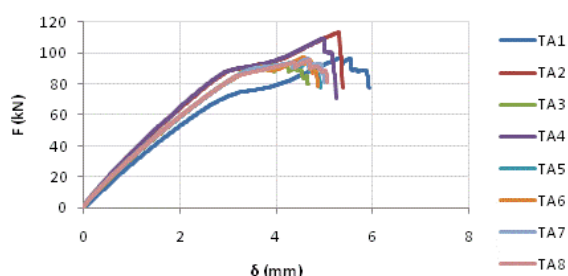


Figura 4.41. Curvas força-deslocamento do ensaio de tracção para provetes da alma

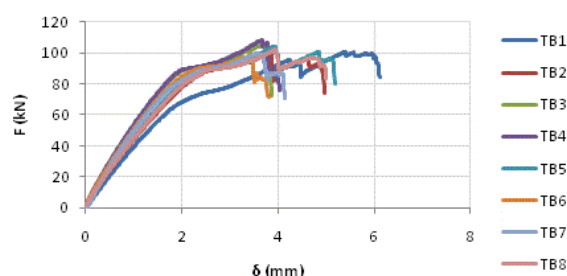


Figura 4.42. Curvas força-deslocamento do ensaio de tracção para provetes do banzo

Os resultados obtidos nos provetes com extensómetros estão apresentados nas Figuras 4.43 e 4.44. Nessas figuras o significado das legendas é o seguinte: (-),x – extensómetro na direcção longitudinal do provete, (-),y – extensómetro na direcção transversal do provete, (-),G – extensómetro na face de GFRP, (-),C – extensómetro na face de CFRP.

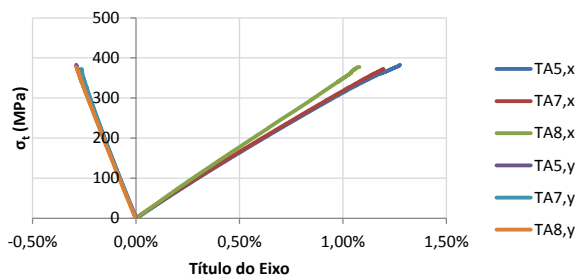


Figura 4.43. Curvas tensão-extensão do ensaio de tracção obtidos com extensómetros nos provetes da alma

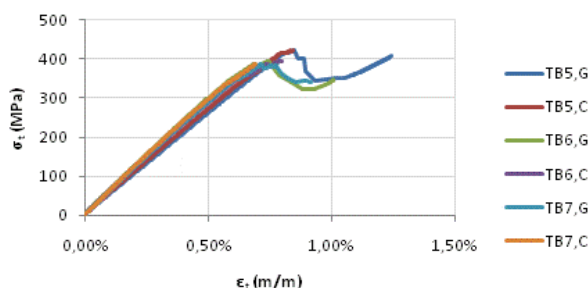


Figura 4.44. Curvas tensão-extensão do ensaio de tracção obtidos com extensómetros nos provetes do banzo

Visto que ocorreu deslizamento significativo nas garras de aperto, na determinação do módulo de elasticidade em tracção foram considerados apenas os provetes com extensómetros. Este foi determinado com base numa regressão linear entre os pontos de extensão  $\epsilon_t' = 0,0025$  e  $\epsilon_t'' = 0,005$ . Já para os valores de resistências últimas, foram considerados os valores medidos na célula de carga. Para o cálculo do coeficiente de *Poisson* fez-se uma média dos valores da equação (4.13) para valores de tensão entre 100 e 200 MPa. Não é possível a determinação exacta da extensão última visto que, nos resultados obtidos na prensa ocorreu deslizamento e os resultados obtidos nos extensómetros não foram registados os valores da extensão última.

Todos os valores notáveis obtidos nas curvas força-deslocamento e tensão-extensão são apresentados no Anexo I.D. As médias, desvios padrão e coeficientes de variação associados a cada parâmetro estão indicados nas Tabelas 4.13, 4.14, 4.15 e 4.16.

**Tabela 4.13. Resultados obtidos nos provetes da alma ensaiados à tracção**

Provete	$F_u$ (kN)	$\delta_u$ (mm)	$\sigma_{tu}$ (MPa)
<b>Média</b>	99,71	4,71	396,6
<b>Desv. pad.</b>	7,54	0,33	27,6
<b>C. var.</b>	7,56%	6,92%	6,96%

**Tabela 4.14. Resultados obtidos nos provetes do banzo ensaiados à tracção**

Provete	$F_u$ (kN)	$\delta_u$ (mm)	$\sigma_{tu}$ (MPa)
<b>Média</b>	102,67	3,73	412,7
<b>Desv. pad.</b>	3,23	0,16	16,1
<b>C. var.</b>	3,14%	4,39%	3,89%

**Tabela 4.15. Resultados obtidos nos extensómetros dos provetes da alma**

Provete	$E_t$ (GPa)	$\nu_x$
<b>Média</b>	32,81	0,266
<b>Desv. pad.</b>	1,48	0,19
<b>C. var.</b>	4,51%	7,18%

**Tabela 4.16. Resultados obtidos nos extensómetros dos provetes do banzo**

Provete	$E_G$ (GPa)	$E_C$ (GPa)	$E_{Médio}$ (GPa)
<b>Média</b>	55,17	55,17	55,17
<b>Desv. pad.</b>	3,11	1,68	2,16
<b>C. var.</b>	5,64%	3,05%	3,92%

Tal como esperado, os provetes do banzo apresentaram maior módulo de elasticidade e resistência em tracção do que os provetes da alma.

As Figuras 4.45 e 4.46 mostram a comparação dos valores médios dos módulos de elasticidade e resistência em tracção obtidos nos ensaios realizados.

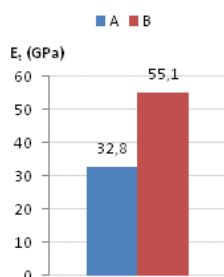


Figura 4.45. Módulo de elasticidade dos provetes em tracção

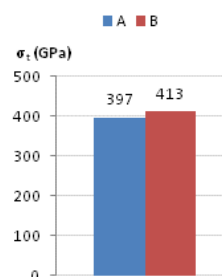


Figura 4.46. Resistência dos provetes em tracção

Através dos módulos de elasticidade obtidos é possível estimar o módulo de elasticidade da manta de CFRP. Para tal utiliza-se a equação seguinte,

$$(EA)_{Médio} = (EA)_G + (EA)_C \quad (4.14)$$

em que,

- $(EA)_{Médio}$  – rigidez axial apresentada pelo provete;
- $(EA)_G$  – rigidez axial aproximada do compósito de GFRP;
- $(EA)_C$  – rigidez axial aproximada da manta de CFRP.

A rigidez axial do compósito de GFRP do provete do banzo não é exacta. Esta foi determinada a partir dos provetes da alma, visto que depois de ocorrer rotura da manta de CFRP, os provetes do banzo não apresentaram capacidade resistente suficiente para a determinação da mesma (Figura 4.44)

Os valores de todas as variáveis na obtenção do mesmo estão na Tabela 4.17.

Tabela 4.17. Determinação do módulo de elasticidade em tracção da manta de CFRP

$E_{Médio}$ (GPa)	55,17
$A_{Médio}$ (mm <sup>2</sup> )	2500
$E_G$ (GPa)	32,81
$A_G$ (mm <sup>2</sup> )	2125
$A_C$ (mm <sup>2</sup> )	375
$E_C$ (GPa)	<b>181,85</b>

Este resultado é consistente com os resultados típicos obtidos em mantas de CFRP segundo *Bank* [4.8] que indica que módulo de elasticidade de mantas de CFRP (*Carbon Reinforced Strips*) é aproximadamente 165 GPa.

## 4.2.6 ENSAIO DE CORTE POR TENSÃO BI-AXIAL

### 4.2.6.1 OBJECTIVO DO ENSAIO

O objectivo deste ensaio foi avaliar o comportamento de laminados da alma do perfil em estudo sujeitos a carregamento bi-axial. Determinaram-se em particular as curvas de tensão tangencial-distorção e, a partir destas, o módulo elástico de distorção ( $G$ ), a tensão tangencial última ( $\tau_u$ ) e a distorção última ( $\gamma_u$ ).

O ensaio realizado não consta em nenhuma norma (ISO ou ASTM). No entanto, a norma ISO 527-5 [4.7] especifica dimensões e velocidade de carregamento para o ensaio de tracção com as fibras orientadas a  $10^\circ$  da direcção longitudinal de provetes.

Segundo *Hodgkinson* [4.11], em função da força aplicada ( $F$ ) é possível calcular a tensão aplicada no provete ( $\sigma_{xx}$ ), as tensões longitudinal ( $\sigma_{11}$ ), transversal ( $\sigma_{22}$ ) e tangencial ( $\tau_{12}$ ) do laminado em função da carga aplicada através das equações seguintes,

$$\sigma_{xx} = \frac{F}{A_{min}} \quad (4.15)$$

em que,

- $A_{min}$  – área mínima do provete.

$$\sigma_{11} = \sigma_{xx} \cos^2 \theta \quad (4.16)$$

$$\sigma_{22} = \sigma_{xx} \sin^2 \theta \quad (4.17)$$

$$\tau_{12} = \frac{1}{2} \sigma_{xx} \sin 2\theta \quad (4.18)$$

em que,

- $\theta$  – ângulo entre a direcção longitudinal do provete e das fibras (neste caso  $10^\circ$ ).

Através das extensões nas direcções longitudinal ( $e_a$ ), transversal ( $e_b$ ) e a  $45^\circ$  ( $e_c$ ) do provete é possível calcular a distorção nas direcções principais do provete ( $\gamma_{xy}$ ) e do laminado ( $\gamma_{12}$ ). Para tal podem-se utilizar as equações seguintes,

$$\gamma_{xy} = e_a + e_b - 2e_c \quad (4.19)$$

$$\gamma_{12} = (e_a - e_b) \sin 2\theta + \gamma_{xy} \cos 2\theta \quad (4.20)$$

### 4.2.6.2 ESQUEMA DE ENSAIO, INSTRUMENTAÇÃO E PROCEDIMENTO

A norma prescreve, para o ensaio de corte com as fibras orientadas a  $10^\circ$ , um comprimento de 250 mm, uma largura de 25 mm e uma espessura de 2 mm. No entanto, foram utilizados provetes com 10 mm de espessura (cortados da alma). Os provetes foram cortados numa direcção orientada a  $10^\circ$  com direcção das fibras de reforço (Figura 4.47).



O equipamento utilizado inclui extensómetros eléctricos, uma prensa da marca *Instron* (com uma capacidade de 250 kN e célula de carga com precisão 0,01 kN) com medição de deslocamentos (e precisão de 0,01 mm). O aperto das garras utilizado foi de 40 bar (para evitar o deslizamento que ocorreu no ensaio de tracção da presente dissertação). Todos os valores medidos foram registados em PC através de uma unidade de aquisição de dados da marca *HBM*, modelo *Spider8*. Foram ensaiados seis provetes (ST1 a ST6) cortados da alma do perfil em estudo. Os extensómetros foram colados em três deles (ST2 ST5 e ST6) dispostos em roseta nas direcções longitudinal, transversal e a 45° do provete (Figura 4.48).

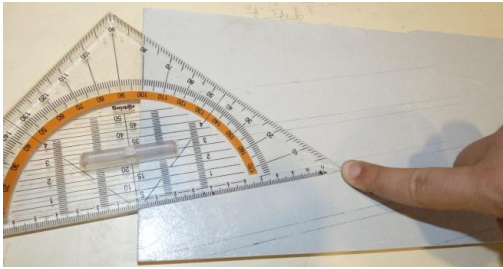


Figura 4.47. Direcção de corte dos provetes para o ensaio de corte orientado a 10°



Figura 4.48. Disposição dos extensómetros em roseta

As dimensões de todos os provetes encontram-se listadas no Anexo I.E. Os provetes foram monotonicamente carregados até à rotura a uma velocidade de aproximadamente 1 mm/min. Este valor é o recomendado por *Hodgkinson* [4.11].

#### 4.2.6.3 CÁLCULOS E ANÁLISE DE RESULTADOS

Todos os ensaios foram considerados válidos uma vez que a rotura ocorreu claramente por corte (Figura 4.49).



Figura 4.49. Rotura por corte no ensaio de tracção com as fibras orientadas a 10°

Através dos valores de carga última determinou-se a resistência tangencial apresentada pelos provetes. As curvas força-deslocamento são apresentadas na Figura 4.50. Para os provetes instrumentados com extensômetros é possível apresentar as curvas tensão tangencial-distorção. Estas são apresentadas na Figura 4.51.

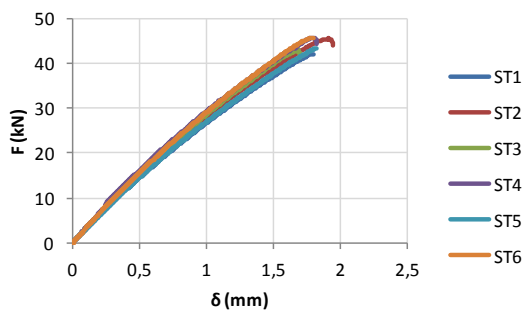


Figura 4.50. Curvas força-deslocamento do ensaio de tração com fibras orientadas a 10°

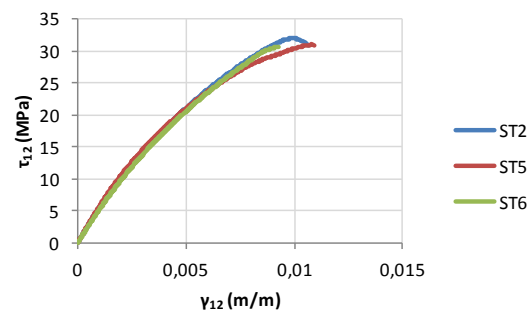


Figura 4.51. Curvas tensão tangencial-distorção do ensaio de tração com fibras orientadas a 10° para os provetes instrumentados

O módulo de distorção ( $G_{LT}$ ) foi determinado através de uma regressão linear entre os valores de distorção de 0,001 e 0,005 como é indicado por *Hodgkinson* [4.11]. Todos os valores notáveis obtidos nas curvas força-deslocamento e tensão-extensão são apresentados no Anexo I.E. A média, desvio padrão e coeficiente de variação da resistência tangencial ( $\tau_u$ ) e do módulo elástico de distorção ( $G_{LT}$ ) apresentada pelos provetes ensaiados são apresentados na Tabela 4.18.

Tabela 4.18. Resultados obtidos nos provetes da alma ensaiados à tração com as fibras orientadas a 10°

Proвете	$\tau_u$ (Mpa)	G (GPa)
Média	30,59	3,73
Desv. Pad.	0,94	0,16
C. Var.	3,07%	4,21%

Segundo *Bank* [4.8] o valor da resistência ao corte interlaminar é, em geral, um parâmetro mais conservativo em dimensionamento de estruturas de FRP quando comparado com a resistência tangencial no plano da placa. No entanto verificou-se que, para o perfil em estudo, a resistência tangencial no plano da placa assumiu um valor inferior ao valor da resistência de corte interlaminar. Os dois valores apresentaram uma diferença bastante reduzida entre si (3,07%). O módulo de distorção determinado está de acordo com os valores usuais em perfis pultrudidos (*Correia* [4.9], *Mottram* [4.12], *Turvey e Zhang* [4.13] e *Bank e al.* [4.14]).

#### 4.2.7 COMPILAÇÃO DE RESULTADOS

Nas Tabela 4.19 e 4.20 encontra-se a compilação de todos os resultados obtidos nos ensaios de caracterização mecânica do material para provetes da alma e dos banzos respectivamente.

Tabela 4.19. Compilação dos resultados para provetes da alma

Propriedade mecânica / Ensaio e direcção	Flexão	Compressão		Tracção
	longitudinal	longitudinal	transversal	longitudinal
$\sigma_u$ (MPa)	484,8 ± 11,2	495,1 ± 53,7	130,1 ± 11,67	396,6 ± 27,6
E (GPa)	22,16 ± 1,57	26,16 ± 1,29	9,35 ± 0,61	32,81 ± 1,48
$\epsilon_u$ (% m/m)	2,82 ± 0,23	2,51 ± 0,09	1,90 ± 0,20	-
$F^{sbs}$ (MPa)	31,33 ± 2,50			
$\tau_u$ (MPa)	30,59 ± 0,94			
$\nu_x$	0,266			
G (GPa)	3,73 ± 0,16			

Tabela 4.20. Compilação dos resultados para provetes dos banzos

Propriedade mecânica / Ensaio e direcção	Flexão longitudinal		Compressão		Tracção
	CFRP <sub>sup</sub>	CFRP <sub>inf</sub>	Longitudinal	Transversal	Longitudinal
$\sigma_u$ (MPa)	422,1 ± 25,0	620,4 ± 37,2	485,0 ± 23,6	92,3 ± 10,7	412,7 ± 16,1
E (GPa)	44,24 ± 7,70	48,13 ± 4,35	25,74 ± 2,66	10,15 ± 1,62	55,17 ± 3,11
$\epsilon_u$ (% m/m)	2,30 ± 0,30	1,50 ± 0,14	2,25 ± 0,17	1,52 ± 0,24	-
$F^{sbs}$ (MPa)	31,70 ± 2,29				

Todos os valores determinados na caracterização mecânica de provetes foram razoavelmente concordantes com os valores sugeridos pela bibliografia. As diferenças entre os módulos de elasticidade em tracção e flexão podem ser explicados pela heterogeneidade apresentada ao longo da espessura do provete. Já o módulo de elasticidade longitudinal em compressão é inferior ao módulo em tracção visto que, apesar do suporte conferido pela matriz polimérica, as fibras podem ser susceptíveis a fenómenos de encurvadura.

## 4.3 ENSAIO DE COMPRESSÃO EM COLUNAS CURTAS

### 4.3.1 OBJECTIVOS

O ensaio de compressão em colunas curtas foi realizado com o objectivo de caracterizar o comportamento estrutural do perfil pultrudido em estudo quando sujeito a compressão axial. Determinaram-se em particular a carga crítica de encurvadura local ( $P_{cr}$ ), a carga última ( $P_u$ ), o encurtamento axial máximo ( $\Delta L_{m\acute{a}x}$ ) e o m3dulo de elasticidade longitudinal em compress3o. Foram ensaiadas quatro colunas curtas sujeitas a compress3o axial.

Foram analisados os diferentes modos de encurvadura local observados e todos os resultados obtidos foram comparados com os valores das express3es anal3ticas apresentadas no Cap3tulo 3. Os resultados obtidos serviram, tamb3m, para calibrar os modelos num3ricos apresentados no Cap3tulo 5.

Na presente sec33o, os eixos do referencial de ensaio s3o definidos como ilustrado na Figura 4.52.

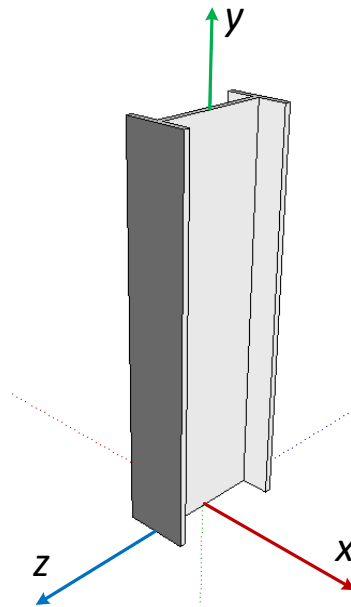


Figura 4.52. Defini3o dos tr3s eixos principais no ensaio de compress3o em colunas

### 4.3.2 ESQUEMA DE ENSAIO E INSTRUMENTA3O

Os ensaios de compress3o de colunas foram realizados em provetes com altura 3til de 60 cm (equivalente ao triplo da altura do perfil). A altura considerada foi previamente testada numericamente no *software ABAQUS* para que se verificasse a ocorr3ncia de instabilidade local “pura” sem encurvadura global associada. As colunas foram cortadas com uma altura total de 66 cm e as suas extremidades foram encastradas de acordo com o procedimento descrito no Anexo II.A que consistiu basicamente em envolver as extremidades do perfil em

numa camada de resina epoxídica com 3 cm de espessura e uma área de  $20 \times 30 \text{ cm}^2$ . Deste modo tentou-se assegurar que não ocorreriam rotações e/ou deslocamentos relativos nas secções de extremidade.

Foram colocados cinco extensómetros na secção de meia altura da coluna 2 segundo a direcção longitudinal da mesma (Figura 4.53) com o objectivo de determinar o módulo de elasticidade longitudinal em compressão e verificar a ocorrência de instabilidade local nos banzos.

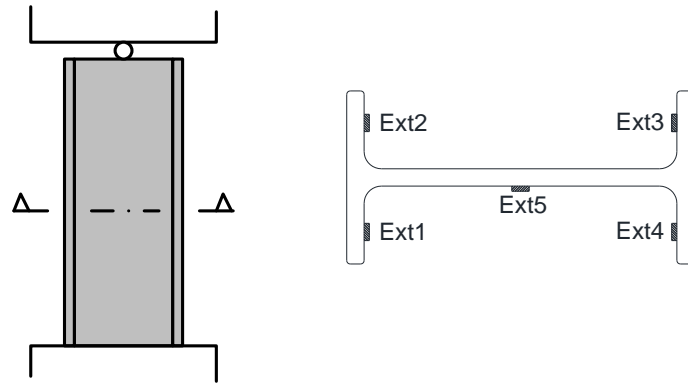


Figura 4.53. Colocação de extensómetros na secção de meia altura da coluna

O carregamento foi aplicado através de uma prensa hidráulica da marca *Enerpac* e medido através de uma célula de carga da marca *Microtest* ambos com capacidade de 3000 kN e um curso de 400 mm. Na base do provete foi colocada uma chapa com 6 mm de espessura para regularização da superfície. No topo da coluna foi colocada uma rótula esférica com o objectivo de não introduzir esforços resultantes de imperfeições associadas à falta de perpendicularidade no corte das colunas. O esquema de carregamento utilizado está ilustrado na Figura 4.54.

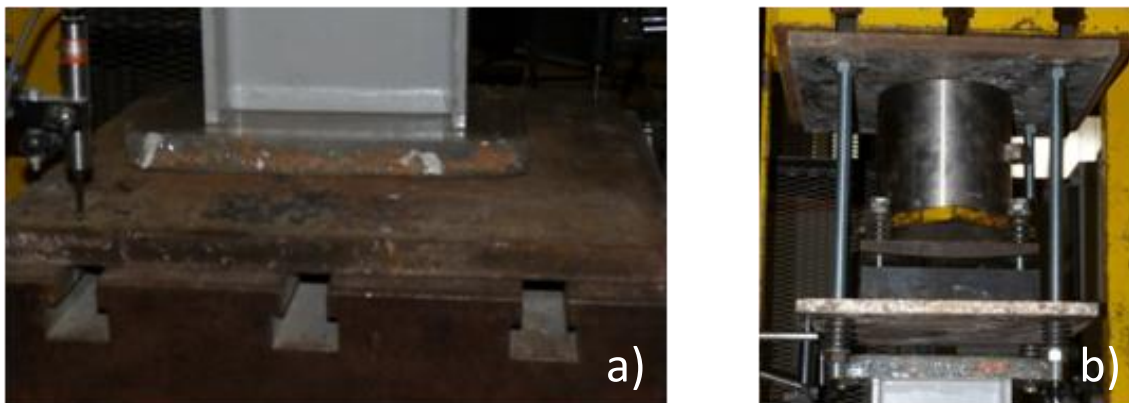


Figura 4.54. (a) Base e (b) topo dos esquemas de carregamento e apoios utilizados no ensaio de compressão

Foram medidos os deslocamentos da base e do topo em três pontos para, deste modo, definir os planos transversais às secções extremas. Deste modo, foi possível determinar o encurtamento axial e as rotações em torno de cada um dos eixos  $x$  e  $z$  no topo de cada coluna (Figura 4.55). Para este efeito, na base, foram utilizados três

deflectómetros das marcas *TML* e *Apek* (com um curso de 25 mm e uma precisão de 0,01 mm). No topo foram utilizados três deflectómetros da marca *TML* (com um curso de 10 mm e uma precisão de 0,01 mm) dispostos como ilustrado na Figura 4.56 e com o êmbolo a metade do seu curso.

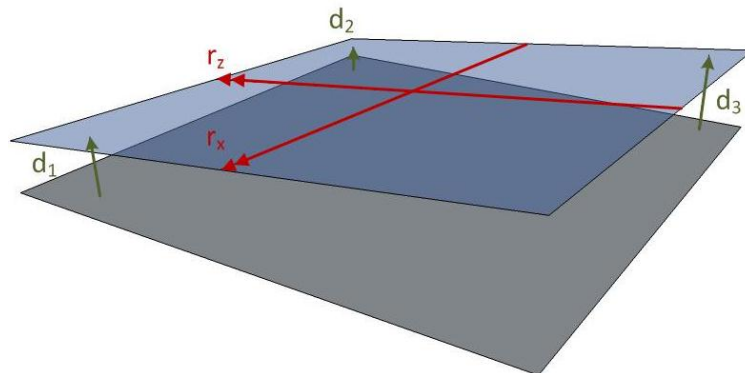


Figura 4.55. Determinação das rotações no topo da coluna através das leituras dos deflectómetros

Foi instrumentada a secção situada a 0,15 m da extremidade superior da coluna com deflectómetros de fio da marca *TML* (com um curso de 500 mm e uma precisão de 0,01 mm). A sua fixação foi realizada com o auxílio de camarões metálicos (Figura 4.57). A secção instrumentada corresponde aproximadamente à secção com maiores deslocamentos transversais no primeiro modo de instabilidade da coluna (segundo o modelo numérico inicial descrito no Capítulo 5). Todos os valores medidos foram registados em PC através de uma unidade de aquisição de dados da marca *National Instruments* a uma taxa aproximada de 1 Hz.

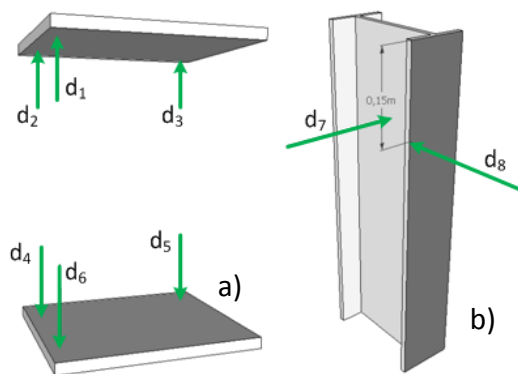


Figura 4.56. Esquema de montagem dos deflectómetros (a) de curso e (b) de fio

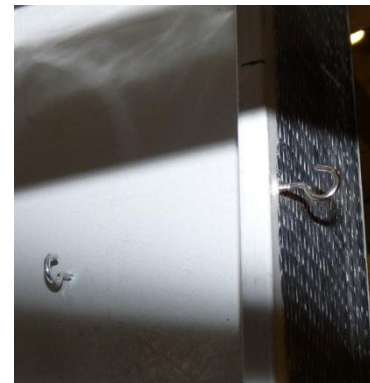


Figura 4.57. Fixação dos deflectómetros de fio no banzo e na alma

A montagem e representação esquemática do ensaio estão ilustradas na Figura 4.58.

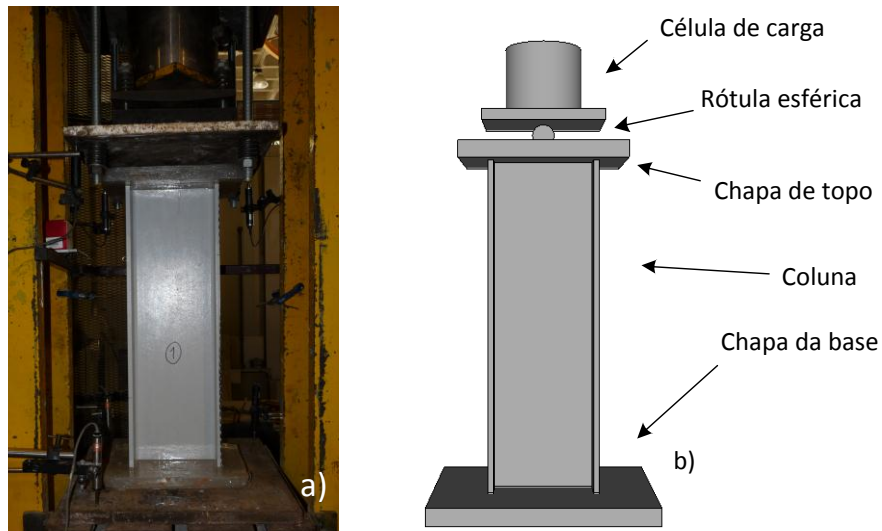


Figura 4.58. (a) Montagem e (b) representação esquemática do ensaio de compressão em colunas curtas

### 4.3.3 CÁLCULOS E ANÁLISE DE RESULTADOS

Em primeiro lugar, através das leituras dos deflectómetros, determinaram-se os planos da extremidade superior da coluna para depois determinar o encurtamento axial e as rotações medidas em torno de cada um dos eixos. Através da média dos três deslocamentos medidos na chapa da base foi determinada a elevação média da base ao longo do ensaio. Através dos três deslocamentos medidos na chapa do topo foram determinados dois vectores coplanares e foi calculado o produto interno destes vectores (do qual resulta o vector normal ao plano). Com o vector normal e um ponto do plano determinou-se a equação do plano. Por último, através da equação do plano, estimou-se o deslocamento vertical do centro de rigidez da secção de topo. O encurtamento axial ( $\Delta L$ ) foi, então, calculado através da seguinte equação,

$$\Delta L = \bar{\delta}_{Base,m} - \delta_{Topo,p} \quad (4.21)$$

em que,

- $\bar{\delta}_{Base,m}$  – média dos deslocamentos verticais da base da prensa;
- $\delta_{Topo,p}$  – deslocamento vertical do ponto situado no centro de rigidez da secção de topo.

As curvas força-encurtamento axial resultantes são apresentadas na Figura 4.59.

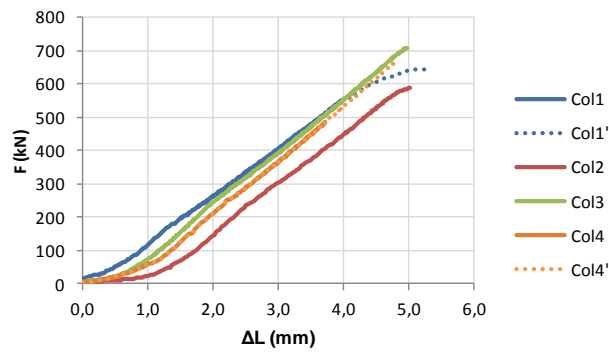


Figura 4.59. Curvas força-encurtamento axial de colunas curtas em compressão

As curvas *Col1'* e *Col4'*, representados para cargas aplicadas superiores a 550 kN e a 485 kN, respectivamente correspondem a uma estimativa do encurtamento axial real. Nos ensaios das colunas 1 e 4 um dos deflectómetros do topo ( $d_1$  e  $d_2$ , respectivamente) atingiu o máximo curso e, portanto, não foi possível determinar o plano da secção de topo com rigor. A partir do momento em que o deflectómetro atingiu o máximo curso, a leitura é constante e foi este o valor de deslocamento que foi utilizado na definição do plano da extremidade superior. Consequentemente, também não foi possível calcular com rigor o deslocamento da secção de topo no centro de rigidez do perfil. No entanto, como a aplicação do deslocamento é feita ao nível da base e as rotações no topo não são elevadas, o valor estimado deverá fornecer uma boa aproximação relativamente ao encurtamento axial real. Em nenhuma das colunas foi registada ocorrência de delaminação das mantas de CFRP.

Como se pode observar na Figura 4.59, registou-se uma fase de ajuste do sistema de ensaio ao carregamento bastante considerável nas quatro colunas ensaiadas. Por este motivo, as curvas força-encurtamento axial foram corrigidos de forma a determinar o encurtamento axial “efectivo” de cada coluna. As curvas corrigidas foram determinadas através do prolongamento da regressão linear entre os valores 250 e 400 kN. Estas curvas encontram-se ilustradas na Figura 4.60.

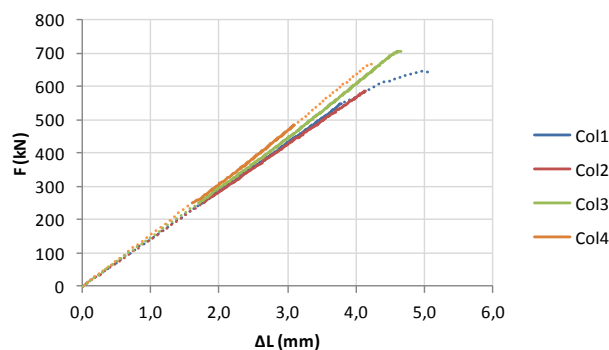


Figura 4.60. Curvas força-encurtamento axial corrigidos

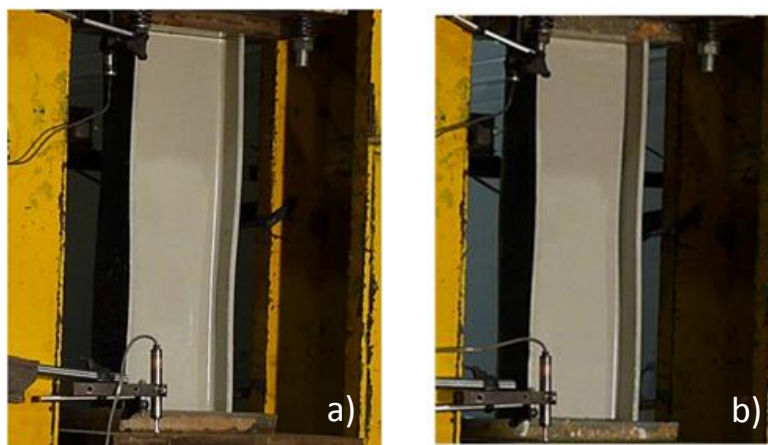


Os valores de força última ( $F_u$ ) e encurtamento axial máximo ( $\Delta L_{m\acute{a}x}$ ) das colunas ensaiadas, bem como a sua média, desvio padrão e coeficiente de variação são apresentados na Tabela 4.21.

**Tabela 4.21. Cargas últimas e encurtamento axial máximo das colunas ensaiadas**

Coluna	$F_u$ (kN)	$\Delta L_{m\acute{a}x}$ (mm)
1	644,35	5,07
2	587,87	4,14
3	706,90	4,65
4	666,41	4,24
<b>Média</b>	651,41	4,53
<b>Desv. Pad.</b>	49,65	0,43
<b>C. Var.</b>	7,62%	9,39%

Tanto a carga última como o encurtamento axial máximo das diferentes colunas apresentaram valores relativamente próximos entre si e, por isso, com coeficientes de variação reduzidos. No entanto, verificou-se que as colunas tiveram um comportamento distinto. As colunas 1, 2 e 4 encurvaram localmente com duas semi-ondas na direcção longitudinal do perfil (Figura 4.61(a)), enquanto que a coluna 3 encurvou localmente com uma semi-onda (Figura 4.61(b)). O facto de a carga crítica associada ao modo de encurvadura com uma semi-onda ser superior à carga crítica associada ao modo de encurvadura com duas semi-ondas (Capítulo 5) pode explicar o facto de a rotura da coluna 3 também ter ocorrido para uma carga superior (em cerca de 12% relativamente à média das outras três).



**Figura 4.61. Modo de instabilidade com (a) duas e (b) uma semi-onda**

Este facto, além ter sido visível a “olho nu”, é confirmado pelas rotações medidas no topo da coluna 3 (menores no modo de instabilidade com uma semi-onda) e pelos deslocamentos ao nível do banzo e da alma (como a secção instrumentada é praticamente um ponto de inflexão estes deslocamentos são bastante inferiores aos

dos outros três ensaios). As Figura 4.62, 4.63, 4.64 e 4.65 ilustram a evolução das rotações em torno dos eixos  $x$  ( $r_x$ ) e  $z$  ( $r_z$ ) no topo das colunas para cada um dos ensaios.

