



INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO
Universidade Técnica de Lisboa

AUTOMATIZAÇÃO DO PROCESSO DE DIMENSIONAMENTO DAS ESTRUTURAS DE BETÃO ARMADO DE ACORDO COM O EC2

Pedro Nuno Rodrigues Pacheco

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Civil

Júri

Presidente: Prof. José Manuel Matos Noronha da Câmara

Orientador: Prof. Júlio António da Silva Appleton

Vogais: Prof. João Sérgio Nobre Duarte Cruz

Outubro 2011

Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador científico, professor Júlio Appleton, pela sua disponibilidade e transmissão de conhecimentos e sugestões indispensáveis para a conclusão deste trabalho.

Um agradecimento carinhoso aos meus Pais e irmãos pelo seu afecto e força moral, que sempre apoiaram e valorizaram e os meus estudos.

Um agradecimento muito especial à minha namorada que com a sua amizade, carinho e apoio me ajudou e incentivou a avançar neste trabalho, mesmo nos momentos de maior desalento.

Aos meus amigos e colegas, pela amizade e companheirismo, que de uma forma ou de outra ajudaram à concretização deste trabalho. A todos o meu obrigado.

Resumo

A utilização dos Eurocódigos como as actuais normas para o dimensionamento estrutural implica a realização de processos de verificação que possuem algum nível de dificuldade de execução por diversas razões. Assim sendo o desenvolvimento de ferramentas informáticas que possam auxiliar e minimizar este processo, é um aspecto muito importante a ter em conta.

No presente trabalho pretendeu-se estabelecer as metodologias de automatização do processo de dimensionamento das estruturas de betão armado de acordo com os Eurocódigos, incluindo o pré dimensionamento, a verificação de segurança aos estados limite últimos e de serviço e a pormenorização de armaduras. Foi desenvolvido um programa de informático capaz de efectuar os procedimentos necessários à realização dos processos definidos acima.

São abordadas as verificações a ter em conta para a segurança aos estados limite últimos de flexão e de esforço transversal preconizados no Eurocódigo 2 [1], bem como os aspectos a ter em conta para avaliação da segurança aos estados limites de serviço para a fendilhação e deformação.

O trabalho desenvolve-se sobre vigas de betão armado de secção rectangular e em T. O programa desenvolvido verifica a segurança aos estados limite últimos e serviço, para vigas com diferentes tipos de apoios e número de vãos, faz a pormenorização das armaduras longitudinais e transversais sendo possível armazenar os resultados obtidos sob a forma de ficheiros de imagem e de texto.

Para testar programa são feitos dois exemplo práticos sendo um comparado com resultados obtidos de forma manual.

Palavras-chave:

Automatização de cálculo, Eurocódigo 2, Betão armado, Vigas, Pormenorização, Estados limite.

Abstract

The use of Eurocodes as the actual structural design standards implies the safety verifications with some level of difficulty, due several reasons. Therefore the development of computer software as helpful tools to minimize the processes of verification is a very important aspect to have in consideration.

The purpose of this work is to establish the methodologies to automate the process for the design of reinforced concrete structures according the Eurocodes, including checking the safety of ultimate and serviceability limit states and detail of the reinforcement. A computer program capable of performing the procedures for carrying out the processes defined above was developed.

This work covers the aspects recommended in Eurocode 2[1] to be taken in checking the safety of ultimate states of flexure and shear, as well the aspects to be considered for safety assessment of the serviceability limit state for cracking and deflection.

The work is developed on rectangular and flanged beams. The computer program checks the safety of beams for serviceability and ultimate limit states with different types of support and number of spans and does the detailing of longitudinal and shears reinforcement. It's possible to store the obtained results as image and text files.

The computer program is tested with two practical examples in one of the examples the obtained results are compared with results obtained manually.

Keywords:

Automate; Eurocode 2; Reinforced concrete; Beams; Reinforcement details; Limit states.

Índice

Índice	ix
Índice de figuras	xiii
Índice de tabelas	xv
Notação	xv
1 Introdução	1
2 O Programa dos Eurocódigos.....	2
2.1 O que são os Eurocódigos	2
2.2 O programa dos Eurocódigos	2
2.3 A relação entre os Eurocódigos	3
3 Bases para a verificação.....	4
3.1 Estados limites e o método dos coeficientes parciais.....	4
3.2 Valores de dimensionamento	6
3.2.1 Valores de dimensionamento para acções	6
3.2.2 Valores de dimensionamento para efeitos de acções	6
3.2.3 Valores de dimensionamento das propriedades dos materiais da estrutura e elemento estrutural.	8
3.2.4 Resistência de cálculo.....	8
3.3 Estados Limites Últimos	10
3.3.1 Definição dos Estados Limites Últimos	10
3.3.2 Verificação da resistência e equilíbrio em estados limites.....	11
3.4 Estados limites de utilização	11
3.5 Análise conjunta dos estados limite	13
3.6 Acções.....	14
3.6.1 Classificação de acções.....	14
3.7 Combinação de acções.....	16
3.7.1 Generalidades	16
3.7.2 Combinação de acções para situações persistentes e transitórias	16
3.7.3 Combinação de acções para acções acidentais e sísmicas.....	17
3.7.4 Combinação de acções para estado limites de serviço.....	17
3.7.5 Alternância de sobrecarga	18

3.8	Propriedades dos materiais.....	20
3.8.1	Generalidades	20
3.8.2	Betão	20
3.8.3	Aço para betão armado.....	23
3.8.4	Outras propriedades importantes dos materiais	24
4	Verificação dos estados limites de serviço de acordo com o EC2	32
4.1	Generalidades	32
4.2	Deformação.....	32
4.2.1	Relação vão/altura, dispensa do calculo da deformação.....	32
4.2.2	Cálculo directo.....	35
4.3	Abertura de fendas.....	37
4.3.1	Cálculo da largura de fendas	37
4.3.2	Propriedades da secção para estados não fendilhados e fendilhados.....	39
4.3.3	Secção em T	41
4.3.4	Armaduras mínimas	43
5	Verificação dos estados limite últimos segundo o EC2.....	45
5.1	Vigas.....	45
5.2	Dimensionamento à flexão simples.....	46
5.2.1	Forças internas.....	47
5.2.2	Linha de acção da força de compressão	48
5.2.3	Grandezas adimensionais.....	48
5.2.4	Limitação da profundidade da linha neutra	49
5.2.5	Secções duplamente armadas.....	52
5.2.6	Secções em T.....	54
5.3	Dimensionamento ao esforço transversal.....	57
5.3.1	Armadura transversal	59
5.3.2	Efeito na armadura longitudinal.....	60
6	Programa de cálculo	61
6.1	Descrição do programa	62
6.1.1	Janela principal.....	62
6.1.2	Tabelas de resumo.....	63

6.1.3	Janela Estrutura	64
6.1.4	Definição dos materiais de projecto	64
6.1.5	Definição das secções	65
6.1.6	Definição da estrutura	66
6.1.7	Definição dos coeficientes de segurança.....	70
6.1.8	Definição das acções	71
6.1.9	Definição do carregamento	72
6.1.10	Definição dos parâmetros limite	74
6.1.11	Análise do momento flector para ELU.....	75
6.1.12	Análise do esforço transverso para ELU.....	76
6.1.13	Análise para Estados Limites de Serviço.....	77
6.1.14	Pormenorização	78
6.1.15	Resumo de análise e resultados	79
6.2	Outros aspectos incluídos na automatização	83
6.3	Armadura longitudinal.....	83
6.4	Alteração da armadura devido à fendilhação.....	83
6.5	Distância entre varões e número de varões	84
6.6	Armadura longitudinal nos apoios	85
6.7	Armadura mínima de esforço transverso	85
6.8	Espaçamentos da armadura transversal.....	86
6.9	Translação do diagrama do momento flector.....	86
6.10	Método de cálculo utilizado na determinação dos esforços	86
6.11	Fluxogramas síntese da verificação aos estados limites.....	87
6.11.1	Flexão.....	87
6.11.2	Esforço transverso.....	88
6.11.3	Deformação	89
6.11.4	Fendilhação	90
7	Exemplos de aplicação	91
7.1	Exemplo 1- Viga simplesmente apoiada - Verificação manual.....	91
7.1.1	Cálculos preliminares	92
7.1.2	Verificação da segurança aos Estados Limites Últimos	92

7.1.3	Verificação aos Estados Limites de Utilização.....	99
7.2	Verificação do exemplo 1 recorrendo ao programa de cálculo.....	107
7.2.1	Definição do modelo de cálculo	107
7.2.2	Análise de resultados	109
7.3	Exemplo 2 – Dimensionamento de uma viga simplesmente apoiada com consola, recorrendo ao programa de cálculo.....	116
7.3.1	Definição do modelo de cálculo	116
7.3.2	Análise de resultados	120
8	Conclusões.....	123
	Bibliografia.....	125
	Anexos.....	127
A	Método do cálculo de esforços (método dos deslocamentos).....	A-1
A.1	Introdução.....	A-1
A.2	Discretização e orientação	A-1
A.3	Matriz de rigidez	A-2
A.4	Elementos da matriz de rigidez	A-3
A.5	Matriz de transformação.....	A-5
A.6	Matriz de rigidez global	A-7
A.7	Solução da equação do MD para forças e deslocamentos desconhecidos	A-8
A.8	Solução para cargas de vão.....	A-10
B	Relatório gerado pelo programa para o Exemplo 1 Viga simplesmente apoiada	B-1
C	Elementos gerados pelo programa para o Exemplo 2 viga continua	C-1

Índice de figuras

Figura 2.1 O relacionamento entre os Eurocódigos.	3
Figura 3.1 Parâmetros da deformação total de uma viga.....	12
Figura 3.2 Procedimentos para a verificação através do método dos coeficientes parciais	13
Figura 3.3 Alternância de sobrecarga vãos alternados	18
Figura 3.4 Alternância de sobrecarga vãos adjacentes.....	19
Figura 3.5 Diagrama parábola rectângulo para betão comprimido.....	22
Figura 3.6 Diagrama tensão-extensão do aço típico de armaduras de betão armado.....	23
Figura 3.7 Diagrama tensão-extensão idealizado e de calculo	24
Figura 3.8 Efeito da fluência no betão	25
Figura 3.9 Comportamento da deformação ao longo do tempo	26
Figura 3.10 Módulo de elasticidade efectivo ao longo do tempo.....	27
Figura 3.11 Método gráfico para a determinação do coeficiente de fluência, $\varphi(\infty, t_0)$ para betão em condições ambientais normais.....	28
Figura 4.1 Área efectiva de betão traccionada que envolve a armadura	38
Figura 4.2 configuração da secção rectangular.....	39
Figura 4.3 Configuração da secção em T	41
Figura 5.1 Distribuições de extensões admissíveis no estado limite último	45
Figura 5.2 Disposição das armaduras numa viga.....	46
Figura 5.3 Extensões limite no betão e no aço e respectivo campo de tensões.....	46
Figura 5.4 Secção sujeita a momento flector.....	47
Figura 5.5 Redistribuição de esforços.....	50
Figura 5.6 Secção rectangular sujeita a momento flector duplamente armada	53
Figura 5.7 Trajectórias de tensões em fase elástica.....	57
Figura 5.8 Modelo treliça do EN1992 1-1	58
Figura 5.9 Transmissão das cargas nos apoios	60
Figura 6.1 Janela principal do programa.....	62
Figura 6.2 Tabela de resumos	63
Figura 6.3 Janela estrutura	64
Figura 6.4 Formulário Propriedades do material.....	65
Figura 6.5 Tabela resumo de materiais	65
Figura 6.6 Formulário propriedades da secção (secção rectangular)	66
Figura 6.7 Tabela resumo de secções.....	66
Figura 6.8 Formulário Geometria	67
Figura 6.9 Definição dos comprimentos de vão.....	68
Figura 6.10 Definição dos tipos de apoio.....	69
Figura 6.11 distribuição de secção pelos vãos	70
Figura 6.12 Resumo de dados da estrutura.....	70
Figura 6.13 Formulário coeficientes de segurança parciais	71
Figura 6.14 Formulário acções.....	72

Figura 6.15 Formulário de definição dos carregamentos	73
Figura 6.16 Tabela resumos de carregamentos	74
Figura 6.17 Tabela resumo combinação de acções	74
Figura 6.18 Formulário tipo de análise (parâmetros limite)	75
Figura 6.19 Janela ELU Momento Flector	76
Figura 6.20 Janela ELU Esforço Transverso	77
Figura 6.21 Janela ELS Fendilhação e Deformação	78
Figura 6.22 Janela Pormenorização	79
Figura 6.23 Janela Relatório	80
Figura 6.24 Armadura longitudinal de apoio.	85
Figura 6.25 Fluxograma da verificação aos estados limite últimos de flexão.....	87
Figura 6.26 Fluxograma da verificação aos estados limite último de esforço transverso	88
Figura 6.27 Fluxograma da verificação aos estados limite de deformação.....	90
Figura 6.28 Fluxograma da verificação aos estados limite de fendilhação	90
Figura 7.1 Exemplo de cálculo de viga simplesmente apoiada	91
Figura 7.2 Pormenorização da armadura longitudinal	97
Figura 7.3 Pormenorização da armadura transversal.....	99
Figura 7.4 Definição dos materiais do projecto.....	107
Figura 7.5 Definição da secção.....	107
Figura 7.6 Definição da estrutura	108
Figura 7.7 Definição das acções actuantes	108
Figura 7.8 Definição dos carregamentos	109
Figura 7.9 Visualização do modelo de cálculo.....	109
Figura 7.10 Definição dos parâmetros limite para a verificação dos estados limite	110
Figura 7.11 Visualização do diagrama de momento flector para ELU.....	110
Figura 7.12 Visualização do diagrama de esforço transverso para ELU.....	111
Figura 7.13 Analise dos estados limites de utilização.	111
Figura 7.14 Parâmetros de pormenorização das soluções possíveis de adoptar	112
Figura 7.15 Parâmetros de pormenorização da solução recusada	113
Figura 7.16 Armadura longitudinal solução (a)	113
Figura 7.17 Armadura longitudinal solução (b)	113
Figura 7.18 Pormenorização da armadura longitudinal solução (c)	113
Figura 7.19 Parâmetros para as soluções de armadura transversal	114
Figura 7.20 Pormenorização da armadura transversal solução (i)	114
Figura 7.21 Pormenorização da armadura transversal solução (ii)	114
Figura 7.22 Exemplo de cálculo viga contínua	116
Figura 7.23 Definição dos materiais do projecto.....	116
Figura 7.24 Definição da secção.....	117
Figura 7.25 Definição da estrutura	117
Figura 7.26 Definição das acções actuantes	118

Figura 7.27 Definição dos carregamentos	118
Figura 7.28 Visualização do modelo de cálculo.....	119
Figura 7.29 Definição dos parâmetros limite para a verificação dos estados limite	120
Figura 7.30 Visualização do diagrama de momento flector para ELU.....	120
Figura 7.31 Visualização do diagrama de esforço transversal para ELU.....	121
Figura 7.32 Análise dos estados limites de utilização.	121
Figura 7.33 Diâmetros máximos e mínimos utilizados.....	122
Figura A.1 Convenção de sinais barra tridimensional	A-1
Figura A.2 Convenção de sinais barra de pórtico plano	A-2
Figura A.3 Exemplo demonstrativo do coeficiente de rigidez	A-2
Figura A.4 Elemento estrutural de pórtico plano genérico	A-3
Figura A.5 Elementos da primeira coluna da matriz de rigidez	A-4
Figura A.6 Elementos da segunda coluna da matriz de rigidez.....	A-4
Figura A.7 Elementos da terceira coluna da matriz de rigidez	A-4
Figura A.8 Exemplo de referencial global e local.....	A-6
Figura A.9 Relação entre os vectores locais e vectores globais	A-6

Índice de tabelas

Tabela 2.1 O programa dos Eurocódigos	2
Tabela 3.1 Coeficientes parciais para os materiais indicados no EN 1990.....	9
Tabela 3.2 Quadro 3.1 do EN 1992 Características de resistência e de deformação do betão	21
Tabela 4.1 Valores básicos da relação vão/altura útil para elementos sem esforço normal de compressão.....	34
Tabela 5.1 Casos de rotura possíveis em flexão simples.....	47
Tabela A.1 Forças nodais equivalentes devido a cargas de vão.....	A-11

Notação

Letras latinas maiúsculas

A	Acção de acidente
A_d	Valor de cálculo de uma acção de acidente
A_{Ed}	Valor de cálculo de uma acção sísmica
A_p	Área de pré-esforço de betão
A_s	Área da secção de uma armadura para betão armado
C_d	Valor nominal ou uma função de valores de certas propriedades dos materiais
CEN	Comissão Europeia da normalização
E_c	Módulo tangente na origem $\sigma_c = 0$ para um betão de massa volúmica normal

	aos 28 dias de idade
$E_{c,eff}$	Módulo de elasticidade efectivo do betão
E_{cm}	Módulo de elasticidade secante do betão
E_d	Efeito de acção de cálculo
EN	Euro Norma
E_s	Valor de cálculo do módulo de elasticidade do aço de uma armadura para betão armado
F	Acção
f_{cd}	Valor de cálculo da tensão de rotura do betão de à compressão
F_d	Acção de cálculo
F_k	Valor característico de uma acção
F_{rep}	Valor representativo de uma acção
G	Acção permanente
$G_{k,j}$	Valor característico da acção variável j
I	Momento de inércia da secção de betão
I_{cr}	Momento de inércia em estão fendilhado
M	Momento
M_{Rd}	Momento flector resistente de cálculo
M_{sd}	Momento flector actuante de cálculo
N_{Rd}	Esforço normal resistente de cálculo
N_{sd}	Esforço normal actuante de cálculo
P	Valor característico de uma acção de pré-esforço
P_k	Valor característico de uma acção de pré-esforço
P_m	Valor médio de uma acção de pré-esforço
Q	Acção variável
$Q_{k,1}$	Valor característico da acção variável de base da combinação 1
$Q_{k,i}$	Valor característico da variável acompanhante
R_d	Valor de cálculo da resistência
RH	Humidade relativa
R_k	Valor característico da resistência
V	Esforço transverso
V_{Rd}	Esforço transverso resistente de cálculo
V_{sd}	Esforço transverso actuante de cálculo
X_d	Valor de cálculo de uma propriedade de um material

Letras latinas minúsculas

a_d	Valor de cálculo de uma grandeza geométrica
b_w	Largura total de uma secção transversal de vigas T
d	Altura útil de uma secção transversal

f_{ck}	Valor característico da tensão de rotura do betão aos 28 dias de idade
f_{cm}	Valor médio da tensão de rotura do betão à tracção simples
f_{yk}	Valor característico da tensão de cedência à tracção do aço das armaduras de betão armado
h	Altura total de uma secção transversal
k	Coefficiente factor
l	Comprimento do vão
t	Tempo considerado
t_0	Idade do betão no momento do carregamento
x/d	Relação profundidade da linha neutra altura útil
Letras gregas	
α	Ângulo; relação
β	Relação; coeficiente
ξ	Coefficiente de redução; coeficiente de distribuição
δ	Coefficiente de redistribuição
ε_c	Extensão do betão à compressão
ε_{c1}	Extensão do betão à compressão correspondente à tensão máxima f_c
ε_{cu}	Extensão última do betão à compressão
ε_u	Extensão do aço de armadura para betão armado correspondente à tensão máxima
η	Factor de conversão
$\varphi(\infty, t_0)$	Valor final do coeficiente de fluência
$\varphi(t, t_0)$	Coefficiente de fluência do betão entre as idades t e t_0 em relação à deformação plástica aos 28 dias
γ	Coefficiente parcial
γ_f	Coefficiente parcial que tem em conta a possibilidade de desvios desfavoráveis dos valores representativos
γ_F	Coefficiente parcial relativo às acções, que também cobre incerteza de modelação e desvios nas dimensões.
$\gamma_{G,\text{sup}}; \gamma_{G,\text{inf}}$	Coefficiente parcial relativo à acção permanente a utilizar na determinação dos valores de cálculo superiores e inferiores
γ_G	Coefficiente relativo à acção permanente
γ_P	Coefficiente relativo às acções do pré-esforço
γ_Q	Coefficiente parcial relativo a acções variáveis
γ_{sd}	Coefficiente parcial associado à incerteza do modelo ou das acções e/ou dos seu efeitos
μ	Momento reduzido
ν_1	Coefficiente de redução da resistência
ω	Porcentagem mecânica de armadura
ψ	Coefficientes definindo valores representativos das acções variáveis

ψ_0	Coeficiente para a determinação do valor de combinação de uma acção variável
ψ_1	Coeficiente para a determinação do valor frequente de uma acção variável
ψ_2	Coeficiente para a determinação do valor quase-permanente de uma acção variável
ρ_l	Taxa de armaduras longitudinal
ρ_w	Taxa de armaduras de esforço transversal
σ_c	Tensão de compressão no betão
θ	Ângulo formado pela escora comprimida de betão com o eixo da viga

1 Introdução

A introdução dos Eurocódigo como as normas em vigor para o dimensionamento e verificação da segurança de estruturas abre uma nova era no panorama do projecto estrutural de engenharia civil.

As condições de verificação prescritas nos Eurocódigos envolvem na sua maioria processos rotineiros, morosos que requerem a utilização de métodos numéricos complexos e susceptíveis de erro humano. O uso das tecnologias de informação para auxiliar as diferentes áreas do projecto de estruturas torna-se uma ferramenta indispensável. Surge assim a necessidade de desenvolver software de dimensionamento com base nos eurocódigos.

Não sendo possível abranger a totalidade dos Eurocódigos, este trabalho incide sobre os Eurocódigos EN1990[2], EN 1991[3] e EN1992 [1],

Este trabalho tem como objectivos estabelecer as metodologias de automatização do processo de dimensionamento das estruturas de betão armado de acordo com os eurocódigos, incluindo o pré dimensionamento, a verificação da segurança aos estados limites últimos e de serviço e a pormenorização de armadura, com a finalidade de produzir um programa que realize as metodologias referidas para um tipo de elemento estrutural.

A parte escrita deste trabalho encontra-se dividida em três partes.

A primeira parte (capítulo 2) onde se tenta caracterizar, de forma muito sucinta, o programa dos eurocódigos. São definidos os objectivos das euronormas no panorama da engenharia civil e a relação que existe entre os vários eurocódigos existentes.

A segunda parte onde são descritos os aspectos a ter em conta para a verificação da segurança. O capítulo 3 trata os aspectos referidos no EN1990 [2] e EN1991 [3] são tratados aspectos referentes aos de estados limite, como são determinados os valores de dimensionamento, como são caracterizadas as acções, são definidas as combinações de acções indicadas nas euronormas, e as propriedades dos materiais. No capítulo 4 são indicados os aspectos a ter em conta na verificação de segurança aos estados limite de utilização segundo o Eurocódigo 2 [1]. No capítulo 5 são abordados os aspectos a ter em conta na verificação da segurança aos estados limite últimos segundo o Eurocódigo 2 [1].

Na terceira parte apresenta-se um manual de utilização da aplicação desenvolvida (capítulo 6) são identificados os aspectos tidos em conta no desenvolvimento do programa com exemplos de aplicação (capítulo 7) para validação do programa.

2 O Programa dos Eurocódigos.

2.1 O que são os Eurocódigos

Os Eurocódigos são um conjunto de euro normas (EN) que definem as regras para o dimensionamento de estruturas e outros trabalhos de engenharia civil e construção, são produzidos pela Comissão Europeia da Normalização (CEN). Os Eurocódigos compilam o conhecimento adquirido pelos vários países através da pesquisa conjunta dos especialistas da Comissão Técnica da CEN (CEN/TC250), Técnicos Internacionais e Organizações Científicas, resultando em normas para o dimensionamento estrutural para utilização à escala mundial.

Os Eurocódigos abordam de forma abrangente os principais materiais usados na construção (betão, aço, madeira, alvenaria e alumínio), todos os campos de maior importância da engenharia de estruturas (bases do dimensionamento estrutural, acções, resistência ao fogo, geotecnia, sismos, etc.) e os diversos tipos de estruturas e produtos da construção (edifícios, pontes, torres, silos, etc.).

Os processos de verificação de segurança dos Eurocódigos têm por base os conceitos de estados limite, usados em conjunto com a aplicação de factores de segurança. Os Eurocódigos permitem ainda o dimensionamento baseado tanto em modelos probabilísticos, como experimentais, fornecendo a orientação para o uso dos métodos referidos.

2.2 O programa dos Eurocódigos

O programa dos Eurocódigos é composto por um conjunto de 10 elementos, organizados em tópicos consoante os aspectos da construção que abordam. A forma como estão organizados, bem como o título está indicado na Tabela 2.1

Tabela 2.1 O programa dos Eurocódigos

Eurocódigo	Título em Inglês	Título em Português
EN 1990	Eurocode: Basis of structural design	Eurocódigo: Bases para o projecto de estruturas
EN 1991	Eurocode 1: Actions on structures	Eurocódigo 1: Acções em estruturas
EN 1992	Eurocode 2: Design of concrete structures	Eurocódigo 2: Projecto de estruturas de betão
EN 1993	Eurocode 3: Design of steel structures	Eurocódigo 3: Projecto de estruturas de aço
EN 1994	Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures	Eurocódigo 4: Projecto de estruturas mistas aço-betão
EN 1995	Eurocode 5: Design of timber structures	Eurocódigo 5: Projecto de estruturas de madeira
EN 1996	Eurocode 6: Design of masonry structures	Eurocódigo 3: Projecto de estruturas de aço

Eurocódigo	Título em Inglês	Título em Português
EN 1997	Eurocode 7: Geotechnical design	Eurocódigo 7: Projecto geotécnico
EN 1998	Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance	Eurocódigo 8: disposições para projecto de estruturas sísmo-resistentes
EN 1999	Eurocode 9: Design of aluminium structures	Eurocódigo 89: Projecto de estruturas de alumínio

Por sua vez cada um dos Eurocódigos está dividido em diversas partes formando um total de 58 partes, cerca de 44.500 páginas.

Todos os Eurocódigos relacionados com materiais possuem uma Parte 1-1 que aborda o dimensionamento de edifícios e outras estruturas (excepto pontes) e uma parte 1-2 relativa à resistência ao incêndio. No que toca ao dimensionamento de pontes os Eurocódigos de betão, aço, aço-betão, madeira e resistência ao sismo têm uma parte 2 dedicada a essas estruturas [4]

2.3 A relação entre os Eurocódigos

Embora os Eurocódigos estejam divididos por grupos existindo uma separação de temas a abordar, a sua utilização não pode ser feita de forma totalmente independente uns dos outros. Uma vez que o projecto de engenharia civil, na maior parte das vezes, é um trabalho extenso e complexo, existem naturalmente áreas do dimensionamento que se cruzam ou que dependem umas das outras em alguma etapa do projecto. Essa interligação ou interdependência está presente na organização dos Eurocódigos tal como indicado na Figura 2.1

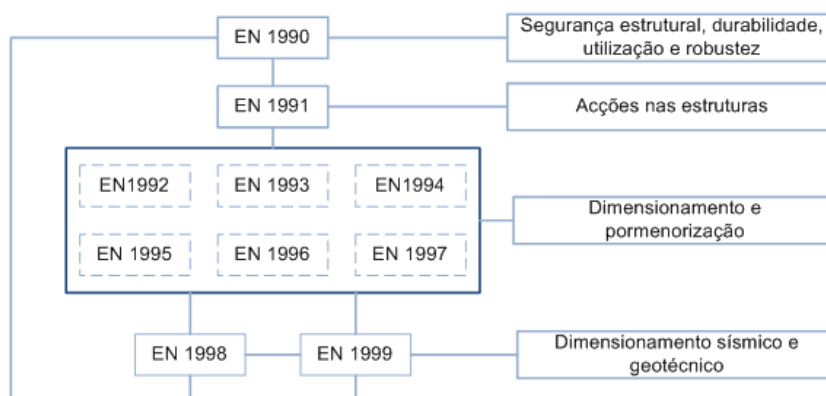


Figura 2.1 O relacionamento entre os Eurocódigos.

Devido aos objectivos do presente trabalho só serão abordados aspectos e indicações das normas EN 1990 [2], EN 1991 [3] por serem as normas base dos eurocodigos e das normas EN 1992 [1] (parte 1-1) que se refere ao dimensionamento de estruturas de betão.

3 Bases para a verificação

3.1 Estados limites e o método dos coeficientes parciais

A avaliação da segurança em obras de engenharia passa por examinar todos os aspectos do seu comportamento e todas as possibilidades de ruína ou pobre funcionamento que se possam manifestar. Analisar a potenciais situações críticas passa pela identificação dos chamados “Estados Últimos”.

Um estado limite é definido como a condição que uma vez atingida ou ultrapassada, a estrutura (ou qualquer um dos seus elementos) deixa de ser capaz de satisfazer os objectivos para os quais estavam projectados. Existe uma distinção fundamental entre Estado Limite Último e Estado Limite de Utilização ou Serviço.

Os Estados Limites Últimos estão estritamente relacionados com a capacidade resistente ou, em qualquer altura, com o atingir de situações extremas, ou seja, referem-se a todas as situações que comprometem a segurança quer das pessoas quer da estrutura ou seus elementos ou, em certos casos, quando se trata de assegurar a protecção do recheio das construções (como é indicado pelo EN1990 [2], secção 3.3)

Mais especificamente um estado limite ultimo será considerado atingido quando:

- Uma estrutura perder o equilíbrio, tanto a nível global como ao nível de qualquer um dos seu componentes estruturais e assim sendo atingindo o colapso como uma corpo rígido
- O colapso da estrutura resistente, ou dos seus componentes ocorrendo a formação de mecanismos de colapso.
- A cedência por encurvadura de um membro estrutural (quer a nível global como a local), encurvadura de peças comprimidas.

Inseridos nos estados limites últimos estão também a perca de ligações rígidas entre membros estruturais, a falta de ductilidade (essencial para uma boa dissipação de energia) face a um sismo e por fim, situações extremas de cedência última atingidos devido a fogo, explosões ou colisões.

No caso de estados limites de utilização, estes estão relacionados com os critérios que regem a funcionalidade das estruturas, com os requisitos necessários para a durabilidade, utilização normal, conforto para o utilizador e a aparência da estrutura.

No âmbito dos estados limites de utilização, existem 3 aspectos a ser considerados: deformação, vibração e fendilhação (Secção 3.4. EN 1990 [2]).

Deformações excessivas da estrutura ou (ou membros da estrutura) podem por em perigo a integridade dos elementos da estrutura, tais como paredes de compartimentos ou caixilhos de janelas (especialmente se não forem feitos de material dúctil) e ao mesmo tempo afecta o bom funcionamento de dispositivos, equipamentos ou instrumentação de precisão que possam eventualmente existir.

As vibrações podem ser causadas por movimentos de ondas, efeito de vento ou da acção de maquinaria e têm o efeito de limitar a eficiência funcional e causar desconforto, inquietação ou mesmo pânico por parte dos utentes da construção.

A primeira consequência de qualquer dano é de natureza económica, porque envolve a necessidade de implementar operações de restauração nas partes danificadas (com custo directos de reparação e possíveis custos indirectos devido à suspensão das actividades inerentes à estrutura). Além disso os danos nas construções, mesmo os pontuais, podem originar um foco preferencial para ataques de substâncias químicas corrosivas. O exemplo clássico desse aspecto é a formação em excesso de fendas, que expõem a armadura às acções corrosivas. Quanto mais agressivas são as condições atmosféricas e ambientais do meio em que a estrutura está inserida, mais pronunciados serão tais efeitos (nesse aspecto áreas industriais poluídas e ambientes marinhos representam os piores cenários). Por último, danos físicos têm consequência psicológicas nos utilizadores, danos de natureza estética em estruturas, a presença de fendas ou membros estruturais enferrujados, por exemplo, dão a impressão de que a resistência da estrutura está em condições precárias e causa a sensação de insegurança.

A fadiga é um fenómeno que merece alguma consideração. Manifestações de fadiga são fenómenos típicos não só de máquinas mas também de estruturas, como é o caso de pontes, bem como plataformas marítimas e cais, devido à acção contínua das ondas e marés. Apesar dos fenómenos de fadiga estarem relacionados com valores de acções frequentes, típicos dentro das condições normais de funcionamento, estas devem ser consideradas em relação aos estados limites últimos porque causam colapso da estrutura ou parte dela.

De acordo com o método dos coeficientes parciais, uma estrutura é considerada segura, se nenhum estado limite considerado relevante é excedido, quando são aplicados modelos de cálculo usando valores de dimensionamento apropriado para os dados geométricos, para as acções em questão e para as propriedades dos materiais da estrutura ou membros estruturais (Secção 3.5 EN 1990[2]).

Assim sendo torna-se necessário identificar situações de dimensionamento e casos de carga crítica (Secção 3.5 EN 1990[2]). Para uma determinada verificação deverão ser seleccionados casos de carga, identificando as disposições de carga compatíveis e os conjuntos de deformações e de imperfeições que devam ser considerados simultaneamente com acções variáveis fixas e com acções permanentes. As combinações de acções devem também ter em

conta imperfeições estruturais. Estas podem ser avaliadas de duas formas distintas: através de imperfeições geométricas equivalentes, que produzem um deslocamento inicial, ou em termos de forças equivalentes.

A euronorma EN 1990 [2] indica na secção 6.1 que “As acções que, por exemplo, devido a razões físicas, não podem ocorrer simultaneamente, não deverão ser consideradas na mesma combinação”. Quanto a isso, além das indicações regulamentares, o julgamento e bom senso do projectista é muito importante.

Em suma devem ser identificados os seguintes elementos fundamentais:

- Os vários modelos físicos e matemáticos a adoptar para os estados limites últimos ou de utilização.
- Os valores de dimensionamento das grandezas envolvidas (acções, propriedades mecânicas do material, dados geométricos), definidos à partida por valores característicos (ou outros valores representativos), afectados de um conjunto de factores parciais (γ) e coeficientes (ψ).

3.2 Valores de dimensionamento

3.2.1 Valores de dimensionamento para acções

Em termos gerais, o valor F_d para uma acção F é expressa pela seguinte relação:

$$F_d = \gamma_f \cdot F_{rep} \quad (3.1)$$

Onde F_{rep} indica o valor representativo de uma acção e γ_f é o coeficiente parcial para a acção que faz com que os valores das acções apresentem variações mais desfavoráveis do que os valores representativos.

F_{rep} é calculado através de valores característicos das acções F_k , através da expressão:

$$F_{rep} = \psi \cdot F_k \quad (3.2)$$

Onde ψ é o factor de redução igual ou inferior a 1

3.2.2 Valores de dimensionamento para efeitos de acções

Os efeitos de uma acção representam a resposta nos elementos estruturais, em termos de esforços internos (Momento flector, esforço transversal, resistência à compressão e tracção), ou no conjunto da estrutura (deslocamentos, rotações).

Para uma combinação de acções específica, os valores de dimensionamento dos efeitos de acções E_d , podem ser escritos de forma geral da seguinte forma:

$$E_d = \gamma_{sd} \cdot E\{\gamma_{f,i} \cdot F_{rep,i} ; a_d\} \quad i \geq 1 \quad (3.3)$$

O coeficiente parcial γ_{sd} está relacionado com a incerteza envolvida na modelação, incluindo-se dois aspectos distintos: a modelação de efeito de acções e em certos casos a modelação das próprias acções (Secção 6.3.2 [2]). Em geral, um modelo matemático representa uma formulação quantitativa racional de um específico aspecto físico natural a ser analisado. Quanto maior for o numero de grandezas conhecidas consideradas e quanto mais sofisticado e refinado for o processo matemático, mais realística será a descrição do fenómeno a examinar. Contudo, embora se consiga atingir níveis de sofisticação extremamente elevados, as representações matemáticas nunca conseguem ser exactas, e existirão sempre discrepâncias entre o modelo e o fenómeno real e as previsões fornecidas pelo modelo. Além disso, a nível operacional, existe a necessidade prática do uso de modelos com simplificações. Por essa razão deve-se ter sempre em atenção que a modelação, pela sua própria natureza, está associada a incertezas.

O termo a_d indica os valores de dimensionamento das grandezas geométricas. O índice i mostra que a avaliação deve-se estender a todas as acções que contribuem para a produção de um certo efeito. A expressão (3.3), pela sua formulação, implica que os efeitos das acções não são influenciados pelas características ou propriedades mecânicas dos materiais, de facto estas grandezas estão ausentes na expressão, apesar de terem grande contribuição na determinação dos efeitos de acções.

O regulamento EN1990 [2] também adopta uma formulação simplificada da expressão (3.3), para a aplicação no dimensionamento de estruturas mais comuns:

$$E_d = E\{\gamma_{F,i} \cdot F_{rep,i} ; a_d\} \quad i \geq 1 \quad (3.4)$$

Onde o coeficiente $\gamma_{F,i}$ é:

$$\gamma_{F,i} = \gamma_{sd} \cdot \gamma_{f,i} \quad (3.5)$$

Na avaliação de um conjunto de efeitos de acções, a EN1990 [2], faz uma distinção fundamental entre as acções favoráveis e desfavoráveis. Os termos “favorável” e “desfavorável” devem ser interpretados em relação ao efeito em questão e, particularmente, em simultâneo com a acção conjunta de outras acções variáveis. A aplicação da referida distinção implica a necessidade de recorrer a dois valores distintos para o coeficiente parcial para a acção permanente: $\gamma_{G,sup}$ e $\gamma_{G,inf}$.

Outras considerações são necessárias quando é implementada análise não linear (isto é, análises em que a relação entre as acções e o efeito produzido não é linear). No caso de existir uma única acção predominante F , podem acontecer dois casos distintos, dependendo de os efeitos aumentarem mais ou menos do que a acção causadora. Se o efeito da acção aumentar

mais do que a própria acção, então o coeficiente parcial deve ser aplicado ao valor característico da acção, como indicado na relação:

$$E_d = E(\gamma_F \cdot F_k) \quad (3.6)$$

Contrariamente, quando o efeito da acção aumenta menos do que a própria acção, então o coeficiente parcial deve multiplicar o efeito da acção:

$$E_d = \gamma_F \cdot E(F_k) \quad (3.7)$$

Estas são certamente regras simplificadas, mas que fornecem uma boa aproximação.

3.2.3 Valores de dimensionamento das propriedades dos materiais da estrutura e elemento estrutural.

Os valores de dimensionamento podem ser deduzidos (como indicado em nota do EN1990) de relações empíricas adoptando propriedades determinadas previamente, tanto por medição física, como da dedução de dados da composição química do produto, por experiencias anteriores ou finalmente usando valores adequados de validade fiável.

Dentro do quadro da filosofia do dimensionamento aos estados limites últimos e do método dos coeficientes parciais, o valor de dimensionamento X_d da propriedade mecânica de um material, ou de um produto, é deduzida do valor característico X_k (que geralmente corresponde a porções da distribuição estatística assumida para uma propriedade em particular de um específico material) através da expressão:

$$X_d = \eta \cdot \frac{X_k}{\gamma_m} \quad (3.8)$$

O termo η é um valor médio de conversão que tem em conta os efeitos de volume, escala de humidade e temperatura e outros parâmetros relevantes.

O termo γ_m é o coeficiente parcial que tem em conta a possibilidade de erros ou desvios desfavoráveis relativamente ao valor das propriedades dos materiais em questão, também tem em conta existência de uma certa aleatoriedade do factor de conversão η .

3.2.4 Resistência de cálculo

A seguinte relação apresenta a formulação geral para a resistência de dimensionamento

$$R_d = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot R\{X_{d,i}; a_d\} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot R\left\{\eta_i \cdot \frac{X_{K,i}}{\gamma_{m,i}}; a_d\right\} \quad i \geq 1 \quad (3.9)$$

(A segunda igualdade foi deduzida de (3.8))

O valor de resistência de dimensionamento é claramente função dos valores de dimensionamento das propriedades dos materiais, bem como dos dados geométricos. O coeficiente parcial γ_{Rd} tem como finalidade ter em conta não só as incertezas inerentes à modelação das resistências R_d , mas também qualquer desvio geométrico, caso não tenha sido modelado. A expressão “resistência de dimensionamento” é para ser utilizada na maioria dos casos possíveis. De facto, pode envolver aspectos precisos dos materiais (resistência em estados de tensão e componentes esforçados), ou a resistência de uma secção recta (por exemplo o fenómeno de encurvadura local de perfis metálicos esbeltos), ou ainda, a resistência de um membro.

Expressões distintas para R_d resultam obviamente da dependência entre as situações e quantidades em questão, e do fenómeno envolvido. Porém essas expressões derivam e estão conforme a expressão geral (3.9) e foram publicadas nos vários eurocódigos fornecendo os parâmetros de dados geométricos, resistência dos materiais e propriedades mecânicas.

Uma fórmula simples de (3.9) permite determinar a resistência de dimensionamento como:

$$R_d = R \left\{ \eta_i \cdot \frac{X_{k,i}}{\gamma_{M,i}} \right\} \quad i \geq 1 \quad (3.10)$$

Deste modo, o coeficiente γ_{Rd} foi incorporado noutro relativo ao coeficiente de resistência do material:

$$\gamma_{M,i} = \gamma_{Rd} \cdot \gamma_{m,i} \quad ; \quad i \geq 1 \quad (3.11)$$

No caso de uma estrutura ser feita de um único material, por exemplo, um pórtico metálico, a seguinte relação simplificada pode ser usada:

$$R_d = \frac{R_k}{\gamma_M} \quad (3.12)$$

Neste caso a resistência de dimensionamento é calculada directamente a partir dos valores da resistência característica do material ou elemento, sem recorrer à determinação explícita dos valores de dimensionamento para as variáveis individuais intervenientes.

Os eurocódigos recomendam os seguintes valores de γ_M para os materiais que são mais usados em dimensionamento estrutural:

Tabela 3.1 Coeficientes parciais para os materiais indicados no EN 1990

Material	γ_M
Betão	1,50
Aço de reforço estrutural	1,15

Os anexos nacionais do Eurocódigo [2] podem recomendar coeficientes parciais diferentes para γ_M .

3.3 Estados Limites Últimos

3.3.1 Definição dos Estados Limites Últimos

Quando se tem em atenção um estado limite específico (que é o mesmo que dizer, numa condição crítica da estrutura), com a intenção de se verificar a segurança estrutural, deve-se verificar, se os efeitos produzidos pelas acções são menores do que a capacidade resistente da estrutura. Tal como já foi referido acima, um aspecto crucial é o tipo de estado limite que é significativo para a estrutura em verificação. Com o objectivo de normalizar os termos de referência e para evitar possíveis discrepâncias de interpretação, agruparam-se os estados limites em quatro categorias distintas (atribuindo a cada uma delas 3 letras designativas no EN1990 [2])

Estado limite EQU – este estado limite último está relacionado com a perda de equilíbrio da estrutura considerada, quer a nível global como um corpo rígido, quer a nível local de um dos elementos constituintes. Neste ponto, as propriedades mecânicas e resistentes dos materiais não são geralmente factores determinantes, contudo uma variação, mesmo que modesta, da distribuição das acções ou dos seus pontos de aplicação podem ser cruciais para a verificação. Ultrapassar as condições limites causa, geralmente, colapso da estrutura, tornando-se assim óbvio a inclusão desta verificação nos estados limites últimos.

Acções desestabilizadores (acções desfavoráveis) devem ser tidas em conta através da adopção de valores de dimensionamento maiores, ao passo que são assumidos valores de dimensionamento inferiores para as acções estabilizantes (as quais têm um efeito favorável no equilíbrio da estrutura).

Estado limite STR – Este ocupa-se com o colapso (incapacidade resistente) ou excessiva deformação da estrutura ou dos elementos constituintes. Neste caso é a resistência do material que é um factor determinante para a verificação.

Estado limite GEO - -Está relacionado com a cedência ou excessiva deformação do solo, o factor crítico para garantir a segurança para este estado limite último é a característica mecânica do solo.

Estado limite FAT – Está relacionado com a cedência da estrutura devido ao efeito de fadiga. Este tipo de estado limite último é atípico, uma vez que ocorre não por causa dos valores de dimensionamento para estados limites últimos de acções, mas como consequência de valores baixos que se repetem com frequência durante a vida da estrutura. Razão pela qual a combinação de acções a considerar para estados limites FAT não são fornecidos no EN1990 [2], mas sim nos eurocódigos EN1992 a EN1999.

3.3.2 Verificação da resistência e equilíbrio em estados limites

Quando se considera um estado limite devido à fendilhação ou deformação excessiva (quer seja STR ou GEO), a segurança estrutural pode ser garantida satisfazendo a seguinte relação:

$$E_d \leq R_d \quad (3.13)$$

Onde E_d é o valor de dimensionamento para os efeitos das acções relevantes para o estado limite em questão (por exemplo, um determinado esforço característico num membro estrutural), R_d representa a capacidade resistente. O operador de igualdade (=) na expressão (3.13) define a situação limite, para a qual tais capacidades são iguais às solicitações consequentes das acções, não existindo qualquer margem de segurança adicional em relação à margem de segurança regulamentar.

Em termos concretos, verificar a resistência de um membro estrutural envolve a verificação das seguintes relações:

$$(N_{sd}, V_{sd}, M_{sd}) \leq (N_{Rd}, V_{Rd}, M_{Rd}) \quad (3.14)$$

Onde N_{sd} , V_{sd} e M_{sd} representam os valores de dimensionamento dos esforços consequentes das acções aplicadas no elemento em questão, N_{Rd} , V_{Rd} e M_{Rd} são os respectivos valores resistentes de dimensionamento a relação (3.14) é uma condição que diz respeito a às características dos esforços separadamente mas também incluem-se os efeitos de possíveis interacções (M, V) ; (M, N) .

No que toca à análise estrutural, a verificação pode ocupar-se de um membro isolado, secção ou ligação, mas pode também ocupar-se de aspectos relacionados com o comportamento estrutural como um todo.

3.4 Estados limites de utilização

Segundo a euronorma EN 1990 [2] os estados limites de utilização são os estados que correspondem às condições para além das quais os requisitos de utilização especificados para uma estrutura ou para um elemento estrutural deixam de ser satisfeitos.

Deve ser verificado se os valores de dimensionamento dos efeitos de acções, E_d , especificados através de critérios apropriados (e calculados com base em combinações adequadas), mantêm-se abaixo do valor correspondente de dimensionamento limite C_d .

$$E_d \leq C_d \quad (3.15)$$

Em termos de concepção, a verificação dos estados limites de serviço deve estar conforme esta relação geral, porém esta engloba vários aspectos que são completamente distintos entre si, tais como limitações de deformação ou abertura de fendas em estruturas de betão armado.

O coeficiente parcial γ_M para as propriedades dos materiais no caso dos estados limites de serviço toma o valor 1,0, excepto casos especiais (Secção 6.5.4 EN1990 [2]).

