



INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO  
Universidade Técnica de Lisboa

## Modelo de Optimização para o Processo de *History Matching* de Reservatórios Petrolíferos

João Daniel Trigo Pereira Carneiro

Dissertação para a obtenção de Grau de Mestre em  
**Engenharia Geológica e de Minas**

### Júri

Presidente: Doutora Maria João Correia Colunas Pereira  
Orientador: Professor Doutor Amílcar de Oliveira Soares  
Vogal: Doutora Júlia Cristina da Costa Carvalho

Dezembro de 2010

## **Agradecimentos**

Aos meus pais, Daniel e Etelvina, sem os quais nunca teria tido a oportunidade de executar este trabalho ou qualquer outro.

À Lurdes pelo amor dado e pelo apoio incansável. Foram inúmeras as crises de desalento que me ajudou a superar.

Aos meus amigos do CMRP, Júlio, Rúben e Pedro pelas inúmeras vezes em que me ajudaram a ultrapassar os obstáculos que foram surgindo neste trabalho e as discussões que me permitiram aclarar ideias.

À Carina pelo apoio e por estar lá.

Ao Jaime e ao Nuno por terem disponibilizado as suas máquinas de calcular gigantes.

Ao Miguel, Jorge e Diogo, companheiros de longa data nesta jornada que agora termina.

Ao professor Amílcar Soares pelas oportunidades proporcionadas.

## **Dedicatória**

À memória do meu Pai Daniel e da minha Irmã Lígia.

## Resumo

No presente trabalho, propõe-se uma modificação do algoritmo estocástico de *History Matching* desenvolvido por Mata-Lima (2006).

O método é adaptado à aplicação de uma função objectivo multi-critério baseada na frente de Pareto, com a consequente obtenção de várias imagens correspondentes a *matches* óptimos nos diferentes critérios. O peso computacional adicional imposto pela optimização multi-critério é compensado através de um método alternativo de geração de imagens secundárias utilizadas pelo perturbador (Co-Simulação Directa). Tal método consiste na aplicação sequencial de técnicas de reconhecimento de padrões, *Kernel-ACP*, *Multi-Dimensional Scaling*, e finalmente *Clustering* de modo a reduzir o número de imagens secundárias a utilizar pelo perturbador.

O método resultante é aplicado a um caso de estudo com resultados promissores.

**Palavras-chave:** *History Matching*, Optimização Multi-Objectivo, Problema Inverso, *Kernel-ACP*, *Multi-Dimensional Scaling*, Geoestatística

## Abstract

In the present work, a modification of the stochastic History Matching method of Mata-Lima (2006) is proposed.

The method is modified in order to use a multi-objective optimization based on the estimation of the Pareto front of the generated image set. The additional computational weight imposed by the multi-objective approach on the perturbative (Co-Direct Sequential Simulation) and fluid simulation stages of the process is minimized with the sequential application of image match, Multi-Dimensional Scaling, Kernel-PCA and *Clustering* techniques in order to reduced the set of secondary images need.

The resulting method is applied to a case study with promising results.

**Keywords:** History Matching, Multi-Objective Optimization, Inverse Problem, Kernel - PCA, Multi-Dimensional Scaling, Geostatistics

# Conteúdo

Agradecimentos . . . . .	ii
Resumo . . . . .	iii
Abstract . . . . .	iv
<b>Conteúdo</b>	<b>v</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>vii</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>ix</b>
<b>1 Introdução: O <i>History Matching</i> na Modelação de Reservatórios Petrolíferos</b>	<b>1</b>
<b>2 Fundamentos Teóricos</b>	<b>5</b>
2.1 Estatística Multivariada . . . . .	5
2.2 Geoestatística . . . . .	11
2.3 Simulação e Mecânica dos Fluidos em Meio Poroso . . . . .	14
2.4 Optimização Multi-Objectivo: A Fronteira de Pareto . . . . .	18
2.5 Reconhecimento de Padrões Baseado na Distância de Hausdorff . . . . .	20
2.6 <i>History Matching</i> por Co-Simulação Directa . . . . .	20
<b>3 Avanços Recentes nas Metodologias de History Matching</b>	<b>21</b>
<b>4 Objectivos</b>	<b>25</b>
<b>5 Metodologia Proposta e sua Aplicação</b>	<b>27</b>
5.1 Metodologia Proposta . . . . .	27
5.2 Geração do Conjunto de imagens por Simulação Sequencial Directa e Aplicação da Função de Transferência . . . . .	28
5.3 Aplicação da Função Objectivo Multi-Critério . . . . .	28
5.4 Construção do Conjunto de Imagens Globais Óptimas . . . . .	29
5.5 Redução do Conjunto de Imagens Globais Óptimas . . . . .	30
5.6 Análise de Convergência e Perturbação por Co-Simulação Sequencial Directa . . . . .	31
5.7 Aplicação e Resultados . . . . .	32
<b>6 Conclusões e Notas Finais</b>	<b>39</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>41</b>



# Lista de Tabelas

2.1	Distâncias usualmente utilizadas nos métodos de <i>Clustering</i> . . . . .	10
2.2	Parâmetros para resolução do caso do poço a uma dimensão. . . . .	18
5.1	Imagens ótimas geradas . . . . .	36





# Lista de Figuras

1.1	Malha Cartesiana de distribuição de Propriedades Físicas. . . . .	1
1.2	Malha <i>Corner Point</i> . . . . .	2
1.3	Dados de porosidade reais que originaram, através de métodos geoestatísticos, a grelha da figura 1.1. . . . .	3
1.4	Um problema directo e um inverso . . . . .	3
2.1	Exemplo de ACP. . . . .	6
2.2	Dados para o exemplo de <i>kernel-ACP</i> . . . . .	7
2.3	Aplicação de um <i>kernel</i> polinomial. . . . .	8
2.4	Aplicação de um <i>kernel</i> Gaussiano. . . . .	9
2.5	Exemplo de <i>Multi-Dimensional Scaling</i> . . . . .	9
2.6	Correlação entre a matriz de distâncias de vários conjuntos de dados com dimensão compreendida entre 1 e 50 e a matriz de distâncias resultante da aplicação de MDS de dimensão 3 . . . . .	10
2.7	Campo Aleatório Bidimensional. . . . .	11
2.8	Lei de Darcy. . . . .	14
2.9	Malha unidimensional. . . . .	17
2.10	Quedas de pressão pelas Diferenças Finitas. . . . .	18
2.11	Diferença entre as diferenças directas e inversas. . . . .	18
2.12	Fronteira de Pareto. . . . .	19
3.1	Simulação de Linhas de Fluxo . . . . .	22
5.1	Malha de Eclipse. . . . .	28
5.2	Imagem Combinada Óptima. . . . .	29
5.3	Aplicação da Convulsão de Sobel. . . . .	30
5.4	Aplicação do <i>Multi-Dimensional Scaling</i> . . . . .	31
5.5	<i>Clustering</i> no espaço dos Factores . . . . .	31
5.6	Convergência na Fronteira de Pareto: caso desejável. . . . .	32
5.7	Campos de Propriedades Sintéticos. . . . .	33
5.8	Fronteira de Pareto: Poço 1. . . . .	34
5.9	Fronteira de Pareto: Poço 2. . . . .	34
5.10	Fronteira de Pareto: Poço 3. . . . .	35
5.11	Fronteira de Pareto: Poço 4. . . . .	35
5.12	Imagens secundárias da iteração 0. . . . .	36

5.13	Imagens secundárias da 1ª iteração. . . . .	36
5.14	Imagens secundárias da 2ª iteração . . . . .	37
5.15	Imagem final obtida . . . . .	37

## Capítulo 1

# Introdução: O *History Matching* na Modelação de Reservatórios Petrolíferos

No estudo de qualquer corpo subterrâneo que contenha fluidos, seja ele um aquífero ou um reservatório petrolífero, existe a necessidade de construir um modelo matemático (e geométrico) como passo seguinte à aquisição de dados no terreno. Parte constituinte deste modelo consiste numa malha espacial discreta onde se integram todos os dados de propriedades espaciais relevantes, tais como a permeabilidade e porosidade. Cada uma destas células é povoada com valores das propriedades físicas relevantes. Usualmente assume-se que estas são uniformes dentro de cada célula e atribuídas ao centro geométrico destas. Mostram-se nas figuras 1.1 e 1.2 malhas típicas utilizadas no estudo de reservatórios.

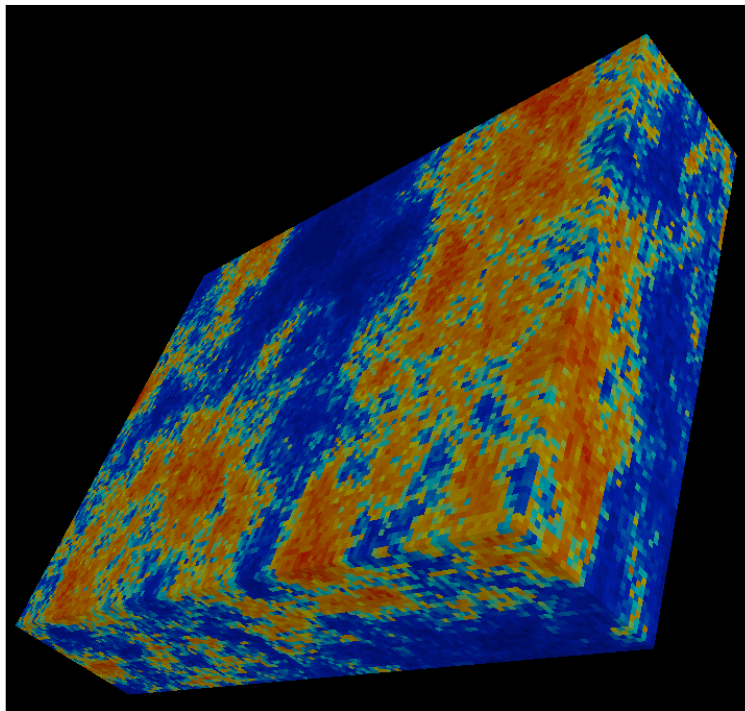


Figura 1.1: Malha Cartesiana de distribuição de Propriedades Físicas.

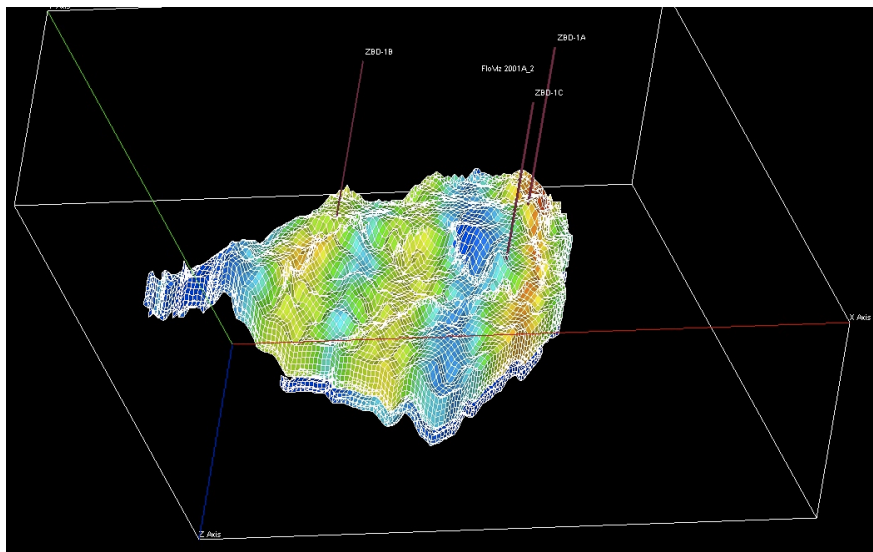


Figura 1.2: Malha *Corner Point* estratigráfica de distribuição de Propriedades Físicas.

Os dados que permitem chegar ao completo povoamento da malha não são usualmente livres de ruído, suficientemente fiáveis ou abundantes de forma a permitirem uma estimação directa das propriedades físicas relevantes em toda a geometria. Para tal, torna-se necessária a integração de todos os dados disponíveis, de fontes diversas, de forma a minimizar a incerteza do modelo.

Neste contexto, é usual fazer-se a diferenciação entre dados estáticos e dados dinâmicos (ver Ravalec-Duphin, 2005, cap 1). Os dados estáticos (utilizados na construção do modelo homónimo) referem-se a propriedades internas do reservatório, obtidos numa fase de caracterização inicial, enquanto os dados dinâmicos referem-se a dados temporais, resultantes da evolução do comportamento dos fluidos no meio subterrâneo. A calibração do modelo estático aos dados dinâmicos é conhecido como *History Matching*.

O objectivo é obter-se um modelo de características internas do reservatório que vá reflectir os dados dos poços e da sísmica inicial (dados estáticos), reproduzindo simultaneamente o comportamento dos fluidos (dados de produção reais). O *History Matching* é alcançado através da comparação entre os dados resultantes da simulação numérica e os dados colectados no terreno. Esta adaptação é obtida através da variação dos parâmetros do modelo estático de forma a que posteriores simulações se aproximem mais com os dados dinâmicos obtidos. A dificuldade deste procedimento reside tanto no elevado número de parâmetros existentes como no facto de a relação entre os parâmetros e a resposta do modelo ser altamente não linear. O *History Matching* corresponde a uma classe de problemas matemáticos usualmente conhecidos por problemas inversos (ver Oliver et al., 2008, cap. 1): é conhecido o resultado, mas não são conhecidas as condições que o geraram. No caso do *History Matching* o problema é agravado uma vez que um dado resultado poderá ser gerado por uma enorme variedade de modelos estáticos diferentes.

A resolução desta classe de problemas tem sido feita fundamentalmente a partir do ponto de vista do geofísico por oposição ao do matemático, i. e., enfatiza-se que os dados onde a resolução do problema vai assentar são resultantes de medições sujeitas a erro, que a quantidade destes é sempre insuficiente e tal como já foi referido, que a dimensão do espaço dos modelos que são susceptíveis de serem soluções pode facilmente ser muito elevada. Assim, para a resolução de um problema inverso devem ser tidos em conta os seguintes pontos:

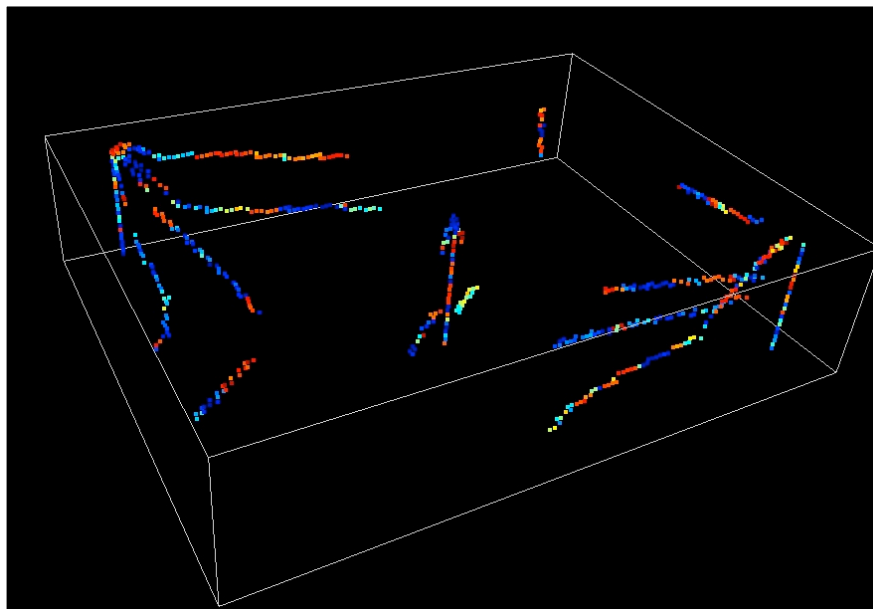


Figura 1.3: Dados de porosidade reais que originaram, através de métodos geoestatísticos, a grelha da 1.1 . Basta ver a diferença entre uma e outra para ter uma ideia do grau de incerteza presente.