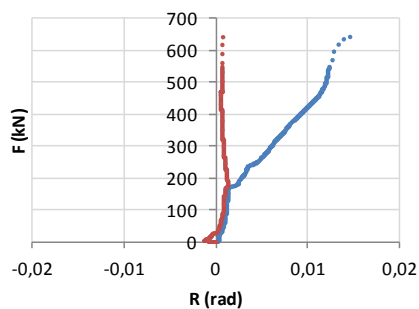


Figura 4.62. Curvas força-rotação no topo da coluna 1

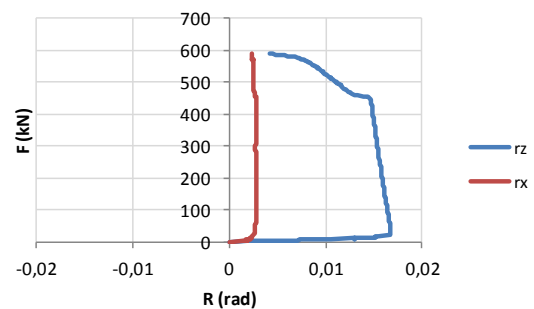


Figura 4.63. Curvas força-rotação no topo da coluna 2

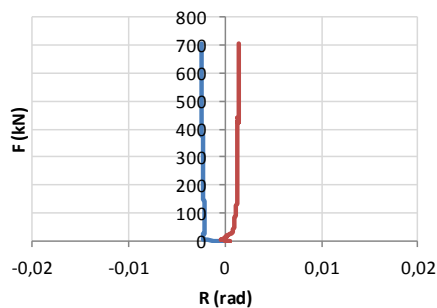


Figura 4.64. Curvas força-rotação no topo da coluna 3

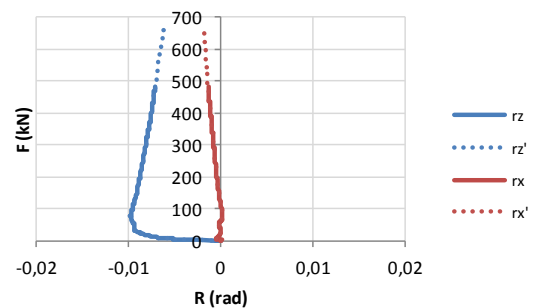


Figura 4.65. Curvas força-rotação no topo da coluna 4

As curvas  $r_z'$  e  $r_x'$  correspondem a estimativas das rotações reais pelo facto já referido anteriormente na determinação do encurtamento axial das colunas 1 e 4. A rotação inicial das colunas está associada ao ajuste do sistema de carga e às imperfeições resultantes do corte das extremidades.

Pode-se observar que o valor absoluto da rotação da secção de topo em torno do eixo  $z$  (eixo de menor inércia) foi, em todas as colunas, superior ao das rotações em torno do eixo  $x$  (eixo de maior inércia). Na coluna 3, a rotação registada em torno do eixo  $z$  foi inferior à das restantes colunas. Através da observação das curvas acima é também possível concluir que as rotações nas extremidades de colunas curtas são fortemente dependentes da imperfeição inicial das mesmas (visto que nas quatro colunas se registaram evoluções distintas das mesmas).

A rotura ocorreu sempre na ligação banzo-alma seguida de delaminação da manta de CFRP em ambos os banzos (Figura 4.66). Após a rotura desenvolveram-se fissuras longitudinais na ligação banzo-alma ao longo de toda a altura da coluna. As colunas recuperaram praticamente a sua forma inicial. Esta propriedade é característica de perfis compósitos de fibras de vidro devido à recuperação elástica das fibras que não delaminaram/romperam.



Figura 4.66. Rotura na ligação banzo-alma de colunas curtas comprimidas

Nas Figuras 4.67, 4.68, 4.69, 4.70 são apresentadas as curvas força-deslocamento lateral da alma e banzo. A azul estão representados os deslocamentos laterais da alma ( $d_7$ ) e a vermelho estão representados os deslocamentos laterais dos banzos ( $d_8$ ). Na coluna 1, devido a um erro de leitura do deflectómetro utilizado, não foi possível medir os deslocamentos na alma pelo que os mesmos não serão apresentados.

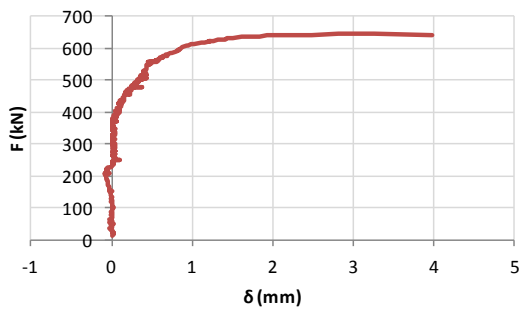


Figura 4.67. Curva força-deslocamento do banzo na secção instrumentada da coluna 1

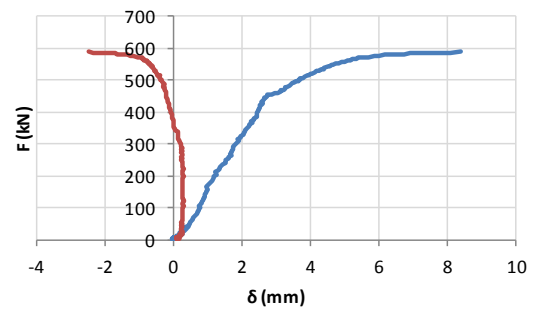


Figura 4.68. Curvas força-deslocamento da alma e do banzo na secção instrumentada da coluna 2

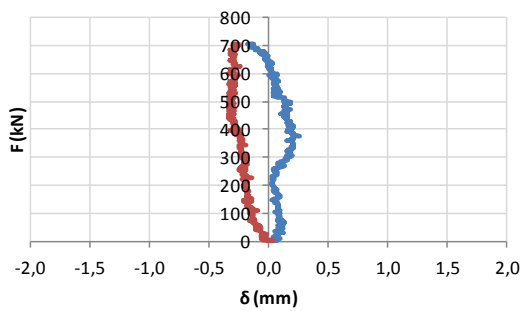


Figura 4.69. Curvas força deslocamento da alma e do banzo na secção instrumentada da coluna 3

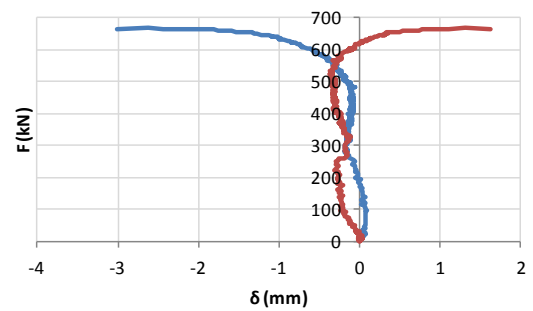


Figura 4.70. Curvas força-deslocamento da alma e do banzo na secção instrumentada da coluna 4

Através da observação das figuras anteriores podem-se retirar as seguintes três conclusões: (i) os deslocamentos laterais medidos apresentaram um ruído bastante elevado e, conseqüentemente, não foi possível utilizar o diagrama de *Southwell* na determinação das cargas críticas do ensaio de cada coluna; (ii) confirma-se o facto de a secção instrumentada na coluna 3 corresponder a um ponto de inflexão, visto que os deslocamentos medidos foram praticamente desprezáveis por serem de uma ordem de grandeza inferior quando comparados com os deslocamentos medidos nas restantes colunas; (iii) ocorreu um maior grau de flexão composta na coluna 2 (muito provavelmente devido à imperfeição associada ao corte das extremidades).

As cargas críticas foram determinadas com base num método aproximado através de uma regressão linear do troço final dos deslocamentos laterais medidos na alma e banzo de cada coluna (Figura 4.71). Na equação da regressão linear, a ordenada na origem corresponde à carga crítica. Este método só é possível porque as imperfeições da coluna são bastante pequenas e a carga crítica corresponde, na prática, ao ponto de bifurcação da trajectória dos deslocamentos laterais. Se as imperfeições fossem superiores, a aplicação deste método não seria possível.

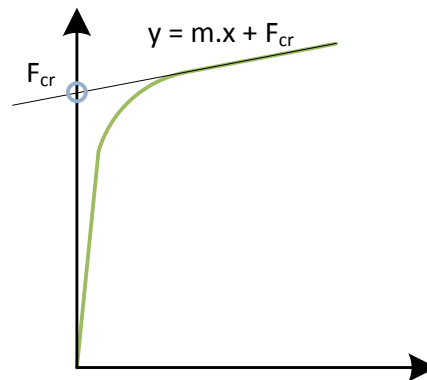


Figura 4.71. Determinação aproximada da carga crítica experimental

Como na coluna 3 a secção instrumentada com deflectómetros laterais corresponde praticamente a um ponto de inflexão da configuração deformada, é impossível determinar a carga crítica da mesma com o método proposto. As cargas críticas das restantes colunas são apresentadas na Tabela 4.22.

Tabela 4.22. Cargas críticas determinadas no ensaio de compressão de colunas

Coluna	$F_{cr}$ (kN)	$F_u/F_{cr}$
1	616,5	1,045
2	535,8	1,097
4	635,5	1,059
<b>Média</b>	595,9	1,067
<b>Desv. Pad.</b>	52,9	0,027
<b>C. Var.</b>	8,88%	2,52%

O facto de a carga crítica da coluna 2 ser inferior às restantes é coerente com a ocorrência de um maior grau de flexão composta no ensaio da mesma. Aliás, devido à imperfeição inicial ser tão elevada, o método proposto na Figura 4.71 vai fornecer uma carga crítica inferior à real. Para as colunas 1 e 4 registou-se uma resistência de pós-encurvadura média de cerca de 5%.

O andamento aproximadamente linear do deslocamento lateral medido na alma da coluna 2 na fase elástica do carregamento indica que a imperfeição inicial é tão elevada que os efeitos de segunda ordem devido ao carregamento axial são consideráveis. Como esta foi a coluna instrumentada com extensómetros, através da análise dos valores de extensão medidos foi possível determinar o momento actuante na secção. Como as tensões não são uniformes em toda a secção não se considerou adequado apresentar curvas tensão-extensão, mas sim força-extensão. Na Figura 4.72 são apresentados as curvas força-extensão da coluna 2.

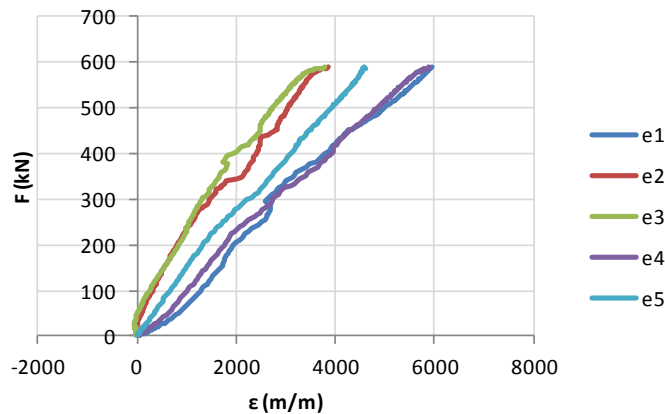


Figura 4.72. Curvas força-extensão da secção instrumentada com extensómetros na coluna 2

Os valores de extensão medidos confirmaram a ocorrência de flexão composta em torno do eixo de menor inércia da secção. As extensões medidas nos extensómetros e1 e e3 foram superiores à extensão medida no extensómetro e5 que, por sua vez, foi superior à extensão medida nos extensómetros e2 e e3. Foi, então, necessário considerar separadamente os efeitos do esforço normal e momento flector. Para este efeito considerou-se que a diferença de extensões medidas na secção resulta da actuação de momento flector e a extensão média resulta do esforço axial (Figura 4.73).

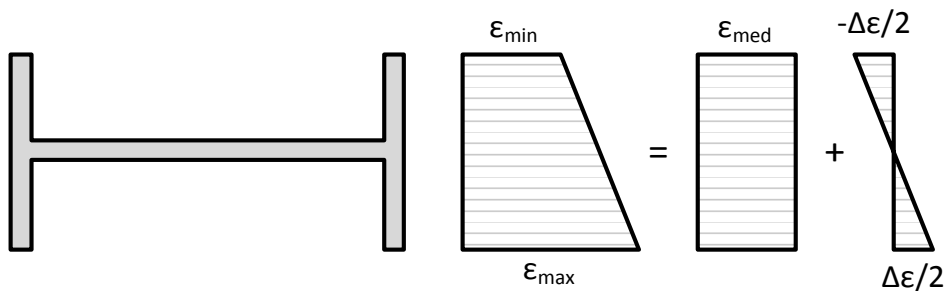


Figura 4.73. Influência do esforço normal e momento flector nas extensões da secção

Na Figura 4.73 a variação de extensões ( $\Delta\varepsilon$ ) e a extensão média ( $\varepsilon_{med}$ ) são calculadas através das equações seguintes,

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_{max} - \varepsilon_{min} \quad (4.22)$$

$$\varepsilon_{med} = \frac{\varepsilon_{max} + \varepsilon_{min}}{2} \quad (4.23)$$

em que,

- $\varepsilon_{max}$  – extensão máxima da secção;
- $\varepsilon_{min}$  – extensão mínima da secção.

Como as extensões foram medidas a uma distância de 2 cm da extremidade livre do banzo, foi necessário determinar a curvatura da secção para determinar a extensão máxima e mínima da mesma. A curvatura pode ser calculada através do declive das extensões ao longo da secção (Figura 4.74). Na Figura 4.75 é apresentada a curva carga-curvatura calculada através das extensões.

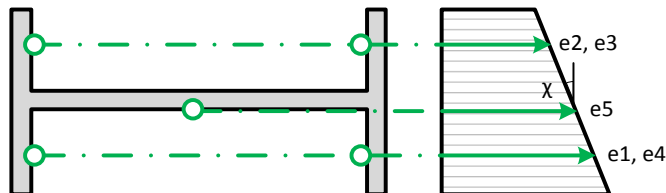


Figura 4.74. Determinação da curvatura da secção da coluna sujeita a flexão composta

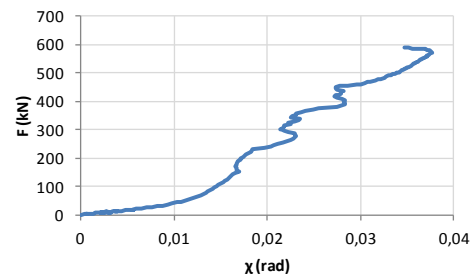


Figura 4.75. Curva força-curvatura da secção instrumentada com extensómetros na coluna 2

Sobrepondo os efeitos da força axial e do momento flector, sabe-se que a tensão ( $\sigma_{max}$ ) na fibra mais solicitada é determinada pela seguinte equação,

$$\sigma_{max} = \frac{F}{A} + \frac{M}{W} \quad (4.24)$$

em que,

- F – força axial aplicada;
- M – momento flector actuante;
- A – área da secção;
- W – módulo de flexão da secção em torno do eixo de menor inércia ( $W = \frac{I_x}{z}$ );
- z – distância da linha neutra de flexão à fibra mais solicitada (neste caso 0,05 m).

Através da relação constitutiva elástica ( $\sigma = E\varepsilon$ ) e da relação entre momentos e curvaturas ( $M = \chi EI$ ) é possível re-arranjar a equação (4.34) na equação seguinte,

$$E\varepsilon_{max} = \frac{F}{A} + E\chi z \quad (4.25)$$

em que,

- $E$  – módulo elástico longitudinal;
- $\varepsilon_{max}$  – extensão da fibra mais solicitada;
- $I_x$  – momento de inércia em torno do eixo  $x$  (eixo fraco).

Re-arranjando a equação anterior de modo a obter o módulo elástico longitudinal como declive de uma recta tem-se a equação seguinte,

$$\sigma = \frac{F}{A} = E(\varepsilon_{max} - \chi z) \quad (4.26)$$

A equação (4.26) é relativa às extensões na linha média da alma do perfil. Na Figura 4.76 é apresentada a curva tensão-extensão, com a respectiva regressão linear (entre tensões de 25 e 50 MPa).

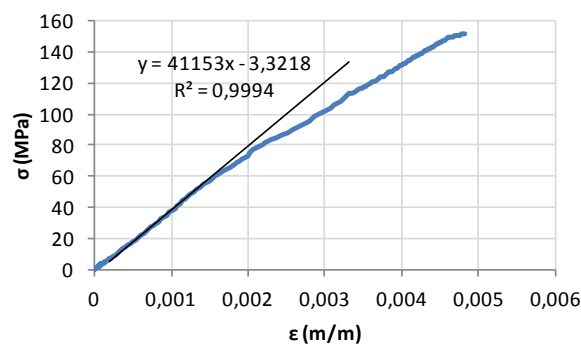


Figura 4.76. Curva tensão-extensão na linha média da alma

O valor do módulo elástico longitudinal obtido foi de **41,15 GPa**. Com este valor pode-se determinar uma estimativa conservativa do momento máximo ( $M_{máx}$ ) a que a secção está sujeita, através da equação seguinte,

$$M_{máx} = \chi_{máx} E I_x \quad (4.27)$$

em que,

- $\chi_{máx}$  – curvatura máxima da secção;
- $E$  – módulo elástico longitudinal;
- $I_x$  – Inércia em torno do eixo  $x$  (eixo fraco).

O momento máximo assume um valor de **2,59 kN/m** que corresponde a uma tensão longitudinal na fibra mais solicitada de **77,56 MPa**. O valor de tensão longitudinal de compressão obtido para compressão pura seria **151,55 MPa**. O momento flector teve, então, uma influência de cerca de **51,18 %** na tensão máxima da fibra mais solicitada. Não obstante este facto, a carga de rotura não foi muito inferior à média de todos os ensaios (cerca de 9,0 %) pelo que este ensaio foi considerado válido.

Utilizando o módulo elástico longitudinal obtido pelos valores de extensão medidos, o encurtamento axial calculado por via analítica é **4,05 mm**. Este valor afasta-se por defeito em **11,94%** do encurtamento axial médio

registado na rotura. Visto que o encurtamento axial determinado por via analítica considera apenas a fase elástica do carregamento é natural que este valor seja inferior ao determinado no ensaio.

#### 4.3.4 COMPARAÇÃO DE RESULTADOS E DISCUSSÃO

O facto de não ter ocorrido delaminação das mantas de CFRP é consistente com os resultados dos provetes que registaram uma extensão aproximada para a ocorrência de delaminação de 0,62%. Na realidade este valor de extensão não chegou a ser atingido nos ensaios de compressão de colunas curtas, sendo o valor de extensão da rotura ligeiramente inferior.

No Capítulo 3 foram apresentadas três propostas para o cálculo da tensão crítica de instabilidade local de elementos comprimidos. Na presente secção, cada uma dessas três propostas foi comparada com os valores obtidos experimentalmente. Para tal, no cálculo analítico foram utilizados os módulos elásticos obtidos na caracterização mecânica do perfil pultrudido em estudo. Como a tensão crítica é condicionante nos banzos, não são apresentados nesta secção os cálculos relativos à tensão crítica da alma, mas apenas o seu valor.

Numa primeira equação, relativa à teoria de placas ortotrópicas desenvolvida por Kóllar [4.15], o banzo é considerado simplesmente apoiado num dos bordos e livre no outro. Na Tabela 4.23 são apresentados todos os valores e expressões utilizados no cálculo desta tensão crítica de instabilidade local.

De facto, o cálculo analítico permitiu verificar que a tensão crítica de instabilidade local da alma é inferior (**141,53 MPa**). No entanto, devido às diferenças de rigidez entre estes dois elementos, esta é atingida primeiro no banzo ( $E_{L,f}/\sigma_{cr,f} > E_{L,w}/\sigma_{cr,w}$ ).

Considerando o efeito da restrição elástica conferida pelo banzo, o valor obtido para a tensão crítica de instabilidade local é calculado através de outra equação. Como em colunas as almas estão, também, sujeitas a compressão uniforme, a restrição conferida por esta é inferior à das vigas [4.8]. Então, a tensão crítica tendo em conta essa restrição pode ser até inferior à carga crítica calculada considerando o banzo apoiado-livre. Na Tabela 4.24 são apresentados todos os valores e expressões utilizados no cálculo desta tensão crítica de instabilidade local.



**Tabela 4.23. Cálculo analítico da tensão crítica local considerando o banzo apoiado-livre (método 1)**

Variável	Designação	Expressão	Valor
$t_f$	Espessura do banzo	-	0,01 m
$b_f$	Largura do banzo	-	0,10 m
$D_L$	Rigidez longitudinal da placa <sup>4</sup>	$\frac{E_L t_f^3}{12(1 - \nu_L \nu_T)}$	4,69 kN/m
$a$	Comprimento de semi-onda <sup>5</sup>	-	0,25 m
$D_S$	Rigidez de corte da placa	$\frac{G_{LT} t_f^3}{12}$	0,31 kN/m
$\sigma_{cr,Local,1}$	Tensão crítica de instabilidade local	$\frac{\pi^2}{t_f \left(\frac{b_f}{2}\right)^2} \left[ D_L \left(\frac{b_f/2}{a}\right)^2 + \frac{12}{\pi^2} D_S \right]$	<b>223,3 MPa</b>

**Tabela 4.24. Cálculo analítico da tensão crítica local considerando a restrição elástica conferida pela alma (método 2)**

Variável	Designação	Expressão	Valor
$t_f$	Espessura do banzo	-	0,01 m
$b_f$	Largura do banzo	-	0,10 m
$D_L$	Rigidez longitudinal da placa	$\frac{E_L t_f^3}{12(1 - \nu_L \nu_T)}$	4,69 kN/m
$D_T$	Rigidez transversal da placa	$\frac{E_T t_f^3}{12(1 - \nu_L \nu_T)}$	0,86 kN/m
$\zeta$	Restrição conferida pela alma	$\frac{D_T}{kL_T}$	63,43
$D_S$	Rigidez de corte da placa	$\frac{G_{LT} t_f^3}{12}$	0,31 kN/m
$\sigma_{cr,Local,2}$	Tensão crítica de instabilidade local	$\frac{1}{(b_f/2)^2 t_f} \left( 7 \sqrt{\frac{D_L D_T}{1 + 4,12\zeta}} + 12 D_S \right)$	<b>184,0 MPa</b>

As tensões críticas do banzo e da alma (considerando a restrição como apoio simples) são relativamente aproximadas (6,6 % de diferença entre as duas) e, por isso mesmo, a consideração da restrição da alma faz com que a tensão crítica do banzo seja ainda inferior àquela determinada para o elemento apoiado-livre.

<sup>4</sup> O coeficiente de Poisson na direcção transversal não foi calculado experimentalmente. No entanto, através da relação ( $E_L \nu_T = E_T \nu_L$ ) obtém-se um valor de 0,076.

<sup>5</sup> Comprimento de semi-onda determinado através do vídeo da coluna 4.

A equação aproximada fornecida pelo *Structural Plastics Design Manual* [4.16] é recomendada para o cálculo da tensão crítica de instabilidade local quando não é conhecido o módulo elástico de distorção ( $G_{LT}$ ). Na Tabela 4.25 são apresentados todos os valores e expressões utilizados no cálculo desta tensão crítica de instabilidade local.

**Tabela 4.25. Cálculo analítico da tensão crítica local pelo método aproximado (método 3)**

Variável	Designação	Expressão	Valor
$b_f$	Largura do banzo	-	0,1 m
$t_f$	Espessura do banzo	-	0,01 m
$a$	Comprimento de semi-onda	-	0,25 m
$E_L$	Módulo elástico longitudinal	-	55,17 GPa
$E_T$	Módulo elástico transversal	-	10,15 GPa
$\nu_L$	Coefficiente de Poisson “longitudinal”	-	0,266
$\nu_T$	Coefficiente de Poisson “transversal”	-	0,076
$\sigma_{cr,Local,3}$	Tensão crítica de instabilidade local	$\frac{\pi^2 t_f^2}{(b_f/2)^2} \left[ \left( 0,45 + \frac{b_f^2}{4a^2} \right) \frac{\sqrt{E_L E_T}}{12(1 - \nu_L \nu_T)} \right]$	<b>389,32 MPa</b>

O valor da tensão crítica de instabilidade local determinado pelo método aproximado ( $\sigma_{cr,Local,3}$ ) afasta-se bastante dos restantes métodos. Os resultados mostraram que a expressão analítica proposta em [4.16] pode não fornecer uma boa aproximação relativamente a colunas com secções heterogéneas. Por este motivo, a comparação dos resultados experimentais será feita apenas com as tensões críticas,  $\sigma_{cr,Local,1}$  e  $\sigma_{cr,Local,2}$ .

Para determinar a tensão actuante no banzo de cada uma das colunas é necessário ter em conta as diferentes rigidezes axiais dos banzos e da alma. Considerando a extensão uniforme em toda a secção, pode-se calcular a tensão actuante no banzo ( $\sigma_f$ ) através da seguinte equação,

$$\sigma_f = E_f \varepsilon \quad (4.28)$$

em que,

- $E_f$  – módulo elástico longitudinal do banzo;
- $\varepsilon$  – extensão axial da secção.

Sabe-se, também, que a extensão ( $\Delta L/L$ ) pode ser calculada através da equação,

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{P}{(\sum E_i A_i)} = \varepsilon \quad (4.29)$$

em que,

- $P$  – carga aplicada;
- $E_i A_i$  – rigidez axial do elemento  $i$  (alma ou banzo).

Então, através das equações (4.28) e (4.29) obtém-se a equação,

$$\sigma_{f,cr,Local} = \frac{P_{cr,Local} E_f}{(E_f A_f + E_w A_w)} \quad (4.30)$$

Na Tabela 4.26 são apresentadas as comparações entre resultados experimentais e cálculos analíticos.

**Tabela 4.26. Comparação de resultados analíticos e experimentais**

Coluna	Ensaio	Método 1		Método 2	
	$\sigma_{exp,cr,Local}$ (MPa)	$\sigma_{cr,Local,1}$ (MPa)	Erro	$\sigma_{cr,Local,2}$ (MPa)	Erro
1	200,8		10,1%		9,1%
2	174,5	223,3	21,9%	184,0	5,2%
4	207,0		7,3%		12,5%

A tensão crítica calculada considerando a restrição que a alma confere ao banzo forneceu uma aproximação bastante razoável da tensão crítica experimental com um erro absoluto médio de apenas 8,9%. Apenas a tensão crítica da coluna 2 é inferior a este cálculo analítico. Tal facto pode ser explicado por ter ocorrido flexão composta nesta mesma coluna.

A tensão crítica calculada considerando o banzo apoiado-livre fornece um valor mais elevado com um erro absoluto médio de 13,1% (não conservativo). Tal pode ser explicado pelo facto já referido de a alma ter uma tensão crítica bastante aproximada à do banzo e da interacção entre estes dois valores resultar numa redução da carga crítica (ao contrário do que acontece com as vigas).

Todos estes valores são comparados com os resultados obtidos numericamente no Capítulo 5. Posteriormente, e com o modelo calibrado, efectuaram-se estudos paramétricos do ensaio com diferentes secções e alturas de colunas.

## 4.4 ENSAIO DE FLEXÃO NUMA VIGA SIMPLEMENTE APOIADA

### 4.4.1 OBJECTIVOS

O ensaio de flexão em quatro pontos numa viga simplesmente apoiada foi realizado com o objectivo de caracterizar o comportamento estrutural do perfil pultrudido quando sujeito a flexão simples. Determinaram-se, em particular, a carga última ( $P_u$ ), o deslocamento transversal máximo ( $\delta_{máx}$ ) e os módulos elásticos longitudinal e

distorcional (E e G) em flexão. Todos os resultados obtidos foram comparados com os valores calculados através das expressões analíticas apresentadas no Capítulo 3.

Foram efectuados dois tipos de ensaios na mesma viga:

- Carga e descarga com o objectivo de determinar os **módulos elásticos longitudinais** através da aplicação da teoria de vigas de *Timoshenko* (dois ciclos por cada vão de aplicação de carga perfazendo um total de oito ciclos);
- Ensaio até à rotura do perfil pultrudido em estudo caracterizando o seu **comportamento estrutural na rotura** e estudando, em particular, a ocorrência de encurvadura local do banzo comprimido.

Os resultados obtidos neste ensaio foram utilizados no Capítulo 5 para calibração do modelo numérico de acordo com o ensaio.

Na presente secção, os eixos do referencial de ensaio são definidos como ilustrado na Figura 4.77.

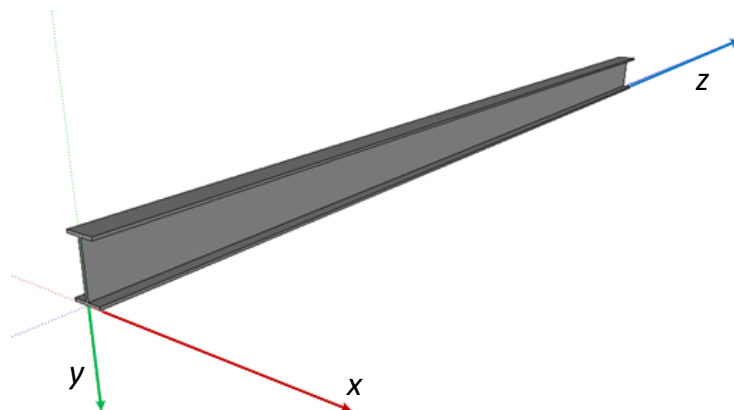


Figura 4.77. Definição dos três eixos principais no ensaio de flexão da viga

#### 4.4.2 ESQUEMA DE ENSAIO E INSTRUMENTAÇÃO

No ensaio de flexão da viga foi utilizado um vão ( $L$ ) de 4,0 m entre apoios. O vão de aplicação de carga ( $L_0$ ) variou entre 1,0 e 2,0 m na fase de determinação dos módulos elásticos, tendo-se optado por um vão de 1,40 m (aproximadamente  $L/3$ ) no ensaio de rotura da viga. A viga foi contraventada em vários pontos de modo a evitar a ocorrência de instabilidade lateral por flexão-torção.

O comprimento total da viga foi de 4,40 m. Foram colocados extensómetros na secção de meio-vão segundo a direcção longitudinal da mesma com o objectivo de determinar sua curvatura e, assim, o módulo de elasticidade em flexão ( $E$ ). Com os extensómetros procurou-se, também, verificar a ocorrência de instabilidade local do banzo superior. Os extensómetros foram dispostos como ilustrado na Figura 4.78.

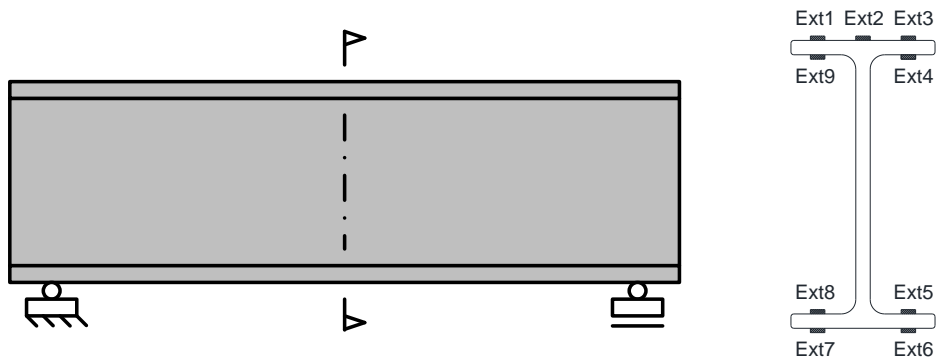


Figura 4.78. Colocação de extensómetros na secção de meio-vão da viga

O esquema de apoios foi providenciado por um conjunto de elementos constituído por um batólito de betão com 50 cm de altura, uma chapa de nivelção com 40 mm de espessura e uma chapa para apoio fixo ou móvel com o respectivo rolete, com um total de 80 mm de altura.

O carregamento foi aplicado por um macaco hidráulico da marca *Enerpac* com uma capacidade de 600 kN e um curso de 250 mm. O carregamento foi medido através de uma célula de carga da marca *Novatech* com capacidade de 100 kN colocada entre o macaco hidráulico e a viga de distribuição. A montagem do equipamento responsável pelo carregamento é ilustrada na Figura 4.79. O macaco hidráulico encontrava-se apoiado num pórtico aberto e ancorado à laje do laboratório, posicionado na direcção transversal ao ensaio (Figura 4.80)



Figura 4.79. Macaco hidráulico com célula de carga      Figura 4.80. Pórtico utilizado no apoio do carregamento

A distribuição do carregamento pelos dois pontos de aplicação foi efectuada através de uma viga de distribuição materializada por um perfil IPE180 em aço S355 com 2,60 m de comprimento, apoiada em dois roletes que se distanciavam entre si conforme o vão de aplicação de carga desejado (Figura 4.81 e Figura 4.82). Os roletes foram assentes em chapas com um comprimento de 160 mm, uma largura de 80 mm e uma espessura de 20 mm com o objectivo de minimizar a concentração de tensões transversais nas zonas de

aplicação da carga. Foi feito um cálculo prévio para garantir que a viga de distribuição não atingia a rotura antes da viga de GFRP. Este cálculo encontra-se no Anexo III.A.



Figura 4.81. Viga de distribuição IPE180



Figura 4.82. Rolete e chapa de distribuição de carga

A disposição dos travamentos laterais foi efectuada tendo em conta o modelo numérico realizado no Capítulo 5 da presente dissertação e está representada na Figura 4.83. Os travamentos foram materializados por oito prumos metálicos e quatro apoios metálicos (Figuras 4.84 e 4.85). Foi aplicada massa consistente em todos os travamentos para garantir que não existia atrito entre a viga e estes elementos. Garantiu-se, também, que no instante inicial do carregamento nenhum dos travamentos se encontrava em contacto com a viga. As extremidades dos prumos metálicos foram apoiadas no pavimento do laboratório e numa travessa montada na direcção transversal ao pórtico (Figura 4.86).

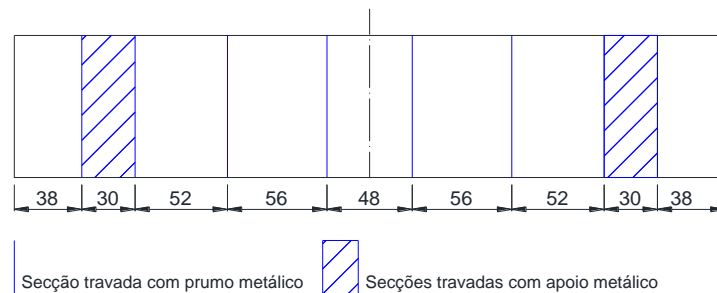


Figura 4.83. Disposição dos travamentos laterais na viga (em cm)



Figura 4.84. Travamento com prumos metálicos



Figura 4.85. Travamento com apoios metálicos



Figura 4.86. Travessa para apoio da extremidade superior dos prumos metálicos

Os deslocamentos transversais na direcção vertical foram medidos em três secções: na secção de meio-vão e em duas secções que distaram desta em 0,70 m (correspondentes às secções de aplicação de carga no ensaio de rotura). Na medição dos deslocamentos foram utilizados dois deflectómetros da marca *TML* com um curso de 100 mm nas secções laterais, e um deflectómetro da marca *Apek* com um curso de 100 mm na secção de meio-vão.

Com o intuito de verificar a ocorrência de instabilidade local no banzo superior instrumentou-se o mesmo com três deflectómetros de fio (Figura 4.87). Dois deles foram fixados nas extremidades do banzo e o terceiro na alma a uma altura de 150 mm distanciado da mesma 52 cm. A fixação dos deflectómetros de fio foi realizada com auxílio de camarões metálicos aparafusados ao perfil (Figura 4.88). Os três deflectómetros foram colocados numa secção transversal situada a 0,45 m da secção de meio-vão. No modelo numérico apresentado no Capítulo 5 verifica-se que o comprimento de onda devido à instabilidade local do banzo superior é cerca de 49,6 cm pelo que a secção instrumentada deveria apresentar um comportamento semelhante à secção de meio-vão.



**Figura 4.87. Deflectómetros de fio utilizados na medição dos deslocamentos verticais do banzo**



**Figura 4.88. Fixação dos deflectómetros de fio ao banzo superior e à alma**

Todos os valores medidos foram registados em PC através de duas unidades de aquisição de dados da marca *HBM*, modelo *Spider 8*, cada uma delas com oito canais e ligadas em paralelo.

Nos ensaios de carga e descarga para a determinação dos módulos elásticos efectivos do perfil em análise foram realizados ensaios de carga e descarga variando a distância entre pontos de aplicação da carga. As distâncias entre pontos de aplicação da carga foram 1,0 m, 1,4 m, 1,8 m e 2,0 m. Foram realizados dois ensaios de carga e descarga para cada distância entre pontos de aplicação de carga perfazendo um total de oito ensaios. A viga foi carregada monotonicamente até uma carga aproximada de 15 kN a uma velocidade de aproximadamente 0,3 kN/s. A velocidade do carregamento não foi constante porque o seu controlo foi efectuado através de uma válvula manual.