No cálculo da flecha de uma viga são distinguidos várias contribuições, como é sublinhado pelo EN1990 [2] (Anexo A1 CL A1,4.3)

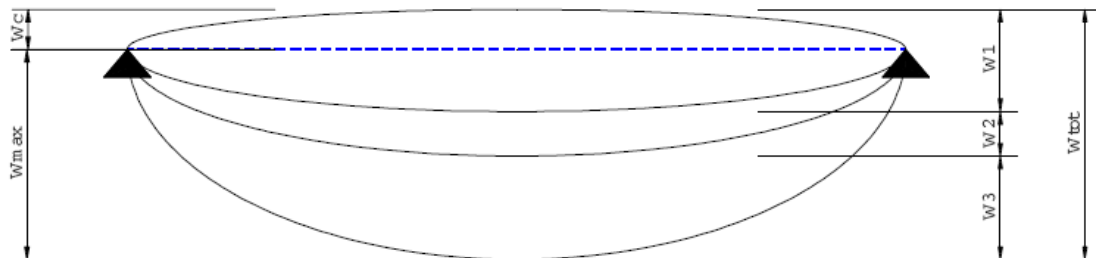


Figura 3.1 Parâmetros da deformação total de uma viga

Em que:

- w_c : contra flecha no elemento estrutural não carregado;
- w_1 : parcela inicial do deslocamento devida às cargas permanentes da combinação de acções relevante;
- w_2 : parcela de longo prazo do deslocamento devida às cargas permanentes;
- w_3 : deformação adicional causada pelas acções variáveis;
- w_{tot} : deformação total calculada como sendo a soma de w_1 , w_2 e w_3 ;
- w_{max} : deslocamento total deduzido da contra flecha.

No que toca às verificações que estão relacionadas com a vibração natural de membros estruturais, o cálculo deve considerar todas as possíveis fontes de vibração (sendo os mais comuns movimentos sincronizados de pessoas a andar, tal com soldados a marchar através de uma ponte, tráfego intenso numa estrutura vizinha, a vibração de maquinaria ou a acção do vento, entre outras).

3.5 Análise conjunta dos estados limite

Os procedimentos para a verificação dos estados limites através do método dos coeficientes parciais podem ser resumido de forma esquemática como indicado no fluxograma da Figura 3.2.

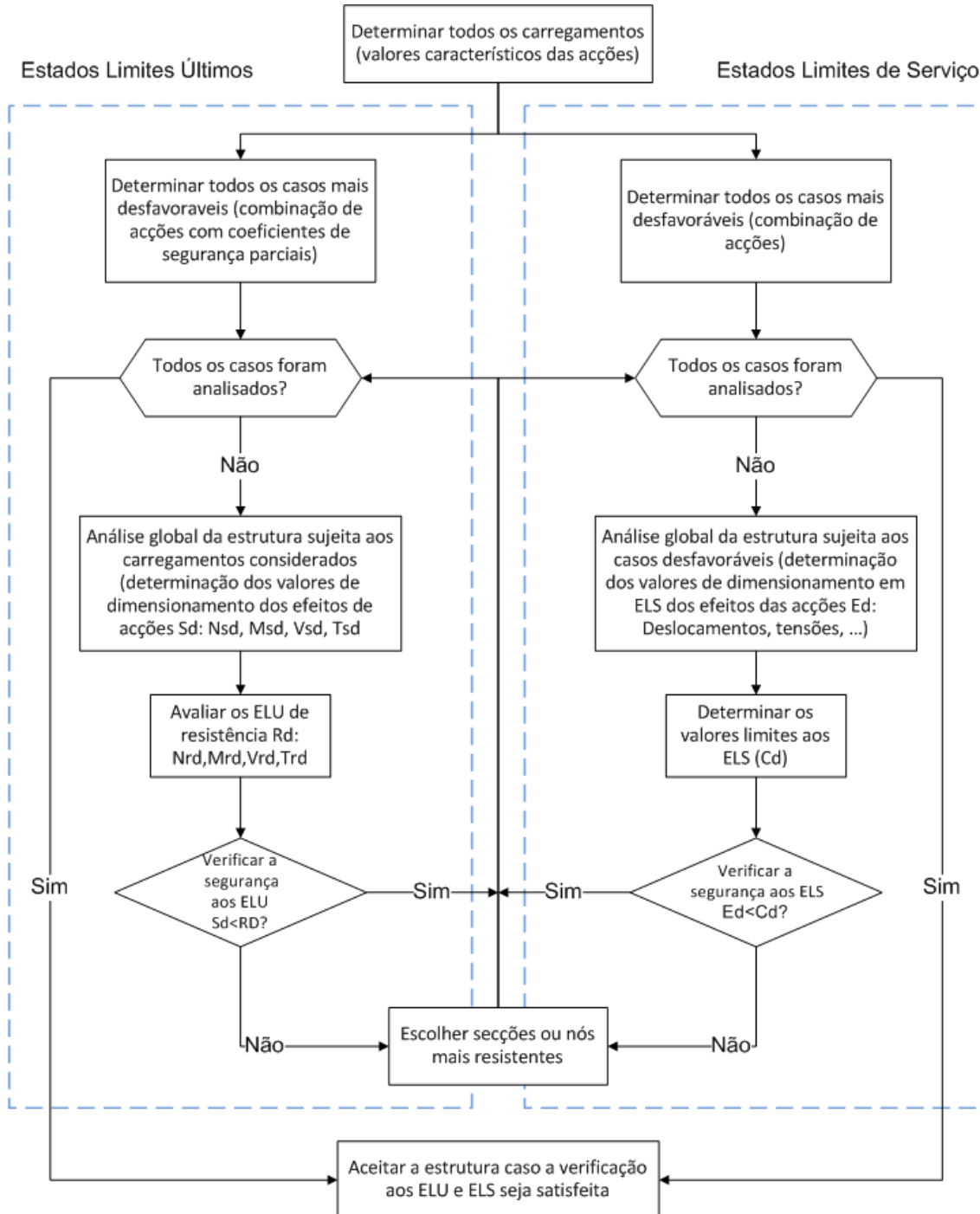


Figura 3.2 Procedimentos para a verificação através do método dos coeficientes parciais

3.6 Acções

O Eurocódigo EN1990 [2] define as acções como:

- a) *Um conjunto de forças (carregamentos) aplicados nas estruturas (acção directa)*
- b) *Um conjunto de deformações ou acelerações impostas causadas por exemplo, pela alteração de temperaturas, variação de humidade, assentamentos diferenciais, ou sismos (acção indirecta)*

Os efeitos das acções são as forças internas, momentos, esforços, tensões, etc., em membros estruturais, ou deformações, rotações, etc., causadas pelas acções na estrutura.

3.6.1 Classificação de acções

As acções podem ser classificadas de acordo com diversos critérios, em que o critério relevante será determinado consoante a situação em que se insere a estrutura. As acções são classificadas pela sua variação no tempo. Também podem ser classificadas pela sua origem, pela sua variação no espaço, pela sua natureza ou resposta da estrutura.

3.6.1.1 Classificação pela sua variação no tempo

A classificação mais importante das acções refere-se ao tempo de actuação da acção em comparação com um determinado período de referência. As acções são classificadas como:

Acções permanentes (G) que provavelmente actuam durante todo o período de referência e para a qual a variação em magnitude é negligenciável, ou para a qual a variação tem sempre a mesma direcção (monotónica) até que a acção atinja um valor limite, por exemplo o peso próprio da estrutura, equipamentos fixos e pavimentos de estradas e acções indirectas causadas por retracção e assentamentos diferenciais.

Acções variáveis (Q) para as quais a variação em magnitude com o tempo não é negligenciável nem monotónica, por exemplo cargas impostas em pavimentos de edifícios, vigas e coberturas; acção do vento ou acumulação de neve, entre outras.

Acções acidentais (A) normalmente para curta duração, que é pouco provável de acontecer e com magnitude significativa numa dada estrutura durante a vida útil projectada, mas as consequências podem ser catastróficas, por exemplo, sismos, incêndios, explosões, ou impactos de veículos.

3.6.1.2 Classificação pela sua origem

São distinguidas duas classes: **acções directas** que são as forças (carregamentos) aplicadas na estrutura e as **acções indirectas** que são as deformações impostas ou acelerações que resultam por exemplo da mudança de temperatura, variação de humidade, ou sismos.

3.6.1.3 Classificação pela sua variação no espaço

Quando as acções têm uma distribuição e posição fixa na estrutura ou membro estrutural de tal forma que a magnitude e direcção da acção se determinam inequivocamente para toda a estrutura ou membro estrutural são consideradas **acções fixas**. Se a acção tiver distribuição variável na estrutura é considerada **acção livre**.

3.6.1.4 Classificação pela natureza ou resposta estrutural

As **acções estáticas** são aquelas que não causam acelerações significativas na estrutura ou membros estruturais. As **acções dinâmicas** causam acelerações significativas na estrutura ou membros estruturais na maior parte dos casos para as acções dinâmicas é apenas suficiente considerar somente a componente estática que pode ser multiplicada por um coeficiente para ter em conta os efeitos dinâmicos.

3.7 Combinação de acções

3.7.1 Generalidades

Para verificar a fiabilidade estrutural devem ser especificadas as situações de dimensionamento e estados limites. De seguida as disposições de cargas (combinação de carga modelada compatível) devem ser determinadas. Os casos de carregamento crítico dependem, como é óbvio, do tipo e localização das estruturas, forma (viga, pilar, laje) e da configuração geral da estrutura.

Assumir um pré-dimensionamento da estrutura é um procedimento prático para verificar a fiabilidade estrutural, pode seguir quatro passos:

1. Selecção da situação de dimensionamento e estados limites relevantes.
2. Determinar os modelos de distribuição de cargas compatíveis com carregamentos críticos.
3. Calcular os valores de dimensionamento dos efeitos das acções para estados limites últimos e de serviço relevantes.
4. Verificação da resistência estrutural (para condições de fiabilidade específicas)

3.7.2 Combinação de acções para situações persistentes e transitórias

As combinações dos efeitos das acções em situação de projecto persistente e transitórias baseiam-se em:

- Valores de cálculo para a acção variável de base da combinação;
- Valores de cálculo correspondente aos valores de combinação das acções variáveis acompanhantes

A combinação fundamental de acções A para estados limites últimos (STR) é dada pelo EN1990 [2] através da expressão (6.10)

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_p P + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i \geq 2} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (3.16)$$

Onde:

" + " Implica "combinação com";

Σ Implica "o efeito combinado de";

3.7.3 Combinação de acções para acções acidentais e sísmicas

A combinação de acções para o dimensionamento da estrutura na verificação de acções acidentais pode ser escrita simbolicamente como:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + A_d + (\psi_{1,1} \text{ ou } \psi_{2,1}) Q_{k,1} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (3.17)$$

A escolha entre $\psi_{1,1} Q_{k,1}$ ou $\psi_{2,1} Q_{k,1}$, depende do tipo de dimensionamento acidental (impacto, fogo ou estado permanência após um evento ou situação acidental)

A orientação relativa a esses dados encontra-se nos eurocódigos EN1992 a EN1999.

A combinação de acções para dimensionamento de situações acidentais deve:

- Envolver uma acção acidental explícita (incêndio ou impacto)
- Referir-se a uma situação após um evento acidental ($A=0$)

Para situações de incêndio, além do efeito da temperatura nas propriedades dos materiais, A_d deve representar o valor de dimensionamento do valor da acção indirecta devido ao fogo.

A combinação de carga para o dimensionamento da estrutura para verificação de situação sísmica pode ser expressa como:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + A_{Ed} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (3.18)$$

Em que A_{Ed} é a acção sísmica resultante do movimento do solo devido a um sismo.

3.7.4 Combinação de acções para estado limites de serviço

A combinação de acções que deve ser aplicada para a verificação de estados limites de utilização depende do carácter dos efeitos de acções. As combinações de acções são expressas da seguinte forma:

- a) Combinação característica (EN1990 [2] expressão (6.14)):

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P_k + Q_{k,1} + \sum_{i \geq 1} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (3.19)$$

- b) Combinação frequente (EN1990 [2] expressão (6.15)):

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P_k + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (3.20)$$

c) Combinação quase-permanente (EN1990 [2] expressão (6.16)):

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P_k + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (3.21)$$

Normalmente utilizado para a verificação de estados limites a longo prazo.

De acordo com o Anexo A1 do EN1990 [2] todos os factores parciais para os estados limites de utilização são iguais à unidade. As combinações acima mencionadas diferem pelo uso de diversos factores ψ_0 , ψ_1 e ψ_2 . Por exemplo, ψ_0 é aplicado para reduzir acções “não base” na combinação característica, ψ_1 e ψ_2 é usado no caso de combinação frequente e ψ_2 é utilizado na combinação quase permanente. Note-se que dependendo da propriedade estrutural verificada (deflexão, fendilhação) e número de acções independentes, cada combinação pode levar a vários casos de carga.

3.7.5 Alternância de sobrecarga

A alternância de sobrecarga tem por objectivo verificar as hipóteses de carga mais desfavorável, uma vez que a sobrecarga sendo uma acção variável pode actuar em qualquer tramo da estrutura.

O EN1992-1-1 [1] no ponto 5.1.3 indica seguintes disposições de carga simplificadas a ter em conta.

- a) Totalidade das acções permanentes e variáveis ($\gamma_G G_k + P_m + \gamma_Q Q_k$) aplicadas em vãos alternados, restantes vãos apenas com as acções permanentes ($\gamma_G G_k + P_m$).

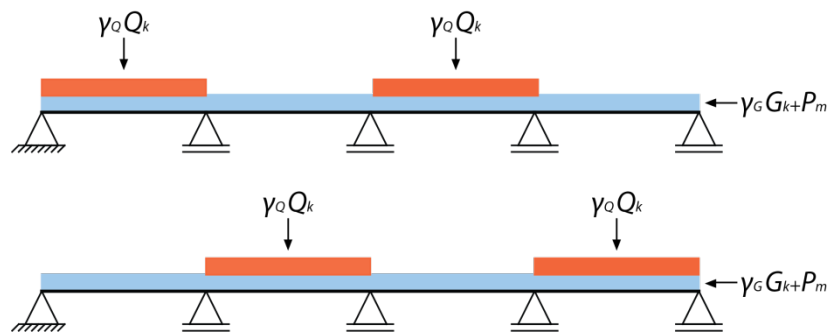


Figura 3.3 Alternância de sobrecarga vãos alternados

- b) Totalidade das acções permanentes e variáveis ($\gamma_G G_k + P_m + \gamma_Q Q_k$) aplicadas em dois vãos adjacentes, restantes vãos apenas com as acções permanentes ($\gamma_G G_k + P_m$).

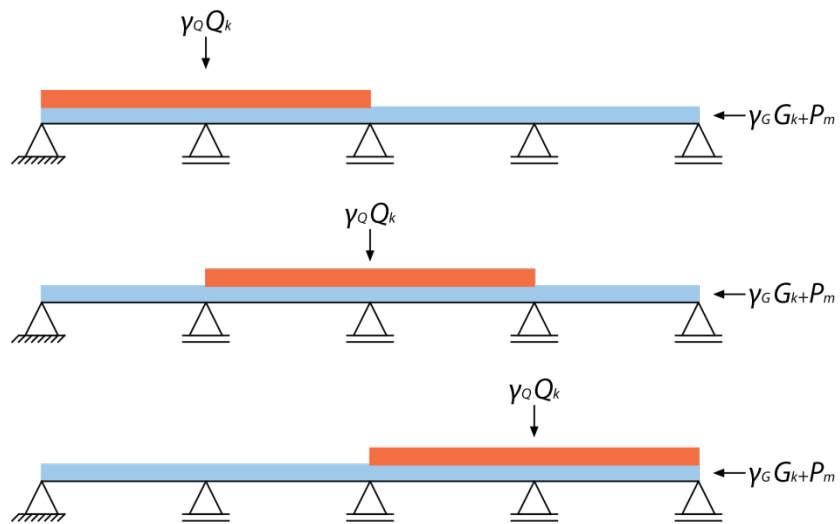


Figura 3.4 Alternância de sobrecarga vãos adjacentes.

3.8 Propriedades dos materiais

3.8.1 Generalidades

A variação das propriedades dos materiais deve-se ao facto das partículas do material não serem uniformes e porque existem inconsistências durante o processo de produção que depende do grau de controlo. Estas variações devem ser reconhecidas e incorporadas no processo de dimensionamento.

3.8.2 Betão

3.8.2.1 Resistência característica do betão

O betão é um material composto constituído por agregados grossos, finos e um ligante (cimento) e água. O cálculo da mistura, define a proporção óptima desses materiais, mas a maneira mais simples de determinar a qualidade do betão no processo de cura é através do ensaio de compressão de cubos ou cilindros de dimensões normalizadas.

A resistência do betão aumenta com a sua idade e é necessário adoptar uma data padrão após a betonagem para se proceder aos testes de resistência.

O valor de resistência à compressão do betão é determinado aos 28 dias (excepto casos particulares), sendo comparados com valores de referência obtidos de amostras cilíndricas ou cúbicas, de dimensões normalizadas, curados de forma também normalizadas.[5].

As características de resistência e deformações do betão encontram-se no Eurocódigo En1992-1-1 [1] no quadro 3.1 ver Tabela 3.2.

Tabela 3.2 Quadro 3.1 do EN 1992 Características de resistência e de deformação do betão

Classes de resistência do betão													Expressão analítica / Comentários	
f_{ck} (Mpa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70		80
$f_{ck,cube}$ (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105
f_{cm} (MPa)	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98
f_{ctm} (MPa)	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0
$f_{ctk,0.05}$ (MPa)	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5
$f_{ctk,0.95}$ (MPa)	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6
E_{cm} (GPa)	27	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44
ϵ_{c1} (‰)	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,25	2,3	2,4	2,45	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8
ϵ_{cu1} (‰)	3,5												2,8	
ϵ_{c2} (‰)	2,0												2,5	
ϵ_{cu2} (‰)	3,5												2,6	
n	2,0												1,4	
ϵ_{c3} (‰)	1,75												2,2	
ϵ_{cu3} (‰)	3,5												2,6	

3.8.2.2 Resistência de dimensionamento para o betão

O factor de segurança para o betão γ_c toma o valor 1,5 para situações de projecto persistentes e transitórias, no caso de situações de projecto acidentais por exemplo fogo ou danos estruturais esse valor é reduzido para 1,2.

3.8.2.3 Relação tensões-extensões do betão

Para o dimensionamento de uma secção transversal o Eurocódigo recomenda o uso do diagrama parábola rectângulo indicado na Figura 3.5, os valores de tensão e deformação para as diferentes classes de betão encontra-se no Eurocódigo EN1992 -1-1 (Quadro 3.1)[1]

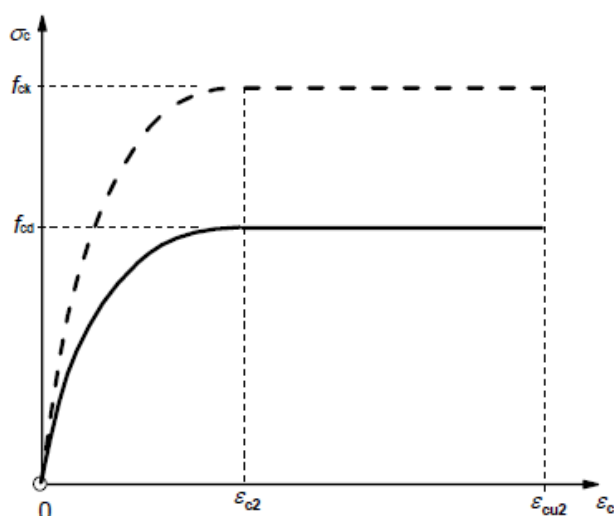


Figura 3.5 Diagrama parábola rectângulo para betão comprimido

O diagrama parábola rectângulo da Figura 3.5 é determinado através das expressões (3.22)

$$\sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] \text{ para } 0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{c2} \quad (3.22)$$

$$\sigma_c = f_{cd} \text{ para } \epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu2} \quad (3.23)$$

3.8.2.4 Módulo de elasticidade para o betão

O valor do módulo de elasticidade do betão está relacionado com o tipo de agregados e classe de resistência do betão. Uma vez que o diagrama de tensões-extensões do betão não é linear, é usada uma secante para o módulo de elasticidade. Para betão de peso normal o módulo de elasticidade E_c (GPa) é calculado através da seguinte expressão:

$$E_{cm} = 22 (f_{cm}/10)^{0,3} \quad (3.24)$$

Onde f_{cm} é a tensão média de rotura aos 28 dias (em MPa), é obtida da seguinte expressão:

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \quad (3.25)$$

3.8.3 Aço para betão armado

3.8.3.1 Resistência característica do aço para betão armado

A propriedade do aço de para betão armado para definir a resistência característica de tracção das armaduras (f_{yk}), é a tensão de cedência para aços laminados a quente é 0,2 por cento da tensão de cedência para aço endurecido a frio cuja tensão de cedência não bem definida, ao contrario dos aços laminados a quente. O valor recomendado no Eurocódigo 2 [1] é de 400 a 600 MPa.

3.8.3.2 Resistência de dimensionamento do aço

O factor de segurança para o aço γ_s é toma o valor 1,15 para situações de projecto persistentes e transitórias, no caso de situações de projecto acidentais por exemplo fogo ou danos estruturais esse valor é reduzido para 1.

3.8.3.3 Relação tensão-extensão do aço para betão armado

A configuração do diagrama tensão-extensão do aço depende do tipo de aço e do tratamento a que foi sujeito durante o processo de fabrico. A curva tensão-deformação do aço típico para armaduras de betão armado, apresenta a configuração da Figura 3.6.

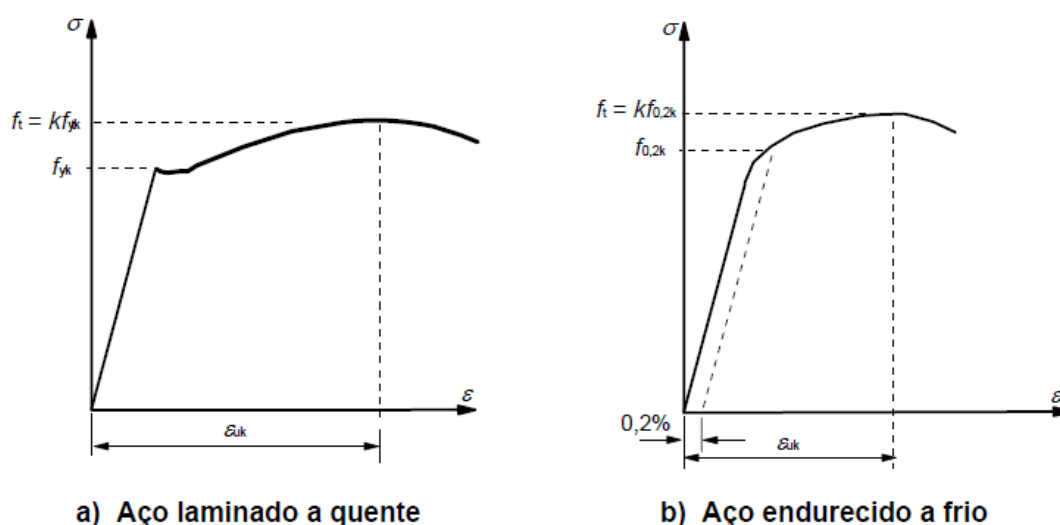


Figura 3.6 Diagrama tensão-extensão do aço típico de armaduras de betão armado

Da análise da Figura 3.6, verifica-se que o aço enformado a quente cede, ou torna-se significativamente plástico a níveis de tensão abaixo da resistência à tracção e com extensão abaixo da extensão limite para o betão (0,0035). Assim numa peça de betão armado, a armadura pode sofrer deformações plásticas significativas antes do estado limite ultimo ser atingido, sem fracturar. No entanto grandes deformações da armadura são acompanhadas da formação de fendas no betão a nível da zona traccionada, essas podem ser excessivas e resultar em falha em condições de serviço abaixo dos estados limites últimos.

Como hipótese de cálculo o Eurocódigo EN1992-1-1 [1] recomenda o uso de uma curva idealizada e de cálculo tensão-deformação com a configuração da Figura 3.7

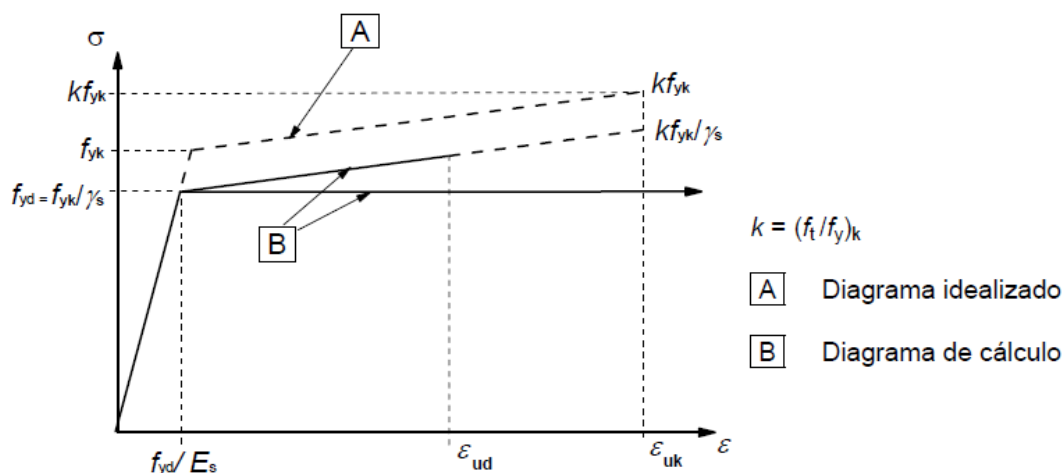


Figura 3.7 Diagrama tensão-extensão idealizado e de cálculo

3.8.3.4 Módulo de elasticidade do aço para armadura (cl 3.2.7)

O módulo de elasticidade do aço E_s é obtido a partir da linearidade da relação entre a acção e deformação Figura 3.6. Esta é uma propriedade do material e o valor de um grupo de amostras varia entre 195 e 205 GPa. Para efeitos de dimensionamento esta é pequena pelo que o Eurocódigo EN1992-1.1 [1] adopta o valor médio de $E_s=200$ GPa.

3.8.4 Outras propriedades importantes dos materiais

3.8.4.1 Generalidades

Além das propriedades necessárias ao dimensionamento descritas acima existem outras que podem influenciar no cálculo do dimensionamento de elementos de betão, por exemplo deformações e perda de tensão.

3.8.4.2 Fluência

Quando um material é submetido a tensões dentro do limite elástico, ocorre imediatamente uma deformação elástica. Em certos materiais, a deformação inicial é seguida de deformação adicional, quando o carregamento se mantém durante um período de tempo.

A esse fenómeno dá-se o nome de fluência. No betão, a fluência está associada ao rearranjo interno das partículas ou à variação de volume da pasta de cimento que envolve os agregados devido à variação da humidade relativa do ambiente. A fluência a fluência varia com o tempo. A fluência afecta a deformação de vigas sujeitas a cargas de serviço e aumenta a perda de pré-esforço em betão pré-esforçado.

A fluência no betão depende do seguinte:

- Idade do carregamento (t_0)
- Período do carregamento [t, t_0]
- Humidade relativa do ambiente ($>$ humidade \Rightarrow $<$ fluência)
- Temperatura relativa do ambiente ($>$ temperatura \Rightarrow $>$ fluência)
- Composição do betão
- Consistência do betão
- Forma da secção

Para efeitos de cálculo, a fluência exprime-se através do coeficiente de fluência $\varphi(t, t_0)$, altera extensão elástica resultando numa deformação a longo prazo devido à fluência ou seja:

$$\varepsilon_c = \varphi(\infty, t_0)(\sigma_c/E_c) \quad (3.26)$$

Em que E_c é o módulo elástico tangente à idade do carregamento, que pode ser considerado igual a $1,5E_{cm}$.

O betão sujeito a uma tensão no instante t_0 sofre uma deformação instantânea $\varepsilon_c(t_0)$, ao longo do tempo a deformação aumenta, até atingir a deformação de longo prazo $\varepsilon_c(t_\infty, t_0)$. A deformação que se verifica no intervalo de tempo compreendido entre t_0 e t_∞ é a deformação por fluência $\varepsilon_{cc}(t_\infty, t_0)$. Como exemplificado na Figura 3.8 e Figura 3.9

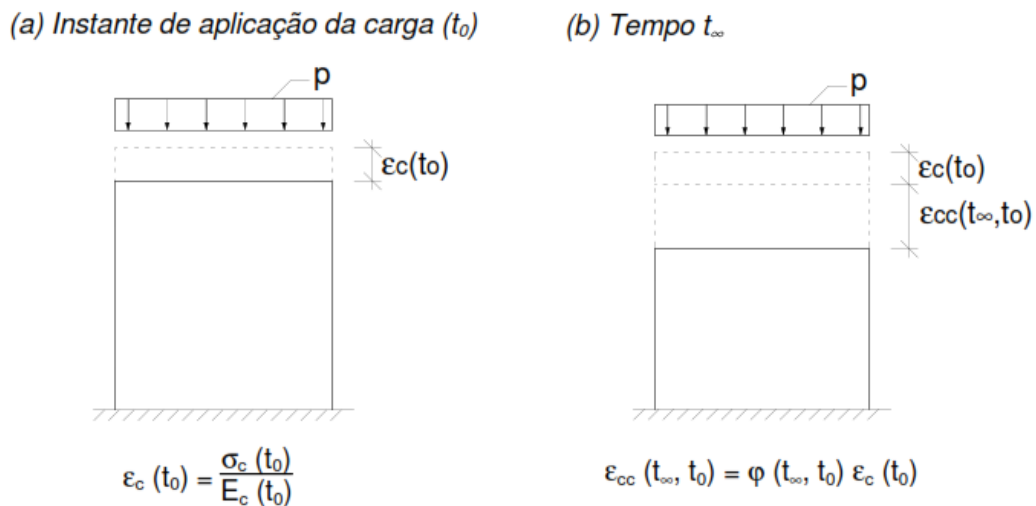


Figura 3.8 Efeito da fluência no betão

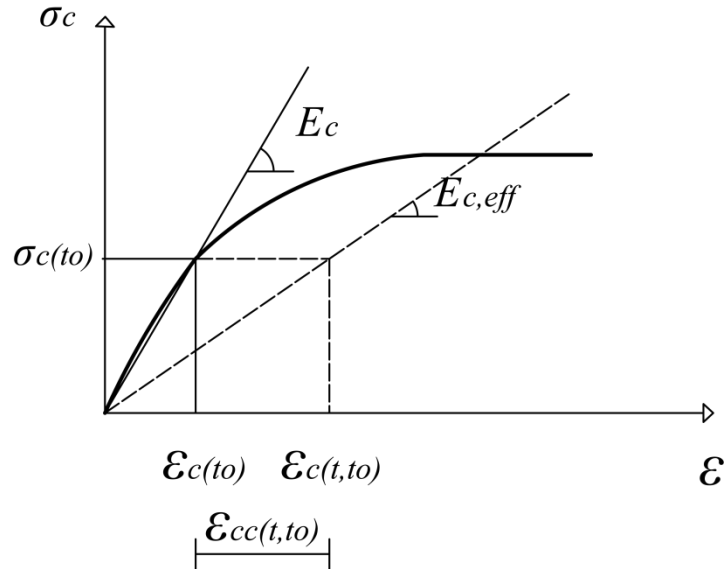


Figura 3.9 Comportamento da deformação ao longo do tempo

$$\varepsilon_c(t_\infty, t_0) = \varepsilon_c(t_0) + \varepsilon_{cc}(t_\infty, t_0) \quad (3.27)$$

Assim

$$\varepsilon_c(t_\infty, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} + \varphi(t_\infty, t_0) \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} \quad (3.28)$$

$$\varepsilon_c(t_\infty, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} (1 + \varphi(t_\infty, t_0)) \quad (3.29)$$

Assim

$$\varepsilon_c(t_\infty, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{\frac{E_c(t_0)}{(1 + \varphi(t_\infty, t_0))}} \quad (3.30)$$

O que pode ser escrito como

$$\varepsilon_c(t_\infty, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{c,eff}} \quad (3.31)$$

Em que $E_{c,eff}$ é o módulo de elasticidade efectivo do betão, e tem em conta a deformação total por fluência do betão dada pela expressão:

$$\frac{E_c(t_0)}{(1 + \varphi(t_\infty, t_0))} \quad (3.32)$$

O módulo de elasticidade instantâneo $E_c(t_0)$ pode ser considerado igual a $1,5 E_{cm}$ como indicado no Eurocódigo EN 1992 (secção 3.14)[1]

A Figura 3.10 esquematiza o comportamento do módulo de elasticidade efectivo unitário ao longo do tempo em função do coeficiente de fluência $\varphi(t_\infty, t_0)$ para um instante inicial $t_0 = 3 \text{ dias}$.

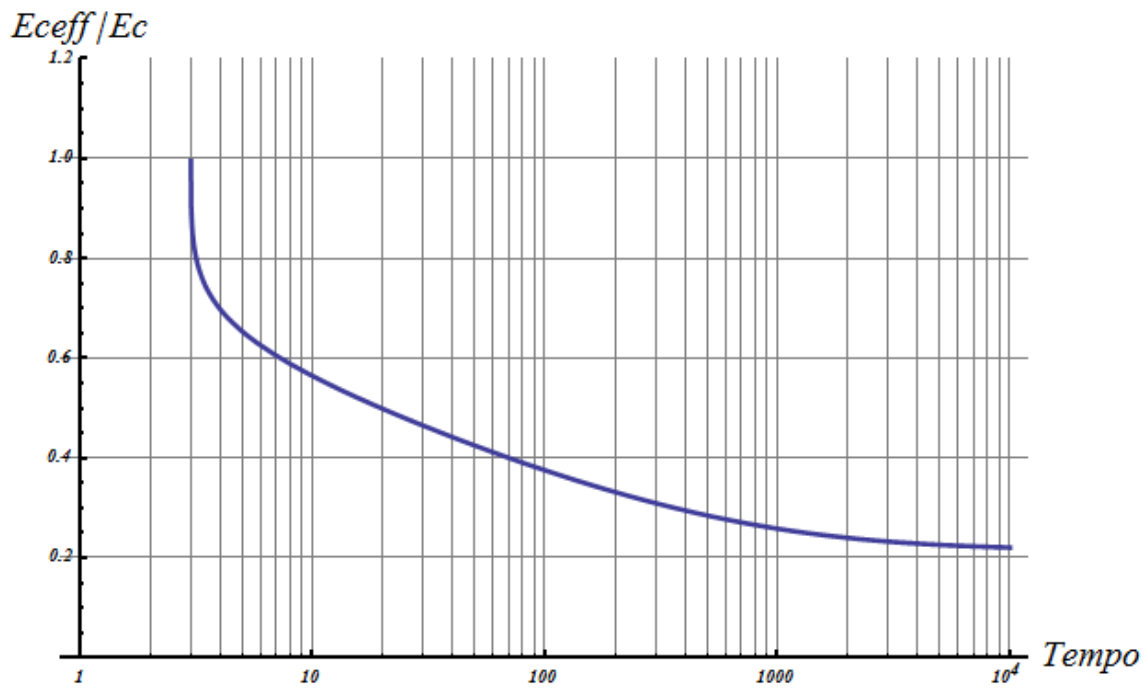
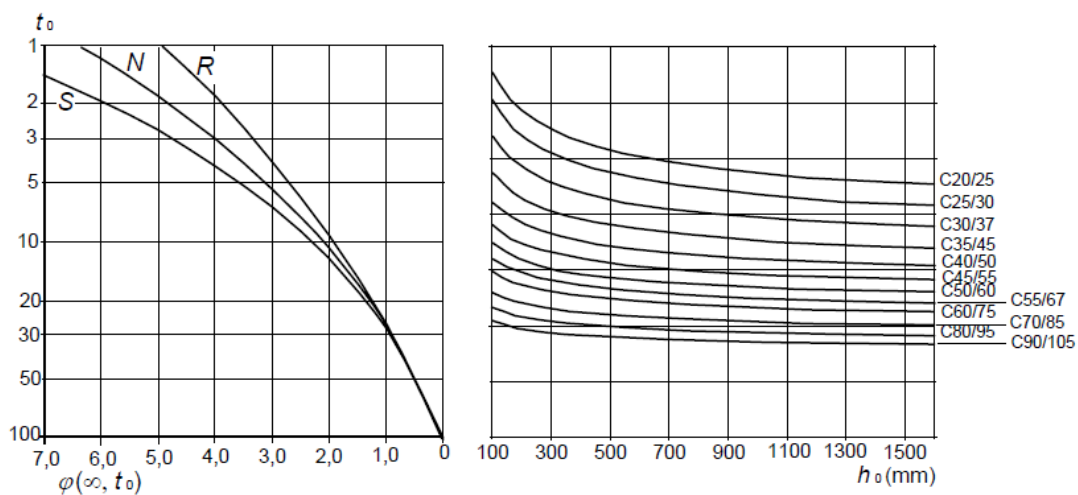
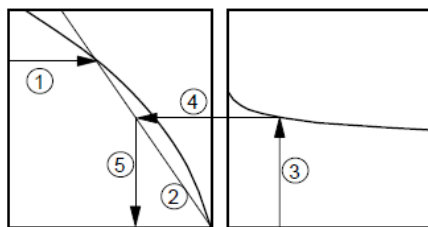


Figura 3.10 Módulo de elasticidade efectivo ao longo do tempo

Nos casos em que não seja necessária grande precisão para a determinação da fluência, os valores do coeficiente de fluência a longo prazo podem ser determinados através do ábaco da figura 3.1 do Eurocódigo 2[1], representada na Figura 3.11

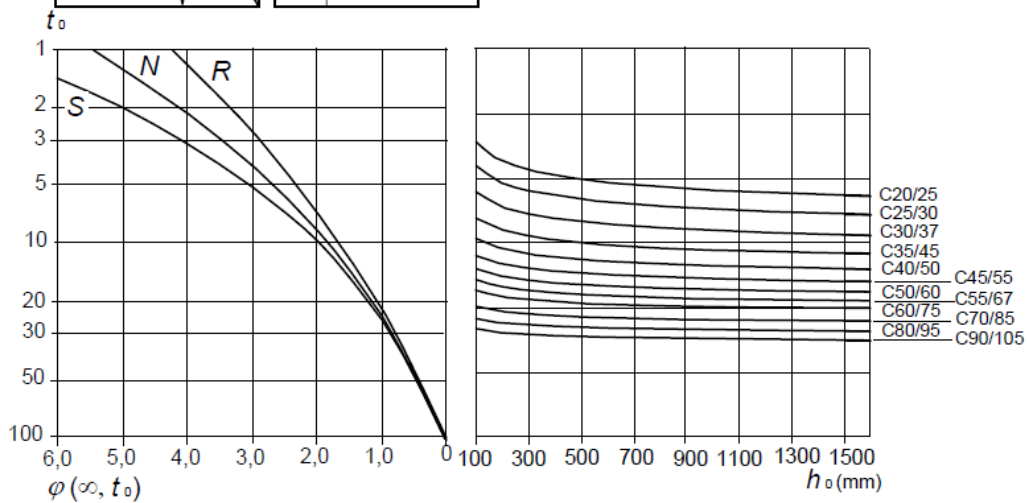


a) ambiente interior - RH = 50%



Nota:

- o ponto de intersecção entre as linhas 4 e 5 também pode estar acima do ponto 1
- para $t_0 > 100$ é suficientemente rigoroso considerar $t_0 = 100$ (e utilizar a linha tangente)



b) ambiente exterior - RH = 80%

Figura 3.11 Método gráfico para a determinação do coeficiente de fluência, $\varphi(\infty, t_0)$ para betão em condições ambientais normais.

O método de cálculo do coeficiente de fluência para um dado intervalo de tempo $[t, t_0]$, encontra-se no anexo B do Eurocódigo 2 [1] descrito a seguir.

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t_0) \quad (3.33)$$

Em que:

t é a idade do betão, em dias, na data considerada

t_0 é a idade, em dias do carregamento

φ_0 é o coeficiente de fluência relativo

$\beta_c(t, t_0)$ é um coeficiente que traduz a evolução da fluência no tempo após o carregamento.

O coeficiente de fluência relativo φ_0 é calculado a partir da expressão:

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \quad (3.34)$$

Em que

$\beta(f_{cm})$ é um factor que tem em conta a influência da resistência do betão no coeficiente de fluência relativo, determinado através da expressão:

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} \quad (3.35)$$

f_{cm} é o valor médio da tensão de rotura do betão à compressão, em Mpa, aos 28 dias de idade (Quadro 3.1 do EN1992-1).

$\beta(t_0)$ é um factor que tem em conta a influência da idade do betão à data do carregamento à data do carregamento no coeficiente de fluência. Calculado a partir da expressão:

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,20}} \quad (3.36)$$

φ_{RH} é um factor que tem em conta a influência da humidade relativa no coeficiente de fluência relativo. Calculado a partir da expressão:

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \quad (3.37)$$

Para $f_{cm} \leq 35$ Mpa

$$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \cdot \alpha_1 \right] \cdot \alpha_2 \quad (3.38)$$

Para $f_{cm} > 35$ Mpa

Em que RH é a humidade relativa do meio ambiente, em %

h_0 é a espessura equivalente do elemento, em mm, determinado através da expressão:

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} \quad (3.39)$$

A_c é a área da secção transversal

u é a parte do perímetro da parte exposta ao ambiente

O valor de $\beta_c(t, t_0)$ pode ser estimado a partir da seguinte expressão:

$$\beta_c(t, t_0) = \left[\frac{t - t_0}{\beta_H + t - t_0} \right]^{0,3} \quad (3.40)$$

$t - t_0$ é a duração não corrigida do carregamento, em dias

β_H é um coeficiente que depende da humidade relativa (RH em %), e da espessura equivalente do elemento (h_0 em mm). Pode ser estimado a partir de:

$$\beta_H = 1,5[1 + (0,012 RH)^{18}]h_0 + 250 \leq 1500 \quad (3.41)$$

Para $f_{cm} \leq 35$ Mpa

$$\beta_H = 1,5[1 + (0,012 RH)^{18}]h_0 + 250\alpha_3 \leq 1500\alpha_3 \quad (3.42)$$

Para $f_{cm} > 35$ Mpa

$\alpha_{1/2/3}$ são coeficientes que têm em conta a influência da resistência do betão:

$$\alpha_1 = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,7} \quad \alpha_2 = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,2} \quad \alpha_3 = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,5} \quad (3.43)$$

Para ter em conta a influência do tipo de cimento no betão a idade do carregamento do betão deve ser corrigida através da expressão seguinte:

$$t_0 = t_{0,T} \cdot \left(\frac{9}{2 + t_{0,T}} + 1 \right)^\alpha \geq 0,5 \quad (3.44)$$

Em que:

α é um parametro que depende do tipo de cimento toma os seguintes valores

-1 para cimento da Classe S

0 para cimento da Classe N

1 para cimento da Classe R

$t_{0,T}$ é a idade corrigida do betão à data do carregamento, em dias. É dependente do estado da temperatura elevada ou baixa, num intervalo de 0°C a 80°C, na maturação do betão, de acordo com a seguinte expressão:

$$t_T = \sum_{i=1}^n e^{-(4000/[273+T(\Delta t_i)] \cdot \Delta t_i)} \quad (3.45)$$

Em que:

t_T é a idade do betão corrigida em função da temperatura, que substitui t nas expressões correspondentes

$T(\Delta t_i)$ é temperatura em °C durante o intervalo de tempo Δt_i

Δt_i é o numero de dias em que se mantém a temperatura T .

Os valores obtidos através da Figura 3.11 são determinados para uma idade de betão de 70 anos de idade.

4 Verificação dos estados limites de serviço de acordo com o EC2

4.1 Generalidades

Para a maioria das estruturas, os dois critérios mais importantes em estados limites de utilização são as deformações e fendilhação (abertura de fendas). Ambos contribuem para que a durabilidade não seja comprometida e que a estrutura não apresenta danos visíveis (ou efeitos prejudiciais). Em certos casos é necessário considerar a resposta à vibração, quando está envolvida a existência de maquinaria ou quando a acção do vento pode causar turbulência e movimentos oscilatórios consequentes. As estruturas de betão, à excepção de algumas pontes pedonais, raramente são suficientemente esbeltas para que haja problemas em situações normais de carregamento. Em todos os casos é necessário que o engenheiro verifique os riscos de qualquer fenómeno possível de afectar qualquer estrutura e depois efectuar qualquer verificação de dimensionamento necessária.

4.2 Deformação

Em estruturas típicas as deformações são limitadas ao valor $v\tilde{a}o/250$. Para os casos em que as paredes divisórias ou acabamentos possam ser danificados devido à deformação, este limite é reduzido para $v\tilde{a}o/500$ (Secção. 7.4.1 EN1992-1-1 [1]). A deformação pode ser controlada quer através do uso da relação $v\tilde{a}o/altura$, quer através de cálculos explícitos.

4.2.1 Relação $v\tilde{a}o/altura$, dispensa do calculo da deformação

O Eurocódigo EN1992-1-1 [1] (Secção 7.4.2) indica que em geral, não é necessário um cálculo explícito das flechas, uma vez que nos casos correntes são suficientes regras simples, tais como a limitação da relação $v\tilde{a}o/altura$, para evitar, em situações normais, problemas de flechas. Verificações mais rigorosas são necessárias para os elementos que não respeitem esses limites ou nos casos em que sejam convenientes outros limites que não os considerados nos métodos simplificados.

O método usado no Eurocódigo EN1992-1-1 [1] (Secção 7.4.2) consiste em usar relações $v\tilde{a}o/altura$ efectiva de referência e modifica-los apropriadamente de modo a ter em conta o tipo de armadura utilizada assim como outras variáveis.

No Eurocódigo [1] estão indicadas as relações $v\tilde{a}o/altura$ limite, parametrizados admitindo que, para as acções no estado limite de utilização, a tensão no aço, numa secção fendilhada a meio $v\tilde{a}o$ de uma viga ou de uma laje ou no apoio de uma consola, é igual a 310 MPa (o que corresponde aproximadamente a uma tensão de cedência característica do aço da armadura f_{yk} de 500 MPa).

O valor limite da relação vão/altura l/d é determinado pelas seguintes expressões:

$$\frac{l}{d} = K \left[11 + 1,5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2\sqrt{f_{ck}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{3/2} \right] \text{ se } \rho \leq \rho_0 \quad (4.1)$$

(Expressão 7.16a do Eurocódigo EN1992-1-1 [1])

$$\frac{l}{d} = K \left[11 + 1,5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12}\sqrt{f_{ck}} \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right] \text{ se } \rho > \rho_0 \quad (4.2)$$

(Expressão 7.16b do Eurocódigo EN1992-1-1 [1])

Em que:

- l/d é o valor limite da relação vão/altura;
- K é o coeficiente que tem em conta os diferentes sistemas estruturais;
- ρ_0 é a taxa de armadura de referência $\rho_0 = \sqrt{f_{ck}} 10^{-3}$
- ρ é a taxa de armaduras de tracção necessária a meio vão para equilibrar o momento devido às acções de cálculo (no apoio no caso de uma consola)
 $\rho = A_s/bd$
- ρ' é a taxa de armaduras de compressão necessária a meio vão para equilibrar o momento devido às acções de cálculo (no apoio no caso de uma consola)
 $\rho' = A'_s/bd$
- f_{ck} em Mpa

Os valores recomendados de K são indicados na Tabela 4.1, retirados do Quadro 7.4N do Eurocódigo [1], onde também são dados os valores limite vão/altura, calculados pela expressão (4.1) e (4.2) para casos correntes $f_{ck}=30$ Mpa (C30) $\sigma_s=310$ Mpa, para percentagens de armadura $\rho=0,5\%$ e $\rho=1,5\%$.