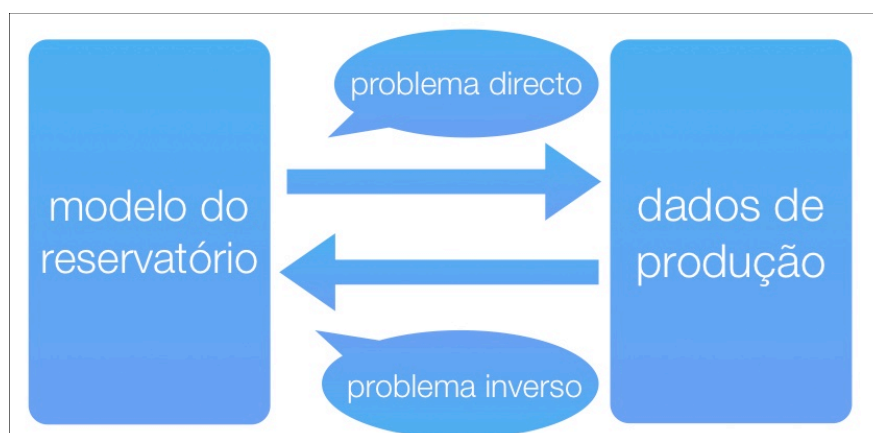


Figura 1.4: Um problema directo e um inverso.

- Todos os problemas inversos são caracterizados por um número muito grande de parâmetros (conceptualmente infinitos). Estes são limitados apenas por questões práticas.
- A quantidade de dados disponíveis é sempre finita e contem sempre erros de medição.
- É impossível estimar correctamente todos os parâmetros de um modelo a partir de dados que serão necessariamente pouco precisos, insuficientes e inconsistentes; no entanto, reduzir o número de parâmetros de modo a reduzir os níveis de incerteza é uma má abordagem.
- Por outro lado, estará sempre disponível algum tipo de informação acerca da plausibilidade do modelo, nomeadamente, restrições de positividade (nas densidades, permeabilidades e temperaturas), limites (entre 0 e 1 para a porosidade), entre outras.

A grande maioria dos problemas inversos encontrados na engenharia de reservatórios petrolíferos são altamente não lineares e computacionalmente muito pesados. Como tal, a eficiência dos cálculos deve ser uma preocupação constante. Devido à enorme quantidade de informação associada à modelação de um reservatório, devem ser evitadas (dentro do possível) abordagens de tentativa-erro na inversão de dados. Tal é computacionalmente incomputável.

A estimação probabilística de limites é normalmente muito significativa e para problemas não lineares será usualmente obtida através do uso de métodos de Monte-Carlo.

O objectivo último da teoria inversa (e consequentemente do procedimento de *History Matching*) é a disponibilização de informação que permita a tomada de decisões referentes à gestão de um reservatório de hidrocarbonetos. Estas decisões só serão bem fundamentadas se é correcta a noção da incerteza na performance futura do reservatório, proporcionando assim uma noção clara das consequências das decisões tomadas.

O *History Matching* integra-se no *workflow* genérico da modelação de um reservatório petrolífero tendo em conta os passos enunciados seguidamente (ver Ravalec-Duphin, 2005, pág. 7):

- (a) Um modelo inicial do reservatório - o modelo estático ou geológico - é construído através da utilização de ferramentas geoestatísticas; como tal, é originado e está condicionado aos dados estáticos existentes.
- (b) O modelo geológico inicial é constituído por uma grelha tridimensional detalhada (o volume das suas células é pequeno e estas são em grande número). Tal torna-o pouco apto a ser utilizado numa simulação de fluidos, uma vez que esta é muito exigente em termos computacionais, sendo esta carga proporcional ao número de células na grelha. Antes de ser contemplada a realização de um processo de *History Matching*, que envolve centenas de simulações, é necessário tornar a grelha menos detalhada sem perda de informação. Para tal são utilizadas técnicas de *Upscaling* que transformam as propriedades das células (porosidade e permeabilidade) de uma malha fina para uma mais grosseira.
- (c) Uma vez completado o *Upscaling*, estão reunidas as condições para a realização da simulação do escoamento de fluidos. Os dados dinâmicos são então comparados com a resposta do simulador.
- (d) A resposta do simulador não corresponde de um modo geral aos dados dinâmicos reais. Esta discrepância é utilizada como base para a aplicação de técnicas de optimização (o *History Matching*) que alteram o modelo geológico inicial.

## Capítulo 2

# Fundamentos Teóricos

### 2.1 Estatística Multivariada

A maior parte dos fenómenos observáveis nas ciências da terra são de natureza multivariada, i. e., para a compreensão de um dado fenómeno temos frequentemente um grande conjunto de medições de características diferentes que poderão ter ou não relações entre si, logo torna-se frequente lidar com um leque alargado de informações. Não será, portanto, fácil de olhar para toda essa informação e compreender o comportamento de cada uma das variáveis com as ferramentas usuais da Estatística Univariada. É neste tipo de contextos que surgem as técnicas de processamento e análise de dados inseridas na Teoria da Estatística Multivariada.

#### ACP: Análise de Componentes Principais

A Análise de Componentes Principais (ACP ou PCA - *Principal Component Analysis*) é o método factorial usualmente mais utilizado na análise de dados multivariados. Tal acontece porque este é um método que permite uma redução da dimensionalidade do conjunto de dados (ver Härdle e W. Simar, 2003). Para tal, são exploradas possíveis correlações entre as variáveis em estudo. Quando estas existem e são elevadas torna-se possível a sua substituição por uma única (um factor) representativa do grupo de correlação elevada. Assim, o resultado final é um conjunto de dados mais simples de analisar.

Esta redução de variáveis é conseguida através de uma simples operação geométrica. Tal acontece partindo do pressuposto que a matriz de amostras ( $n$ ) vs. população ( $p$ ) contém informação sobre a localização de  $n$  pontos num espaço métrico de  $p$  dimensões onde os valores das coordenadas são expressos relativamente a um sistema de eixos no qual cada um destes representa uma das variáveis em estudo. Torna-se então possível, através do cálculo da chamada matriz de Inércia, uma mudança para um referencial que segue as direcções de maior variabilidade dos dados. Este corresponde matematicamente ao referencial próprio da matriz de Inércia (valores e vectores próprios desta). De notar ainda que matriz de Inércia é equivalente à matriz de Correlação do conjunto de dados em estudo.

Assim sendo, os objectivos da ACP podem ser sintetizados da seguinte forma (Garcia Pereira e Sousa, 2002):

- Reduzir o número de variáveis;
- Analisar quais as variáveis ou quais os conjuntos de variáveis que explicam a maior parte da variabilidade total, revelando que tipo de relação existe entre eles.

Da aplicação do ACP a um dado conjunto de dados irá então resultar um novo sistema de eixos (factores), formado pelos vectores próprios da matriz de Inércia (ou de correlação) onde os valores próprios obtidos representam o peso que cada uma das novas direcções obtidas tem na variabilidade total do conjunto de dados. Cada uma destas direcções é designada por componente principal (ou eixo factorial) e o seu peso é dado pelo valor próprio correspondente em relação à soma total destes. É nesta fase que se torna possível efectuar uma redução de dimensão: supondo que temos um conjunto de dados com sete variáveis e após a aplicação do ACP chega-se à conclusão que os três primeiros eixos factoriais pesam conjuntamente, por exemplo, 90%, torna-se possível eliminar os restantes quatro eixos cujo peso explicativo em termos de variabilidade não ultrapassa os 10%.

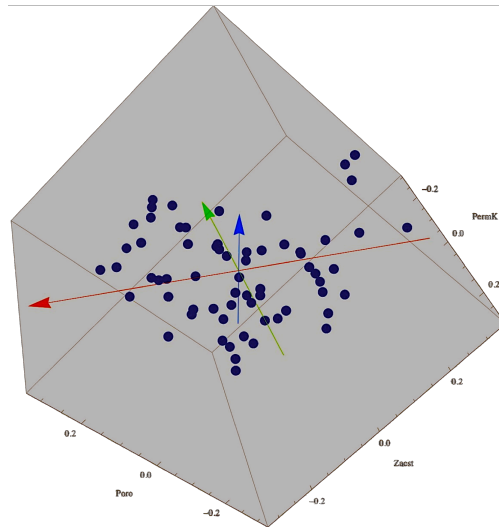


Figura 2.1: representação de um sistema de eixos gerado pelo ACP para três variáveis. Note-se como os eixos se ordenam pela direcção de maior variabilidade.

A ACP pode ser vista como uma forma de revelar a estrutura interna de um determinado conjunto de dados, contribuindo para explicar a respectiva variância. Visualizando um conjunto de dados multivariados como coordenadas num espaço  $n$ -dimensional ( $n$  eixos para  $p$  variáveis), a ACP providencia uma imagem, num espaço de dimensão menor, como sendo uma projecção desse objecto a partir do ponto de vista que contém mais informação. Posto isto, pode-se afirmar que a ACP é um método que permite eliminar informação redundante, tornando mais precisas e evidentes as observações feitas sobre uma dada realidade.

Em muitas situações, torna-se necessário executar a ACP uma série de vezes sucessivas, de modo a que em cada etapa se criem novos grupos explicativos de um determinado conjunto de variáveis reduzidas que irão alimentar a ACP seguinte, até que se crie uma síntese satisfatória dos dados em estudo. Em cada uma dessas etapas, há que ter em conta um conjunto de critérios para determinar o número de factores a reter, procurando um equilíbrio entre a redução da dimensão do espaço e a necessidade de explicar grande parte da variância total. Seguem-se os critérios mais utilizados (Garcia Pereira e Sousa, 2002):

- Descartar os eixos cujos valores próprios sejam inferiores a 1, o que indica que explicam menos que as coordenadas de cada uma das amostras;
- Escolher os primeiros eixos que expliquem uma percentagem (acumulada) de inércia total fixada previamente;



- Retirar os eixos com número de ordem superior àquele que inicia a estabilização no *scree plot* (curva que relaciona o número de ordem de cada eixo com o valor próprio que lhe está associado).

### **Kernel ACP: Análise de Componentes Principais Não Linear**

Scholkopf et al. (2006) estenderam o conceito de Análise em Componentes Principais para a sua aplicação em conjuntos linearmente não separáveis (Härdle e W. Simar, 2003). O *Kernel-ACP* é uma extensão da ACP, utilizando os chamados *kernel methods* na literatura Anglo-Saxónica. Fazendo uso de um *kernel*, as operações que a ACP efectua de uma maneira linear são feitas utilizando uma base num espaço de Hilbert, sendo obtido o mapeamento dos dados originais de uma forma não linear.

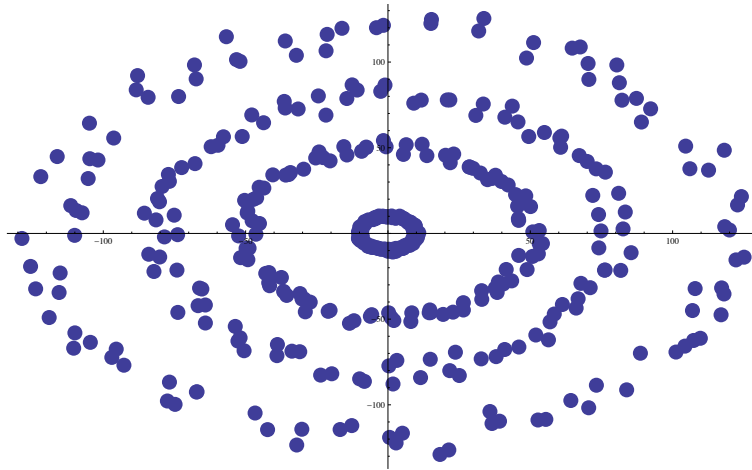


Figura 2.2: Conjunto de dados bidimensionais onde claramente são identificados quatro agrupamentos impossíveis de separar linearmente.

Para entender a utilidade desta técnica, nomeadamente para técnicas de *Clustering* (taxonomia numérica - secção 2.1), note-se que um conjunto de  $N$  pontos não é geralmente separável num espaço com  $d < N$  dimensões (como os apresentados na figura 2.2), mas sê-lo-á sempre num espaço com  $d \geq N$  dimensões i. e., tendo  $N$  pontos  $\vec{x}_i$  e sendo possível fazer um mapeamento destes para um espaço  $N$ -dimensional através de uma função com as seguintes características,

$$\Phi(\vec{x}_i) = \delta_{ij} \quad \text{onde} \quad \Phi(\vec{x}_i) : \mathfrak{R}^d \rightarrow \mathfrak{R}^N \quad (2.1)$$

será fácil efectuar a construção de um hiperplano que separe a totalidade dos pontos. A função  $\Phi$  cria vectores linearmente independentes, não podendo ser calculada a matriz de inércia como é usual na ACP. Ao invés deste cálculo, é "seleccionada" uma função arbitrária  $\Phi$ , que nunca é explicitamente calculada. Abre-se então a possibilidade de trabalhar os dados num espaço de dimensão arbitrariamente elevada. Pelo facto de normalmente  $\Phi$  não ser conhecida, é evitado -uma vez que geralmente não é possível - trabalhar no espaço gerado por  $\Phi$  (conhecido por espaço dos factores à semelhança da ACP). Cria-se então uma matriz de dimensão  $N \times N$  de produtos internos (*Kernel Matrix*):

$$K = k(\vec{x}, \vec{y}) = \langle \Phi(\vec{x}), \Phi(\vec{y}) \rangle \quad (2.2)$$

Esta matriz representa os produtos internos possíveis de todos os  $N$  pontos iniciais no espaço  $\Phi$ . Assim sendo, não é possível calcular as componentes principais mas é possível calcular as projecções dos pontos nestes, i.e., é possível mapear os pontos no espaço dos factores. A derivação de como tal é efectuado encontra-se em Scholkopf et al. (2006). Um passo importante na aplicação da *Kernel-ACP* prende-se com a escolha do produto interno (*kernel*) a ser utilizado na matriz 2.2. Dos vários disponíveis (Scholkopf et al., 2006) usualmente utilizam-se *kerneis* Gaussianos e polinomiais. Um *kernel* polinomial (neste caso de segunda ordem) assume a forma:

$$k(\vec{x}, \vec{y}) = (\vec{x}^T \vec{y} + 1)^2 \quad (2.3)$$

e um Gaussiano:

$$k(\vec{x}, \vec{y}) = e^{-\frac{\|\vec{x} - \vec{y}\|^2}{2\sigma^2}} \quad (2.4)$$

Nas figuras seguintes (2.3 e 2.4) observa-se o resultado da aplicação do método descrito a um conjunto de dados (figura 2.2), onde claramente se identificam agrupamentos impossíveis de separar linearmente.

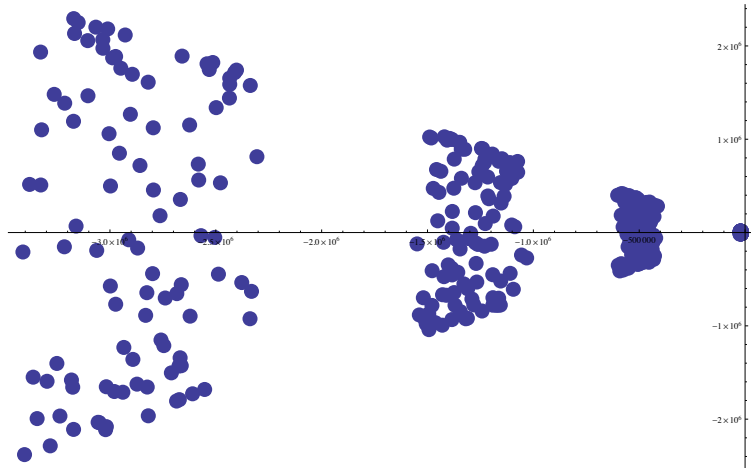


Figura 2.3: Resultado de aplicação de um *kernel* polinomial de 2ª ordem aos dados ilustrados na figura 2.2. Bastam duas dimensões para ser possível separar linearmente os agrupamentos detectados.

### *Multi-Dimensional Scaling*

A técnica conhecida por *Multi-Dimensional Scaling* (MDS) - ver Cox e Cox (2001); Härdle e W. Simar (2003), permite que estando disponível para um dado conjunto de observações uma medida das suas de-similaridades (por outras palavras, uma medida de distância) se efectue um mapeamento destas num espaço euclidiano  $N$ -dimensional. Tal é alcançado fazendo com que o mapeamento dos pontos no novo espaço euclidiano reflecta o mais possível a matriz de distâncias original (no sentido dos mínimos quadrados (Scheidt e Caers, 2008)). Uma medida do sucesso da aplicação deste procedimento é a correlação entre a matriz de distâncias original e a matriz de distâncias calculada no espaço Euclideano gerado pelo MDS.