No ensaio até à rotura foi utilizada uma distância entre apoios ( $L$ ) de 4,0 m e uma distância entre pontos de aplicação de carga ( $L_0$ ) de 1,40 m (aproximadamente  $L/3$ ). A viga foi carregada monotonicamente até à rotura a uma velocidade de aproximadamente 0,3 kN/s. A velocidade do carregamento não foi constante porque o seu controlo foi efectuado através de uma válvula manual.

O esquema de ensaio está representado na Figura 4.89.

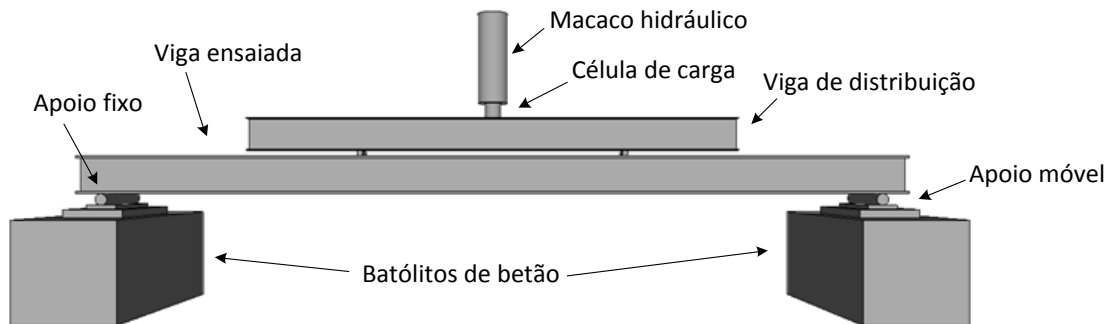


Figura 4.89. Esquema do ensaio de flexão do perfil em estudo

#### 4.4.3 DETERMINAÇÃO DOS MÓDULOS ELÁSTICOS EFECTIVOS DA SECÇÃO (E E G)

Foram utilizados dois métodos (A e B) para a determinação dos módulos elásticos longitudinais. O método A consiste na análise dos deslocamentos transversais da viga registados e aplicação da teoria de vigas de *Timoshenko*. O método B consiste na análise das extensões obtidas para determinação do módulo elástico longitudinal.

##### 4.4.3.1 MÉTODO A: VIGA DE TIMOSHENKO

Através da teoria de vigas de *Timoshenko* é possível determinar o deslocamento vertical em qualquer ponto de uma viga com carregamento, condições de fronteira e propriedades geométricas e mecânicas conhecidas. No Anexo III.C encontra-se desenvolvida a equação da teoria de vigas de *Timoshenko* de modo a determinar os módulos elásticos longitudinal e de distorção efectivos de uma viga sujeita a flexão em quatro pontos. Tal determinação é realizada com base nas curvas de deslocamento dos ensaios de carga e descarga efectuados. A equação seguinte permite calcular o deslocamento vertical<sup>6</sup> ( $y$ ) em qualquer ponto ( $z$ ) de uma viga ensaiada à flexão em quatro pontos,

$$y(z) = \begin{cases} \frac{P}{EI} \left( \frac{z^3}{12} + \frac{(L-L_0)^2 z}{16} - \frac{L(L-L_0)z}{8} \right) - \frac{P}{KGA} \left( \frac{z}{2} \right) \rightarrow z < \frac{L-L_0}{2} \\ \frac{P}{EI} \left( \frac{(L-L_0)z^2}{8} - \frac{L(L-L_0)z}{8} + \frac{(L-L_0)^3}{96} \right) - \frac{P}{KGA} \left( \frac{(L-L_0)}{4} \right) \rightarrow z > \frac{L-L_0}{2} \end{cases} \quad (4.31)$$

<sup>6</sup> Os deslocamentos medidos no sentido descendente são considerados negativos nesta equação.



em que,

- P – valor do carregamento total;
- L – distância entre apoios;
- $L_0$  – distância entre forças aplicadas;
- EI – rigidez de flexão da viga;
- KGA – rigidez de corte da viga;
- K – coeficiente de área de corte.

A equação (4.31) pode ser transformada numa equação reduzida do tipo  $y = mx + b$ ,

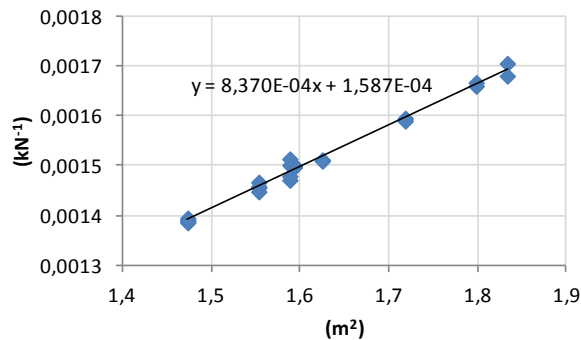
$$\begin{cases} -\frac{2y(z)}{Pz} = \frac{1}{EI} \left( -\frac{z^2}{12} - \frac{(L-L_0)^2}{16} + \frac{L(L-L_0)}{8} \right) + \frac{1}{KGA} \rightarrow z < \frac{L-L_0}{2} \\ -\frac{4y(z)}{P(L-L_0)} = \frac{1}{EI} \left( -\frac{z^2}{8} + \frac{Lz}{8} - \frac{(L-L_0)^2}{96} \right) + \frac{1}{KGA} \rightarrow z > \frac{L-L_0}{2} \end{cases}$$

Na Tabela 4.27 são apresentadas todas as variáveis necessárias à regressão linear para determinação dos módulos elásticos longitudinal e de distorção.

**Tabela 4.27. Variáveis utilizadas na regressão linear das equações da teoria de vigas de Timoshenko**

Variável da regressão linear	1º Troço	2º Troço
Variável dependente	$-\frac{2y(z)}{Pz}$	$-\frac{4y(z)}{P(L-L_0)}$
Variável independente	$\left( -\frac{z^2}{12} - \frac{(L-L_0)^2}{16} + \frac{L(L-L_0)}{8} \right)$	$\left( -\frac{z^2}{8} + \frac{Lz}{8} - \frac{(L-L_0)^2}{96} \right)$
Declive	$\frac{1}{EI}$	$\frac{1}{EI}$
Ordenada na origem	$\frac{1}{KGA}$	$\frac{1}{KGA}$

Com os pares de valores das variáveis dependente e independente associados a cada um dos ensaios realizou-se análise regressão linear. Os resultados obtidos são apresentados na Figura 4.90.



**Figura 4.90. Regressão linear utilizada na determinação dos módulos elásticos**

Com os valores do declive e da ordenada na origem resultantes da regressão linear determinaram-se os módulos elásticos efectivos do perfil em análise. Estes encontram-se listados na Tabela 4.28.

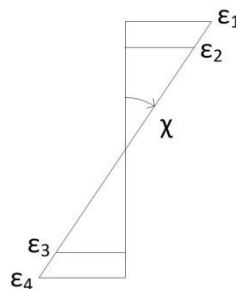
**Tabela 4.28. Determinação dos módulos elásticos efectivos**

$1/EI$ ( $kN^{-1}m^{-2}$ )	$EI$ ( $kNm^2$ )	$E$ (GPa)	$1/KGA$ ( $kN^{-1}$ )	$KGA$ (kN)	$G$ (GPa)
$8,37 \times 10^{-4}$	1194,74	<b>50,78</b>	$1,587 \times 10^{-4}$	6301,29	<b>3,92</b>

Os valores dos módulos elásticos obtidos são consistentes com os resultados dos ensaios em provetes e a regressão linear apresenta uma correlação elevada ( $R^2 = 0,989$ ) pelo que todos os ensaios foram considerados válidos.

#### 4.4.3.2 MÉTODO B: DETERMINAÇÃO DO MÓDULO ELÁSTICO LONGITUDINAL ATRAVÉS DOS EXTENSÓMETROS

O módulo elástico longitudinal efectivo ( $E$ ) também pode ser determinado com recurso aos valores de extensão ( $\epsilon_i$ ) medidos nos vários pontos de uma dada secção. Efectuando uma regressão linear entre estes pontos é possível saber a curvatura da secção para um dado carregamento (Figura 4.91).



**Figura 4.91. Relação entre as extensões e a curvatura de uma secção**

Na Figura 4.91, as coordenadas dos pontos de extensão conhecidos são indicados na tabela. Considera-se que a altura ( $h$ ) é medida a partir do centro de gravidade da secção. Os valores  $\epsilon_{ext,i}$  ( $i = 1, \dots, 9$ ), são os valores de extensão medidos em cada um dos extensómetros (Figura 4.78).

**Tabela 4.29. Coordenadas ( $\epsilon$ - $h$ ) para determinação da curvatura da secção**

$h$ (mm)	Extensão	Extensómetros
<b>100</b>	$\epsilon_1$	$\epsilon_{ext,1}; \epsilon_{ext,2}; \epsilon_{ext,3}$
<b>90</b>	$\epsilon_2$	$\epsilon_{ext,4}; \epsilon_{ext,9}$
<b>-90</b>	$\epsilon_3$	$\epsilon_{ext,5}; \epsilon_{ext,8}$
<b>-100</b>	$\epsilon_4$	$\epsilon_{ext,6}; \epsilon_{ext,7}$

Como se pode observar na Figura 4.91 o declive ( $m$ ) da recta correspondente à regressão dos pontos de extensão conhecidos permite a determinação da curvatura ( $\chi$ ), através da equação seguinte,

$$\chi = \arctg\left(\frac{1}{m}\right) \quad (4.32)$$

Por outro lado, a relação entre momentos flectores e curvaturas de uma dada secção é dada pela seguinte equação,

$$\chi = \frac{M}{EI} \quad (4.33)$$

em que,

- M – momento flector actuante na secção;
- EI – rigidez de flexão da secção.

O momento flector (M) actuante na secção de meio-vão (correspondente à secção instrumentada) é dado pela equação seguinte,

$$M = \frac{P(L - L_0)}{4} \quad (4.34)$$

em que,

- P – valor da força aplicada (medida na célula de carga);
- L – vão da viga;
- $L_0$  – vão entre pontos de aplicação da carga.

Realizando uma regressão linear com os pares de valores ( $\chi$ , M) obtidos para cada um dos ensaios obteve-se o módulo elástico longitudinal (E) registado em cada um dos ensaios. A média, desvio padrão e coeficiente de variação da amostra são apresentados na Tabela 4.30.

**Tabela 4.30. Determinação do módulo elástico longitudinal através dos valores medidos nos extensómetros**

	E (GPa)
<b>Média</b>	53,57
<b>Desv. Pad.</b>	0,62
<b>C. Var.</b>	1,15%

O valor médio obtido (53,57 GPa) é consistente com os resultados obtidos nos provetes e com o valor obtido através da aplicação do método A (teoria de vigas de *Timoshenko*).

#### 4.4.4 CÁLCULOS E ANÁLISE DE RESULTADOS

Os deslocamentos transversais medidos no ensaio são apresentados na Figura 4.92 em que,  $d_1$  e  $d_3$  correspondem aos deslocamentos medidos sob os pontos de aplicação do carregamento, enquanto que  $d_2$  corresponde ao deslocamento medido no meio-vão.

Para uma carga aplicada de aproximadamente 30 kN observou-se a delaminação da manta de CFRP do banzo superior, resultando numa redução da rigidez e espessura útil daquele banzo. Quando a carga aplicada atingiu cerca de 37 kN, o deflectómetro de meio-vão estava praticamente a esgotar o seu curso e foi necessário parar o carregamento para se proceder ao reposicionamento dos três deflectómetros de êmbolo.

Através da regressão linear do primeiro troço da curva força-deslocamento foi possível determinar o módulo elástico aparente da viga (considerando apenas deformação por flexão). No ensaio da viga obteve-se um módulo elástico aparente de **47,13 GPa** que corresponde a uma influência da deformação por corte considerável de **9,94%**.

É de referir que, após a delaminação, se registou uma redução significativa da rigidez da secção (em cerca de 31%) e uma ligeira diferença entre os deslocamentos transversais nas secções de aplicação da carga (maiores do lado do apoio móvel). A deformação global da viga na iminência da rotura é apresentada na Figura 4.93.

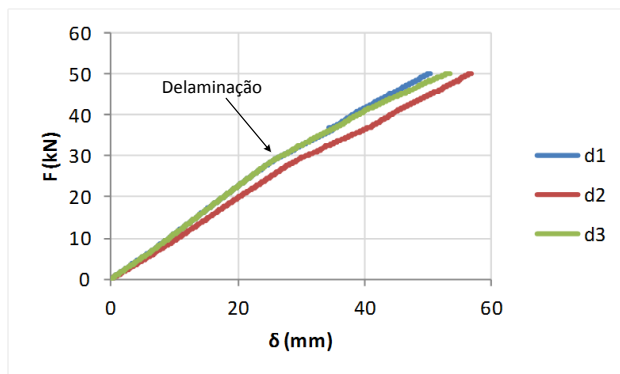


Figura 4.92. Curvas força-deslocamento da viga em flexão



Figura 4.93. Deformada global da viga na iminência da rotura.

A rotura ocorreu na ligação banzo-alma como é típico da instabilidade local em vigas (Figura 4.94). No entanto, verificou-se que o sistema de travamento não foi eficaz, visto que dois dos prumos foram projectados lateralmente no instante em que ocorreu a rotura (Figura 4.95). Existem duas hipóteses possíveis para explicar tal ocorrência: (i) a força lateral exercida pela viga nos prumos foi superior à força de atrito entre estes e o/a pavimento/travessa culminando na rotura provocada por um modo misto de encurvadura local e global; ou (ii) a libertação de energia associada à rotura da ligação banzo-alma por encurvadura local fez com que os prumos fossem projectados.



Figura 4.94. Rotura na ligação banzo-alma sob o ponto de aplicação do carregamento



Figura 4.95. Projecção lateral dos prumos metálicos

A força última medida foi **50,41 kN** associada a um deslocamento vertical máximo ( $d_{z,máx}$ ) de **56,81 mm**. Nesta fase do carregamento, a ocorrência de encurvadura local no banzo superior não era observável a “olho nu”. Para o valor da força última medida, o deslocamento transversal a meio-vão previsto analiticamente é **52,2 mm** (utilizando os módulos elásticos obtidos pela teoria de vigas de *Timoshenko*). Visto que a delaminação da manta de CFRP do banzo superior não é considerada na previsão analítica, é natural que o valor da previsão seja inferior ao medido no ensaio. Após a rotura, a viga recuperou praticamente a sua forma inicial. Esta propriedade é característica de perfis compósitos de fibras de vidro devido à recuperação elástica das fibras que não delaminaram/romperam.

As curvas do deslocamento lateral medido na alma bem como a diferença entre o deslocamento medido numa e noutra extremidade do banzo superior são apresentadas na Figura 4.96. Apesar de a evolução de deslocamentos ser a típica de fenómenos de instabilidade em perfis pultrudidos, não foi possível determinar a carga crítica da viga através do diagrama de *Southwell* devido ao ruído elevado registado nos deflectómetros. Além disso, verificou-se uma acentuada mudança de trajectória dos deslocamentos medidos após a delaminação da manta, o que torna a sua determinação ainda mais difícil.

Através da análise dos resultados e visualização do vídeo do ensaio, verificou-se que os deslocamentos laterais globais foram consideráveis. Os sentidos dos deslocamentos da alma e banzos são compatíveis com fenómenos de instabilidade lateral e não local. Na Figura 4.97 pode-se observar que para uma dada rotação dos banzos o deslocamento lateral da alma toma um sentido diferente consoante seja um fenómeno de instabilidade local (a verde) ou lateral (a vermelho).

A influência da encurvadura lateral na carga última da viga compósita é discutida posteriormente na presente dissertação (secção 4.4.5).

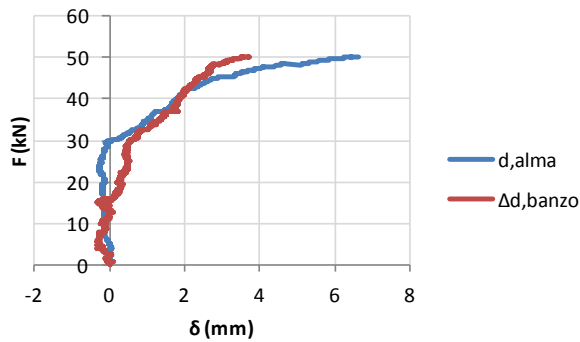


Figura 4.96. Curvas força-deslocamento da alma e variação no banzo superior

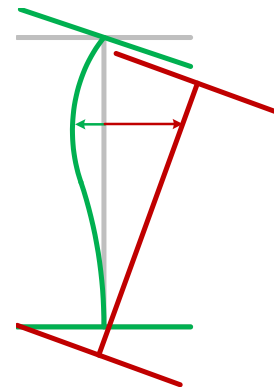


Figura 4.97. Deslocamento lateral da alma em encurvadura local (verde) e lateral (vermelho)

Devido à possível interação entre modos de instabilidade local e global e impossibilidade de aplicação do diagrama de *Southwell* nos deslocamentos medidos na alma e no banzo não se considerou rigoroso determinar a carga crítica da viga. Considerando os módulos elásticos determinados na caracterização do mecânica do material (secção 4.2) e uma espessura do banzo superior de 8,5 mm (considerando a delaminação da manta de CFRP com espessura de 1,5 mm), a tensão última ( $\sigma_u$ ) estimada neste elemento foi **144,9 MPa**.

Através dos valores de extensão medidos foi possível determinar a curvatura da secção em função do momento flector actuante. Nesta determinação consideraram-se os valores de extensão medidos em todos os extensómetros até à delaminação da manta superior e, após a sua ocorrência, não se consideraram os valores de extensão medidos nos extensómetros *ext1*, *ext2* e *ext3*. O posicionamento dos extensómetros é ilustrado na Figura 4.98.

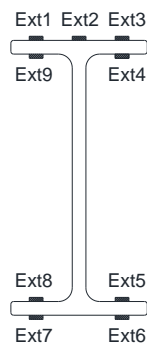


Figura 4.98. Posicionamento dos extensómetros na secção instrumentada

Como a tensão máxima é diferente na parcela de GFRP e nas mantas de CFRP, as curvas de extensão apresentadas têm como ordenada a carga aplicada (Figuras 4.99, 4.100, 4.101 e 4.102).

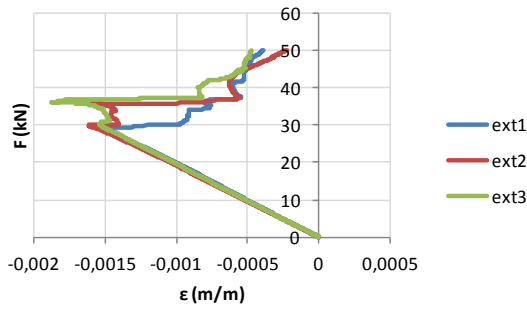


Figura 4.99. Curvas força-extensão para as extensões medidas na manta do banzo superior

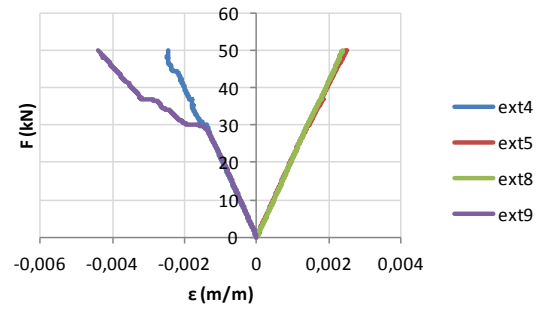


Figura 4.100. Curvas força-extensão para as extensões medidas nas faces interiores dos banzos

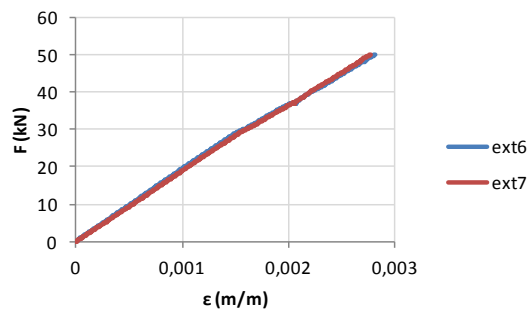


Figura 4.101. Curvas força-extensão para as extensões medidas na manta do banzo inferior

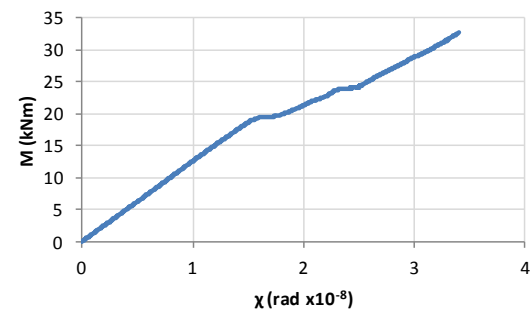


Figura 4.102. Curva momento-curvatura do ensaio de flexão da viga

Através da medição das extensões na manta superior determinou-se a carga correspondente à delaminação da mesma (**29,82 kN**), cujo valor da extensão é **0,154%**. A diferença de extensão medida entre os extensómetros *ext4* e *ext9* após a delaminação da manta superior pode ser explicada pela ocorrência de um modo misto de encurvadura local e global.

#### 4.4.5 COMPARAÇÃO DE RESULTADOS E DISCUSSÃO

O facto de ter ocorrido delaminação na manta de CFRP do banzo superior não é coerente com os resultados obtidos nos ensaios de caracterização do material em provetes, cuja extensão de delaminação determinada foi de 0,62%.

No Capítulo 3 foram apresentadas três propostas de cálculo da tensão crítica de instabilidade local de elementos comprimidos. Na presente secção, cada uma dessas três propostas foi comparada com os valores obtidos experimentalmente. Para tal, no cálculo analítico foram utilizados os módulos elásticos obtidos na caracterização mecânica do perfil pultrudido em estudo. Como a tensão crítica é condicionante nos banzos, não são apresentados nesta secção os cálculos relativos à tensão crítica da alma, mas apenas o seu valor.

Numa primeira equação, relativa à teoria de placas ortotrópicas desenvolvida por Kóllar [4.15], o banzo é considerado como simplesmente apoiado num dos bordos e livre no outro. Na Tabela 4.31 são apresentados todos os valores e expressões utilizados no cálculo da tensão crítica de instabilidade local.

**Tabela 4.31. Cálculo analítico da tensão crítica local considerando o banzo apoiado-livre (método 1)**

Variável	Designação	Expressão	Valor
$t_f$	Espessura do banzo	-	0,0085 m
$b_f$	Largura do banzo	-	0,10 m
$D_L$	Rigidez longitudinal da placa <sup>7</sup>	$\frac{E_L t_f^3}{12(1 - \nu_L \nu_T)}$	1,71 kN/m
$a$	Comprimento de semi-onda <sup>8</sup>	-	0,248 m
$D_S$	Rigidez de corte da placa	$\frac{G_{LT} t_f^3}{12}$	0,19 kN/m
$\sigma_{cr,Local,1}$	Tensão crítica de instabilidade local	$\frac{\pi^2}{t_f \left(\frac{b_f}{2}\right)^2} \left[ D_L \left(\frac{b_f/2}{a}\right)^2 + \frac{12}{\pi^2} D_S \right]$	<b>140,2 MPa</b>

A tensão crítica de instabilidade local da alma é bastante superior à calculada para o banzo (**912,5 MPa**). Este valor é coerente com o facto de a alma estar sujeita a um gradiente de tensões no plano, enquanto que o banzo está sujeito a compressão uniforme.

Considerando o efeito da restrição elástica conferida pela alma ao banzo, o valor obtido para a tensão crítica de instabilidade local é calculado através de outra equação. A consideração da restrição conferida pela alma ao banzo resulta numa carga crítica menos conservativa. Na Tabela 4.32 são apresentados todos os valores e expressões utilizados no cálculo desta tensão crítica de instabilidade local.

Considerando a restrição elástica da alma conferida ao banzo, a carga crítica é superior em **39,6%** quando comparada com o valor da equação para o banzo apoiado-livre. Este valor é menos conservativo mas apresenta, em geral, uma melhor aproximação à realidade [4.8].

<sup>7</sup> O coeficiente de Poisson na direcção transversal não foi calculado experimentalmente. No entanto, através da relação ( $E_L \nu_T = E_T \nu_L$ ) obtém-se um valor de 0,076.

<sup>8</sup> Como a encurvadura local não foi observável a “olho nu” o comprimento de semi-onda considerado foi o determinado no modelo numérico da viga (Capítulo 4)



**Tabela 4.32. Cálculo analítico da tensão crítica local considerando a restrição elástica conferida pela alma (método 2)**

Variável	Designação	Expressão	Valor
$t_f$	Espessura do banzo	-	0,0085 m
$b_f$	Largura do banzo	-	0,10 m
$D_L$	Rigidez longitudinal da placa	$\frac{E_L t_f^3}{12(1 - \nu_L \nu_T)}$	1,71 kN/m
$D_T$	Rigidez transversal da placa	$\frac{E_T t_f^3}{12(1 - \nu_L \nu_T)}$	0,49 kN/m
$\zeta$	Restrição conferida pela alma	$\frac{D_T}{kL_T}$	2,83
$D_S$	Rigidez de corte da placa	$\frac{G_{LT} t_f^3}{12}$	0,19 kN/m
$\sigma_{cr,Local,2}$	Tensão crítica de instabilidade local	$\frac{1}{(b_f/2)^2 t_f} \left( 7 \sqrt{\frac{D_L D_T}{1 + 4,12\zeta}} + 12D_S \right)$	<b>195,7 MPa</b>

A equação aproximada fornecida pelo *Structural Plastics Design Manual* [4.16] é recomendada para o cálculo da tensão crítica de instabilidade local quando não é conhecido o módulo elástico de distorção ( $G_{LT}$ ). Na Tabela 4.33 são apresentados todos os valores e expressões utilizados no cálculo desta tensão crítica de instabilidade local.

**Tabela 4.33. Cálculo analítico da tensão crítica local pelo método aproximado (método 3)**

Variável	Designação	Expressão	Valor
$b_f$	Largura do banzo	-	0,10 m
$t_f$	Espessura do banzo	-	0,0085 m
$a$	Comprimento de semi-onda	-	0,248 m
$E_L$	Módulo elástico longitudinal	-	32,81 GPa
$E_T$	Módulo elástico transversal	-	9,35 GPa
$\nu_L$	Coefficiente de Poisson "longitudinal"	-	0,266
$\nu_T$	Coefficiente de Poisson "transversal"	-	0,076
$\sigma_{cr,Local,3}$	Tensão crítica de instabilidade local	$\frac{\pi^2 t_f^2}{(b_f/2)^2} \left[ \left( 0,45 + \frac{b_f^2}{4a^2} \right) \frac{\sqrt{E_L E_T}}{12(1 - \nu_L \nu_T)} \right]$	<b>208,5 MPa</b>

Na Tabela 4.34 são apresentadas as comparações entre os resultados experimentais e os cálculos analíticos efectuados de acordo com os três métodos descritos.

**Tabela 4.34. Comparação de resultados analíticos e experimentais**

Viga	Ensaio	Método 1		Método 2		Método 3	
	$\sigma_{\text{exp,u,Local}}$ (MPa)	$\sigma_{\text{cr,Local,1}}$ (MPa)	Erro	$\sigma_{\text{cr,Local,2}}$ (MPa)	Erro	$\sigma_{\text{cr,Local,3}}$ (MPa)	Erro
1	144,9	140,2	3,4%	195,7	35,1%	208,5	43,9%

O valor analítico da carga crítica considerando o banzo apoiado-livre foi aquele que forneceu uma melhor aproximação ao valor de carga última registado no ensaio com um erro de apenas 3,4%. Esta foi a única estimativa analítica conservativa face à tensão última registada experimentalmente. A tensão crítica calculada considerando a restrição que a alma confere ao banzo forneceu uma aproximação não conservativa da tensão última registada no ensaio com um erro de 35,1%. O valor da tensão crítica proposta pelo *Structural Plastics Design Manual* [4.16] forneceu uma aproximação ainda mais grosseira em relação à tensão última medida no ensaio (43,9% de erro relativo).

Comparando os valores analíticos com os experimentais pode-se concluir que a influência dos deslocamentos laterais poderão ter reduzido a carga última da viga. Era expectável que a tensão última fosse mais aproximada aos valores analíticos  $\sigma_{\text{cr,Local,2}}$  e  $\sigma_{\text{cr,Local,3}}$  [4.8]. O facto de ter ocorrido delaminação da manta superior faz com que também não se conheça, à partida, a espessura exacta do banzo após a delaminação. A espessura considerada (8,5 mm) pode ter sido superior à espessura efectiva depois da ocorrência de delaminação e, consequentemente, a tensão última registada poderá ter sido superior a 144,9 MPa.

Todos estes valores são comparados com os resultados obtidos numericamente no Capítulo 5. Com o modelo calibrado, efectuou-se um estudo sobre a influência da secção transversal da viga.

## 4.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo foram estudadas as características mecânicas do perfil pultrudido de GFRP reforçado com mantas de CFRP. Foram determinadas rigidezes e resistências dos seus elementos (alma e banzos) através do ensaio mecânico até à rotura de provetes segundo normas de ensaio conhecidas. Todos os valores determinados experimentalmente estiveram de acordo com os valores de referência indicados na bibliografia.

Foi estudado o comportamento estrutural a curto prazo de colunas curtas carregadas axialmente e o de uma viga sujeita a flexão simples em quatro pontos. Foram determinados os módulos elásticos efectivos em cada um dos elementos estruturais através de medições de extensão e através da aplicação da teoria de vigas de *Timoshenko*. Foram determinadas cargas críticas (colunas) e cargas últimas (colunas e viga) e estas foram comparadas com os resultados analíticos das equações apresentadas no Capítulo 3.

O encurtamento axial de colunas curtas pode ser determinado utilizando a teoria de barras uniaxiais. Na rotura, a estimativa analítica apresentou uma aproximação bastante aceitável (cerca de 10%) quando comparado com os resultados experimentais. A diferença entre o resultado analítico e o resultado experimental pode ser explicada pelo facto de a teoria de barras uniaxiais não considerar a redução da rigidez axial da secção depois de atingida a carga crítica.

Confirmou-se que a teoria de vigas de *Timoshenko* fornece uma aproximação bastante razoável dos deslocamentos transversais e é uma boa ferramenta na determinação dos módulos elásticos efectivos da viga. Neste capítulo, a teoria de vigas de *Timoshenko* foi utilizada para determinar os módulos elásticos da secção “homogeneizada” e os valores obtidos foram consistentes com os resultados da caracterização mecânica dos provetes e com as medições de extensão na secção.

Relativamente ao ensaio de compressão das colunas, a via de cálculo analítico que mais se aproximou dos resultados experimentais foi a teoria de placas ortotrópicas desenvolvida por *Kóllar* [4.15] que considera a restrição elástica conferida pela alma ao banzo (com um erro médio associado inferior a 10%). A consideração do banzo apoiado-livre conduziu um valor não conservativo no ensaio de colunas comprimidas pelo que esta aproximação se considera desaconselhável em dimensionamento de colunas com secções heterogéneas. A proposta de cálculo da tensão crítica aproximada fornecida pelo *Structural Plastics Design Manual* [4.16] não deve ser utilizado no dimensionamento de colunas com secção heterogénea sujeitas a instabilidade local. O valor analítico foi superior ao dobro do resultado experimental.

Quanto ao ensaio de flexão em quatro pontos até à rotura da viga, os resultados obtidos foram algo inconclusivos. A ocorrência de um modo de instabilidade misto (encurvadura local e encurvadura lateral por flexão-torção) poderá ter estado na origem de uma possível redução da carga última da viga. A par desta hipótese, a espessura do banzo na rotura poderá ter sido mal considerada (por ocorrência de delaminação de fibras de vidro com a manta de CFRP) e a tensão última da viga ser um valor superior ao calculado. Idealmente, dever-se-ia repetir o ensaio com um sistema de travamento lateral mais eficaz. No entanto, devido à limitação de material para ensaio, não foi possível repetir o mesmo para obter resultados mais conclusivos.

Todos os valores determinados no capítulo experimental são utilizados posteriormente na modelação numérica dos ensaios realizados. Numa primeira fase são efectuados modelos “iniciais” das colunas e da viga com base nos valores obtidos nos provetes. Estes modelos são posteriormente calibrados com os resultados obtidos nos ensaios de modo a efectuar estudos paramétricos dos mesmos.

## 4.6 REFERÊNCIAS

- [4.1] Catálogo de perfis do fabricante ALTO Perfis Pultrudidos Lda.
- [4.2] CEN, EN 13706: *Reinforced plastics composites – Specifications for pultruded profiles*, Bruxelas, 2002.
- [4.3] CEN, EN ISO 14125 *Fibre-reinforced plastic composites – Determination of flexural properties*, Bruxelas, 1998.
- [4.4] ASTM D2344/D 2344M-00 *Standard Test for Short-Beam Strength of polymer Matrix Composite Materials and their Laminates*, West Conshohocken, PA, 2006.
- [4.5] ASTM D 695-02 *Standard Test Method for Compressive Properties of Rigid Plastics*, West Conshohocken, PA, 2006.
- [4.6] CEN, ISO 527-1 *Détermination de propriétés en traction – Partie 1: Principes Généraux*, Bruxelas, 1997.
- [4.7] CEN, ISO 527-4 *Determination of tensile properties – Part 4: Test conditions for isotropic and orthotropic fibre-reinforced plastic composites*, Bruxelas, 1997.
- [4.8] CEN, ISO 527-5 *Determination of tensile properties – Part 5: Test conditions for unidirectional fibre-reinforced plastic composites*, Bruxelas, 1997.
- [4.9] L.C. Bank. *Composites for construction: Structural design with FRP materials*. Wiley, Hoboken, N.J, 2006.
- [4.10] J.R. Correia, *Perfis Pultrudidos de Fibra de Vidro (GFRP). Aplicação de Vigas Mistas GFRP-Betão na Construção*, Tese de Mestrado em Construção, Instituto Superior Técnico, UTL, 2004.
- [4.11] D.M. Hodgkinson, *Mechanical Testing of Advanced Fibre Composites*, CRC Press, Boca Raton, 2000.
- [4.12] J.T. Mottram, *Determination of critical load for flange buckling in concentrically loaded pultruded columns*, Composites: Part B, Vol. 35, No. 1, pp. 33-47, 2004.
- [4.13] G.J. Turvey e Y. Zhang, *A computational and experimental analysis of the buckling, postbuckling and initial failure of pultruded GRP columns*, Computers and Structures, Vol. 84, No. 22-23, pp. 1527-1537, 2006.
- [4.14] L.C. Bank, M. Nadipelli e T.R. Gentry, *Local Buckling and Failure of Pultruded fiber-Reinforced Plastic Beams*, Journal of Engineering Materials and Technology, Vol. 116, No. 2, pp. 233-238, 1994.
- [4.15] L.P. Kollár, *Local buckling of fiber reinforced plastic composite structural members with open and closed cross sections*, Journal of Composites for Construction, Vol.129, No.11, pp. 1503-1513, 2003.
- [4.16] ASCE, *Structural Plastics Design Manual*, No. 63, 2002.

## Capítulo 5 MODELAÇÃO NUMÉRICA

### 5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A par do estudo experimental, foi realizada a modelação numérica dos ensaios para complementar a caracterização do comportamento estrutural do perfil em estudo. Foram elaborados modelos para a análise de estabilidade e de rotura, tanto de colunas curtas como de vigas.

O *software* utilizado na modelação numérica do perfil em estudo denomina-se *ABAQUS*, e foi desenvolvido pela empresa *SIMULIA*. O *ABAQUS* constitui uma ferramenta de cálculo numérico com um vasto campo de aplicação (física, materiais, mecânica ou hidráulica). Apresenta uma interface gráfica muito atractiva que permite ao utilizador elaborar os seus modelos numéricos de uma forma intuitiva. Também tem a capacidade de ler ficheiros de *input* produzidos pelo utilizador, apresentando os resultados de uma forma simples no seu interface gráfico. Todos os comandos, manuais de utilização e manuais teóricos [5.1] são fornecidos com o programa, tendo sido bastante úteis na elaboração dos modelos numéricos apresentados neste capítulo.