Tabela 4.1 Valores básicos da relação vão/altura útil para elementos sem esforço normal de compressão

Sistema estrutural	K	Betão fortemente solicitado $\rho = 1,5\%$	Betão levemente solicitado $\rho = 0,5\%$
Viga simplesmente apoiada, laje simplesmente apoiada armada numa ou em duas direcções	1,0	14	20
Vão extremo de uma viga contínua ou de uma laje contínua armada numa direcção ou de uma laje armada em duas direcções contínua ao longo do lado maior	1,3	18	26
Vão interior de uma viga ou de uma laje armada numa ou em duas direcções	1,5	20	30
Laje sem vigas apoiada sobre pilares (laje fungiforme) (em relação ao maior vão)	1,2	17	24
Consola	0,4	6	8

Nota 1: Em geral, os valores indicados são conservativos, podendo frequentemente o cálculo revelar que é possível utilizar elementos mais esbeltos.
Nota 2: Para lajes armadas em duas direcções, a verificação deverá ser efectuada em relação ao menor vão. Para lajes fungiformes deverá considerar-se o maior vão.
Nota 3: Os limites indicados para lajes fungiformes correspondem para a flecha a meio vão a uma limitação menos exigente do que a de vão/250. A experiência demonstrou que estes limites são satisfatórios.

Os valores obtidos pelas expressões (4.1) e (4.2) correspondem a situações específicas de níveis de tensão e de geometria da secção. Podem ser tidas em conta modificações adicionais, para fazer face a outras situações.

Geometria.

Os valores das expressões (4.1) e (4.2) são multiplicados por um factor de 0,8 caso se esteja a fazer a análise de secções em T com relação entre largura do banzo e a largura da alma superior a 3 ($b_{ef}/b_w \geq 3$).

Vão

No caso de vigas e de lajes, com excepção de lajes fungiformes, com vãos superiores a 7 m, que suportam divisórias que possam ser danificadas por flechas excessivas, os valores de l/d dados pela expressão (4.1) ou (4.2), devem ser multiplicados por $7/l_{eff}$.

Níveis de tensão

Como foi referido acima, os valores calculados em (4.1) e (4.2), baseiam-se em níveis de tensão de serviço $\sigma_s=310$ Mpa para a armadura, o que corresponde aproximadamente a 5/8 de f_{yk} (500 Mpa). Para a utilização de outros níveis de tensão, os valores l/d devem ser multiplicados por um factor igual a $310/\sigma_s$, que pode ser determinado pela seguinte expressão:

$$\frac{310}{\sigma_s} = \frac{500}{f_{yk}} \frac{A_{s,prov}}{A_{s,req}} \quad (4.3)$$

Em que:

σ_s é a tensão de tracção no aço a meio vão (ou no apoio no caso de consolas) para as acções de cálculo no estado limite de utilização

$A_{s,prov}$ é a área da secção de armaduras existente na secção

$A_{s,req}$ é a área da secção de armaduras necessária na secção no estado limite último

4.2.2 Cálculo directo

É de salientar que este método não está implementado na aplicação desenvolvida, tendo sido utilizado o método anterior pois, tal como é indicado na secção 7.4.1 [1], em geral, não é necessário um cálculo explícito de flechas. No entanto deixa-se aqui em termos gerais a forma como este cálculo é abordado no Eurocódigo [1] uma vez que este é um processo possível de ser automatizado, o que poderá ser visto como um desenvolvimento futuro.

A utilização deste método requer o conhecimento da curvatura da secção tanto em estado fendilhado como em estado não fendilhado. Num estado fendilhado, a contribuição do betão traccionado é desprezada, por sua vez em estado não fendilhado assume-se que o betão tem comportamento elástico tanto à tracção como à compressão com tensão máxima f_{ctm} . Os valores de f_{ctm} para as diferentes classes de betão encontram-se no quadro 3.1 do Eurocódigo ver Tabela 3.2

O módulo de elasticidade efectivo do betão $E_{c,eff}$ é dado pela expressão:

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)} \quad (4.4)$$

Onde $\varphi(\infty, t_0)$ é o coeficiente de fluência para a acção e o intervalo de tempo considerados.

A curvatura (ou outro parâmetro da deformação) α em qualquer condição é dada pela seguinte expressão:

$$\alpha = \xi \alpha_{II} + (1 - \xi) \alpha_I \quad (4.5)$$

Em que

α é o parâmetro de deformação considerado que poderá ser, por exemplo, uma extensão, uma curvatura ou uma rotação, uma flecha.

α_I é o parâmetro de deformação calculado para o estado não fendilhado.

α_{II} é o parâmetro de deformação calculado para o estado fendilhado.

ξ é um coeficiente de distribuição (que tem em conta a contribuição do betão traccionado entre fendas) dado pela seguinte expressão:

$$\xi = 1 - \beta \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \quad (4.6)$$

Para a secção não fendilhada $\xi = 0$.

Onde β é um coeficiente que tem em conta a influência na extensão média da duração do carregamento ou da repetição do carregamento $\beta = 1$ um único carregamento de curta duração e $\beta = 0,5$ para um carregamento de longa duração ou para repetidos carregamentos.

O parâmetro σ_s é a tensão na armadura de tracção calculada em estado fendilhado.

σ_{sr} é a tensão na armadura de tracção, calculada na hipótese de secção fendilhada resultante da acção do carregamento que provoca o início da fendilhação.

Em flexão simples, a razão σ_{sr}/σ_s pode ser substituída por M/M_{cr} onde M_{cr} é o momento de fendilhação, para tracção simples pode ser substituído por N/N_{cr} em que N_{cr} é o esforço de fendilhação.

A curvatura devido à retracção pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$\frac{1}{r_{cs}} = \varepsilon_{cs} \alpha_e \frac{S}{I} \quad (4.7)$$

Onde $1/r_{cs}$ é a curvatura devido à retracção, parâmetro ε_{cs} é extensão devido à retracção, α_e é o coeficiente de homogeneização efectivo dado por:

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{c,eff}} \quad (4.8)$$

S é o momento estático da secção de armadura em relação ao eixo que passa pelo centro de gravidade da secção

I é o momento de inércia da secção.

Tanto S como I devem ser calculados para a secção em estado fendilhado e não fendilhado e usados na expressão (4.5) substituindo α por $1/r_{cs}$.

O método mais rigoroso para a determinação das flechas, por este processo consiste em calcular as curvaturas em várias secções ao longo do elemento e em calcular a seguir as flechas por integração numérica. Na maioria dos casos será aceitável efectuar apenas dois cálculos, admitindo-se num primeiro que todo o elemento se encontra no estado não fendilhado, no segundo que se encontra no estado totalmente fendilhado e efectuando em seguida uma interpolação utilizando a expressão (4.5).

4.3 Abertura de fendas

A fendilhação deve-se limitar a uma largura de forma a não por em causa o funcionamento normal ou a durabilidade nem tornar a aparência inaceitável (Cap. 7.3.1 EN1992-1-1[1]). O Eurocódigo aceita a fendilhação do betão armado como uma ocorrência normal e inevitável.

Em betão armado com classe de exposição XC2 a XC4 é aceitável de um modo geral uma abertura de fendas que não exceda os 0,3 mm. O mesmo valor é aplicado a classes de exposição XD1, XD2 e XS1 a XS3. Para classes X0 e XC1 admite-se uma abertura de fendas de 0,4 mm, onde a consideração desse limite deve-se apenas a pressupostos estéticos e não de durabilidade.

A fendilhação é normal em estruturas de betão armado sujeitas a flexão, esforço transversal, torção ou tracção resultantes de acções directas ou de coacção ou de deformações impostas. As fendas também podem ser provocadas por outras causas como a retracção ou de variações de temperatura.

4.3.1 Cálculo da largura de fendas

A largura de fendas pode ser calculada através da expressão:

$$W_k = s_{r,max}(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (4.9)$$

Em que $s_{r,max}$ é a distância máxima entre fendas, ε_{sm} é a extensão média da armadura e ε_{cm} é a extensão média de betão entre fendas.

A extensão média $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$ é dada pela expressão:

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (4.10)$$

Em que:

E_s é o módulo de elasticidade do aço;

σ_s é a tensão aplicada na armadura considerando a secção fendilhada

α_e é a relação entre o módulo de elasticidade da armadura e do betão $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}}$

k_t é um coeficiente relacionado com o carregamento, toma o valor de 0,6 para um carregamento a curto prazo e 0,4 para longo prazo.

A percentagem de armadura efectiva $\rho_{p,eff}$ é determinada pela seguinte expressão:

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s + \xi_1^2 A_{p'}}{A_{c,eff}} \quad (4.11)$$

Onde A_s é a área de armadura traccionada, $A_{c,eff}$ é a área efectiva de betão traccionada que envolve a armadura com altura $h_{c,eff}$ que é o menor dos valores $2,5(h - d)$, $(h - x)/3$ ou $h/2$.

Figura 4.1

$A_{p'}$ é a área da secção da armadura pré ou pós-tensionadas contida em $A_{c,eff}$

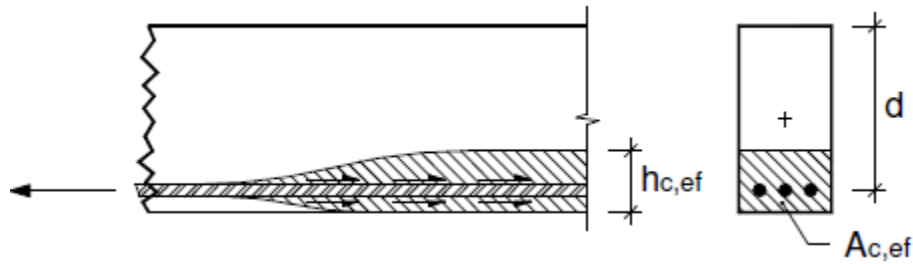


Figura 4.1 Área efectiva de betão traccionada que envolve a armadura

ξ_1 é o coeficiente corrigido da resistênciade aderência, para ter em conta a diferença de diâmetros das armaduras de pré-esforço e para betão armado, dado por:

$$\xi_1 = \sqrt{\xi \cdot \frac{\phi_s}{\phi_p}} \quad (4.12)$$

Na situação de elementos sem pré-esforço ($A_{p'} = 0$) a expressão (4.11)(5.16) resume-se à seguinte expressão:

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}} \quad (4.13)$$

Para espaçamentos inferiores a $5(c + \phi/2)$ onde c é o recobrimento e ϕ é o diâmetro do varão a abertura máxima de fendas, a distancia máxima entre fendas $S_{r,max}$ (mm) é calculado por:

$$S_{r,max} = 3,4c + 0,425k_1K_2 \frac{\phi}{\rho_{p,eff}} \quad (4.14)$$

Onde ϕ é o diâmetro dos varões utilizados. No caso de existirem varões de diâmetros diferentes numa secção, deve utilizar-se um diâmetro equivalente, ϕ_{eq} . Para uma secção com n_1 varões de diâmetro ϕ_1 e n_2 varões de diâmetro ϕ_2 , deve utilizar-se a seguinte expressão:

$$\phi_{eq} = \frac{n_1 \phi_1^2 + n_2 \phi_2^2}{n_1 \phi_1 + n_2 \phi_2} \quad (4.15)$$

k_1 é um coeficiente que tem em conta as propriedades de aderência das armaduras toma o valor de 0,8 no caso de varões de alta aderência, para armaduras de superfície lisa (como é o caso de armaduras de pré-esforço) toma-se o valor de 1,6.

k_2 é um coeficiente relacionado com a distribuição das extensões, para situações de peças submetidas a flexão pura toma o valor de 0,5, nos casos de peças em tracção simples o valor a adoptar é de 1,0. Para situações de tracção excêntrica ou zonas localizadas, o valor de k_2 deve ser intermédio, sendo determinado pela seguinte expressão.

$$k_2 = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)/2\varepsilon_1 \quad (4.16)$$

Para espaçamentos amplos (superior a $5(c + \phi/2)$), ou quando não existem armaduras aderentes na zona traccionada pode-se admitir um valor de largura de fendas superior, pelo que a distância máxima entre fendas é calculado por:

$$S_{r,max} = 1,3(h - x) \quad (4.17)$$

Para paredes sujeitas a fendilhação por variação de temperatura, em que a base está encastrada a distância máxima entre fendas ($S_{r,max}$) toma o valor de 1,3 vezes a altura da parede.

4.3.2 Propriedades da secção para estados não fendilhados e fendilhados

4.3.2.1 Secção rectangular

As propriedades de uma secção rectangular com a configuração da Figura 4.2 necessárias para o cálculo da abertura de fendas[6] são determinadas do seguinte modo:

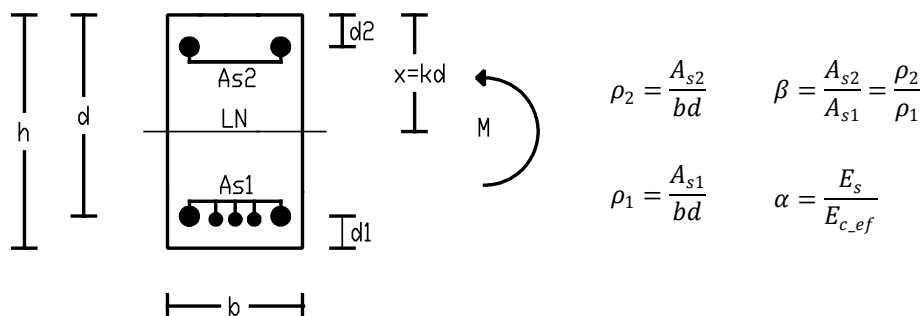


Figura 4.2 configuração da secção rectangular.

4.3.2.2 Flexão simples

a) Fase não fendilhada I

Para uma secção não fendilhada admite-se que o betão tem comportamento elástico linear com o mesmo módulo de elasticidade tanto para a tracção como para a compressão.

A posição da linha neutra é calculada através da seguinte expressão:

$$\frac{x}{d} = k = \frac{1 \left(\frac{h}{d} \right)^2 + 2\alpha\rho_1 \left(\beta \frac{d_2}{d} + 1 \right)}{\frac{h}{d} + 2\alpha\rho_1(\beta + 1)} \quad (4.18)$$

O momento de inércia da secção homogeneizada:

$$I = bd^3 \left[\frac{k^3 + \left(\frac{h}{d} - k \right)^3}{3} + \rho_2\alpha \left(k - \frac{d_2}{d} \right)^2 + \rho_1\alpha(1 - k)^2 \right] \quad (4.19)$$

As tensões são determinadas pelas expressões seguintes.

Para o betão:

$$\sigma_{c2} = -\frac{M}{I}x \quad (4.20)$$

$$\sigma_{c1} = \frac{M}{I}(h - x) \quad (4.21)$$

Para a armadura:

$$\sigma_{s2} = \frac{M(d_2 - x)}{I} \quad (4.22)$$

$$\sigma_{s1} = \frac{M(d - x)}{I} \quad (4.23)$$

O Momento de fendilhação é dado por:

$$M_{cr} = f_{ctm} \frac{I}{h - x} \quad (4.24)$$

b) Fase fendilhada II

Para uma secção fendilhada admite-se que o betão tem comportamento elástico linear na compressão e despreza-se a sua contribuição na zona traccionada. A nível das armaduras estas têm comportamento elástico linear à tracção e compressão.

A posição da linha neutra é dada por:

$$\frac{x}{d} = -\alpha\rho_1 \left[(1 + \beta) + \sqrt{(1 + \beta)^2 + \frac{2}{\alpha\rho_1} \left(1 + \beta \frac{d_2}{d} \right)} \right] \quad (4.25)$$

O momento de inércia é dado por:

$$I_{cr} = bd^3 \left[\frac{k^3}{3} + \alpha \rho_1 \left((1-k)^2 + \beta \left(k - \frac{d_2}{d} \right)^2 \right) \right] \quad (4.26)$$

As tensões são dadas pela expressão:

Betão:

$$\sigma_{c2} = -\frac{M}{I_{cr}} x \quad (4.27)$$

Aço:

$$\sigma_{s1} = \alpha \frac{M(d-x)}{I_{cr}} \quad (4.28)$$

$$\sigma_{s2} = -\alpha \frac{M(d-kd)}{I_{cr}} \quad (4.29)$$

4.3.3 Secção em T

4.3.3.1 Flexão simples

Os parâmetros de cálculo para uma secção em T com a configuração da Figura 4.3 necessários para o cálculo da fendilhação são determinados do seguinte modo

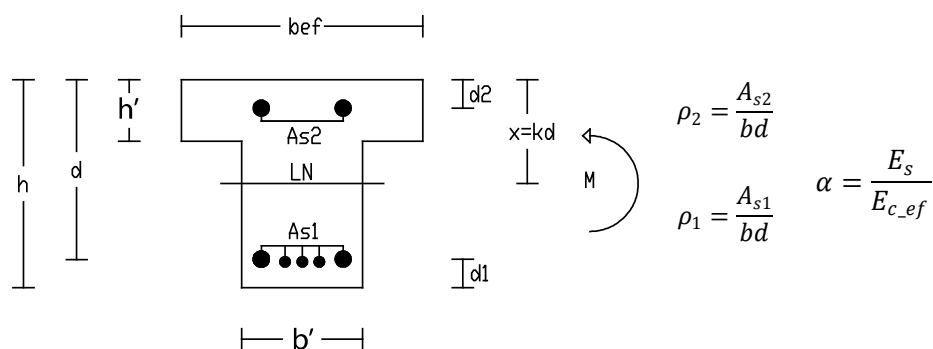


Figura 4.3 Configuração da secção em T

a) Fase não fendilhada

A posição da linha neutra

$$K = \frac{2\alpha \left(\rho_1 + \rho_2 \frac{d_2}{d} \right) + \frac{b_w}{b_{ef}} \left(\frac{h}{d} \right)^2 + \left(\frac{h'}{d} \right)^2 - \left(\frac{b_w}{b_{ef}} \right) \left(\frac{h'}{d} \right)}{2 \left[\alpha (\rho_1 + \rho_2) + \frac{h'}{d} + \frac{b_w}{b_{ef}} \left(\frac{h}{d} - \frac{h'}{d} \right) \right]} \quad (4.30)$$

Cálculo do momento de inércia da secção homogeneizada

$$\begin{aligned}
I = & \frac{b_{ef}h'^3}{12} + b_w h' \left(x - \frac{h'}{2}\right)^2 + \alpha A_{s2} (x - d_2)^2 \\
& + \alpha A_{s1} (d - x)^2 + b_w \frac{(h - h')^3}{12} \\
& + b'(h - h') \left(\frac{h + h'}{2} - x\right)^2
\end{aligned} \tag{4.31}$$

Calculo das tensões:

Betão

$$\sigma_{c2} = -\frac{M(x)}{I} \tag{4.32}$$

$$\sigma_{c1} = \frac{M(h - x)}{I} \tag{4.33}$$

Aço

$$\sigma_{s2} = \alpha \frac{M(d_2 - x)}{I} \tag{4.34}$$

$$\sigma_{s1} = \alpha \frac{M(d - x)}{I} \tag{4.35}$$

O momento de fendilhação é dado por:

$$M_{cr} = f_{ctm} \frac{I}{h - x} \tag{4.36}$$

b) Fase fendilhada II

Cálculo da posição da linha neutra

$$k = \frac{-\Psi + \sqrt{\Psi^2 - \left(\frac{b_w}{b_{ef}}\right) \left[\left(\frac{b_w}{b_{ef}} - 1\right) \left(\frac{h'}{d}\right)^2 - 2\alpha \left(\rho_1 + \rho_2 \frac{d_2}{d}\right)\right]}}{\frac{b_w}{b_{ef}}} \tag{4.37}$$

Com:

$$\Psi = \left[\left(\frac{h'}{d}\right) \left(1 - \frac{b_w}{b_{ef}}\right) + \alpha(\rho_1 + \rho_2) \right] \tag{4.38}$$

Cálculo do momento de inércia homogeneizado:

$$I_{cr} = \frac{bh'^3}{12} + bh' \left(kd - \frac{h'}{2} \right)^2 + \frac{b_w(kd - h')^3}{3} + \alpha A_{s1}(d - kd)^2 + \alpha A_{s2}(kd - d_2)^2 \quad (4.39)$$

Cálculo de tensões:

Betão:

$$\sigma_{c2} = \frac{M(-kd)}{I_{cr}} \quad (4.40)$$

Aço:

$$\sigma_{s2} = -\frac{\alpha M(d - kd_2)}{I_{cr}} \quad (4.41)$$

$$\sigma_{s1} = \frac{\alpha M(d - kd)}{I_{cr}} \quad (4.42)$$

4.3.4 Armaduras mínimas

Segundo o EN1992-1-1[1] o controlo da fendilhação pode ser feito através da utilização de quantidades de armaduras aderentes mínimas, que, em zonas onde se prevejam tensões de tracção, limitando-se assim o nível de fendilhação nessas zonas.

A área mínima de armadura $A_{s,min}$ pode ser calculada da seguinte forma:

$$A_{s,min} = k_c k f_{ct,eff} \frac{A_{ct}}{\sigma_s} \quad (4.43)$$

Em que:

A_{ct} é a área de betão traccionada antes do aparecimento da primeira fenda.

σ_s é a tracção máxima permitida na armadura a qual pode ser tomada como sendo a tensão de cedência f_{yk} .

$f_{ct,eff}$ a da resistência é tracção efectiva do betão à data prevista para possibilidade formação de fendas geralmente toma o valor de f_{ctm} , a não ser que se preveja fendilhação antes dos 28 dias neste caso toma um valor inferior $f_{ctm}(t)$.

k é um coeficiente relacionado com o efeito das tensões não uniformes autoequilibradas, no caso de almas com $h \leq 300$ mm ou para banzos com largura superior a 300 mm $k = 1$. Para almas com $h > 800$ mm ou banzos com largura superior a 800 mm $k = 0,65$. Nos casos em que se verifiquem valores intermédios de h ou de espessura de banzo o valor de k é interpolado.

k_c é um coeficiente que tem em conta a distribuição de tensões na secção, imediatamente antes da fendilhação e da variação do braço do binário. No caso de tracção simples $k_c = 1$, para situações de flexão simples ou composta este valor é calculado da seguinte forma:

- Secções rectangulares ou almas de secção em caixão ou em T.

$$k_c = 0,4 \left[1 - \frac{\sigma_c}{k_1(h/h^*)f_{ct,eff}} \right] \leq 1 \quad (4.44)$$

- Banzo de secção em caixão ou em T

$$k_c = 0,9 \frac{F_{cr}}{A_{ct}f_{ct,eff}} \geq 0,5 \quad (4.45)$$

Em que:

k_c é um coeficiente que permite a distribuição de tensões devido ao carregamento e deformação imposta

σ_c é a tensão média no betão determinada por:

$$\sigma_c = \frac{N_{ed}}{bh} \quad (4.46)$$

N_{ed} é o esforço normal no estado limite de utilização actuando na secção considerada (positivo para um esforço de compressão)

h^* depende da altura da secção, assim:

$$h^* = h \text{ para } h \leq 1m$$

$$h^* = 1m \text{ para } h \geq 1m$$

k_1 é um coeficiente que considera os efeitos dos esforços normais na distribuição de tensões assim:

$k_1 = 1,5$ para N_{ed} de compressão

$k_1 = \frac{2h^*}{3h}$ para N_{ed} de tracção

F_{cr} é o valor absoluto da força de tracção no banzo imediatamente antes da fendilhação devida ao momento de fendilhação calculado com $f_{ct,eff}$

5 Verificação dos estados limite últimos segundo o EC2

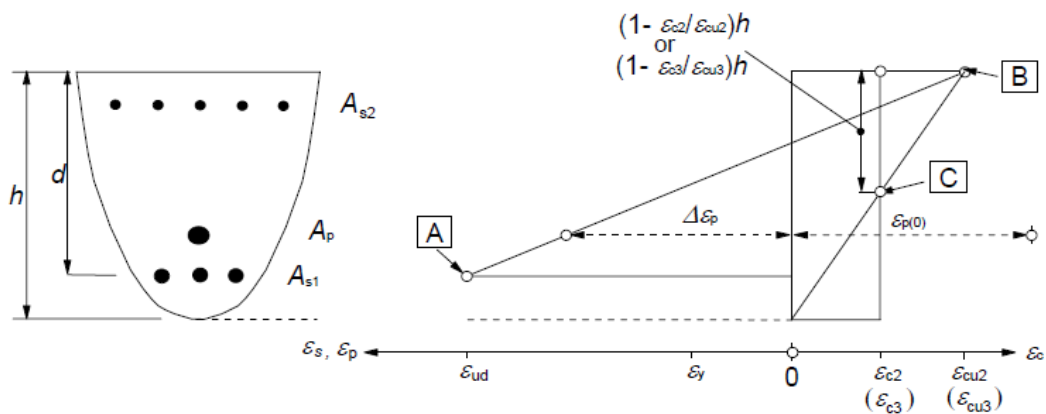
5.1 Vigas

A secção 6.1 do EN1992-1-1 [1] indica os princípios gerais para a flexão de vigas sendo eles os seguintes:

- As secções planas mantêm-se planas;
- A extensão nas armaduras aderentes, em tracção ou compressão, é a mesma da do betão que as envolve;
- A resistência do betão à tracção é ignorada;
- As tensões no betão comprimido são obtidas do diagrama de tensão de cálculo indicados em 3.1.7 [1]
- As tensões nas armaduras de betão armado são obtidas dos diagramas de cálculo indicados em 3.2 (fig. 3.8)

A extensão de compressão no betão deve ser limitada a ϵ_{cu2} ou ϵ_{cu3} , conforme o diagrama de tensões extensões utilizado. Os valores de ϵ_{cu2} e ϵ_{cu3} estão indicados nas tabelas 3.1 do EN1992-1-1 [1].

O domínio admissível de distribuições de extensões é o representado na Figura 6.1.



A - limite para a extensão de tracção do aço para betão armado

B - limite para a extensão de compressão do betão

C - limite para a extensão de compressão simples do betão

Figura 5.1 Distribuições de extensões admissíveis no estado limite último

Para valores relativamente baixos de momento flector, as vigas são dimensionadas com armadura de tracção, estas são chamadas de "simplesmente armadas", aquelas que

necessitam de armadura de são denominadas de vigas “*duplamente armadas*”. Adicionalmente as vigas também necessitam de resistir ao esforço transversal induzido pelas cargas aplicadas. Esta resistência é conseguida através do uso de armadura de esforço transversal (estribos). Mesmo se uma viga é simplesmente armada, os estribos necessitam de ser suportados na zona de compressão por varões em cada canto do estribo. Estes varões providenciam a solidarização dos estribos, bem como estabilidade da estrutura de aço, montada com a configuração de uma gaiola, fazem parte da armadura designada de armadura construtiva. No caso de existir armadura de compressão, os estribos têm a função secundária de confinar o betão e a armadura de compressão impedindo a encurvadura. Os diâmetros recomendados a utilizar em armaduras longitudinais são de 12 mm a 16 mm para vigas pequenas e de 20 mm a 25 mm para vigas grandes, os estribos devem ter 6 mm ou 8 mm no caso de vigas pequenas e 10 mm a 12 mm para vigas grandes [7]. A Figura 5.2 representa a configuração típica da armadura de uma viga de betão armado.

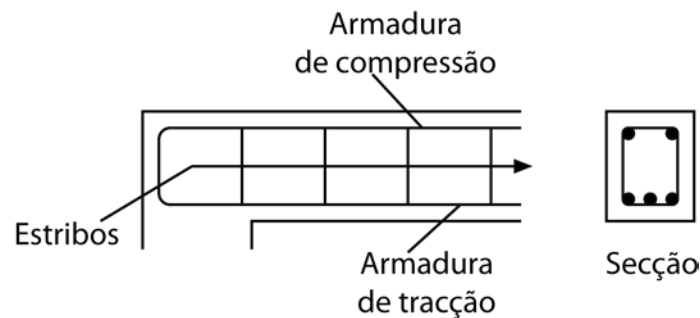


Figura 5.2 Disposição das armaduras numa viga

5.2 Dimensionamento à flexão simples

O dimensionamento de secções de betão passa por avaliar e limitar as extensões do betão e do aço devido ao carregamento actuante. A Figura 5.3 esquematiza o comportamento de uma secção de betão armado sujeita a flexão simples, para os limites de extensão estabelecidos, identificando-se 4 casos distintos resumidos na Tabela 5.1

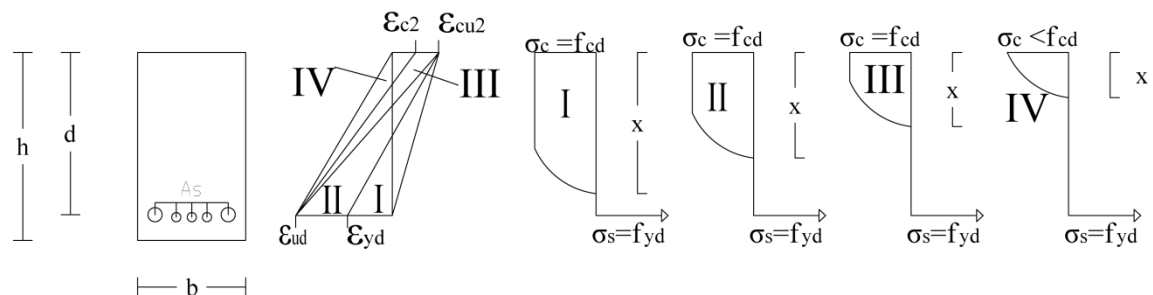


Figura 5.3 Extensões limite no betão e no aço e respectivo campo de tensões.

A rotura da secção dá-se quando o betão atinge a extensão ϵ_{cu2} ou quando o aço atinge a extensão ϵ_{ud} .

Tabela 5.1 Casos de rotura possíveis em flexão simples

Caso	Betão	Rotura	Aço	Rotura
I	$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2}; \sigma_c = f_{cd}$	✓	$0 < \varepsilon_s < \varepsilon_{yd}; \sigma_s < f_{yd}$	
II	$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2}; \sigma_c = f_{cd}$	✓	$\varepsilon_{yd} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{ud}; \sigma_s \geq f_{yd}$	
III	$\varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2}; \sigma_c = f_{cd}$		$\varepsilon_s = \varepsilon_{ud}; \sigma_s \geq f_{yd}$	✓
IV	$\varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2}; \sigma_c < f_{cd}$		$\varepsilon_s = \varepsilon_{ud}; \sigma_s \geq f_{yd}$	✓

Considerando que a rotura de elementos de betão armado sujeitos a flexão simples é provocada pelo esmagamento do betão e que o aço atinge a sua capacidade resistente (caso II), garantindo assim uma rotura dúctil tem-se a seguinte esquematização do comportamento da secção.

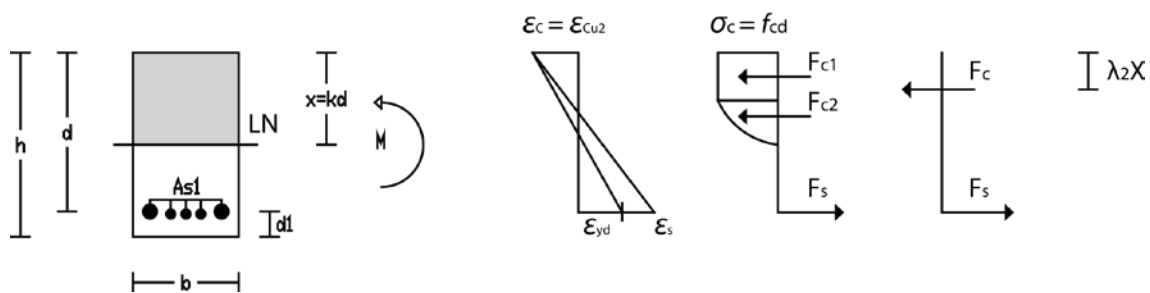


Figura 5.4 Secção sujeita a momento flector

5.2.1 Forças internas

A força resultante no betão é então calculada através do integral das tensões de compressão F_c [8].

$$F_c = \int_A \sigma_c dA \quad (5.1)$$

A partir das expressões (3.22) e (3.23) para a determinação do diagrama parábola-rectângulo indicado na secção 3.1.7 do EN1992 1-1 [1], é possível deduzir as expressões para a resultante do campo de tensões de compressão F_c no betão como sendo a soma dos troços rectangular F_{c1} e parabólico F_{c2} do diagrama.

$$F_{c1} = f_{cd} \cdot \frac{\varepsilon_{cu2} - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}} \cdot b \cdot x \quad (5.2)$$

$$F_{c2} = f_{cd} \cdot \frac{n}{n+1} \cdot \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}} \cdot b \cdot x \quad (5.3)$$

$$F_c = F_{c1} + F_{c2} = f_{cd} \cdot \left(1 - \frac{1}{n+1} \cdot \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}}\right) \cdot b \cdot x \quad (5.4)$$

Que pode ser escrita da seguinte forma:

$$F_c = f_{cd} \lambda_1 b x \quad (5.5)$$

Com:

$$\lambda_1 = 1 - \frac{1}{n+1} \cdot \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}} \quad (5.6)$$

A força de tracção actuante na armadura F_s é dada pela expressão:

$$F_s = \sigma_s A_s \quad (5.7)$$

Assim para as hipóteses de cálculo indicadas na secção 3.2.7 do EN1992 1-1 [1] a expressão (5.7) toma a seguinte configuração:

$$F_s = f_{yd} A_s \text{ para } \varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd} \quad (5.8)$$

$$F_s = \sigma_s A_s \text{ para } \varepsilon_s < \varepsilon_{yd} \quad (5.9)$$

Com: $\sigma_s = \varepsilon_s \cdot E$

5.2.2 Linha de acção da força de compressão

A distância entre a linha neutra e a linha de acção da força de compressão pode ser determinada através da expressão:

$$x - c = \frac{\int_A \sigma_c y dA}{\int_A \sigma_c dA} \quad (5.10)$$

Com c a distância da linha de acção à fibra mais comprimida.

Para as expressões (3.22) e (3.23) para a determinação do diagrama parábola-rectângulo fica-se com:

$$c = \left(1 - \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} \left(\frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}} \right)^2}{1 - \frac{1}{n+1} \left(\frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}} \right)} \right) x \quad (5.11)$$

Que pode ser escrita da seguinte forma:

$$c = \lambda_2 x \quad (5.12)$$

5.2.3 Grandezas adimensionais

Em flexão simples plana a resultante das forças de compressão no betão é igual à resultante de tracção na armadura, o momento resultante pode ser determinado como o binário entre a resultante da compressão e a de tracção, obtendo-se assim as seguintes equações de equilíbrio:

$$F_c = F_s \quad (5.13)$$

$$M = (d - c)F_c = (d - c)F_s \quad (5.14)$$

Substituindo por (5.5), (5.8) e (5.12) fica-se com:

$$M = (d - \lambda_2 x) f_{yd} A_s \quad (5.15)$$

Dividindo ambos os membros da expressão (5.15) por $bd^2 f_{cd}$ e reorganizando a expressão fica-se com:

$$\frac{M}{bd^2 f_{cd}} = \left(1 - \lambda_2 \frac{x}{d}\right) \frac{A_s f_{yd}}{bd f_{cd}} \quad (5.16)$$

A expressão encontra-se na forma adimensional, que pode ser parametrizada:

$$\mu = (1 - \lambda_2 \alpha) \omega \quad (5.17)$$

Em que:

μ é o por momento flector reduzido[9]

$$\mu = \frac{M}{bd^2 f_{cd}} \quad (5.18)$$

ω é a percentagem mecânica de armadura

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{bd f_{cd}} \quad (5.19)$$

α é a relação entre a profundidade da linha neutra e altura útil da secção

$$\alpha = \frac{x}{d} \quad (5.20)$$

A partir da igualdade verificada em (5.13) e substituindo em (5.19) é possível reescrever a expressões da percentagem mecânica de armadura ω e do momento flector reduzido μ em função de α , λ_1 e λ_2 :

$$\omega = \frac{f_{cd} \lambda_1 b x}{bd f_{cd}} = \lambda_1 \alpha \quad (5.21)$$

$$\mu = (1 - \lambda_2 \alpha) \lambda_1 \alpha \quad (5.22)$$

5.2.4 Limitação da profundidade da linha neutra

Para se garantir um nível mínimo de ductilidade disponível a profundidade da linha neutra x deverá ser limitada, sendo o valor dessa limitação dependente do tipo de análise estrutural,

prevista na Secção 5 EN1992 1-1[1], empregue na determinação das forças internas nos elementos da estrutura.

Quando são usados modelos de comportamento elástico linear Secção 5.4 EN1992 1-1 [1] embora não sejam indicados valores limites para a profundidade da linha neutra, mantêm-se a necessidade de garantir ductilidade disponível em situação de rotura. Para isso admite-se que a fibra mais comprimida de betão encontra-se em extensão última ε_{cu2} e que a armadura de tracção atinge a tensão de cedência, conseqüentemente a extensão de cedência ε_{yd} .

O valor limite para a profundidade da linha neutra é dado por:

$$\frac{x_u}{d} \leq \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{cu2} + \varepsilon_{yd}} \quad (5.23)$$

Em que x_u é a profundidade da linha neutra limite.

5.2.4.1 Análise elástica linear seguida de redistribuição limitada

A redistribuição de esforços pode conduzir a uma solução que permite uma melhor distribuição de armaduras e a um aumento de ductilidade do elemento.

A redistribuição de esforços consiste em somar à distribuição de esforços elásticos um campo de esforços auto-equilibrado, obtendo-se uma solução que é ainda, equilibrada. Como exemplificado na

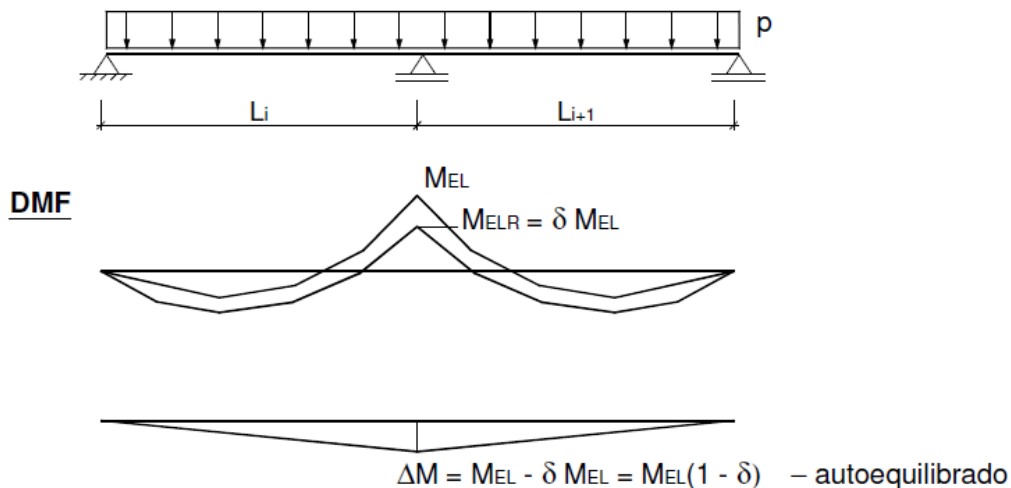


Figura 5.5 Redistribuição de esforços.

No caso de se utilizar análise elástica seguida de redistribuição de esforços, EN1992 1-1 [1] secção 5.5, de modo a simular uma análise plástica é igualmente necessária a limitação da profundidade da linha neutra. Sendo esses limites dados por:

$$\delta \geq k_1 + k_2 \frac{x_u}{d} \quad (5.24)$$

Para betões de classe de resistência menor ou igual a 50 Mpa.

Com:

$$k_1 = 0,44$$

$$k_2 = 1,25 \left(0,6 + \frac{0,0014}{\varepsilon_{cu2}} \right)$$

$$\delta \geq k_3 + k_4 \frac{x_u}{d} \quad (5.25)$$

Para betões de classe de resistência superior a 50 Mpa.

Com:

$$k_3 = 0,54$$

$$k_4 = 1,25 \left(0,6 + \frac{0,0014}{\varepsilon_{cu2}} \right)$$

δ é a relação entre o momento após a redistribuição e o momento flector elástico.

Uma vez que para betões de classe de resistência de 50 Mpa ou inferior, o valor de $\varepsilon_{cu2} = 0,0035$ a equação (5.24) resume-se a:

$$\delta \geq 0,44 + 1,25 \frac{x_u}{d} \quad (5.26)$$

Assim a altura da linha neutra fica limitada aos seguintes valores

$$\frac{x_u}{d} \leq \delta \cdot 0,8 - 0,325 \quad (5.27)$$

Para betões de classe de resistência inferior a 50 Mpa.

$$\frac{x_u}{d} \leq \frac{\delta - k_3}{k_4} \quad (5.28)$$

Para betões de classe de resistência superior a 50 Mpa.

5.2.4.2 Análise plástica

No uso da análise plástica, secção 5.6 EN1992 1-1 [3], os valores limites de da linha neutra são dados por:

$$\frac{x_u}{d} \leq 0,25 \quad (5.29)$$

Para betões da classe de resistência inferiores a 50 Mpa, inclusive.

$$\frac{x_u}{d} \leq 0,15 \quad (5.30)$$

Para betões da classe de resistência superiores a 50 Mpa.

5.2.5 Secções duplamente armadas

As secções cuja profundidade da linha neutra atinja valores limites iguais ou superiores aos limites indicados acima representam situações desfavoráveis. A solução para contornar essa situação passa por aumentar a altura da secção, ou colocar armadura de compressão.

Assim fazendo uso das expressões (5.20), (5.21) e (5.22), para um determinado limite de profundidade da linha neutra, dependente do tipo de análise efectuada, fica-se com as seguintes expressões para os valores limite do momento reduzido e percentagem mecânica de armadura:

$$\alpha_{lim} = \frac{x_u}{d} \quad (5.31)$$

$$\omega_{lim} = \lambda_1 \alpha_{lim} \quad (5.32)$$

$$\mu_{lim} = (1 - \lambda_2 \alpha_{lim}) \lambda_1 \alpha_{lim} \quad (5.33)$$

Para um momento flector actuante M_{sd} tem-se:

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{bd^2 f_{cd}} \quad (5.34)$$

Se $\mu_{sd} \leq \mu_{lim}$, a secção será simplesmente armada¹.

Substituindo (5.21) em (5.22) a área de armadura A_{sd} é determinada da seguinte forma:

$$\mu_{sd} = \mu_{rd} \quad (5.35)$$

$$\mu_{rd} = \omega_{rd} \left(1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \omega_{rd} \right) \quad (5.36)$$

$$\omega_{rd} = \frac{\lambda_1}{2\lambda_2} \left(1 - \sqrt{1 - 4 \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \mu_{rd}} \right) \quad (5.37)$$

$$A_{s,rd} = \frac{\omega_{rd} \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}}{f_{yd}} \quad (5.38)$$

Se $\mu_{sd} \geq \mu_{lim}$, a secção será duplamente armada

¹ Para vigas consideradas simplesmente armadas que não necessitarem do cálculo de armadura de compressão possuem sempre armadura de compressão, por razões construtivas.

A determinação da armadura de compressão faz-se tendo como hipótese que o momento resistente é composto pela soma duas parcelas, uma das parcelas corresponde a um binário entre a força de compressão resultante das tensões no betão e a força de tracção na armadura em que a profundidade da linha neutra x atinge o valor limite admissível para esse parâmetro. A segunda parcela corresponde ao momento provocado pela força de compressão na armadura de compressão equilibrada por uma força de tracção na armadura de tracção.

A Figura 5.6 mostra a configuração da secção

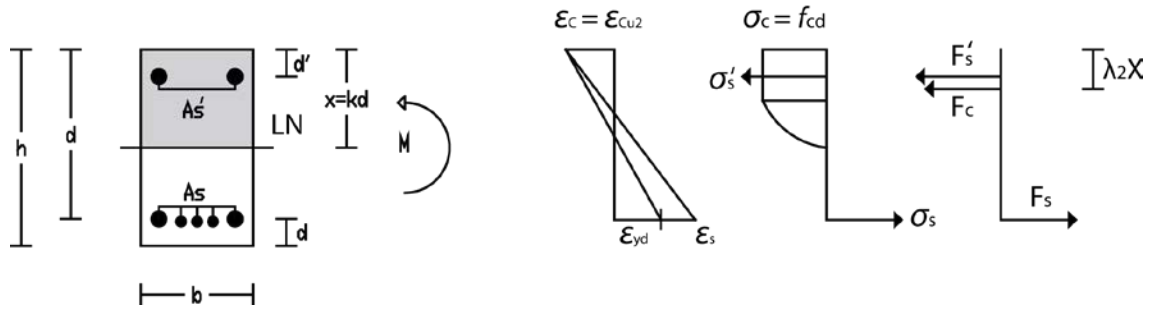


Figura 5.6 Secção rectangular sujeita a momento flector duplamente armada

Fazendo uso das expressões (5.5) e (5.7) tem-se que:

$$F_c = f_{cd} \lambda_1 b x_{lim} \quad (5.39)$$

$$F'_s = A'_s \sigma'_s \quad (5.40)$$

Como condições de equilíbrio temos:

$$F_{s(TOT)} = F_c + F'_s \quad (5.41)$$

$$M_{rd} = f_{cd} \lambda_1 b x_{lim} (d - \lambda_2 x_{lim}) + A'_s f_{yd} (d - d') \quad (5.42)$$

Que na forma adimensional fica:

$$\frac{M_{rd}}{bd^2 f_{cd}} = \lambda_1 b \alpha_{lim} (1 - \lambda_2 \alpha_{lim}) + \frac{A'_s \sigma'_s}{bd f_{cd}} \left(1 - \frac{d'}{d}\right) \quad (5.43)$$

Das expressões (5.18), (5.19) e (5.33) fica-se com:

$$\mu_{rd} = \mu_{lim} + \omega' \cdot \left(1 - \frac{d'}{d}\right) \quad (5.44)$$

Em que a percentagem mecânica de armadura de compressão é dada pela expressão:

$$\omega' = \frac{A'_s \sigma'_s}{bd f_{cd}} \quad (5.45)$$

O valor da tensão de compressão na armadura é calculado com base no diagrama de extensões admitindo a compatibilidade entre o betão e a armadura, pelo que a extensão é dada pela seguinte expressão:

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_{cu2} \frac{x_{lim} - d'}{x_{lim}} \quad (5.46)$$

O valor de cálculo da tensão dado por:

$$\sigma'_{sd} = E_s \varepsilon_{cu2} \left(1 - \frac{d'}{d} \cdot \alpha^{-1} \right) \leq f_{yd} \quad (5.47)$$

O cálculo para a percentagem de armadura de compressão é dado por:

$$\omega' = \frac{\mu_{rd} - \mu_{lim}}{1 - \frac{d'}{d}} \quad (5.48)$$

A armadura de compressão é dada pela por:

$$A'_s = \frac{\omega'_s \sigma'_{sd}}{b d f_{cd}} \quad (5.49)$$

A percentagem mecânica de armadura de tracção é calculada pela expressão:

$$\omega_{rd} = \omega_{lim} + \omega' \quad (5.50)$$

A armadura de tracção é dada pela expressão (5.38).