Para ilustrar o procedimento usual do MDS (métrico), mostra-se na figura 2.5 o exemplo clássico (Härdle e W. Simar, 2003; Cox e Cox, 2001) da reconstrução de um mapa bidimensional (distâncias entre cidades): do mapa original é extraída uma matriz de distâncias e é aplicado o MDS métrico. O resultado observado

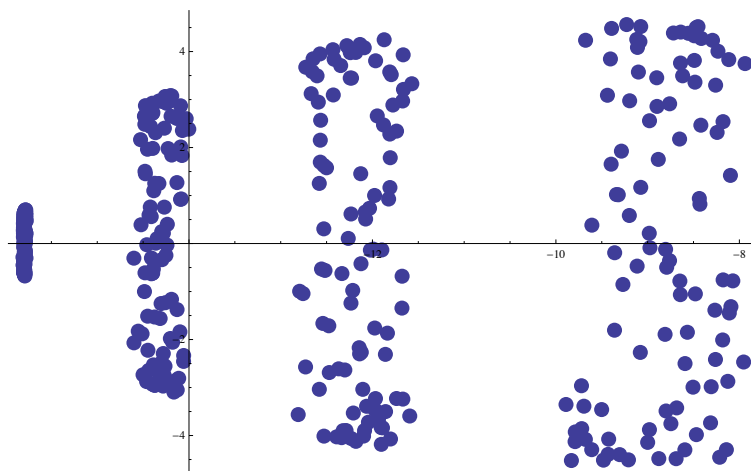


Figura 2.4: Resultado de aplicação de um *kernel* Gaussiano aos dados ilustrados em 2.2. Novamente, bastam duas dimensões para ser possível separar linearmente os agrupamentos detectados.

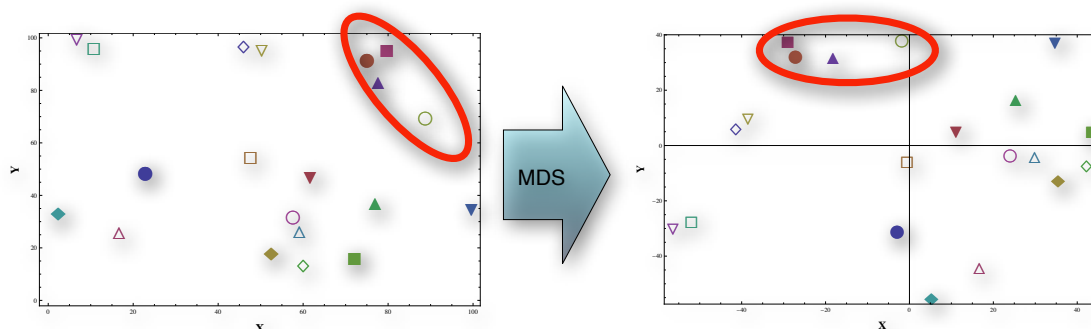


Figura 2.5: Aplicação do *Multi-Dimensional Scaling* a um conjunto de pontos bidimensionais. A elipse presente nas figuras mostra que o MDS preserva apenas as posições relativas dos pontos.

mostra que os pontos originais sofrem rotações e translações (em relação ao referencial). Tal é expectável uma vez que o MDS tem apenas como informação de entrada uma matriz de distâncias que é posteriormente centrada. Para este caso, a correlação entre a matriz de distância dos pontos originais e a calculada sobre o espaço gerado pelo MDS é 1, tal como seria de esperar uma vez que o espaço de partida e o de chegada têm a mesma dimensão e são ambos euclidianos.

Na figura 2.6 mostra-se a evolução da correlação para a aplicação de um MDS de dimensão 3 a espaços que variam entre uma a cinquenta dimensões. Observa-se que para dimensões inferiores a 3 a correlação é total. Acima dessa dimensão observa-se que a correlação desce indicando a perda de informação que necessariamente existe na redução de dimensão efectuada.

### *Clustering* - Métodos de Taxonomia Numérica

A classificação automática ou Taxonomia Numérica (*Clustering*) tem por objectivo a avaliação de semelhanças (ou diferenças) existentes num dado conjunto de dados, aglomerando-os em conjuntos que partilhem características semelhantes. Do ponto de vista de um qualquer ponto a semelhança (ou dissimilitude) deste

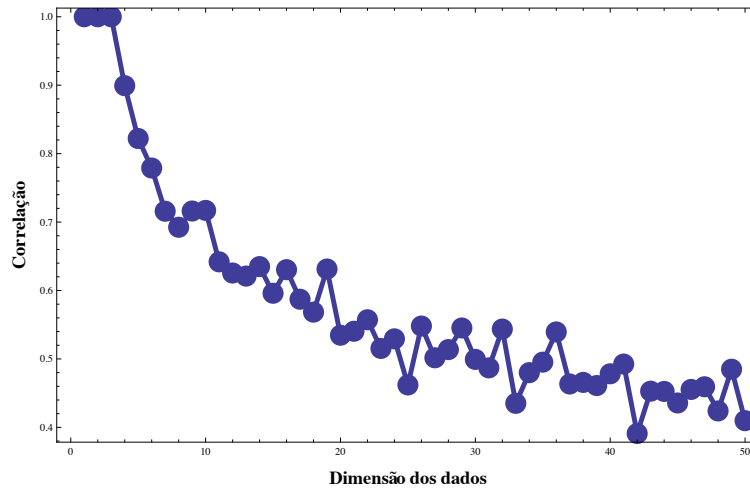


Figura 2.6: Correlação entre a matriz de distâncias de vários conjuntos de dados com dimensão compreendida entre 1 e 50 e a matriz de distâncias resultante da aplicação de MDS de dimensão 3.

com qualquer elemento do conjunto a que pertence será sempre superior a qualquer elemento exterior ao conjunto.

Os algoritmos disponíveis dividem-se em duas grandes classes (Härdle e W. Simar, 2003):

- Hierárquicos - Os grupos formados em cada fase vão sendo sucessivamente imbricados uns nos outros, conduzindo a uma estrutura em árvore. Os grupos formados em cada fase do algoritmo nunca mais se desfazem;
- Não Hierárquicos - Os grupos resultam de uma partição da matriz inicial em classes, conduzindo a uma estrutura em rede. Os elementos dos grupos são realocados dinamicamente em cada fase.

Comuns às duas classes de métodos, têm-se os conceitos de distância. Existem várias passíveis de serem usadas (métricas diferentes para o espaço em estudo) que fazem realçar diferentes relações entre os dados. Na tabela 2.1 são apresentadas algumas comuns nos estudos de *Clustering*.

Tabela 2.1: Distâncias usualmente utilizadas nos estudos de *Clustering*.

Norma Euclideana	$\sqrt{\sum (u - v)^2}$
Norma Euclideana Quadrática	$\sqrt{\sum (u - v)^2}$
Distância de <i>Manhattan</i>	$\sum  u - v $
Distância de Chebyshev	$\sum  u - v  / ( u  +  v )$
Distância de Canberra	$\sum  u - v  / ( u  +  v )$
Distância do Cosseno	$1 - u \cdot v / (\ u\  \ v\ )$
Distância da Correlação	$1 - (u - \underline{E}[u]) \cdot (v - \underline{E}[v]) / (\ u - \underline{E}[u]\  \ v - \underline{E}[v]\ )$
Distância de Bray-Curtis	$\sum  u - v  / \sum  u + v $

Nas estratégias de aglomeração dos algoritmos não-hierárquicos, e no contexto do presente trabalho, refere-se o algoritmo de classificação não hierárquica das K-Médias. Este método de aglomeração encontra-se amplamente documentado na literatura sobre estatística multi-variada (Härdle e W. Simar, 2003).

## 2.2 Geoestatística

### Campo Aleatório e a Hipótese da Estacionaridade Espacial

Na análise de dados efectuada de um ponto de vista geoestatístico, parte-se do conceito de campo aleatório (ver Soares, 2006, p. 16 a 18), i.e., para cada ponto do espaço em análise (domínio  $D$ , figura 2.7), considera-se que existe uma variável aleatória com todas as características usuais desta mas da qual se efectuou apenas uma realização em cada ponto do espaço. Tal realização para todo o domínio  $D$  constitui a realidade que se pretende caracterizar. Usualmente tem-se acesso apenas a algumas destas realizações do campo para pontos amostrais (figura 2.7). O campo aleatório assume também que as várias variáveis aleatórias que o constituem estão correlacionadas (são covariantes) entre si e que o grau desta correlação será de alguma forma proporcional à distância a que se encontram entre si no espaço - assume-se a existência de uma continuidade espacial no campo aleatório. Esta afirmação poderá ser desmentida numa fase posterior da análise geoestatística.

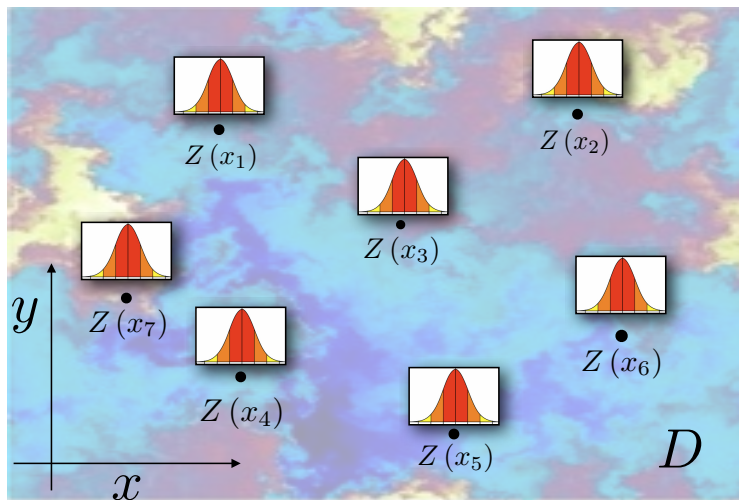


Figura 2.7: Um Campo Aleatório em duas dimensões: No seu domínio espacial  $D$ , considera-se que a realidade em estudo é uma realização possível de  $Z$ . Na figura está representada uma situação típica na qual estão disponíveis apenas para algumas localizações (amostras) os valores da realização física do Campo  $Z$ . A cada ponto (do espaço e não apenas das amostras) está associada uma função densidade de probabilidade (Curva Gaussiana para efeitos de ilustração apenas).

Uma vez que se tratam de variáveis aleatórias, cada uma delas terá a si associada uma distribuição, uma função densidade de probabilidade, uma média e uma variância. Põe-se a questão de como estas grandezas podem ser estimadas de modo a extrapolarem-se as informações amostrais para o resto do domínio em estudo. A resposta passa pela assunção da existência da chamada estacionaridade espacial enunciada por Matheron (1978). Para a média, este princípio traduz-se da seguinte forma :

$$E[Z(x_i)] = m, \quad \forall x_i \in D \quad (2.5)$$

Assim, e no caso da média, esta hipótese passa por assumir que o valor esperado em cada ponto do espaço é a mesma. Como tal, esta pode ser estimada da seguinte forma, a partir das  $N$  realizações conhecidas do campo aleatório:

$$m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Z_i(x_i) \quad (2.6)$$

A hipótese da estacionaridade espacial, quando aplicada às covariâncias entre as várias variáveis constituintes do campo aleatório, passa por assumir que a covariância espacial não é dependente da posição entre os vários pontos mas sim apenas da distância a que estes se encontram:

$$Cov[Z(x_i), Z(x_j)] = Cov\left[Z(x_i), Z\left(x_i + \vec{h}\right)\right] \quad \vec{h} = x_j - x_i \wedge x_i, x_j \in D \quad (2.7)$$

Na prática corrente nos estudos geoestatísticos é mais usual estudar o variograma (ou mais correctamente o semi-variograma) no estudo e estimação das covariâncias:

$$\gamma(\vec{h}) = C(0) - C(\vec{h}) = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^{N(\vec{h})} \left( Z(x_i + \vec{h}) - Z(x_i) \right)^2 \quad (2.8)$$

Posto isto, o campo aleatório representativo da realidade em estudo encontra-se caracterizado.

### Estimação de pontos não amostrados do campo aleatório: A Krigagem

Põe-se agora o problema de estimar a partir das realizações conhecidas do campo aleatório (valores amostrais) um ou mais valores desconhecidos. Tendo em conta as afirmações feitas sobre a estacionaridade espacial e sobre a covariância dentro do campo aleatório, é de esperar que o valor estimado para um ponto não amostrado se relacione com os valores já conhecidos. Uma das maneiras possíveis será através da seguinte combinação linear:

$$Z_i^*(x_0) = \sum_{i=1}^N \lambda_i Z_i(x_i) \quad (2.9)$$

Pões-se a questão de como determinar o valor dos coeficientes  $\lambda$ . Tal será conseguido fazendo uso do erro de estimação, definido da seguinte forma:

$$\epsilon(x_0) = Z_i^*(x_0) - \sum_{i=1}^N \lambda_i Z_i(x_i) \quad (2.10)$$

O erro de estimação (equação 2.10), que por ser uma combinação linear de variáveis aleatórias, também o é, tendo as propriedades usuais destas. Podemos assim impor e desenvolver as seguintes condições, sempre tendo em conta a hipótese da estacionaridade espacial, e a implicação que estas têm para os coeficientes desconhecidos:

- Não enviesamento do valor esperado do erro:

$$E[\epsilon(x_0)] = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^N \lambda_i = 1 \quad (2.11)$$

- Minimização do erro da variância do erro de estimação:

$$\min [Var[\epsilon(x_0)]] = \min \left[ C(0) + \sum_i \sum_j \lambda_i \lambda_j C(x_i, x_j) - 2 \sum_i \lambda_i C(x_i, x_0) \right] \quad (2.12)$$

A combinação e desenvolvimento das duas condições enunciadas levará ao sistema da krigagem normal, aqui representado em função dos variogramas:

$$\begin{cases} \sum_j \lambda_j \gamma(x_i, x_j) - \mu = \gamma(x_i, x_0) & i = 1, 2, 3, \dots, N \\ \sum_{i=1}^N \lambda_i = 1 \end{cases} \quad (2.13)$$

Existem outras variantes do algoritmo de krigagem das quais se destaca o da Co-Krigagem. Nesta variante, a estimação da variável  $Z$  conta com a presença de uma variável secundária e correlacionada que é inserida na combinação linear da equação 2.9. Os detalhes sobre a derivação destes estimadores podem ser encontrados em Soares (2006).

### Simulação e Co-Simulação Sequencial Directa de Campos Aleatórios no Espaço

Os modelos de simulação estocástica pretendem, fundamentalmente, reproduzir imagens da "realidade", a variabilidade das amostras, nomeadamente a lei de distribuição de probabilidades da variável em estudo e a continuidade espacial, tal qual é revelada pelos variogramas ou covariâncias (Soares, 2006). Os métodos de estimação (secção 2.2) fornecem valores médios da realidade oferecendo, portanto, uma imagem atenuada da realidade. Ao invés, a simulação de um fenómeno espacial fornece uma imagem na qual são reproduzidas a proporção e a maior (ou menor) continuidade dos diferentes corpos, das heterogeneidades e das classes extremas dessas características (Soares, 2006). Abre-se então a possibilidade de gerar várias imagens equiprováveis da realidade a que se pretende aceder. Efectuando um grande número de simulações de uma dada realidade (onde a média destas tenderá para a imagem fornecida pelos métodos de estimação), torna-se possível caracterizar a incerteza de um dado fenómeno.

A família de métodos de simulação mais recentes tem por base uma abordagem de simulação sequencial (ver Soares, 2006, pág. 161). A simulação sequencial é uma extensão dos métodos de simulação estocástica<sup>1</sup> baseada na regra de Bayes sobre a probabilidade condicionada:

$$\left( P(A|B) = \frac{P(A, B)}{P(B)} \right). \quad (2.14)$$

Se admitirmos que queremos simular somente dois valores,  $z_1$  e  $z_2$ , a partir da sua distribuição conjunta  $F(Z_1, Z_2)$ , pela relação de Bayes  $F(Z_1, Z_2) = F(Z_2|Z_1)F(Z_1)$ , simula-se então  $z_1$  a partir da sua distribuição  $F(Z_1)$  e seguidamente  $z_2$  a partir de  $F(Z_2|Z_1 = z_1)$ . Este procedimento é facilmente generalizado para um conjunto de  $N$  variáveis  $Z_i$ :

$$F(Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_N) = F(Z_1)F(Z_2|Z_1)F(Z_3|Z_1, Z_2) \dots F(Z_N|Z_1, Z_2, \dots, Z_{N-1}) \quad (2.15)$$

Assim, ao simularmos um primeiro valor  $z_1$  vamos passar a admiti-lo como valor condicionante na simulação de  $z_2$  e ambos como condicionante para  $z_3$ . O problema na aplicação deste procedimento prende-se com o conhecimento das  $N$  funções de distribuição condicionais. Tal facto foi resolvido pela utilização da krigagem Multi-Gaussiana (dando origem à Simulação Sequencial Gaussiana - SSG) ou através da estimação por krigagem da Indicatriz das várias classes das distribuições condicionais (originando a Simulação Sequencial da Indicatriz - SSI).