Nos modelos de análise de estabilidade foram avaliadas as configurações deformadas e cargas críticas associadas a cada um dos modos de instabilidade das colunas e da viga. Nos modelos de análise de rotura foram avaliados parâmetros como a carga última, deslocamentos máximos, resistências de pós-encurvadura e tensões actuantes nas secções críticas de cada ensaio.

Numa primeira fase, o estudo numérico foi realizado como apoio aos ensaios de caracterização do comportamento estrutural do perfil em estudo (em particular, o estado limite último de encurvadura local). Com os resultados obtidos na caracterização mecânica do material (módulos de elasticidade e resistências) foram elaborados modelos iniciais dos ensaios de colunas curtas comprimidas e da viga sujeita a flexão em quatro pontos. Estes modelos ajudaram a definir uma altura adequada para as colunas para que ocorresse encurvadura local no ensaio experimental das mesmas. No que respeita à viga, o modelo inicial ajudou a definir o número e espaçamento dos travamentos laterais a adoptar no ensaio de modo a que não ocorresse encurvadura lateral por flexão-torção.

Numa segunda fase, compararam-se os resultados obtidos numericamente com resultados experimentais e analíticos. Os modelos iniciais das colunas e da viga foram devidamente calibrados de modo a obter resultados semelhantes aos registados nos ensaios experimentais. Depois de calibrados os modelos, foram efectuados estudos paramétricos com os mesmos tendo sido estudada a influência da geometria da secção e da altura (no caso das colunas).

## 5.2 TIPO DE MODELAÇÃO UTILIZADA

Na modelação numérica do perfil pultrudido de GFRP reforçado com mantas de CFRP foram utilizados elementos de casca (*shell*) com quatro nós (elementos *S4R*) com integração reduzida. Em toda a modelação numérica, as unidades utilizadas foram **N** (newton) e **mm** (milímetro).

O primeiro passo da modelação foi a escolha dos pontos necessários para a definição geométrica da secção em estudo. Sendo esta uma secção em I, a escolha dos nós utilizados na modelação está ilustrada na Figura 5.1. Foram considerados banzos com uma largura de 100 mm e alma com uma altura de 190 mm (distância entre as linhas médias de cada banzo).

Em seguida fez-se a propagação dos pontos ao longo do comprimento do elemento estrutural em análise (secções 5.4.2 e 5.5.2) com um determinado espaçamento. A primeira série de elementos é ilustrada na Figura 5.2.

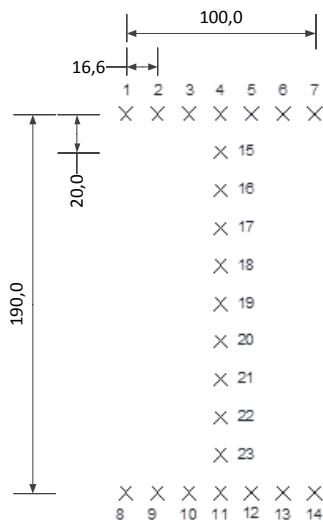


Figura 5.1. Pontos utilizados na modelação numérica para definição da secção (distâncias em mm)

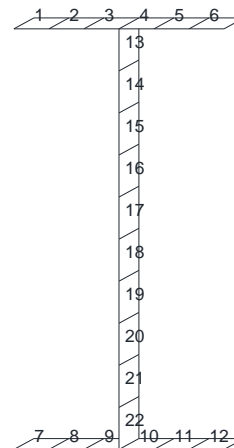


Figura 5.2. Primeira fiada de elementos da coluna/viga

Por último, geraram-se os elementos ao longo do comprimento do elemento estrutural em análise (secções 5.4.2 e 5.5.2). A partir deste ponto, a geometria do elemento estrutural ficou perfeitamente definida.

Em seguida procedeu-se à definição dos materiais constituintes e das respectivas propriedades mecânicas. A secção foi definida como compósito (*\*SHELL SECTION, COMPOSITE*) com uma ou mais camadas (*LAYERS*) consoante se tratasse de um elemento da alma ou dos banzos. Nos elementos *shell* da alma adoptou-se o material GFRP com uma espessura de 10 mm e integração em cinco pontos na espessura. Nos elementos *shell* dos banzos adoptaram-se os materiais GFRP e CFRP com espessuras de 8,5 e 1,5 mm respectivamente, também com integração em cinco pontos ao longo da espessura.

Os materiais foram definidos como sendo elásticos e do tipo laminado ( $TYPE=LAMINA$ ). As constantes elásticas e resistências são definidas de acordo com os resultados obtidos na campanha experimental. Estes estão indicados nas Tabelas 5.1 e 5.2, em que  $E_1$  e  $E_2$  são os módulos elásticos longitudinal e transversal,  $\nu_{12}$  é um dos coeficientes de *Poisson*,  $G_{12}$ ,  $G_{13}$  e  $G_{23}$  são os módulos elásticos de distorção,  $X_t$  e  $X_c$  são as resistências à tracção e à compressão na direcção longitudinal,  $Y_t$  e  $Y_c$  são as resistências à tracção e à compressão na direcção transversal e  $S$  é a resistência ao corte.

**Tabela 5.1. Constantes elásticas dos materiais GFRP e CFRP considerados na modelação**

Material / Propriedade mecânica	$E_1$ (MPa)	$E_2$ (MPa)	$\nu_{12}$	$G_{12}$ (MPa)	$G_{13}$ (MPa)	$G_{23}$ (MPa)
GFRP	$32,81 \times 10^3$	$9,35 \times 10^3$	0,266	$3,73 \times 10^3$	$3,73 \times 10^3$	$3,73 \times 10^3$
CFRP	$181,85 \times 10^3$	$10,15 \times 10^3$	0,266	$3,73 \times 10^3$	$3,73 \times 10^3$	$3,73 \times 10^3$

**Tabela 5.2. Resistências dos materiais GFRP e CFRP considerados na modelação**

Material / Propriedade mecânica	$X_t$ (MPa)	$X_c$ (MPa)	$Y_t$ (MPa)	$Y_c$ (MPa)	$S$ (MPa)
GFRP	396,6	-495,1	130,1	-130,1	30,59
CFRP	1412,0	-1127,5	92,3	-92,3	30,59

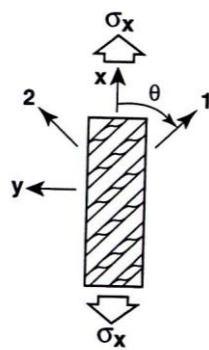
Por último, foi necessário definir os apoios e escolher os pontos de aplicação da carga. Estas definições serão abordadas nas secções 5.4.2 e 5.5.2 para a coluna curta e a viga, respectivamente.

### 5.3 CRITÉRIOS DE ROTURA

Tal como já foi referido no Capítulo 3, os perfis pultrudidos de FRP são susceptíveis a diversos fenómenos de encurvadura e, em grande parte dos casos, a carga última de um determinado elemento pode ser inferior à carga crítica associada à rotura por limite de resistência do material. Estes fenómenos devem-se ao facto de os elementos estarem sujeitos a estados de tensão bi-axiais [5.2].

Na modelação numérica de ensaios experimentais até à rotura, torna-se necessária a definição de um critério de rotura adequado. Por este motivo, na presente secção, apresentam-se os critérios de rotura para placas ortotrópicas tendo em conta as várias resistências conhecidas (tracção longitudinal e transversal, compressão longitudinal e transversal e corte).

Considera-se a acção de uma tensão de tracção uniaxial ( $\sigma_x$ ) numa direcção ( $\theta$ ) diferente da direcção das fibras (Figura 5.3). Tendo em conta esta acção, as tensões na direcção longitudinal e transversal às fibras podem ser determinadas através das equações seguintes,



$$\sigma_1 = \sigma_x \cos^2 \theta \quad (5.1)$$

$$\sigma_2 = \sigma_x \sin^2 \theta \quad (5.2)$$

$$\tau_{12} = \sigma_x \sin \theta \cos \theta \quad (5.3)$$

**Figura 5.3. Tensões devido a carregamento unidireccional numa direcção diferente das fibras [5.2]**

Existem diversos critérios de rotura que podem ser utilizados em modelação numérica de perfis pultrudidos. Entre estes encontram-se os seguintes [5.2]:

- Critério da máxima resistência;
- Critério da máxima extensão;
- Critério de *Tsai-Hill*;
- Critério de *Hoffman*;
- Critério de *Tsai-Wu*;

Na presente dissertação foi utilizado o **critério de *Tsai-Hill*** como critério de rotura. A equação que permite calcular o índice de *Tsai-Hill* é a seguinte [5.1],

$$I_F = \frac{\sigma_{11}^2}{X^2} - \frac{\sigma_{11}\sigma_{22}}{X^2} + \frac{\sigma_{22}^2}{Y^2} + \frac{\sigma_{12}^2}{S^2} < 1,0 \quad (5.4)$$

Como os compósitos de FRP apresentam geralmente diferentes resistências para solicitações em tracção e compressão, os valores  $X$  e  $Y$  devem estar de acordo com a solicitação. As principais vantagens que advêm da utilização deste critério de rotura são as [5.2]:

- A variação da resistência com o aumento do ângulo entre a tensão aplicada e a orientação das fibras não apresenta singularidades (ao contrário dos critérios de máxima resistência e máxima extensão);
- A resistência decresce continuamente com o aumento do ângulo entre a tensão aplicada e a orientação das fibras;
- Boa concordância com resultados experimentais;
- Consideração de interacção entre as resistências  $X$ ,  $Y$ , e  $S$ .



## 5.4 COLUNA CURTA EM COMPRESSÃO

### 5.4.1 OBJECTIVOS

Com o objectivo de caracterizar o comportamento estrutural do perfil pultrudido em estudo sujeito a compressão axial foram elaborados modelos numéricos de colunas curtas em tudo idênticos aos ensaios experimentais realizados no âmbito da presente dissertação.

Foram analisados os três primeiros modos de instabilidade da coluna através de uma análise linear de estabilidade. As cargas críticas determinadas numericamente foram comparadas com as cargas críticas determinadas analítica e experimentalmente.

Em seguida, foi efectuada uma análise não-linear de rotura utilizando o critério de *Tsai-Hill* como critério de “rotura inicial”. Quando é atingido o critério de “rotura inicial” (do inglês *initial failure*) num determinado elemento inicia-se o colapso da estrutura. Segundo um estudo experimental e numérico realizado por *Turvey* e *Zhang* [5.3], desde a “rotura inicial” até ao colapso do elemento estrutural, o incremento de carga pode variar entre 8 a 29%, consoante a altura da coluna.

No presente estudo, foram elaborados dois modelos com imperfeições iniciais de acordo com o modo de encurvadura com duas e três semi-ondas. Em cada um dos modelos foram avaliadas as configurações deformadas e as principais tensões quando o índice de *Tsai-Hill* atinge o valor unitário no primeiro ponto da coluna.

Depois de analisados os modelos numéricos iniciais, estes foram devidamente calibrados de acordo com os resultados experimentais. Na fase de calibração consideraram-se, como termo comparativo, os resultados experimentais (i) das colunas 1 e 4 para o modo de encurvadura com duas semi-ondas e (ii) da coluna 3 para o modo de encurvadura com uma semi-onda.

Por último, para completar a caracterização do comportamento estrutural de colunas compósitas, foram efectuados estudos paramétricos com base no ensaio efectuado, tendo-se variado a secção e a altura da coluna, determinando a carga crítica correspondente.

Na presente secção, os eixos do referencial de ensaio são definidos como ilustrado na Figura 5.4.

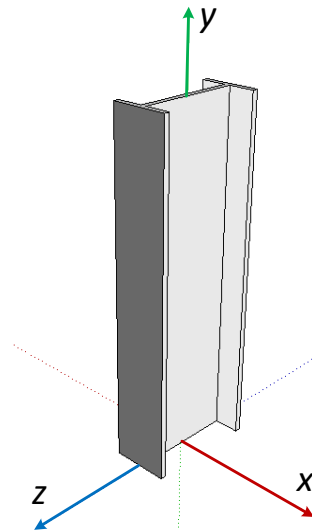


Figura 5.4. Sistema de eixos principais

#### 5.4.2 MODELO ESTRUTURAL

Na modelação da coluna curta em compressão, foram definidas características geométricas (Tabela 5.3), condições de apoio e carregamento.

Tabela 5.3. Definição geométrica do modelo da coluna curta em compressão

Características geométricas	Valor
Comprimento do elemento estrutural (m)	0,60
Número de conjuntos de elementos finitos na direcção longitudinal	60
Comprimento do elemento finito na direcção longitudinal (mm)	10
Número total de elementos finitos	1320
Número total de nós	1403

Para comparar os resultados numéricos com os experimentais as secções extremas devem ser rígidas (sem deslocamentos relativos entre os pontos de cada secção) e ter graus de liberdade compatíveis. Para este efeito, foram utilizados elementos tridimensionais rígidos (*R3D3*) em cada uma das extremidades, dispostos como se ilustra na Figura 5.5(a). Em cada extremidade, o conjunto de elementos foi definido como corpo rígido (*\*RIGID BODY*) tendo o nó central como referência (Figura 5.5(b)).

Na secção de topo foram restringidos os deslocamentos segundo os eixos *x* e *z* no nó central (19) e foram compatibilizadas as rotações em torno de cada um dos eixos (através do comando *\*EQUATION*). Na secção da base foram restringidas as rotações e deslocamentos em todos os nós.

O carregamento foi modelado através da aplicação de uma força no sentido negativo do eixo  $y$  em todos os nós da secção de topo (Figura 5.6).

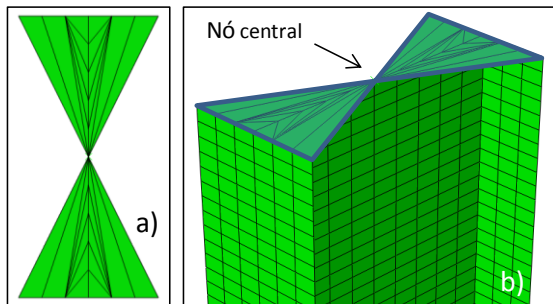


Figura 5.5. Disposição dos elementos rígidos (a) e definição do corpo rígido (b) na extremidade

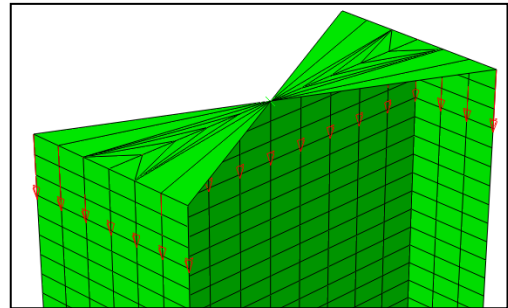


Figura 5.6. Carregamento da coluna

### 5.4.3 ANÁLISE DE ESTABILIDADE

Uma vez completo o modelo, foi realizada uma análise linear de estabilidade do mesmo. Na presente secção são analisados os três primeiros modos de instabilidade. Foram determinadas as respectivas cargas críticas ( $F_{cr}$ ), comprimentos de semi-onda ( $L_{so}$ ) e número de semi-ondas ( $n_{so}$ ). Por último, estes valores foram comparados com resultados analíticos e experimentais. Os primeiros três modos de instabilidade da coluna são apresentados na Figura 5.7.

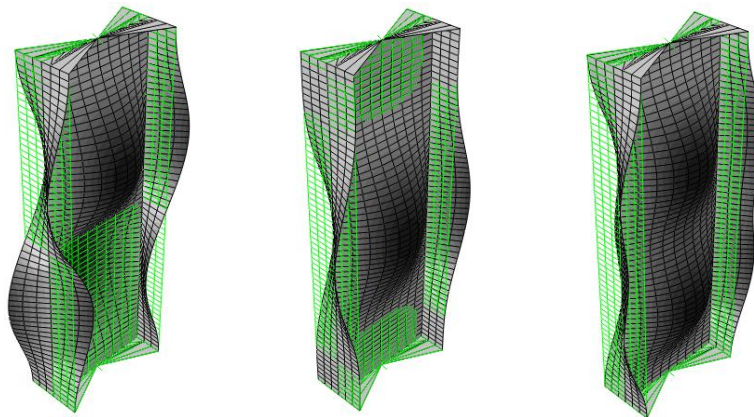


Figura 5.7. Configuração deformada dos três primeiros modos de instabilidade

Em cada um dos modos, a carga crítica é obtida através do ficheiro de *output* do *software* utilizado, o número de semi-ondas é determinado por observação da configuração deformada da coluna (Figura 5.8(a)), a posição da secção com maiores deslocamentos é determinada através da derivada da função  $\delta(h)$  (Figura 5.8(b)) que expressa o deslocamento lateral no centro de rigidez em função da distância à secção da base, e o comprimento de semi-onda é determinado através da segunda derivada da mesma função (Figura 5.8(c)).

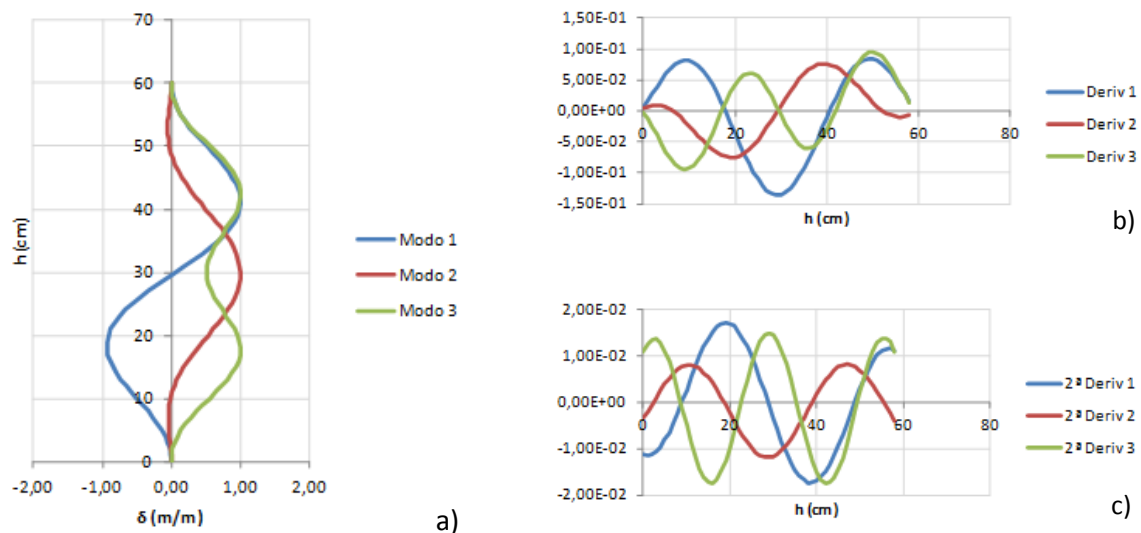


Figura 5.8. Configuração deformada (a) derivada (b) e segunda derivada (c) dos deslocamentos laterais em função da altura da secção

Na Tabela 5.4 são apresentados, para cada modo, os valores de carga crítica ( $P_{cr}$ ), comprimento de semi-onda ( $L_{so}$ ), número de semi-ondas ( $n_{so}$ ) e posições das secções com maiores deslocamentos ( $y_{secção}$ ).

Tabela 5.4. Análise dos três primeiros modos de instabilidade

Modo de instabilidade	$P_{cr}$ (kN)	$L_{so}$ (cm)	$n_{so}$	$y_{secção}$ (mm)
1º	763,49	20,0	2	406,8
2º	809,78	20,3	1	293,0
3º	1102,11	14,0	3	419,0

Na Tabela 5.5 é apresentada uma comparação entre os resultados numéricos, experimentais e analíticos. Os valores de carga crítica experimental e analítica foram determinados no Capítulo 4 (nas secções 4.3.3 e 4.3.4, respectivamente).

Como se pode observar, a carga crítica obtida numericamente afasta-se das cargas críticas determinadas experimentalmente em 128 kN (17%) e analiticamente em 198 kN (26%). Este resultado é coerente com o facto de se ter considerado o módulo de elasticidade em tracção (superior ao módulo de elasticidade em compressão). Além disso, a análise de estabilidade não considera as imperfeições iniciais, pelo que o valor numérico é em geral superior ao valor experimental. A diferença entre os comprimentos de semi-onda determinados numérica e experimentalmente (para a configuração com 2 SO) pode ser explicada pela imprecisão associada à determinação dos pontos de inflexão da configuração deformada da coluna no ensaio. O valor experimental do comprimento de semi-onda carece de rigor visto que foi determinado apenas por observação visual. Uma hipótese

para o valor analítico do comprimento de semi-onda se afastar em mais de 100% dos valores numéricos e experimentais poderá ser a inadequação da expressão utilizada para secções heterogéneas.

**Tabela 5.5. Comparação entre valores numéricos, experimentais, e analíticos**

Modo de instabilidade	Ensaio	$P_{cr,num}$ (kN)	$P_{cr,exp}$ (kN)	$P_{cr,ana}$ (kN)	$n_{so}$	$L_{so,num}$ (cm)	$L_{so,exp}$ (cm)	$L_{so,ana}$ (cm)
2 SO	Coluna 4	763,49	635	565 <sup>9</sup>	2	20,0	25	51,5
1 SO	Coluna 3	809,78	-		1	20,3	19	

Este modelo será posteriormente calibrado (secção 5.4.5) de modo a obter resultados aproximados aos valores experimentais e permitir a realização de estudos paramétricos do ensaio.

#### 5.4.4 ANÁLISE DE ROTURA

Nesta secção apresenta-se a análise não-linear de rotura do modelo da coluna curta sujeita a compressão axial. São analisados rigorosamente os dois primeiros modos de instabilidade (encurvadura local com duas e uma semi-ondas, respectivamente) determinando-se, em particular, cargas de “rotura inicial”, encurtamento axial, deslocamentos laterais, tensões principais e extensões axiais. Foi considerada uma imperfeição inicial com a forma de cada um dos modos de instabilidade e uma amplitude máxima igual a 0,1 mm.

Os valores obtidos na análise numérica foram comparados com cálculos analíticos e resultados experimentais. Posteriormente, o modelo foi calibrado de modo a efectuar estudos paramétricos com interesse.

##### 5.4.4.1 IMPERFEIÇÃO INICIAL COM A FORMA DO PRIMEIRO MODO DE INSTABILIDADE

O primeiro modelo considera uma imperfeição geométrica inicial com a forma do primeiro modo de encurvadura local determinado na análise de estabilidade, isto é, com duas semi-ondas na direcção longitudinal. A carga de “rotura inicial” foi estimada numericamente através do critério de *Tsai-Hill*, tendo-se obtido um valor de **789,34 kN**. O encurtamento axial máximo associado a esta carga foi **2,82 mm**. Verificou-se que a carga de “rotura inicial” é ligeiramente superior à carga crítica determinada em 5.4.3 (763,49 kN). Na Figura 5.9 é apresentada a curva força-encurtamento axial do modelo numérico.

Para a carga de “rotura inicial”, a configuração deformada obtida (e ampliada em 8x) é apresentada na Figura 5.10.

<sup>9</sup> No cálculo deste valor admite-se que a secção tem extensão uniforme, os banzos têm uma área total de 20 cm<sup>2</sup> e a alma tem uma área de 18 cm<sup>2</sup>.

Os deslocamentos laterais na alma e no banzo são apresentados na Figura 5.11.

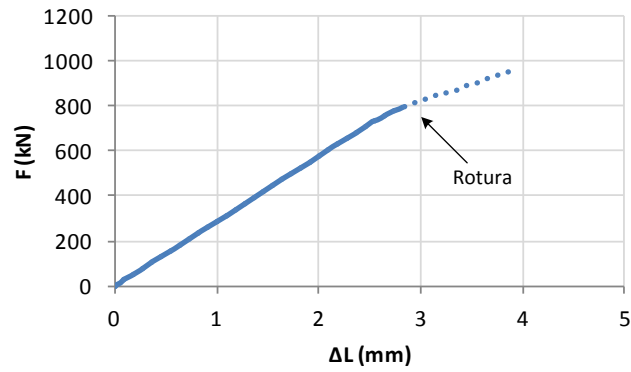


Figura 5.9. Curva carga-encurtamento axial da coluna comprimida

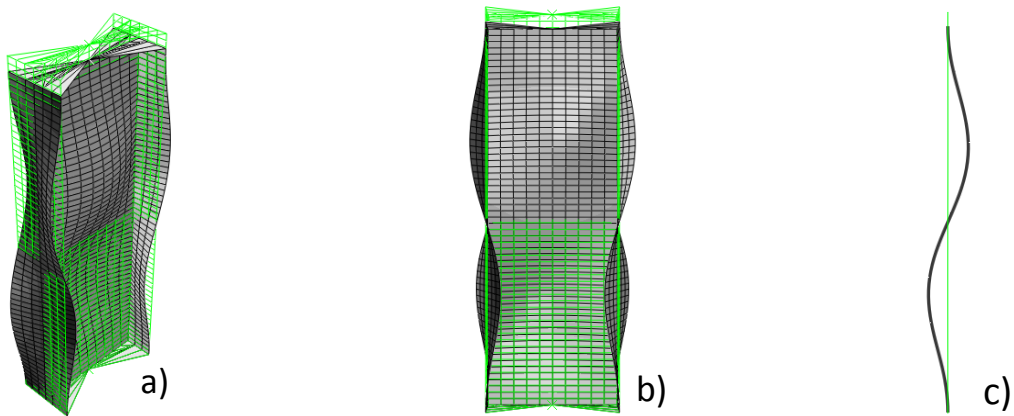


Figura 5.10. (a) Perspectiva e (b) alçado (y,z) (b) da deformada da coluna; (c) deformada (x,y) ao nível do centro de rigidez (ampliada em 8x)

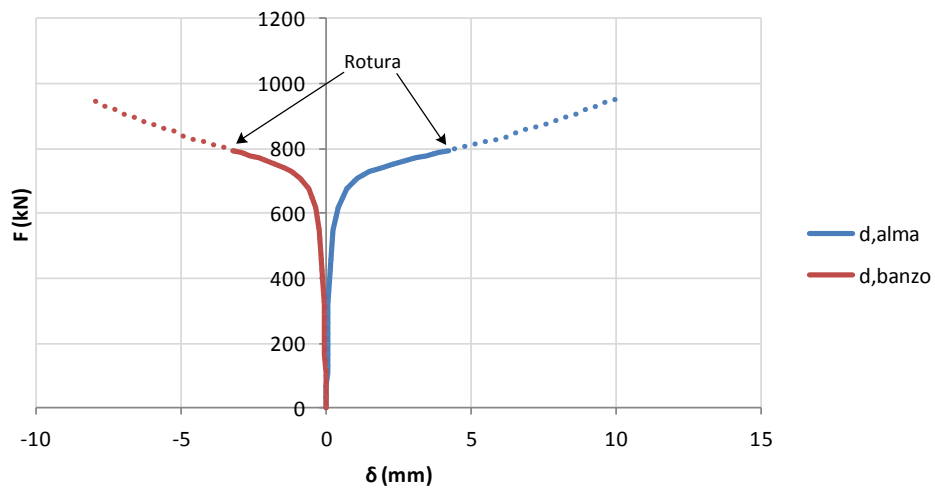


Figura 5.11. Curva carga-deslocamento lateral da alma e banzo

Constata-se que a trajectória de pós encurvadura é estável, não existindo um máximo local na curva carga-deslocamento lateral. Os deslocamentos laterais determinados numericamente são coerentes com os mesmos deslocamentos medidos nos ensaios laboratoriais. Apesar de os valores experimentais terem apresentado uma grande variação entre si (entre 3 e 8 mm medidos na alma), pode-se afirmar que o andamento dos deslocamentos obtidos numericamente e experimentalmente assume uma forma semelhante.

As várias distribuições de tensões ( $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  e  $\tau_{12}$ ) resultantes da compressão axial da coluna são apresentadas na Figura 5.12 para o nível de carga última (789,34 kN). Nos resultados apresentados, os valores das tensões medidas nos banzos são diferentes consoante a camada (LAYER) seja de GFRP ou CFRP. Por este motivo, os valores de tensão axial registados nos banzos são superiores (em valor absoluto) na face exterior dos mesmos (manta de CFRP).

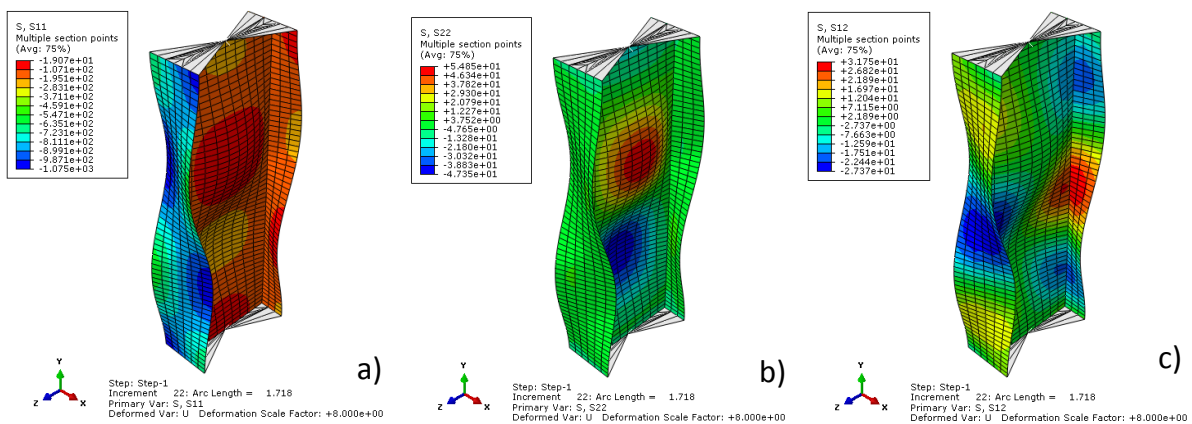


Figura 5.12. Tensão (a) longitudinal, (b) transversal e (c) tangencial (valores em MPa)

O critério de “rotura inicial” é atingido em primeiro lugar nos elementos 680 e 689, que correspondem aos pontos de inflexão da deformada da coluna junto da ligação banzo-alma. É nestes elementos, representados na Figura 5.13, que o colapso da estrutura se inicia.

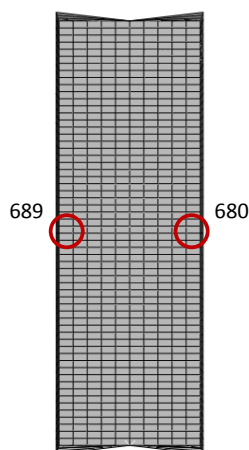


Figura 5.13. Localização dos elementos onde se inicia o colapso da coluna

Com o intuito de comparar a evolução das três tensões ( $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  e  $\tau_{12}$ ) com o nível de deformação imposta, utilizou-se como variável independente a extensão axial da coluna. As curvas com a evolução das tensões nestes dois elementos finitos (680 e 689 - Figura 5.13) em função da extensão axial ( $\epsilon$ ) da coluna são apresentadas nas Figuras 5.14, 5.15 e 5.16.

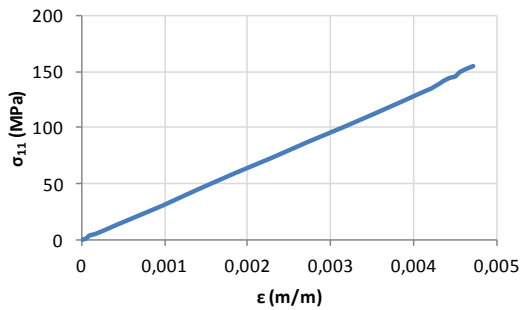


Figura 5.14. Evolução da tensão longitudinal com a extensão longitudinal

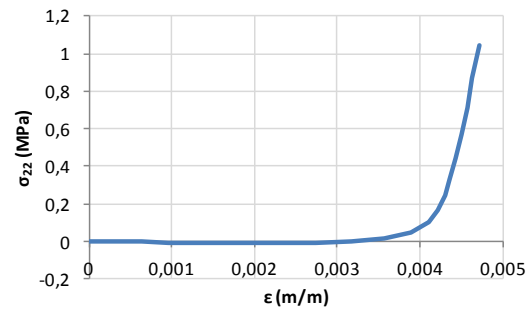


Figura 5.15. Evolução da tensão transversal com a extensão longitudinal

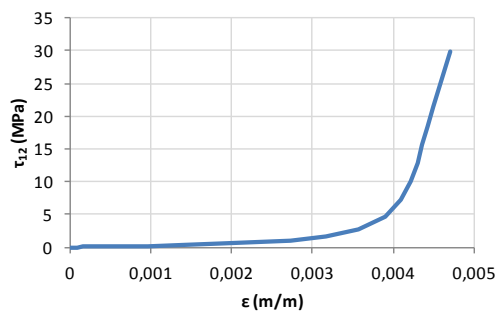


Figura 5.16. Evolução da tensão tangencial com a extensão longitudinal

A tensão longitudinal ( $\sigma_{11}$ ) tem uma evolução praticamente linear até à rotura, enquanto que a tensão transversal ( $\sigma_{22}$ ) e a tensão tangencial ( $\tau_{12}$ ) são praticamente nulas até ser atingida a carga crítica, sofrendo um aumento acentuado depois desta ser atingida. As tensões máximas nos elementos finitos onde o colapso se inicia, bem como as respectivas resistências fornecidas no ficheiro de *input*, são apresentadas na Tabela 5.6.

Tabela 5.6. Relação entre as tensões actuantes máximas e as respectivas resistências

Designação	Tensão actuante (MPa)	Tensão resistente (MPa)	Razão
$\sigma_{11}$	154,1	495,1	0,311
$\sigma_{22}$	0,991	130,1	0,008
$\tau_{12}$	29,12	30,59	0,952



Verificou-se que a rotura pelo critério de *Tsai-Hill* é fortemente condicionada pela resistência ao corte do nó da ligação banzo alma, visto que a tensão tangencial actuante é cerca de **95%** da resistência tangencial da secção. A zona da ligação banzo-alma é bastante sensível quando ocorre instabilidade local. A curva índice de Tsai Hill-extensão axial é apresentada na Figura 5.17.

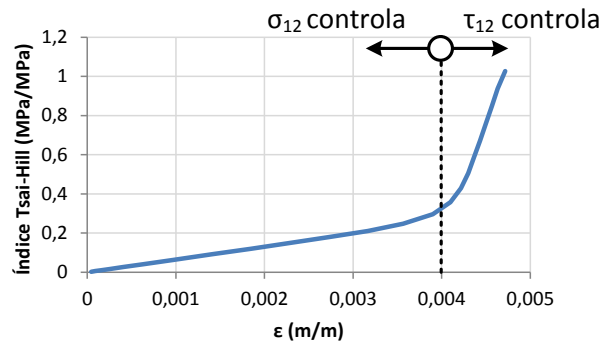


Figura 5.17. Curva índice de Tsai Hill-extensão axial

Como se pode verificar na Figura 5.17, o índice de *Tsai-Hill* teve uma evolução linear até ser atingida a carga crítica, onde praticamente só a tensão longitudinal tem influência. Após ser atingida a carga crítica, e devido à interacção das tensões longitudinais com as tensões tangenciais, o gradiente associado ao índice aumentou consideravelmente culminando na rotura da ligação banzo-alma.

A evolução das tensões na secção onde o colapso se inicia ( $y = 290 \text{ mm}$ ) é apresentada na Figura 5.23. Nesta figura, estão representadas a azul as tensões em fase elástica ( $P = 0,42P_{ri}$ ), a vermelho numa fase de transição ( $P = 0,93P_{ri}$ ) e a verde na iminência de ser atingido o critério de “rotura inicial” ( $P = P_{ri}$ ).