5.2.6 Secções em T

No dimensionamento à flexão de uma secção em T podem verificar-se duas situações consoante o estado de tensões a que está submetida.

No caso em que o banzo se encontra traccionado, devido a um momento positivo (por exemplo secções de apoio contínuo), a análise é feita desprezando a contribuição da resistência do banzo, assim o dimensionamento é análogo ao de uma secção rectangular, em que a largura da alma b_w é usada como a largura da secção.

No caso em que o banzo se encontra comprimido o dimensionamento passa por determinar a profundidade da linha neutra distinguindo-se duas hipóteses numa a linha neutra não ultrapassa a espessura do banzo h_f , noutra a profundidade da linha neutra ultrapassa a espessura do banzo encontrando-se na alma.

Na primeira situação a secção é dimensionada como sendo uma secção rectangular de com largura igual à do banzo b_f .

Na hipótese em que profundidade da linha neutra atinge alma, será necessário proceder a cálculo adicionais que consideram a contribuição resistente da alma.

Assim o dimensionamento à flexão de uma secção em T, é feito da seguinte forma.

Fazendo uso das equações (5.18), (5.21) e (5.22) temos que para um momento actuante M_{sd}

O momento reduzido é dado por:

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{bd^2f_{cd}} \quad (5.51)$$

A percentagem mecânica de armadura é dada por:

$$\omega_{sd} = \frac{\lambda_1}{2\lambda_2} \left(1 - \sqrt{1 - 4 \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \mu_{sd}} \right) \quad (5.52)$$

A relação profundidade da linha neutra altura útil da secção α é dada pela equação:

$$\alpha_{sd} = \frac{\omega}{\lambda_1} \quad (5.53)$$

Assim se $\alpha_{sd} \leq \frac{h_f}{d}$ a profundidade da linha neutra encontra-se dentro da espessura do banzo, a armadura de tracção é calculada da pela expressão:

$$A_{s,rd} = \frac{\omega_{rd} \cdot b_f \cdot d \cdot f_{cd}}{f_{yd}} \quad (5.54)$$

Se $\alpha_{sd} \geq \frac{h_f}{d}$ a posição da linha neutra encontra-se na alma.

Nesta situação o dimensionamento é feito considerando que a resultante da compressão no betão, resulta da combinação das forças de compressão na alma f_{c1} e no banzo f_{c2} .

A área de armadura de tracção pode ser calculada como a soma das áreas necessárias para equilibrar a contribuição da compressão no banzo A_{s2} e a área necessária para equilibrar a contribuição da compressão na alma A_{s1} .

A área de tracção A_{s2} é dada pela expressão:

$$A_{s2} = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f \cdot f_{cd}}{f_{yd}} \quad (5.55)$$

O momento resistente correspondente é dado pela expressão:

$$M_{rd2} = A_{s2}f_{yd} \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \quad (5.56)$$

O momento resultante da compressão na alma pode ser calculado pela expressão:

$$M_{rd1} = M_{sd} - M_{rd2} \quad (5.57)$$

Assim o momento reduzido é dado por:

$$\mu_{rd1} = \frac{M_{rd1}}{b_w d^2 f_{cd}} \quad (5.58)$$

Nesta situação existe a possibilidade de armar duplamente a secção, a verificação da necessidade de armadura de compressão é feita através dos passos indicados no ponto 5.2.5, assim para um dado μ_{lim} .

Se $\mu_{rd1} \leq \mu_{lim}$ a secção será simplesmente armada

A percentagem mecânica de armadura é dada pela expressão:

$$\omega_{rd1} = \frac{\lambda_1}{2\lambda_2} \left(1 - \sqrt{1 - 4 \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \mu_{rd1}} \right) \quad (5.59)$$

A área da armadura de tracção é calculada pela expressão

$$A_{s1} = \frac{\omega_{rd1} \cdot b_w \cdot d \cdot f_{cd}}{f_{yd}} \quad (5.60)$$

Se $\mu_{rd1} \geq \mu_{lim}$ a secção é duplamente armada.

A percentagem mecânica de armadura de compressão é dada pela expressão (5.61)

$$\omega' = \frac{\mu_{rd1} - \mu_{lim}}{1 - \frac{d'}{d}} \quad (5.61)$$

Da expressão (5.49) tem-se que a área de armadura de compressão é dada pela expressão:

$$A'_s = \frac{\omega'_s \sigma'_{sd}}{b_w d f_{cd}} \quad (5.62)$$

A percentagem mecânica de armadura de tracção ω_{rd1} é dada por:

$$\omega_{rd1} = \omega_{lim} + \omega' \quad (5.63)$$

Pelo que a área de armadura de tracção pode ser calculada pela expressão (5.60).

A armadura total é dada pela expressão seguinte:

$$A_{sTot} = A_{s1} + A_{s2} \quad (5.64)$$

5.3 Dimensionamento ao esforço transversal

Quando uma peça de betão armado se encontra sujeita à acção do momento flector e esforço transversal instalam-se tensões de compressão e tracção como se encontra esquematizado na Figura 5.7

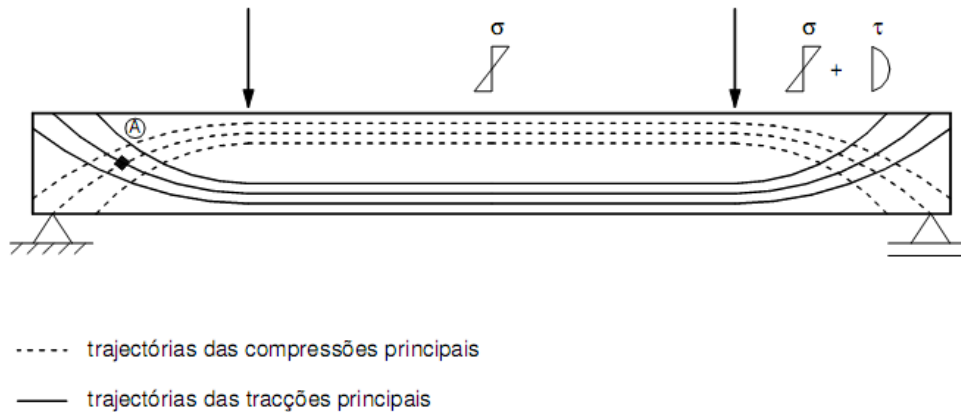


Figura 5.7 Trajectórias de tensões em fase elástica

Uma vez que o betão possui baixa resistência à tracção, este tende a fendilhar perpendicularmente às tensões de tracção.

A inclusão da armadura transversal faz com que as cargas aplicadas transmitidas à parte inferior da peça, devido às tensões de compressão no betão, sejam novamente transmitidas para a parte superior devido à armadura, repetindo-se esse mecanismo até que as cargas sejam conduzidas aos apoios.

Esse mecanismo é semelhante a uma treliça pelo que é usado um modelo de cálculo de escoras e tirantes em que a resultante das tensões de compressão no betão correspondem às escoras os estribos por se encontrarem traccionados comportam-se como tirantes.

Na secção 6.2 do Eurocódigo EN1992 1-1 [1], estão indicados os princípios gerais para a segurança ao estado limite último de esforço transversal para peças que necessitam de armadura de esforço transversal.

A condição para a verificação da segurança é dada pela expressão seguinte:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd} \quad (5.65)$$

Em que:

V_{Ed} é o valor de cálculo do esforço transversal na secção considerada resultante das acções exteriores.

V_{Rd} é o valor de cálculo do esforço transversal resistente na secção.

O modelo treliça utilizado para o cálculo da armadura de esforço transverso indicado pelo Eurocódigo EN1992 1-1 é do da Figura 5.8

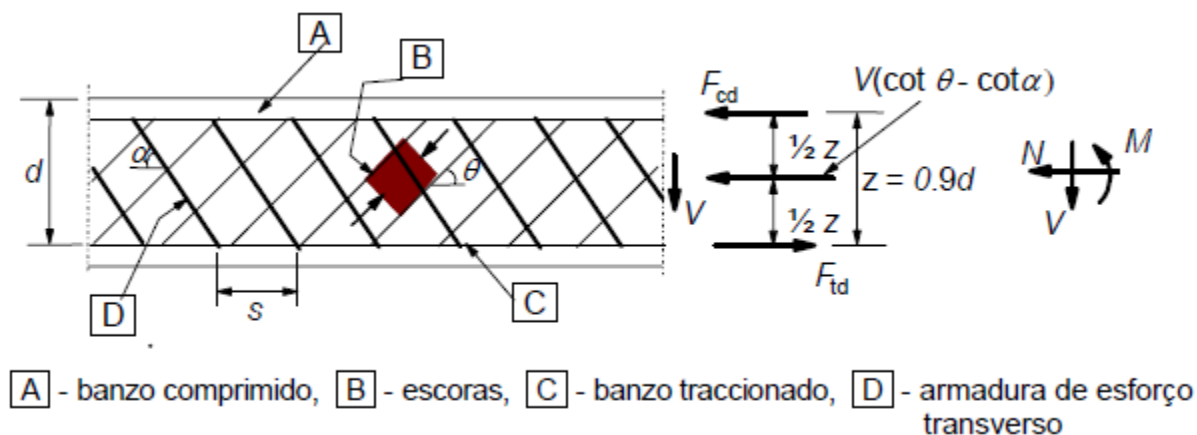


Figura 5.8 Modelo treliça do EN1992 1-1

Em que:

α é o ângulo formado pela armadura de esforço transverso com o eixo da viga (medido positivo como representado na Figura 5.8)

θ é o ângulo formado pela escora comprimida de betão com o eixo da viga

F_{td} valor de cálculo da força de tracção na armadura longitudinal

F_{cd} é o valor de cálculo da força de compressão no betão na direcção do eixo longitudinal do elemento

b_w é a menor largura da secção entre banzos traccionado e comprimido

z é o braço do binário das forças interiores, para um elemento de altura constante, correspondente ao momento flector no elemento considerado. Na verificação em relação ao esforço transversal numa secção de betão armado sem esforço normal, pode geralmente utilizar-se o valor aproximado $z = 0,9d$.

O ângulo θ deve ser limitado para valores recomendados de

$$1 \leq \cot \theta \leq 2,5 \Rightarrow 45^\circ \geq \theta \geq 21,8^\circ \quad (5.66)$$

O esforço transversal resistente V_{Rd} é calculado como sendo o menor valor entre $V_{Rd,s}$ e $V_{Rd,max}$.

$V_{Rd,s}$ é o esforço transversal resistente equilibrado pela armadura de esforço transversal na tensão de cedência (resiste à tracção nos estribos).

$V_{Rd,max}$ é o valor de cálculo do esforço transversal resistente máximo do elemento, limitado pelo esmagamento das escoras comprimidas (resiste à compressão no betão).

Para o caso geral do modelo de cálculo adoptado, em que são usados estribos inclinados ($45^\circ < \alpha < 90^\circ$), os cálculos de $V_{Rd,s}$ e de $V_{Rd,max}$ são dados pelas seguintes expressões:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha \quad (5.67)$$

$$V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} b_w Z v_1 f_{cd} (\cot \theta + \cot \alpha)}{1 + \cot^2 \theta} \quad (5.68)$$

Em que:

A_{sw} é a área da secção transversal das armaduras de esforço transversal

s é o espaçamento dos estribos

f_{ywd} é o valor de cálculo da tensão de cedência das armaduras de esforço transversal

v_1 é um coeficiente de redução da resistência do betão fendilhado por esforço transversal é dado pela seguinte expressão:

$$v_1 = 0,6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] \quad (5.69)$$

α_{cw} é um coeficiente que tem em conta o estado de tensão no banzo comprimido que para secções sem pré-esforço toma o valor $\alpha_{cw} = 1$

Assim para a situação em que são usados estribos verticais ($\alpha = 90^\circ$) as expressões (5.67) e (5.68) podem-se reescrever da seguinte forma:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot \theta \quad (5.70)$$

$$V_{Rd,max} = \frac{b_w Z f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta} \cdot 0,6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] \quad (5.71)$$

5.3.1 Armadura transversal

Para que uma determinada secção seja considerada segura ao estado limite último de esforço transversal é necessário que o dimensionamento cumpra a condição dada pela expressão (5.65)

Assim a armadura de esforço transversal é calculada por:

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{V_{Ed}}{z f_{ywd} (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha} \quad (5.72)$$

No caso de estribos verticais

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{V_{Ed}}{z f_{ywd} \cot \theta} \quad (5.73)$$

Um vez que o modelo de cálculo adoptado (Figura 5.8) discretiza as cargas que actuam na peça o Eurocódigo EN1992 1-1 [1] indica que no caso de zonas em que não há descontinuidade de V_{Ed} (por exemplo, no caso de acções uniformemente distribuídas), a armadura de esforço transverso num comprimento elementar $l = z(\cot \theta + \cot \alpha)$ pode ser calculada utilizando o menor valor de V_{Ed} nesse comprimento.

5.3.2 Efeito na armadura longitudinal

A acção do esforço transverso influencia as forças internas resultantes do momento flector actuante. Pelo que o EN1992 1-1 [1] estabelece que a força de tracção adicional ΔF_{td} , devida ao esforço transverso V_{Ed} pode ser calculada pela expressão:

$$\Delta F_{td} = 0,5 V_{Ed} (\cot \theta_1 - \cot \alpha) \quad (5.74)$$

Consequentemente a força de tracção na armadura longitudinal aumentada acrescida da força de tracção adicional é dada por:

$$F_s = \frac{M_{Ed}}{z} + \Delta F_{td} < \frac{M_{Ed,max}}{z} \quad (5.75)$$

Em que $M_{Ed,max}$ é o momento máximo ao longo da viga.

A utilização de uma inclinação de escoras comprimidas no apoio θ_1 , diferente da inclinação θ utilizada no modelo de cálculo, deve-se ao facto de as cargas se transmitirem directamente para o apoio, variando a inclinação das escoras.

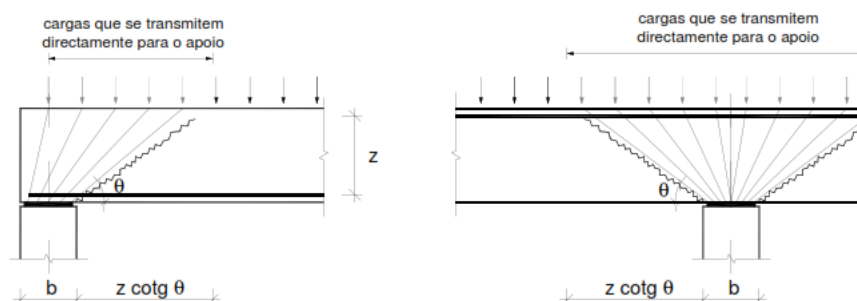


Figura 5.9 Transmissão das cargas nos apoios

Por simplificação adopta-se os seguintes valores de θ_1 :

$\cot \theta_1 = 0,5 \cot \theta$ para apoios de extremidade.

$\cot \theta_1 = \cot 90^\circ = 0$ para apoios contínuos.

6 Programa de cálculo

No âmbito da dissertação foi desenvolvido um programa de cálculo automático o E2VIGA para a verificação aos estados limites, de vigas em betão armado, submetidas a cargas contínuas, segundo o Eurocódigo EN 1992 1-1 [1].

O referido programa foi desenvolvido recorrendo à linguagem de programação *Visual Basic* (VB.Net versão 9.0), criada pela *Microsoft*, distribuído na sua versão gratuita através do *software Visual Basic 2008 Express Edition* (VBE).

Esta linguagem associada à plataforma *.NET*², possibilita a criação aplicações de interface gráfica em ambiente *Windows*, com relativa rapidez (janelas, botões, caixas de diálogo, menus, etc.). É uma linguagem que tem por base paradigma orientação a objectos, que consiste na criação de classes que possuem atributos, armazenados em variáveis e comportamentos realizados por métodos ou procedimentos. A orientação a objectos permite ao programador modelar os problemas de forma intuitiva, ao considerar o programa como um conjunto de entidades, que interagem entre si [10].

As funcionalidades do E2VIGA podem ser divididas em três partes, cálculo, análise gráfica, resultados.

Para o cálculo foram implementados os procedimentos para a análise estrutural, calculando os esforços resultantes do carregamento, com base no método dos deslocamentos, sendo assim possível obter estes valores sem ser necessário recorrer a outro software. Concluída a análise estrutural o programa efectua a verificação aos estados limites através das rotinas de cálculo que foram implementadas, com base nos parâmetros definidos nos capítulos anteriores. São assim calculadas as armaduras longitudinais e transversais que definem a segurança da estrutura, bem como verificação aos estados limites de deformação e de fendilhação.

A análise gráfica corresponde aos procedimentos implementados que possibilitam a visualização da estrutura, cargas actuantes, esforços obtidos a partir da análise estrutural, armaduras adoptadas calculadas a partir dos procedimentos referidos acima.

Os resultados são obtidos na forma de um relatório que resume todos os parâmetros utilizados no dimensionamento: coeficientes parciais, elementos estruturais, carregamentos, combinação de acção, resultados da alternância de sobrecarga, verificação aos estados limites. Também é possível obter os resultados gráficos da pormenorização das armaduras adoptadas em forma de ficheiros de imagem.

² Microsoft *.NET* (usualmente conhecido por *.NET Framework* - em inglês: *dotNet*) é uma iniciativa da empresa *Microsoft*, que visa uma plataforma única para desenvolvimento e execução de sistemas e aplicações. Todo e qualquer código gerado para *.NET*, pode ser executado em qualquer dispositivo que possua um *Framework* de tal plataforma.

6.1 Descrição do programa

6.1.1 Janela principal

Ao iniciar o programa é visualizada a janela principal do E2VIGA, onde se encontram todas as ferramentas para a utilização do programa.

A janela principal encontra-se dividida por áreas de acordo com as ferramentas a utilizar, como indicado na Figura 6.1.

Por defeito é inicializada a janela Estrutura, onde será visualizado o modelo de cálculo do projecto.

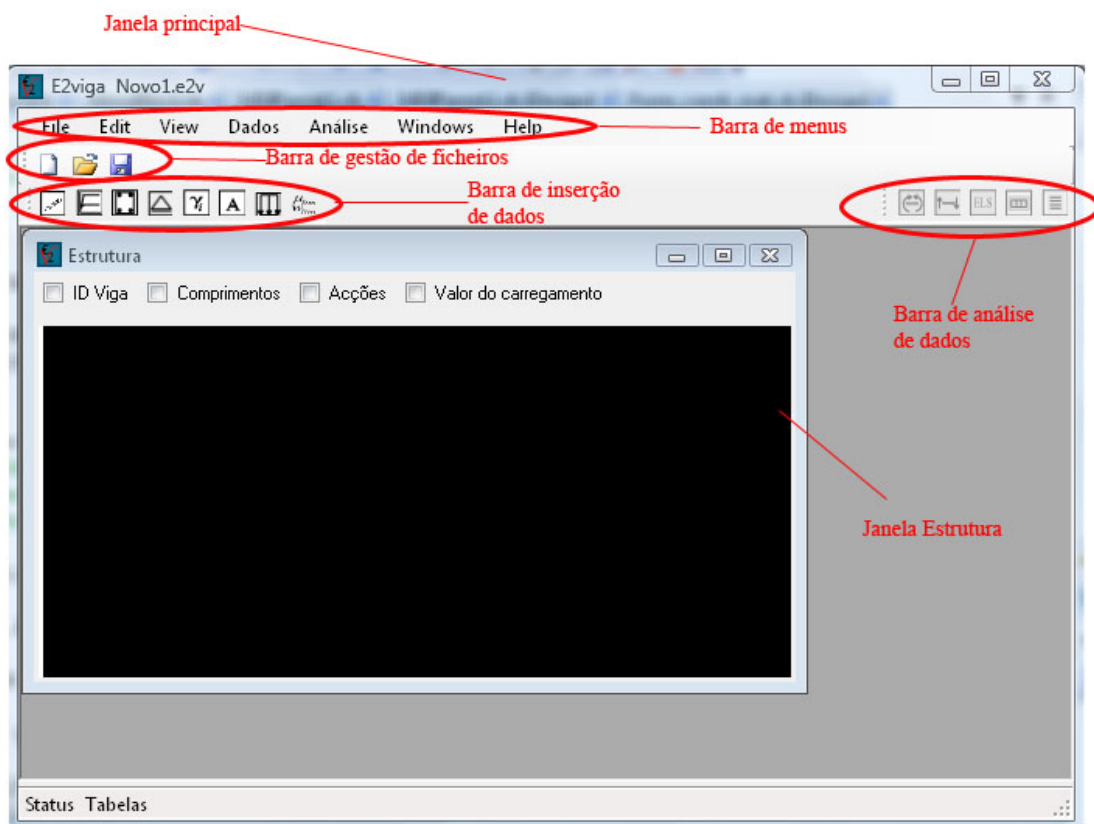


Figura 6.1 Janela principal do programa

Na barra de menus encontram-se todas as funcionalidades para a utilização do programa, manipulação de ficheiros, visualização de janelas, análise de dados, etc.

A barra de gestão de ficheiros possui as funcionalidades para a manipulação de ficheiros.



Novo iniciar novo projecto;



Abrir, abre um projecto existente;



Salvar, guarda o projecto actual.

A barra de inserção de dados e o menu *Dados* possibilitam a inserção das características do projecto para posterior análise.

A funcionalidade de cada um dos elementos será definida a seguir.

A barra de análise de resultados e o menu *Análise* possuem as ferramentas para a análise da estrutura, momentos actuantes, esforço transversal, verificação aos estados limites, etc. Por defeito esta barra encontra-se inactiva enquanto os parâmetros do projecto, necessários à análise não são definidos.

6.1.2 Tabelas de resumo

Na janela principal é possível visualizar em forma de tabelas os dados relativos ao projecto, materiais, secções, geometria da estrutura, carregamentos actuantes, carregamento de dimensionamento, momentos condicionantes, esforço transversal condicionante.

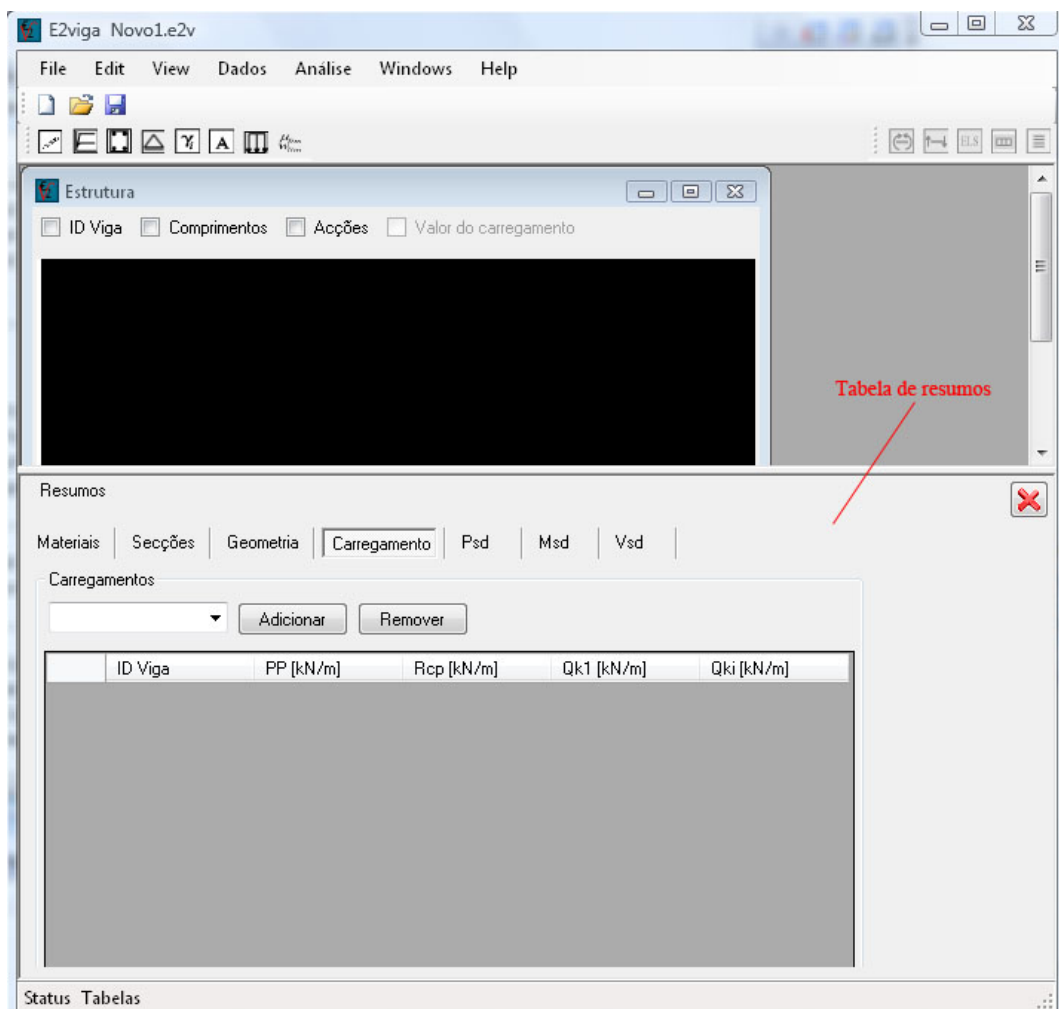


Figura 6.2 Tabela de resumos

A visualização das tabelas de resumo faz-se através do menu *View -> Resumos* ou clicando com o botão direito do rato em cima da janela principal.

As dimensões das tabelas de resumo podem ser alteradas para uma melhor visualização do seu conteúdo movendo o limite superior da área onde se encontram.

6.1.3 Janela Estrutura

Na janela Estrutura Figura 6.3 é visualizado o modelo de cálculo adoptado, bem como a distribuição e valor dos carregamentos, os comprimentos de vão, identificação das vigas.

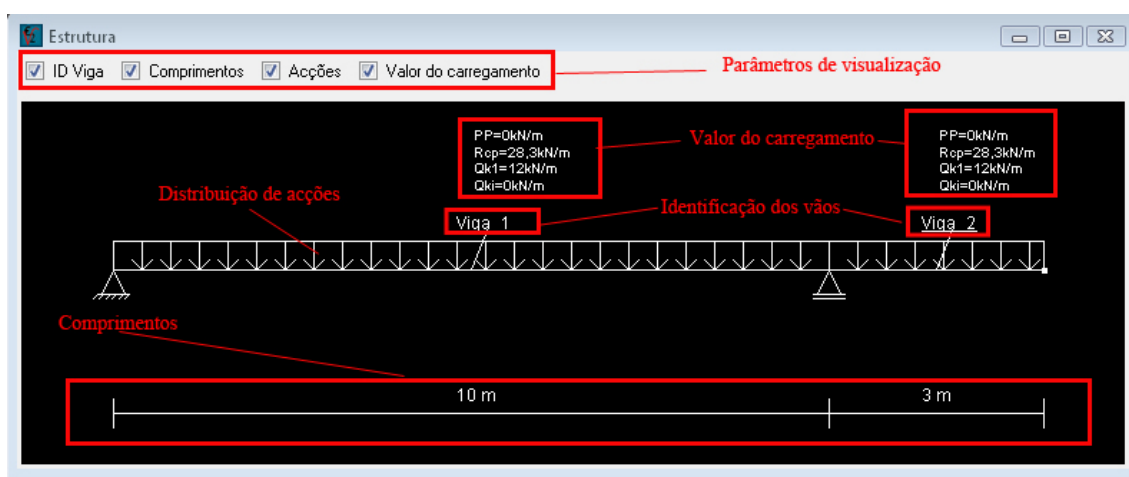




Figura 6.3 Janela estrutura

Por defeito esta é a janela inicial do programa, a visualização da janela estrutura faz-se através do menu *View-> Modelo de cálculo* ou através do botão modelo de cálculo  da barra da inserção de dados.

Os parâmetros de visualização permitem ao utilizador activar ou desactivar a visualização dos parâmetros correspondentes.

6.1.4 Definição dos materiais de projecto

A definição dos materiais de projecto consiste em criar uma lista de possíveis pares de materiais (betão e aço), a serem utilizados no projecto, de forma a analisar as várias possibilidades ou alternativas.

A inclusão dos materiais de projecto faz-se através do menu *Dados-> Materiais* ou através do botão materiais  da barra de inserção de dados. É visualizado o formulário Propriedades do material Figura 6.4 onde o utilizador pode seleccionar a classe do betão e aço a utilizar, no betão armado.

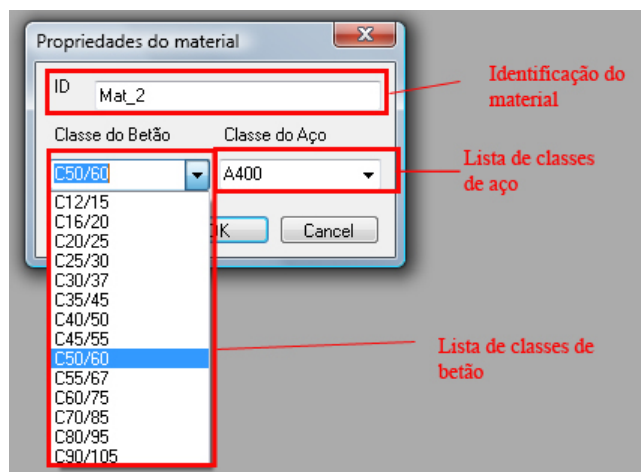


Figura 6.4 Formulário Propriedades do material

Após a definição dos parâmetros o utilizador deverá fazer *OK*, os parâmetros necessários são armazenados numa lista que poderá ser visualizada, através das tabelas de Resumos opção Materiais Figura 6.5, onde são visualizadas as características da classe de betão e de aço para cada material. A tabela possibilita a adição de novos materiais ou remoção de materiais existentes.

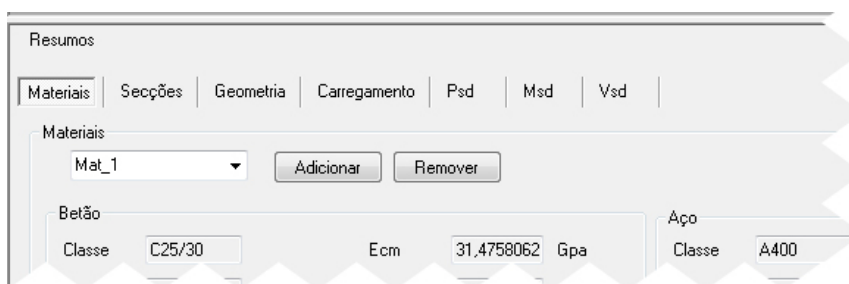



Figura 6.5 Tabela resumo de materiais

6.1.5 Definição das secções

A definição das secções consiste em criar uma lista de possíveis propriedades de secção a ser utilizados no projecto. A definição de secções faz-se através do formulário Propriedades de secção Figura 6.6, para se aceder ao formulário utiliza-se o menu *Dados->Secções* ou o botão

Secções  da barra de inserção de dados.

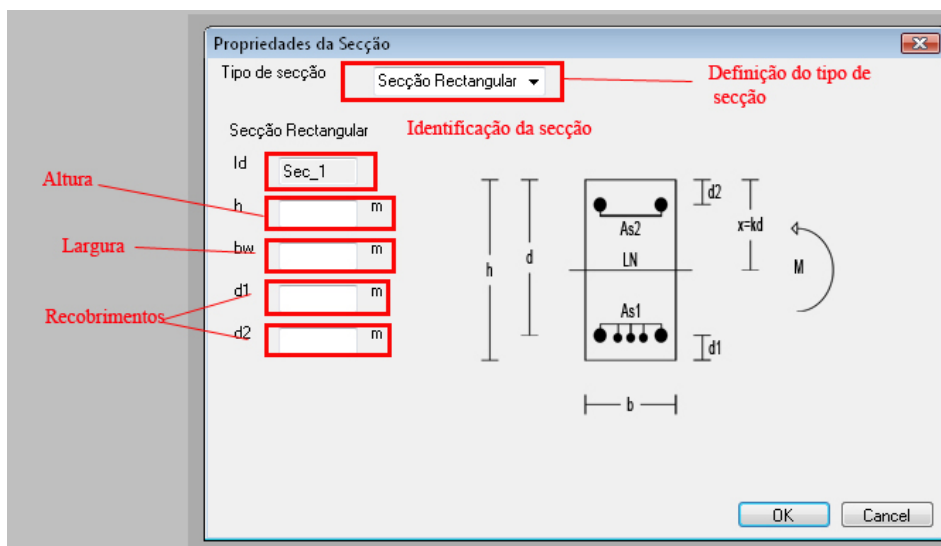


Figura 6.6 Formulário propriedades da secção (secção rectangular)

O utilizador pode definir o tipo de secção desejada, Rectangular ou T, inserir os parâmetros necessários, para auxílio dos significados dos parâmetros, o formulário possui uma esquematização exemplificativa para cada tipo de secção.

Definidos os parâmetros correspondentes o utilizador deverá fazer *OK* os parâmetros são armazenados numa lista de secções. Os parâmetros podem ser visualizados na tabela de Resumos opção Secções

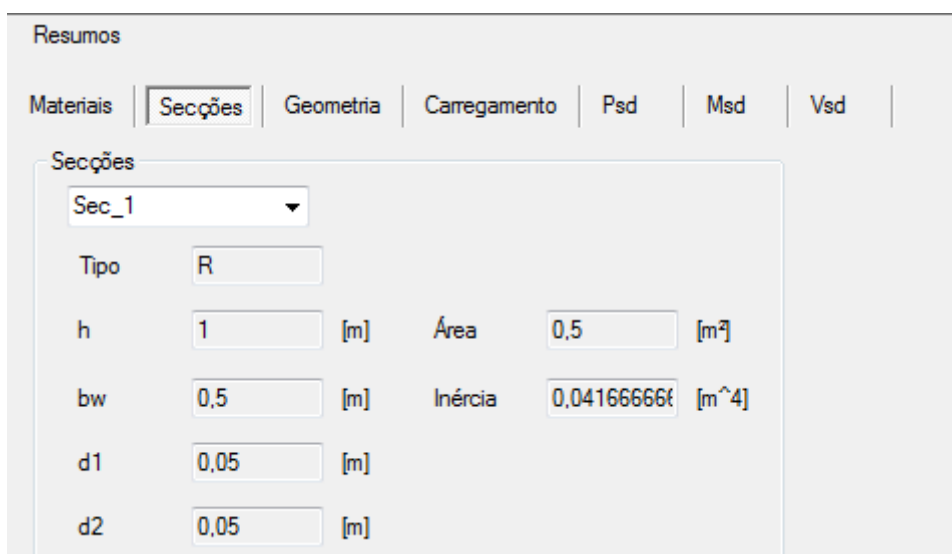


Figura 6.7 Tabela resumo de secções

6.1.6 Definição da estrutura

A definição da estrutura consiste em definir o modelo estrutural a analisar. São definidos o número de vãos, o comprimento destes, o tipo de apoios, e tipo de secção para cada vão.


Para se aceder a esta função utiliza-se o menu *Dados->Estrutura* ou o botão Estrutura  da barra de inserção de dados. É aberta uma janela designada de Geometria, Figura 6.8.

Figura 6.8 Formulário Geometria

O processo para definição dos parâmetros encontra-se organizado por uma sequência de 4 passos, o primeiro passo está activo ao contrário dos seguintes, cada uma dos passos seguintes só é activado quando os parâmetros do passo anterior são correctamente definidos.

Os referidos passos são apresentados de seguida.

1. **Número de vãos**, é definido o número de vãos da estrutura, após a definição deste parâmetro o utilizador deve fazer seguinte para activar o passo seguinte.
2. **Comprimento de vãos**, o utilizador define os comprimentos de vãos da viga, é possível optar por um comprimento igual para todos os vãos (constante) ou variável. Tratando-se de uma viga com vãos de comprimentos constantes, o valor do comprimento é definido na caixa de texto comprimento ver Figura 6.9, caso contrário os comprimentos são definidos para cada vão na lista de comprimento de vãos. Após a definição desse parâmetro o utilizador deve fazer seguinte activar o passo seguinte.

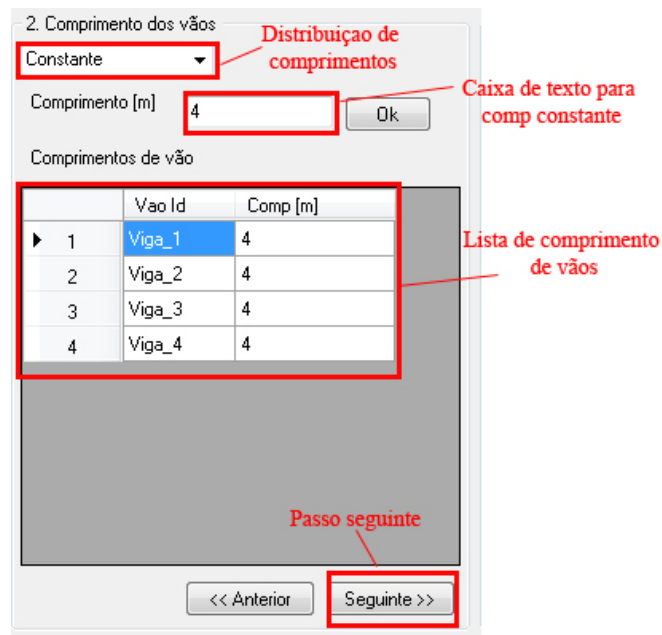


Figura 6.9 Definição dos comprimentos de vão

3. **Tipo de apoio**,³ são definidos os tipos de apoio de cada extremidade dos vãos da viga, podendo-se optar por apoios iguais (constantes) para todos os vãos ou variáveis.

No caso de se adoptar apoios iguais em todos os nós o utilizador deve seleccionar o tipo de apoio na caixa de definição da distribuição de apoios, no caso de tipos de apoio variável os apoios devem ser definidos para cada um dos apoios da lista de apoios.

³ Neste passo é necessário ter atenção a possíveis casos de hipoestatia, que dão origem a mecanismos, caso aconteça o programa não poderá proceder à análise de esforços dando origem a erro.

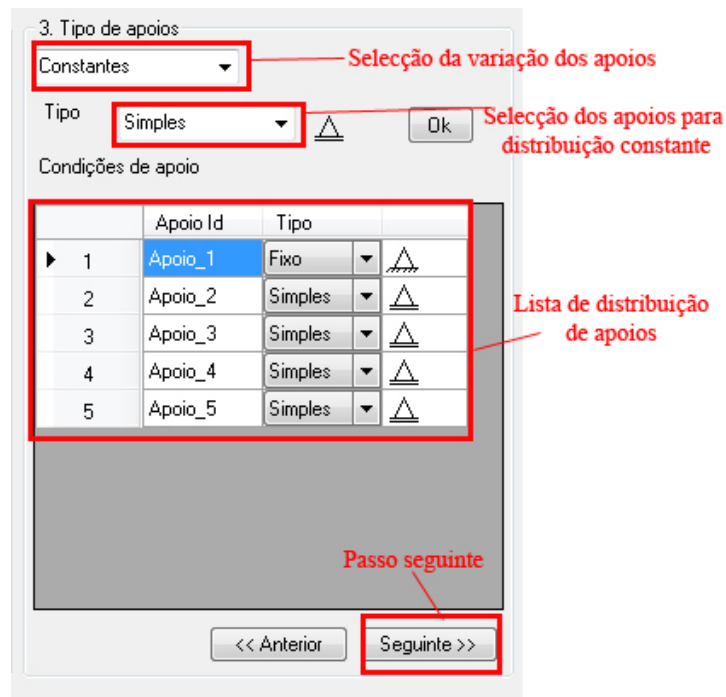






Figura 6.10 Definição dos tipos de apoio

Apresenta-se de seguida o significado da simbologia adoptada, depende dos deslocamentos vertical, horizontal e rotação.

Apoio Simple  representa um apoio onde todos os deslocamentos no são livres à excepção do vertical

Apoio Fixo  representa um apoio onde a rotação é livre e os deslocamentos vertical e horizontal são restringidos.

Apoio Encastrado  representa um apoio onde todos os deslocamentos são restringidos.

Nó  representa um apoio onde todos os deslocamentos são livres.

Definidos estes parâmetros o utilizador deve premir a função seguinte para activar o passo seguinte

- Secção**, é definido o tipo de secção a utilizar para cada vão, sendo possível adoptar secções iguais em todos os vãos, ou diferentes ver Figura 6.11. É possível definir novas secções de projecto.

Caso se opte por uma estrutura com secção igual em todos os vãos, esta deve ser seleccionada a partir da lista de secções previamente definida. No caso de

estrutura com secção diferente em dois ou mais vãos, as secções são definidas para cada vão na lista de distribuição de secções.

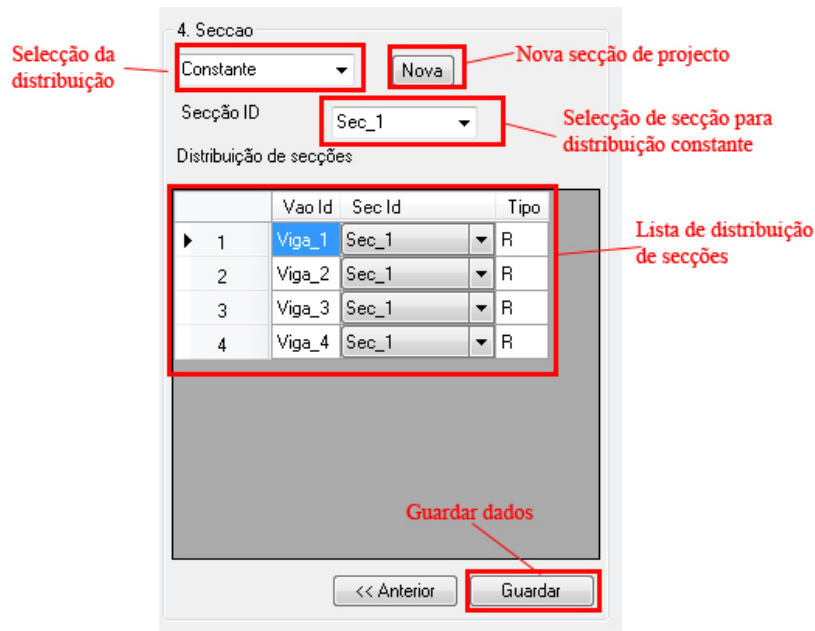


Figura 6.11 distribuição de secção pelos vãos

Para finalizar e armazenar todos os dados o utilizador deve utilizar o botão guardar de forma a armazenar os dados correspondentes.

No caso de ser necessário efectuar alguma alteração o utilizador pode fazê-lo através dos botões Anterior em cada passo.

Finalizado este processo está definido o modelo estrutural que pode ser visualizado na janela estrutura.


Outros dados relativos à estrutura podem ser visualizados na tabela de Resumos opção Estrutura ver Figura 6.12 Resumo de dados da estrutura

Viga	Comprimento	X_i	X_f	Apoio IN	Apoio FIN	Secção
Viga_1	4	0	4	Apoio_1	Apoio_2	Sec_1
Viga_2	4	4	8	Apoio_2	Apoio_3	Sec_1
Viga_3	4	8	12	Apoio_3	Apoio_4	Sec_1
Viga_4	4	12	16	Apoio_4	Apoio_5	Sec_1

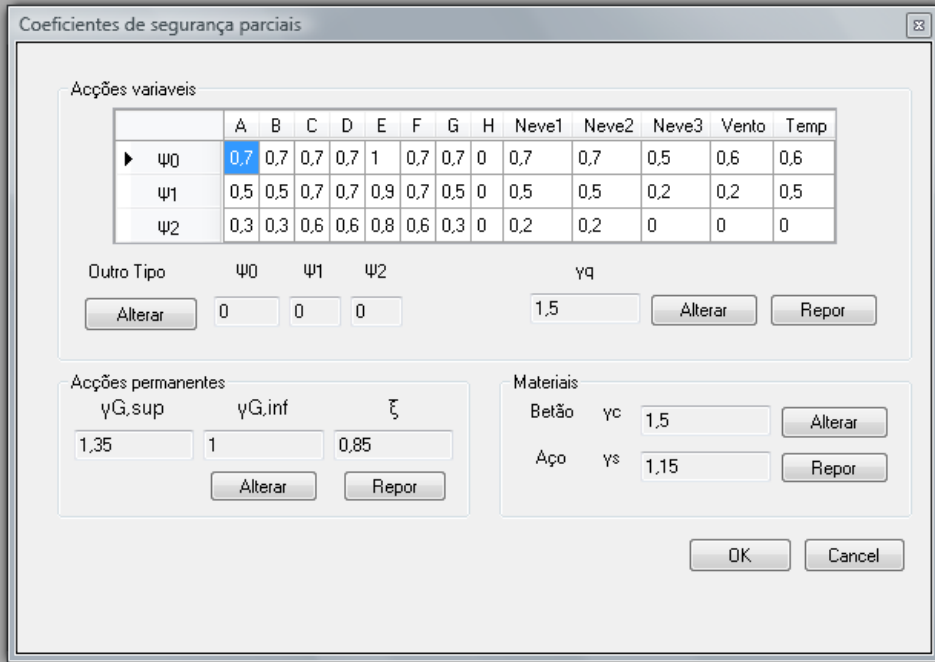
Figura 6.12 Resumo de dados da estrutura

6.1.7 Definição dos coeficientes de segurança

Neste ponto são definidos os coeficientes de segurança a utilizar na combinação de acções. Para se aceder a esta função utiliza-se o menu *Dados->Coeficientes Parciais* ou através do

botão Coeficientes parciais  da barra de inserção de dados. É exibido o formulário Coeficientes de segurança parciais ver Figura 6.13 Formulário coeficientes de segurança parciais, onde estão definidos os coeficientes parciais por defeito definidos no Eurocódigo 1 [3].

No caso de ser necessário utilizar outros valores para os coeficientes, o utilizador poderá fazê-lo através dos botões alterar respectivos.



	A	B	C	D	E	F	G	H	Neve1	Neve2	Neve3	Vento	Temp
▶ ψ_0	0.7	0.7	0.7	0.7	1	0.7	0.7	0	0.7	0.7	0.5	0.6	0.6
ψ_1	0.5	0.5	0.7	0.7	0.9	0.7	0.5	0	0.5	0.5	0.2	0.2	0.5
ψ_2	0.3	0.3	0.6	0.6	0.8	0.6	0.3	0	0.2	0.2	0	0	0

Figura 6.13 Formulário coeficientes de segurança parciais

É necessário salientar que apesar dos coeficientes parciais do vento e neve estarem presentes na tabela de acções variáveis, a determinação dos efeitos do vento e da temperatura, não se encontram implementados no E2VIGA.

6.1.8 Definição das acções

São definidos os valores das acções actuantes na estrutura, sendo elas Acções permanentes, Restantes cargas permanentes, Acções variáveis base (combinação 6.10), outras acções variáveis.


Para activar esta função utiliza-se o menu *Dados->Acções*, ou o botão Acções  da barra de inserção de dados. É apresentado o formulário Acções ver Figura 6.14 onde o utilizador poderá definir os parâmetros necessários.