A Simulação Sequencial Directa (SSD - DSS: *Direct Sequential Simulation*) foi originalmente concebida por Journel (1994). A ideia fundamental desta sugere a utilização do distribuição do histograma original dos

<sup>1</sup>Em termos gerais, a simulação estocástica de uma variável aleatória  $X$  é efectuada através da geração de um valor aleatório  $p$  entre 0 e 1 e depois extraíndo  $x = F(X = p)$ .

dados. Journal foi bem sucedido na reprodução do modelo de covariâncias assumindo que as distribuições locais são feitas a partir da estimação por krigagem simples com variância correspondente à variância da mesma estimação. A reprodução do histograma, no entanto, só viria com a metodologia desenvolvida por Soares (2001)<sup>2</sup>. Esta nova proposta, não só permite a reprodução deste estatístico para a simulação simples como também para a Co-Simulação Sequencial Directa (Co-DSS).

## 2.3 Simulação e Mecânica dos Fluidos em Meio Poroso

### Lei de Darcy

Na modelização do escoamento de fluidos em meio poroso, deve ser tida em conta a variedade de fluidos presentes, as suas fases, as suas viscosidades bem como as condições fronteira que confinam o reservatório. O facto de muitas destas propriedades variarem com o tempo complica consideravelmente o problema.

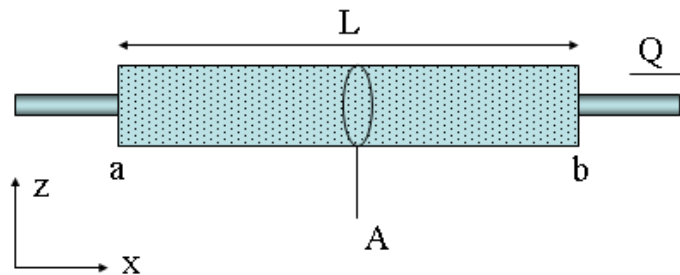


Figura 2.8: fluido contido num meio poroso e fechado exceptuando nas superfícies a e b. Como a Pressão em a é superior à de b, o fluido escoará na direcção a para b.

O modelo de escoamento mais simples que se pode ter consiste num fluido incompressível confinado num meio bidimensional com condições fronteira fechadas (porosidade zero nas fronteiras) exceptuando em duas faces submetidas a pressões diferentes. Ter-se-á então o fluido a escoar, de forma estacionária (fluxo constante no tempo) da maior pressão para a menor (figura 2.8).

A rocha é composta por uma matriz sólida e por espaço vazio (poros e fracturas) através do qual se processa o escoamento. A porosidade ( $\phi$ ) é dada como a razão entre o volume poroso e o volume total. A descrição do escoamento a uma escala microscópica não está só dependente da proporção de espaços vazios, mas também da maneira como estes estão distribuídos no espaço. É assim que surge a Permeabilidade ( $K$ ), onde a geometria do espaço poroso é também tida em conta. Esta grandeza vectorial caracteriza a direcção preferencial do escoamento em cada ponto. Caracteriza, assim, totalmente a capacidade que um meio poroso tem de escoar um fluido. Na situação da figura 2.8, pode-se então afirmar que o fluxo ( $Q$ ) que se obterá na face de pressão mais baixa será proporcional à diferença de pressão e à permeabilidade do meio. Se se considerarem também as características do fluido que influenciam o escoamento, nomeadamente a viscosidade ( $\mu$ ), o escoamento será inversamente proporcional a este último factor. Isto não é mais que o enunciado da lei de Darcy, que para cada ponto da geometria assume a forma diferencial:

<sup>2</sup>Há, de facto, uma alternativa a esta metodologia desenvolvida por ?, a qual inclui pós-processamento dos dados onde ocorre uma transformação de modo a aproximar-se do histograma original mas incorrendo no risco de destruir a reprodução do variograma (Soares, 2001).



$$\vec{q} = -\frac{k}{\mu} \vec{\nabla} P \quad (2.16)$$

Depois de integrada de acordo com a geometria da figura 2.8 assume a forma:

$$Q = \frac{k}{\mu} A (P_2 - P_1) \quad (2.17)$$

O fluxo  $Q$  é volume de fluido que é escoado através da secção  $A$ . Tem unidades de velocidade (m/s) e como tal é conhecido por velocidade de filtração ou de Darcy. Se em (2.16) se incluir também a acção da gravidade:

$$\vec{q} = -\frac{k}{\mu} (\vec{\nabla} P - g\vec{u}_x) \quad (2.18)$$

### Equações da Continuidade e da Difusão

O fluxo que sai de dada região do espaço é descrito pela equação da continuidade que, para o escoamento de fluidos, assume a seguinte forma:

$$-\frac{\partial \rho}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) \quad (2.19)$$

Esta equação enuncia que, para dado ponto do espaço, a diminuição da densidade de massa ( $\rho$ ) ao longo do tempo é igual ao fluxo de massa que sai com velocidade  $\vec{u}$  (diverge) desse ponto do espaço. Quando se tem um fluido incompressível, a densidade de massa ponto a ponto não varia. Nesta situação 2.19 reduz-se a:

$$0 = \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) \quad (2.20)$$

A velocidade de Darcy  $\vec{q}$  nas equações 2.16 e 2.18, relaciona-se com a velocidade do fluido através da relação:

$$\vec{q} \phi = \vec{u} \quad (2.21)$$

Esta relação é conhecida como Lei de Dupuy-Forscheimer e é justificada pelo facto de a velocidade de Darcy ser calculada sobre toda a área de escoamento, quando na realidade este se faz apenas pelos poros. Como tal, a real velocidade de escoamento ( $\vec{u}$ ) é a velocidade de Darcy ponderada pela porosidade (área realmente disponível para se efectuar o escoamento).

Combinando as equações 2.18, 2.19 e 2.21 resulta:

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho \phi \vec{q}) = 0 \Leftrightarrow \vec{\nabla} \cdot \left[ \rho \phi (\vec{\nabla} P - g\vec{u}) \right] = 0 \Leftrightarrow -\rho \phi \frac{k}{\mu} \vec{\nabla} \cdot \left[ \vec{\nabla} P - g\vec{\nabla} z \right] = 0 \Leftrightarrow \vec{\nabla}^2 (P - gz) = 0 \quad (2.22)$$

A equação acima obtida, conhecida como equação da difusão, contem em si todas as condições que governam o escoamento de um fluido de Darcy. É formalmente semelhante a muitas outras equações que se encontram nas diferentes áreas da Física, sendo genericamente conhecida como equação de Laplace. O segundo termo desta equação é zero uma vez que é este o valor pontual do balanço de massa para quase todo o espaço. Para locais onde o balanço de massa não é zero, o termo diferencial que desaparece em na equação 2.19 é reintroduzido.

As equações que se pretendem resolver em simuladores de fluidos em meios porosos são variações desta capazes de ter em conta tanto escoamentos multi-fase como escoamentos que não obedeçam às condições de Darcy (utilização de termos de Birkman na equação de Darcy e da equação de Forcheimer no lugar desta para escoamentos de alta velocidade não lineares).

### Método das Diferenças Finitas

Um dos principais métodos de resolução de equações diferenciais, utilizando uma abordagem numérica, é o método das diferenças finitas. Este tem como base a ideia de discretização do domínio da solução da equação diferencial para a qual são conhecidas as condições fronteira, obtendo-se assim uma solução particular desta. Para ilustrar este método, mostra-se seguidamente a sua aplicação à resolução de uma equação simples de escoamento unidimensional tal como pode ser encontrado em Oliver et al. (2008).

#### Escoamento unidimensional: resolução numérica.

Considere-se então um escoamento monofásico a uma dimensão no qual existe um poço localizado em  $x_0$ , ponto compreendido entre  $x = 0$  e  $x = L$ . Tal problema é descrito em termos de pressão pela seguinte equação (deduzida das apresentadas anteriormente na secção 2.3 ):

$$C_1 \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{k(x) A}{\mu} \frac{\partial p(x, t)}{\partial x} \right) - q \delta(x - x_0) = C_2 \phi(x) c_t A \frac{\partial p(x, t)}{\partial t}$$

para  $0 < x < L$  e  $t > 0$

$$\frac{\partial p(0, t)}{\partial x} = \frac{\partial p(L, t)}{\partial x} = 0 \quad \text{para todo o } t > 0 \quad (2.23)$$

e  $p(x, 0) = p_{in}$  para qualquer  $t > 0$

O problema considerado tem as seguintes características:

- É um problema condicionado a condições fronteira de Neumann (as primeiras, em termos de taxas) e de Dirichlet (as segundas, em termos de valores constantes) onde  $p_{in}$  é a pressão inicial;
- As constantes  $C_1$  e  $C_2$  dependem do sistema de unidades (são unitárias no S.I.). Para unidades de campo assumem os valores  $C_1 = 1.127 \times 10^{-3}$  e  $C_2 = 5.615$ ;
- A representação a secção e tem unidades  $ft^2$ . Assume-se uniforme em todo o comprimento  $L$ ;
- $\mu$  representa a viscosidade do fluido em centipoise. Assume-se constante;
- $k(x)$  é o campo de permeabilidades heterogéneo em milidarcies;
- $\phi(x)$  é o campo de porosidades heterogéneo. É adimensional uma vez que se trata do rácio  $\phi = \frac{V_{poros}}{V_{total}}$ ;
- $c_t$  é a compressibilidade do meio em  $psi^{-1}$ . Assume-se constante;
- A função delta de Dirac  $\delta(x - x_0)$  é usada para representar a presença de um poço produtor com caudal  $q$  e localizado em  $x_0$ . As unidades são de caudal  $ft^{-1}$ .

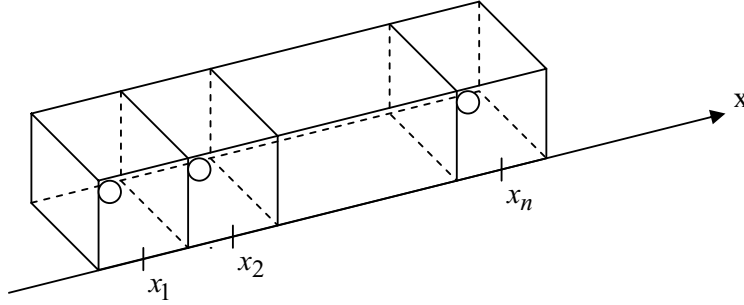


Figura 2.9: Discretização unidimensional do espaço para resolução da equação 2.23. Imagem em Oliver et al. (2008). Está indicado o centro das células que é identificado com a localização da malha.

Na resolução numérica pelo método das diferenças finitas (equação 2.23), o primeiro passo é a discretização do espaço, neste caso numa malha regular unidimensional (figura 2.9) subdividida em  $N$  células. Definem-se também  $x_{i-\frac{1}{2}}$  e  $x_{i+\frac{1}{2}}$  como os limites da  $i$ -ésima célula e  $x_i$  o seu centro. As células são uniformes de dimensão  $\Delta x$ . O poço produtor localizado em  $x_0$  identifica-se com a célula de índice  $k$ . A integração de 2.23 para os limites da  $i$ -ésima célula leva à seguinte equação:

$$C_1 \left[ \frac{k(x) A}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right]_{\left(x_{i+\frac{1}{2}}, t\right)}^{\left(x_{i-\frac{1}{2}}, t\right)} - q \delta_{i,k} = C_2 \int_{x_{i-\frac{1}{2}}}^{x_{i+\frac{1}{2}}} \left( \phi(x) c_t A \frac{\partial p}{\partial t} \right) dx = \phi_i c_t A \left( \frac{\partial p}{\partial t} \right)_{(x_i, t)} \quad (2.24)$$

No último passo assume-se que a porosidade e a pressão são constantes em cada célula. O delta de kronecker  $\delta_{i,k}$  representa o valor resultante da integração da função  $\delta(x - x_0)$ . A equação 2.24 aplica-se para qualquer  $t > 0$ . Efectua-se então também uma discretização no tempo com um passo  $\Delta t$  para  $t_n = t_{n-1} + \Delta t$  com  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  e  $t_0 = 0$ . A aproximação às diferenças finitas é alcançada por expansão de Taylor efectuada tanto nas derivadas espaciais e temporais na equação 2.24. Obtém-se:

$$C_1 \frac{k_{i+\frac{1}{2}} A}{\mu} \left( \frac{p_{i+1}^n - p_i^n}{\Delta x} \right) - C_1 \frac{k_{i-\frac{1}{2}} A}{\mu} \left( \frac{p_i^n - p_{i-1}^n}{\Delta x} \right) - \delta_{i,k} = \phi_i c_t A \Delta x \left( \frac{p_i^n - p_i^{n-1}}{\Delta t} \right) \quad (2.25)$$

para  $i = 2, 3, 4, \dots, N-1$  e  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Para  $i = 1$  e  $i = N$  impõem-se as condições fronteiras definidas na equação 2.23. Obtém-se as equações:

$$C_1 \frac{k_{\frac{3}{2}} A}{\mu} \left( \frac{p_2^n - p_1^n}{\Delta x} \right) - \delta_{i,k} = \phi_1 c_t A \Delta x \left( \frac{p_1^n - p_1^{n-1}}{\Delta t} \right) \quad (2.26)$$

e

$$- C_1 \frac{k_{N-\frac{1}{2}} A}{\mu} \left( \frac{p_N^n - p_{N-1}^n}{\Delta x} \right) - \delta_{i,k} = \phi_N c_t A \Delta x \left( \frac{p_N^n - p_N^{n-1}}{\Delta t} \right) \quad (2.27)$$

Neste estágio o problema está pronto para ser resolvido numericamente pelo método das diferenças finitas uma vez que as equações diferenciais originais foram transformadas num conjunto de equações algébricas. Na figura 2.10 apresentam-se as quedas de pressão observadas para uma simulação com os parâmetros especificados na tabela 2.2. Note-se que as soluções apresentadas serão tanto mais próximas da solução real quanto mais pequenos forem os passos no tempo e no espaço ( $\Delta t$  e  $\Delta x$ ).

Tabela 2.2: Parâmetros para resolução numérica de 2.25.

A	$\mu$	$\Delta x$	$\Delta t$	Q	N (x)	N (t)	k(poço)	$C_1$	$c_t$	$p_i n$	$\phi$	k
2500	0.5	50	1	250	90	5	45	$1.127 \times 10^{-3}$	$10^{-5}$	3500	0.25	150

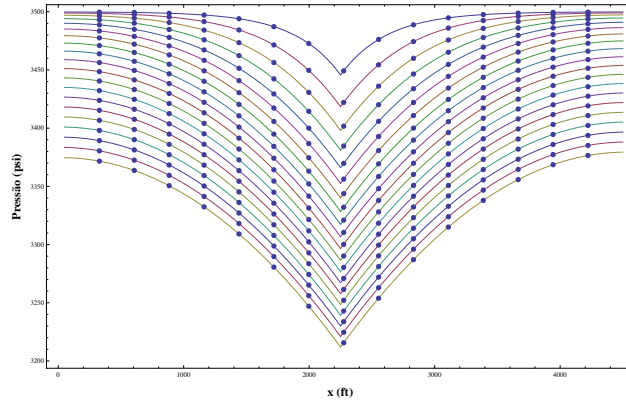


Figura 2.10: Resolução pelo método das diferenças finitas do problema da equação 2.23. É notória a queda de pressão induzida pelo poço localizado na célula 45 ao longo das várias iterações no tempo.