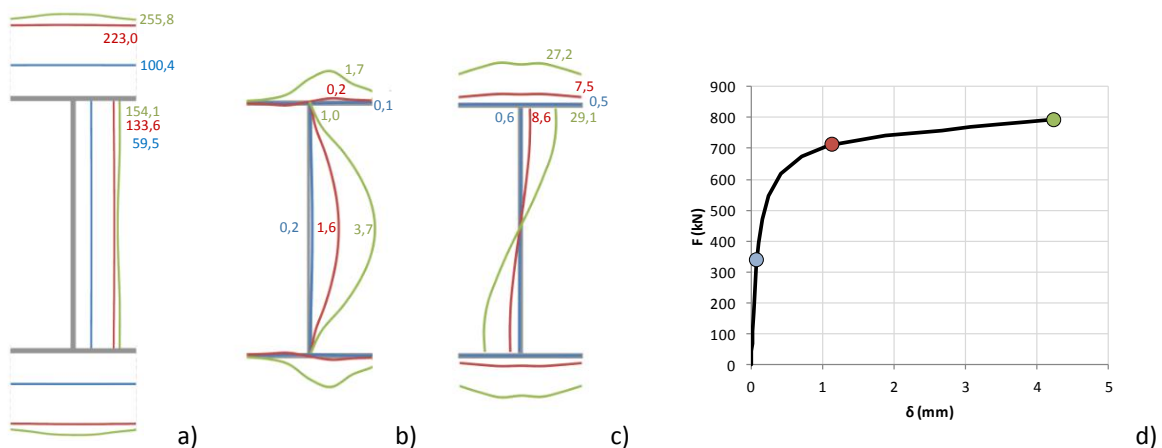


Figura 5.18. (a) Tensões longitudinais, (b) transversais e (c) tangenciais na secção crítica em MPa; (d) Pontos da curva carga-deslocamento associados a cada estado de tensão representado

Todos os valores apresentados nesta secção serão posteriormente calibrados de acordo com os resultados experimentais para, com o modelo devidamente calibrado, serem efectuados alguns estudos paramétricos.

#### 5.4.4.2 IMPERFEIÇÃO INICIAL COM A FORMA DO SEGUNDO MODO DE INSTABILIDADE

Neste modelo considera-se uma imperfeição inicial com a forma do segundo modo de encurvadura local determinado na análise de estabilidade, isto é, com uma semi-onda na direcção longitudinal. A carga de “rotura inicial” foi estimada numericamente através do critério de *Tsai-Hill*, tendo-se obtido um valor de **804,72 kN**. O encurtamento axial máximo associado a esta carga foi **2,79 mm**. Comparando estes valores com os resultados obtidos no modo de encurvadura local com duas semi-ondas, a carga crítica assumiu um valor ligeiramente superior (cerca de 15,4 kN ou 1,9%) para um encurtamento axial ligeiramente inferior (cerca de 0,03 mm ou 0,9%). Na Figura 5.19 é apresentado a curva força-encurtamento axial do modelo numérico. Para a carga de “rotura inicial”, a configuração deformada obtida (e ampliada em oito vezes) é apresentada na Figura 5.20.

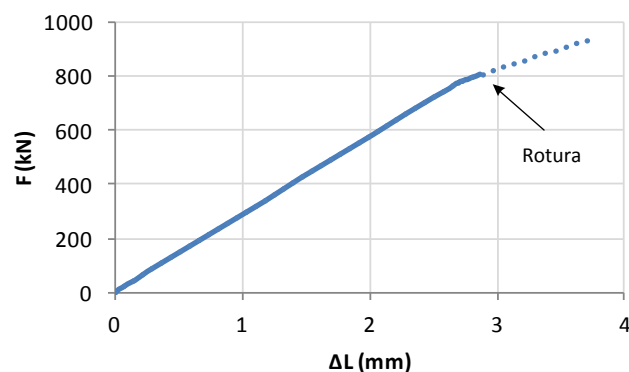


Figura 5.19. Curva carga-encurtamento axial da coluna comprimida

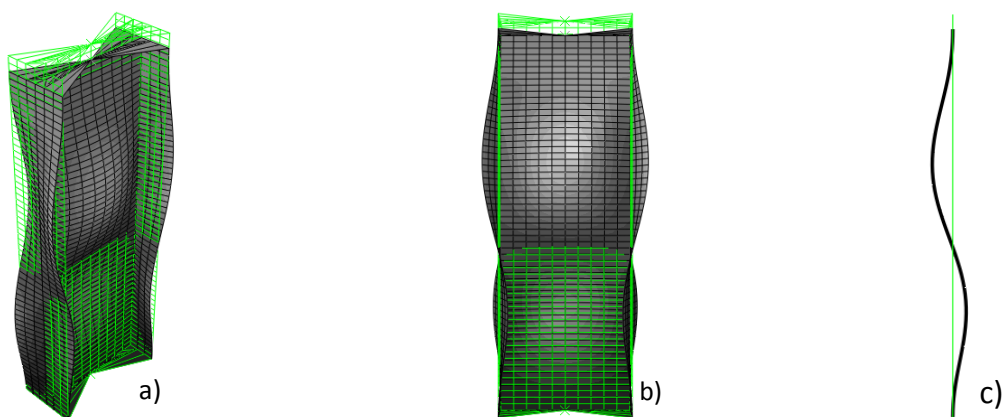
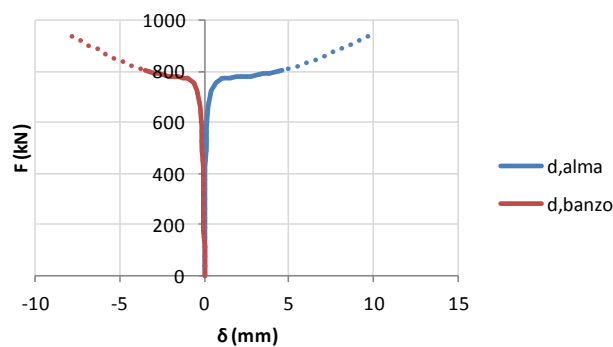


Figura 5.20. (a) Perspectiva e (b) alçado (y,z) da deformada da coluna; (c) deformada (x,y) ao nível do centro de rigidez (ampliada em oito vezes)

Como se pode observar, a configuração deformada da coluna na iminência da rotura é bastante idêntica à configuração deformada com duas semi-ondas. Tal pode ser explicado pelo facto de (i) as cargas críticas associadas a cada um dos modos apresentarem uma diferença ainda considerável (cerca de 46 kN) e (ii) a imperfeição inicial considerada ter uma amplitude demasiado reduzida. Por este motivo, apesar de se considerar uma imperfeição inicial com uma semi-onda, na iminência da rotura a configuração deformada assume um modo de encurvadura com duas semi-ondas. A imperfeição inicial deste modelo deve ser, então, calibrada de modo a que na iminência da rotura a configuração deformada tenha uma semi-onda (tal como foi observado no ensaio experimental da coluna 3).

Os deslocamentos laterais na alma e no banzo são apresentados na Figura 5.21.



**Figura 5.21. Deslocamento lateral da alma e banzo**

Os deslocamentos laterais determinados numericamente não podem ser comparados com os deslocamentos laterais apresentados no Capítulo 4 (para a coluna 3), visto que no ensaio a secção instrumentada correspondeu a um ponto de inflexão da configuração deformada. Na Figura 5.22 é apresentada a deformada global da coluna ao longo do carregamento. Como se pode observar nessa figura, a coluna deforma-se inicialmente de acordo com a imperfeição inicial imposta mas, quando é atingida a carga crítica do primeiro modo de instabilidade, a semi-onda “sobe” originando uma configuração deformada idêntica à do primeiro modo de instabilidade da coluna.

As várias tensões ( $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  e  $\tau_{12}$ ) resultantes da compressão axial da coluna são apresentadas na Figura 5.23 para o nível de carga de “rotura inicial” (804,72 kN). As curvas com a evolução das tensões nos elementos finitos onde o colapso se inicia (680 e 689, tal como na secção 5.4.4.1) em função da extensão axial ( $\epsilon$ ) da coluna são apresentadas nas Figuras 5.24, 5.25 e 5.26.

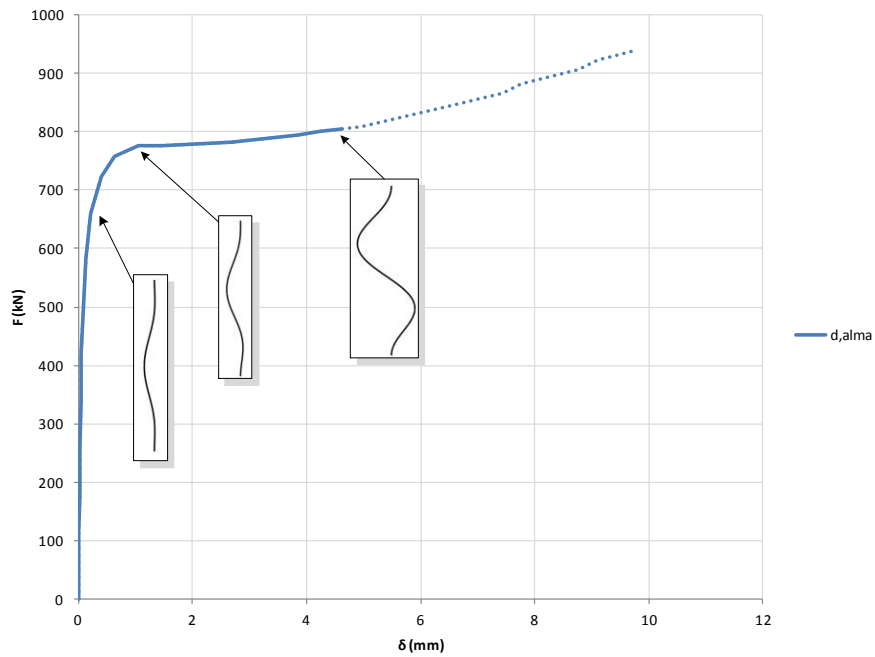


Figura 5.22. Evolução da configuração deformada da coluna ao longo do carregamento

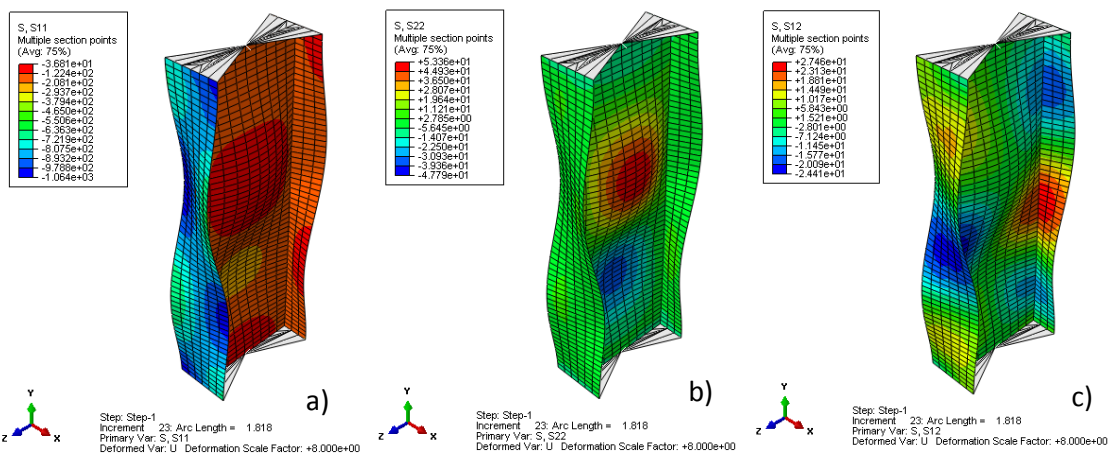


Figura 5.23. Tensão (a) longitudinal, (b) transversal e (c) tangencial (valores em MPa)

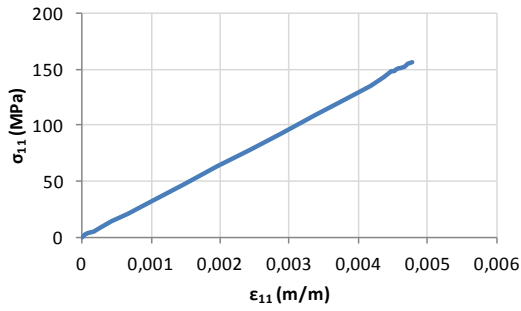


Figura 5.24. Evolução da tensão longitudinal com a extensão longitudinal

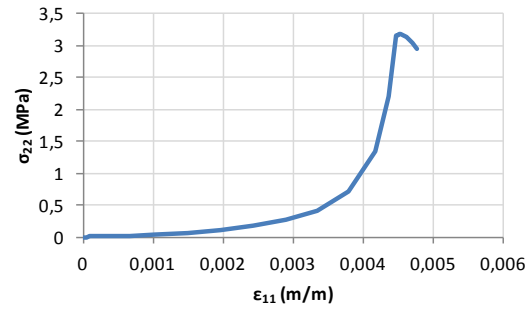


Figura 5.25. Evolução da tensão transversal com a extensão longitudinal

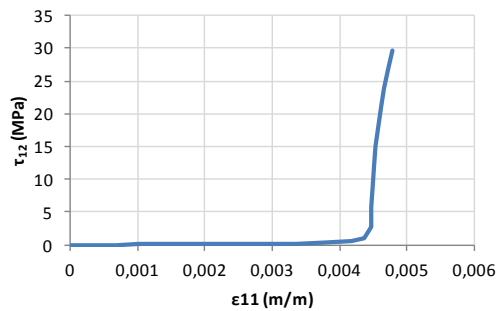


Figura 5.26. Evolução da tensão tangencial com a extensão longitudinal

Tal como na secção 5.4.4.1, a tensão longitudinal ( $\sigma_{11}$ ) tem uma evolução praticamente linear até à rotura, enquanto que a tensão transversal ( $\sigma_{22}$ ) e a tensão tangencial ( $\tau_{12}$ ) são praticamente nulas até ser atingida a carga crítica, sofrendo um aumento acentuado depois desta ser atingida. As tensões máximas nos elementos finitos onde o colapso se inicia bem como as respectivas resistências fornecidas no ficheiro de *input* são apresentadas na Tabela 5.7.

Tabela 5.7. Relação entre as tensões actuantes máximas e respectivas resistências (El. 726)

Designação	Tensão actuante (MPa)	Tensão resistente (MPa)	Razão
$\sigma_{11}$	155,94	495,1	0,315
$\sigma_{22}$	2,965	130,1	0,023
$\tau_{12}$	29,01	30,59	0,948

Verificou-se que a rotura pelo critério de *Tsai-Hill* é fortemente condicionada pela resistência tangencial da secção, visto que a tensão tangencial actuante é cerca de **95%** da resistência tangencial da secção. A curva índice de Tsai Hill-extensão axial é apresentada na Figura 5.27.

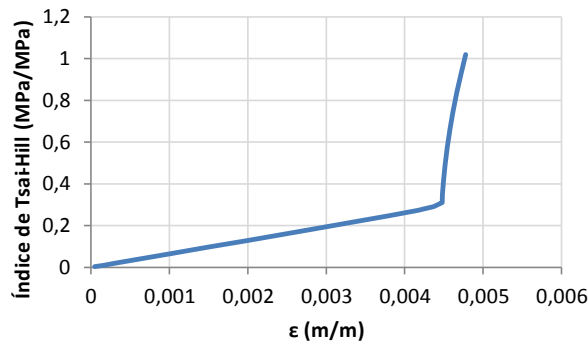


Figura 5.27. Curva índice de Tsai Hill-extensão axial

Como se pode verificar na Figura 5.27, o índice de *Tsai-Hill* tem uma evolução linear até ser atingida a carga crítica, onde praticamente só a tensão longitudinal tem influência. Após ser atingida a carga crítica, e devido à interação das tensões longitudinais com as tensões tangenciais, o gradiente associado ao índice aumenta consideravelmente culminando na rotura da ligação banzo-alma. O facto de a transição ser mais acentuada no modo com uma semi-onda do que no modo com duas semi-ondas pode ser explicado pela “transição” de modos de encurvadura ao longo do carregamento.

Como a evolução das tensões na secção crítica é muito semelhante ao modo de encurvadura com duas semi-ondas (5.4.4.2) e estas são meramente indicativas, não se considerou necessária a sua apresentação.

Todos os valores apresentados nesta secção foram posteriormente calibrados de acordo com os resultados experimentais para, com o modelo devidamente calibrado, serem efectuados estudos paramétricos do mesmo.

#### 5.4.5 CALIBRAÇÃO DOS MODELOS

Devido à diferença considerável entre os valores registados experimentalmente e os valores determinados numericamente (cargas críticas e deslocamentos axiais), foi necessário efectuar uma calibração dos modelos elaborados, tanto para a encurvadura local com duas semi-ondas como para a encurvadura local com uma semi-onda. Os modelos foram calibrados de acordo com os resultados experimentais das colunas 1 e 4. Depois de calibrado o modelo, os resultados numéricos foram, também, comparados com os resultados experimentais do ensaio da coluna 3 (encurvadura local com uma semi-onda).

A calibração foi realizada através da variação simultânea dos módulos elásticos ( $E_L$  e  $G_{LT}$ ). A variação do módulo elástico longitudinal da parcela de GFRP e da manta de CFRP foi efectuada em igual proporção. Sabendo que o módulo elástico longitudinal tem maior influência sobre o encurtamento axial e o módulo elástico de distorção tem maior influência sobre a carga crítica, estes valores foram calibrados num processo de “tentativa-e-erro” de modo a obter uma aproximação aos valores experimentais inferior a 1%. Na Tabela 5.8 apresenta-se o resul-

tado final da calibração. O declive da curva F- $\Delta$ L experimental é o valor médio dos declives de todos os ensaios, enquanto a carga crítica experimental é o valor médio das cargas críticas das colunas 1 e 4.

**Tabela 5.8. Módulos elásticos (E e G) calibrados**

	F- $\Delta$ L (kN/mm)	P <sub>cr</sub> (kN)	E <sub>L,GFRP</sub> (GPa)	E <sub>L,CFRP</sub> (GPa)	G <sub>LT</sub> (GPa)
<b>Experimental</b>	146,9	626,0	32,81	181,85	3,73
<b>Numérico</b>	148,3	631,8	16,41	90,93	4,10
<b>Erro relativo</b>	0,95%	0,93%	-	-	-

Verificou-se uma redução muito significativa (50%) dos módulos de elasticidade longitudinal da parcela de GFRP e da manta de CFRP, superior ao que seria expectável. Quanto ao valor do módulo elástico de distorção, este sofreu um ligeiro aumento (10%). A redução dos módulos elásticos acima referida poderá ser explicada pelos seguintes factores: (i) no modelo inicial foram utilizados os módulos elásticos do ensaio de tracção em provetes (visto que no ensaio de compressão não se utilizaram extensómetros); (ii) pode ter ocorrido esmagamento local nas secções da extremidade; (iii) a altura “efectiva” da coluna no ensaio experimental foi 66 cm e não 60 cm e (iv) a existência de imperfeições geométricas e heterogeneidade do material. Não obstante, mesmo conjugando todos estes factores, uma redução de 50% da rigidez do material é bastante elevada e deverá ser alvo de estudos posteriores. As diferenças observadas também podem ser explicadas por uma possível inadequação de modelos finitos com elementos de casca para estudar o comportamento de colunas compósitas sem que se tenha em consideração a degradação progressiva da rigidez/resistência dos laminados à compressão

Em geral, nos perfis compósitos as fibras de reforço são mais rígidas quando traccionadas, visto que podem sofrer fenómenos de encurvadura quando sujeitas a compressão. A ocorrência de esmagamento local nas extremidades da coluna tem como consequência o aumento do encurtamento axial e, portanto, resultará um módulo de elasticidade “aparente” inferior. O encastramento nas extremidades da coluna impede as rotações mas não a deformação na zona de extremidade. Nesse caso, deveria ter sido adoptada uma altura total de 66 cm, o que originaria um módulo de elasticidade inferior (em 10%).

Depois de calibrado o modelo repetiu-se a **análise linear de estabilidade** efectuada no modelo inicial. As configurações deformadas dos três primeiros modos de instabilidade do modelo calibrado são apresentadas na Figura 5.28.

Verificou-se que, com o modelo calibrado, o primeiro e o segundo modo de instabilidade da coluna são idênticos ao do modelo inicial. No entanto, o terceiro modo de instabilidade é distinto do modelo inicial. Na Tabela 5.9 são apresentados, para cada modo, os valores de carga crítica (P<sub>cr</sub>), comprimento de semi-onda (L<sub>so</sub>), número de semi-ondas (n<sub>so</sub>) e posições das secções com maiores deslocamentos (z<sub>base</sub>).

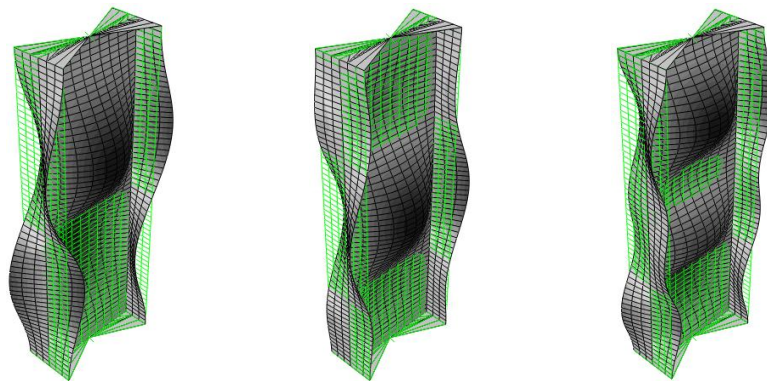


Figura 5.28. Configuração deformada dos primeiros três modos de instabilidade do modelo calibrado

Tabela 5.9. Análise dos três primeiros modos de encurvadura local

Modo de instabilidade	$P_{cr}$ (kN)	$L_{so}$ (cm)	$n_{so}$	$z_{base}$ (mm)
1º	631,81	19,1	2	400,6
2º	665,69	19,7	1	292,2
3º	857,17	15,9	3	421,5

Depois de efectuada a análise de estabilidade efectuou-se uma **análise não-linear (de rotura)**. Os valores numéricos e experimentais de cargas de rotura e deslocamentos foram comparados nesta fase.

#### 5.4.5.1 IMPERFEIÇÃO INICIAL COM A FORMA DO PRIMEIRO MODO DE INSTABILIDADE

As curvas força-encurtamento axial do modelo numérico e dos ensaios das colunas 1 e 4 são apresentadas na Figura 5.29.

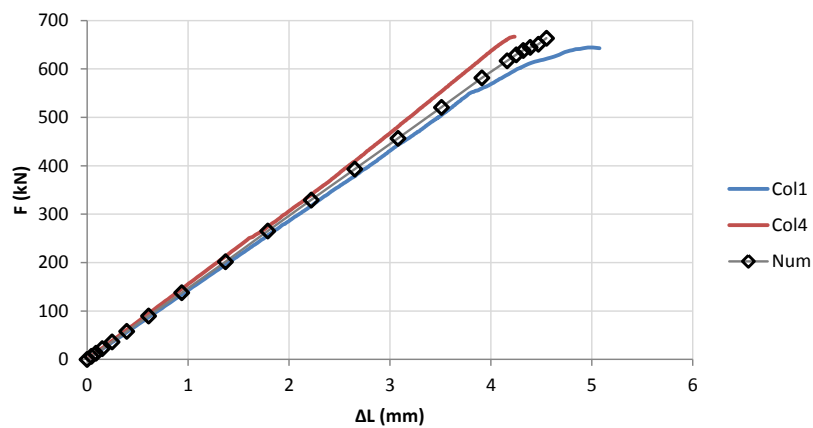


Figura 5.29. Curvas carga-encurtamento axial do modelo calibrado e ensaios experimentais

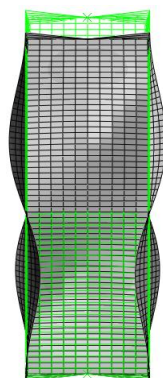


Os valores de carga última ( $P_u$ ) e encurtamento axial máximo ( $\Delta L_{máx}$ ) dos ensaios foram comparados com os valores de carga de “rotura inicial” ( $P_{ri}$ ) e encurtamento axial máximo ( $\Delta L_{máx,num}$ ) determinados numericamente. Estes são apresentados na Tabela 5.10.

**Tabela 5.10. Comparação dos valores de força e encurtamento numéricos e experimentais**

	$P_u; P_{ri}$ (kN)	$\Delta L_{máx}; \Delta L_{máx,num}$ (mm)
<b>Numérico</b>	655,52	4,49
<b>Coluna 1</b>	644,35	5,07
<b>Erro</b>	1,70%	12,92%
<b>Coluna 4</b>	666,54	4,24
<b>Erro</b>	1,68%	5,57%

Os erros entre a carga última medida nos ensaios e a carga de “rotura inicial” determinada numericamente apresentaram valores muito reduzidos (inferiores a 2%), pelo que se pode considerar que a resistência de pós-encurvadura do modelo calibrado e dos ensaios é bastante idêntica. Quanto aos valores de encurtamento axial, o erro entre resultados numéricos e experimentais foi ligeiramente superior. A configuração deformada do modelo calibrado (ampliada 8x) na iminência da rotura é apresentada na Figura 5.30.



**Figura 5.30. Configuração deformada do modelo da coluna (2SO) calibrado na iminência da rotura (ampliada oito vezes).**

Na Figura 5.31 é apresentada a comparação entre os deslocamentos laterais da alma e banzo obtidos por via numérica e experimental.

Através da observação gráfica das curvas pode-se afirmar que os deslocamentos numéricos têm uma correlação bastante razoável com os deslocamentos medidos no ensaio. Tal facto é bastante evidente no deslocamento medido no banzo da coluna 1 ( $d_{f,col1}$ ) em que a curva experimental é praticamente coincidente com a curva numérica.

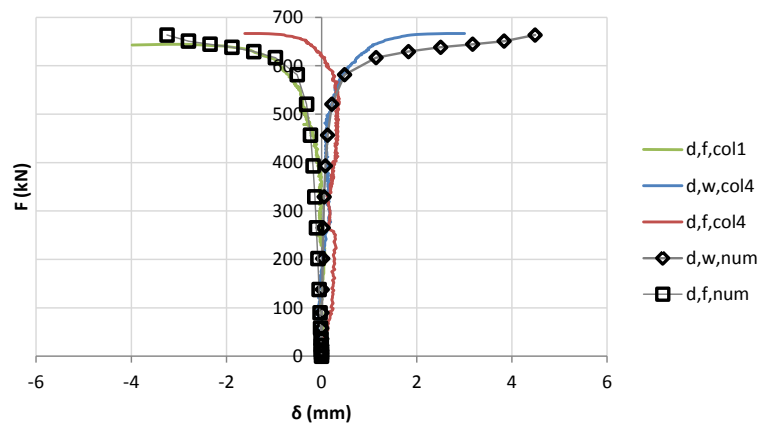


Figura 5.31. Curvas carga-deslocamento lateral da alma e banzo (numéricos e experimentais)

Tal como no modelo inicial, os elementos finitos onde se inicia o colapso são o 680 e o 689. As tensões máximas nestes elementos, bem como as resistências fornecidas no ficheiro de *input* são apresentadas na Tabela 5.11.

Tabela 5.11. Relação entre as tensões actuantes máximas e respectivas resistências

Designação	Tensão actuante (MPa)	Tensão resistente (MPa)	Razão
$\sigma_{11}$	126,2	495,1	0,255
$\sigma_{22}$	0,51	130,1	0,004
$\tau_{12}$	30,06	30,59	0,983

Também no modelo calibrado se comprova que a resistência longitudinal do material não é condicionante. A tensão longitudinal atinge, no início do colapso, um valor de apenas 25% da sua resistência. As tensões transversais são desprezáveis sendo o seu valor máximo apenas 0,4% do valor limite neste elemento. Mais uma vez se comprova que a resistência ao corte é bastante condicionante, obtendo-se um valor de tensão tangencial que é praticamente igual à sua resistência (98,3%).

#### 5.4.5.2 IMPERFEIÇÃO INICIAL COM A FORMA DO SEGUNDO MODO DE INSTABILIDADE

As curvas força-encurtamento axial do modelo numérico e do ensaio da coluna 3 são apresentadas na Figura 5.32.

Os valores de carga última ( $P_u$ ) e encurtamento axial máximo ( $\Delta L_{m\acute{a}x}$ ) dos ensaios foram comparados com os valores de carga de “rotura inicial” ( $P_{ri}$ ) e encurtamento axial máximo ( $\Delta L_{m\acute{a}x,num}$ ) determinados numericamente. Estes são apresentados na Tabela 5.12.

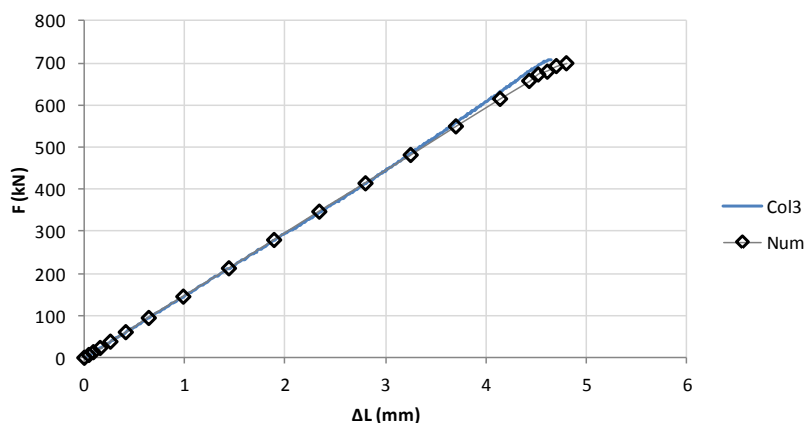


Figura 5.32. Curva carga-encurtamento axial do modelo calibrado e ensaio experimental

Tabela 5.12. Comparação dos valores de carga e encurtamento numéricos e experimentais

	$P_u / P_{ri}$ (kN)	$\Delta L_{m\acute{a}x} / \Delta L_{m\acute{a}x,num}$ (mm)
<b>Numérico</b>	695,33	4,74
<b>Coluna 3</b>	706,90	4,65
<b>Erro</b>	1,66%	1,90%

Tendo em conta que a calibração foi efectuada apenas para coluna com uma imperfeição inicial com duas semi-ondas, pode-se afirmar que os resultados fornecidos pelo modelo calibrado são bastante aproximados aos resultados experimentais da coluna 3. Este facto indica que o modelo calibrado não se limita a um modo de encurvadura específico e constitui uma boa ferramenta para obter os resultados dos estudos paramétricos a efectuar. A configuração deformada do modo de encurvadura com uma semi-onda depois da calibração (ampliada 8x) na iminência da rotura é apresentada na Figura 5.33.

No modelo calibrado com uma imperfeição inicial com uma semi-onda, os elementos finitos onde o critério de *Tsai-Hill* é atingido são o 519 e o 528 ( $y = 380$  mm). Estes elementos correspondem praticamente ao ponto de inflexão da deformada da estrutura junto da ligação banzo-alma (Figura 5.34). As tensões máximas nestes elementos, bem como as resistências fornecidas no ficheiro de *input* são apresentadas na Tabela 5.13.

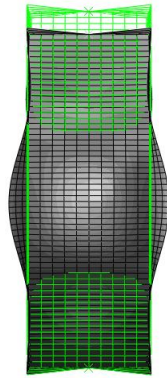


Figura 5.33. Configuração deformada do modelo da coluna (150) calibrado na iminência da rotura (ampliada 8x)

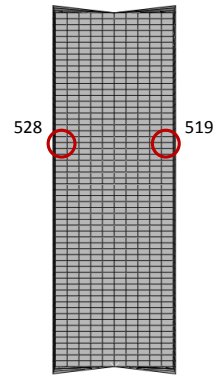


Figura 5.34. Localização dos elementos onde se inicia o colapso da coluna (150)

Tabela 5.13. Relação entre as tensões actuantes máximas e respectivas resistências

Designação	Esforço actuante (MPa)	Tensão resistente (MPa)	Razão
$\sigma_{11}$	141,2	495,1	0,285
$\sigma_{22}$	5,16	130,1	0,040
$\tau_{12}$	30,13	30,59	0,985

Mais uma vez se comprova a influência da resistência ao corte na rotura por encurvadura local (98,5%). Também na coluna com uma imperfeição inicial com uma semi-onda a tensão longitudinal no elemento finito onde o colapso se inicia é bastante inferior (28,5%) à resistência longitudinal do material.

#### 5.4.6 ESTUDOS PARAMÉTRICOS

Nesta secção foi estudada a influência da altura e secção transversal da coluna na carga crítica e configuração deformada da mesma. Sabe-se que a tensão crítica correspondente ao primeiro modo de encurvadura local de uma placa tem uma variação reduzida quando se aumenta o número de semi-ondas na direcção longitudinal [5.4]. Neste estudo foram analisados dois modelos de secção, com geometria em I e H.

Em primeiro lugar, foi determinado analiticamente o comprimento da coluna para o qual a carga crítica de encurvadura global é igual à carga crítica do primeiro modo de encurvadura local. Para tal, utilizou-se a equação (3.25) fornecida no Capítulo 3. Todos os valores e expressões utilizados na determinação do comprimento para o qual as cargas críticas de encurvadura global e local (da secção em I) são iguais, são apresentados na Tabela 5.14.

Tabela 5.14. Determinação do comprimento para o qual as cargas críticas global e local se igualam (secção em I)

Variável	Designação	Expressão	Valor
$E_L$	Módulo de elasticidade longitudinal <sup>10</sup>	-	22,0 GPa
$I_z$	Momento de inércia em torno do eixo z	-	1,670x10 <sup>6</sup> mm <sup>4</sup>
$k$	Coef. de comprimento de encurvadura por flexão	-	0,7
$P_{euler}$	Carga crítica de Euler	$P_{euler} = \frac{\pi^2 E_L I}{(kL)^2}$	-
$K$	Coef. de área de corte	-	0,414
$G_{LT}$	Módulo elástico de distorção do modelo calibrado	-	4,10 GPa
$A$	Área da secção	-	3879,0 mm <sup>2</sup>
$P_{cr, Flex}$	Carga crítica de encurvadura global por flexão	$P_{cr, Flex} = \frac{P_{euler}}{1 + P_{euler}/(KG_{LT}A)}$	631,8 kN
$L$	Comprimento da coluna	-	<b>140,73 cm</b>

Variou-se o comprimento do perfil com incrementos de 10 cm entre a altura de ensaio (60 cm) e 150 cm. Com o objectivo de determinar a evolução da carga crítica de encurvadura global em função do comprimento da coluna testaram-se mais dois comprimentos (200 e 300 cm, respectivamente). Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 5.15.

Tabela 5.15. Variação da carga crítica e configuração deformada da coluna em função do comprimento (secção em I)

L (cm)	Modo de instabilidade	$n_{so}$	$P_{cr}$ (kN)	$\sigma_{cr}$ (MPa)
60	Local	2	631,8	205,8
70	Local	2	622,4	202,7
80	Local	3	609,8	198,6
90	Local	3	602,4	196,2
100	Local	3	600,1	195,4
110	Local	4	594,2	193,5
120	Local	4	591,1	192,5
130	Global	-	539,5	175,7
140	Global	-	483,3	157,4
150	Global	-	433,9	141,3
200	Global	-	272,6	88,8
300	Global	-	138,5	45,1

<sup>10</sup> Módulo de elasticidade longitudinal determinado analiticamente através das ponderações dos valores calibrados dos módulos elásticos longitudinais das parcelas de GFRP (16,41 GPa) e CFRP (90,93 GPa).

Os resultados da Tabela 5.15 são apresentados graficamente na Figura 5.35. Na Figura 5.36 são apresentadas as envolventes de carga crítica de encurvadura local e global.

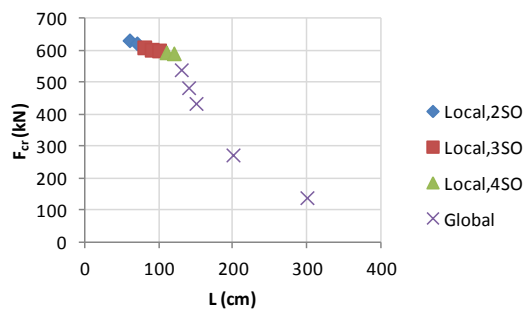


Figura 5.35. Evolução da carga crítica e configuração deformada em função da altura (secção em I)

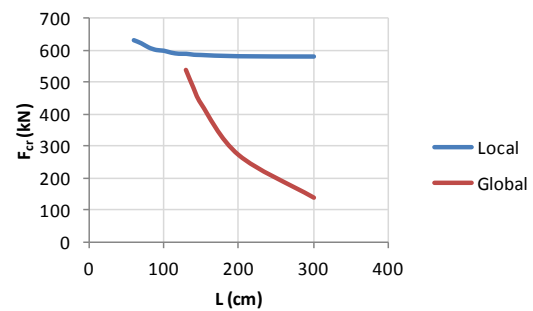


Figura 5.36. Curvas de instabilidade local e global (secção em I)

A carga crítica para valores de comprimento inferiores a 100 cm é ligeiramente superior devido à influência dos encastramentos na determinação da mesma. Como é possível observar graficamente, para uma coluna com secção em I não travada lateralmente, o comprimento máximo para a ocorrência de encurvadura local (até quatro semi-ondas na direcção longitudinal) foi **120 cm**. No dimensionamento de colunas utilizando o perfil em estudo, é fortemente aconselhado o travamento lateral de colunas com altura superior àquele valor. Pode-se observar na Figura 5.36 que uma coluna com 300 cm travada lateralmente permite um acréscimo de carga de cerca de **320%**. Foi efectuada uma análise semelhante para uma coluna com secção transversal em H (200x200x10 mm) com mantas de CFRP semelhantes às do perfil em estudo nos banzos (Figura 5.37).