Figura 6.14 Formulário acções


O valor para as acções permanentes está relacionado com o peso próprio do betão, por defeito o valor deste é de 25 kN/m^3 , caso haja necessidade de alterar este valor o utilizador poderá fazê-lo através do botão alterar sendo possível repor o valor por defeito através do botão repor.

Para atribuir valores a outras acções que possam actuar na estrutura, o utilizador deve seleccionar a caixa de verificação correspondente e indicar o valor das mesmas. No caso de acções variáveis deve ser ainda indicado o tipo de acção para definir os respectivos coeficientes parciais.

Após a definição dos parâmetros, o utilizador deve fazer OK, ficando assim definidas as acções que actuam na estrutura.

6.1.9 Definição do carregamento

Esta função permite definir a distribuição das acções no vão, são definidas várias configurações de carregamento possíveis de existir na estrutura, possibilitando efectuar uma análise de alternância de sobrecarga ver capítulo 3.7.5.

Para se aceder a esta função utiliza-se o menu *Dados->Carregamentos* ou o botão Carregamentos  da barra de inserção de dados, é activado o formulário Carregamentos ver Figura 6.15 onde são definidos e configurados os setups de carregamento.

Carregamentos

Definir

ID: Carregamento_1 Configuração: Total Acções Actualizar

ID Viga	PP [kN/m]	Rcp [kN/m]	Qk
Viga_1	12,5	12	<input checked="" type="checkbox"/>
Viga_2	12,5	12	<input checked="" type="checkbox"/>
Viga_3	12,5	12	<input checked="" type="checkbox"/>
Viga_4	12,5	12	<input checked="" type="checkbox"/>

Actualizar o resumo de valores

Configurar setup

Resumo

ID Viga	PP [kN/m]	Rcp [kN/m]	Qk1 [kN/m]	Qki [kN/m]
Viga_1	12,5	12	12	12
Viga_2	12,5	12	12	12
Viga_3	12,5	12	12	12
Viga_4	12,5	12	12	12

Resumo de setup

OK Cancel

Figura 6.15 Formulário de definição dos carregamentos

As acções permanentes são distribuídas por todos os vãos automaticamente, no caso das acções variáveis é necessário fazer a distribuição pelos vãos na coluna Q_k existente na área configuração de setups, para auxiliar o utilizador neste processo existe a possibilidade de se utilizar distribuições pré-definidas a partir da caixa configuração. É possível verificar ou alterar as acções de projecto através do botão Acções.

O botão Actualizar faz a actualização dos dados na área Resumo deste formulário, para finalizar deverá ser premido o botão OK e os dados são armazenados no projecto.

Feito este processo é possível visualizar configuração dos carregamentos na janela Estrutura.

Se desejar configurar um novo carregamento o utilizador deve aceder novamente ao formulário carregamentos.

Nas tabelas de resumos é possível visualizar os dados dos diferentes setups na opção Carregamento ver Figura 6.16 Tabela resumos de carregamentos, bem como adicionar ou remover configurações de carregamento do projecto.

Resumos

[Materiais](#) | [Secções](#) | [Geometria](#) | **Carregamento** | [Psd](#) | [Msd](#) | [Vsd](#)

Carregamentos

Carregamento_1

	ID Viga	PP [kN/m]	Rcp [kN/m]	Qk1 [kN/m]	Qki [kN/m]
▶	Viga_1	12,5	12	12	12
	Viga_2	12,5	12	12	12
	Viga_3	12,5	12	12	12
	Viga_4	12,5	12	12	12

Figura 6.16 Tabela resumos de carregamentos

Resumos

[Materiais](#) | [Secções](#) | [Geometria](#) | [Carregamento](#) | **Psd** | [Msd](#) | [Vsd](#)

Combinação de acções

Combinação:
 Carregamento:

	ID Viga	PP [kN/m]	Rcp [kN/m]	Qk1 [kN/m]	Qki [kN/m]
▶	Viga_1	16,875	16,2	12,6	12,6
	Viga_2	16,875	16,2	12,6	12,6
	Viga_3	16,875	16,2	12,6	12,6
	Viga_4	16,875	16,2	12,6	12,6

Figura 6.17 Tabela resumo combinação de acções

6.1.10 Definição dos parâmetros limite

Esta função consiste em definir os parâmetros limite para análise de segurança aos limites últimos.

Para se aceder a esta função o deve-se utilizar o menu *Dados->Parâmetros Limite* ou o botão


Parâmetros Limite  da barra de inserção de dados. No caso de faltar algum parâmetro necessário à utilização desta função, o utilizador não poderá aceder a esta função porém o programa emite um aviso ao utilizador a identificar o problema. Não havendo parâmetros em falta é activado o formulário Tipo de Análise ver Figura 6.18.

Figura 6.18 Formulário tipo de análise (parâmetros limite)

Neste formulário é definido o material a usar para a estrutura, as inclinações de cálculo das escoras (do modelo terliça ver capítulo 5.3) e inclinação dos estribos. No caso de não ser possível efectuar uma análise linear seguida de redistribuição a respectiva opção será desactivada. São também definidos os parâmetros limite para estados limites de utilização e a combinação de cálculo a utilizar.

Determinados estes parâmetros o utilizador finaliza com OK ficando os dados armazenados no projecto.

6.1.11 Análise do momento flector para ELU

Esta funcionalidade permite ao utilizador visualizar os diagramas de momentos flectores, para as cargas actuantes, relativamente aos estados limites últimos.

É possível verificar os valores dos momentos actuantes críticos para cada um dos carregamentos bem como a envolvente dos diagramas de momentos para a alternância de sobrecargas.

Para aceder a esta função deve-se utilizar o menu *Análise -> Estados Limite Últimos ->*

Momento Flector ou o botão Momento Flector  da barra de Análise de Dados.

É apresentada a janela ELU Momento Flector ver Figura 6.19



Figura 6.19 Janela ELU Momento Flector


Através desta janela são visualizados os valores dos momentos flectores resultantes dos carregamentos. É possível visualizar os diagramas de momentos para cada um dos carregamentos, bem como a envolvente do diagrama de momentos resultante da alternância de sobrecarga.

Para visualizar os diagramas para cada um dos carregamentos separadamente, utiliza-se a *combobox* Carregamento.. e selecciona-se o carregamento desejado, os valores dos esforços críticos (em kNm) podem ser visualizados seleccionado a caixa de verificação *valores*.

A envolvente do diagrama de momentos flectores, é visualizada ao seleccionar a caixa de verificação *Envolvente*.

Existem ainda dois parâmetros auxiliares, a caixa de verificação *Global*, que permite ao utilizador visualizar os diagramas de esforços para todos os carregamentos em simultâneo. Outro parâmetro é a caixa de verificação *Viga ID*, que permite ao utilizador identificar cada um dos vãos da viga.

Nesta janela é possível aumentar ou diminuir o tamanho relativo da viga através da *Scroll Wheel*, do rato, bem como movimentar a viga relativamente à sua origem inicial através do


botão Mover , ou premindo CTRL e botão esquerdo do rato ou ainda, premindo a *Scroll Wheel* e arrastando a imagem. O retorno à posição inicial pode ser feito premindo a tecla O ou

através do botão Origem .

6.1.12 Análise do esforço transversal para ELU

Esta funcionalidade permite ao utilizador visualizar os diagramas de esforço transversal, para as cargas actuantes, relativamente aos estados limites últimos.

É possível verificar os valores dos esforços transversos críticos para cada um dos carregamentos bem como a envolvente dos diagramas de esforços transversos para a alternância de sobrecargas.

Para aceder a esta função deve-se utilizar o menu *Análise -> Estados Limite Últimos -> Esforço Transverso* ou o botão Esforço transverso  da barra de Análise de Dados.

É apresentada a janela ELU Esforço Transverso ver Figura 6.20

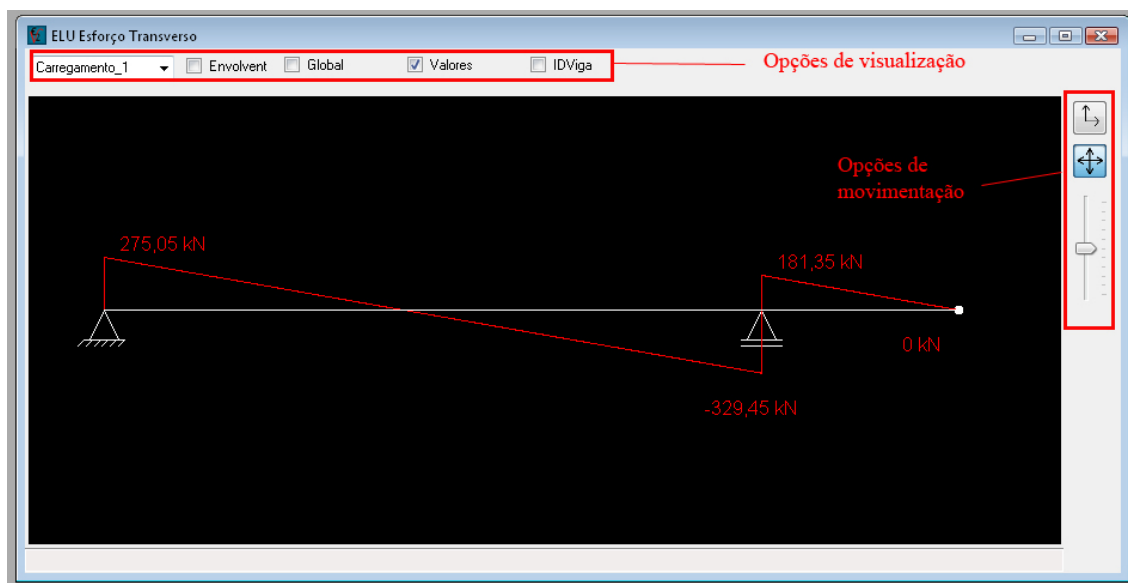


Figura 6.20 Janela ELU Esforço Transverso

Através desta janela são visualizados os valores dos esforços transversos resultantes dos carregamentos. É possível visualizar os diagramas de esforços para cada um dos carregamentos, bem como a envolvente do diagrama de esforços resultante da alternância de sobrecarga.


As funcionalidades desta janela são em tudo semelhantes às funcionalidades da janela ELU Momento Flector que explicadas acima.

6.1.13 Análise para Estados Limites de Serviço

Nesta funcionalidade o utilizador visualiza os diagramas de momento flectores para a combinação de acções definida (3.21) . Também são analisados os estados limites de deformação e de fendilhação.

A análise dos estados limites de fendilhação é efectuada através do cálculo das aberturas de fendas devido às acções em secções críticas (Momento máximo) ver capítulo 4.3 comparando com a abertura de fendas máxima admissível.

Para os estados limites de deformação, é feita a verificação indirecta através da relação vão/altura limite (ver capítulo 4.2) indicando ao utilizador se a estrutura dispensa a verificação à deformação.

Para aceder a esta função deve-se utilizar o menu *Análise -> Estados Limite de Utilização* ou o botão *Elim Serviço*  da barra de Análise de Dados.

É apresentada a janela ELS Fendilhação e Deformação ver Figura 6.21

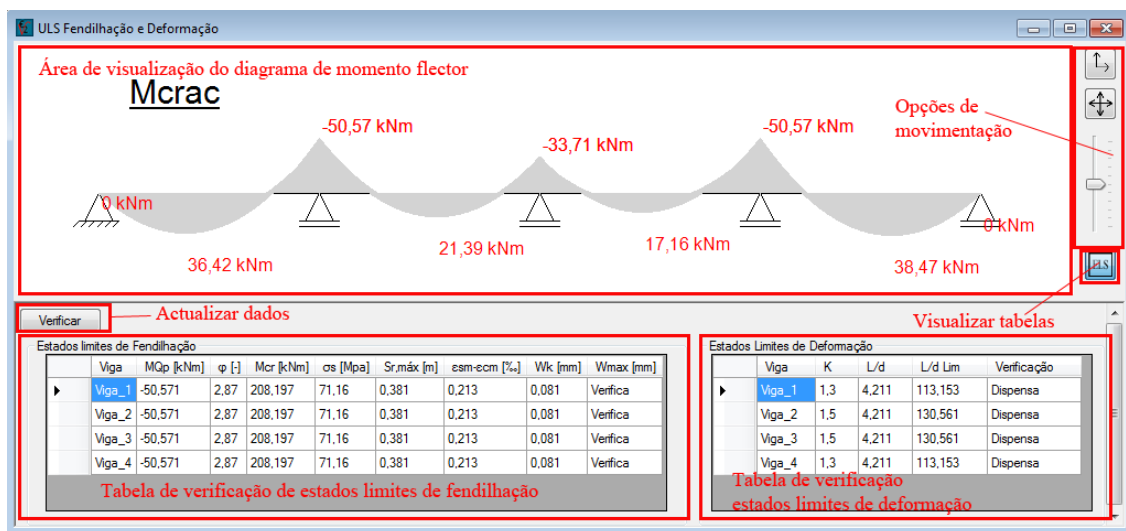


Figura 6.21 Janela ELS Fendilhação e Deformação

Através desta janela é visualizada a envolvente do diagrama de esforços resultante da alternância de sobrecarga para a combinação de acções quase permanente.

Na área de visualização do diagrama de momento flector é possível mover a posição do diagrama e alterar o tamanho deste do processo indicado acima

Nas tabelas Estados Limites de Fendilhação e Estados Limites de Deformação estão indicados os parâmetros para a verificação dos estados limite correspondentes.


Os casos em que a verificação não é satisfeita, são assinalados a vermelho.

6.1.14 Pormenorização

Esta funcionalidade permite ao utilizador conhecer de forma gráfica a distribuição de armaduras longitudinal e transversal nos vãos das vigas. O utilizador pode definir os diâmetros máximos e mínimos dos varões a utilizar para armadura bem como definir um espaçamento maior ou menor dos varões longitudinais. Também pode definir a dispensa de armaduras indicando para isso a percentagem de armadura inferior que deseja dispensar, e a fracção do vão onde deseja dispensar a armadura superior. Através da opção diâmetros a utilizar que se

encontra na janela. É sugerida uma configuração de grupos de armaduras a utilizar e os pontos de dispensa de armaduras para a configuração de proposta⁴.

O valor da área de armadura requerida é indicada junto dos grupos de armaduras possibilitando ao utilizador optar por outros grupos de armaduras, caso considere mais conveniente.

Para aceder a esta funcionalidade utiliza-se o menu *Análise* -> *Armadura* ou o botão Armaduras  da barra de Análise de Dados.

É apresentada a janela Pormenorização ver Figura 6.22

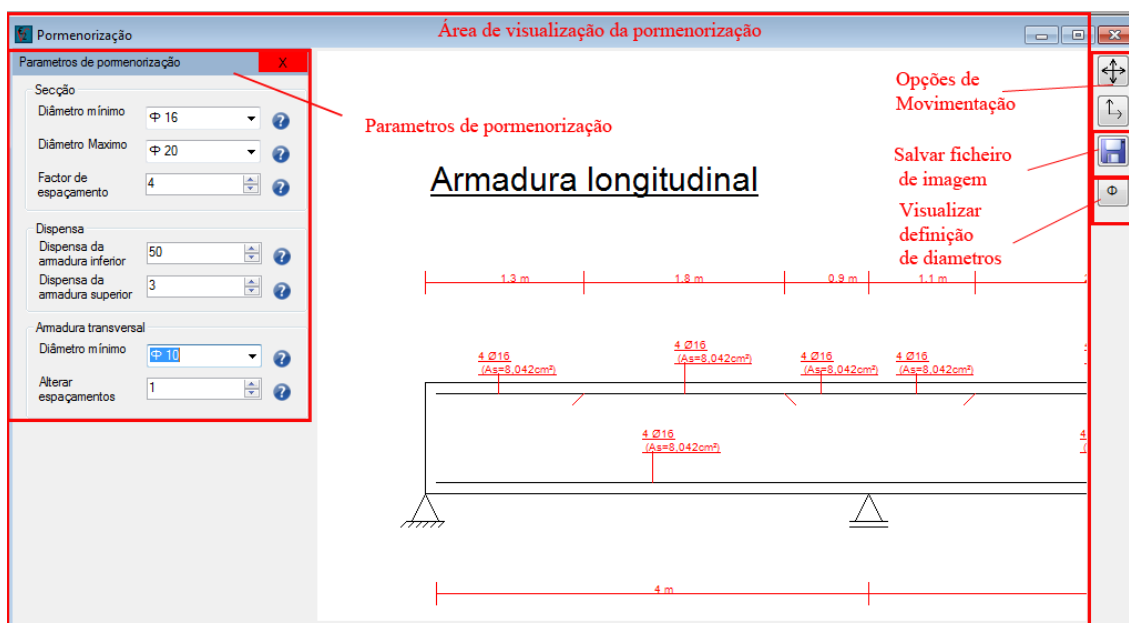



Figura 6.22 Janela Pormenorização

É possível exportar a pormenorização para um ficheiro de imagem através do botão Salvar

imagem  que abre uma caixa de diálogo onde o utilizador especifica o nome do ficheiro, o local onde deseja guardar e a extensão do ficheiro de imagem. É possível guardar a pormenorização num formato para software CAD através da extensão .dxf ou simplesmente num formato de imagem reconhecível por qualquer editor de imagem extensão .wmf ou .emf.

6.1.15 Resumo de análise e resultados

Esta funcionalidade permite ao utilizador visualizar através um relatório resumo, os dados referentes ao cálculo e verificação da segurança bem como da pormenorização de armadura.

⁴. Relativamente à dispensa de armadura o Eurocódigo EN1992 [3] secção 8.4.4 indica que os varões devem ser prolongados para além do local onde se define a dispensa com um comprimento de l_{bd} e um comprimento sobreposição, estes comprimentos não são calculados. Assim sendo as distâncias onde se indicam as dispensas são referentes aos pontos onde se calcula a armadura necessária para resistir aos esforços existentes na secção com a respectiva translação do diagrama de momentos ver Exemplo 1.

Para aceder a esta funcionalidade utiliza-se o menu *Análise* -> *Relatório* ou o botão Relatório



da barra de Análise de Dados.

É aberta a janela Relatório ver Figura 6.23

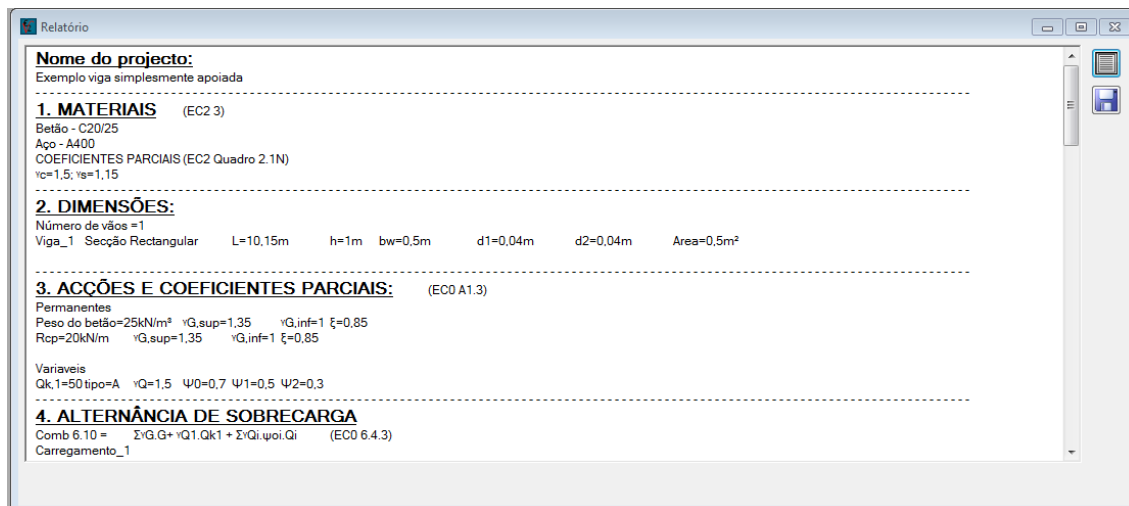


Figura 6.23 Janela Relatório

O relatório encontra-se dividido por tópicos de acordo com os respectivos dados apresentados, sendo eles os seguintes:

1. MATERIAIS

São indicados os pares de materiais utilizados para a análise da estrutura, são indicados também os coeficientes de segurança adoptados para a verificação.

2. DIMENSÕES:

São indicadas as propriedades geométricas da viga para cada vão.

3. ACÇÕES E COEFICIENTES PARCIAIS:

São indicados os valores das acções actuantes na viga e os respectivos coeficientes parciais adoptados na verificação da segurança

4. ALTERNÂNCIA DE SOBRECARGA

É indicada a combinação de acções adoptada para verificação da segurança aos estados limites últimos, a distribuição de acções de dimensionamento de cada uma das configurações de carregamento utilizados na alternância de sobrecarga.

5. ESFORÇOS E REACÇÕES

São listados os valores das reacções nos apoios, o valor dos esforços transversos máximos (em cada extremo dos vãos), e o valor dos momentos flectores máximos (extremos e vão), para cada uma das configurações de carregamento definidos.

6. ENVOLVENTE DE ESFORÇOS

São listados os valores críticos dos esforços transversos e momentos flectores críticos resultantes da alternância de sobrecarga.

7. VERIFICAÇÃO AOS ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS

Resumo da verificação da segurança aos estados limites últimos.

7.1. FLEXÃO:

São listados para cada um dos carregamentos os parâmetros de cálculo para a análise aos estados limite últimos de flexão para cada vão.

7.2. ESFORÇO TRANSVERSO

São listados para cada um dos carregamentos os parâmetros de cálculo para análise aos estados limites últimos de esforço transversal para cada vão.

7.3. FLEXÃO (ENVOLVENTE):

São listados os parâmetros de cálculo para análise aos estados limite últimos de flexão resultantes da envolvente da alternância de sobrecargas em cada vão.

7.4. ESFORÇO TRANSVERSO (ENVOLVENTE):

São listados os parâmetros de cálculo para análise aos estados limite últimos de esforço transversal resultantes da envolvente da alternância de sobrecargas em cada vão.

8. VERIFICAÇÃO AOS ESTADOS LIMITES DE UTILIZAÇÃO

Resumo da verificação da segurança aos estados limite de utilização


8.2. CONTROLO DA DEFORMAÇÃO:


São listados os parâmetros de cálculo para a verificação da segurança aos estados limite de utilização da fendilhação para cada vão.

8.1. CONTROLO DA FENDILHAÇÃO:

São listados os parâmetros de cálculo para a dispensa da verificação do cálculo da deformação.

No caso de se fazer uma alteração ao projecto, existe a opção de actualizar os dados através

do botão *Actualizar*  , útil no caso de alteração de dados do projecto.

Estes dados podem ser salvos em ficheiro de texto através do botão *Salvar*  que abre uma caixa de diálogo onde o utilizador especifica o nome do ficheiro, o local onde deseja guardar e o formato do ficheiro de texto.

6.2 Outros aspectos incluídos na automatização

6.3 Armadura longitudinal

A armadura mínima de tracção é calculada através das expressões indicadas no capítulo armadura mínima. O EN1992-1-1 [1] no ponto 9.2.1.1 propõe a uma expressão simplificada para o cálculo desta:

$$A_{s,min} = 0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_t d \quad (6.1)$$

A armadura de tracção longitudinal máxima é calculada através da expressão

$$A_{s,max} = 0,04A_c \quad (6.2)$$

Com A_c a área de betão.

6.4 Alteração da armadura devido à fendilhação

Durante a verificação dos estados limites de fendilhação, no caso de uma secção não verificar a segurança a este estado limite, ou seja largura de fendas calculada é superior à largura de fendas máxima, a solução para contornar essa situação pode passar por aumentar a área de armadura existente. Assim foi implementado na aplicação um processo para o qual no caso de se verificar esta situação, a armadura existente é incrementada de valores de 1 % até que se verifique a segurança aos estados limites de fendilhação. Em cada incremento é feita uma nova pormenorização das armaduras e volta-se a fazer a verificação aos estados limite de fendilhação. O processo é descrito a seguir:

Para uma determinada área de armadura efectiva determinada para satisfazer os estados limite últimos de flexão tem-se que

$$A_s = A_{s,elu} + A_{s,els} \quad (6.3)$$

Em que

$A_{s,elu}$ é a armadura necessária para satisfazer os estados limite últimos de flexão.

$A_{s,els}$ é a armadura incremental necessária para satisfazer os estados limite de fendilhação

Inicialmente o valor de $A_{s,els}$ é igual a zero.

- 1- Pormenoriza-se a armadura.
- 2- Determina-se a o valor da abertura de fendas através do processo descrito em 4.3

Se:

$w_k \leq w_{max}$ a secção satisfaz a segurança aos estados limite de fendilhação.

Se:

$w_k \geq w_{max}$ a secção não satisfaz a segurança aos estados limite de fendilhação.

Incrementa-se a armadura $A_{s,els}$ de $0,01 \text{ cm}^2$ determina-se uma nova área de armadura

$$A_s = A_{s,etu} + A_{s,els}$$

Volta-se ao ponto 1 e repete-se o processo.

6.5 Distância entre varões e número de varões

Segundo o Eurocódigo EN 1992 [1] secção 8.2 a distância livre (horizontal e vertical) entre varões paralelos ou entre camadas horizontais de varões paralelos é calculada da seguinte forma:

$$S_{min} = \max\{k_1 \phi_{varao}; d_g + k_2; 20\} \text{ (mm)} \quad (6.4)$$

Em que:

d_g É a dimensão máxima do agregado

ϕ_{varao} Diâmetro do varão a utilizar

$$k_1 = 1 \text{ mm}$$

$$k_2 = 5 \text{ mm}$$

Uma vez que não é conhecido o valor do parâmetro d_g optou-se por determinar o valor da distância mínima entre varões da seguinte forma.

$$S_{min} = K \phi_{varao} \text{ (mm)} \quad (6.5)$$

Em que:

K é um factor de multiplicação a definir pelo utilizador

Assim determina-se o número máximo de varões a por camada de varões a utilizar no agrupamento de armaduras

Para um dado espaçamento mínimo calculado através da expressão (6.6) é possível determinar o número de espaçamentos admissíveis para largura da viga.

$$n_{esp} = \frac{b}{S_{min}} \quad (6.6)$$

O número de varões a utilizar será dado por:

$$n_{varões} = n_{esp} + 1 \quad (6.7)$$

6.6 Armadura longitudinal nos apoios

Nas vigas que constituem uma construção monolítica com os seus apoios, mesmo que o cálculo tenha sido realizado para a hipótese de apoios simples (apoios extremos), a secção de apoio deverá ser dimensionada para um momento flector não inferior a 15% do momento máximo no vão. O que corresponde a 15% da armadura longitudinal de tracção de vão, não inferior à armadura mínima

$$A_{s,apoi}^- \geq A_s(15\%M_{vão}^+) \approx 15\% A_{s,vão}^+ \geq A_{s,min} \quad (6.8)$$

A área de armadura inferior nos apoios extremos (grau de encastramento nulo) e intermédios (grau de encastramento fraco), não deve ser inferior a 25% da armadura máxima existente no vão

$$A_{s,apoi}^+ \geq 25\% A_{s,vão}^+ \geq A_{s,min} \quad (6.9)$$

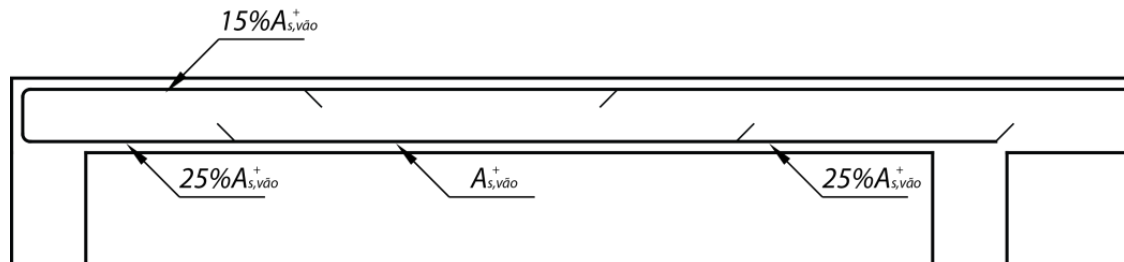


Figura 6.24 Armadura longitudinal de apoio.

6.7 Armadura mínima de esforço transversal

A taxa mínima de armadura de esforço transversal é dada pela expressão:

$$\rho_{w,min} = \frac{(0,08\sqrt{f_{ck}})}{f_{yk}} \quad (6.10)$$

Assim a armadura mínima de esforço transversal é dada por:

$$A_{sw,min} = \rho_{w,min} \cdot s \cdot b_w \cdot \sin \alpha \quad (6.11)$$

6.8 Espaçamentos da armadura transversal

O espaçamento longitudinal máximo entre armaduras de esforço transversal é dado pela expressão:

$$S_{l,max} = 0,75d(1 + \cot \alpha) \quad (6.12)$$

O espaçamento transversal máximo em entre os ramos de estribos é dado pela expressão:

$$S_{t,max} = \min\{0,75d, 600\} [mm] \quad (6.13)$$

6.9 Translação do diagrama do momento flector.

Para elementos com armadura de esforço transversal, a força de tracção adicional, ΔF_{td} , deve ser calculada de acordo com 5.3.2. Para elementos sem armadura de esforço transversal, ΔF_{td} pode ser estimado efectuando uma translação do diagrama de momentos de uma distância $a_l = d$ de acordo com o EN 1992 [1] 6.2.2 (5). Esta "regra da translação" pode também ser utilizada como alternativa para elementos com armadura de esforço transversal, em que:

$$a_l = \frac{(\cot \theta - \tan \alpha)}{2} \quad (6.14)$$

6.10 Método de cálculo utilizado na determinação dos esforços

Para determinar os esforços resultantes devido às cargas actuantes foi implementado no programa um algoritmo com base no método dos deslocamentos que se encontra descrito no Anexo A

6.11 Fluxogramas síntese da verificação aos estados limites

6.11.1 Flexão

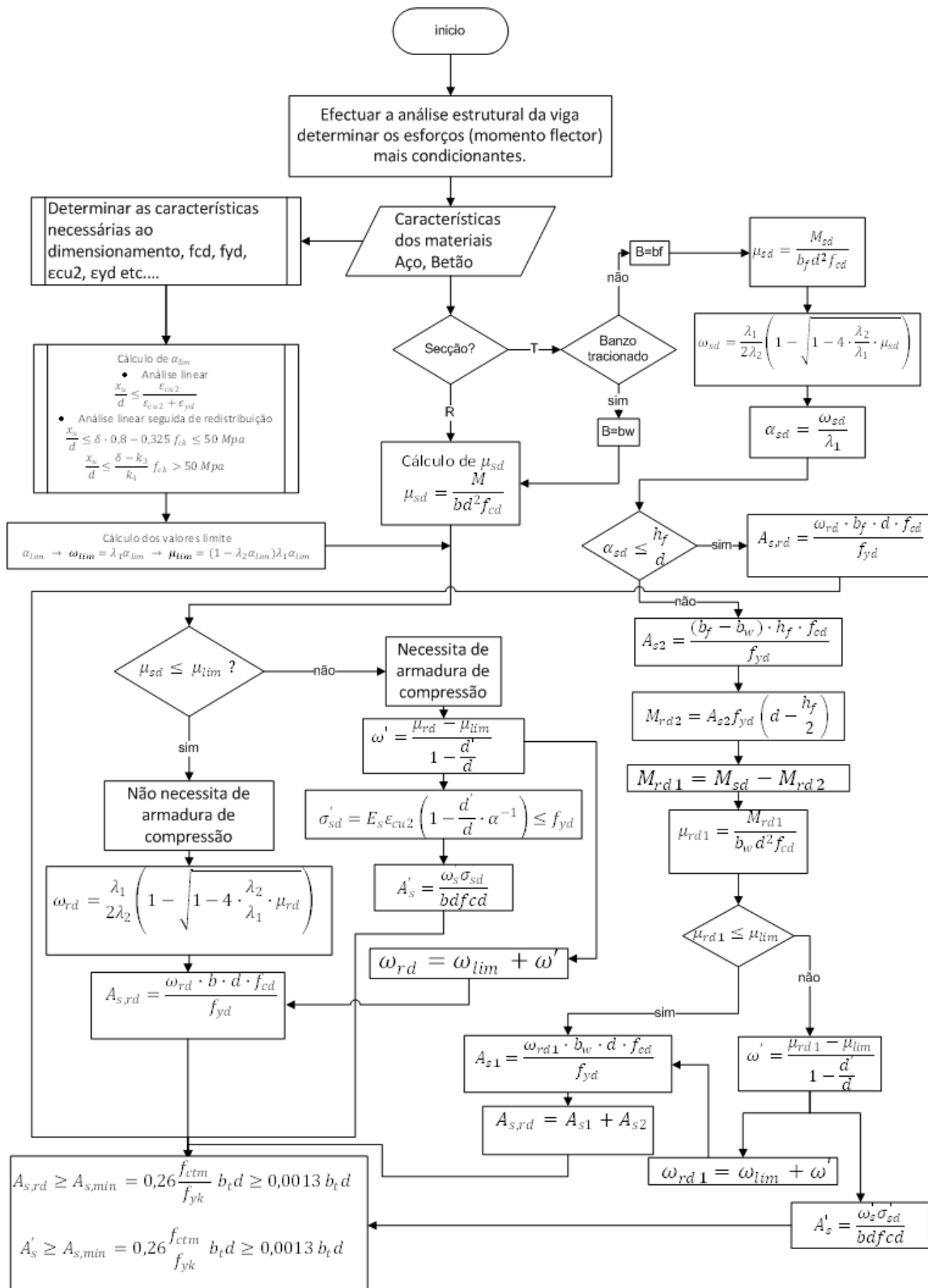


Figura 6.25 Fluxograma da verificação aos estados limite últimos de flexão

6.11.2 Esforço transversal

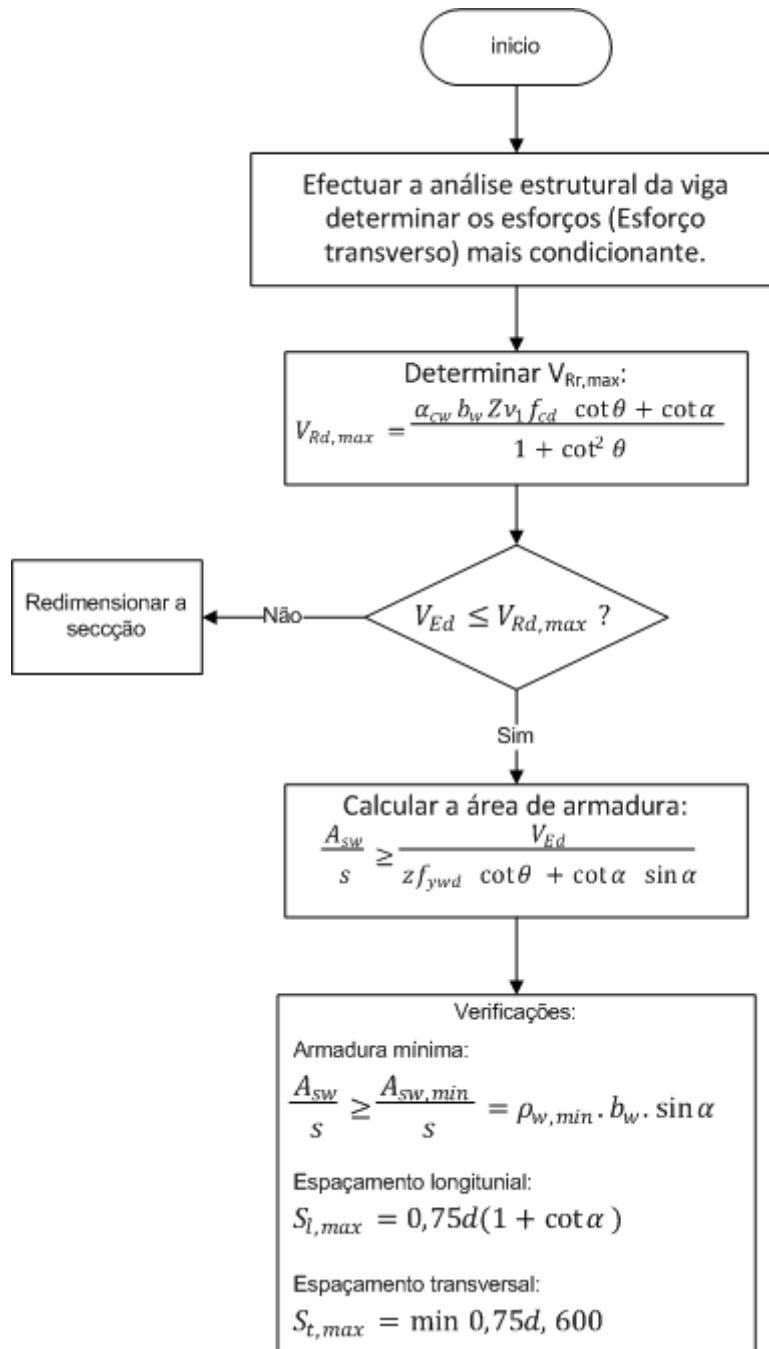


Figura 6.26 Fluxograma da verificação aos estados limite último de esforço transversal

6.11.3 Deformação

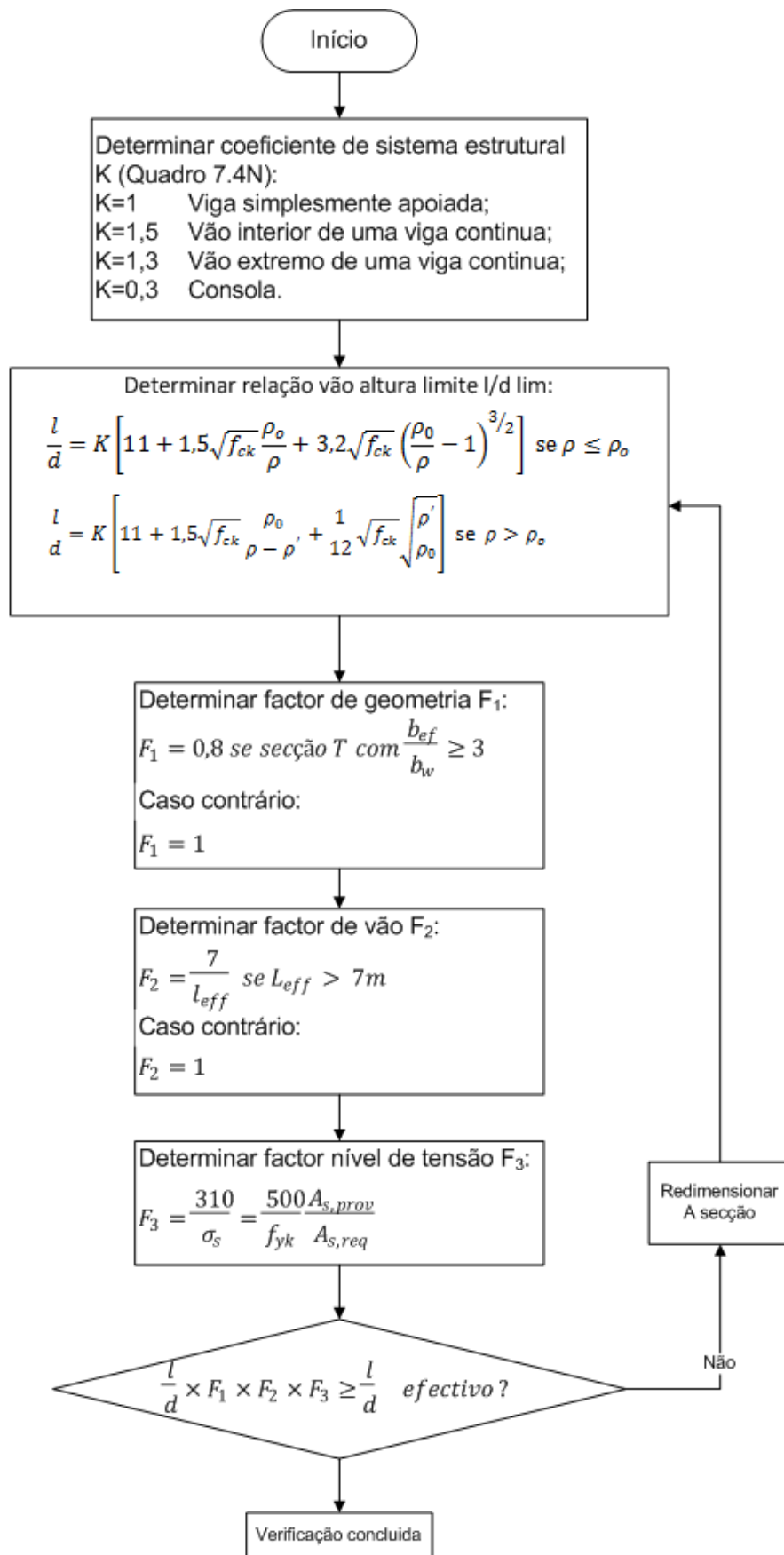


Figura 6.27 Fluxograma da verificação aos estados limite de deformação.

6.11.4 Fendilhação

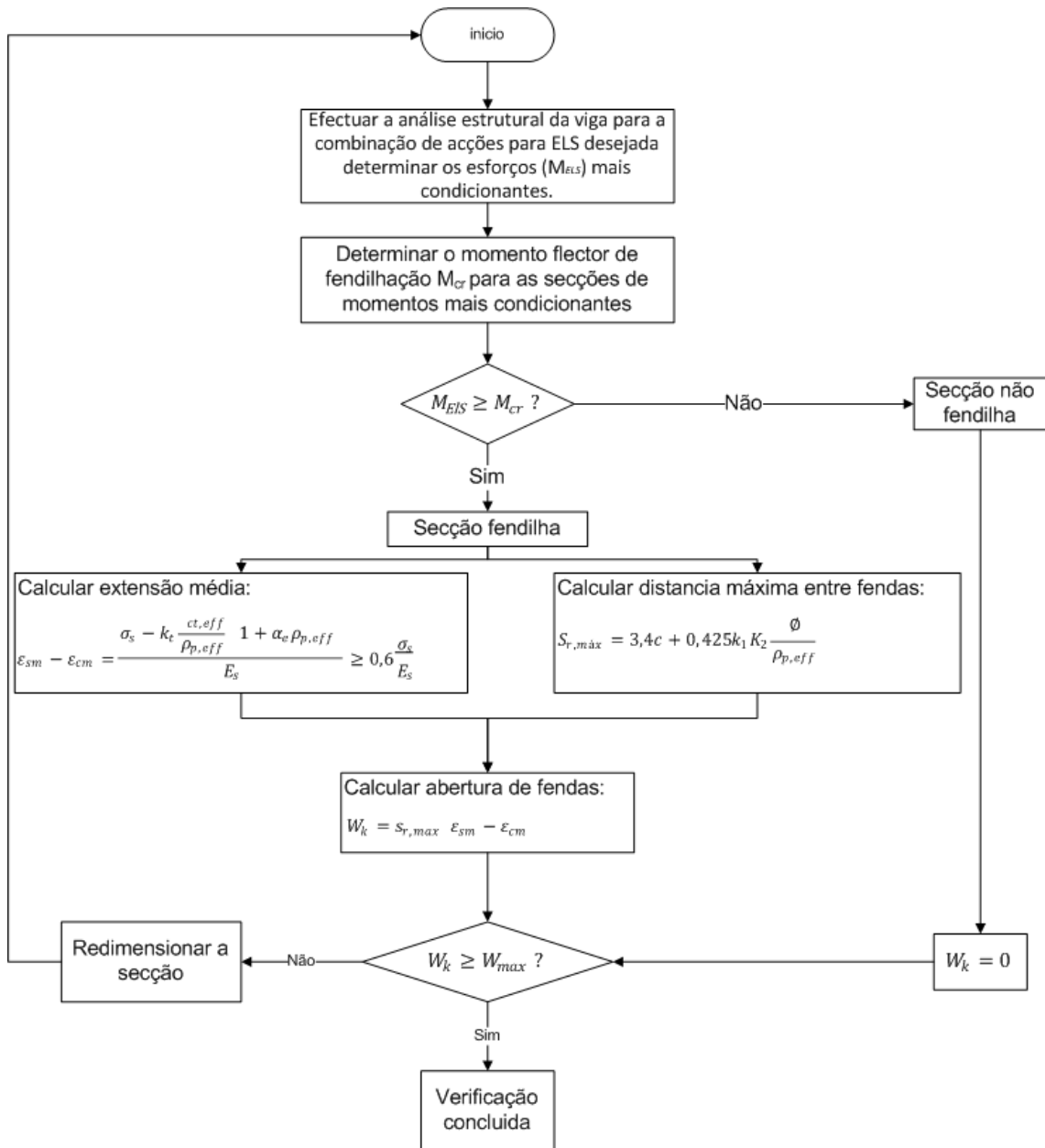


Figura 6.28 Fluxograma da verificação aos estados limite de fendilhação

7 Exemplos de aplicação

7.1 Exemplo 1- Viga simplesmente apoiada - Verificação manual

Verificar a segurança aos estados limites, para uma viga simplesmente apoiada sujeita à acção do peso próprio, sobrecarga (zonas de habitação) e restantes cargas permanentes com a configuração indicada na Figura 7.1 os materiais a utilizar serão betão C20/25 Aço A 400.