### Método das Diferenças Explícito e Implícito

O exemplo da secção anterior seguiu a derivação habitual necessária para a resolução numérica de equações diferenciais pela abordagem explícita onde as diferenças finitas são directas. Os simuladores de fluidos utilizados pela indústria petrolífera (tal como o Eclipse 100 utilizado no presente trabalho) são simuladores que fazem uso das diferenças inversas (método das diferenças implícito (Peaceman, 1977)). A diferença entre estas duas abordagens é resumida na figura 2.11. O método implícito é numericamente estável no tempo apesar de computacionalmente mais intensivo (Peaceman, 1977).

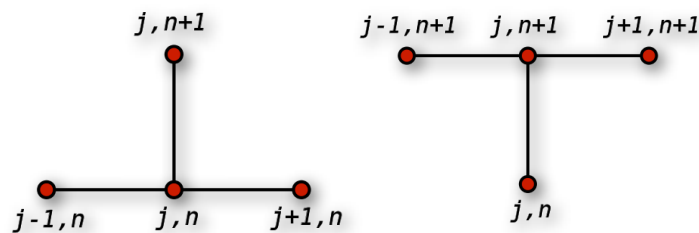


Figura 2.11: Diferença entre as diferenças directas e inversas.

## 2.4 Optimização Multi-Objectivo: A Fronteira de Pareto

A chamada fronteira de Pareto é um conceito fundamental utilizado na optimização multi-critério. É brevemente explicada seguindo o texto de Schulze-Riegert e Ghedan (2007) onde aparece aplicada a problemas de *History Matching*.

Nos problemas de otimização multi-variável a abordagem usual passa por combinar numa única função objectivo escalar todos os parâmetros a serem avaliados, obtendo-se assim um problema de otimização que na prática se reduz a uma variável. Esta abordagem tem uma dificuldade que se prende com o facto de que as variáveis de optimização entram muitas vezes em conflito ,i.e., um melhor ajuste de uma piora necessariamente o ajuste da outra. Contrastando com esta abordagem, o chamado conjunto óptimo de Pareto identifica um conjunto de pontos no espaço dos critérios onde o custo de optimização das diferentes variáveis é equilibrado.

Um espaço de soluções para optimização multi-critério (onde os seus eixos ortogonais correspondem às funções objectivo de cada critério - figura 2.12) é parcialmente ordenado uma vez que os pontos se encontram relacionados de duas maneiras entre si: ou um ponto domina (tem um melhor ajuste) o outro ou nenhum domina (os ajustes são equilibrados). Considere-se um problema de optimização multi-objectivo com  $m$  variáveis (a minimizar) e  $n$  objectivos:

$$\begin{aligned} \text{pretende-se minimizar} \quad & \vec{y} = f(\vec{x}) = (f_1(x), \dots, f_n(x)) \\ \text{onde} \quad & \vec{x} = (x_1, \dots, x_n) \in X \\ \text{e} \quad & \vec{y} = (y_1, \dots, y_n) \in Y \end{aligned} \tag{2.28}$$

O vector  $\vec{x}$  é chamado de vector de decisão no espaço  $X$  dos parâmetros e  $\vec{y}$  é um vector no espaço  $Y$  gerado pelas funções objectivo. Um vector de decisão  $\vec{a} \in X$  diz-se que domina outro vector de decisão  $\vec{b} \in X$  ( $\vec{a} \succ \vec{b}$ ) sse:

$$\begin{cases} \forall_i \in \{1, \dots, n\} : f_i(\vec{a}) \leq f_i(\vec{b}) \\ \exists_j \in \{1, \dots, n\} : f_j(\vec{a}) < f_j(\vec{b}) \end{cases} \tag{2.29}$$

O conjunto de pontos que não é dominado por nenhum outro constitui um conjunto de soluções óptimas denominado por conjunto óptimo de Pareto. O conjunto de pontos que o constituem definem uma separação graficamente visível denominada fronteira de Pareto.

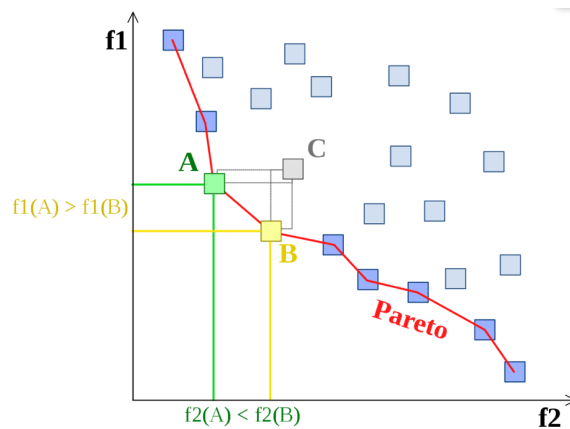


Figura 2.12: O ponto C é tanto dominado por A como por B. Nenhum ponto domina estes dois últimos, fazendo então estes parte do conjunto de soluções óptimas definidas pela fronteira de Pareto.

## 2.5 Reconhecimento de Padrões Baseado na Distância de Hausdorff

A distância de Hausdorff é uma métrica entre conjuntos de pontos. Na sua definição, considerem-se  $A = \{a_1, \dots, a_n\}$  e  $B = \{b_1, \dots, b_n\}$  dois conjuntos de pontos finitos, então a distância de Hausdorff entre  $A$  e  $B$  é dada por:

$$H(A, B) = \max(h(A, B), h(B, A)) \quad \text{onde} \quad (2.30)$$

$$h(A, B) = \max_{a \in A} \min_{b \in B} \|a - b\| \quad (2.31)$$

onde  $h(A, B)$  é a distância de Hausdorff directa do conjunto  $A$  ao conjunto  $B$  para uma dada norma  $\|\cdot\|$  dos pontos de  $A$  e  $B$ . Para reconhecimento de padrões é usualmente utilizada uma variante conhecida por Distância de Hausdorff Modificada (Jesorsky et al., 2001) introduzida por Dubuisson e Jain (1994):

$$h_{mod}(A, B) = \frac{1}{|A|} \sum_{a \in A} \min \|a - b\| \quad (2.32)$$

Esta modificação, fazendo a média das distâncias ponto a ponto, diminui o impacto dos *outliers*. Assim será mais adequada para os fins de reconhecimento de padrões.

Para avaliar a diferença entre duas imagens é então utilizada uma métrica, como a presentemente definida. O cálculo não é efectuado na imagem original mas sim numa imagem convulsionada com o operador de Sobel (detecção de gradientes) onde os contrastes são retidos. Desta maneira o conjunto de pontos utilizado no cálculo da equação 2.31 é consideravelmente reduzido.

## 2.6 *History Matching* por Co-Simulação Directa

O método proposto por Mata-Lima (2006) integra-se na classe dos algoritmos estocásticos de *History Matching* (secção 3). Nos seus traços gerais, o método desenrola-se da seguinte maneira:

1. Geração de um conjunto inicial de imagens da propriedade a estimar (ex: permeabilidade) por Simulação Sequencial Directa baseada no *Hard Data*<sup>3</sup>;
2. Aplicação da função de transferência (simulador de fluidos) de modo a obter a resposta no tempo da variável de optimização;
3. Aplicação da função objectivo em relação aos dados de produção da variável de optimização. Caso o resultado (*match*) seja considerado satisfatório o processo é interrompido;
4. Geração de um novo conjunto de imagens por Co-Simulação Sequencial Directa condicionadas à melhor imagem obtida no passo anterior. O método volta ao passo 2.

Sobre este esquema geral, Mata-Lima (2006) explora a maneira de como a perturbação por Co-Simulação é efectuada através da variação da correlação com a imagem secundária (entre 0.1 e 0.9) e/ou através da combinação linear de melhores imagens obtidas. O processo pode ser segmentado através da composição de imagens com melhor *match* para cada poço (variante regionalizada do método).

---

<sup>3</sup>dados da propriedade a estimar recolhidos no campo.

## Capítulo 3

# Avanços Recentes nas Metodologias de History Matching

Os problemas de *History Matching*, devido à sua importância na modelação de reservatórios (ver capítulo 1), merecem há muito a atenção da indústria petrolífera. O problema foi inicialmente abordado por Jacquard (1965) e Chen et al. (1974) onde é analisada a estimação de campos de probabilidade utilizando dados de pressão. Devido ao elevado número de parâmetros desconhecidos em comparação com os dados disponíveis, as soluções do problema inverso eram sub-determinadas. Para fazer face a este facto e diminuir o número de parâmetros, foi abordada a questão da reparametrização por Jahns (1966) fazendo uso do zonamento, ou através de integração de informação adicional tal como a proveniente da Geologia (Gavalas et al., 1976). Trabalhos mais recentes realizados por Caers (2003) continuam a realçar o facto de o *History Matching* ser um problema mal posto, tornando-se necessária a introdução de restrições de carácter geológico como informação adicional.

Na extensa e recente revisão bibliográfica do tema efectuada por Oliver e Chen (2010), os algoritmos de *History Matching* foram classificados da seguinte forma:

- Algoritmos Manuais;
- Algoritmos de Deformação Gradual;
- Cálculo de Gradientes e Sensitividades;
- Cálculo de Gradientes (*Downhill*);
- Algoritmos Evolutivos.

No presente trabalho, e por se adequar mais aos seus objectivos, usa-se a classificação utilizada por Sarma et al. (2007) na discussão destes:

- Algoritmos Estocásticos;
- Cálculo de Gradientes;
- Algoritmos baseados no estudo das linhas de fluxo de escoamento (*Streamline-based*);
- Abordagens utilizando filtros de Kalman.

Passa-se brevemente em revista os desenvolvimentos mais recentes em cada uma destas classes de algoritmos, seguindo a revisão efectuada por Paico (2008) e por Oliver e Chen (2010).

### Cálculo de Gradientes

As técnicas baseadas na computação de gradientes foram inicialmente consideradas por Chen et al. (1974) e Chavent et al. (1975). Estes trabalhos iniciais são aplicáveis a escoamentos monofásicos. Extensões destes métodos para escoamentos multifásicos foram propostos por Wasserman et al. (1975) entre outros. O cálculo do gradiente da função objectivo é necessário nestes métodos e pode ser calculado com métodos adjuntos ou utilizando o cálculo de sensibilidades (entre outros). Os coeficientes de sensibilidade são calculados com base na matriz Hessiana. Esta Hessiana é utilizada em optimizações de segunda ordem com algoritmos como o de Gauss-Newton (Oliver et al., 2008). O cálculo de sensibilidades foi explorado para problemas monofásicos por Carter et al. (1974) e para problemas multifásicos por Tang et al. (1989).

Vários trabalhos (Anterion et al., 1989; Bissell et al., 1994; Bissell, 1994; ?) descrevem como o cálculo de coeficientes de sensibilidade se processa utilizando métodos adjuntos ou através de gradientes fazendo uso de simuladores. As limitações destas abordagens prendem-se com a necessidade da construção do código com vista a concretizar a simulação, problemas de convergência para mínimos locais e limitações no que toca a capturar a geologia subjacente de forma realista.

Os métodos de gradientes referidos impõem que se trabalhe directamente sobre o código da simulação (têm de estar integrados no simulador de fluidos)<sup>1</sup>. De modo a ultrapassar este inconveniente, Gao et al. (2007) propõe um método de perturbação probabilístico simultâneo que gera uma direcção *downhill* em cada iteração. No que toca à integração realística da geologia nestes métodos, Bissell et al. (1997) propõe a integração de informação geoestatística.

### Algoritmos baseados no estudo das linhas de fluxo de escoamento (*Streamline-based*)

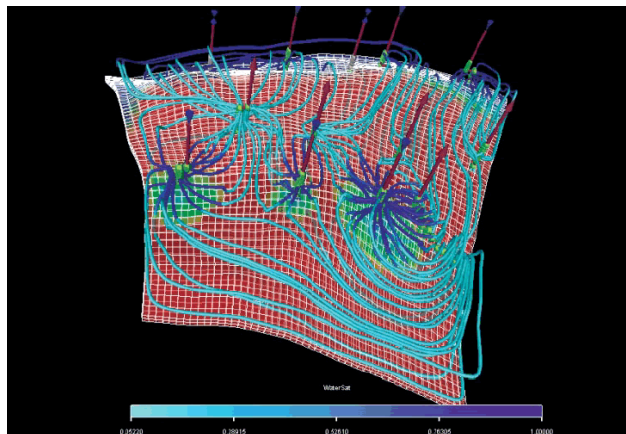


Figura 3.1: Imagem de um simulador de linhas de fluxo (ECLIPSE FrontSim).

O procedimento de *History Matching* baseado na simulação de linhas de fluxo foi explorado já por vários autores (Wang e Kovysek, 2000; Vasco et al., 1998; Caers, 2003). Estes métodos são vantajosos devido à

<sup>1</sup>A título de exemplo, para resolução de um problema de *History Matching* sobre as equações descritas em 2.3, estas teriam de ser algebricamente rearranjadas de modo a ficarem definidas em função (por exemplo) da permeabilidade. Fica explicitada a necessidade de mexer no código de simulação directamente.



rapidez da simulação de fluidos (figura 3.1) e devido ao facto de que o cálculo dos coeficientes de sensibilidade exige apenas uma simulação. A maior limitação destes métodos reside na sua falta de generalidade em termos de caracterização do escoamento de fluidos. Estes métodos encontram-se amplamente documentados em Oliver et al. (2008).

### **Abordagens com de Filtros de Kalman**

As abordagens que fazem uso de filtros de Kalman são actualmente muito estudadas e, segundo autores como Gao et al. (2005), Liu e Oliver (2005) e Dong et al. (2006), muito bem sucedidas. A maior vantagem que se destaca neste método é a facilidade da sua implementação e a sua eficiência.

### **Algoritmos Estocásticos**

Dentro da classe dos algoritmos estocásticos de divulgação alargada incluem os algoritmos de Deformação Gradual (Roggero e Hu, 1998; Le Gallo e Ravalec-Dupin, 2000; Hu et al., 2001) e o Método de Perturbações de Probabilidade (Caers, 2003). As principais vantagens destes métodos prendem-se com facilidade de implementação e com o facto de efectuarem uma amostragem global evitando assim mínimos locais no procedimento de optimização. A maior desvantagem prende-se com o seu peso computacional: são necessárias várias simulações até ser atingida a convergência.

Neste grupo de métodos encaixa-se também o método proposto por Mata-Lima (2006) e aplicado com sucesso a um reservatório real do Médio Oriente por Caeiro et al. (2010).

No que toca ao melhoramento do desempenho computacional desta classe de métodos, Scheidt e Caers (2008) propõem a utilização de técnicas de *Kernel-ACP* (ver 2.1) para reduzir o seu peso computacional.

O presente trabalho aplica a abordagem utilizada por Scheidt e Caers (2008) para reduzir o peso computacional do método de Mata-Lima (2006). Este último encontra-se brevemente descrito na secção 2.6 do presente texto.



## Capítulo 4

# Objectivos

### Problema Proposto

No presente trabalho, propõe-se uma modificação do algoritmo estocástico de *History Matching* desenvolvido por Mata-Lima (2006) fundamentalmente através de duas abordagens:

- Aplicação de uma função objectivo multi-critério baseada na frente de Pareto, com a consequente obtenção de várias imagens correspondentes a *matches* óptimos nos diferentes critérios. Tais técnicas são correntes em muitos algoritmos evolutivos de *History Matching* (Schulze-Riegert e Ghedan, 2007);
- Um método alternativo de geração de imagens secundárias (utilizadas no método de Mata-Lima (2006)) através da aplicação de técnicas de *Kernel-ACP*, MDS, *Clustering* e reconhecimento de padrões sobre o conjunto de imagens óptimas obtidas no ponto anterior. Este método resulta directamente do trabalho de Scheidt e Caers (2008) sobre avaliação de incerteza no procedimento de *History Matching*.

### Trabalhos Anteriores

A aplicação de uma função objectivo capaz de analisar simultaneamente várias variáveis é de vantagem óbvia para um processo de optimização onde vários critérios de *match* são possíveis. Os procedimentos multi-critério utilizados no presente trabalho, baseados no conceito de frente de Pareto (secção 2.4), estão presentes noutras abordagens de *History Matching* estocástico com sucesso (Schulze-Riegert e Ghedan, 2007).