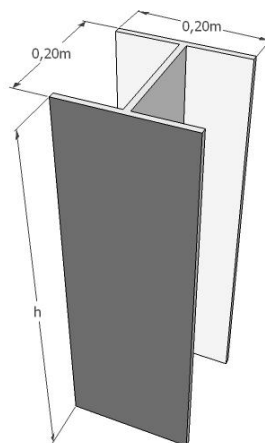


Figura 5.37. Coluna com secção em H utilizada nos estudos paramétricos efectuados

Como para um comprimento de 300 cm o primeiro modo de instabilidade foi de encurvadura local, testaram-se, para além das alturas utilizadas na análise da secção em I, as alturas de 400, 450, 500 e 600 cm. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 5.16.

Tabela 5.16. Variação da carga crítica e configuração deformada da coluna em função do comprimento (secção em H)

L (cm)	Modo de instabilidade	$n_{so}$	$P_{cr}$ (kN)	$\sigma_{cr}$ (MPa)
60	Local	2	519,0	102,4
70	Local	2	506,6	99,9
80	Local	2	471,7	93,0
90	Local	2	454,0	89,5
100	Local	2	446,9	88,1
110	Local	2	445,4	87,8
120	Local	3	436,0	86,0
130	Local	3	429,4	84,7
140	Local	3	426,5	84,1
150	Local	3	425,8	84,0
200	Local	5	416,2	82,1
300	Local	7	409,8	80,8
400	Local	9	408,5	80,6
450	Global	-	399,4	78,8
500	Global	-	331,5	65,4
600	Global	-	240,6	47,5

Os resultados da Tabela 5.16 são apresentados graficamente na Figura 5.38. Na Figura 5.39 são apresentadas as envolventes de carga crítica de encurvadura local e global.

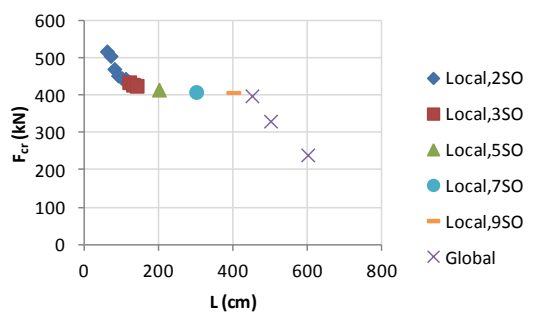


Figura 5.38. Evolução da carga crítica e configuração deformada em função do comprimento (secção em H)

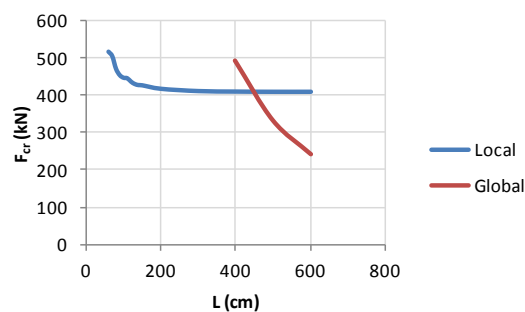


Figura 5.39. Curvas de instabilidade local e global (secção em H)

A carga crítica para valores de comprimento inferiores a 150 cm é ligeiramente superior devido à influência dos encastamentos na determinação da mesma. Como se pode observar graficamente, para uma coluna não travada com secção em H, o comprimento máximo para a ocorrência de encurvadura local foi cerca de **450 cm**. A partir deste valor, o primeiro modo de instabilidade da coluna é de encurvadura global.

No caso de colunas longas com secção em H, a inexistência de travamento lateral não é tão condicionante como nas colunas longas com secção em I. No entanto, no dimensionamento de colunas curtas, é aconselhável a utilização de perfis com secção em I. Como a tensão crítica de encurvadura local da coluna é condicionada em

ambos os casos pelos banzos e este elemento tem maior largura na secção em H, é natural que a carga crítica de colunas curtas seja superior para secções em I. Na Figura 5.40 são apresentadas as curvas envolventes das tensões críticas de colunas com as secções em I e H analisadas.

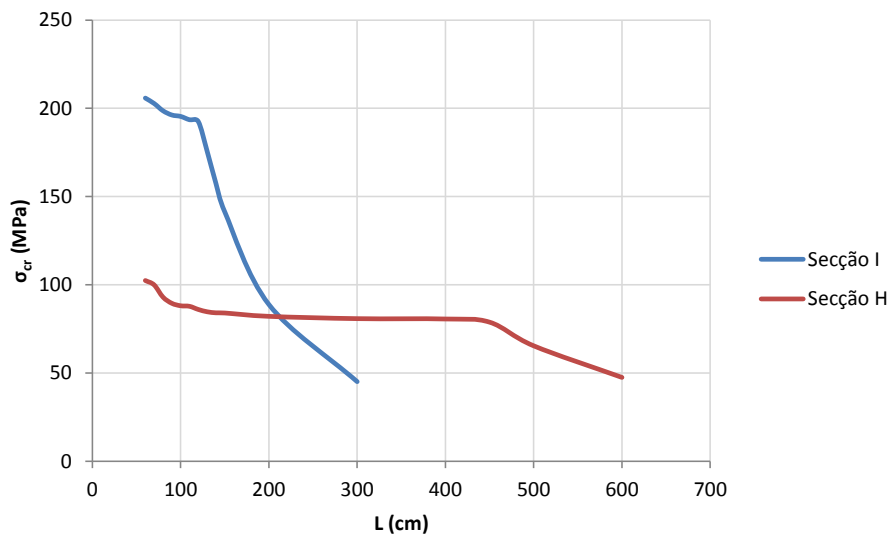


Figura 5.40. Curvas de instabilidade para colunas com secção em I e H

Pode-se observar que, tendo a tensão crítica como único critério de escolha de um perfil, é compensatória a utilização de uma secção transversal em H para alturas de colunas superiores a **220 cm**.

## 5.5 VIGA EM FLEXÃO

### 5.5.1 OBJECTIVOS

Com o objectivo de caracterizar o comportamento estrutural do perfil pultrudido sujeito a flexão em quatro pontos, foi elaborado um modelo numérico de viga em tudo idêntico ao ensaiado experimentalmente.

Foram analisados os três primeiros modos de instabilidade da viga através de uma análise linear de estabilidade. Visto que não foi possível observar e determinar a carga crítica de instabilidade por via experimental, os resultados numéricos desta análise foram comparados apenas com valores analíticos.

Em seguida, foi efectuada uma análise não-linear de rotura utilizando o critério de *Tsai-Hill* como critério de “rotura inicial”. Quando é atingido o critério de “rotura inicial” num determinado elemento inicia-se o colapso da estrutura. Ao contrário do que acontece com colunas comprimidas, as vigas não admitem incrementos de carga consideráveis após a rotura inicial [5.5]. Por este motivo, a carga de “rotura inicial” (numérica) e a carga última (experimental) são mais próximas no caso das vigas do que das colunas. Foi elaborado um modelo com imperfeição geométrica inicial com a forma do primeiro modo de encurvadura local da viga. Neste modelo foi avaliada a configuração deformada e as principais tensões quando o índice de *Tsai-Hill* atinge pela primeira vez



o valor unitário num ponto da coluna. Depois de terem sido efectuadas as análises de estabilidade e de rotura, procedeu-se à calibração dos modelos numéricos de acordo com os resultados experimentais do ensaio da viga. Por último, para completar a caracterização do comportamento estrutural de colunas compósitas foram efectuados estudos paramétricos do ensaio, tendo-se estudado a influência da secção transversal da viga.

Na presente secção, os eixos do referencial de ensaio são definidos como ilustrado na Figura 5.41.

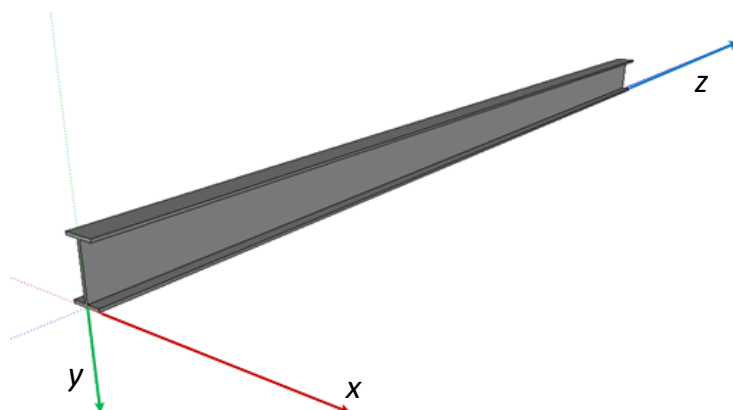


Figura 5.41. Sistema de eixos principais

## 5.5.2 MODELO ESTRUTURAL

Na modelação da viga sujeita a flexão em quatro pontos, foram definidas características geométricas (Tabela 5.17), condições de apoio e carregamento.

Tabela 5.17. Definição geométrica do modelo da viga em flexão

Características geométricas	Valor
Comprimento do elemento estrutural (m)	4,40
Número de elementos finitos na direcção longitudinal	110
Comprimento do elemento finito na direcção longitudinal (mm)	40
Número total de elementos finitos	2420
Número total de nós	2553

Os apoios da viga foram modelados através da restrição do movimento das fiadas de nós do banzo inferior correspondentes aos apoios. Estes elementos situam-se a 0,20 m de cada uma das extremidades da viga (na 6ª e 106ª fiadas de nós do modelo (Figura 5.42)). No apoio fixo foram restringidos todos os graus de liberdade com excepção da rotação em torno do eixo  $x$ . No apoio móvel foram restringidos os deslocamentos segundo os eixos  $x$  e  $y$  e as rotações em torno dos eixos  $y$  e  $z$ .

Foi essencial definir os travamentos necessários para que não ocorresse instabilidade lateral por flexão-torção na análise não-linear da viga. Sem travamentos, este modo seria (como já foi referido na presente dissertação) o primeiro modo de instabilidade da viga. Neste passo foram efectuadas várias iterações de “tentativa-e-erro”, até se chegar a uma solução que garantisse que o modo de instabilidade lateral não seria atingido na análise não-linear.

Os travamentos foram modelados através da restrição do deslocamento segundo o eixo  $x$ . No ensaio experimental o travamento foi efectuado ao nível dos bordos dos banzos superior e inferior. No entanto, para que essa restrição não influenciasse a rotação do banzo superior em torno do eixo  $z$ , travaram-se os nós da ligação banzo alma (centro de rotação do banzo superior). Os travamentos são ilustrados na Figura 5.43.

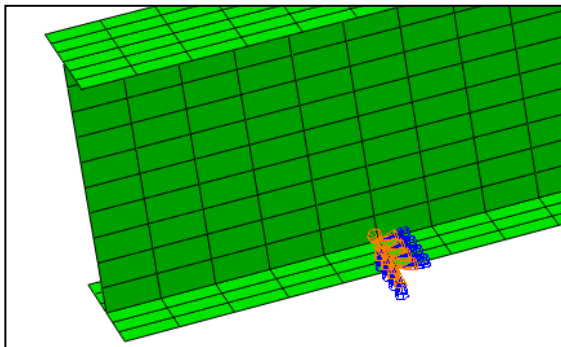


Figura 5.42. Modelação dos apoios da viga (apoio fixo)

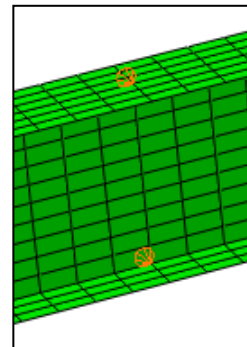


Figura 5.43. Modelação dos travamentos laterais

Por último, o carregamento foi modelado através de cargas aplicadas no plano da alma distribuídas ao longo de 5 nós (correspondente a 0,16 m). Este procedimento simula a utilização de uma placa de distribuição de carregamento e tem o objectivo de minimizar as tensões de corte instaladas nos pontos de aplicação de carga. Os travamentos e carregamento foram aplicados nos nós indicados na Figura 5.44.

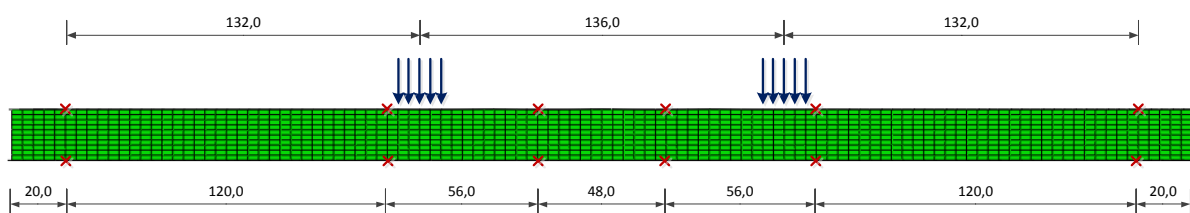


Figura 5.44. Localização dos pontos de aplicação da carga e dos travamentos laterais

### 5.5.3 ANÁLISE DE ESTABILIDADE

Uma vez completo o modelo, foi realizada uma análise linear de estabilidade do mesmo. Na presente secção são analisados os três primeiros modos de instabilidade. Foram determinadas as respectivas cargas críticas ( $F_{cr}$ ), comprimentos de semi-onda ( $L_{s0}$ ) e número de semi-ondas ( $n_{s0}$ ). Por último, estes valores foram compara-

dos com resultados analíticos e experimentais. Os primeiros três modos de instabilidade da viga são apresentados nas Figuras 5.45, 5.46 e 5.47.

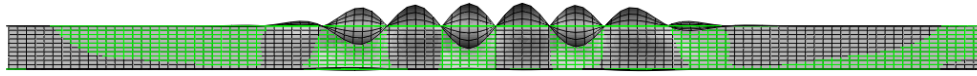


Figura 5.45. Configuração deformada do primeiro modo de instabilidade da viga

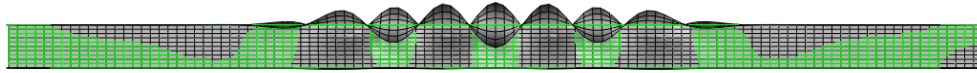


Figura 5.46. Configuração deformada do segundo modo de instabilidade da viga

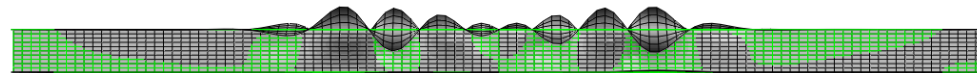


Figura 5.47. Configuração deformada do terceiro modo de instabilidade da viga

Os modos de instabilidade local são caracterizados pela rotação do banzo comprimido e flexão transversal na zona superior da alma por compatibilidade com o banzo. A zona traccionada da viga permanece praticamente indeformada.

Em cada um dos modos, a carga crítica é obtida através do ficheiro de *output* do *software* utilizado, o número de semi-ondas é determinado por observação da configuração deformada da viga (Figura 5.48), a posição da secção com maiores deslocamentos é determinada através da derivada da função  $\delta(h)$  (Figura 5.49) e o comprimento de semi-onda é determinado através da segunda derivada da mesma função (Figura 5.50).

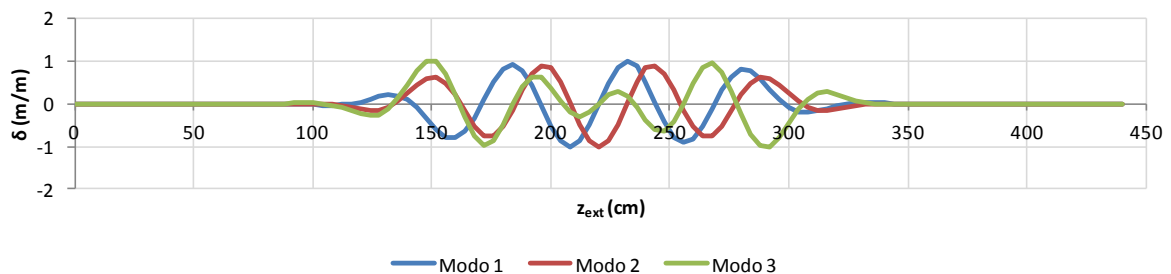
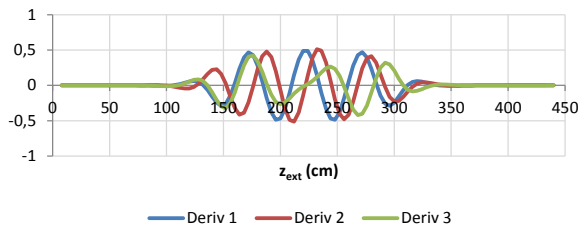
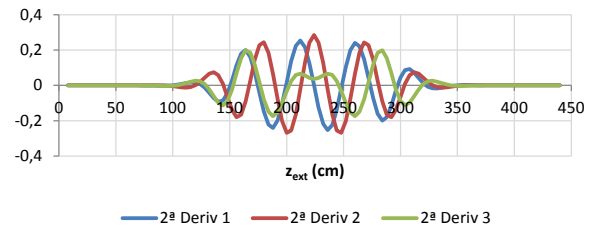


Figura 5.48. Configuração deformada em função da distância à extremidade da viga



**Figura 5.49. Primeira derivada dos deslocamentos verticais no bordo do banzo**



**Figura 5.50. Segunda derivada dos deslocamentos verticais no bordo do banzo**

Na Tabela 5.18 são apresentados, para cada modo, os valores de carga crítica ( $P_{cr}$ ), comprimento de semi-onda ( $L_{so}$ ), número de semi-ondas ( $n_{so}$ ) e posição da secção com maiores deslocamentos ( $z_{secção}$ ).

**Tabela 5.18. Parâmetros associados a cada modo de instabilidade da viga travada**

Modo de instabilidade	$P_{cr}$ (kN)	$L_{so}$ (cm)	$n_{so}$	$z_{secção}$ (mm)
1º	124,87	27,4	8	2341,0
2º	125,31	20,2	9	2220,0
3º	129,48	20,3	10	1745,5

Os primeiros três modos de instabilidade da viga apresentam cargas críticas bastante aproximadas, com uma diferença entre si de apenas 3,7%. A principal diferença entre os diferentes modos é a configuração deformada, que varia entre 8 e 10 semi-ondas.

Não é possível comparar directamente os resultados numéricos com os resultados experimentais visto que o modo de instabilidade observado no ensaio experimental não foi um modo de instabilidade local elástica. Por este motivo, apresenta-se na Tabela 5.19 a comparação entre valores numéricos e analíticos. Como a principal diferença entre o primeiro e o segundo modo de instabilidade é a configuração deformada do banzo comprimido (configuração anti-simétrica e simétrica, respectivamente), a comparação será efectuada tendo em conta os resultados de ambos.

**Tabela 5.19. Comparação entre valores numéricos e analíticos**

Modo de instabilidade	$P_{cr,num}$ (kN)	$P_{cr,ana}$ (kN)	$L_{so,num}$ (cm)	$L_{so,ana}$ (cm)
Anti-simétrico	124,8	154,73 <sup>11</sup>	27,4	19,4
Simétrico	125,31		20,2	

<sup>11</sup> Na determinação do valor analítico da carga crítica foi utilizada a equação (3.17) apresentada no Capítulo 3 (tensão crítica local considerando a rigidez elástica conferida pela alma ao banzo).

As cargas críticas obtidas numericamente são inferiores (cerca 19%) à carga crítica obtida por via analítica. O comprimento de semi-onda determinado analiticamente aproxima-se mais do comprimento de semi-onda numérico de acordo com o modo de instabilidade simétrico.

Como no ensaio experimental ocorreu um modo de instabilidade lateral, tendo em conta a rigidez do travamento lateral conferida pelos prumos, este modelo será posteriormente calibrado (secção 5.5.5) de modo a obter resultados aproximados aos valores experimentais e permitir a realização de um estudo sobre a influência da geometria da secção transversal.

#### 5.5.4 ANÁLISE DE ROTURA

Nesta secção apresenta-se a análise não-linear de rotura do modelo da viga sujeita a flexão em quatro pontos. Analisa-se rigorosamente o estado limite último de encurvadura local de acordo com o primeiro modo de instabilidade da viga (encurvadura local do banzo comprimido com oito semi-ondas) determinando-se, em particular, a carga de “rotura inicial”, os deslocamentos verticais, os deslocamentos laterais, as tensões principais e a curvatura. Foi considerada uma imperfeição inicial de acordo com o primeiro modo de instabilidade e com uma amplitude máxima igual a 0,1 mm.

Os valores obtidos na análise numérica foram comparados com valores calculados analiticamente e com resultados experimentais. Posteriormente, o modelo foi calibrado de modo a efectuar um estudo sobre a influência da geometria da secção transversal.

A carga de “rotura inicial” foi estimada numericamente através do critério de *Tsai-Hill*, tendo-se obtido um valor de **115,89 kN**. O deslocamento transversal máximo associado a esta carga foi **117,8 mm**. Verificou-se que a carga de “rotura inicial” é ligeiramente inferior à carga crítica determinada em 5.5.3 (124,87 kN). Na Figura 5.51 é apresentada a curva força-deslocamento a meio-vão ( $d$ , meio-vão) e numa secção que dista desta em 65 cm ( $d$ ,  $s$ ).

Para a carga de “rotura inicial”, a configuração deformada obtida (e ampliada em 5x) é apresentada na Figura 5.52.

Os deslocamentos laterais na alma e a diferença entre os deslocamentos nos bordos do banzo superior (Figura 5.54) são apresentados na Figura 5.53.

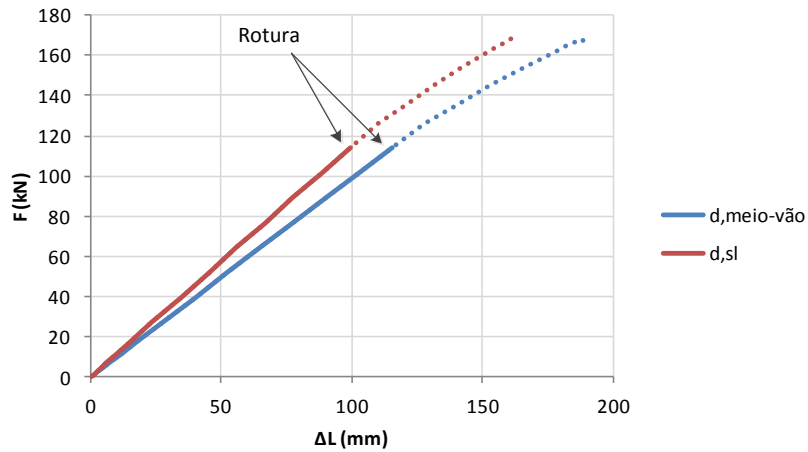


Figura 5.51. Curvas carga-deslocamento vertical na secção de meio-vão e numa secção lateral

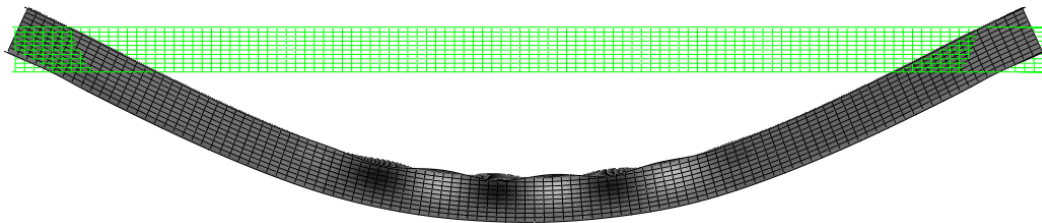


Figura 5.52. Configuração deformada da viga (ampliada em 5x) quando sujeita à carga de "rotura inicial"

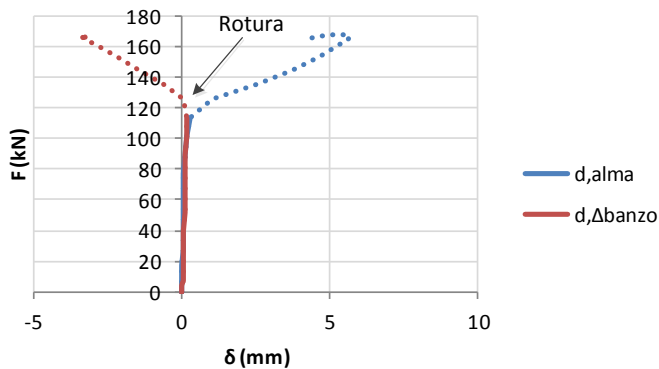


Figura 5.53. Curvas carga-deslocamento lateral na alma e carga-varição de deslocamento vertical no banzo

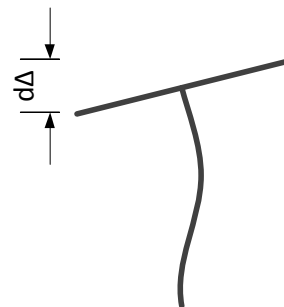


Figura 5.54. Diferença entre os deslocamentos nos bordos do banzo

Constata-se que a trajectória de pós-encurvadura é estável não existindo um máximo local em nenhuma das curvas acima apresentadas. Os deslocamentos devidos à encurvadura local do banzo comprimido são praticamente nulos para a carga de "rotura inicial" devido ao facto de esta ser inferior à carga crítica do primeiro modo de instabilidade da viga. Isto significa que o colapso da viga se inicia antes de ser atingida a carga crítica de encurvadura local.

As várias distribuições de tensões ( $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  e  $\tau_{12}$ ) devidas à solicitação de flexão são apresentadas nas Figuras 5.55, 5.56 e 5.57 para o nível de carga de “rotura inicial” (115,89 kN). Nos resultados apresentados, os valores das tensões medidas nos banzos são diferentes consoante a camada (*LAYER*) seja de GFRP ou CFRP. Por este motivo, os valores de tensão axial registados nos banzos são superiores (em valor absoluto) na face exterior dos mesmos (manta de CFRP). O critério de “rotura inicial” é atingido em primeiro lugar nos elementos 795 e 1738, que correspondem aos elementos da ligação banzo-alma apresentados na Figura 5.58. É nestes elementos que o colapso da viga se inicia.

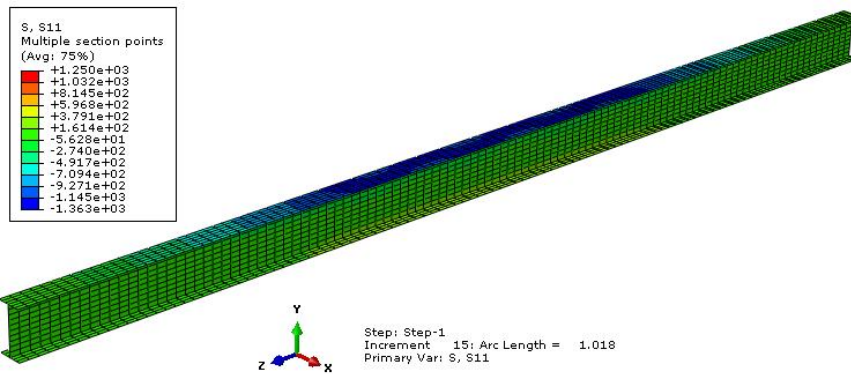


Figura 5.55. Tensões longitudinais para o nível de carga de “rotura inicial”

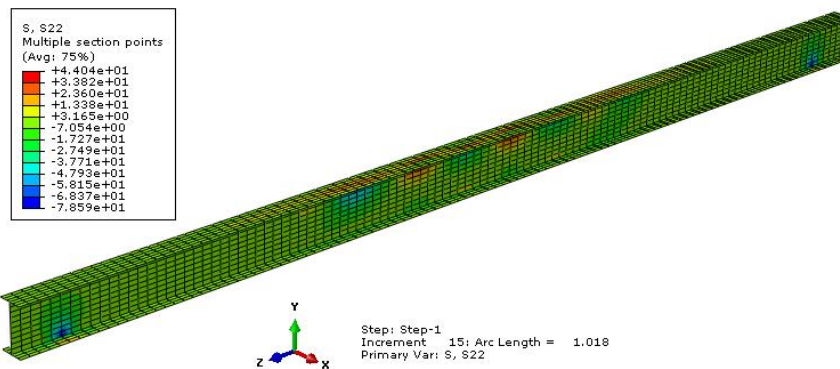


Figura 5.56. Tensões transversais para o nível de carga de “rotura inicial”

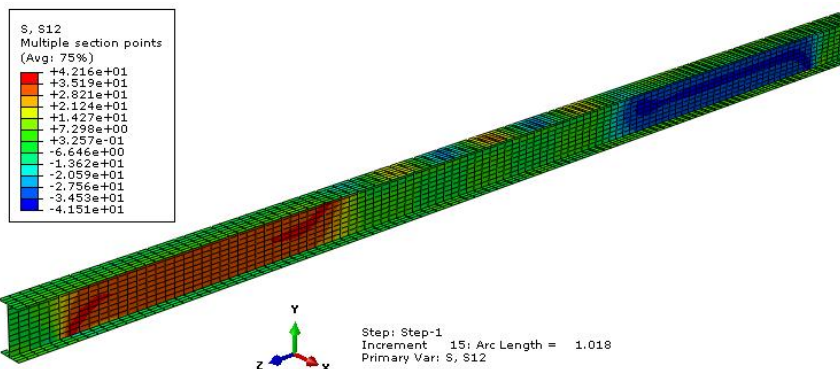


Figura 5.57. Tensões tangenciais para o nível de carga de “rotura inicial”

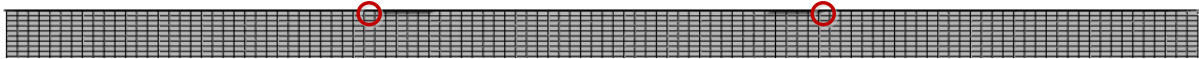


Figura 5.58. Localização dos elementos onde se inicia o colapso da viga

Com o intuito de comparar a evolução das três tensões ( $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  e  $\tau_{12}$ ) com o nível de deformação imposta, utilizou-se como variável independente a curvatura da viga a meio-vão ( $\chi$ ). As curvas com a evolução das tensões nestes dois elementos finitos (795 e 1738 - Figura 5.58) em função da curvatura a meio-vão da viga são apresentadas nas Figuras 5.59, 5.60 e 5.61.

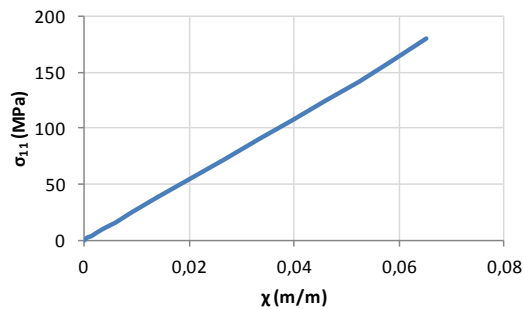


Figura 5.59. Evolução da tensão longitudinal com a curvatura a meio-vão

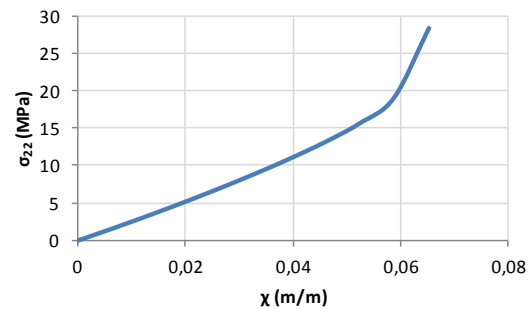


Figura 5.60. Evolução da tensão transversal com a curvatura a meio-vão

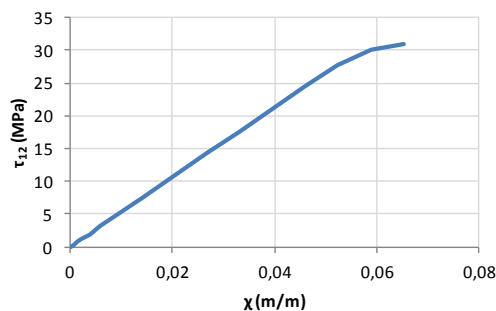


Figura 5.61. Evolução da tensão tangencial com a curvatura a meio-vão

A tensão longitudinal ( $\sigma_{11}$ ) tem uma evolução praticamente linear até à rotura enquanto que as tensões transversal ( $\sigma_{22}$ ) e tangencial ( $\tau_{12}$ ) apresentam comportamento não-linear para curvaturas superiores a 0,055. Na tensão  $\sigma_{22}$  registou-se um aumento do gradiente devido à amplificação da imperfeição e correspondente flexão transversal das paredes da secção. As tensões máximas nos elementos finitos onde o colapso se inicia, bem como as respectivas resistências fornecidas no ficheiro de *input*, são apresentadas na Tabela 5.20.

Verificou-se que a rotura pelo critério de *Tsai-Hill*, tal como ocorre no modelo da coluna, é fortemente condicionada pela resistência ao corte do nó da ligação banzo alma, visto que a tensão tangencial actuante é cerca de **98%** da resistência tangencial da secção. A curva da variação do índice de *Tsai-Hill* com a curvatura é apresentada na Figura 5.62.



Tabela 5.20. Relação entre as tensões actuantes máximas e respectivas resistências

Designação	Tensão actuante (MPa)	Tensão resistente (MPa)	Razão
$\sigma_{11}$	179,11	495,1	0,362
$\sigma_{22}$	27,84	130,1	0,214
$\tau_{12}$	30,07	30,59	0,983

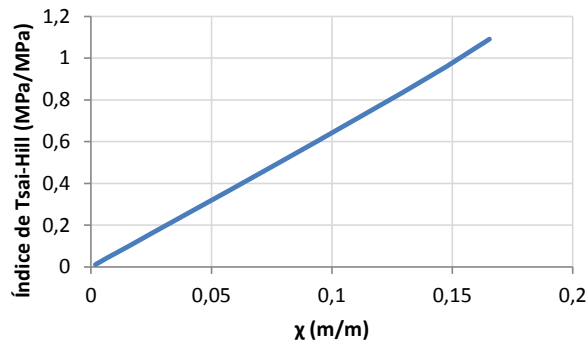


Figura 5.62. Curva índice Tsai Hill-curvatura

Como se pode observar na Figura 5.62, o índice de *Tsai-Hill* teve uma evolução praticamente linear até ao nível de carga de “rotura inicial”, resultando essencialmente da interacção entre a tensão longitudinal e tangencial.

A evolução das tensões na secção onde o colapso se inicia ( $z = 1400$  mm) é apresentada na Figura 5.63. Nesta figura, estão representadas a azul as tensões em fase elástica ( $P = 0,23P_{ri}$ ) e a vermelho representam-se as tensões na iminência de ser atingido o critério de “rotura inicial” ( $P = P_{ri}$ ).

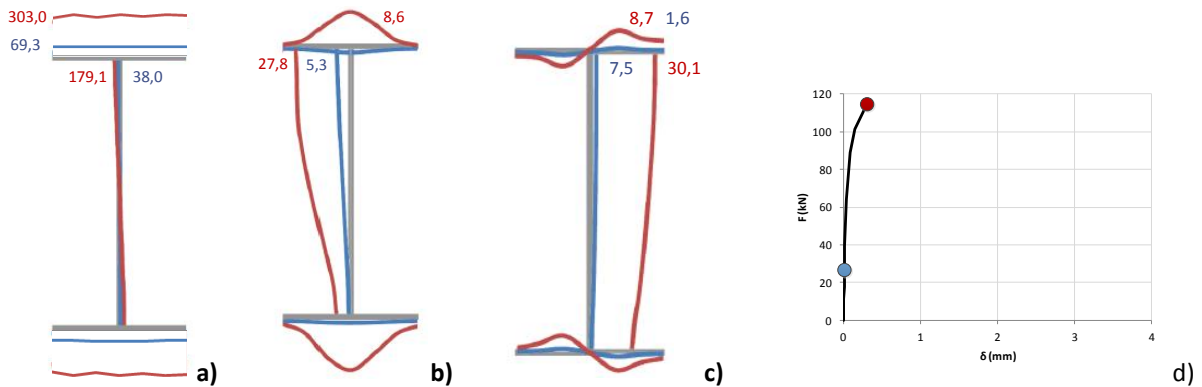


Figura 5.63. (a) Tensões longitudinais, (b) transversais e (c) tangenciais na secção crítica em MPa; (d) pontos da curva força-deslocamento associados a cada estado de tensão representado

Todos valores apresentados nesta secção serão posteriormente calibrados de acordo com os resultados experimentais para, com o modelo devidamente calibrado, ser efectuado um estudo sobre a influência da geometria da secção transversal.