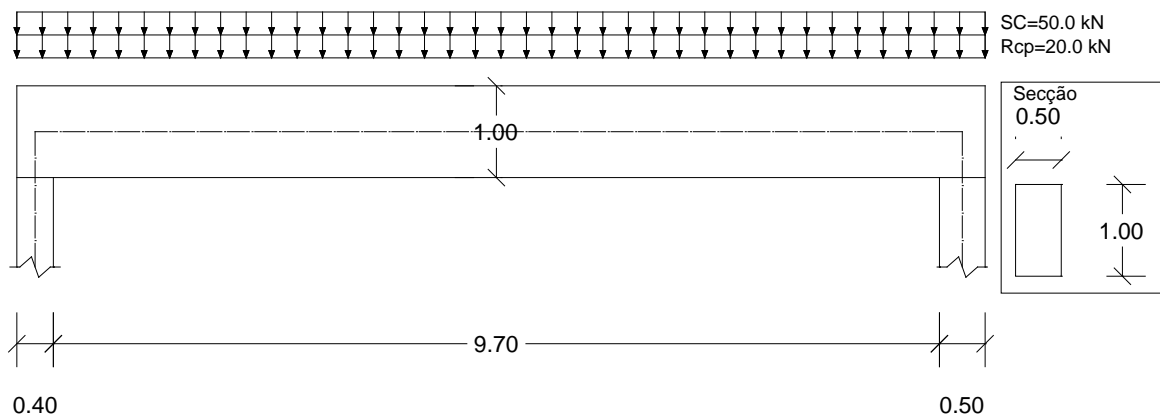


Figura 7.1 Exemplo de cálculo de viga simplesmente apoiada

Dados

Secção

Altura (h) = 1 m

Largura (b) = 0,5 m

Acções

Nome	Valor	Tipo
Peso próprio (PP)	25 kN/m ³	G
Restantes cargas permanentes (RCP)	20 kN/m	G
Sobrecarga (SC)	50 kN/m	Q

Propriedades dos materiais

Betão ver Tabela 3.1

Propriedades do Aço	
f_{yk}	400 MPa
E_s	200 GPa

Coefficientes parciais relativos aos materiais

Betão $\gamma_c = 1,5$

Aço $\gamma_s = 1,15$

7.1.1 Cálculos preliminares

Calculo do vão efectivo:

De acordo com o Eurocódigo EN 1992-1 [1] no ponto 5.3.2.2 o vão efectivo é dado por:

$$l_{eff} = l_n + \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2} \quad (7.1)$$

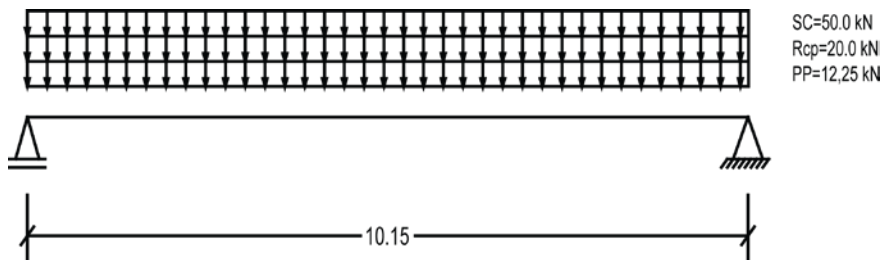
Assim:

$$L = 9,7 + \frac{0,4}{2} + \frac{0,5}{2} = 10,15 \text{ m}$$

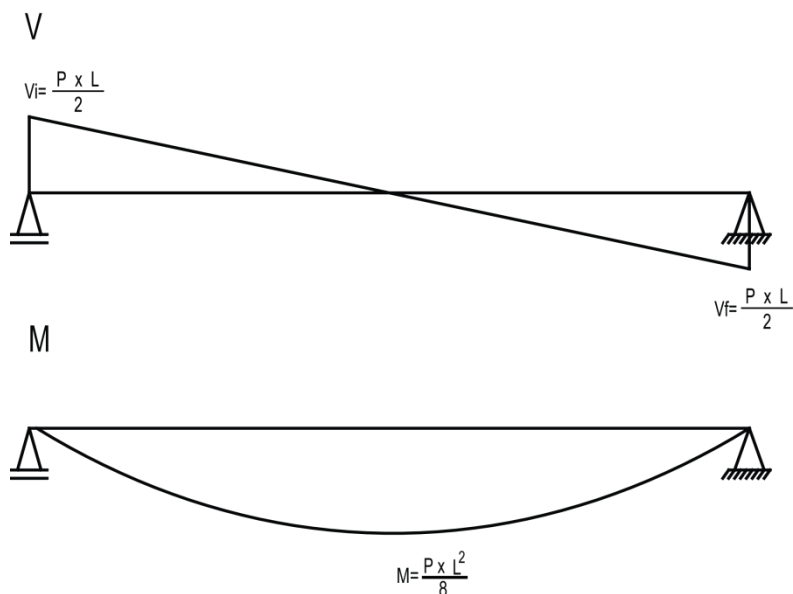
Peso próprio por unidade de comprimento

$$PP = 25 \times 1 \times 0,5 = 12,5 \text{ kN/m}$$

Modelo de cálculo



Diagramas de esforços



7.1.2 Verificação da segurança aos Estados Limites Últimos

Combinação de acções

Segundo o EN1990 [2] as acções de dimensionamento são dadas pela expressão (3.16)

$$P_{sd} = \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_p P + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i \geq 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

Assim:

$$P_{sd} = 1,35 \times (12,5 + 20) + 1,5 \times 50 = 118,875 \text{ kN/m}$$

Pelo que o momento flector de cálculo máximo e o esforço transversal de cálculo máximo tomam os seguintes valores:

$$M_{sd} = \frac{118,9 \times 10,15^2}{8} = 1530,8 \text{ kNm}$$

$$V_{sd} = \frac{118,9 \times 10,15}{2} = 603,2 \text{ kN}$$

7.1.2.1 Cálculo da armadura longitudinal

Da expressão do momento reduzido tem-se que

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{bd^2 f_{cd}}$$

Com:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{20}{1,5} = 13,3 \text{ MPa}$$

Considerando um recobrimento de 0,04 m

$$d = h - d_1 = 1 - 0,04 = 0,96 \text{ m}$$

$$\mu_{sd} = \frac{1530,8}{0,5 \times 0,96^2 \times 13,3 \times 10^3} = 0,25$$

Verificação da necessidade de armadura de compressão

$$\alpha_{lim} = \frac{x_u}{d}$$

Recorrendo à expressão da limitação da profundidade da linha neutra para uma análise elástica linear:

$$\frac{x_u}{d} \leq \frac{\epsilon_{cu2}}{\epsilon_{cu2} + \epsilon_{yd}}$$

$$\epsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_{yd} = \frac{348}{200} = 1,74 \text{ ‰}$$

Assim

$$\alpha_{lim} = \frac{3,5}{3,5 + 1,74} = 0,668$$

$$\omega_{lim} = \lambda_1 \alpha_{lim}$$

$$\lambda_1 = 1 - \frac{1}{n+1} \cdot \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_{cu2}}$$

$$\lambda_1 = 1 - \frac{1}{2+1} \cdot \frac{2}{3,5} = 0,8095$$

$$\omega_{lim} = 0,5407$$

Da expressão do momento reduzido limite:

$$\mu_{lim} = (1 - \lambda_2 \alpha_{lim}) \lambda_1 \alpha_{lim}$$

Com:

$$\lambda_2 = 1 - \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} \left(\frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{cu1}}\right)^2}{1 - \frac{1}{n+1} \left(\frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{cu1}}\right)}$$

$$\lambda_2 = 1 - \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{(2+1)(2+2)} \left(\frac{2}{3,5}\right)^2}{1 - \frac{1}{2+1} \left(\frac{2}{3,5}\right)} = 0,4160$$

$$\mu_{lim} = (1 - 0,4160 \times 0,668) 0,8095 \times 0,668 = \mathbf{0,3905}$$

Como $\mu_{sd} \leq \mu_{lim}$ conclui-se que não há necessidade do cálculo de armadura de compressão sendo adoptada a armadura de tracção exigida.

Cálculo de armadura de tracção:

Da expressão :

$$\omega_{rd} = \frac{\lambda_1}{2\lambda_2} \left(1 - \sqrt{1 - 4 \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \mu_{rd}} \right)$$

$$\omega_{rd} = \frac{0,8095}{2 \times 0,4160} \left(1 - \sqrt{1 - 4 \cdot \frac{0,4160}{0,8095} \cdot 0,255} \right) = \mathbf{0,3018}$$

Assim é calculada a área da armadura de tracção:

$$A_{s,rd} = \frac{\omega_{rd} \cdot b \cdot d \cdot f_{cd}}{f_{yd}}$$

Com:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = 348 \text{ MPa}$$

$$A_{s,rd} = \frac{0,3018 \cdot 0,5 \cdot 0,95 \cdot 13,3}{348} = 5,398 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\mathbf{A_{s,rd} = 53,98 \text{ cm}^2}$$

Cálculo da armadura mínima:

Recorrendo à expressão da armadura mínima:

$$A_{s,min} = 0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_t d$$

Com

$$f_{ctm} = 2,2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = f_{yk} = 400 \text{ Mpa}$$

$$A_{s,min} = 0,26 \times \frac{2,2}{400} \times 0,5 \times 0,95 \times 10^4 = \mathbf{6,864 \text{ cm}^2}$$

Cálculo da armadura máxima:

$$A_{s,max} = 0,04 A_c$$

$$A_{s,max} = 0,04 \times 0,5 \times 1 \times 10^4 = \mathbf{200 \text{ cm}^2}$$

Verificação da armadura de apoio

De acordo com a expressão (5.57) o valor da força de tracção devido ao efeito do esforço transversal é dado por

$$F_s = \frac{M_{Ed}}{z} + \Delta F_{td} < \frac{M_{Ed,max}}{z}$$

$$Z = 0,9d = 0,864$$

Assumindo as seguintes inclinações de escoras e estribos:

$$\theta = 30^\circ$$

$$\alpha = 90^\circ$$

Com

$$\Delta F_{td} = 0,5V_{Ed}(0,5 \cot \theta - \cot \alpha)$$

Assim:

$$\Delta F_{td} = 0,865 \times 603,2 = \mathbf{260,92 \text{ kN}}$$

$$M_{Ed} = 0$$

$$\frac{M_{Ed,max}}{z} = \frac{1530,8}{0,864} = 1771,8 \text{ kN}$$

$$F_s = 260,92 \text{ kN} < 1771,8 \text{ kN}$$

Pelo que a área de armadura necessária para amarrar nos apoios é de:

$$A_{s, \text{apoio}} = \frac{F_s}{f_{yd}}$$

$$A_{s, \text{apoio}} = \frac{260,96}{348 \times 10^3} \times 10^4 = 7,5 \text{ cm}^2$$

A armadura inferior dos apoios deve ser de 25% da armadura inferior de vão

Assim:

$$A_{s, \text{apoio}}^+ = 0,25 \times 53,98 = \mathbf{13,52 \text{ cm}^2}$$

Dispensa de armaduras

Adoptando uma dispensa de metade a armadura a meio vão

$$A_s = 0,5 \cdot A_{s, \text{vão}} = 0,5 \times 53,98 = 27 \text{ cm}^2$$

Cálculo do momento resistente

$$\omega_{rd} = \frac{A_s f_{yd}}{b d f_{cd}} = 0,1467$$

$$\mu_{rd} = \omega_{rd} \left(1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \omega_{rd} \right) = 0,1356$$

$$M_{rd} = \mu_{sd} b d^2 f_{cd} = 833,36 \text{ kNm}$$

Localização da dispensa

Para a configuração da viga tem-se seguinte expressão para a distribuição de momentos flectores

$$-\frac{p_{sd}}{2} \cdot x^2 + V_i \cdot x - M_{rd} = 0$$

Assim a localização do momento de cálculo na viga passa por determinar os valores de x para uma equação de segundo:

$$x1 = 1,64 \text{ m}$$

$$x2 = 8,50 \text{ m}$$

Cálculo da translação do momento

$$a_l = \frac{Z(\cot \theta - \cot \alpha)}{2} = 0,43 \text{ m}$$

A armadura superior dos apoios deve ser de 15% da armadura inferior de vão

Assim:

$$A_{s,apoio}^- = 0,15 \times 53,98 = 8,09 \text{ cm}^2$$

Cálculo do momento resistente

$$\omega_{rd} = \frac{A_s f_{yd}}{b d f_{cd}} = 0,044079$$

$$\mu_{rd} = \omega_{rd} \left(1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \omega_{rd} \right) = 0,0402797$$

$$M_{rd} = \mu_{sd} b d^2 f_{cd} = 247,59 \text{ kNm}$$

Localização da dispensa

Adopta-se a distância de 1/3 dos apoios

$$x1 = 0,43 \text{ m}$$

$$x2 = 9,72 \text{ m}$$

Pormenorização

Plano de disposição de armadura inferior

	$A_{s,req} [\text{cm}^2]$	Configuração adoptada	$A_{s,prov} [\text{cm}^2]$	Pos inicial [m]	Pos final [m]
Vão	53.98	12Φ25	58.9	0,90	9,25
Apoio Esquerdo	26.99	6Φ25	29.45	0.00	0,90
Apoio Direito	26.99	6Φ25	29.45	9,25	10.15

Plano de disposição de armadura superior

	$A_{s,req} [\text{cm}^2]$	Configuração adoptada	$A_{s,prov} [\text{cm}^2]$	Pos inicial [m]	Pos final [m]
Vão	6.86	3Φ20 *	9.42	3.4	6.75
Apoio Esquerdo	8.11	3Φ20	9.42	0	3.4
Apoio Direito	8.11	3Φ20	9.42	6.75	10.15

* Apesar de ser possível armar com armadura inferior por exemplo 4Φ16 $A_s = 8,04 \text{ cm}^2$ adopta-se a mesma armadura para a totalidade do vão, o que se torna mais pratico.

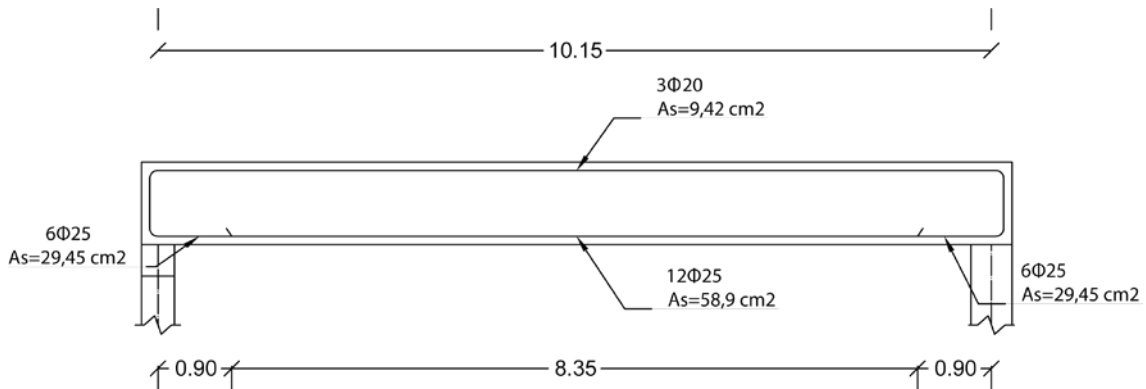


Figura 7.2 Pormenorização da armadura longitudinal

A solução apresentada na Figura 7.2 representa apenas uma esquematização básica da solução a adoptar. Em rigor, outros aspectos deveriam ser tomados em atenção tais como, a necessidade comprimento de amarração l_{bd} indicado no Eurocódigo 2 [1] (secção 8.4.4), ou a sobreposição das armaduras l_0 para, efeitos de compatibilização das mesmas (secção 8.7) [1]. No entanto como esses parâmetros não foram implementados no programa de cálculo, não se justifica a sua determinação no presente exemplo. Deve-se ter em atenção para o que a inclusão desses valores na pormenorização, pode levar a adoptar soluções diferentes da sugerida na figura acima. Por exemplo o cálculo do comprimento de amarração para a dispensa da armadura inferior pode fazer com que a necessidade da dispensa não se justifique, se atingir dimensões muito próximas do apoio.

7.1.2.2 Cálculo da armadura transversal

Verificação do esforço transversal máximo

Da expressão do calculo do esforço transversal máximo para estribos verticais tem-se que

$$V_{Rd,max} = \frac{b_w Z f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta} \cdot 0,6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right]$$

$$V_{Rd,max} = \frac{0,5 \cdot 0,864 \cdot 13,3 \times 10^{-3}}{\cot 30 + \tan 30} \cdot 0,6 \left[1 - \frac{20}{250} \right] = \mathbf{13789 \text{ kN}}$$

$$V_{Rd,max} = 13789 > V_{sd} = 603,2$$

Determinação dos espaçamentos máximos:

Longitudinal

$$S_{l,max} = 0,75 \cdot 0,96 \cdot (1 + \cot 90) = \mathbf{0,72 \text{ m}}$$

Transversal

$$S_{t,max} = \min\{0,75 \cdot 0,96; 0,6\} = \mathbf{0,6 \text{ m}}$$

Cálculo da armadura mínima:

$$\rho_{w,min} = \frac{(0,08\sqrt{13,3})}{400} = 0,089\%$$

$$\frac{A_{sw,min}}{S} = \left(\frac{0,08944}{100} \cdot 0,5 \cdot \sin 90 \right) \times 10^4 = 4,47 \frac{cm^2}{m}$$

Cálculo do esforço transverso à distância $z \cdot \cot \theta$

$$Z \cdot \cot \theta = 0,864 \times \cot 30 = 1,50 \text{ m}$$

$$V_{sd}(Z \cdot \cot \theta) = V_{sd} - P_{sd} \cdot Z \cdot \cot \theta = V_{sd} - P_{sd} \cdot Z \cdot \cot \theta = 603,29 - 118,88 \cdot 1,50 = 425,61 \text{ kN}$$

Cálculo da armadura necessária:

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq \frac{425,61}{0,864 \cdot 348 \times 10^3 \cdot \cot 30} \times 10^4 = 8,16 \frac{cm^2}{m}$$

Localização da zona de armadura mínima

Cálculo do esforço transverso resistente para armadura mínima

$$V_{rd,min} = \frac{A_{sw,min}}{S} z f_{ywd} \cot \theta = 4,47 \times 10^{-4} \cdot 348 \times 10^3 \cdot \cot 30 = 232,5 \text{ kN}$$

Para a configuração da viga tem-se seguinte expressão para a distribuição de esforço transverso:

$$V_{sd} - V_{rd,min} - x \cdot P_{sd} = 0$$

A localização na viga onde é suficiente reforçar com armadura mínima é dado por:

$$x_1 = \frac{V_{sd} - V_{rd,min}}{P_{sd}} = \frac{603,29 - 232,5}{118,88} = 3,12 \text{ m}$$

A contar a partir do apoio inicial até uma distancia de:

$$x_2 = L - x_1 = 10,15 - 3,94 = 7,03 \text{ m}$$

Plano de armaduras

Considerando um espaçamento longitudinal mínimo $S_l = 10 \text{ cm}$

Para um espaçamento transversal máximo superior à largura da viga $S_{t,max} = 0,72 > B_w = 0,5$ adopta-se estribos de 2 ramos.

Armadura mínima

Utilizando diâmetros de 8 mm tem-se a área unitária de $A_{s,unit} = 0,503 \text{ cm}^2$

O que dá uma área total de $A_s = 2 \times 0,503 = 1,005 \text{ cm}^2$

O espaçamento longitudinal de cálculo é dado por

$$S_{calc} \leq \frac{A_s}{\frac{A_{sw,min}}{s}} = \frac{1,005}{4,47} \times 10^2 = 22,48 \text{ cm}$$

Adopta-se um espaçamento $S = 22 \text{ cm} > S_{l,min} = 10$

Assim para a armadura mínima adopta-se estribos de 2 ramos de diâmetro de 8 mm afastados de 22 cm (E2R Ø8//22) o que dá uma área

$$\frac{A_s}{s} = 4,57 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Plano de armaduras para $\frac{A_{sw}}{s} = 8,18 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$

Utilizando diâmetros de 8 mm tem-se a área unitária de $A_{s,unit} = 0,503 \text{ cm}^2$

O que dá uma área total de $A_s = 2 \times 0,503 = 1,005 \text{ cm}^2$

O espaçamento longitudinal de cálculo é dado por

$$S_{calc} \leq \frac{A_s}{\frac{A_{sw}}{s}} = \frac{1,005}{8,18} \times 10^2 = 12,28 \text{ cm}$$

Adopta-se um espaçamento $S = 11,5 \text{ cm} > S_{l,min} = 10$

Assim para a armadura mínima adopta-se estribos de 2 ramos de diâmetro de 8 mm afastados de 11,5 cm (E2R Ø8//11,5) o que dá uma área

$$\frac{A_s}{s} = 8,74 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

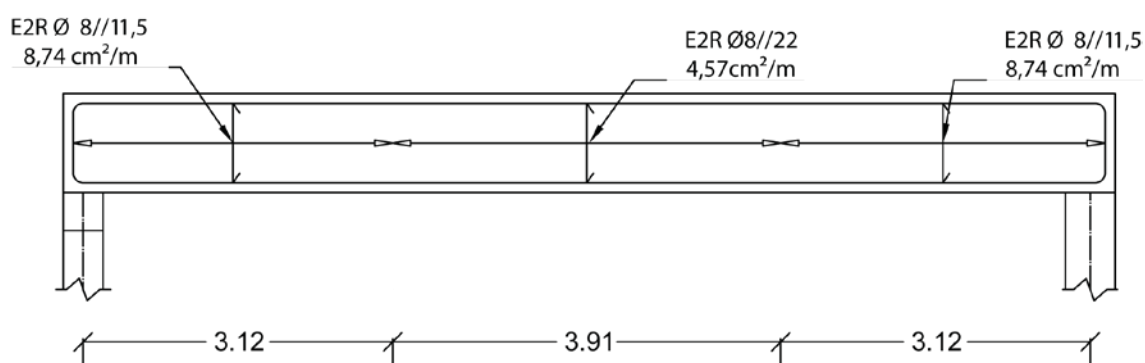


Figura 7.3 Pormenorização da armadura transversal

7.1.3 Verificação aos Estados Limites de Utilização

7.1.3.1 Deformação

Será feita a verificação da dispensa do cálculo flecha

A taxa de armadura de referência toma calculada pela expressão:

$$\rho_0 = \sqrt{f_{ck}} 10^{-3}$$

$$\rho_0 = \sqrt{20} \times 10^{-3} = 0,45\%$$

A taxa de armadura de tracção é calculada pela expressão:

$$\rho = A_s/bd$$

$$\rho = \frac{58,9 \times 10^{-4}}{0,5 \times 0,95} = 1,23\%$$

Então $\rho = 1,14\% > \rho_0 = 0,54\%$ o valor limite da relação vão altura é dado pela expressão

$$\frac{l}{d} = K \left[11 + 1,5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12}\sqrt{f_{ck}} \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right]$$

Com:

$$k = 1 \text{ (Viga simplesmente apoiada)}$$

$$\rho' = A'_s/bd = \frac{9,42 \times 10^{-4}}{0,5 \times 0,96} = 0,20\%$$

$$\frac{l}{d} = 1 \left[11 + 1,5\sqrt{20} \frac{0,45}{1,23 - 0,20} + \frac{1}{12}\sqrt{20} \sqrt{\frac{0,20}{0,45}} \right] = 14,47$$

Para ter em conta a resistência característica da do aço utilizado, o valor a acima calculado deve ser multiplicado por $\frac{310}{\sigma_s}$ dado por:

$$\frac{310}{\sigma_s} = \frac{500 A_{s,prov}}{f_{yk} A_{s,req}}$$

Assim

$$\frac{310}{\sigma_s} = \frac{500}{400} \times \frac{58,9}{53,98} = 1,36$$

Uma vez que o vão efectivo é superior a 7 m multiplica-se por $7/l_{eff}$.

$$\frac{7}{l_{eff}} = \frac{7}{10,15} = 0,69$$

Assim

$$\frac{l}{d_{lim}} = 14,47 \times 1,36 \times 0,69 = 13,61$$

A relação vão/altura existente tem o valor:

$$\frac{l}{d} = \frac{10,15}{0,95} = 10,57$$

Assim:

$$\frac{l}{d} = 10,5 < \frac{l}{d_{lim}} = 13,61$$

∴ O cálculo da flecha na viga está dispensado.

7.1.3.2 Fendilhação

A combinação a utilizar será a combinação quase permanente (utilizada para os efeitos a longo prazo e para o aspecto da estrutura)

$$P_{qp} = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P_k + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

O coeficiente parcial da acção variável $\psi_2 = 0,3$

Assim:

$$P_{qp} = 12,5 + 20 + 0,3 \times 50 = 47,5 \text{ kN/m}$$

Pelo que o momento flector de cálculo toma o valor:

$$M_{qp} = \frac{47,5 \times 10,15^2}{8} = 611,70 \text{ kNm}$$

Coeficiente de fluência

Tratando-se de efeitos a longo prazo surge a necessidade de calcular o coeficiente de fluência a longo prazo $\varphi(t, t_0)$

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t, t_0)$$

Com $t = \infty$ e $t_0 = 28$ dias

O coeficiente de fluência relativo φ_0 é dado por:

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0)$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}}$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,20}}$$

Da Tabela 3.2 $f_{cm} = 28 \text{ Mpa} < 35 \text{ Mpa}$

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}}$$

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} = \frac{2 \cdot b \cdot h}{2 \cdot b + 2 \cdot h}$$

Assim:

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{28}} = 3,175$$

Considerando que o betão atinge a capacidade resistente aos 28 dias

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + 28^{0,20}} = 0,488$$

$$h_0 = \frac{2 \cdot b \cdot h}{2 \cdot b + 2 \cdot h} = \frac{0,5}{3} = 333,3 \text{ mm}$$

Considerando uma humidade relativa de 40%

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - \frac{40}{100}}{0,1 \cdot \sqrt[3]{333,3}} = 1,721$$

Assim o coeficiente de fluência relativo toma o valor:

$$\varphi_0 = 1,721 \cdot 3,175 \cdot 0,488 = 2,669$$

O coeficiente $\beta_c(t, t_0)$ é dado por:

$$\beta_c(t, t_0) = \left[\frac{t - t_0}{\beta_H + t - t_0} \right]^{0,3}$$

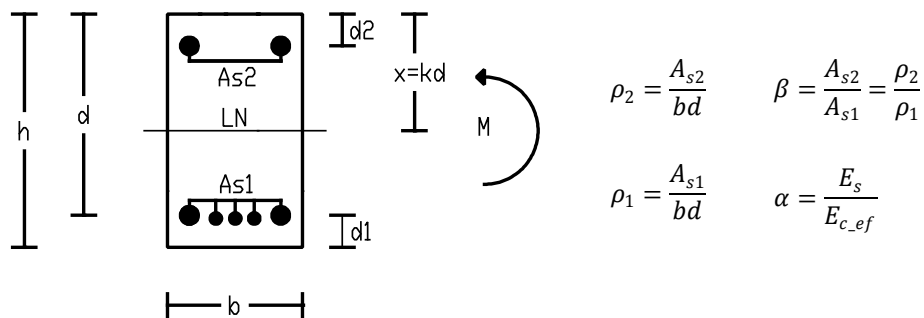
Para longo prazo $t = \infty$ o valor de $\beta_c(t, t_0)$ aproxima-se da unidade $\beta_c(t, t_0) \cong 1$

Assim o coeficiente de fluência toma o valor:

$$\varphi(\infty, 28) = 2,669$$

Cálculo do momento de fendilhação

Tratando-se de uma secção rectangular temos a seguinte configuração



Com:

$$A_{s1} = 58,9 \text{ cm}^2$$

$$A_{s2} = 9,42 \text{ cm}^2$$

$$E_s = 200 \text{ Gpa}$$

$$E_{c,eff} = \frac{1,05 E_{cm}}{1+\varphi(\infty,28)} = \frac{1,05 \cdot 30}{1+2,669} = 8,585 \text{ Gpa}$$

$$\rho_1 = \frac{54 \cdot 10^{-4}}{0,5 \cdot 0,96} = 1,123 \%$$

$$\rho_2 = \frac{9,42 \cdot 10^{-4}}{0,5 \cdot 0,96} = 0,20 \%$$

$$\alpha = \frac{200}{8,585} = 23,296$$

$$\beta = \frac{0,20}{1,123} = 0,149$$

A posição da linha neutra em estado não fendilhado é dado por

$$\frac{x}{d} = k = \frac{1 \left(\frac{h}{d}\right)^2 + 2\alpha\rho_1 \left(\beta \frac{d_2}{d} + 1\right)}{\frac{h}{d} + 2\alpha\rho_1(\beta + 1)}$$

$$k = \frac{1 \left(\frac{1}{0,96}\right)^2 + 2 \cdot 23,296 \cdot \frac{1,123}{100} \left(0,149 \frac{0,04}{0,96} + 1\right)}{\frac{1}{0,96} + 2 \cdot 23,296 \cdot \frac{1,123}{100} (0,149 + 1)} = \mathbf{0,49}$$

$$x = kd = 0,49 \times 0,96 = 0,470 \text{ m}$$

O momento de inércia para a secção não fendilhada é dado por

$$I = bd^3 \left[\frac{k^3 + \left(\frac{h}{d} - k\right)^3}{3} + \rho_2 \alpha \left(k - \frac{d_2}{d}\right)^2 + \rho_1 \alpha (1 - k)^2 \right]$$

$$I = 0,5 \cdot 0,96^3 \left[\frac{0,49^3 + \left(\frac{1}{0,96} - 0,49\right)^3}{3} + \frac{0,2}{100} 23,296 \left(0,49 - \frac{0,04}{0,96}\right)^2 + \frac{1,123}{100} 23,296 (1 - 0,49)^2 \right]$$

$$\mathbf{I = 0,0795 \text{ m}^4}$$

O momento de fendilhação é dado por

$$M_{cr} = f_{ctm} \frac{I}{h - x}$$

$$M_{cr} = 28 \frac{0,0795}{1 - 0,470} \times 10^3 = \mathbf{328,4 \text{ kNm}}$$

$$M_{qp} = 611,70 > M_{cr} = 328,4 \text{ kNm}$$

A secção fendilha

A posição da linha neutra para uma secção em estado fendilhado é dado por:

$$\frac{x}{d} = k = -\alpha\rho_1 \left[(1 + \beta) + \sqrt{(1 + \beta)^2 + \frac{2}{\alpha\rho_1} \left(1 + \beta \frac{d_2}{d}\right)} \right]$$

$$k = -23,296 \cdot \frac{1,125}{100} \left[(1 + 0,149) + \sqrt{(1 + 0,149)^2 + \frac{2}{23,296 \frac{1,125}{100}} \left(1 + 0,149 \frac{0,04}{0,96}\right)} \right]$$

$$k = 0,50$$

$$x = kd = \mathbf{0.480 \text{ m}}$$

O momento de inércia para uma secção fendilhada é dado por:

$$I_{cr} = bd^3 \left[\frac{k^3}{3} + \alpha\rho_1 \left((1 - k)^2 + \beta \left(k - \frac{d_2}{d} \right)^2 \right) \right]$$

$$I_{cr} = 1 \cdot 0,96^3 \left[\frac{0,5^3}{3} + 23,296 \frac{1,124}{100} \left((1 - 0,485)^2 + 0,149 \left(0,485 - \frac{0,04}{0,96} \right)^2 \right) \right]$$

$$I_{cr} = 0,054 \text{ m}^4$$

A tensão na armadura traccionada é calculada por:

$$\sigma_{s1} = \alpha \frac{M(d - x)}{I_{cr}}$$

$$\sigma_{s1} = 23,296 \frac{611,70 \cdot (0,96 - 0,470)}{0,054} \times 10^{-3} = \mathbf{126,9 \text{ Mpa}}$$

Cálculo da abertura de fendas

A abertura de fendas é calculada pela expressão:

$$W_k = s_{r,max} (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$$

Com

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s}$$

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}}$$

$$A_{c,eff} = h_{c,eff} \times b$$

Em que:

$$h_{c,eff} = \min\{2,5(h - d); (h - x)/3; h/2\}$$

$$h_{c,eff} = \min\{2,5(1 - 0,96); (1 - 0,464)/3; 1/2\} = 0,1 \text{ m}$$

$$A_{c,eff} = 0,1 \times 0,5 = \mathbf{0,05 \text{ m}^2}$$

$$\rho_{p,eff} = \frac{58,9}{0,05 \times 10^4} = \mathbf{0,118}$$

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{126,9 \times 10^{-3} - 0,4 \frac{2,2 \times 10^3}{0,108} (1 + 23,296 \cdot 0,228)}{200 \times 10^6} = \mathbf{0,495 \text{ ‰}}$$

$$0,6 \frac{\sigma_s}{E_s} = 0,382 \text{ ‰} < 0,495 \text{ ‰}$$

A extensão média toma o valor $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \mathbf{0,495 \text{ ‰}}$

A distância máxima entre fendas é dada pela expressão:

$$S_{r,m\acute{a}x} = 3,4c + 0,425k_1K_2 \frac{\emptyset}{\rho_{p,eff}}$$

$$k_1 = 0,8$$

$$k_2 = 0,5$$

$$S_{r,m\acute{a}x} = 3,4 \cdot 0,04 + 0,425 \cdot 0,8 \cdot 0,5 \frac{25 \times 10^3}{0,118} = \mathbf{0,172 \text{ m}}$$

A abertura de fendas fica:


$$W_k = 0,175 \cdot 0,495 \times 10^{-3} = \mathbf{0,086 \text{ mm}}$$

$$W_k = 0,086 \text{ mm} < W_{max} = 0,3 \text{ mm}$$

∴ Satisfaz a segurança aos estados limites de fendilhação

7.2 Verificação do exemplo 1 recorrendo ao programa de cálculo

7.2.1 Definição do modelo de cálculo

- 1- Definir os materiais de projecto C20/25 A 400 botão  como indicado na figura

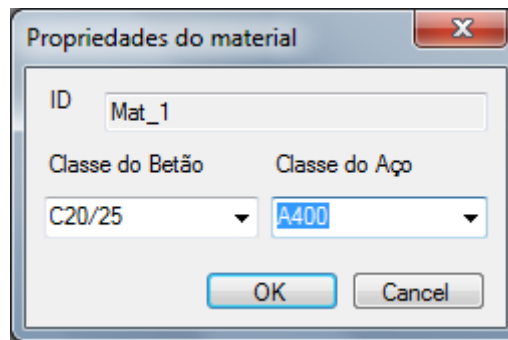



Figura 7.4 Definição dos materiais do projecto

- 2- Definição das dimensões da secção e os recobrimentos botão  como indicado na figura

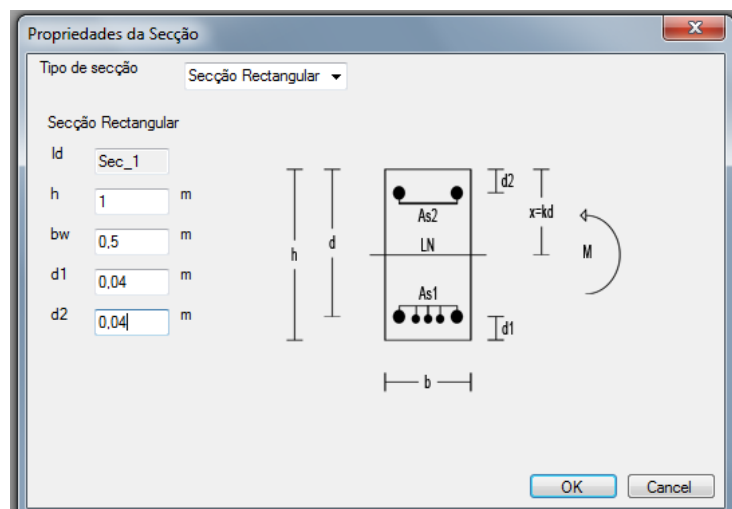



Figura 7.5 Definição da secção

- 3- Definição da estrutura botão  como indicado na figura

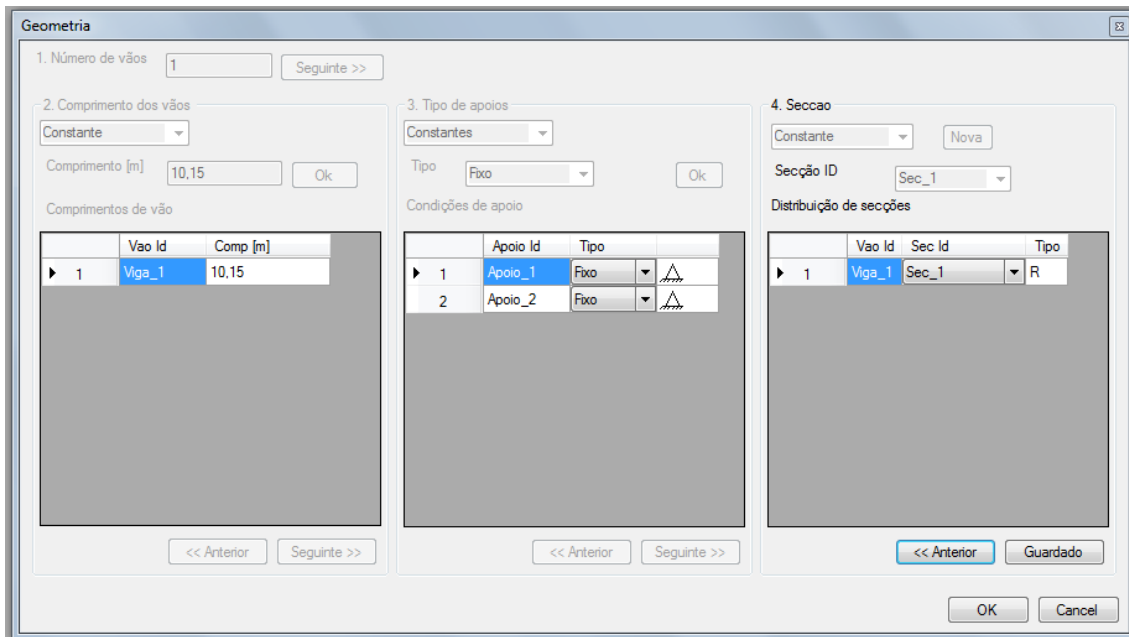



Figura 7.6 Definição da estrutura

4- Definir as acções actuantes, botão  como indicado na figura:

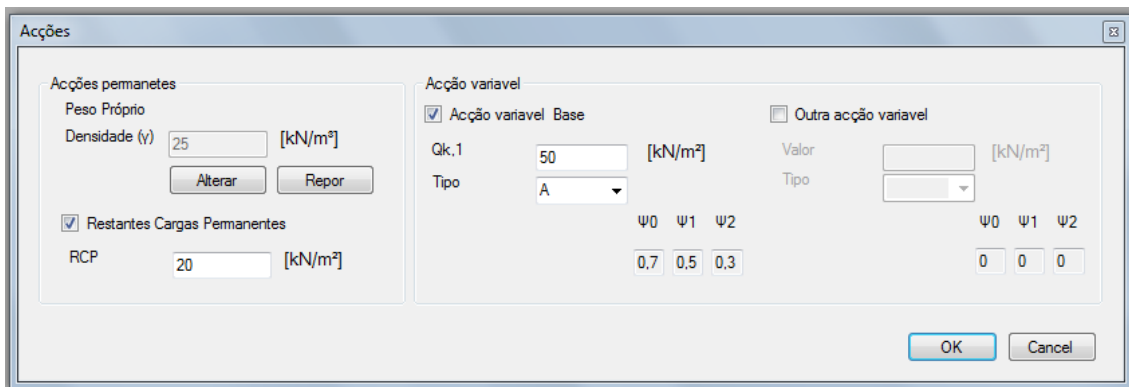



Figura 7.7 Definição das acções actuantes

5- Definir o carregamento botão  como indicado na figura

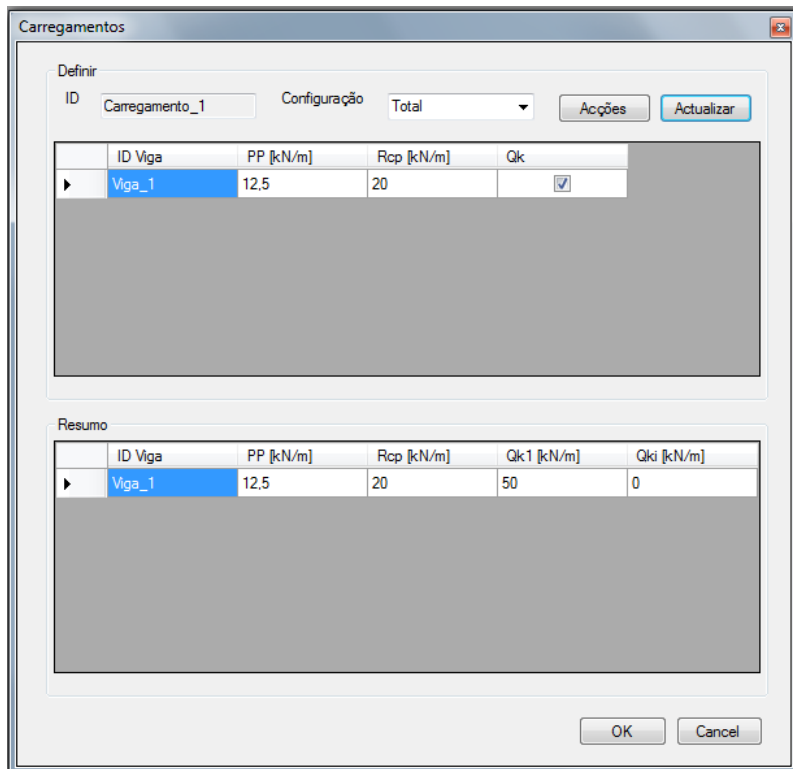



Figura 7.8 Definição dos carregamentos

O modelo de cálculo encontra-se definido, como se pode ver na janela de estrutura botão  tal como mostra a figura

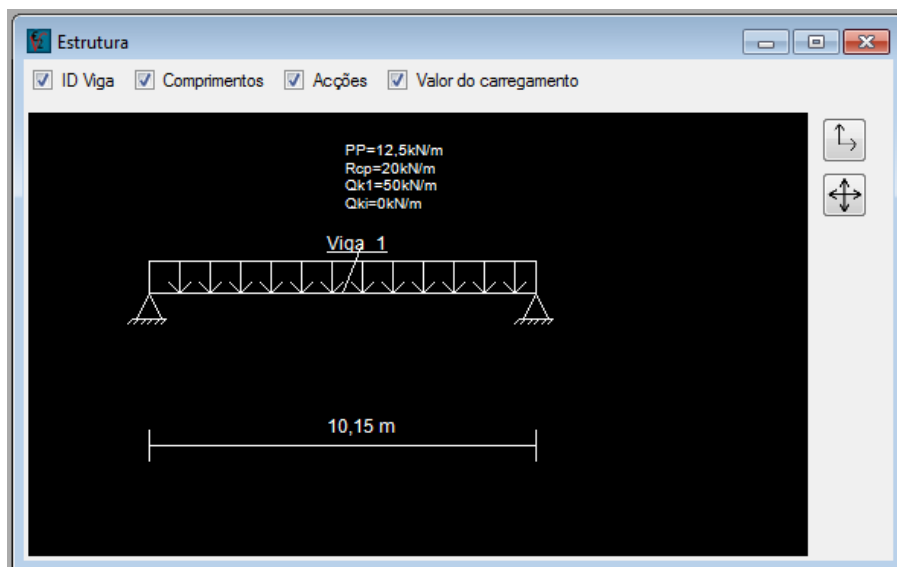



Figura 7.9 Visualização do modelo de cálculo

7.2.2 Análise de resultados

Para efectuar a verificação aos estados limite é necessário definir os parâmetros limite para a verificação aos estados limite botão  como indicado na figura

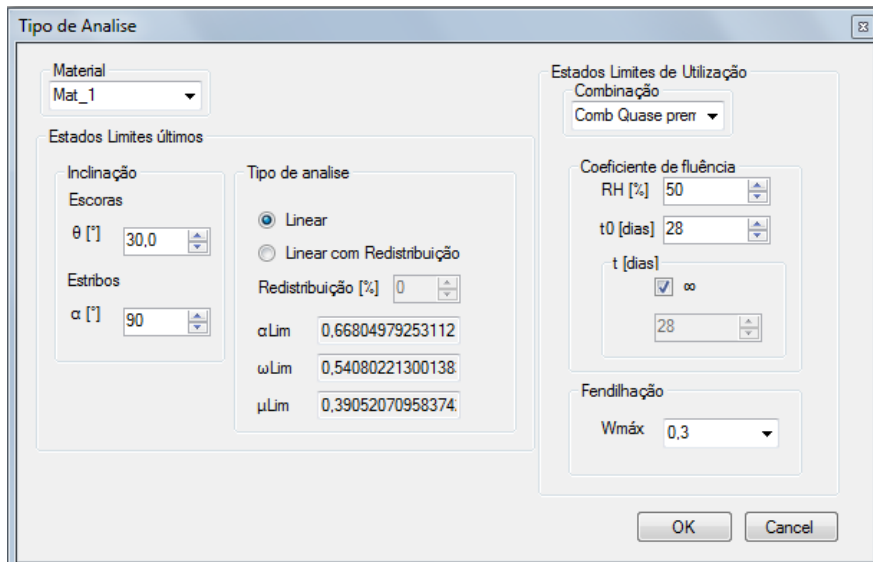


Figura 7.10 Definição dos parâmetros limite para a verificação dos estados limite

Após este passo o programa efectua as verificações necessárias sendo possível agora visualizar os resultados do seguinte modo

- 1- Visualização do diagrama do momento flector para estados limite último botão

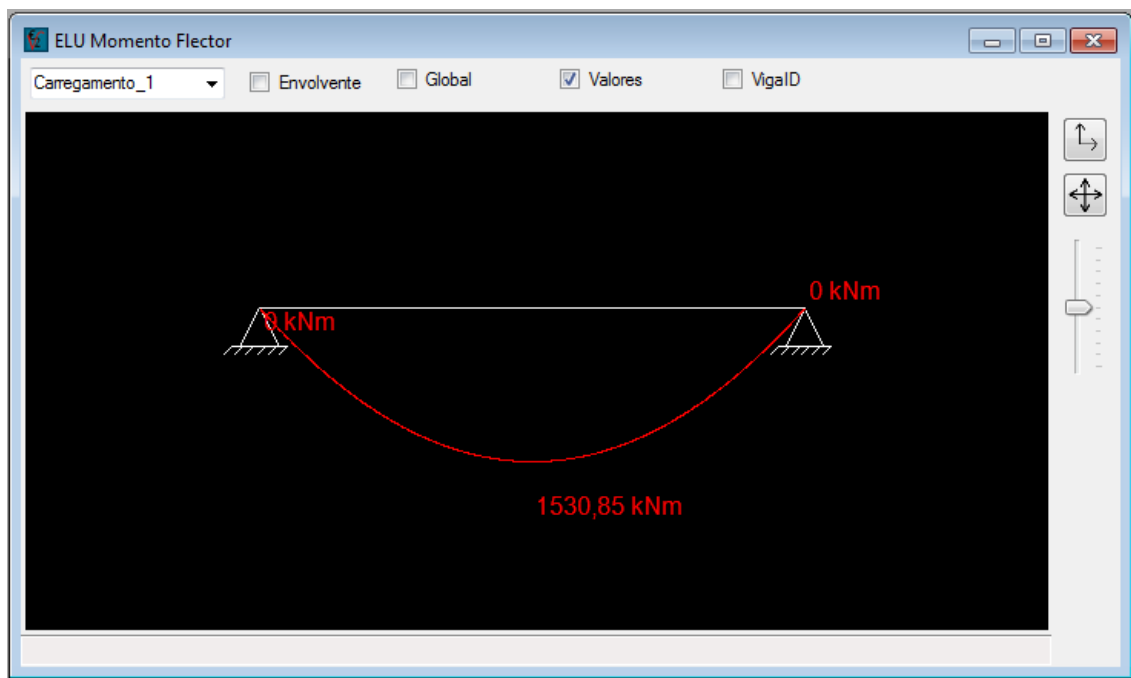


Figura 7.11 Visualização do diagrama de momento flector para ELU

Como se pode observar o resultado é igual ao calculado em 7.1.2

- 2- Visualização do diagrama do esforço transversal para estados limite último botão

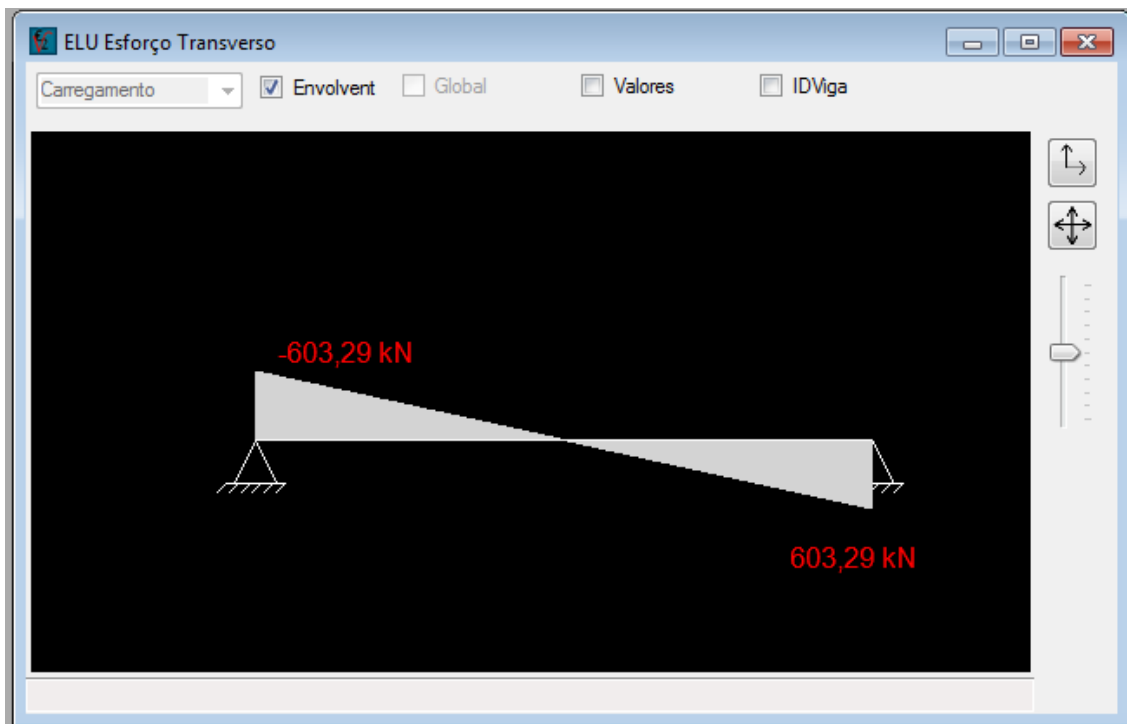



Figura 7.12 Visualização do diagrama de esforço transverso para ELU

Como se pode observar o resultado é igual ao calculado em 7.1.2

- 3- A verificação dos estados limite de utilização é feita através da janela ELS Fendilhação e Deformação botão  onde é possível observar o diagrama de momento flector para a combinação utilizada (Quase permanente) bem como os aspectos necessários para a verificação da deformação e Fendilhação.