No que toca ao método de Mata-Lima (2006), a abordagem multi-critério foi aplicada com sucesso por Caeiro et al. (2010) a um caso real de um reservatório do Médio Oriente. É utilizada uma função objectivo baseada na distância de Hausdorff modificada onde as variáveis em estudo são avaliadas através da combinação linear com escalamento (normalização à média e ao desvio padrão) das distâncias de *match* obtidas individualmente. O escalamento de parâmetros de *History Matching* utilizado é um procedimento que segundo Oliver et al. (2008) poderá levar a situações de convergência mais lenta. Com a utilização da frente de Pareto torna-se desnecessário este procedimento.

O inconveniente na utilização da frente de Pareto reside no facto de serem obtidos vários pontos óptimos, que na procedimento de Mata-Lima (2006), implicariam um aumento muito significativo no número de simulações de fluidos necessárias. No trabalho de Scheidt e Caers (2008) é apresentado um método de *History Matching* donde de um grande número de imagens iniciais se obtém um conjunto representativo através da aplicação de técnicas de *Kernel-ACP*, MDS, *Clustering* e reconhecimento de padrões onde apenas

imagens representativas de cada um dos *clusters* obtidos, são utilizadas na simulação de fluidos. A diferença no *match* obtido entre a simulação de fluidos do conjunto inicial e do representativo é segundo os autores pouco significativo, levando a uma redução considerável das necessidades computacionais do procedimento de *match*.

### **Relevância do Presente Trabalho**

O algoritmo proposto no presente trabalho evita os problemas decorrentes da utilização de uma distância média numa optimização multi-critério, onde o peso de cada variável em estudo não é facilmente avaliado e se encontra sempre aberto a discussão. A utilização da frente de Pareto evita este problema mas envolve uma penalização computacional grande, uma vez que no método de Mata-Lima (2006), cada uma das imagens geradas servirá como condicionante à geração aleatória de um novo conjunto de imagens perturbadas por Co-Simulação. O método de redução de imagens de Scheidt e Caers (2008) é utilizado no presente trabalho para minorar este inconveniente.

Obtém-se deste modo uma variante do algoritmo de Mata-Lima (2006), multi-critério, e onde o peso de cada uma das variáveis em estudo é naturalmente respeitado, não sendo o preço em termos de exigências computacionais adicionais excessivo.

## Capítulo 5

# Metodologia Proposta e sua Aplicação

### 5.1 Metodologia Proposta

A metodologia proposta, baseada nos trabalhos de Mata-Lima (2006) e de Scheidt e Caers (2008), pode ser sintetizada nos passos enumerados seguidamente:

1. Geração de um conjunto inicial de imagens por simulação (DSS no presente caso) condicionadas à variografia e dados dos poços (*Hard Data*);
2. Execução de várias simulações de fluidos (tantas quantas as imagens geradas por Simulação ou Co-Simulação) com base nas imagens geradas, de modo a obter as respostas dos poços para comparação com os dados reais de produção;
3. Aplicação da função objectivo multi-critério em relação às medições reais das variáveis em estudo. São identificados os melhores casos na fronteira de Pareto;
4. Selecção das imagens regionalizadas para cada poço localizadas na fronteira de Pareto. Estas são então segmentadas e posteriormente combinadas entre si, obtendo-se um conjunto de imagens óptimas globais;
5. Aplicação do reconhecimento de imagem através da convulsão de Sobel e posterior construção de uma matriz de distâncias entre estas baseada na distância de Hausdorff;
6. Aplicação do MDS na matriz de distâncias de Hausdorff resultante do passo anterior com vista à obtenção de um espaço euclidiano que represente o conjunto de imagens óptimas globais;
7. No espaço Euclidiano obtido é aplicado o *Kernel-ACP* com *Kernel* Gaussiano de modo a obter uma separação não-linear entre os possíveis *clusters* (agrupamentos) de pontos;
8. Aplicação do algoritmo de *Clustering* não hierárquico K-médias com vista à construção de  $n$  *clusters*. O número de clusters é arbitrário e definido apenas por restrições computacionais. As imagens resultantes são o mais dissimilares possíveis;
9. Análise de convergência (excepto na primeira iteração onde não é possível). Neste ponto, se o *match* obtido for considerado suficientemente bom, o processo é interrompido. Caso não o seja, é feita a Co-simulação por Co-DSS de  $n$  conjuntos de imagens com correlação variável (entre 0.1 e 0.9) definida com

base nas conclusões da análise de convergência. As imagens secundárias são as obtidas pelo processo de *clustering* descrito. O processo volta ao passo dois.

Nas secções seguintes os passos enumerados são descritos em detalhe.

## 5.2 Geração do Conjunto de imagens por Simulação Sequencial Directa e Aplicação da Função de Transferência

O método é iniciado com a geração de um conjunto de imagens aleatórias da propriedade a caracterizar por simulação geoestatística (no presente caso por Simulação Sequencial Directa - ver secção 2.2), tendo como base o conhecimento da variabilidade espacial do biponto fornecida pela variografia e honrando a *hard data* dos poços e possíveis pontos de sondagem. Segue-se, portanto, o procedimento geoestatístico habitual.

Seguidamente, as imagens geradas (tantas quantas as imagens geradas por Simulação ou Co-Simulação) são integradas num modelo próprio a ser utilizado por um simulador dinâmico de fluidos que resolve as equações diferenciais que governam o escoamento de fluidos (secção 2.3). Estes simuladores habitualmente aplicam o Método das Diferenças Finitas (secção 2.3) na resolução das equações diferenciais envolvidas.

Terminada a simulações de fluidos, são recolhidas as respostas simuladas das variáveis (usualmente tratam-se de séries temporais) consideradas relevantes para o estudo e para cada um dos poços definidos. A simulação de fluidos pode ser encarada, no contexto dos métodos estocásticos (capítulo 3) de *History Matching*, como uma *black box*, i.e., uma simples função de transferência das imagens geradas por Co-Simulação.

Na figura 5.1 observa-se um modelo já processado por um simulador de fluidos.

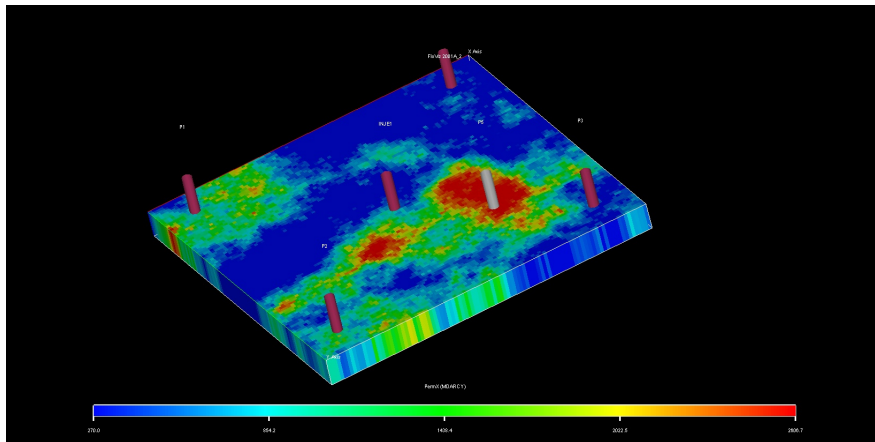


Figura 5.1: Modelo preparado para simulação de fluidos (Eclipse).

## 5.3 Aplicação da Função Objectivo Multi-Critério

O conjunto de respostas da função de transferência é neste passo avaliado por uma função objectivo vectorial em relação às respostas reais conhecidas de cada uma das variáveis em estudo. O objectivo é o conjunto de soluções óptimas de Pareto (secção 2.4).

Esta função vectorial (equação 2.28) é constituída por escalares resultantes da aplicação de uma função objectivo escalar a cada variável. No presente trabalho utiliza-se como componente escalar a distância de Hausdorff modificada 2.5, utilizada já anteriormente para efeitos de *History Matching* (Caeiro et al., 2010).

Uma vez calculada a função objectivo escalar para cada um dos poços e para cada uma das variáveis, segue-se a determinação para cada poço da fronteira de Pareto, i.e., dos vectores que no espaço dos objectivos constituem soluções óptimas não dominadas. Estas soluções são retidas.

## 5.4 Construção do Conjunto de Imagens Globais Óptimas

As imagens óptimas retiradas da fronteira de Pareto retidas para cada poço no passo anterior são segmentadas segundo a área de influência de cada poço por simples partição do espaço efectuada pelo método dos polígonos de influência (Soares, 2006). As imagens segmentadas são então permutadas entre si, gerando um novo conjunto de imagens globais (figura 5.2). Neste passo, o procedimento forçosamente diverge do de Mata-Lima (2006) uma vez que no cenário de perturbação regionalizada, a imagem composta é apenas uma. Devido à optimização multi-critério aplicada no presente método, tal não é possível, porque o conjunto de imagens globais gerado é geralmente muito elevado. Não é, portanto viável, a sua utilização devido às exigências computacionais que se prendem com a necessidade de gerar um conjunto de simulações de fluidos por cada imagem global.

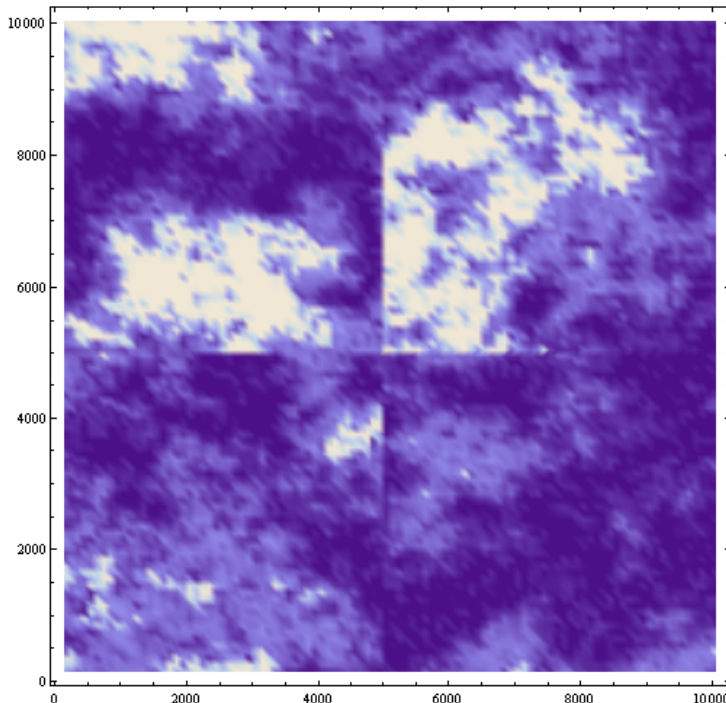


Figura 5.2: Imagem global óptima resultante da aplicação do processo de segmentação e combinação de imagens regionais localizadas na frente de Pareto de cada poço.

## 5.5 Redução do Conjunto de Imagens Globais Óptimas

Com vista à redução do conjunto de imagens globais óptimas obtidas, é efectuado o procedimento seguidamente descrito e similar ao usado no trabalho de Scheidt e Caers (2008).

### Cálculo da matriz de distâncias de Hausdorff

A distância modificada de Hausdorff é muito utilizada para reconhecimento de imagem (secção 2.5), tendo um bom poder discriminatório na avaliação de semelhanças estruturais. Antes de ser aplicada, é efectuada a convulsão de Sobel de modo a serem identificados os gradientes presentes na imagem. A imagem contrastada obtida é então cortada no seu valor médio sendo também retidos os valores que se situam acima e abaixo do seu desvio padrão. O processo encontra-se ilustrado na figura 5.3. A distância modificada de Hausdorff é então calculada entre todas as imagens resultantes deste processo, dando origem a uma matriz de distâncias. Este cálculo é computacionalmente intensivo.

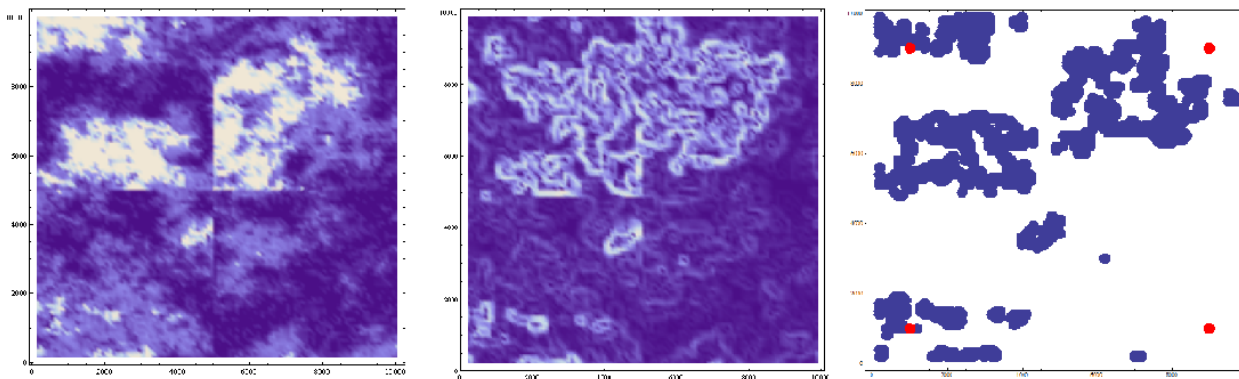


Figura 5.3: Uma imagem global óptima (esquerda), o resultado da aplicação da convulsão de Sobel (centro) e o corte de valores da imagem à volta da sua média (direita).

### Aplicação do *Multi-Dimension Scaling*

Uma vez obtida a matriz de distâncias entre as imagens globais óptimas, estas são usadas pelo processo de *Multi-Dimensional Scaling* (2.1) de modo a ser obtida uma representação Euclidiana. Na figura 5.4 observa-se o resultado da aplicação do MDS em três dimensões.

### Aplicação do *Kernel-ACP* e *Clustering*

Estando o espaço Euclidiano que representa as imagens óptimas globais construído, aplica-se seguidamente o *Kernel-ACP* (2.1), com *kernel* Gaussiano, no intuito de obter a separação não-linear do espaço (a dimensão do *Kernel-ACP* será a mesma utilizada no MDS).

No espaço dos factores obtido aplica-se finalmente o procedimento de *clustering* não hierárquico (2.1), com um número de *clusters* igual ao número de imagens secundárias pretendido (figura 5.5). Seleciona-se então um ponto representativo de cada *cluster*, retirando aquele que se encontra mais próximo do centróide. Ficam assim seleccionadas as imagens secundárias a serem utilizadas no processo de perturbação por Co-Simulação.



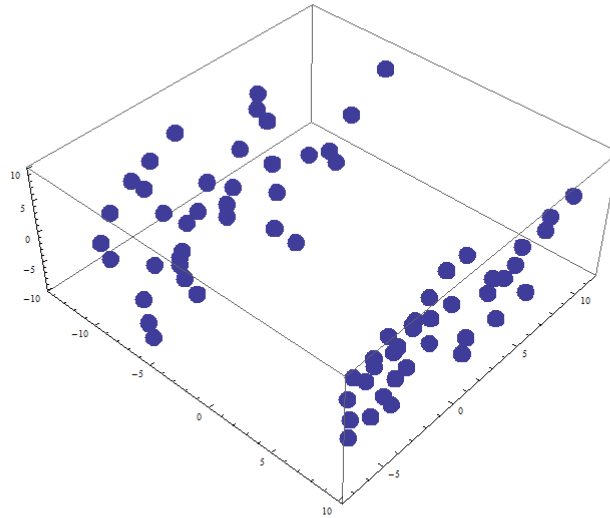


Figura 5.4: Apresenta-se o resultado da aplicação do *Multi-Dimensional Scaling* tridimensional.

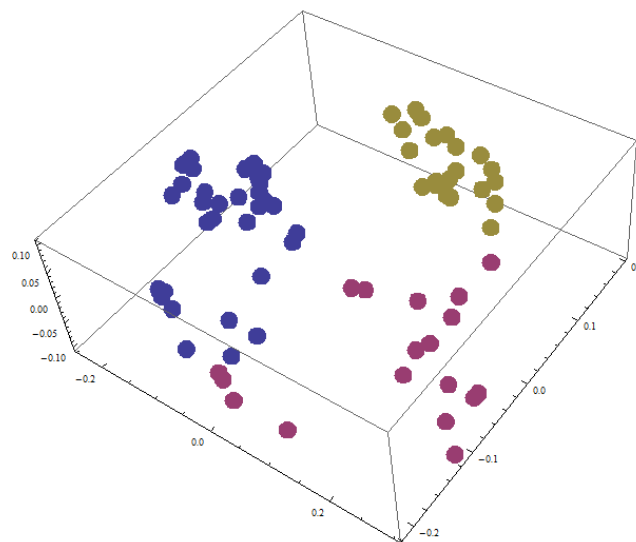


Figura 5.5: *Clustering* no espaço gerado pelo *Kernel-ACP* a três dimensões. O número de *clusters* é pré-definido pelo número de imagens secundárias pretendido.