### 5.5.5 CALIBRAÇÃO DO MODELO

No ensaio experimental ocorreram dois fenômenos que obrigam a uma calibração cuidada do modelo numérico “inicial” elaborado: (i) ocorrência de delaminação da manta de CFRP do banzo superior e (ii) encurvadura lateral com rigidez de travamento conferida pelos prumos. Devido à ocorrência de delaminação da manta de CFRP do banzo superior foi necessária elaboração de dois modelos (com e sem manta de CFRP).

A ocorrência de encurvadura lateral por flexão-torção no ensaio experimental torna impossível calibrar o ensaio com travamento rígido dos pontos da ligação banzo-alma. Nessa medida foi necessário modelar os travamentos laterais de uma outra forma. A solução deste problema passou pela utilização de elementos viga (*BEAM*) com uma secção transversal quadrada, com  $100 \text{ cm}^2$  de área (*A*). Para não ocorrer encurvadura por compressão nestes elementos foi-lhes atribuído um comprimento ( $L_T$ ) de apenas 10 cm. Os elementos foram definidos como isotrópicos (*TYPE=ISOTROPIC*) e com um determinado módulo de elasticidade (*E*). A rigidez elástica (*k*) do travamento lateral conferido por estes elementos é dada por  $k = EA/L_T$ . Teve-se o cuidado de libertar as rotações do elemento viga na extremidade de contacto com a ligação banzo-alma do perfil para que o travamento fosse apenas conferido ao nível dos deslocamentos laterais e não tivesse qualquer influência na rotação do banzo superior. Para este efeito utilizou-se o comando *\*RELEASE*. Na interface do *ABAQUS*, os travamentos laterais assumem a forma apresentada na Figura 5.64.

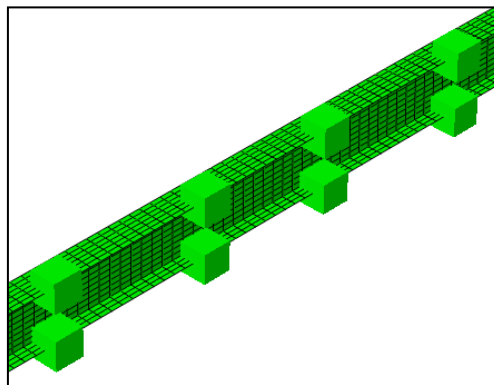


Figura 5.64. Travamentos laterais modelados através de elementos viga com rigidez elástica (*k*)

A calibração foi realizada através de uma sequência de três etapas: (i) variação dos módulos elásticos ( $E_L$  e  $G_{TL}$ ) do modelo “inicial” de modo a calibrar os deslocamentos verticais no troço anterior à ocorrência de delaminação; (ii) calibração dos deslocamentos laterais da alma e da variação dos deslocamentos verticais do banzo superior (no modelo sem a manta de CFRP no banzo superior) através da variação da rigidez elástica do travamento lateral e da imperfeição inicial do modelo; e (iii) calibração da carga de “rotura inicial” através da variação da resistência ao corte.

Na primeira etapa, **calibração dos deslocamentos verticais**, a variação dos três módulos ( $E_{L,GFRP}$ ,  $E_{L,CFRP}$  e  $G_{LT}$ ) foi efectuada em igual proporção. O declive do troço inicial da curva  $F-\delta$  do deslocamento a meio-vão ( $\delta_{mv}$ ) foi calibrado num processo de “tentativa-e-erro” de modo a obter uma aproximação com erro inferior a 1%. Na Tabela 5.21 apresenta-se o resultado final da primeira etapa de calibração.

**Tabela 5.21. Módulos elásticos (E e G) calibrados**

	$F-\delta_{mv}$ (kN/mm)	$F-\delta_{sl}$ (kN/mm)	$E_{L,GFRP}$ (GPa)	$E_{L,CFRP}$ (GPa)	$G_{LT}$ (GPa)
<b>Experimental</b>	1,0171	1,1529	32,81	181,85	3,92 <sup>12</sup>
<b>Numérico</b>	1,0105	1,1751	36,75	203,67	4,39
<b>Erro relativo</b>	0,65%	1,93%	-	-	-

Verificou-se um ligeiro aumento dos módulos de elasticidade longitudinal e do módulo de distorção (12%). O erro apresentado pelo deslocamento medido abaixo dos pontos de aplicação da carga ( $\delta_{sl}$ ) foi bastante reduzido (inferior a 2%).

Na segunda etapa, **calibração dos deslocamentos laterais da alma**, a rigidez ( $k$ ) dos travamentos foi variada num processo de “tentativa-e-erro” até estes apresentarem uma correlação aceitável com os deslocamentos laterais medidos na alma. Esta etapa da calibração foi efectuada apenas no modelo sem manta de CFRP, exportando o valor final da rigidez para o modelo com ambas as mantas de CFRP. O valor calibrado da rigidez elástica foi,

$$k = \frac{EA}{L_T} = \frac{2,5 \text{ (MPa)} \times 100 \text{ (cm}^2\text{)}}{10 \text{ (cm)}} = \frac{2500 \text{ (kPa)} \times 100 \times 10^{-4} \text{ (m}^2\text{)}}{0,1 \text{ (m)}} = 250 \text{ kN/m.}$$

Considerou-se uma imperfeição inicial de acordo com o primeiro modo de instabilidade do modelo e uma amplitude máxima de 2 mm.

Por último, a **calibração da carga de “rotura inicial”**, foi efectuada através da variação da resistência ao corte do material. Como o critério de *Tsai-Hill* não foi atingido em nenhum elemento finito da ligação banzo-alma para a rotura por encurvadura lateral e no ensaio esta rotura ocorreu, a resistência ao corte foi reduzida até um valor de **21 MPa** (32% inferior à resistência estimada na caracterização mecânica).

Depois de calibrado o modelo, repetiu-se a **análise linear de estabilidade** efectuada no modelo numérico “inicial”. Esta foi efectuada para o modelo com ambas as mantas de CFRP (doravante designado por “modelo pré-delaminação”) e para o modelo sem a manta de CFRP do banzo superior (doravante designado por “modelo pós-delaminação”). A configuração deformada do primeiro modo de ambos os modelos é de instabilidade lateral por flexão-torção com duas semi-ondas.

<sup>12</sup> O valor do módulo de distorção experimental considerado no modelo calibrado da viga foi o obtido através da teoria de vigas de *Timoshenko* (secção 4.4.3.1).



Figura 5.65. Configuração deformada do primeiro modo de instabilidade da viga calibrada.

Para o modelo pré-delaminação a carga crítica deste modo de instabilidade é **77,40 kN** enquanto que para o modelo pós-delaminação a carga crítica deste modo de instabilidade é **62,38 kN**.

Depois de efectuada a análise de estabilidade efectuou-se uma **análise não-linear (de rotura)**. Os valores numéricos e experimentais de cargas e deslocamentos foram comparados nesta fase. Todos os resultados cujo nível de carga associado é inferior à carga para a qual ocorreu delaminação ( $P_{del} = 29,82 \text{ kN}$ ) foram extraídos do modelo pré-delaminação. Todos os resultados cujo nível de carga associado é superior a  $P_{del}$  foram extraídos do modelo pós-delaminação.

Na análise de rotura do modelo calibrado, o primeiro passo foi efectuar a translação horizontal do modelo pós delaminação para que a trajectória da curva força-deslocamento fosse contínua (tal como ocorreu experimentalmente). Esta translação é ilustrada na Figura 5.66. Na Figura 5.67 é apresentada a curva corrigida do modelo pós-delaminação em conjunto com a curva do modelo pré-delaminação.

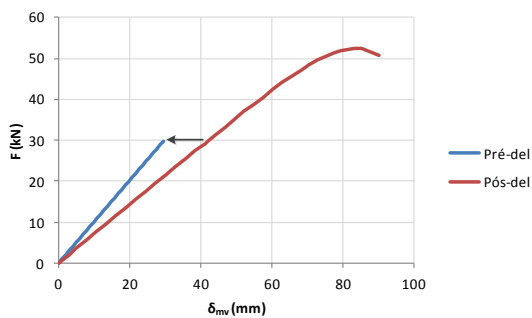


Figura 5.66. Curvas força-deslocamento a meio-vão de ambos os modelos

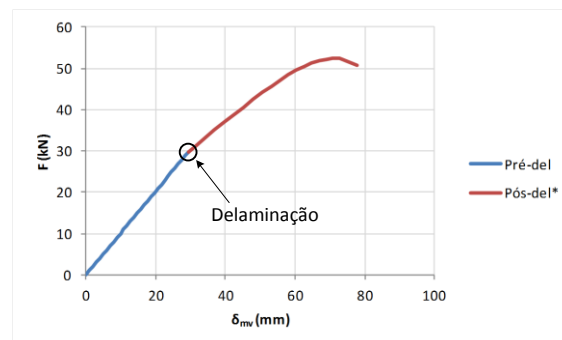
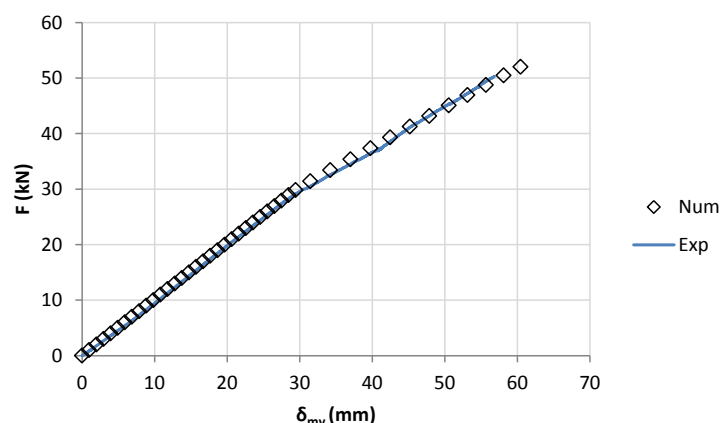


Figura 5.67. Curva força-deslocamento a meio-vão corrigida de acordo com o ensaio

Na Figura 5.68 é apresentada a comparação entre os deslocamentos a meio-vão medidos experimentalmente e determinados numericamente após a calibração do modelo.



**Figura 5.68. Curvas carga-deslocamento a meio-vão do modelo calibrado e do ensaio experimental**

Os valores de carga última ( $P_u$ ) e deslocamento máximo a meio-vão ( $\delta_{mv,máx}$ ) dos ensaios, foram comparados com os valores de carga de “rotura inicial” ( $P_{ri}$ ) e deslocamento máximo a meio-vão ( $\delta_{mv,máx,num}$ ) determinados numericamente. Esta comparação é apresentada na Tabela 5.22.

**Tabela 5.22. Comparação entre os valores de força e deslocamento a meio-vão numéricos e experimentais**

	$P_u / P_{ri}$ (kN)	$\delta_{mv,máx} / \delta_{mv,máx,num}$ (mm)
<b>Numérico</b>	52,01	60,45
<b>Ensaio</b>	50,29	56,81
<b>Erro</b>	3,30%	6,02%

O erro entre a carga última medida nos ensaios e a carga de “rotura inicial” determinada numericamente apresentou um valor bastante reduzido (3,30%). Também o erro entre os deslocamentos a meio-vão determinados por via numérica e experimental apresentou o valor pouco significativo (6,02%). Não obstante, os erros apresentados seriam ainda menores se a resistência tangencial tivesse sido calibrada com um valor inferior a 21 MPa. Nessas circunstâncias, a carga de “rotura inicial” e o deslocamento máximo a meio-vão (numéricos) aproximaram-se ainda mais dos valores experimentais. A configuração deformada do modelo calibrado (ampliada 3x) na iminência da rotura é apresentada na Figura 5.69.

Na Figura 5.70 é apresentada a comparação entre os deslocamentos laterais da alma medidos no ensaio ou obtidos por via numérica.

Considera-se que tanto os deslocamentos laterais da alma como a variação entre os deslocamentos verticais dos bordos do banzo superior (numéricos e experimentais) têm uma razoável correlação entre si. Pode-se concluir que tanto a imperfeição inicial considerada como a rigidez elástica dos travamentos laterais foram bem calibradas.

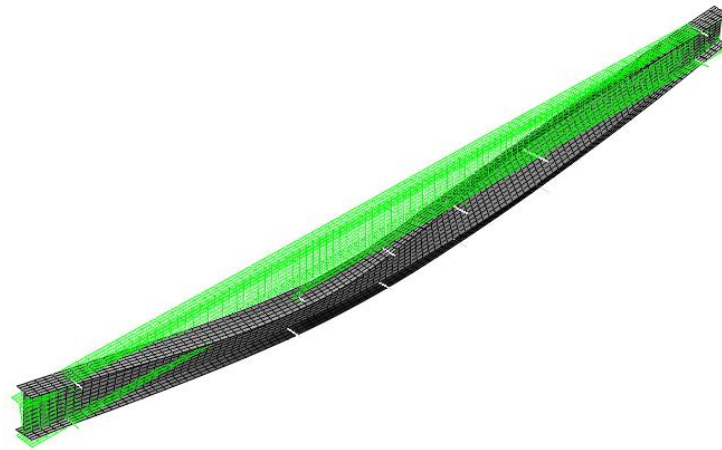


Figura 5.69. Configuração deformada do modelo calibrado da viga na iminência da rotura (ampliada 3x)

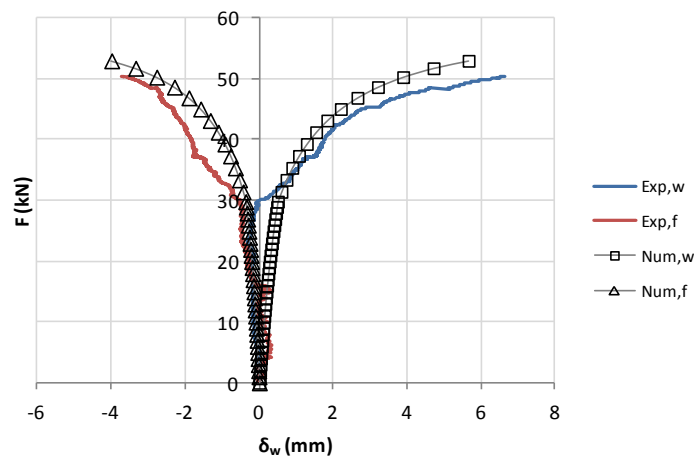


Figura 5.70. Curvas carga-deslocamento lateral na alma e variação de deslocamentos verticais do banzo

Os elementos finitos nos quais se inicia o colapso são o 1186 e o 1324 e localizam-se perto do ponto de inflexão da configuração deformada da viga (Figura 5.71). Na vizinhança destes dois elementos surgem concentrações elevadas de tensão tangencial (Figura 5.72).



Figura 5.71. Localização dos elementos onde se inicia o colapso da estrutura

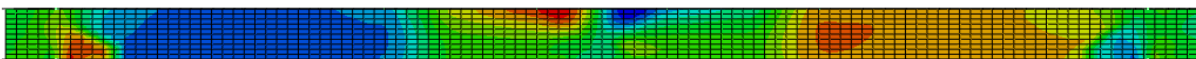


Figura 5.72. Distribuição da tensão tangencial na alma da viga

As tensões máximas nestes elementos, bem como as resistências fornecidas no ficheiro de *input* são apresentadas na Tabela 5.23.

**Tabela 5.23. Relação entre as tensões actuantes máximas e respectivas resistências**

Designação	Tensão actuante (MPa)	Tensão resistente (MPa)	Razão
$\sigma_{11}$	58,53	495,1	0,118
$\sigma_{22}$	10,60	130,1	0,081
$\tau_{12}$	20,64	21,00	0,982

Tal como se tem verificado nos restantes modelos numéricos elaborados, também na rotura por encurvadura lateral, a tensão tangencial na ligação banzo-alma é o parâmetro mais condicionante e assume um valor de 98,2% da resistência. Tanto a tensão longitudinal como a tensão transversal assumem valores bastante inferiores à respectiva resistência (11,8% e 8,1%, respectivamente).

A título de curiosidade, na iminência da rotura, estimou-se neste modelo que a máxima força lateral exercida pela viga nos prumos metálicos tenha sido **3,61 kN**. Como já foi explicado na secção 4.3.3, pelo facto de terem ocorrido praticamente em simultâneo, não se sabe se a projecção lateral dos prumos causou a rotura da viga ou vice-versa. O valor estimado é, portanto, um limite inferior da máxima força que foi exercida nos prumos metálicos.

### 5.5.6 INFLUÊNCIA DA GEOMETRIA DA SECÇÃO

Nesta secção foi estudada a influência da geometria da secção transversal na tensão crítica de encurvadura local do banzo superior. Para tal, com os valores obtidos na calibração do modelo numérico foram elaborados dois novos modelos de viga (ambos com travamento lateral com rigidez infinita) com secção em I e H.

Como ocorreu delaminação da manta de CFRP do banzo superior no ensaio experimental (4.4.4), e esta não era expectável a partir dos resultados da caracterização mecânica do material (4.2.2.3), efectuaram-se duas análises de estabilidade para cada tipo de secção: modelo com delaminação da manta de CFRP no banzo superior (doravante designado por MD) e modelo sem delaminação da manta de CFRP no banzo superior (doravante designado por MND).

Por último, foi efectuada uma análise não-linear de rotura, para verificar se a viga apresenta resistência pós-crítica ou se a rotura ocorre antes de ser atingida a tensão crítica. A esquematização da viga com secção em H (200x200x10 mm) é apresentada na Figura 5.73. As conclusões do estudo efectuado são apresentadas na Tabela 5.24.

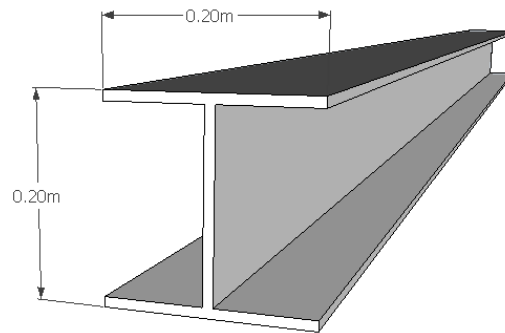


Figura 5.73. Viga com seção em H utilizada no estudo paramétrico efectuado

Tabela 5.24. Comparação de resultados do estudo paramétrico sobre a influência da geometria da seção

Secção	MD			MND		
	$\sigma_{cr}$ (MPa)	$\sigma_{ri}$ (MPa)	$P_{ri}$ (kN)	$\sigma_{cr}$ (MPa)	$\sigma_{ri}$ (MPa)	$P_{ri}$ (kN)
I	275,4	152,2	58,0	322,1	136,3	58,7
H	77,11	79,6	53,6	101,7	81,43	62,6

Para a seção em H, a tensão crítica local do banzo superior assumiu valores consideravelmente inferiores aos determinados para a seção em I (28% no modelo MD e 32% no modelo MND). Este facto é explicado pela maior largura do banzo da seção em H, tornando-o um elemento mais esbelto e, portanto, mais susceptível a fenómenos de encurvadura local.

O facto de a tensão de “rotura inicial” ser quase sempre inferior à tensão crítica (apenas no modelo MD da seção em H isto não acontece) mostra que a resistência do material é condicionante relativamente à rigidez, não ocorrendo encurvadura local.

As cargas de rotura associadas a cada um dos modelos apresentaram valores aproximados, com um coeficiente de variação de apenas 6,3%. Este facto é explicado pela influência da resistência ao corte na ligação banzo-alma do perfil. Como (i) a alma é idêntica em ambas as seções e (ii) a tensão tangencial tem uma evolução aproximadamente linear ao longo do carregamento, é normal que as tensões de rotura não apresentem uma variação significativa em função da seção transversal da viga.

## 5.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo foram apresentados os resultados dos modelos numéricos elaborados para as colunas curtas em compressão e viga sujeita a flexão em quatro pontos. Foram comparados resultados obtidos por via experimental, numérica e analítica.



Através da elaboração de modelos iniciais foi possível uma definição adequada da altura de ensaio das colunas e dos travamentos a adoptar no ensaio da viga. Na definição das características mecânicas dos modelos iniciais foram utilizadas as constantes elásticas e resistências determinadas na caracterização mecânica do material (secção 4.2). Nestes modelos numéricos iniciais estimaram-se as cargas de rotura que iriam ocorrer nos ensaios experimentais. Os valores experimentais, numéricos e analíticos mostraram diferenças significativas confirmando as dificuldades inerentes ao estabelecimento de códigos normativos no dimensionamento de perfis pultrudidos de FRP.

Através da calibração dos modelos numéricos iniciais de acordo com os resultados do ensaio foi possível perceber melhor as ocorrências de cada ensaio. Na calibração dos modelos, foi possível identificar onde se localizam as maiores concentrações de tensões, quais as resistências mais condicionantes e quais os pontos onde ocorre a rotura. Numa caracterização baseada unicamente em ensaios experimentais há muitos pormenores que passam despercebidos, pelo que a modelação numérica constitui uma importante ferramenta para complementar a caracterização experimental. Tanto os modelos calibrados das colunas como o modelo calibrado da viga apresentaram razoável correlação com os resultados experimentais, no entanto recorrendo sempre a variações consideráveis das constantes elásticas e/ou resistências do material (entre 10% e 50%).

Finalmente, um pequeno estudo permitiu uma comparação entre os resultados obtidos para perfis com secção transversal em I e H. No caso das colunas, verificou-se que a secção em I tem associada uma tensão crítica de instabilidade local superior à secção em H em cerca de 58%. No entanto, para colunas com secção em H, devido à maior inércia em torno do eixo y (eixo fraco), a carga crítica de instabilidade global só é atingida para alturas superiores a 4,50 m. Para colunas com secção em I, a instabilidade global é condicionante para alturas superiores a 1,20 m. No caso das vigas verificou-se que a tensão crítica das secções em H é consideravelmente inferior à carga crítica das secções em I (entre 28% e 32%). Por isso, recomenda-se a utilização de perfis com secção em H para colunas (elementos sujeitos a compressão) e com secção em I para vigas (elementos sujeitos a flexão). No entanto, fica claro que o estudo da susceptibilidade de perfis de GFRP (com ou sem manta de CFRP) à instabilidade local é mais apropriado se estas tiverem secção em H.

## 5.7 REFERÊNCIAS

[5.1] Simulia, *Abaqus Standard: User's Manual*, Versão 6.5, 2004.

[5.2] A.K. Kaw, *Mechanics of Composite Materials*, Boca Raton FL, Taylor & Francis, 2006

[5.3] G.J. Turvey e Y. Zhang, *A computational and experimental analysis of the buckling, postbuckling and initial failure of pultruded GRP columns*, *Computers and Structures*, Vol. 84, No. 22-23, pp. 1527-1537, 2006.

[5.4] A. Reis e D. Camotim, *Estabilidade Estrutural*, McGraw-Hill, 2001.

[5.5] L.C. Bank e J. Yin, *Failure of Web-flange junction in postbuckled pultruded I-Beams*, Journal of Composites for Construction, Vol. 3, No. 4, pp. 177-184, 1999.

## Capítulo 6

### CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS DE DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

#### 6.1 CONCLUSÕES

Apesar de terem ocorrido algumas dificuldades na campanha experimental (principalmente no ensaio de flexão da viga) pode afirmar-se que os objectivos iniciais da dissertação foram atingidos. Foram determinadas as propriedades mecânicas do material (constantes elásticas e resistências) e os resultados apresentaram razoável concordância com os valores referidos na bibliografia. O ensaio experimental de flexão em quatro pontos de uma viga híbrida foi aquele que apresentou resultados menos satisfatórios devido à ocorrência de instabilidade lateral por flexão-torção. Os ensaios experimentais de compressão em colunas curtas apresentaram resultados bastante satisfatórios apesar de as quatro colunas terem apresentado comportamentos ligeiramente distintos. A modelação numérica constituiu uma excelente ferramenta para complementar a caracterização do comportamento estrutural do perfil estudado. Apesar das dificuldades verificadas no ensaio experimental da viga e dos comportamentos distintos apresentados pelas colunas curtas, os modelos foram calibrados de acordo com todas as ocorrências experimentais apresentando erros relativamente reduzidos.

Ao contrário dos materiais tradicionais, geralmente isotrópicos, os perfis pultrudidos de FRP apresentam ortotropia, ou seja, possuem características mecânicas (rigidez e resistência) máximas na direcção longitudinal das fibras de reforço. O comportamento elástico-linear até à rotura e a recuperação elástica após a rotura também são características deste tipo de materiais.

Nos ensaios de **caracterização do material** foram determinadas as constantes elásticas e resistências através de ensaios mecânicos até à rotura realizados em provetes. Foram determinados os módulos de elasticidade longitudinal da alma e banzos com os provetes sujeitos a diferentes solicitações (flexão, compressão e tracção). Foi determinado o módulo de distorção da alma, a resistência ao corte no plano da placa e a resistência ao corte interlaminar. As diferenças entre os módulos de elasticidade em tracção e flexão podem ser explicados pela heterogeneidade apresentada ao longo da espessura do provete. Por outro lado, o módulo de elasticidade longitudinal em compressão é inferior visto que, apesar do suporte conferido pela matriz polimérica, as fibras podem ser susceptíveis a fenómenos de encurvadura. A resistência à compressão do material apresentou um valor superior à resistência à tracção. Ao contrário do que é referido na bibliografia, a resistência ao corte no plano da placa foi inferior à resistência ao corte interlaminar.

O trabalho desenvolvido permitiu confirmar que a **análise de colunas curtas ou de vigas em serviço** pode ser efectuada através de modelos simples, utilizando a teoria de vigas de *Timoshenko* ou a teoria de barras uniaxiais (com erros inferiores a 10%). A teoria de vigas de *Timoshenko* foi utilizada para determinar os módulos

elásticos da secção “homogeneizada” e os valores obtidos foram consistentes com os resultados da caracterização mecânica dos provetes e com as medições de extensão na secção.

Relativamente à **determinação da carga crítica** de instabilidade local no ensaio de compressão das colunas, a via de cálculo analítico que mais se aproximou dos resultados experimentais foi a teoria de placas ortotrópicas desenvolvida por *Kóllar* [4.15] que considera a restrição elástica conferida pela alma ao banzo (com um erro médio associado inferior a 10%). Relativamente ao ensaio de flexão da viga em quatro pontos até à rotura, os resultados obtidos foram inconclusivos. O travamento deficiente conferido pelos prumos resultou na ocorrência de um modo de instabilidade misto (encurvadura local e encurvadura lateral por flexão-torção).

Através da elaboração de **modelos numéricos iniciais** do ensaio de colunas curtas e da viga sujeita a flexão foi possível determinar uma altura para as colunas curtas tal que ocorresse instabilidade local. Este foi o modo de rotura observado no ensaio das quatro colunas ensaiadas. No caso da viga, ocorreu instabilidade lateral devido à insuficiente rigidez de travamento dos prumos. Se o sistema de travamento adoptado tivesse sido eficaz, muito provavelmente o modo de rotura da viga seria a encurvadura local do banzo comprimido. No entanto, as estimativas de carga crítica fornecidas pelos modelos numéricos iniciais afastaram-se bastante dos valores experimentais e resultados analíticos.

Através da **calibração dos modelos** foi possível identificar onde se localizam as maiores concentrações de tensões, quais as resistências mais condicionantes e quais os pontos onde a rotura ocorreu. Numa caracterização baseada unicamente em ensaios experimentais há muitos pormenores que passam despercebidos, pelo que a modelação numérica constitui uma importante ferramenta para complementar a caracterização experimental. Tanto os modelos calibrados das colunas como o modelo calibrado da viga apresentaram razoável concordância com os resultados experimentais. No entanto, tal concordância foi obtida recorrendo a variações das constantes elásticas e/ou resistências do material, em alguns casos com considerável valor (entre 10% e 50%).

Os **estudos paramétricos** efectuados permitiram confirmar a maior susceptibilidade dos perfis com secção em H a fenómenos de encurvadura local. No caso das colunas, foi também estudada a influência do comprimento do perfil e verificou-se que a secção em I (200x100x10 mm) tem associada uma carga crítica de instabilidade local superior à secção em H (200x200x10 mm) em cerca de 40%. No entanto, para colunas com secção em H, devido à maior inércia em torno do eixo fraco, a carga crítica de instabilidade global só é atingida para comprimentos superiores a 4,50 m. Para colunas com secção em I, a instabilidade global é condicionante para comprimentos superiores a 1,20 m.

A introdução da manta de CFRP nos banzos do perfil pultrudido resultou num aumento significativo da rigidez da secção tanto para solicitações de flexão como para solicitações de compressão. No entanto, a diminuição da espessura do banzo superior após a delaminação da manta resulta numa redução da carga crítica de instabilidade local.

## 6.2 PERSPECTIVAS DE DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Os desenvolvimentos futuros relacionados com o trabalho desenvolvido na presente dissertação prendem-se essencialmente com um estudo mais aprofundado da interacção entre a manta de CFRP e a parcela de reforço em GFRP nos banzos do perfil pultrudido. No ensaio da viga, a **delaminação da manta de CFRP** do banzo superior ocorreu para um valor inferior ao determinado nos ensaios de caracterização mecânica resultando numa diminuição de rigidez de flexão bastante significativa. Também devem ser efectuados ensaios de caracterização mecânica da manta de CFRP, determinando-se em particular o seu módulo de elasticidade longitudinal em tracção. Para evitar a ocorrência de delaminação e perda de rigidez, deve ser estudada a possibilidade de fabrico de perfis pultrudidos com os banzos completamente híbridos, isto é, alternando camadas de fibras de vidro com camadas de fibras de carbono.

Relativamente à viga, pode ser **repetido o ensaio de flexão em quatro pontos** com um sistema de travamento adequado, preferencialmente com vários vãos e configurações de carregamento. Através dos estudos paramétricos efectuados com o modelo calibrado verificou-se que a carga crítica de instabilidade local da viga é superior à carga de “rotura inicial” (fortemente condicionada pela resistência ao corte do material). Através do ensaio de vigas com maiores vãos é possível aumentar a relação entre momento máximo e esforço transversal máximo e, deste modo, ser atingida a carga crítica de encurvadura local do banzo comprido.

Relativamente à coluna, podem ser estudados quais os factores que levaram à necessidade da **redução elevada dos módulos de elasticidade longitudinal** na calibração dos modelos numéricos. A modelação numérica de ensaios experimentais constitui uma ferramenta útil na caracterização do comportamento estrutural de perfis pultrudidos. As diferenças observadas podem dever-se à inadequação dos modelos finitos com elementos de casca para estudar o comportamento de colunas compósitas sem que se tenha em consideração a degradação progressiva da rigidez/resistência dos laminados à compressão.

Podem ser estudados os estados limite últimos de **instabilidade global** e o **comportamento a longo prazo** em ambos os elementos estruturais (coluna e viga) para uma caracterização mais abrangente do comportamento estrutural de perfis pultrudidos.

Pode ser efectuado um estudo semelhante ao apresentado na presente dissertação para um perfil com **secção em H**. Através dos resultados dos estudos paramétricos efectuados, confirmou-se que as secções em H são mais susceptíveis a fenómenos de encurvadura local. Em ensaios de caracterização do comportamento estrutural de perfis pultrudidos com secção em H, a observação de fenómenos de encurvadura local poderá ser mais evidente e certos parâmetros (como o comprimento de semi-onda ou carga crítica de instabilidade local) poderão ser mais facilmente determinados.

Deverá ser efectuada a **comparação de resultados** entre o estudo do comportamento estrutural de perfis pultrudidos híbridos apresentado nesta dissertação e o mesmo estudo para perfis pultrudidos de GFRP desenvolvido por Manuel Mendes Correia.