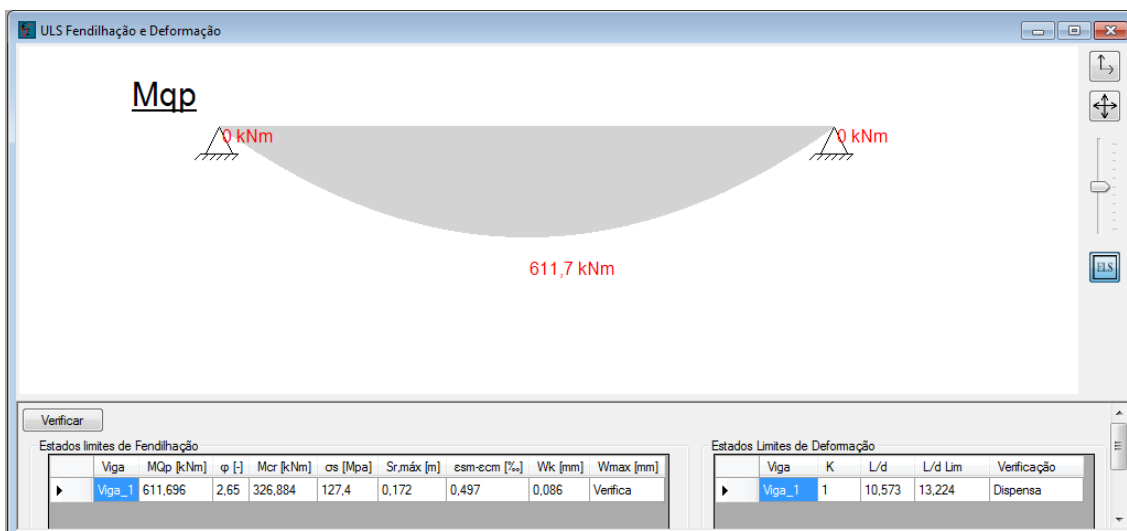



Figura 7.13 Análise dos estados limites de utilização.

É possível observar que os parâmetros calculados estão de acordo com os calculados em 7.1.3

4- A visualização da pormenorização das armaduras é visualizada na janela pormenorização .

Alterando os parâmetros de pormenorização, podem ser determinadas várias soluções possíveis. A adopção de uma solução final terá a ver com variados aspectos associados na maioria das vezes a boas práticas de concepção física da peça. Além disso deve-se ter sempre em atenção que a análise de resultados obtidos automaticamente, independentemente do nível de confiança que uma aplicação ou ferramenta informática possa ter, não deve ser abstraída do uso do sentido crítico e do conhecimento das regras e bases de cálculo em que elas se fundam. Assim a determinação de boas soluções irá depender do bom senso e experiência, de quem está encarregue de fazer esta análise.

Assim sendo são determinadas duas soluções (a) e (b) aceitáveis e uma solução (c) que apesar de reunir as condições que definem a segurança aos estados limite não será a melhor opção.

Uma vez mais é importante referir o facto de os parâmetros necessários para a dispensa de armaduras l_{bd} e l_0 não estarem contemplados, pelo que a consideração de soluções aceitáveis deve ser interpretado do ponto de vista do pré-dimensionamento não devendo ser de todo adoptada como uma solução final.

Os parâmetros adoptados para as soluções (a) e (b) encontram-se na Figura 7.14

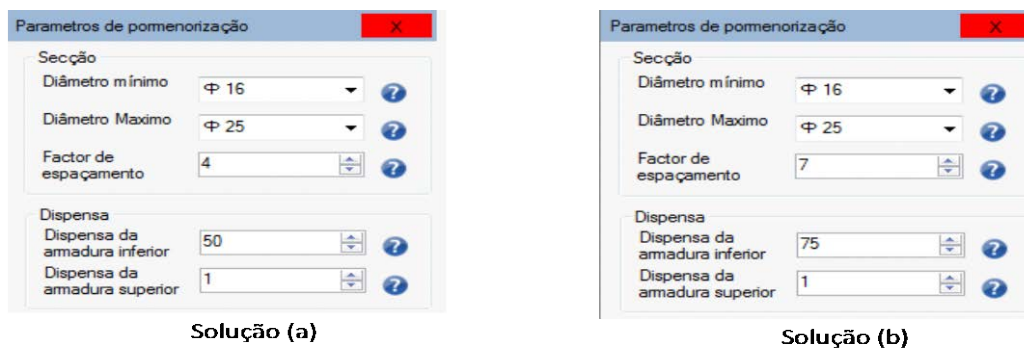


Figura 7.14 Parâmetros de pormenorização das soluções possíveis de adoptar

Parametros de pomenorização

Secção

Diâmetro mínimo Φ 12

Diâmetro Maximo Φ 25

Factor de espaçamento 6

Dispensa

Dispensa da armadura inferior 50

Dispensa da armadura superior 3

Figura 7.15 Parâmetros de pormenorização da solução recusada

As esquematizações da distribuição de armadura longitudinal são apresentadas de seguida.

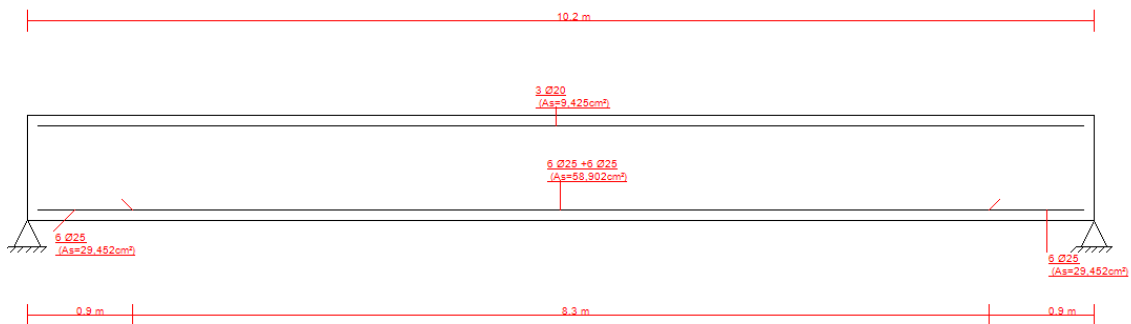


Figura 7.16 Armadura longitudinal solução (a)

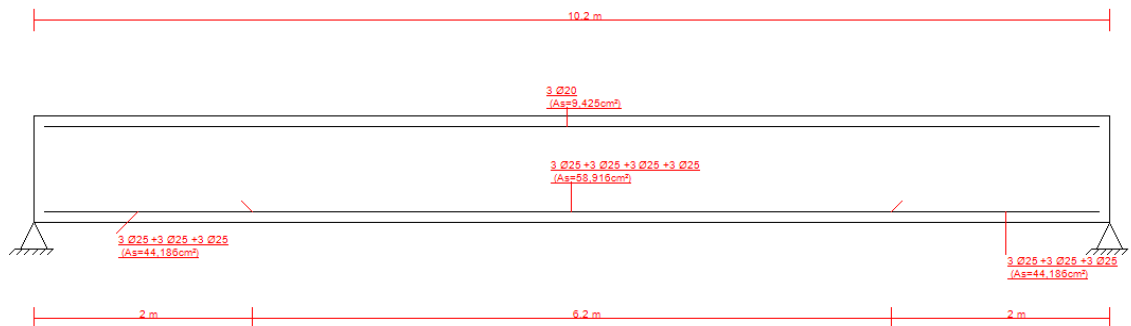


Figura 7.17 Armadura longitudinal solução (b)

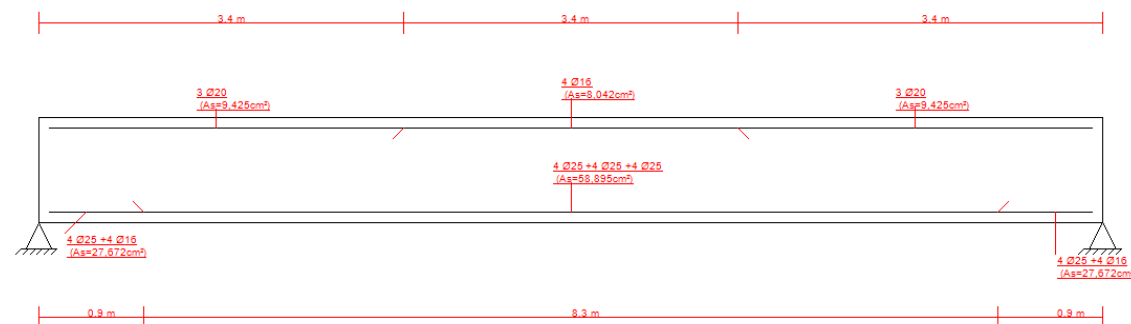


Figura 7.18 Pormenorização da armadura longitudinal solução (c)

As razões que podem ser apontadas para a consideração das soluções (a) e (b) como soluções aceitáveis podem ser o facto de os varões empregues tanto na armadura superior

como na armadura inferior serem de diâmetro constante o que se torna uma mais-valia em termos de concepção física da viga. Note-se que a solução (a) aproxima-se consideravelmente da solução apresentada na determinação manual do exemplo.

Por sua vez a solução (c), devido à existência de varões de diâmetro diferente, num comprimento muito reduzido para fazer face à necessidade de dispensa, seria preferível não efectuar a dispensa, na hipótese de existirem opções que evitem essa situação. Outro ponto determinante para a rejeição desta solução tem a ver com o facto da armadura superior a meio vão, que garante a existência de armadura mínima, possuir uma área de armadura que não difere em muito das armaduras de extremidade pelo que em termos práticos seria mais aceitável correr toda a viga com a armadura considerada nas extremidades.

No que toca à pormenorização da armadura transversal, os parâmetros de pormenorização que influenciam a definição desta serão o diâmetro mínimo a utilizar nos estribos e a alteração do espaçamento longitudinal a considerar, pelo que a solução adoptada para as três hipóteses é independente da armadura longitudinal podendo até ser a mesma para as três. Assim para o exemplo foram analisadas duas hipóteses (i) e (ii) com os seguintes parâmetros para armadura transversal, como se pode ver na Figura 7.20



Figura 7.19 Parâmetros para as soluções de armadura transversal

Obtiveram-se as seguintes esquematizações para as armaduras de transversais.

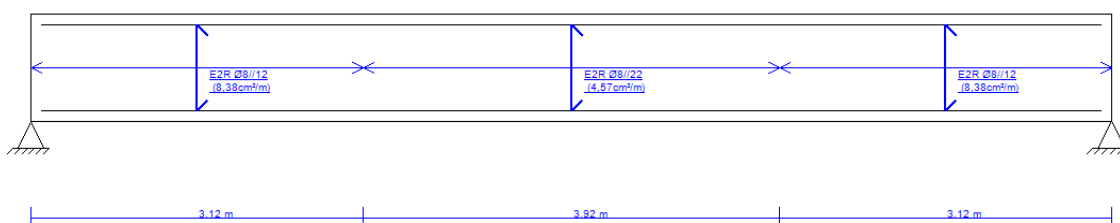


Figura 7.20 Pormenorização da armadura transversal solução (i)

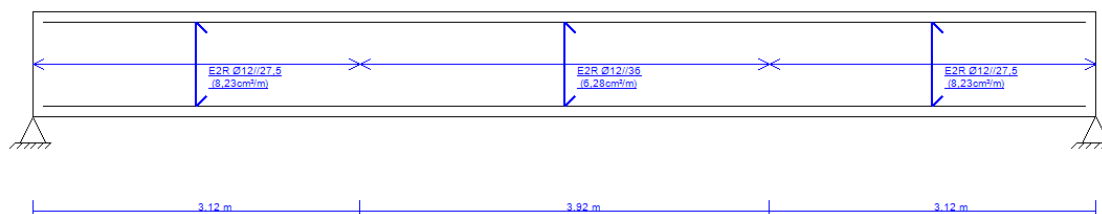


Figura 7.21 Pormenorização da armadura transversal solução (ii)

Da análise das soluções pode-se concluir que a solução (i) apresenta resultados semelhantes aos obtidos manualmente, porém a utilização de diâmetros de 8 mm para as dimensões da viga pode não ser uma boa solução, pelo que na solução (ii) opta-se por aumentar o diâmetro mínimo a utilizar para os estribos.

No **Anexo B** encontra-se o relatório resumo gerado pelo programa com os dados e análise efectuados

7.3 Exemplo 2 – Dimensionamento de uma viga simplesmente apoiada com consola, recorrendo ao programa de cálculo.

No exemplo seguinte a resolução será apenas feita recorrendo ao E2VIGA.com a intenção de demonstrar a capacidade do programa de executar verificação para diferentes possibilidades de configuração da estrutura (viga). É apresentada a forma como é abordada a questão da alternância de sobrecargas.

Verificar a segurança aos estados limite, para uma viga com a configuração Figura 7.22, sujeita à acção do peso próprio, restantes cargas permanentes e sobrecarga (zona habitacional).

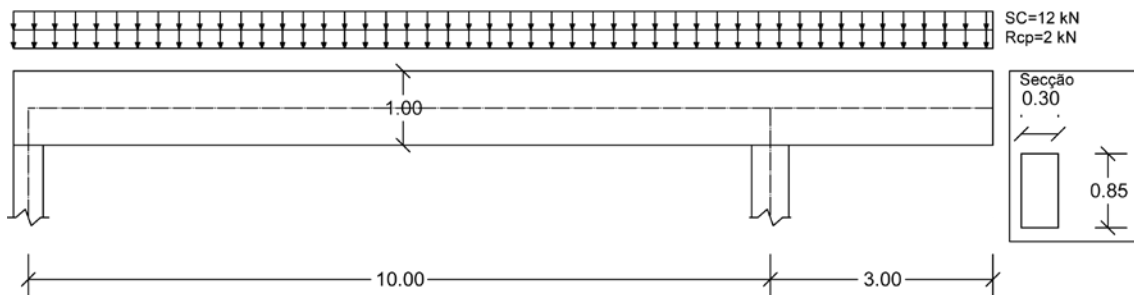



Figura 7.22 Exemplo de cálculo viga contínua

7.3.1 Definição do modelo de cálculo

- 6- Definir os materiais de projecto C20/25 A 400 botão  como indicado na figura

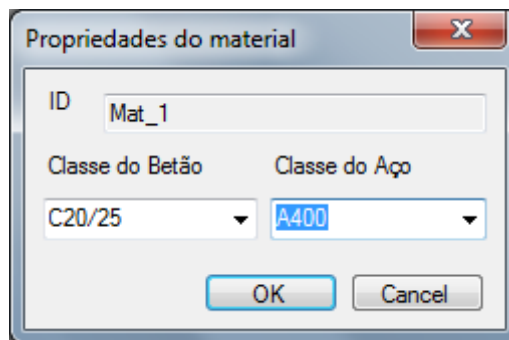



Figura 7.23 Definição dos materiais do projecto

- 7- Definição das dimensões da secção e os recobrimentos botão  como indicado na figura seguinte. Foi considerado um recobrimento de 4 cm.

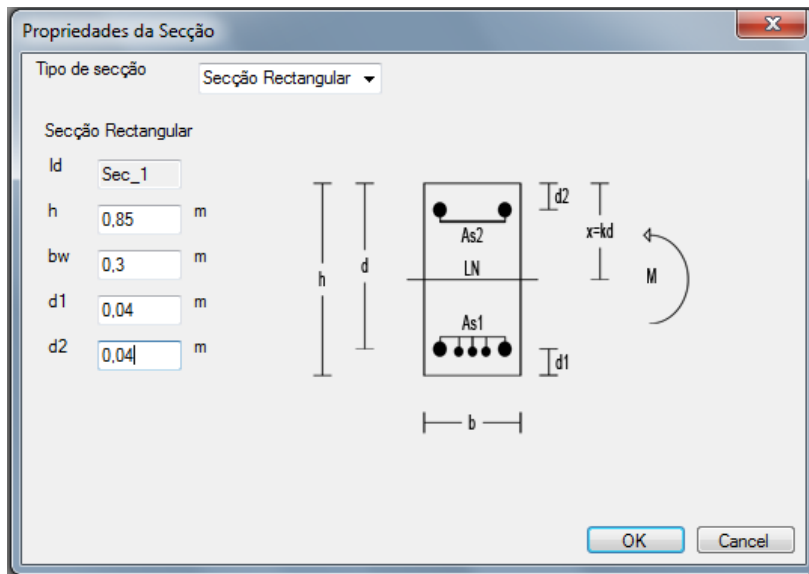



Figura 7.24 Definição da secção

- 8- Definição da estrutura botão  como indicado na figura

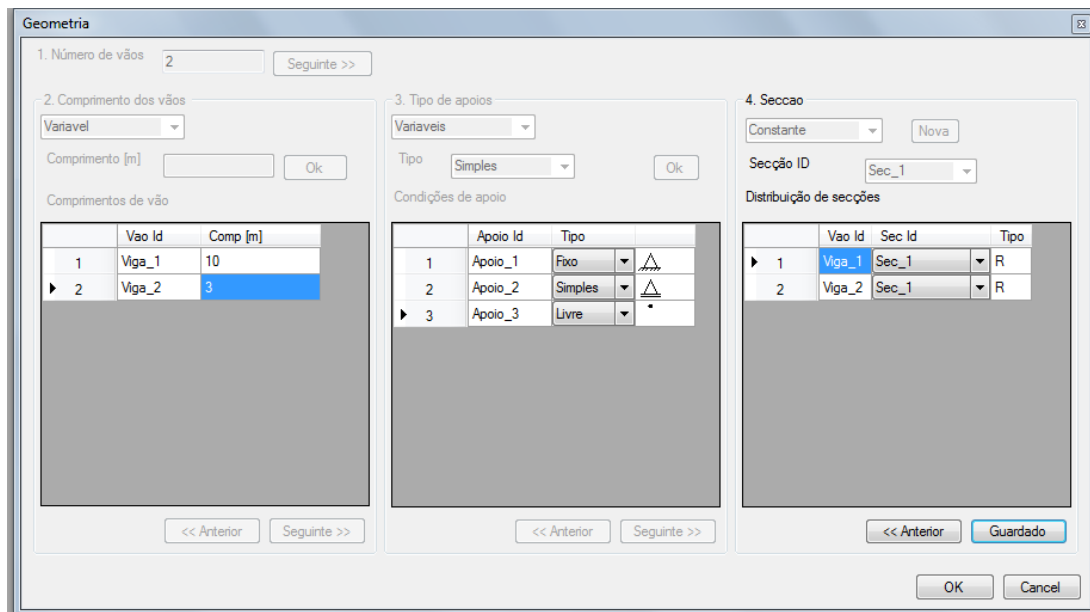


Figura 7.25 Definição da estrutura


9- Definir as acções actuantes, botão  como indicado na figura:

Figura 7.26 Definição das acções actuantes

10- Definir a alternância de sobrecarga botão  como indicado na figura

ID Viga	PP [kN/m]	Rcp [kN/m]	Gk
Viga_1	6,375	8	<input checked="" type="checkbox"/>
Viga_2	6,375	8	<input checked="" type="checkbox"/>

ID Viga	PP [kN/m]	Rcp [kN/m]	Gk1 [kN/m]	Gki [kN/m]
Viga_1	6,375	8	12	0
Viga_2	6,375	8	12	0

Figura 7.27 Definição dos carregamentos

Neste ponto serão definidas as seguintes alternâncias de sobrecargas:

Sobrecarga actuando no comprimento total da viga (Total)

ID Viga	PP [kN/m]	Rcp [kN/m]	Gk1 [kN/m]	Gki [kN/m]
Viga_1	6,375	8	12	0
Viga_2	6,375	8	12	0

Sobrecarga actuando sobre o vão esquerdo (Alternado 1)

Carregamentos

Carregamento 2 Adicionar Remover


ID Viga	PP [kN/m]	Rcp [kN/m]	Qk1 [kN/m]	Qki [kN/m]
Viga_1	6,375	8	12	0
Viga_2	6,375	8	0	0

Sobrecarga actuando sobre o vão esquerdo (Alternado 2)

Carregamentos

Carregamento 3 Adicionar Remover

ID Viga	PP [kN/m]	Rcp [kN/m]	Qk1 [kN/m]	Qki [kN/m]
Viga_1	6,375	8	0	0
Viga_2	6,375	8	12	0

O modelo de cálculo encontra-se definido, como se pode ver na janela de estrutura botão  tal como mostra a figura seguinte:

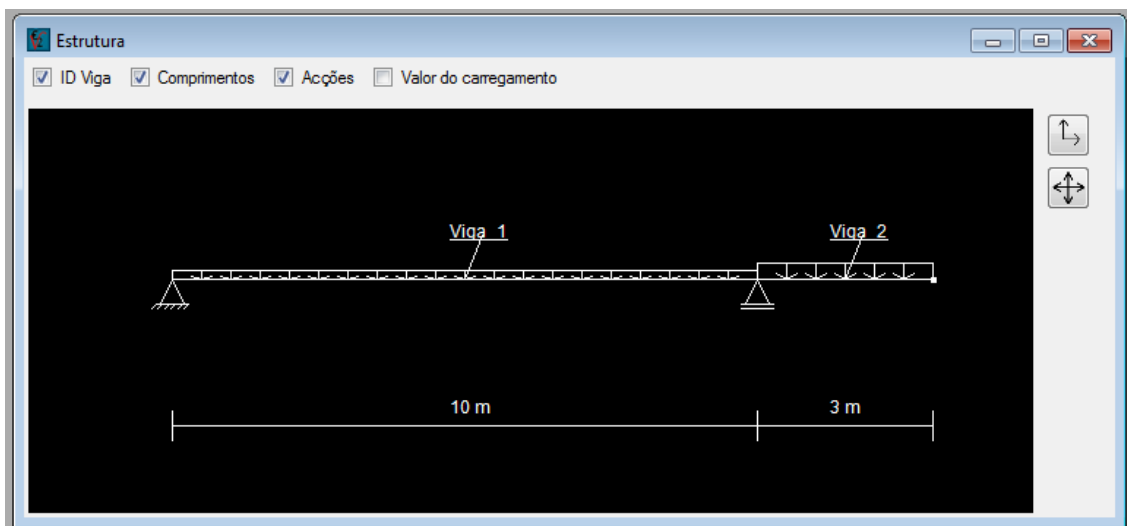



Figura 7.28 Visualização do modelo de cálculo

7.3.2 Análise de resultados

Para efectuar a verificação aos estados limite é necessário definir os parâmetros limite para a verificação aos estados limite botão  como indicado na figura seguinte

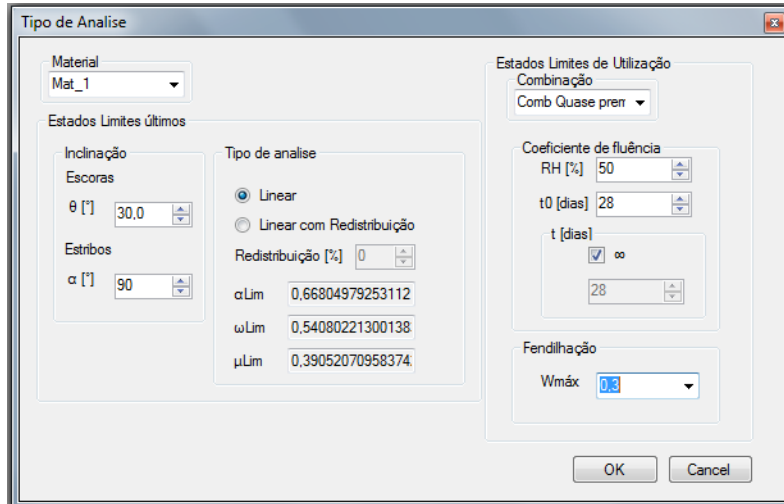


Figura 7.29 Definição dos parâmetros limite para a verificação dos estados limite

Para estados limite últimos será feita uma análise linear com estribos verticais e inclinação de escoras de 30° . A combinação de acções para os estados limite de serviço será a combinação quase permanente, os efeitos de fluência serão determinada a longo prazo considerando uma humidade relativa de 50%, a abertura máxima admissível será de 0.3 mm.

Após este passo o programa efectua as verificações necessárias sendo possível agora visualizar os resultados do seguinte modo

- 5- Visualização do diagrama do envolvente do momento flector para estados limite último

botão 

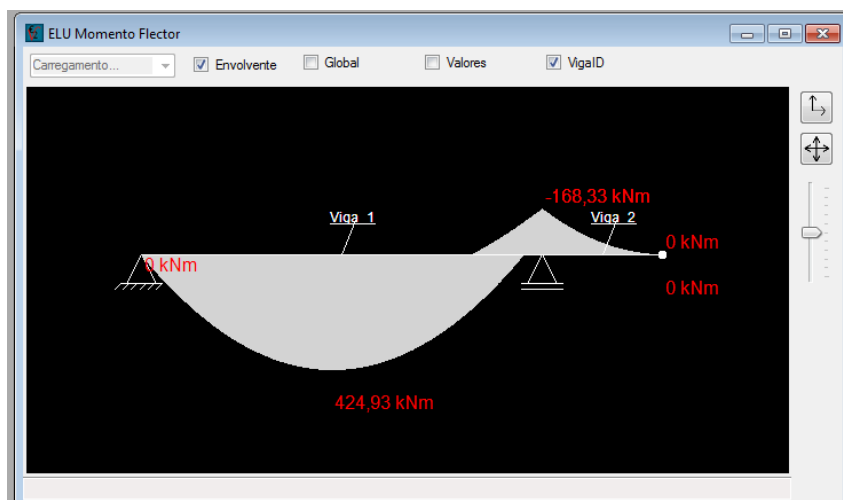



Figura 7.30 Visualização do diagrama de momento flector para ELU

6- Visualização da envolvente do diagrama do esforço transverso para estados limite último botão 

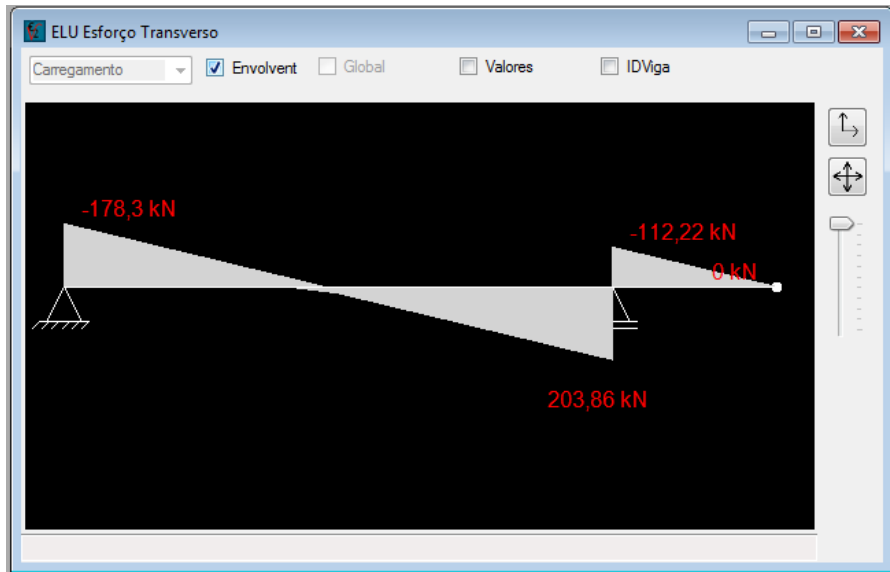



Figura 7.31 Visualização do diagrama de esforço transverso para ELU

7- A verificação dos estados limite de utilização é feita através da janela ELS Fendilhação e Deformação botão  onde é possível observar o diagrama de momento flector para a combinação utilizada (Quase permanente) bem como os aspectos necessários para a verificação da deformação e Fendilhação.

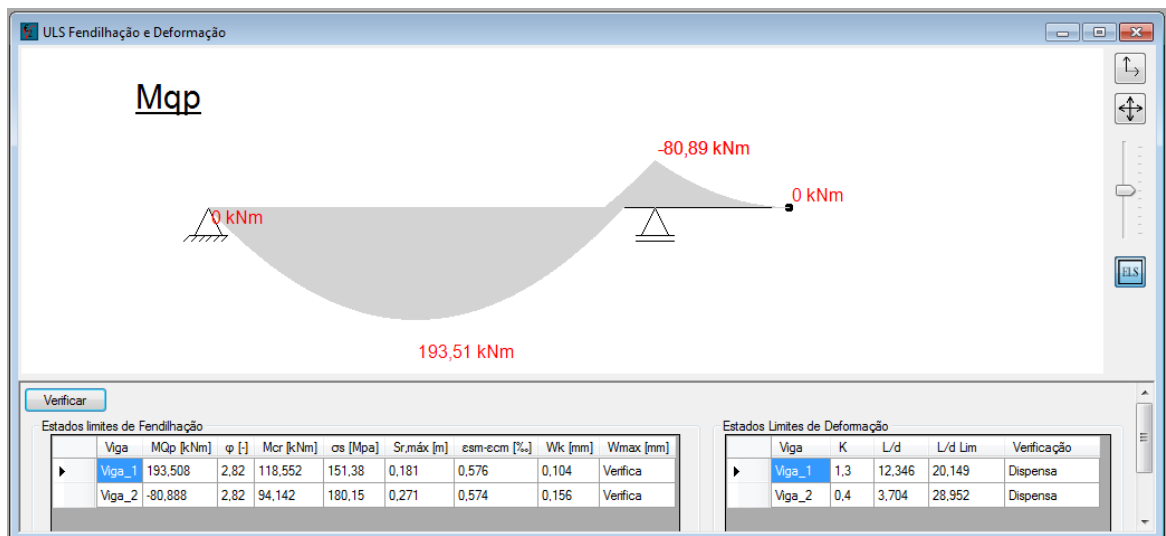


Figura 7.32 Análise dos estados limites de utilização.

- 8- A visualização da pormenorização das armaduras é feita pela janela pormenorização. Os parâmetros adoptados para a armadura longitudinal encontram-se na Figura 7.33 as esquematizações e relatório gerado pelo programa encontra-se no **Anexo C**

Parametros de pomenorização	
Secção	
Diâmetro mínimo	Φ 16
Diâmetro Maximo	Φ 25
Factor de espaçamento	4
Dispensa	
Dispensa da armadura inferior	50
Dispensa da armadura superior	3
Armadura transversal	
Diâmetro mínimo	Φ 8
Alterar espaçamentos	1

Figura 7.33 Diâmetros máximos e mínimos utilizados

8 Conclusões

Os objectivos propostos na dissertação de estabelecer as metodologias de automatização do processo de dimensionamento das estruturas de betão armado de acordo com o Eurocódigo 2 [1] e desenvolver um programa de aplicação destas foram cumpridos. O programa desenvolvido o E2VIGA permite fazer a verificação da segurança de vigas contínuas, com secção rectangular e secção em T sujeitas a cargas contínuas sendo possível fazer uma análise para diferentes tipos de carregamentos. É feita a verificação da segurança aos estados limite último de flexão, esforço transversal, aos estados limite de deformação e de fendilhação ao mesmo tempo que possibilita efectuar a pormenorização das armaduras e efectuar a análise de resultados detalhadamente.

O programa desenvolvido, foi validado com um exemplo prático onde foi possível comparar os resultados por via manual e via automática, e um exemplo geral para demonstrar outras funcionalidades do mesmo. Através dos exemplos verificou-se que o E2VIGA possibilita encontrar mais do que uma solução a adoptar para o problema.

Devido à extensão do EC2 [1], não foi possível neste trabalho efectuar todas as verificações a ter em conta, por exemplo a verificação à flexão composta, torção, punçoamento entre outros. Aspectos relativos ao detalhe e pormenorização das armaduras preconizados no EC2 [1] também não foram contemplados como é o caso dos comprimentos de amarração e de sobreposição, por exemplo, o que seria uma mais-valia para a análise das soluções. Também não foi possível abranger todas as peças de betão por ex. lajes, pilares, sapatas, entre outras. O que limita o E2VIGA num cenário de ferramenta geral para projecto de estruturas. Sugere-se assim como desenvolvimento futuro a adaptação do programa a esse tipo de peças bem como a inclusão das verificações não abrangidas. A abordagem do problema da deformação através do processo de cálculo directo indicado no EC2 [1], também é um aspecto interessante em termos de desenvolvimentos futuros. O método numérico de análise de esforços incluído no programa permite fazer a análise estrutural de pórticos planos e a inclusão de cargas pontuais o que pode ser de grande utilidade em desenvolvimentos futuros.

Bibliografia

1. **CEN.** *EN 1992 Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings.* Bruxelas : CEN, 2004.
2. —. *EN 1990 Eurocode-Basis of structural design.* Bruxelas : CEN, 2002.
3. —. *EN 1991 Eurocode1- Actions on structures - Part 1-1: General actions – Densities, self-weight, imposed loads for buildings.* Bruxelas : CEN, 2002.
4. Eurocodes Building the future. *Eurocodes Building the future.* [Online] Joint Research Centre . [Cited: Agosto 15, 20011.] <http://eurocodes.jrc.ec.europa.eu/showpage.php?id=13>.
5. **Qualidade, Insitudo Português da.** *Norma Portuguesa EN 206-1.* s.l. : Insitudo Português da Qualidade.
6. **Appleton, Júlio, Camara, José and Almeida, João.** *Apontamentos de apoio às aulas de Betão Armado e Pré-Esforçado I, Vol. I-Estados Limites Últimos; Vol. II-Estados Limites de Utilização.* 2005.
7. **Marchão, Carla and Appleton, Júlio.** *Betão armado e pré-esforçado I Folhas de apoio às aulas.* s.l. : IST, 2007.
8. **Júlio, Eduardo.** *Cálculo de armaduras longitudinais de vigas rectangulares de betão armado sujeitas a flexão simples plana de acordo com o eurocódigo 2.* Coimbra : s.n.
9. **CEB.** *Bulletin D'Information nº 141.* New York : s.n., 1982.
10. **Stephens, Rod.** *Visual Basic® 2008 Programmer's Reference.* Indianapolis : Wiley Publishing, Inc., 2008.
11. **Tavares, A Segadães.** *Análise Matricial De Estruturas.* s.l. : Laboratorio Nacional De Engenharia Civil, 1973.
12. **Mosley, W. H. and Bungey, J. H.** *Reinforced Concrete Design to Eurocode 2.* s.l. : Palgrave Macmillan, 1996.
13. **Chajes, Alexander.** *Structural analysis.* s.l. : Prentice-Hall, 1990.
14. **Martin, Lawrence and Purkiss, John.** *Concrete design to EN 1992.* London : s.n., 2006.

Anexos

Anexo A

Método de cálculo de esforços

A Método do cálculo de esforços (método dos deslocamentos)

A.1 Introdução

O método dos deslocamentos é um método de cálculo para resolução de estruturas reticuladas, onde se aplicam as relações fundamentais de mecânica estrutural, Equilíbrio Compatibilidade e Relações Constitutivas.

A.2 Discretização e orientação

A formulação do método dos deslocamentos consiste em discretizar a estrutura nos seus diferentes elementos de barra, sendo cada um desses elementos identificada pelos seus nós de extremidade. Considera-se que, inicialmente os nós da estrutura estão fixos, isto é restringem-se todos os deslocamentos nodais. Cada um dos elementos encontra-se assim isolado dos restantes permitindo fazer a sua análise separadamente. Ao elemento de barra pode associar-se um sistema de eixos cartesianos ortogonais como, como indicado na Figura A.1

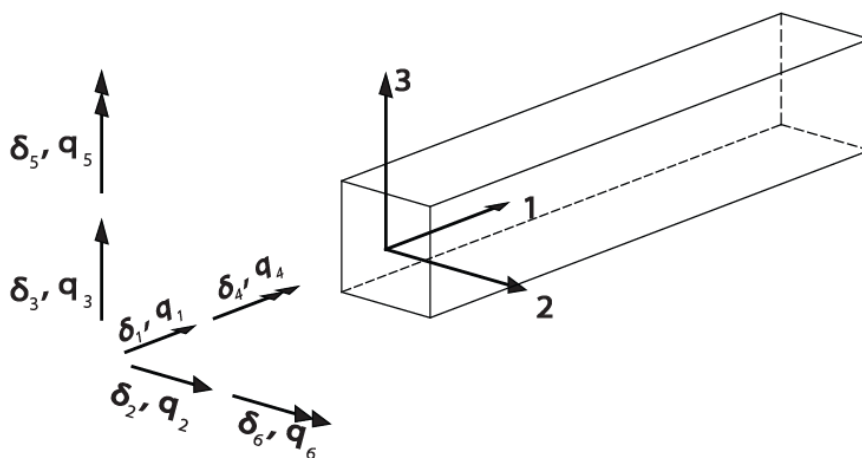


Figura A.1 Convenção de sinais barra tridimensional

As extremidades da barra podem sofrer deslocamentos e rotações generalizados $\delta^1, \delta^2, \dots, \delta^6$, cujo sentido será positivo, quando os deslocamentos tenham a direcção do eixo respectivo e quando as rotações são representadas por vectores com a direcção do eixo associado.

Também em cada uma das extremidades podem actuar forças generalizadas (3 forças e 3 momentos) que têm sentido positivo quando a têm direcção e sentido dos deslocamentos associados.

No caso de pórticos planos a notação pode ser simplificada reduzindo-se o numero de forças e deslocamentos como indicado na Figura A.2

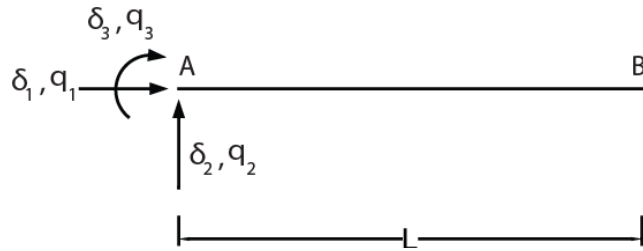


Figura A.2 Convenção de sinais barra de pórtico plano

A.3 Matriz de rigidez

No método dos deslocamentos as forças e as deformações numa estrutura estão relacionados através dos coeficientes de rigidez. Por exemplo, o momento M_1 que actua na barra da Figura A.3 (a) relaciona-se com a rotação θ_1 através da expressão:

$$W_1 = k_{11}\theta_1 \quad (A.1)$$

O termo K_{11} é um coeficiente de rigidez. Define-se como o momento em 1 devido à rotação unitária em 1.

No caso de se permitir que a barra rode tanto no ponto 1 como no ponto 2, como indicado na Figura A.3 (b), o momento em 1 pode ser expresso em função de ambas as rotações em 1 e em 2 assim:

$$M_1 = k_{11}\theta_1 + k_{12}\theta_2 \quad (A.2)$$

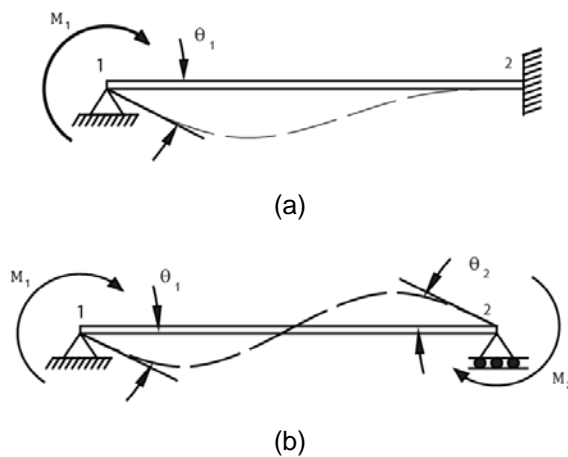


Figura A.3 Exemplo demonstrativo do coeficiente de rigidez

De forma semelhante podemos escrever uma expressão para o momento em 2

$$M_2 = k_{21}\theta_1 + k_{22}\theta_2 \quad (A.3)$$

Reescrevendo a equação de forma matricial obtém-se

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad (A.4)$$

Ou simplesmente

$$[Q] = [K][\Delta] \quad (A.5)$$

A matriz $[k]$ que contém os coeficientes de rigidez que relaciona as forças $[Q]$ com as deformações $[\Delta]$ é designada de matriz de rigidez. Os elementos da matriz $[Q]$ podem ser forças e momentos e a matriz $[\Delta]$ pode conter deslocamentos e rotações.

Multiplicando ambos os membros da equação por $[k]^{-1}$, obtém-se:

$$[\Delta] = [k]^{-1}[Q] \quad (A.6)$$

A.4 Elementos da matriz de rigidez

No método dos deslocamentos, os valores das acções-deformações de uma estrutura, são obtidos através dos valores das acções-deformações característicos de cada elemento em que a estrutura foi subdividida. Por outras palavras a matriz de rigidez de uma estrutura é formada a partir da combinação das matrizes de rigidez de cada elemento que compõe a estrutura. Com esse objectivo constrói-se uma matriz de rigidez genérica para um elemento estrutural de pórtico plano do tipo da Figura A.4

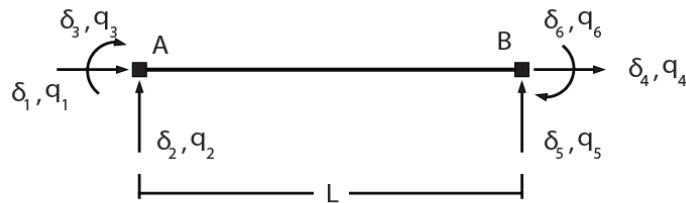


Figura A.4 Elemento estrutural de pórtico plano genérico

Os vectores da figura indicam as forças $q_1 \dots q_6$ e os correspondentes deslocamentos $\delta_1 \dots \delta_6$, também indicam as direcções positivas dessas grandezas.