## 5.6 Análise de Convergência e Perturbação por Co-Simulação Sequencial

### Directa

Quando já estão efectuadas pelo menos duas iterações do método, efectua-se uma análise de convergência através do estudo da evolução das soluções obtidas no espaço dos objectivos, i.e., analisa-se a evolução da fronteira de Pareto e o comportamento das nuvens de pontos representativas das simulações no espaço dos objectivos em relação àquela. A avaliação de tendências, fazendo possível uso das técnicas de análise de dados multivariados pode revelar-se útil (secção 2.1),

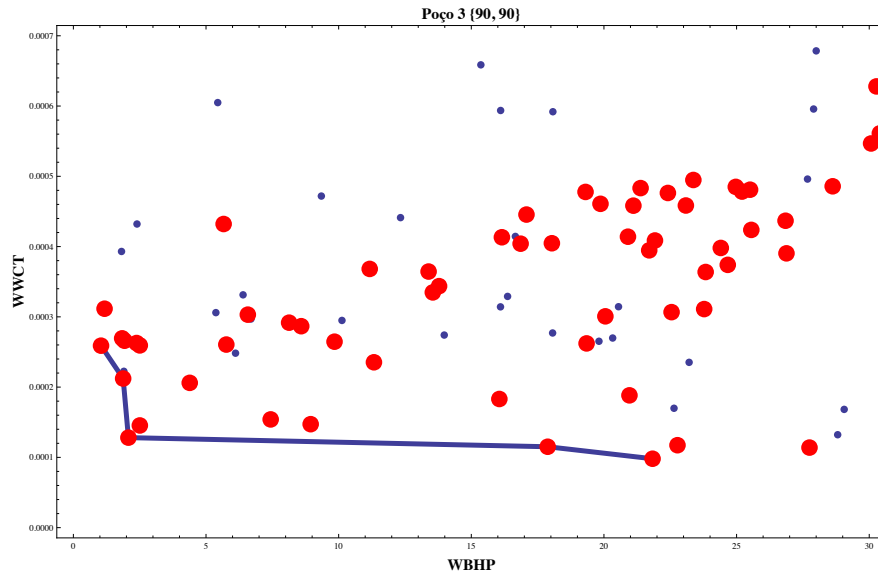


Figura 5.6: Comparação entre duas iterações sucessivas do método: a azul representa-se a primeira iteração e a vermelho a segunda. Como se pode observar, a fronteira de Pareto é constituída apenas por pontos da segunda iteração. O método regista portanto uma evolução positiva no sentido do *match*. A dispersão de pontos da segunda iteração é pior que a da primeira.

Esta análise poderá levar à alteração dos parâmetros do processo descrito (correlações na Co-DSS, número de imagens secundárias a gerar, etc. ).

Na figura 5.6 mostra-se um gráfico comparativo entre duas iterações sucessivas onde se pode visualizar a fronteira de Pareto do conjunto de duas iterações. Na situação ilustrada, regista-se uma evolução em termos de convergência entre a primeira e a segunda, uma vez que a fronteira de Pareto deste exemplo contém pontos apenas da segunda iteração (a vermelho).

Uma vez efectuada a análise de convergência e depois de analisada a qualidade dos resultados obtidos, o procedimento é terminado, ou então segue-se novo ciclo de perturbações via Co-DSS com as imagens secundárias resultantes da última iteração e modificação das correlações (que podem ser variadas de maneira regionalizada) de acordo com as conclusões da análise de convergência.

## 5.7 Aplicação e Resultados

O método descrito é seguidamente aplicado a um caso sintético na estimação do campo de permeabilidades. São utilizados os seguintes parâmetros para este teste:

- Conjunto inicial de trinta imagens de permeabilidade geradas por DSS.
- Três imagens secundárias geradas em cada iteração;
- Cada imagem secundária é correlacionada a 0.8 na geração por Co-DSS de vinte imagens. Tem-se um total de sessenta imagens por iteração;
- Utilização de um espaço objectivo de duas dimensões tendo nos eixos a distância ao o *Well Water Cut* (WWCT) e à *Well Bottom Hole Pressure* (WBHP) reais;

- Realização de três iterações condicionadas;
- Utilização de reservatório sintético *five spot*.

### Descrição do Reservatório Sintético

O reservatório sintético utilizado no presente caso de aplicação é um *five spot* com quatro poços produtores e um injector central. Para efeitos de análise de geoestatística biponto são considerados, adicionalmente aos poços, pontos de sondagem (*Hard Data*). A porosidade do reservatório é fortemente correlacionada com a sua permeabilidade (figura 5.7).

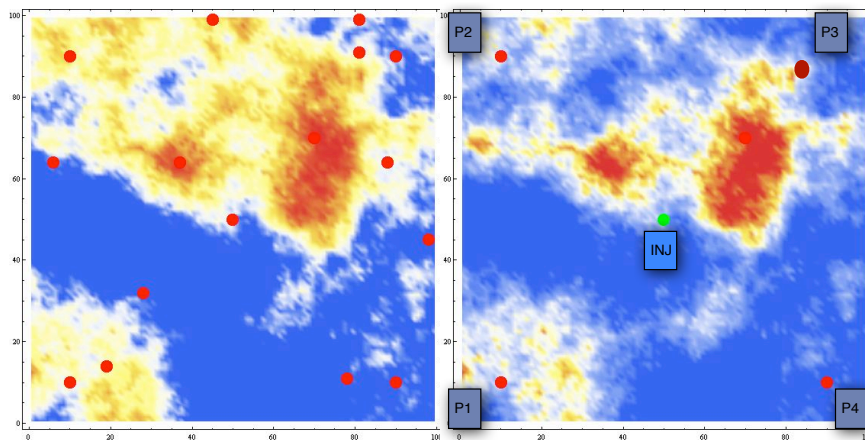


Figura 5.7: Campos sintéticos de propriedades: na imagem de porosidade (esquerda) são apresentadas as localizações dos poços de sondagem (vermelho), na imagem de permeabilidade (direita) apresenta-se o esquema de poços com o injector no centro.

### Análise de Convergência nos Poços

O poço 1 regista entre a primeira e a última iterações uma clara convergência (figura 5.8) na direcção da origem do espaço objectivo e simultaneamente é o que menos pontos óptimos regista nas várias iterações, chegando a ter uma fronteira de Pareto (iteração 2) constituída por apenas um ponto. Na última iteração a fronteira obtida tinham novamente dois pontos, indicando uma possível estabilização do processo. Na figura 5.8 observa-se o conjunto dos pontos gerados inicialmente por simulação e o conjunto de pontos da última iteração. A deslocação da nuvem de pontos na direcção do referencial é notória.

No poço 2 observa-se que (figura 5.9) o procedimento aleatório inicial consegue melhores *matches* que os passos iterativos subsequentes, uma vez que a fronteira de Pareto tem mais pontos da geração inicial. A nuvem de pontos correspondente à última iteração está bastante deslocada da fronteira de Pareto. A convergência na direcção desta é possível mas - provavelmente devido a parâmetros iniciais incorrectos<sup>1</sup> - não acontece.

O poço 3 (figura 5.10) tem um claro ganho em termos de pontos optimizados, uma vez que todos os elementos da fronteira de Pareto pertencem à última iteração.

<sup>1</sup>Julga-se que a correlação imposta na perturbação por Co-DSS será demasiado elevada

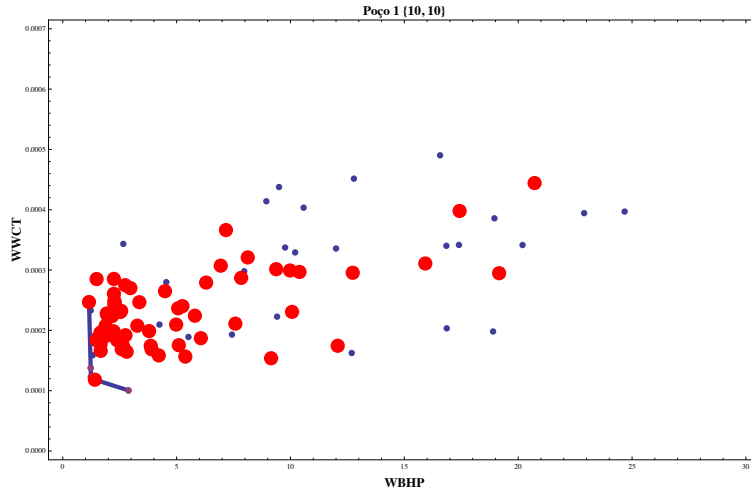


Figura 5.8: Fronteira de Pareto para o poço 1: os pontos a vermelho são a última iteração realizada e os a azul os inicialmente simulados. A convergência na direcção da origem do referencial da totalidade dos pontos é notória. A fronteira de Pareto apresentada é determinada tendo em conta os dois conjuntos de pontos.

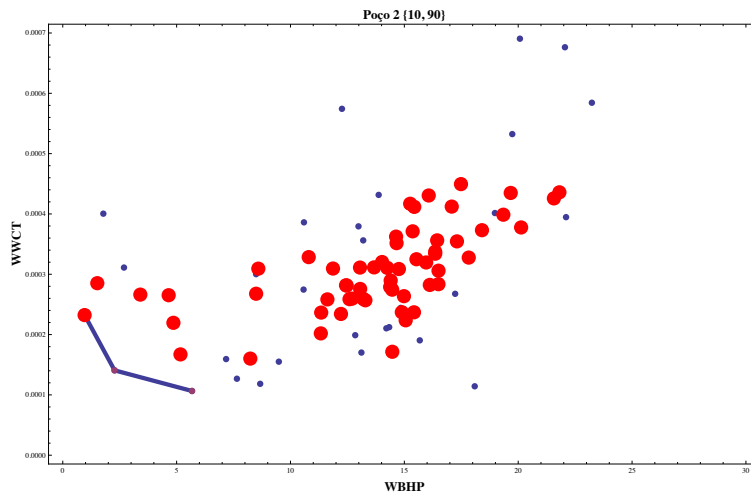


Figura 5.9: Fronteira de Pareto para o poço 2: os pontos correspondentes à última iteração desviam-se da fronteira de Pareto dos pontos gerados por simulação. Estamos numa situação de divergência do *match*.

O poço 4 é o que apresenta mais dificuldade no *match*: enquanto nos casos anteriores, e por exemplo, para a distância avaliada no *Water Cut* se fala de *mismatches* na ordem dos 0.0007 (máximo da escala vertical dos eixo vertical para as figuras 5.8, 5.9 e 5.10), neste caso tem-se uma ordem de grandeza acima desse valor (figura 5.11).

### Imagens Geradas e *Match* Obtido

A geração de combinações de imagens óptimas e posterior processo de redução (secção 5.5) levou ao resultado que se pode observar nas figuras 5.12, 5.13 e 5.14, para as iterações 0 a 3<sup>2</sup>. Na tabela 5.1 é apresentado o

<sup>2</sup>Por lapso, os resultados da iteração 3 não chegaram a ser processados, como tal não são apresentados.

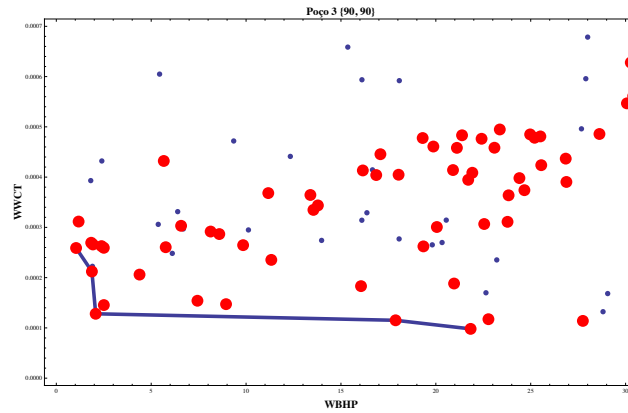


Figura 5.10: Fronteira de Pareto para o poço 3: Como se pode observar, a fronteira de Pareto é constituída apenas por pontos da segunda iteração. O método regista portanto uma evolução positiva no sentido do *match*.

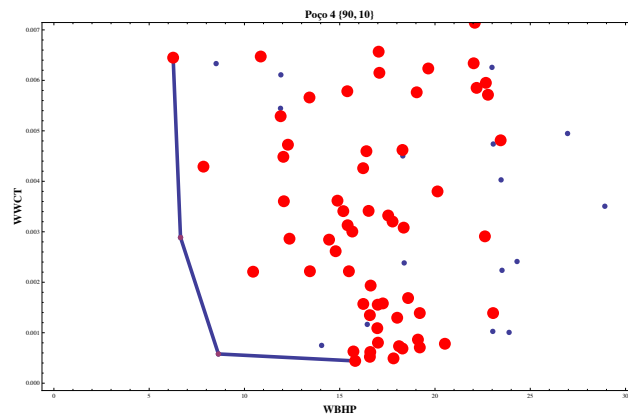


Figura 5.11: Fronteira de Pareto para o poço 4: Na situação ilustrada não é observada convergência significativa.

número de imagens óptimas obtidas para cada poço e o tamanho da população de imagens combinadas óptimas geradas. Como pode ser observado, o número de imagens óptimas globais aumenta de maneira geométrica. Tal facto pode ser interpretado como resultado de uma aproximação à fronteira de Pareto global para o problema de *match*. Outro facto a salientar é o esbater progressivo das diferenças entre as imagens resultantes do processo de redução (onde estas são seleccionadas de acordo com o critério da máxima dessimilitude) e mesmo no último conjunto um esbater muito significativo do artefacto introduzido pelo processo de segmentação. A figura 5.15 compara a imagem de permeabilidade objecto do *match* com uma das imagens obtidas da iteração 2. Visualmente, o resultado obtido parece ser satisfatório.

Tabela 5.1: Pontos óptimos gerados em cada iteração e dimensão do conjunto de imagens óptimas globais obtido

	Poço 1	Poço 2	Poço 3	Poço 4	Imagens Globais
Iteração 0	3	3	4	2	72
Iteração 1	4	2	4	5	160
Iteração 2	1	8	5	6	240
Iteração 3	2	11	11	7	1694

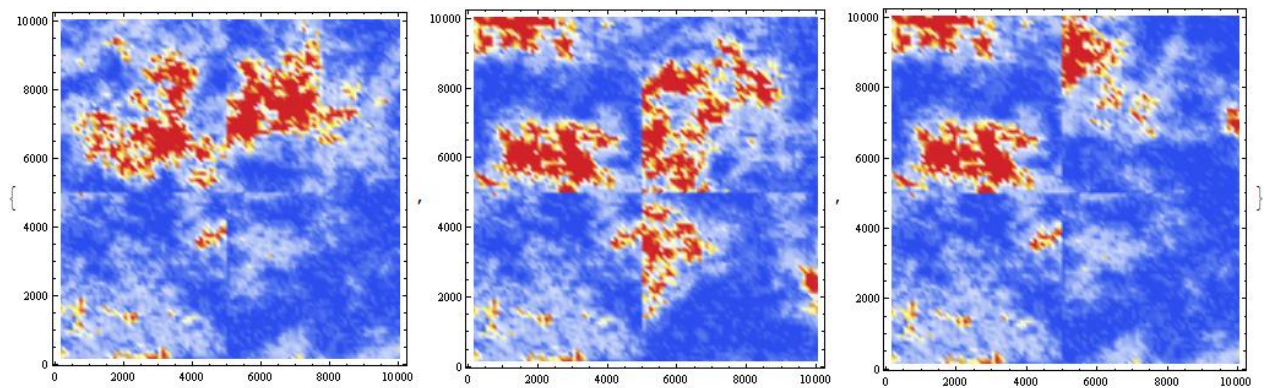


Figura 5.12: Imagens óptimas globais resultantes da iteração 0 (DSS apenas).