## ANEXO I. CARACTERIZAÇÃO MECÂNICA DO MATERIAL

### A. ENSAIO DE FLEXÃO

Tabela I.1. Dimensões dos provetes da alma ensaiados à flexão

Provete	L (mm)	b <sub>-50</sub> (mm)	h <sub>-50</sub> (mm)	b <sub>meio-vão</sub> (mm)	h <sub>meio-vão</sub> (mm)	b <sub>+50</sub> (mm)	h <sub>+50</sub> (mm)
FA1	300,0	15,39	9,97	15,38	9,97	15,35	9,96
FA2	300,4	15,52	9,96	15,92	9,95	16,29	9,95
FA3	300,1	14,71	9,96	14,65	9,97	14,58	9,95
FA4	301,3	15,08	9,97	14,99	9,97	14,90	9,96
FA5	299,9	15,51	9,99	15,87	9,98	16,15	9,97
FA6	300,0	14,94	9,99	14,97	9,97	14,97	9,97
FA7	300,1	14,73	10,00	14,74	10,00	14,79	9,98
FA8	300,2	15,18	10,00	15,23	9,96	15,33	9,98

Tabela I.2. Dimensões dos provetes do banzo ensaiados à flexão

Provete	L (mm)	b <sub>-50</sub> (mm)	h <sub>-50</sub> (mm)	b <sub>meio-vão</sub> (mm)	h <sub>meio-vão</sub> (mm)	b <sub>+50</sub> (mm)	h <sub>+50</sub> (mm)
FB1	299,8	14,81	9,91	14,89	9,90	14,97	9,92
FB2	299,5	14,26	9,96	14,32	9,98	14,31	9,97
FB3	300,3	14,48	9,93	14,48	9,97	14,42	9,99
FB4	300,0	16,03	10,00	16,34	10,00	16,60	10,00
FB5	301,1	15,12	9,94	15,12	9,95	15,02	9,95
FB6	299,3	15,39	9,97	15,45	9,97	15,46	9,90
FB7	300,3	15,58	10,03	15,74	10,06	15,83	10,06
FB8	301,0	15,36	9,98	15,27	9,95	15,07	9,97

Tabela I.3. Resultados dos provetes da alma ensaiados à flexão

Provete	$F_u$ (kN)	$\delta_u$ (mm)	$\sigma_{fu}$ (MPa)	$\epsilon_{fu}$	$E_f$ (GPa)
<b>FA1</b>	2,561	18,29	482,5	2,97%	21,49
<b>FA2</b>	2,585	18,50	472,3	3,00%	20,71
<b>FA3</b>	2,388	17,45	472,3	2,83%	20,08
<b>FA4</b>	2,566	16,34	496,0	2,65%	22,91
<b>FA5</b>	2,595	14,41	472,8	2,34%	25,23
<b>FA6</b>	2,543	17,77	492,2	2,88%	22,33
<b>FA7</b>	2,553	17,20	498,8	2,80%	22,67
<b>FA8</b>	2,578	18,89	491,4	3,06%	21,85
<b>Média</b>	2,546	17,35	484,8	2,82%	22,16
<b>Desv. pad.</b>	0,066	1,437	11,217	0,002	1,568
<b>C. var.</b>	2,60%	8,28%	2,31%	8,21%	7,08%

Tabela I.4. Resultados dos provetes do banzo ensaiados à flexão (manta de CFRP comprimida)

Provete	$F_u$ (kN)	$\delta_u$ (mm)	$\sigma_{fu}$ (Mpa)	$\epsilon_{fu}$	$\sigma_{del}$ (Mpa)	$\epsilon_{del}$	$E_f$ (Gpa)	$E_{f2}$ (Gpa)
<b>FB1</b>	2,299	16,01	453,7	2,58%	179,0	0,55%	41,88	16,57
<b>FB2</b>	2,060	15,01	416,0	2,44%	261,2	0,62%	52,57	14,67
<b>FB3</b>	2,126	14,25	425,4	2,31%	246,0	0,74%	34,74	16,66
<b>FB4</b>	2,231	11,57	393,2	1,88%	227,2	0,56%	47,77	15,74
<b>Média</b>	2,179	14,21	422,1	2,30%	228,4	0,62%	44,24	15,91
<b>Desv. Pad.</b>	0,107	1,90	25,0	0,30%	35,7	0,09%	7,70	0,92
<b>C. var.</b>	4,89%	13,39%	5,93%	13,06%	15,63%	14,41%	17,40%	5,81%

Tabela I.5. Resultados dos provetes do banzo ensaiados à flexão (manta de CFRP traccionada)

Provete	$F_u$ (kN)	$\delta_u$ (mm)	$\sigma_{fu}$ (Mpa)	$\epsilon_{fu}$	$E_f$ (Gpa)
<b>FB5</b>	3,496	10,29	672,6	1,67%	46,07
<b>FB6</b>	3,311	9,27	620,9	1,50%	44,21
<b>FB7</b>	3,311	8,08	598,6	1,32%	48,03
<b>FB8</b>	3,094	9,39	589,4	1,52%	54,22
<b>Média</b>	3,303	9,26	620,4	1,50%	48,13
<b>Desv. Pad.</b>	0,164	0,91	37,2	0,14%	4,35
<b>C. var.</b>	4,98%	9,78%	6,00%	9,34%	9,03%



**B. ENSAIO DE CORTE INTERLAMINAR**

Tabela I.6. Dimensões dos provetes da alma ensaiados ao corte interlaminar

Provete	L (mm)	b <sub>-10</sub> (mm)	h <sub>-10</sub> (mm)	b <sub>meio-vão</sub> (mm)	h <sub>meio-vão</sub> (mm)	b <sub>+10</sub> (mm)	h <sub>+10</sub> (mm)	A (mm <sup>2</sup> )
SA1	59,7	19,82	9,96	19,86	9,97	19,82	9,95	198,00
SA2	59,0	19,92	9,98	19,97	9,99	19,94	9,99	199,50
SA3	59,9	19,86	9,99	19,90	9,98	19,92	9,98	198,60
SA4	59,2	19,65	9,96	19,66	9,97	19,68	9,95	196,01
SA5	59,3	19,45	9,97	19,37	9,99	19,24	9,98	193,51
SA6	59,7	20,01	9,94	20,05	9,95	20,05	9,96	199,50
SA7	59,2	19,89	9,94	19,90	9,97	19,88	9,95	198,40
SA8	59,0	19,92	9,97	19,89	9,97	19,90	9,96	198,30

Tabela I.7. Dimensões dos provetes do banzo ensaiados ao corte interlaminar

Provete	L (mm)	b <sub>-10</sub> (mm)	h <sub>-10</sub> (mm)	b <sub>meio-vão</sub> (mm)	h <sub>meio-vão</sub> (mm)	b <sub>+10</sub> (mm)	h <sub>+10</sub> (mm)	A (mm <sup>2</sup> )
SB1	59,1	20,46	9,95	20,50	9,96	20,52	9,93	204,18
SB2	60,1	19,78	10,00	19,83	10,01	19,88	9,99	198,50
SB3	60,0	19,96	10,01	19,94	10,02	19,88	9,96	199,80
SB4	59,0	19,94	9,97	19,99	10,00	20,02	9,96	199,90
SB5	59,8	20,01	10,01	20,07	10,00	20,05	9,97	200,70
SB6	59,7	19,93	10,00	19,95	9,98	19,96	9,98	199,10
SB7	59,8	20,37	10,02	20,39	10,02	20,39	9,99	204,31
SB8	59,4	20,21	9,94	20,26	9,97	20,32	9,98	201,99

Tabela I.8. Resultados dos provetes da alma ensaiados ao corte interlaminar

Provete	F <sub>u</sub> (kN)	δ <sub>u</sub> (mm)	F <sup>sbs</sup> (Mpa)
SA1	Resultados inválidos		
SA2	7,856	0,78	30,24
SA3	9,218	0,80	35,50
SA4	7,810	0,73	30,11
SA5	8,793	0,76	34,17
SA6	7,615	0,75	28,71
SA7	7,847	0,76	29,79
SA8	8,111	0,78	30,82
<b>Média</b>	8,179	0,77	31,33
<b>Desv. Pad.</b>	0,596	0,02	2,50
<b>C. Var.</b>	7,29%	3,10%	7,99%

Tabela I.9. Resultados dos provetes do banzo ensaiados ao corte interlaminar

Provete	F <sub>u</sub> (kN)	δ <sub>u</sub> (mm)	F <sup>sbs</sup> (Mpa)
SB1	8,444	0,66	31,13
SB2	7,387	1,55	28,01
SB3	9,282	0,94	35,02
SB4	7,939	1,44	29,91
SB5	8,483	1,22	31,78
SB6	8,391	0,64	31,68
SB7	8,543	1,32	31,44
SB8	9,293	0,76	34,62
<b>Média</b>	8,470	1,07	31,70
<b>Desv. Pad.</b>	0,633	0,36	2,29
<b>C. Var.</b>	7,47%	33,85%	7,24%

## C. ENSAIO DE COMPRESSÃO

Tabela I.10. Dimensões dos provetes da alma ensaiados à compressão na direcção longitudinal

Provete	L (mm)	b <sub>-10</sub> (mm)	h <sub>-10</sub> (mm)	b <sub>meio-vão</sub> (mm)	h <sub>meio-vão</sub> (mm)	b <sub>+10</sub> (mm)	h <sub>+10</sub> (mm)	A (mm <sup>2</sup> )
CA1	40,4	12,83	9,97	12,82	9,96	12,85	9,97	127,69
CA2	40,8	12,80	9,93	12,81	9,93	12,85	9,93	127,10
CA3	40,0	11,95	9,97	11,94	9,95	11,99	9,97	118,80
CA4	40,9	12,82	9,96	12,83	9,96	12,83	9,95	127,66
CA5	40,0	13,09	9,98	13,09	9,96	13,09	9,94	130,11
CA6	41,0	12,18	9,97	12,48	9,96	12,59	9,97	121,43
CA7	40,1	12,78	9,97	12,78	9,96	12,83	9,98	127,29
CA8	40,4	12,88	9,96	12,92	9,95	12,96	9,96	128,28

Tabela I.11. Dimensões dos provetes do banzo ensaiados à compressão na direcção longitudinal

Provete	L (mm)	b <sub>-10</sub> (mm)	h <sub>-10</sub> (mm)	b <sub>meio-vão</sub> (mm)	h <sub>meio-vão</sub> (mm)	b <sub>+10</sub> (mm)	h <sub>+10</sub> (mm)	A (mm <sup>2</sup> )
CB1	39,9	12,93	10,04	12,98	10,01	13,03	9,98	110,42
CB2	40,2	12,91	9,98	12,90	10,01	12,88	9,98	109,22
CB3	40,8	12,92	10,01	12,91	10,00	12,87	9,98	109,14
CB4	40,3	12,78	9,99	12,86	9,94	12,75	9,93	107,48
CB5	40,3	12,90	10,01	12,88	10,04	12,89	9,98	109,32
CB6	40,5	12,96	9,95	12,95	10,00	12,98	10,00	109,53
CB7	41,1	12,82	9,88	12,80	9,96	12,78	9,88	107,10
CB8	40,4	12,70	9,90	12,75	9,94	12,81	9,94	106,68

Tabela I.12. Dimensões dos provetes da alma ensaiados à compressão na direcção transversal

Provete	L (mm)	b <sub>-10</sub> (mm)	h <sub>-10</sub> (mm)	b <sub>meio-vão</sub> (mm)	h <sub>meio-vão</sub> (mm)	b <sub>+10</sub> (mm)	h <sub>+10</sub> (mm)	A (mm <sup>2</sup> )
CTA1	40,1	12,96	9,99	13,03	10,01	13,09	10,02	129,47
CTA2	40,1	13,12	9,99	13,14	10,03	13,16	10,02	131,07
CTA3	40,5	12,86	9,99	12,87	9,98	12,90	10,05	128,44
CTA4	41,0	13,42	10,03	13,33	9,98	13,15	10,04	132,03
CTA5	41,0	12,99	10,02	13,01	10,01	13,04	9,99	130,16
CTA6	40,9	13,11	10,03	13,13	10,04	13,11	10,02	131,36
CTA7	40,5	12,51	10,02	12,49	10,04	12,58	10,03	125,35
CTA8	40,1	13,09	10,01	13,13	10,01	13,14	10,05	131,03

Tabela I.13. Dimensões dos provetes do banzo ensaiados à compressão na direcção transversal

Provete	L (mm)	b <sub>-10</sub> (mm)	h <sub>-10</sub> (mm)	b <sub>meio-vão</sub> (mm)	h <sub>meio-vão</sub> (mm)	b <sub>+10</sub> (mm)	h <sub>+10</sub> (mm)	A (mm <sup>2</sup> )
CTB1	29,5	13,27	10,02	13,27	10,12	13,29	10,27	113,06
CTB2	29,1	13,19	9,98	13,27	10,09	13,14	9,98	111,43
CTB3	29,1	12,76	10,07	12,85	10,11	12,90	10,11	109,35
CTB4	29,3	12,46	10,16	12,74	10,02	12,79	9,94	107,90
CTB5	29,6	13,78	9,99	13,68	9,97	13,54	10,06	115,90
CTB6	29,8	12,85	10,01	13,00	10,25	13,05	10,26	109,35
CTB7	29,7	13,42	10,04	13,49	10,14	13,30	10,18	114,79
CTB8	29,9	13,12	9,93	13,13	10,06	12,99	10,04	110,80

Tabela I.14. Resultados obtidos nos provetes da alma ensaiados à compressão na direcção longitudinal

Provete	F <sub>u</sub> (kN)	δ <sub>u</sub> (mm)	σ <sub>cu</sub> (Mpa)	ε <sub>cu</sub>	E <sub>c</sub> (Gpa)
CA1	63,536	1,01	497,6	2,50%	26,30
CA2	59,584	1,03	468,8	2,52%	24,08
CA3	65,560	1,02	551,8	2,56%	26,30
CA4	53,064	1,03	415,7	2,52%	26,30
CA7	60,320	1,06	463,6	2,64%	28,44
CA8	69,576	0,96	573,0	2,35%	25,53
<b>Média</b>	61,940	1,02	495,07	2,51%	26,16
<b>Desv. Pad.</b>	5,179	0,03	53,67	0,09%	1,29
<b>C. Var.</b>	8,36%	2,80%	10,84%	3,45%	4,93%

Tabela I.15. Resultados obtidos nos provetes do banzo ensaiados à compressão na direcção longitudinal

Provete	F <sub>u</sub> (kN)	δ <sub>u</sub> (mm)	σ <sub>cu</sub> (Mpa)	ε <sub>cu</sub>	E <sub>c</sub> (Gpa)
CB1	59,248	0,96	536,6	2,41%	24,93
CB2	54,984	0,89	503,4	2,21%	26,31
CB3	50,992	0,98	467,2	2,39%	21,56
CB6	48,936	0,82	455,3	2,02%	24,08
CB7	55,832	0,98	510,7	2,42%	29,95
CB8	47,848	0,82	436,9	2,03%	27,60
<b>Média</b>	52,973	0,91	485,0	2,25%	25,74
<b>Desv. Pad.</b>	4,043	0,07	34,6	0,17%	2,66
<b>C. Var.</b>	7,63%	7,60%	7,13%	7,62%	10,32%

Tabela I.16. Resultados obtidos nos provetes da alma ensaiados à compressão na direcção transversal

Provete	$F_u$ (kN)	$\delta_u$ (mm)	$\sigma_{ctu}$ (Mpa)	$\epsilon_{ctu}$	$E_{ct}$ (Gpa)
CTA1	14,288	0,86	110,357	0,021	9,25
CTA2	17,160	0,75	130,924	0,019	9,62
CTA3	17,440	0,74	135,780	0,018	9,38
CTA4	18,280	0,76	138,458	0,019	8,52
CTA5	14,672	0,63	112,723	0,015	9,17
CTA6	19,144	0,82	145,734	0,020	9,47
CTA7	17,192	0,72	137,152	0,018	10,67
CTA8	16,936	0,87	129,252	0,022	8,72
<b>Média</b>	16,889	0,77	130,05	1,90%	9,35
<b>Desv. Pad.</b>	1,548	0,08	11,67	0,20%	0,61
<b>C. Var.</b>	9,17%	9,85%	8,97%	10,37%	6,48%

Tabela I.17. Resultados obtidos nos provetes do banzo ensaiados à compressão na direcção transversal

Provete	$F_u$ (kN)	$\delta_u$ (mm)	$\sigma_{ctu}$ (Mpa)	$\epsilon_{ctu}$	$E_{ct}$ (Gpa)
CTB1	11,392	0,38	100,760	0,013	11,64
CTB2	10,312	0,50	92,545	0,017	8,68
CTB3	7,824	0,53	71,548	0,018	7,24
CTB4	9,440	0,45	87,485	0,015	9,06
CTB5	11,840	0,43	102,155	0,015	12,07
CTB6	8,856	0,31	80,985	0,010	11,77
CTB7	11,704	0,47	101,963	0,016	10,90
CTB8	11,152	0,51	100,653	0,017	9,87
<b>Média</b>	10,315	0,45	92,3	1,52%	10,15
<b>Desv. Pad.</b>	1,379	0,07	10,7	0,24%	1,62
<b>C. Var.</b>	13,37%	15,68%	11,58%	16,06%	15,95%

## D. ENSAIO DE TRACÇÃO

Tabela I.18. Dimensões dos provetes da alma ensaiados à tracção

Provete	L (mm)	b <sub>-50</sub> (mm)	h <sub>-50</sub> (mm)	b <sub>meio-vão</sub> (mm)	h <sub>meio-vão</sub> (mm)	b <sub>+50</sub> (mm)	h <sub>+50</sub> (mm)	A (mm <sup>2</sup> )
1	300,1	24,68	9,98	24,70	9,98	24,69	9,98	246,31
2	299,7	25,48	9,98	25,41	9,98	25,37	9,98	253,19
3	300,2	25,67	9,97	25,66	9,96	25,63	9,97	255,53
4	300,6	25,73	9,97	25,81	9,97	25,82	9,97	256,53
5	299,0	25,09	9,96	25,04	9,94	24,99	9,93	248,15
6	299,1	24,94	9,97	24,85	9,96	24,94	9,96	247,51
7	299,0	25,03	9,98	25,07	9,96	25,08	9,95	249,55
8	299,3	25,06	9,96	25,08	9,95	25,05	9,94	249,00

Tabela I.19. Dimensões dos provetes do banzo ensaiados à tracção

Provete	L (mm)	b <sub>-50</sub> (mm)	h <sub>-50</sub> (mm)	b <sub>meio-vão</sub> (mm)	h <sub>meio-vão</sub>	b <sub>+50</sub>	h <sub>+50</sub>	A
1	298,2	25,09	9,99	25,07	9,93	25,00	9,97	248,95
2	299,1	24,44	9,91	24,45	9,87	24,31	9,86	239,70
3	298,9	25,26	10,00	25,16	10,00	24,98	9,96	248,80
4	299,1	25,08	10,04	24,87	9,98	24,72	10,00	247,20
5	299,4	25,14	9,93	25,01	9,98	24,96	9,92	247,60
6	299,8	25,20	9,96	25,39	9,94	25,58	9,95	250,99
7	299,0	25,87	10,14	25,80	10,09	25,58	10,10	258,36
8	299,2	25,38	9,87	25,32	9,86	25,35	9,86	249,66

Tabela I.20. Resultados obtidos nos provetes da alma ensaiados à tracção

Provete	F <sub>u</sub> (kN)	δ <sub>u</sub> (mm)	σ <sub>tu</sub> (Mpa)	E <sub>t</sub> (Gpa)
TA2	113,12	5,31	446,8	17,89
TA3	91,94	4,24	359,8	16,20
TA4	109,49	5,00	426,8	17,96
TA5	94,89	4,46	382,4	16,53
TA6	97,20	4,58	392,7	16,65
TA7	96,10	4,67	385,1	16,40
TA8	95,26	4,69	382,6	16,57
<b>Média</b>	99,71	4,71	396,6	16,89
<b>Desv. pad.</b>	7,54	0,33	27,6	0,67
<b>C. var.</b>	7,56%	6,92%	6,96%	3,97%

Tabela I.21. Resultados obtidos nos provetes do banzo ensaiados à tracção

Provete	$F_u$ (kN)	$\delta_u$ (mm)	$\sigma_{tu}$ (Mpa)	$E_t$ (Gpa)
<b>TB2</b>	99,24	3,82	414,0	22,92
<b>TB3</b>	105,35	3,73	423,4	25,58
<b>TB4</b>	108,32	3,67	438,2	26,06
<b>TB5</b>	104,35	3,91	421,4	23,28
<b>TB6</b>	99,15	3,45	395,0	24,91
<b>TB7</b>	100,09	3,58	387,4	24,71
<b>TB8</b>	102,19	3,94	409,3	22,90
<b>Média</b>	102,67	3,73	412,7	24,34
<b>Desv. pad.</b>	3,23	0,16	16,1	1,21
<b>C. var.</b>	3,14%	4,39%	3,89%	4,95%

Tabela I.22. Resultados obtidos nos extensómetros dos provetes da alma ensaiados à tracção

Provete	$E_t$ (Gpa)	$\nu$
<b>TA5</b>	31,86	0,252
<b>TA7</b>	32,06	0,257
<b>TA8</b>	34,52	0,287
<b>Média</b>	32,81	0,266
<b>Desv. pad.</b>	1,48	0,019
<b>C. var.</b>	4,51%	7,18%

Tabela I.23. Resultados obtidos nos extensómetros dos provetes do banzo ensaiados à tracção

Provete	$E_G$ (Gpa)	$E_C$ (Gpa)	$E_{Médio}$ (Gpa)
<b>TB5</b>	51,85	53,51	52,68
<b>TB6</b>	58,02	55,13	56,58
<b>TB7</b>	55,63	56,87	56,25
<b>Média</b>	55,17	55,17	55,17
<b>Desv. pad.</b>	3,11	1,68	2,16
<b>C. var.</b>	5,64%	3,05%	3,92%

## E. ENSAIO DE CORTE POR TENSÃO BI-AXIAL

Tabela I.24. Dimensões dos provetes da alma ensaiados ao corte por tensão bi-axial

Provete	L (mm)	b <sub>-50</sub> (mm)	h <sub>-50</sub> (mm)	b <sub>meio-vão</sub> (mm)	h <sub>meio-vão</sub> (mm)	b <sub>+50</sub> (mm)	h <sub>+50</sub> (mm)	A (mm <sup>2</sup> )
1	250,3	24,62	9,95	24,58	9,96	24,61	9,97	244,82
2	250,2	25,57	9,96	24,45	9,95	25,30	9,95	243,28
3	248,4	25,12	9,99	25,05	9,98	24,94	9,96	248,40
4	252,0	25,75	9,96	25,86	9,97	26,09	9,97	256,47
5	249,1	24,53	9,95	24,29	9,96	24,03	9,96	239,34
6	250,1	25,67	9,96	25,87	9,99	25,97	9,98	255,67
7	248,7	25,30	9,96	25,33	9,97	25,43	9,96	251,99
8	251,5	24,34	9,95	24,49	9,96	24,77	9,95	242,18

Tabela I.25. Resultados obtidos nos provetes da alma ensaiados ao corte por tensão bi-axial

Provete	F <sub>u</sub> (Mpa)	δ <sub>u</sub> (Mpa)	τ <sub>u</sub> (Mpa)	G (GPa)
1	42,15	1,80	29,52	-
2	43,99	1,95	32,06	3,84
3	41,50	1,70	29,64	-
4	44,47	1,82	30,62	-
5	43,38	1,82	31,01	3,55
6	45,82	1,80	30,69	3,80
<b>Média</b>	43,55	1,82	30,59	3,73
<b>Desv. Pad.</b>	1,57	0,08	0,94	0,16
<b>C. Var.</b>	3,61%	4,40%	3,07%	4,21%





## ANEXO II. ENSAIO DE COMPRESSÃO EM COLUNAS CURTAS

### A. ENCASTRAMENTO DAS EXTREMIDADES

O procedimento adoptado para o encastramento das extremidades das colunas é explicado em seguida. Para tal foram utilizados moldes aparafusados em madeira com dimensões  $20 \times 30 \times 5$  cm. As juntas foram devidamente seladas para que não houvesse fugas de resina. A resina utilizada nestes encastramentos foi *Epoxy*.

- 1) Selaram-se as juntas do molde. Para tal foi utilizado um selante de juntas especial para madeiras da marca *Axton* (Figura II.1). O selante demora cerca de 48 h até estar totalmente seco e impermeável.
- 2) Depois de o selante estar totalmente seco aplicou-se óleo descofrante no interior do molde.
- 3) Dissolveram-se 5 ml de catalisador 0,5 l de resina *Epoxy* (1% de catalisador). As quantidades devem ser medidas com o máximo rigor possível e a mistura deve ficar perfeitamente homogénea.
- 4) Verteu-se a resina para o interior do molde e deixou-se repousar até que esta tomasse o estado sólido. Este processo demora cerca de 8 h. Neste passo verificou-se por várias vezes a ocorrência de abertura de pequenas fendas (Figura II.2). Uma hipótese para esta ocorrência deste fenómeno poderá ser a absorção de resina por parte da madeira causando a retracção da mesma. As camadas seguintes não apresentaram quaisquer anomalias.



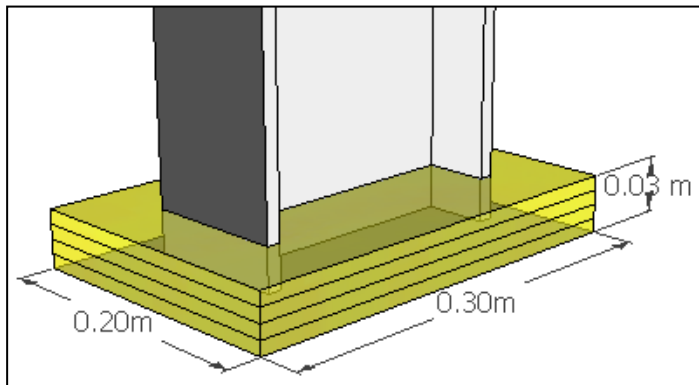
Figura II.1. Molde em madeira e selante de juntas



Figura II.2. Fendilhação da primeira camada de resina

- 5) Repetiram-se os passos 3) e 4) até perfazer um total de 4 camadas que atingem sensivelmente a espessura de 3 cm (Figura II.3).
- 6) Depois de efectuado o encastramento numa das extremidades as colunas foram desenformadas cuidadosamente, desaparafusando as paredes laterais dos moldes para que não ocorresse rotura da resina.
- 7) Repetiram-se os passos 1) a 6) para a outra extremidade.

As colunas encastradas ficaram com o aspecto apresentado na Figura II.4.



**Figura II.3. Esquemática do encastramento**



**Figura II.4. Coluna encastrada em ambas as extremidades**

## ANEXO III. ENSAIO DE FLEXÃO NUMA VIGA SIMPLEMENTE APOIADA

### A. ROTURA POR FLEXÃO DE UM PERFIL IPE180 EM AÇO S355

Para que não ocorra rotura por flexão da viga de distribuição deve verificar-se a condição,

$$M_{sd} \leq M_{Rd} \quad (\text{III.1})$$

em que,

- $M_{sd}$  – momento máximo actuante na viga;
- $M_{Rd}$  – momento máximo resistente da viga.

Para o cálculo do momento actuante na viga de distribuição utilizou-se como carga ( $F_r$ ) de referência, a carga de rotura estimada no modelo numérico da viga de GFRP (Capítulo 5) com um factor de segurança de 25%.

Assim tem-se,

$$M_{sd} = \frac{1,25 F_r L_0}{4} \quad (\text{III.2})$$

em que,

$L_0$  – vão entre aplicação de cargas.

O momento resistente de uma viga metálica com secção em I pode ser calculado pela seguinte equação,

$$M_{Rd} = \frac{W f_y}{\gamma_{M0}} \quad (\text{III.3})$$

em que,

- $W$  – módulo de flexão da viga;
- $f_y$  – tensão de cedência do aço;
- $\gamma_{M0}$  – coeficiente parcial de segurança (= 1,0)

Como no ensaio em questão não se pretendia que a viga de distribuição plastificasse, no cálculo do momento resistente utilizou-se o módulo de flexão elástico ( $W_{elast}$ ). Tem-se então,

$$M_{elast.Rd} = \frac{W_{elast} f_y}{\gamma_{M0}} \quad (\text{III.4})$$

Todas as variáveis utilizadas neste cálculo encontram-se na Tabela III.1.

Tabela III.1. Avaliação da resistência à flexão da viga de distribuição

$F_r$ (kN)	80
$L_0$ (m)	1,40
<b><math>M_{sd}</math> (kNm)</b>	<b>35,0</b>
$W_{elast}$ ( $\times 10^3$ mm <sup>3</sup> )	146
$f_y$ (MPa)	355
$\gamma_{M0}$	1,0
<b><math>M_{Rd}</math> (kNm)</b>	<b>51,8</b>

## B. DETERMINAÇÃO DAS ÁREAS DE CORTE ( $A_v$ ) DO PERFIL EM ESTUDO

Como o perfil em estudo tem secção heterogénea é pouco rigoroso considerar que a área de corte da secção é igual à área da alma. No presente anexo, explica-se como determinar esta propriedade numa viga com secção heterogénea de parede fina, determinando-a em particular para o perfil em estudo.

A área de corte ( $A_v$ ) é definida através da seguinte equação:

$$A_v = \frac{V^2}{\int_A \tau^2 dA} \quad (\text{III.5})$$

em que,

- $V$  – Esforço transversal actuante na secção;
- $A$  – Área total da secção;
- $\tau$  – tensão tangencial devida ao esforço transversal.

As tensões tangenciais na secção são obtidas dividindo o fluxo de corte ( $f$ ) pela espessura da parede fina da secção ( $e$ ). O fluxo de corte na parcela  $i$  da secção do perfil é obtido através da seguinte equação:

$$f_i = - \frac{E_i S_i}{\sum E_j I_j} V \quad (\text{III.6})$$

em que,

- $E_i$  e  $S_i$  – módulo de elasticidade e momento estático de cada parcela da secção;
- $\sum (E_j e I_j)$  – somatório da rigidez de flexão de todas as parcelas da secção.

Como simplificação, não foi considerada a secção real mas sim uma secção de parede fina situada na linha média da alma e dos banzos com espessura constante. A Figura III.1 ilustra como foi definida cada parcela da secção.

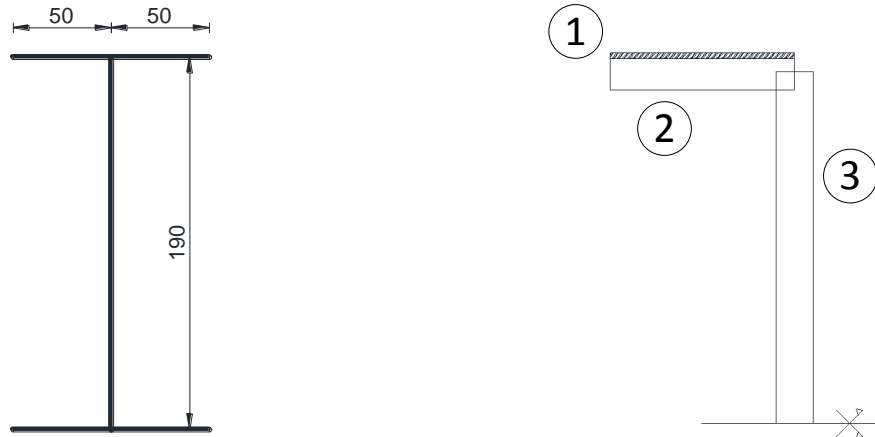


Figura III.1. Esquematização da secção simplificada (medidas em mm)

A parcela 1 corresponde à manta de CFRP em metade do banzo, a parcela 2 corresponde ao GFRP em metade do banzo e a parcela 3 corresponde a metade da alma. Todas as dimensões e propriedades de cada uma das parcelas estão indicadas na Tabela III.2.

Tabela III.2. Definição de cada uma das parcelas da secção

Parcela 1		Parcela 2		Parcela 3	
$b_1$ (mm)	50,00	$b_2$ (mm)	50,00	$b_3$ (mm)	10,00
$h_1$ (mm)	1,50	$h_2$ (mm)	8,50	$h_3$ (mm)	95,00
$A_1$ (mm <sup>2</sup> )	75,00	$A_2$ (mm <sup>2</sup> )	425,00	$A_3$ (mm <sup>2</sup> )	950,00
$d_1$ (mm)	99,25	$d_2$ (mm)	94,25	$d_3$ (mm)	47,50
$S_1$ (mm <sup>3</sup> )	7443,75	$S_2$ (mm <sup>3</sup> )	40056,25	$S_3$ (mm <sup>3</sup> )	45125,00
$I_1$ (mm <sup>4</sup> )	738801,56	$I_2$ (mm <sup>4</sup> )	3775602,60	$I_3$ (mm <sup>4</sup> )	2150958,33
$E_1$ (GPa)	181,85	$E_2$ (GPa)	32,81	$E_3$ (GPa)	32,81
$f_1$ (kN/m)	<b>1,15</b>	$f_2$ (kN/m)	<b>1,12</b>	$f_3$ (kN/m)	<b>5,81</b>
$\tau_1$ (kN/m <sup>2</sup> )	<b>768,64</b>	$\tau_2$ (kN/m <sup>2</sup> )	<b>131,69</b>	$\tau_3$ (kN/m <sup>2</sup> )	<b>580,58</b>

Na Tabela III.2, para cada parcela  $i$ ,  $b_i$  é o comprimento,  $h_i$  é a altura,  $A_i$  é a área,  $d_i$  é a distância à linha neutra,  $S_i$  é o momento estático,  $I_i$  é a inércia relativa ao eixo  $x$ ,  $f_i$  é o fluxo de corte e  $\tau_i$  é a tensão tangencial. Estas duas últimas variáveis foram calculadas em função do esforço transversal actuante,  $V$ .

Com os valores notáveis de tensão tangencial obtidos e sabendo que o andamento das tensões é linear nos elementos horizontais (banzos) e parabólico nos elementos verticais (alma) é possível obter as funções das tensões tangenciais ao longo da secção. Para cada metade dos banzos tem-se:

$$m_1 = \frac{768,64 V}{0,05} = 15372,8 V \rightarrow \tau_{f,c}(x_1) = 15372,8 x_1 V \text{ (kN/m}^2\text{)}$$

$$m_2 = \frac{131,69 V}{0,05} = 2633,8 V \rightarrow \tau_{f,g}(x_1) = 2633,8 x_1 V \text{ (kN/m}^2\text{)}$$

Para alma sabem-se as três condições seguintes:

$$\begin{cases} \tau_w(0) = 454,47 \text{ V kN/m}^2 \\ \tau_w(0,095) = 580,58 \text{ V kN/m}^2 \\ \tau_w(0,19) = 454,47 \text{ V kN/m}^2 \end{cases}$$

Através destas três condições é possível deduzir a função das tensões tangenciais na alma:

$$\tau_w(x_2) = (-13973,2 x_2^2 + 2654,9 x_2 + 454,47) \text{ V}$$

Por fim, aplicando a equação **Erro! A origem da referência não foi encontrada.**) com os valores de tensão tangencial calculados, obtém-se a expressão seguinte:

$$A_v = \frac{V^2}{4 \times \int_{0,00}^{0,05} \left[ (\tau_{f,c}(x_1))^2 \times 0,0015 + (\tau_{f,g}(x_1))^2 \times 0,0085 \right] dx_1 + \int_{0,00}^{0,19} \left[ (\tau_w(x_2))^2 \times 0,01 \right] dx_2}$$

Resolvendo numericamente a expressão acima com o auxílio do programa *MatLab* obtém-se o resultado:

$$A_v = 16,06 \text{ cm}^2$$

### C. FLEXÃO EM QUATRO PONTOS PELA TEORIA DE VIGAS DE *TIMOSHENKO*

Os perfis pultrudidos de FRP, tal como já foi referido na presente dissertação são caracterizados por uma deformabilidade por corte não desprezável. Por este motivo, a teoria de vigas de *Timoshenko* fornece uma melhor aproximação relativamente à teoria clássica de vigas de *Euler*. Desta sabem-se duas relações constitutivas base, presentes nas equações seguintes,

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{M}{EI} \quad (\text{III.7})$$

$$\frac{dy}{dz} - \phi = -\frac{V}{KAG} \quad (\text{III.8})$$

em que,

- $\Phi$  – rotação;
- $M$  – Momento flector;
- $EI$  – rigidez de flexão da viga;
- $y$  – deslocamento vertical;
- $V$  – esforço transversal;
- $KAG$  – rigidez de corte da viga;

A equação (III.7) desenvolve-se em,

$$\frac{d\phi}{dz} = \frac{1}{EI} \begin{cases} \frac{Pz}{2} \rightarrow z < \frac{L-L_0}{2} \\ \frac{P(L-L_0)}{4} \rightarrow z > \frac{L-L_0}{2} \end{cases}$$

Integrando tem-se,

$$\Phi(z) = \frac{1}{EI} \begin{cases} \frac{Pz^2}{4} + C_1 \rightarrow z < \frac{L-L_0}{2} \\ \frac{P(L-L_0)z}{4} + C_2 \rightarrow z > \frac{L-L_0}{2} \end{cases}$$

Sabem-se as condições necessárias à determinação das constantes  $C_i$ ,

- $\Phi\left(\frac{L}{2}\right) = 0$

$$\frac{P(L-L_0)\left(\frac{L}{2}\right)}{4} + C_2 = 0 \rightarrow C_2 = -\frac{PL(L-L_0)}{8}$$

- $\Phi\left(\frac{L-L_0}{2}\right)^{esq} = \Phi\left(\frac{L-L_0}{2}\right)^{dir}$

$$\frac{P\left(\frac{L-L_0}{2}\right)^2}{4} + C_1 = \frac{P(L-L_0)\left(\frac{L-L_0}{2}\right)}{4} - \frac{PL(L-L_0)}{8} \rightarrow C_1 = \frac{P(L-L_0)^2}{16} - \frac{PL(L-L_0)}{8}$$

Em seguida insere-se na equação (III.8) o valor determinado de  $\Phi(z)$ .

$$\frac{dy}{dz} - \Phi(z) = -\frac{V}{KAG} \rightarrow \frac{dy}{dz} = \begin{cases} \frac{1}{EI} \left( \frac{Pz^2}{4} + \frac{P(L-L_0)^2}{16} - \frac{PL(L-L_0)}{8} \right) - \frac{1}{KAG} \left( \frac{P}{2} \right) \rightarrow z < \frac{L-L_0}{2} \\ \frac{1}{EI} \left( \frac{P(L-L_0)z}{4} - \frac{PL(L-L_0)}{8} \right) \rightarrow z > \frac{L-L_0}{2} \end{cases}$$

Integrando tem-se,

$$y(x) = \begin{cases} \frac{1}{EI} \left( \frac{Pz^3}{12} + \frac{P(L-L_0)^2 z}{16} - \frac{PL(L-L_0)z}{8} \right) - \frac{1}{KAG} \left( \frac{Pz}{2} \right) + C_3 \rightarrow z < \frac{L-L_0}{2} \\ \frac{1}{EI} \left( \frac{P(L-L_0)z^2}{8} - \frac{PL(L-L_0)z}{8} \right) + C_4 \rightarrow z > \frac{L-L_0}{2} \end{cases}$$

As condições necessárias à determinação das constantes  $C_i$  são,

- $y(0) = 0$

$$C_3 = 0$$

- $y\left(\frac{L-L_0}{2}\right)^{esq} = y\left(\frac{L-L_0}{2}\right)^{dir}$

$$\frac{1}{EI} \left( \frac{P(L-L_0)^3}{96} + \frac{P(L-L_0)^3}{32} - \frac{PL(L-L_0)^2}{16} \right) - \frac{1}{KAG} \left( \frac{P(L-L_0)}{4} \right) = \frac{1}{EI} \left( \frac{P(L-L_0)^3}{32} - \frac{PL(L-L_0)^2}{16} \right) + C_4$$

$$\rightarrow C_4 = \frac{1}{EI} \left( \frac{P(L-L_0)^3}{96} \right) - \frac{1}{KAG} \left( \frac{P(L-L_0)}{4} \right)$$

Assim obtém-se a solução final:

$$y(z) = \begin{cases} \frac{P}{EI} \left( \frac{z^3}{12} + \frac{(L-L_0)^2 z}{16} - \frac{L(L-L_0)z}{8} \right) - \frac{P}{KAG} \left( \frac{z}{2} \right) \rightarrow z < \frac{L-L_0}{2} \\ \frac{P}{EI} \left( \frac{(L-L_0)z^2}{8} - \frac{L(L-L_0)z}{8} + \frac{(L-L_0)^3}{96} \right) - \frac{P}{KAG} \left( \frac{(L-L_0)}{4} \right) \rightarrow z > \frac{L-L_0}{2} \end{cases}$$