A equação matricial que relaciona as forças $[q]$ com o correspondente deslocamento $[\delta]$ é dada na forma:

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \end{bmatrix} \quad (A.7)$$

Os valores da matriz de rigidez podem ser obtidos por meio de métodos expeditos, por exemplo método da carga unitária,

Para obter os valores da primeira coluna da matriz de rigidez, determinam-se as forças q_1 a q_6 devido a um deslocamento δ_1 unitário com os restantes deslocamentos restringidos, ou seja iguais a zero como indicado na Figura A.5

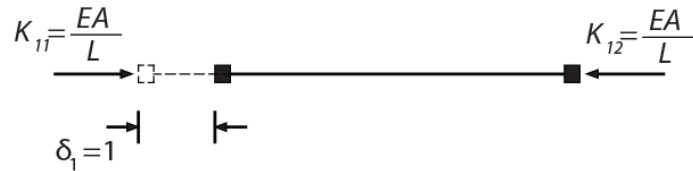


Figura A.5 Elementos da primeira coluna da matriz de rigidez

Assim fica-se com:

$$k_{11} = \frac{EA}{L} \qquad k_{41} = -\frac{EA}{L} \qquad k_{i1} = 0 ; i = \{2,3,4,5\}$$

A segunda coluna da matriz de rigidez corresponde às forças q_1 a q_6 devido a deslocamento unitário δ_2 restringindo os restantes deslocamentos, como ilustrado na Figura A.6,

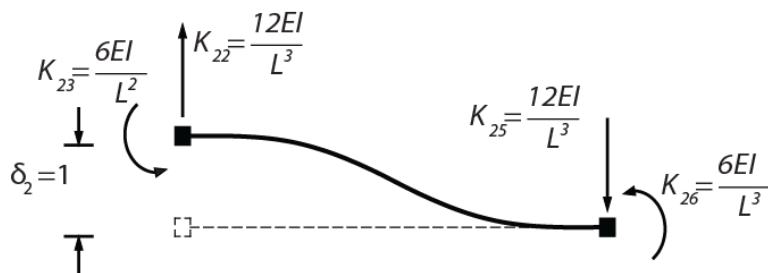


Figura A.6 Elementos da segunda coluna da matriz de rigidez

A terceira coluna da matriz contém as forças q_1 a q_6 devido a uma rotação unitária δ_3 restringindo os restantes deslocamentos, como ilustrado na Figura A.6

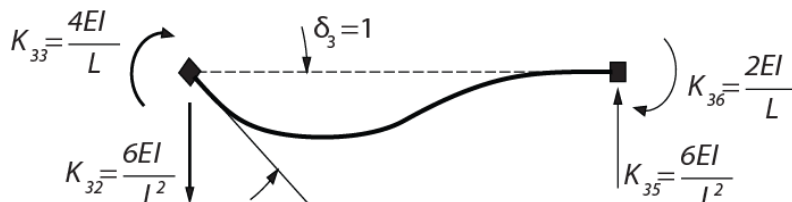


Figura A.7 Elementos da terceira coluna da matriz de rigidez

Procedendo de forma análoga para os restantes elementos da matriz e tendo atenção à convenção de sinais adoptada, obtém-se a seguinte matriz de rigidez para um elemento de pórtico plano:

$$[k] = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L^2} \\ -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L^2} \end{bmatrix} \quad (A.8)$$

A.5 Matriz de transformação

Até agora os elementos que compõem a estrutura foram analisados separadamente, de acordo com um referencial, em que um dos eixos passa pelo centro de gravidade do elemento, embora este referencial seja útil para o cálculo das características de cada elemento de forma local, na Figura A.8 é verifica-se que em termos gerais é necessário recorrer a um referencial global, de modo a analisar o comportamento de toda a estrutura. Para esse efeito é necessário relacionar os vectores locais com os vectores da estrutura

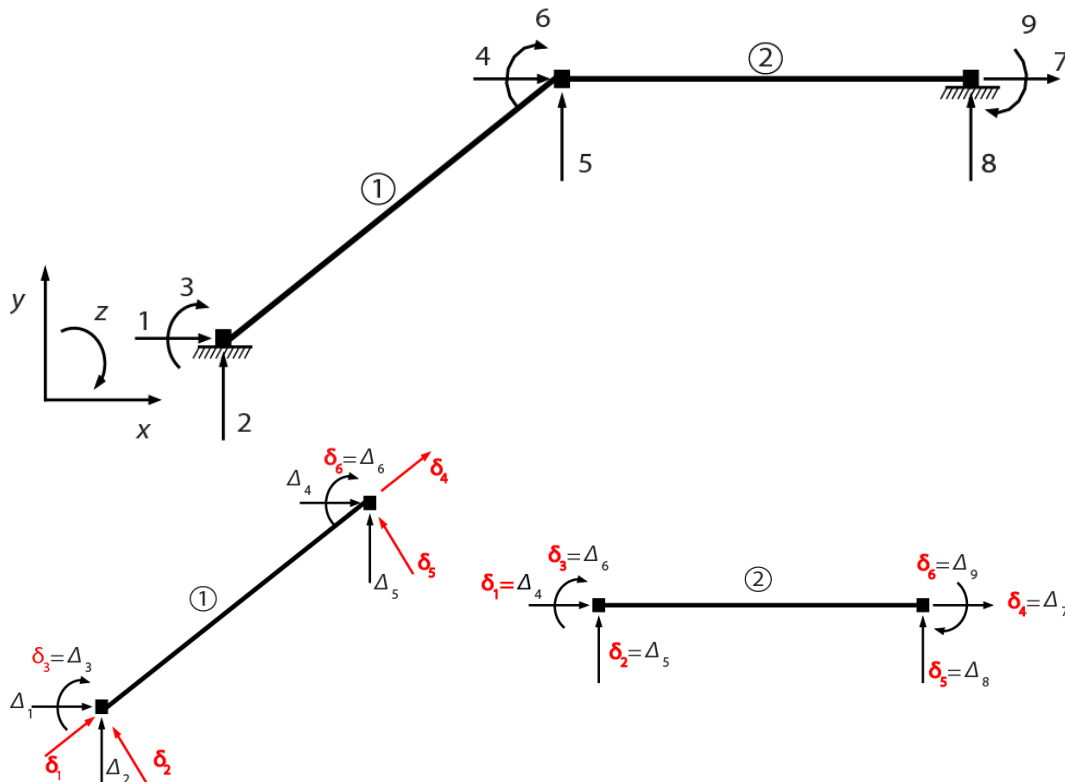


Figura A.8 Exemplo de referencial global e local

A relação entre os deslocamentos locais e os vectores globais é feita através da expressão

$$[\delta] = [T][\Delta] \quad (A.9)$$

Em que $[\delta]$ corresponde vector dos deslocamentos do elemento da estrutura $[T]$ corresponde à **matriz de transformação** e $[\Delta]$ corresponde ao vector dos deslocamentos da estrutura para o referencial global.

Os elementos da matriz de transformação podem ser obtidos de forma semelhante à da matriz de rigidez, em que cada coluna corresponde valor dos deslocamentos locais δ_i ($i = 1$ até 6) devido a um deslocamento unitário global Δ_t ($t = i, j, k, l, m, n$), fixando os restantes deslocamentos, ou mais simplificada, corresponde à transformação ortogonal dos vectores locais no referencial global.

Assim para um elemento estrutural, de pórtico plano como indicado na Figura A.9 se chamarmos aos ângulos que o elemento faz com o eixo horizontal e vertical do referencial global α e β respectivamente e parametrizando os seus respectivos co-senos através de λ e μ fica-se com $\lambda = \cos \alpha$ e $\mu = \cos \beta$

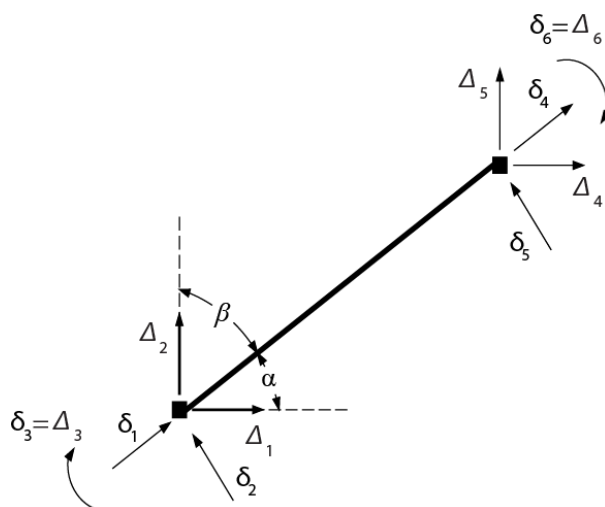


Figura A.9 Relação entre os vectores locais e vectores globais

Os vectores Δ_i a Δ_n correspondem as deformações (deslocamentos e rotações) do elemento em relação ao referencial global. Aplicando deslocamentos unitários aos deslocamentos globais, um a um, e determinando as deformações locais correspondentes, obtém-se os elementos da matriz de transformação $[T]$.

Assim sendo uma translação unitária global Δ_i provoca as seguintes deformações locais:

$$\delta_1 = \lambda, \quad \delta_2 = -\mu, \quad \delta_3 = \delta_4 = \delta_5 = \delta_6$$

Uma translação unitária Δ_j provoca as deformações:

$$\delta_1 = \mu,$$

$$\delta_2 = \lambda,$$

$$\delta_3 = \delta_4 = \delta_5 = \delta_6$$

Uma rotação unitária Δ_k provoca:

$$\delta_3 = 1,$$

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta_4 = \delta_5 = \delta_6 = 0$$

Procedendo de forma similar para os vectores de estrutura da outra extremidade do membro estrutural, fica-se com a seguinte relação:

$$\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda & \mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\mu & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_i \\ \Delta_j \\ \Delta_k \\ \Delta_l \\ \Delta_m \\ \Delta_n \end{bmatrix} \quad (A.10)$$

Uma vez que os vectores usados para representar os deslocamentos são idênticos aos usados para a representação de forças, a relação entre as forças nodais do elemento da estrutura e as reacções da estrutura é feita através da expressão:

$$[q] = [T][Q] \quad (A.11)$$

Em que $[q]$ representa as forças nodais de um elemento de estrutura $[T]$ é a matriz de transformação $[Q]$ é o vector das reacções da estrutura.

Assim fica-se com:

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda & \mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\mu & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_i \\ Q_j \\ Q_k \\ Q_l \\ Q_m \\ Q_n \end{bmatrix} \quad (A.12)$$

A.6 Matriz de rigidez global

Como foi referido no ponto A.4 a matriz de rigidez de uma estrutura é determinada a partir da combinação das matrizes de rigidez dos vários elementos em que a estrutura foi subdividida.

Para cada elemento constituinte da estrutura, as relações das equações dadas por (A.9) e (A.11) são reescritas da seguinte forma:

$$[\delta]_n = [T]_n[\Delta]_n \quad (A.13)$$

$$[q]_n = [T]_n[Q]_n \quad (A.14)$$

Em que o índice n refere-se a um dado elemento da estrutura previamente identificado.

Fazendo o mesmo para a equação (A.7) tem-se:

$$[q]_n = [k]_n[\delta]_n \quad (A.15)$$

Fazendo uso das equações (A.13), (A.14) e (A.15) fica-se com:

$$[T]_n[Q]_n = [k]_n[T]_n[\Delta]_n \quad (A.16)$$

Ou

$$[Q]_n = [T]_n^{-1}[k]_n[T]_n[\Delta]_n \quad (A.17)$$

Uma vez que $[T]_n$ representa uma matriz de transformação ortogonal tem-se que:

$$[T]_n^{-1} = [T]_n^T$$

Substituindo na equação (A.17) fica-se com:

$$[Q]_n = [T]_n^T[k]_n[T]_n[\Delta]_n$$

Comparando com (A.5) torna-se evidente que:

$$[K_G]_n = [T]_n^T[k]_n[T]_n \quad (A.18)$$

Em que $[K_G]_n$ corresponde à matriz de rigidez de uma elemento n em relação a um referencial global. Assim, a equação (A.18) transforma a matriz de rigidez do elemento n da estrutura, de coordenadas locais, numa matriz de rigidez de coordenadas globais.

A matriz de rigidez global da estrutura $[K_G]$, obtém-se através da combinação de todas as matrizes de rigidez de coordenadas globais, de cada um dos elementos, Como consequência disso o método dos deslocamentos requer que a equação (A.18) seja aplicada a cada um dos elementos de estrutura de forma que as matrizes resultantes sejam combinadas formando a matriz de rigidez global da estrutura.

A.7 Solução da equação do MD para forças e deslocamentos desconhecidos

A determinação dos esforços e deformações de uma estrutura através do método dos deslocamentos, passa por duas fases distintas. Na primeira fase realizam-se os procedimentos de forma a montar a matriz de rigidez da estrutura através da combinação das matrizes de rigidez de cada elemento em que a estrutura foi subdividida. A segunda fase consiste em utilizar a matriz de rigidez para determinar as deformações, as reacções e forças internas da estrutura.

Após a determinação da matriz de rigidez global da estrutura, é possível avançar para a segunda parte do método dos deslocamentos e calcular as deformações, reacções e esforços

internos da estrutura fazendo uso das equações que relacionam os acções com os deslocamentos da estrutura (A.5) ou (A.6).

Devido à configuração da estrutura (tipo de apoios, e libertações existentes), é possível identificar os graus de liberdade cujo comportamento é conhecido, por exemplo um apoio totalmente encastrado tem como condição que todos os deslocamentos Δ são nulos, enquanto que, num apoio simples só um deslocamento é restringido. Consequentemente, as reacções Q resultantes da acção das forças externas aplicadas na estrutura podem ser identificadas de forma análoga, por exemplo, num apoio totalmente encastrado as reacções para todos os graus de liberdade podem ser diferentes de zero e num apoio simples apenas uma reacção poderá ser diferente de zero.

O conhecimento dessas condições iniciais tem grande utilidade para o cálculo, pois é possível subdividir as matrizes envolvidas na equação (A.5) da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} Q_c \\ \dots \\ Q_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ \dots & \dots \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_d \\ \dots \\ \Delta_c \end{bmatrix} \quad (A.19)$$

Em que a matriz dos deslocamentos $[\Delta]$ é subdividida em duas submatrizes $[\Delta_d]$ e $[\Delta_c]$ correspondendo aos deslocamentos desconhecidos e conhecidos respectivamente, definidos nas condições iniciais. A matriz das acções nodais $[Q]$ é dividida em submatrizes $[Q_c]$, que contem as acções aplicadas nos nós de movimento livre e $[Q_d]$, que contém as acções aplicadas nos nós de deslocamentos restringidos. A matriz de rigidez $[K_G]$ da estrutura é subdividida em quatro submatrizes de acordo com a divisão efectuada nas matrizes $[\Delta]$ e $[Q]$.

Uma vez que na generalidade dos casos $[\Delta_c]$ contém elementos nulos, a equação (A.19) pode ser separada nas seguintes relações:

$$[Q_c] = [K_{11}][\Delta_d] \quad (A.20)$$

$$[Q_d] = [K_{12}][\Delta_d] \quad (A.21)$$

Multiplicando ambos os membros da equação (A.20) por $[K_{11}]^{-1}$ fica-se com:

$$[\Delta_d] = [K_{11}]^{-1}[Q_c] \quad (A.22)$$

A expressão que determina o valor dos deslocamentos nodais desconhecidos da estrutura.

Conhecidos os valores dos deslocamentos livres da estrutura, é possível determinar os valores dos elementos de $[Q_d]$ através da expressão (A.21). Estando assim, determinados os valores das deformações e reacções da estrutura.

Finalmente é possível determinar os esforços e as deformações de cada elemento da estrutura, fazendo uso da expressão (A.13):

$$[\delta]_n = [T]_n[\Delta]_n$$

E da expressão (A.15):

$$[q]_n = [k]_n[\delta]_n$$

Fica-se com:

$$[q]_n = [kT]_n[\Delta]_n \quad (A.23)$$

Ficando assim determinados os valores das deformações e esforços nodais de cada elemento da estrutura.

A.8 Solução para cargas de vão

A análise estrutural de pórticos planos, implica determinar os esforços e deformações devido a acção de cargas, distribuídas ou concentradas, actuando nos vãos dos elementos constituintes (vigas, pilares).

A utilização do método dos deslocamentos, passa por considerar as reacções e deformações como sendo o resultado da acção em simultâneo, das acções nodais e acções de vão.

Com essa finalidade são determinados os esforços nodais devido às acções de vão actuando numa estrutura fictícia, em que todos os nós são restringidos, os esforços resultantes são considerados acções nodais equivalentes.

Assim as expressões (A.5) e (A.15) (A.23) são reescritas da seguinte forma:

$$[Q_N] = [K][\Delta] + [Q_V] \quad (A.24)$$

Em que $[Q_N]$ corresponde às reacções na estrutura devido às nodais de vão, $[Q_V]$ corresponde às reacções na estrutura devido às cargas de vão.

$$[q_F]_n = [kT]_n[\Delta]_n + [q_V]_n \quad (A.25)$$

Em que $[q_F]_n$ corresponde aos esforços finais no elemento n e $[q_V]_n$ corresponde aos esforços nodais equivalentes, devido ao carregamento de vão.

Os esforços nodais equivalentes devido a cargas de vão para um elemento de pórtico plano, sob a acção de cargas de vão genéricas plano estão indicados na Tabela A.1

Tabela A.1 Forças nodais equivalentes devido a cargas de vão

Convenção de sinais						
Tipo de carregamento	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	6
	0	$\frac{Pl}{2}$	$-\frac{pl^2}{12}$	0	$\frac{Pl}{2}$	$\frac{pl^2}{12}$
	$-\frac{pl}{2}$	0	0	$\frac{ql}{2}$	0	0
	0	m	0	0	$-m$	0

Anexo B

Relatório resumo gerado pelo programa para o Exemplo 1 Viga simplesmente apoiada

B Relatório gerado pelo programa para o Exemplo 1

Viga simplesmente apoiada

Nome do projecto:

exemplo tese

1. MATERIAIS (EC2 3)

Betão - C20/25

Aço - A400

COEFICIENTES PARCIAIS (EC2 Quadro 2.1N)

$\gamma_c=1,5$; $\gamma_s=1,15$

2. DIMENSÕES:

Número de vãos =1

Viga_1 Secção Rectangular L=10,15m h=1m bw=0,5m d1=0,04m
d2=0,04m Area=0,5m²

3. ACÇÕES E COEFICIENTES PARCIAIS: (EC0 A1.3)

Permanentes

Peso do betão=25kN/m³ $\gamma_{G,sup}=1,35$ $\gamma_{G,inf}=1$ $\xi=0,85$

Rcp=20kN/m $\gamma_{G,sup}=1,35$ $\gamma_{G,inf}=1$ $\xi=0,85$

Variáveis

Qk,1=50tipo=A $\gamma_Q=1,5$ $\psi_0=0,7$ $\psi_1=0,5$ $\psi_2=0,3$

4. ALTERNÂNCIA DE SOBRECARGA

Comb 6.10 = $\Sigma \gamma_G \cdot G + \gamma_Q 1 \cdot Q_{k1} + \Sigma \gamma_{Qi} \cdot \psi_{oi} \cdot Q_i$ (EC0 6.4.3)

Carregamento_1

Viga_1 PPsd=16,875kN/m Rcpsd=27kN/m Qk1,sd=75kN/m Qki,sd=0kN/m

5. ESFORÇOS E REACÇÕES

REACÇÕES

Carregamento_1

Apoio_1 Rv=603,291kN Mz=0kNm

Apoio_2 Rv=603,291kN Mz=0kNm

ESFORÇO TRANSVERSO

Carregamento_1

Viga_1 Vsd,esq=603,291kN Vsd,dir=603,291kN

MOMENTO FLECTOR

Carregamento_1

Viga_1 Msd,esq=0kNm Msd,dir=0kNm Msd,vão=1530,85 Pos=5,075m

6. ENVOLVENTE DE ESFORÇOS

ESFORÇO TRANSVERSO

Viga_1 Vsd,esq=603,2906kN Vsd,dir=603,2906kN

MOMENTO FLECTOR

Negativos:

Viga_1 Msd,esq=0kNm Msd,dir=0kNm Msd,vão=0kNm pos=0m

Positivos:

Viga_1 Msd,esq=0kNm Msd,dir=0kNm Msd,vão=1530,85kNm pos=5,075m

7. VERIFICAÇÃO AOS ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS

7.1. FLEXÃO: (EC2 6.1)

Carregamento_1

Viga_1

Altura útil $d=h-d_1$ $d=1-0,04=0,96$

(Secção R)

APOIO ESQUERDO

Msd=0kNm $\mu_{sd}=0$ $\mu_{lim}=0,39$ $\mu_{sd}\leq\mu_{lim}$ não necessita de armadura de compressão

$\omega_{sd}=0$ $A_s=8,672\text{cm}^2$

$A_{smin}=6,864\text{cm}^2$ $A_{smax}=200\text{cm}^2$

APOIO DIREITO

Msd=0kNm $\mu_{sd}=0$ $\mu_{lim}=0,39$ $\mu_{sd}\leq\mu_{lim}$ não necessita de armadura de compressão

$\omega_{sd}=0$ $A_s=8,672\text{cm}^2$

$A_{smin}=6,864\text{cm}^2$ $A_{smax}=200\text{cm}^2$

VÃO

Msd=1530,85kNm $\mu_{sd}=0,25$ $\mu_{lim}=0,39$ $\mu_{sd}\leq\mu_{lim}$ não necessita de armadura de compressão

$\omega_{sd}=0,29$ $A_s=53,984\text{cm}^2$

$A_{smin}=6,864\text{cm}^2$ $A_{smax}=200\text{cm}^2$

7.2. ESFORÇO TRANSVERSO: (EC2 6.2)

Carregamento_1

Viga_1

APOIO ESQUERDO

VRD,Max=1589,76kN Vsd=603,291kN $V_{sd}\leq VRD,max$

ZCot $\theta=0,86\text{m}$ Vsd(Zcot θ)=500,5826

Asw/s=16,657cm²/m Asw/s(min)=4,472cm²/m

APOIO Direito

VRD,Max=1589,76kN Vsd=603,291kN $V_{sd}\leq VRD,max$

ZCot $\theta=0,86\text{m}$ Vsd(Zcot θ)=-500,58265

Asw/s=16,657cm²/m Asw/s(min)=4,472cm²/m

7.3. FLEXÃO (ENVOLENTE): (EC2 6.1)

Viga_1

APOIO ESQUERDO

Armadura superior Msd=0kN $\mu_{sd}=0$ $\omega_{sd}=0$ $A_s=6,864\text{cm}^2$ Alf=0cm²

4 Ø16 ($A_s=8,042\text{cm}^2$)

Armadura inferior Msd=0kN $\mu_{sd}=0$ $\omega_{sd}=0$ $A_s=8,672\text{cm}^2$ Alf=0cm²

3 Ø20 ($A_s=9,425\text{cm}^2$)

$A_{s,min}=6,864\text{cm}^2$ $A_{smax}=200\text{cm}^2$

APOIO DIREITO

Armadura superior Msd=0kN $\mu_{sd}=0$ $\omega_{sd}=0$ $A_s=6,864\text{cm}^2$ Alf=0cm²

4 Ø16 ($A_s=8,042\text{cm}^2$)

Armadura inferior Msd=0kN $\mu_{sd}=0$ $\omega_{sd}=0$ $A_s=8,672\text{cm}^2$ Alf=0cm²

3 Ø20 ($A_s=9,425\text{cm}^2$)

$A_{s,min}=6,864\text{cm}^2$ $A_{smax}=200\text{cm}^2$

VÃO

Armadura superior Msd=0kN $\mu_{sd}=0$ $\omega_{sd}=0$ $A_s=6,864\text{cm}^2$ Alf=0cm² 4 Ø16 ($A_s=8,042\text{cm}^2$)

Armadura inferior Msd=1530,85kN $\mu_{sd}=0,249$ $\omega_{sd}=0,293$ $A_s=53,984\text{cm}^2$

Alf=0cm² 6 Ø25 +6 Ø25 ($A_s=58,902\text{cm}^2$)

$A_{s,min}=6,864\text{cm}^2$ $A_{smax}=200\text{cm}^2$

7.4. ESFORÇO TRANSVERSO (ENVOLVENTE): (EC2 6.2)

Viga_1

APOIO ESQUERDO

VRD,Max=1589,76kN Vsd=603,291kN Vsd<=VRD,max
ZCot Θ =0,86m Vsd(Zcot Θ)=500,5826
Asw/s=16,657cm²/m Asw/s(min)=4,472cm²/m
E2R \varnothing 12//13,5 (16,76cm²/m) Sl,max=72cm

APOIO DIREITO

VRD,Max=1589,76kN Vsd=603,291kN Vsd<=VRD,max
ZCot Θ =0,86m Vsd(Zcot Θ)=-500,58265
Asw/s=16,657cm²/m Asw/s(min)=4,472cm²/m
E2R \varnothing 12//13,5 (16,76cm²/m) Sl,max=72cm

8. VERIFICAÇÃO AOS ESTADOS LIMITES DE UTILIZAÇÃO

8.1. CONTROLO DA FENDILHAÇÃO: (EC2 7.3)

Viga_1

MQp= 611,696 kNm φ = 2,43 Mcr= 317,721 kNm σ_s = 127,07 MPa Sr,max= 0,172 m
 $\epsilon_{sm}-\epsilon_{cm}$ = 0,502 ‰ Wk= 0,086 mm Wmax= 0,3 mm Verifica

Não foi necessário aumento de armadura

8.2. CONTROLO DA DEFORMAÇÃO: (EC2 7.4)

Viga_1

K= 1 L/d= 10,573 L/d Lim= 13,224 Verificação= Dispensa

Anexo C

Elementos gerados pelo programa para o Exemplo 2 viga
continua

C Elementos gerados pelo programa para o Exemplo 2

viga continua

Nome do projecto:

Exemplo 2 Viga continua

1. MATERIAIS (EC2 3)

Betão - C20/25

Aço - A400

COEFICIENTES PARCIAIS (EC2 Quadro 2.1N)

$\gamma_c=1,5$; $\gamma_s=1,15$

2. DIMENSÕES:

Número de vãos =2

Viga_1	Secção Rectangular	L=10m	h=0,85mbw=0,3m	d1=0,04m	d2=0,04m
	Area=0,255m ²				

Viga_2	Secção Rectangular	L=3m	h=0,85mbw=0,3m	d1=0,04m	d2=0,04m
	Area=0,255m ²				

3. ACÇÕES E COEFICIENTES PARCIAIS: (EC0 A1.3)

Permanentes

Peso do betão=25kN/m³ $\gamma_{G,sup}=1,35$ $\gamma_{G,inf}=1$ $\xi=0,85$

Rcp=8kN/m $\gamma_{G,sup}=1,35$ $\gamma_{G,inf}=1$ $\xi=0,85$

Variáveis

Qk,1=12 tipo=A $\gamma_Q=1,5$ $\Psi_0=0,7$ $\Psi_1=0,5$ $\Psi_2=0,3$

4. ALTERNÂNCIA DE SOBRECARGA

Comb 6.10 = $\Sigma \gamma_G \cdot G + \gamma_Q 1 \cdot Q_{k1} + \Sigma \gamma_{Qi} \cdot \psi_{oi} \cdot Q_i$ (EC0 6.4.3)

Carregamento_1

Viga_1	PPsd=8,60625kN/m	Rcpsd=10,8kN/m	Qk1,sd=18kN/m	Qki,sd=0kN/m
--------	------------------	----------------	---------------	--------------

Viga_2	PPsd=8,60625kN/m	Rcpsd=10,8kN/m	Qk1,sd=18kN/m	Qki,sd=0kN/m
--------	------------------	----------------	---------------	--------------

Carregamento_2

Viga_1	PPsd=8,60625kN/m	Rcpsd=10,8kN/m	Qk1,sd=18kN/m	Qki,sd=0kN/m
--------	------------------	----------------	---------------	--------------

Viga_2	PPsd=8,60625kN/m	Rcpsd=10,8kN/m	Qk1,sd=0kN/m	Qki,sd=0kN/m
--------	------------------	----------------	--------------	--------------

Carregamento_3

Viga_1	PPsd=8,60625kN/m	Rcpsd=10,8kN/m	Qk1,sd=0kN/m	Qki,sd=0kN/m
--------	------------------	----------------	--------------	--------------

Viga_2	PPsd=8,60625kN/m	Rcpsd=10,8kN/m	Qk1,sd=18kN/m	Qki,sd=0kN/m
--------	------------------	----------------	---------------	--------------

5. ESFORÇOS E REACÇÕES

REACÇÕES

Carregamento_1

Apoio_1 Rv=170,198kN Mz=0kNm

Apoio_2 Rv=316,083kN Mz=0kNm

Apoio_3 Rv=0kN Mz=0kNm

Carregamento_2

Apoio_1 Rv=178,298kN Mz=0kNm

Apoio_2 Rv=253,983kN Mz=0kNm

Apoio_3 Rv=0kN Mz=0kNm

Carregamento_3

Apoio_1 Rv=80,198kN Mz=0kNm

Apoio_2 Rv=226,083kN Mz=0kNm

Apoio_3 Rv=0kN Mz=0kNm

ESFORÇO TRANSVERSO

Carregamento_1

Viga_1 Vsd,esq=170,198kN Vsd,dir=203,864kN

Viga_2 Vsd,esq=112,219kN Vsd,dir=0kN

Carregamento_2

Viga_1 Vsd,esq=178,298kN Vsd,dir=195,764kN

Viga_2 Vsd,esq=58,219kN Vsd,dir=0kN

Carregamento_3

Viga_1 Vsd,esq=80,198kN Vsd,dir=113,864kN

Viga_2 Vsd,esq=112,219kN Vsd,dir=0kN

MOMENTO FLECTOR

Carregamento_1

Viga_1 Msd,esq=0kNm Msd,dir=168,328kNm Msd,vão=387,201 Pos=4,55m

Viga_2 Msd,esq=-168,328kNm Msd,dir=0kNm Msd,vão=0 Pos=3m

Carregamento_2

Viga_1 Msd,esq=0kNm Msd,dir=87,328kNm Msd,vão=424,933 Pos=4,767m

Viga_2 Msd,esq=-87,328kNm Msd,dir=0kNm Msd,vão=0 Pos=3m

Carregamento_3

Viga_1 Msd,esq=0kNm Msd,dir=168,328kNm Msd,vão=165,714 Pos=4,133m

Viga_2 Msd,esq=-168,328kNm Msd,dir=0kNm Msd,vão=0 Pos=3m

6. ENVOLVENTE DE ESFORÇOS

ESFORÇO TRANSVERSO

Viga_1 Vsd,esq=178,2984kN Vsd,dir=203,8641kN

Viga_2 Vsd,esq=112,2188kN Vsd,dir=0kN

MOMENTO FLECTOR

Negativos:

Viga_1 Msd,esq=0kNm Msd,dir=-168,328kNm Msd,vão=0kNm pos=0m

Viga_2 Msd,esq=-168,328kNm Msd,dir=0kNm Msd,vão=0kNm pos=3m

Positivos:

Viga_1 Msd,esq=0kNm Msd,dir=0kNm Msd,vão=424,933kNm pos=4,767m

Viga_2 Msd,esq=0kNm Msd,dir=0kNm Msd,vão=0kNm pos=3m

7. VERIFICAÇÃO AOS ESTADOS LIMITES ÚLTIMOS

7.1. FLEXÃO: (EC2 6.1)

Carregamento_1

Viga_1

Altura útil $d=h-d_1$ $d=0,85-0,04=0,81$

(Secção R)

APOIO ESQUERDO

Msd=0kNm $\mu_{sd}=0$ $\mu_{lim}=0,39$ $\mu_{sd} \leq \mu_{lim}$ não necessita de armadura de compressão

$\omega_{sd}=0$ $A_s=4,238\text{cm}^2$

$A_{smin}=3,475\text{cm}^2$ $A_{smax}=102\text{cm}^2$

APOIO DIREITO

Msd=168,328kNm $\mu_{sd}=-0,06$ $\mu_{lim}=0,39$ $\mu_{sd} \leq \mu_{lim}$ não necessita de armadura de compressão

$\omega_{sd}=-0,06$ $A_s=-5,79\text{cm}^2$

$A_{smin}=3,475\text{cm}^2$ $A_{smax}=102\text{cm}^2$

VÃO

Msd=387,201kNm $\mu_{sd}=0,15$ $\mu_{lim}=0,39$ $\mu_{sd} \leq \mu_{lim}$ não necessita de armadura de compressão

$\omega_{sd}=0,16$ $A_s=15,27\text{cm}^2$

$A_{smin}=3,475\text{cm}^2$ $A_{smax}=102\text{cm}^2$

Viga_2

Altura útil $d=h-d_2$ $d=0,85-0,04=0,81$

(Secção R)

APOIO ESQUERDO

Msd=-168,328kNm $\mu_{sd}=-0,06$ $\mu_{lim}=0,39$ $\mu_{sd}\leq\mu_{lim}$ não necessita de armadura de compressão

$\omega_{sd}=-0,06$ $A_s=-5,79\text{cm}^2$

$A_{smin}=3,475\text{cm}^2$ $A_{smax}=102\text{cm}^2$

APOIO DIREITO

Msd=0kNm $\mu_{sd}=0$ $\mu_{lim}=0,39$ $\mu_{sd}\leq\mu_{lim}$ não necessita de armadura de compressão

$\omega_{sd}=0$ $A_s=3,475\text{cm}^2$

$A_{smin}=3,475\text{cm}^2$ $A_{smax}=102\text{cm}^2$

VÃO

Msd=0kNm $\mu_{sd}=0$ $\mu_{lim}=0,39$ $\mu_{sd}\leq\mu_{lim}$ não necessita de armadura de compressão

$\omega_{sd}=0$ $A_s=3,475\text{cm}^2$

$A_{smin}=3,475\text{cm}^2$ $A_{smax}=102\text{cm}^2$

Carregamento_2

Viga_1

Altura útil $d=h-d_1$ $d=0,85-0,04=0,81$

(Secção R)

APOIO ESQUERDO

Msd=0kNm $\mu_{sd}=0$ $\mu_{lim}=0,39$ $\mu_{sd}\leq\mu_{lim}$ não necessita de armadura de compressão

$\omega_{sd}=0$ $A_s=4,439\text{cm}^2$

$A_{smin}=3,475\text{cm}^2$ $A_{smax}=102\text{cm}^2$

APOIO DIREITO

Msd=87,328kNm $\mu_{sd}=-0,03$ $\mu_{lim}=0,39$ $\mu_{sd}\leq\mu_{lim}$ não necessita de armadura de compressão

$\omega_{sd}=-0,03$ $A_s=-3,475\text{cm}^2$

$A_{smin}=3,475\text{cm}^2$ $A_{smax}=102\text{cm}^2$

VÃO

Msd=424,933kNm $\mu_{sd}=0,16$ $\mu_{lim}=0,39$ $\mu_{sd}\leq\mu_{lim}$ não necessita de armadura de compressão

$\omega_{sd}=0,18$ $A_s=16,758\text{cm}^2$

$A_{smin}=3,475\text{cm}^2$ $A_{smax}=102\text{cm}^2$

Viga_2

Altura útil $d=h-d_2$ $d=0,85-0,04=0,81$

(Secção R)

APOIO ESQUERDO

Msd=-87,328kNm $\mu_{sd}=-0,03$ $\mu_{lim}=0,39$ $\mu_{sd}\leq\mu_{lim}$ não necessita de armadura de compressão

$\omega_{sd}=-0,03$ $A_s=-3,475\text{cm}^2$

$A_{smin}=3,475\text{cm}^2$ $A_{smax}=102\text{cm}^2$

APOIO DIREITO

Msd=0kNm $\mu_{sd}=0$ $\mu_{lim}=0,39$ $\mu_{sd}\leq\mu_{lim}$ não necessita de armadura de compressão

$\omega_{sd}=0$ $A_s=3,475\text{cm}^2$

$A_{smin}=3,475\text{cm}^2$ $A_{smax}=102\text{cm}^2$

VÃO

Msd=0kNm $\mu_{sd}=0$ $\mu_{lim}=0,39$ $\mu_{sd}\leq\mu_{lim}$ não necessita de armadura de compressão

$\omega_{sd}=0$ $A_s=-3,475\text{cm}^2$

$A_{smin}=3,475\text{cm}^2$ $A_{smax}=102\text{cm}^2$

Carregamento_3

Viga_1

Altura útil $d=h-d_1$ $d=0,85-0,04=0,81$

(Secção R)

APOIO ESQUERDO
Msd=0kNm $\mu_{sd}=0$ $\mu_{lim}=0,39$ $\mu_{sd}\leq\mu_{lim}$ não necessita de armadura de compressão

$\omega_{sd}=0$ $A_s=3,475\text{cm}^2$
 $A_{smin}=3,475\text{cm}^2$ $A_{smax}=102\text{cm}^2$

APOIO DIREITO
Msd=168,328kNm $\mu_{sd}=-0,06$ $\mu_{lim}=0,39$ $\mu_{sd}\leq\mu_{lim}$ não necessita de armadura de compressão

$\omega_{sd}=-0,06$ $A_s=-5,79\text{cm}^2$
 $A_{smin}=3,475\text{cm}^2$ $A_{smax}=102\text{cm}^2$

VÃO
Msd=165,714kNm $\mu_{sd}=0,06$ $\mu_{lim}=0,39$ $\mu_{sd}\leq\mu_{lim}$ não necessita de armadura de compressão

$\omega_{sd}=0,07$ $A_s=6,535\text{cm}^2$
 $A_{smin}=3,475\text{cm}^2$ $A_{smax}=102\text{cm}^2$

Viga_2
Altura útil $d=h-d_2$ $d=0,85-0,04=0,81$
(Secção R)

APOIO ESQUERDO
Msd=-168,328kNm $\mu_{sd}=-0,06$ $\mu_{lim}=0,39$ $\mu_{sd}\leq\mu_{lim}$ não necessita de armadura de compressão

$\omega_{sd}=-0,06$ $A_s=-5,79\text{cm}^2$
 $A_{smin}=3,475\text{cm}^2$ $A_{smax}=102\text{cm}^2$

APOIO DIREITO
Msd=0kNm $\mu_{sd}=0$ $\mu_{lim}=0,39$ $\mu_{sd}\leq\mu_{lim}$ não necessita de armadura de compressão

$\omega_{sd}=0$ $A_s=3,475\text{cm}^2$
 $A_{smin}=3,475\text{cm}^2$ $A_{smax}=102\text{cm}^2$

VÃO
Msd=0kNm $\mu_{sd}=0$ $\mu_{lim}=0,39$ $\mu_{sd}\leq\mu_{lim}$ não necessita de armadura de compressão

$\omega_{sd}=0$ $A_s=3,475\text{cm}^2$
 $A_{smin}=3,475\text{cm}^2$ $A_{smax}=102\text{cm}^2$

7.2. ESFORÇO TRANSVERSO: (EC2 6.2)

Carregamento_1

Viga_1

APOIO ESQUERDO
VRD,Max=696,78kN $V_{sd}=170,198\text{kN}$ $V_{sd}\leq VRD,max$
 $ZCot\theta=1,26\text{m}$ $V_{sd}(Zcot\theta)=122,966835895466$
 $A_{sw/s}=2,8\text{cm}^2/\text{m}$ $A_{sw/s(min)}=2,683\text{cm}^2/\text{m}$

APOIO Direito
VRD,Max=696,78kN $V_{sd}=203,864\text{kN}$ $V_{sd}\leq VRD,max$
 $ZCot\theta=1,26\text{m}$ $V_{sd}(Zcot\theta)=-156,632535895466$
 $A_{sw/s}=3,566\text{cm}^2/\text{m}$ $A_{sw/s(min)}=2,683\text{cm}^2/\text{m}$

Viga_2

APOIO ESQUERDO
VRD,Max=696,78kN $V_{sd}=112,219\text{kN}$ $V_{sd}\leq VRD,max$
 $ZCot\theta=1,26\text{m}$ $V_{sd}(Zcot\theta)=64,9872358954656$
 $A_{sw/s}=1,48\text{cm}^2/\text{m}$ $A_{sw/s(min)}=2,683\text{cm}^2/\text{m}$

APOIO Direito
VRD,Max=696,78kN $V_{sd}=0\text{kN}$ $V_{sd}\leq VRD,max$
 $ZCot\theta=1,26\text{m}$ $V_{sd}(Zcot\theta)=47,2316141045344$
 $A_{sw/s}=-1,075\text{cm}^2/\text{m}$ $A_{sw/s(min)}=2,683\text{cm}^2/\text{m}$

Carregamento_2

Viga_1

APOIO ESQUERDO
VRD,Max=696,78kN $V_{sd}=178,298\text{kN}$ $V_{sd}\leq VRD,max$
 $ZCot\theta=1,26\text{m}$ $V_{sd}(Zcot\theta)=131,066835895466$
 $A_{sw/s}=2,984\text{cm}^2/\text{m}$ $A_{sw/s(min)}=2,683\text{cm}^2/\text{m}$

APOIO Direito
 VRD,Max=696,78kN Vsd=195,764kN Vsd<=VRD,max
 ZCotΘ=1,26m Vsd(ZcotΘ)=-148,532535895466
 Asw/s=3,382cm²/m Asw/s(min)=2,683cm²/m

Viga_2

APOIO ESQUERDO
 VRD,Max=696,78kN Vsd=58,219kN Vsd<=VRD,max
 ZCotΘ=1,26m Vsd(ZcotΘ)=33,7151065923844
 Asw/s=0,768cm²/m Asw/s(min)=2,683cm²/m

APOIO Direito
 VRD,Max=696,78kN Vsd=0kN Vsd<=VRD,max
 ZCotΘ=1,26m Vsd(ZcotΘ)=24,5035434076156
 Asw/s=-0,558cm²/m Asw/s(min)=2,683cm²/m

Carregamento_3

Viga_1

APOIO ESQUERDO
 VRD,Max=696,78kN Vsd=80,198kN Vsd<=VRD,max
 ZCotΘ=1,26m Vsd(ZcotΘ)=55,6948065923844
 Asw/s=1,268cm²/m Asw/s(min)=2,683cm²/m

APOIO Direito
 VRD,Max=696,78kN Vsd=113,864kN Vsd<=VRD,max
 ZCotΘ=1,26m Vsd(ZcotΘ)=-89,3605065923844
 Asw/s=2,035cm²/m Asw/s(min)=2,683cm²/m

Viga_2

APOIO ESQUERDO
 VRD,Max=696,78kN Vsd=112,219kN Vsd<=VRD,max
 ZCotΘ=1,26m Vsd(ZcotΘ)=64,9872358954656
 Asw/s=1,48cm²/m Asw/s(min)=2,683cm²/m

APOIO Direito
 VRD,Max=696,78kN Vsd=0kN Vsd<=VRD,max
 ZCotΘ=1,26m Vsd(ZcotΘ)=47,2316141045344
 Asw/s=-1,075cm²/m Asw/s(min)=2,683cm²/m

7.3. FLEXÃO (ENVOLENTE): (EC2 6.1)

Viga_1

APOIO ESQUERDO
 Armadura superior Msd=0kN μsd=0 ωsd=0 As=3,475cm² Alf=0cm²
 2 Ø16 (As=4,021cm²)
 Armadura inferior Msd=0kN μsd=0 ωsd=0 As=4,238cm² Alf=0cm²
 4 Ø12 (As=4,524cm²)
 As,min= 3,475cm² Asmax=102cm²

APOIO DIREITO
 Armadura superior Msd=-168,328kN μsd=-0,064 ωsd=-0,062
 As=5,79cm² Alf=0cm² 3 Ø16 (As=6,032cm²)
 Armadura inferior Msd=0kN μsd=0 ωsd=0 As=3,475cm² Alf=0cm²
 2 Ø16 (As=4,021cm²)
 As,min= 3,475cm² Asmax=102cm²

VÃO

Armadura superior Msd=0kN μsd=0 ωsd=0 As=3,475cm² Alf=0cm² 2 Ø16
 (As=4,021cm²)
 Armadura inferior Msd=424,933kN μsd=0,162 ωsd=0,178 As=16,758cm²
 Alf=0cm² 5 Ø16 +4 Ø16 (As=18,092cm²)
 As,min= 3,475cm² Asmax=102cm²

Viga_2

APOIO ESQUERDO
 Armadura superior Msd=-168,328kN μsd=-0,064 ωsd=-0,062
 As=5,79cm² Alf=0cm² 3 Ø16 (As=6,032cm²)
 Armadura inferior Msd=0kN μsd=0 ωsd=0 As=3,475cm² Alf=0cm²
 2 Ø16 (As=4,021cm²)
 As,min= 3,475cm² Asmax=102cm²

APOIO DIREITO

Armadura superior 2 Ø16 (As=4,021cm ²)	Msd=0kN	$\mu_{sd}=0$	$\omega_{sd}=0$	As=3,475cm ²	Alf=0cm ²
Armadura inferior 2 Ø16 (As=4,021cm ²)	Msd=0kN	$\mu_{sd}=0$	$\omega_{sd}=0$	As=3,475cm ²	Alf=0cm ²
As,min= 3,475cm ²	Asmax=102cm ²				

VÃO

Armadura superior (As=4,021cm ²)	Msd=0kN	$\mu_{sd}=0$	$\omega_{sd}=0$	As=3,475cm ²	Alf=0cm ²	2	Ø16
Armadura inferior (As=4,021cm ²)	Msd=0kN	$\mu_{sd}=0$	$\omega_{sd}=0$	As=3,475cm ²	Alf=0cm ²	2	Ø16
As,min= 3,475cm ²	Asmax=102cm ²						

7.4. ESFORÇO TRANSVERSO (ENVOLVENTE): (EC2 6.2)**Viga_1****APOIO ESQUERDO**

VRD,Max=696,78kN	Vsd=178,298kN	Vsd<=VRD,max
ZCotØ=1,26m	Vsd(ZcotØ)=131,066835895466	
Asw/s=2,984cm ² /m	Asw/s(min)=2,683cm ² /m	
E2R Ø8//33,5 (3cm ² /m)	Sl,max=60,75cm	

APOIO DIREITO

VRD,Max=696,78kN	Vsd=203,864kN	Vsd<=VRD,max
ZCotØ=1,26m	Vsd(ZcotØ)=-156,632535895466	
Asw/s=3,566cm ² /m	Asw/s(min)=2,683cm ² /m	
E2R Ø8//28 (3,59cm ² /m)	Sl,max=60,75cm	

Viga_2**APOIO ESQUERDO**

VRD,Max=696,78kN	Vsd=112,219kN	Vsd<=VRD,max
ZCotØ=1,26m	Vsd(ZcotØ)=64,9872358954656	
Asw/s=1,48cm ² /m	Asw/s(min)=2,683cm ² /m	
E2R Ø8//37 (2,72cm ² /m)	Sl,max=60,75cm	

APOIO DIREITO

VRD,Max=696,78kN	Vsd=0kN	Vsd<=VRD,max
ZCotØ=1,26m	Vsd(ZcotØ)=47,2316141045344	
Asw/s=-1,075cm ² /m	Asw/s(min)=2,683cm ² /m	
E2R Ø8//37 (2,72cm ² /m)	Sl,max=60,75cm	

8. VERIFICAÇÃO AOS ESTADOS LIMITES DE UTILIZAÇÃO**8.1. CONTROLO DA FENDILHAÇÃO:** (EC2 7.3)**Viga_1**

MQp= 193,508 kNm	$\varphi= 2,82$	Mcr= 118,552 kNm	$\sigma_s= 151,38$ MPa	Sr,max= 0,181 m
$\epsilon_{sm}-\epsilon_{cm}= 0,576$ ‰	Wk= 0,104 mm	Wmax= 0,3 mm	Verifica	

Viga_2

MQp= -80,888 kNm	$\varphi= 2,82$	Mcr= 94,142 kNm	$\sigma_s= 180,15$ MPa	Sr,max= 0,271 m
$\epsilon_{sm}-\epsilon_{cm}= 0,574$ ‰	Wk= 0,156 mm	Wmax= 0,3 mm	Verifica	

Não foi necessário aumento de armadura

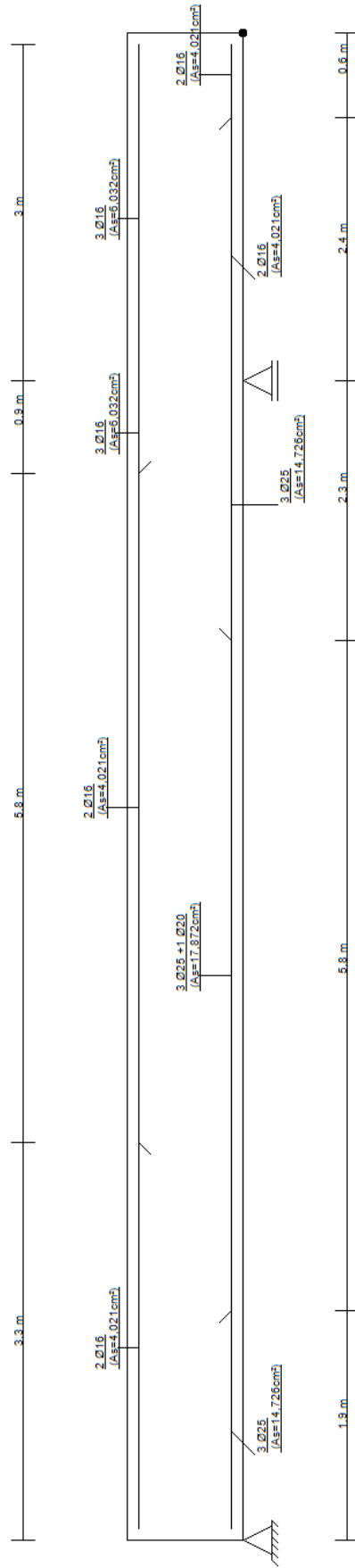
8.2. CONTROLO DA DEFORMAÇÃO: (EC2 7.4)**Viga_1**

K= 1,3	L/d= 12,346	L/d Lim= 20,149	Verificação= Dispensa
--------	-------------	-----------------	-----------------------

Viga_2

K= 0,4	L/d= 3,704	L/d Lim= 28,952	Verificação= Dispensa
--------	------------	-----------------	-----------------------

Armadura longitudinal



Armadura transversal