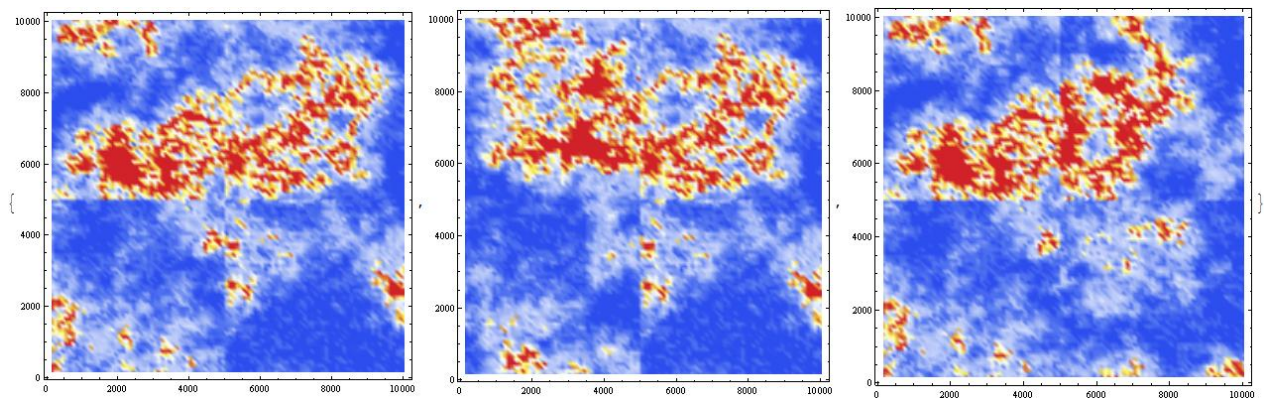


Figura 5.13: Imagens óptimas globais resultantes da iteração 1 (Co-DSS)

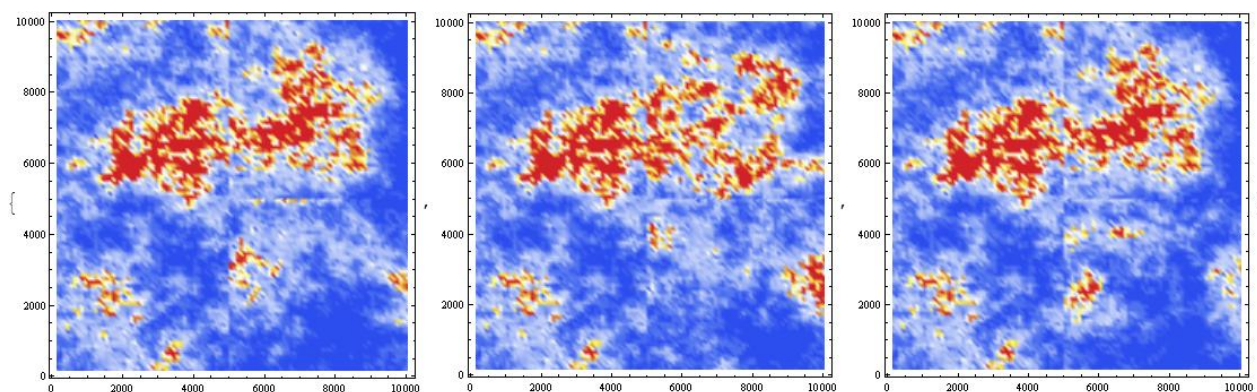


Figura 5.14: Imagens ótimas globais resultantes da iteração 2 (Co-DSS).

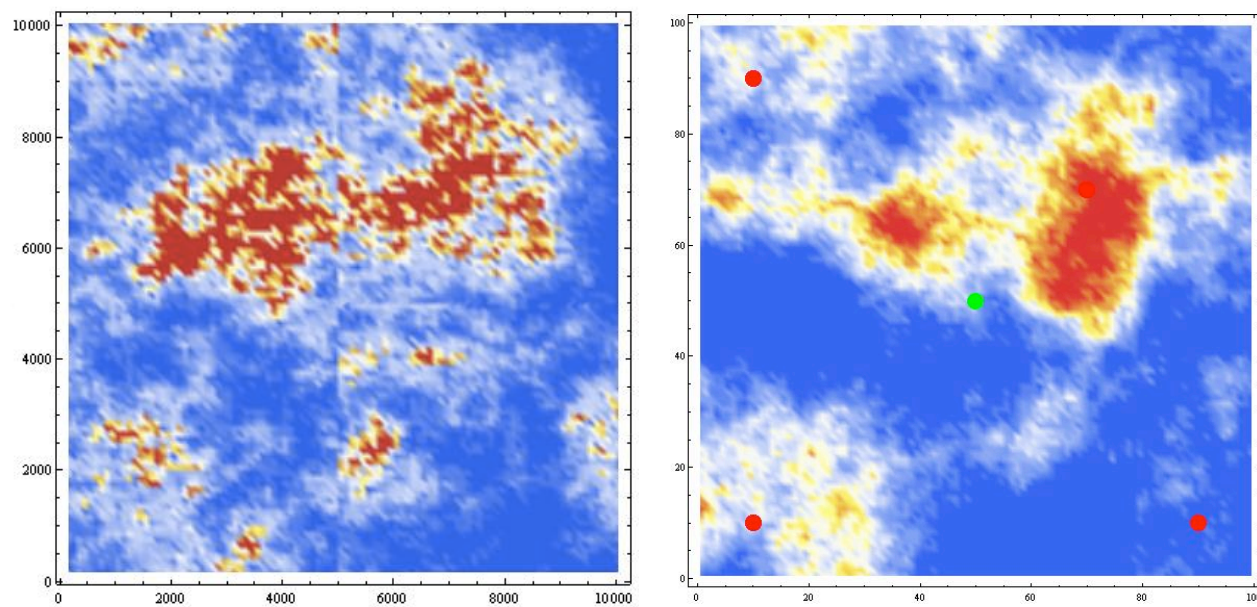


Figura 5.15: *Match* final obtido: compara-se uma das imagens secundárias resultantes da iteração 2 com a imagem a atingir.





## Capítulo 6

# Conclusões e Notas Finais

Do presente trabalho, e considerando o caso prático explanado no capítulo 4 , podem-se retirar as seguintes conclusões:

1. O primeiro ponto proposto como objectivo para o presente trabalho é, ao que tudo indica, atingido: é obtido um *match* para um reservatório sintético *five spot* utilizando uma função objectivo vectorial conjugada com o método proposto por Mata-Lima (2006);
2. O segundo ponto proposto também é atingido: não foi acrescentado um peso computacional excessivo ao método de *History Matching* utilizado, através da aplicação do método de *clustering* de imagens proposto por Scheidt e Caers (2008);
3. O método de combinação de imagens óptimas regionais fornece um conjunto de imagens finais reduzido onde os artefactos induzidos pela regionalização efectuada se esbatem, sugerindo o reestabelecimento da continuidade espacial;
4. A sequência de imagens reduzidas obtidas tende para a imagem sintética de permeabilidade, realçando desta maneira o *match* obtido.

### Desenvolvimentos Futuros

O método explanado neste trabalho apenas foi testado no caso prático apresentado. Como tal, carece de validação e refinamento em todos os seus passos. Na aplicação apresentada surgiram já os seguintes pontos a aprofundar ou com necessidade de refinamento:

1. Na aplicação da função objectivo vectorial e consequente determinação da fronteira de Pareto, devem ser consideradas todas as iterações anteriores. Como fica patente no caso apresentado, as várias iterações atingem pontos óptimos que, muitas vezes, continuam não dominados pelas posteriores.
2. A matriz de distâncias de Hausdorff, utilizada para o processo de *Multi-Dimensional Scaling*, também poderá ser utilizada na análise de convergência: à medida que o *match* melhora, o número de imagens globais óptimas cresce geometricamente, tendo impacto directo na matriz de distâncias. É no entanto de esperar que devido ao maior grau de similitude, o valor resultante da aplicação de uma norma matricial (como por exemplo, a norma do máximo) baixe significativamente, sendo um indicador de convergência;

3. À medida que sucede a convergência, é de assumir que na matriz de distâncias de Hausdorff existam valores próximos de zero fora da diagonal. A presença destes valores pode ter um impacto negativo no cálculo numérico de valores próprios necessário ao procedimento de *Multi-Dimensional Scaling*.
4. A dimensão utilizada na construção do espaço Euclidiano onde se efectua o *Clustering* de imagens precisa de ser avaliada de uma maneira sistemática. Tal não aconteceu no caso apresentado por questões de visualização. A título de exemplo, Scheidt e Caers (2008) utiliza, após análise, uma dimensão 4.
5. No presente trabalho, as correlações utilizadas são globais e, porventura, demasiado elevadas. O processo perturbativo executado pela Co-DSS tem assim considerável margem de refinamento.
6. A análise de convergência efectuada poderá beneficiar da aplicação de métodos de estatística multivariada com o intuito de fornecer informação para os tópicos anteriores.

# Bibliografia

- Anterion, F., Eymard, R., e Karcher, B. (1989). Use of Parameter Gradients for Reservoir History Matching. In *Reservoir Simulation Symposium*, Houston.
- Backus, G. E. e Gilbert, J. F. (1967). Numerical application of a formalism for geophysical inverse problems. *Geophys J R Astron Soc*, 13:247–276.
- Bissell, R. (1994). Calculating Optimal Parameters for History Matching. In *European Conference on the Mathematics of Oil Recovery*, Roros, Norway.
- Bissell, R., Dubrule, O., Lamy, P., Swaby, P., e Lepine, O. (1997). Combining Geostatistical Modelling With Gradient Information for History Matching: The Pilot Point Method. In *Annual Technical Conference e Exhibition*, San Antonio, Texas.
- Bissell, R., Sharma, Y., e Killough, J. (1994). History Matching Using the Method of Gradients: Two Case Studies. In *Annual Technical Conference e Exhibition*, New Orleans, Louisiana.
- Caeiro, M. H., Soares, A., Santos, J., Carvalho, A., e Guerreiro, L. (2010). Geostatistical History Matching with Direct Transformation of Images. Application to a Middle East Reservoir. In *Rio Oil & Gas Expo e Conference 2010*, pages 1–10.
- Caers, J. (2003). Efficient Gradual Deformation Using a Streamline-based Proxy Method. *Journal of Petroleum Science e Engineering*.
- Carter, R., Kemp, L., Pierce, A., e Williams, D. (1974). Performance Matching With Constraints. *SPE Journal*.
- Chavent, G., Dupuy, M., e P., L. (1975). History Matching by Use of Optimal Control Theory. *SPE Journal*.
- Chen, W., Gavalas, G., Seinfeld, J., e M.L., W. (1974). A New Algorithm for Automatic History Matching. *SPE Journal*.
- Cox, T. F. e Cox, M. A. A. (2001). *Multidimensional Scaling*. Chapman & Hall/CRC, New York.
- Dong, Y., Gu, Y., e Oliver, D. (2006). Sequential Assimilation of 4D Seismic Data for Reservoir Description Using the Ensemble Kalman Filter. *Journal of Petroleum Science e Engineering*.
- Dubuisson, M.-P. e Jain, A. (1994). A modified Hausdorff distance for object matching. *Proceedings of 12th International Conference on Pattern Recognition*, pages 566–568.
- Gao, G., Li, G., e Reynolds, A. (2007). A Stochastic Optimization Algorithm for Automatic History Matching. *SPE Journal*.

- Gao, G., Zafari, M., e Reynolds, A. (2005). Quantifying Uncertainty for the PUNQ-S3 Problem in a Bayesian Setting with RMI e EnKF. In *Reservoir Simulation Symposium*, Houston, Texas.
- Garcia Pereira, H. e Sousa, A. J. (2002). *Análise de dados para o tratamento de quadros multidimensionais*. Centro De Recursos Naturais E Ambiente, Instituto Superior Técnico.
- Gavalas, G., Shah, P., e Seinfeld, J. (1976). Reservoir History Matching by Bayesian Estimation. *SPE Journal*.
- Härdle e W. Simar, L. (2003). *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Humboldt-Universität zu Berlin, Berlin.
- Hu, L., Blanc, G., e Noetinger, B. (2001). Gradual Deformation e Iterative Calibration of Sequential Stochastic Simulations. *Mathematical Geology*, 33:475–489.
- Jacquard, P. (1965). Permeability Distribution from Field Pressure Data. *SPE Journal*, 5:281–294.
- Jahns, H. (1966). A Rapid Method for Obtaining a Two Dimensional Description from Well Response Data. *SPE Journal*.
- Jesorsky, O., Kirchberg, K. J., e Frischholz, R. W. (2001). Robust Face Detection Using the Hausdorff Distance. In *In Proc. Third International Conference on Audio- e Video-based Biometric Person Authentication, Springer, Lecture Notes in Computer Science, LNCS-2091, pp. 90–95, Halmstad, Sweden, 6–8 June 2001.*, number June, pages 90–95.
- Journel, A. G. (1994). *Modeling uncertainty: some conceptual thoughts*, pages p. 30–43. KluwerAcademic Pub, Dordrecht, The Netherlands.
- Lea, J., Kamal, M., Jenkins, C., e Horne, R. (1996). Reservoir Characterization Constrained to Well Test Data. In *Annual Technical Conference e Exhibition*, Denver.
- Le Gallo, Y. e Ravalec-Dupin, M. (2000). History Matching Geostatistical Reservoir Models with Gradual Deformation Method. In *Annual Technical Conference e Exhibition*, Dallas.
- Liu, N. e Oliver, D. (2005). Critical Evaluation of the Ensemble Kalman Filter on History Matching of Geologic Facies. In *Reservoir Simulation Symposium*, Houston, Texas.
- Mata-Lima, H. (2006). *Modelação Inversa de Reservatórios Petrolíferos*. PhD thesis, Universidade Técnica de Lisboa/IST.
- Matheron, G. (1978). *Estimating e Choosing: an Essay on Probability in Practice*. Springer-Verlag, Berlin.
- Oliver, D. S. e Chen, Y. (2010). Recent progress on reservoir history matching: a review. *Computational Geosciences*, (February).
- Oliver, D. S., Reynolds, A. C., e Ning, L. (2008). *Inverse Theory for Petroleum Reservoir Characterization e History Matching*. Cambridge University Press.
- Paico, D. (2008). *A New Procedure for History Matching Naturally Fractured Reservoirs*. PhD thesis, Stanford University.

- Peaceman, D. W. (1977). *Fundamentals of Reservoir Simulation*. Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam.
- Ravalec-Duphin, M. (2005). *Inverse Stochastic Modeling of Flow in Porous Media*. Editions Technip, Paris.
- Roggero, F. e Hu, L. (1998). Gradual Deformation of Continuous Geostatistical Models for History Matching. In *Annual Technical Conference e Exhibition*, New Orleans.
- Sarma, P., Durlofsky, L., Aziz, K., e Chen, W. (2007). A New Approach to Automatic History Matching Using Kernel PCA. *Proceedings of SPE Reservoir Simulation Symposium*, (1974).
- Scheidt, C. e Caers, J. (2008). Representing Spatial Uncertainty Using Distances e Kernels. *Mathematical Geology*, pages 397–419.
- Scholkopf, B., Smola, A., e Muller, K.-R. (2006). Kernel Principal Component Analysis. In *Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine e Biology Society. IEEE Engineering in Medicine e Biology Society. Conference*, volume 1.
- Schulze-Riegert, R. e Ghedan, S. (2007). Modern Techniques for History Matching. In *9th International Forum On Reservoir Simulation*, Abu Dhabi, United Arab Emirates.
- Soares, A. (2001). Direct Sequential Simulation e Cosimulation. *Mathematical Geology*, 33(8):911–926.
- Soares, A. (2006). *Geoestatística para as Ciências da Terra e do Ambiente*. IST Press, Lisboa, 2nd editio edition.
- Tang, Y., Chen, Y., Chen, W., e Wasserman, M. (1989). Generalized Pulse- Spectrum Technique for 2D e 2-Phase History Matching. *Applied Numerical Mathematics*.
- Vasco, D., Yoon, S., e Datta-Gupta, A. (1998). Integrating Dynamic Data into High-resolution Reservoir Models using Streamline-Based Analytical Sensitivity Coefficients. In *Annual Technical Conference e Exhibition*, New Orleans, Louisiana.
- Wang, Y. e Kovysek, A. (2000). Streamline Approach for History Matching Production Data. *SPE Journal*.
- Wasserman, M., Emanuel, A., e Seinfeld, J. (1975). Practical Applications of Optimal-Control Theory to History-Matching Multiphase Simulator Models. *SPE Journal*.