



INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO
Universidade Técnica de Lisboa

Transmissão de Ruído Aéreo de Baixa Frequência em Edifícios de Habitação

FRANCISCO BARREIROS COUTO

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em

ENGENHARIA CIVIL

Júri

Presidente: Prof. António Heleno Domingues Moret Rodrigues

Orientador: Prof. Albano Luís Rebelo da Silva das Neves e Sousa

Vogal: Eng. Jorge Viçoso Patrício

Outubro de 2009

AGRADECIMENTOS

O desenvolvimento desta tese só foi possível com o conhecimento científico, a ajuda e a disponibilidade do Prof. Albano Neves e Sousa. Por estas razões, e pela confiança que sempre demonstrou nas minhas capacidades, fica aqui expresso o meu agradecimento.

No culminar de um ciclo, representado pela realização desta tese, gostaria também de agradecer à minha família pelo apoio e incentivo que sempre me deram.

RESUMO

A transmissão de ruído aéreo nas baixas frequências (20 - 200Hz) pode constituir um problema de conforto nos edifícios de habitação. A proliferação de fontes sonoras de baixa frequência usadas dentro e fora das habitações, associada ao aumento das exigências de conforto resultantes de uma sociedade mais exigente, torna cada vez mais importante a definição de métodos de medição e previsão da transmissão sonora de ruído aéreo válidos na região das baixas frequências.

Apesar de uma pessoa jovem e saudável ser, em média, capaz de detectar sons com frequências entre 20 e os 20000 Hz, as normas usadas actualmente no âmbito da acústica de edifícios foram concebidas para modelar a transmissão sonora para bandas de frequências entre 100 Hz e 3150 Hz. Os métodos normalizados para a medição e previsão da transmissão de ruído aéreo não se adequam bem às baixas frequências devido ao carácter modal, que quer o campo sonoro quer o campo de vibração da parede de separação entre compartimentos apresentam para estas frequências.

Com este enquadramento, pretende-se, nesta tese, desenvolver um método baseado em análise modal capaz de analisar a propagação do som aéreo em baixas frequências entre dois compartimentos paralelepípedicos separados por uma parede. Os resultados serão comparados com resultados experimentais obtidos por outros autores para efeitos de validação.

A norma EN 12354-1 descreve, no Anexo B, um modelo de cálculo para estimativa do isolamento sonoro a sons aéreos entre compartimentos de um edifício. O modelo desenvolvido neste trabalho será utilizado numa análise paramétrica, para avaliação do erro associado à extensão do método normalizado de previsão do isolamento a ruído aéreo à região das baixas frequências e também para avaliação do efeito de factores como as dimensões dos compartimentos, a posição da fonte sonora e do receptor.

PALAVRAS-CHAVE

Transmissão de ruído aéreo; Baixas frequências; Modelos de previsão; Acoplamento modal; Campos sonoros; Campos de vibração.

ABSTRACT

Air sound transmission at low frequencies (20 - 200Hz) is an issue of comfort in dwellings. As the number of low frequency sound sources used inside and outside dwellings grow and with the growing demand in comfort as a result of a more mature society, the development of measurement and prediction methods of sound transmission valid at low frequency becomes ever more important.

Even though the average young person is able to interpret a sound in the frequency interval from 20Hz to 20000Hz, the current standards used in acoustic projects were conceived to model sound transmission at frequencies in the interval from 100 Hz to 3150 Hz. The normalized methods used in the measuring and prediction of sound transmission are not valid at low frequencies, due to the modal behavior in this region of the sound field and the vibration field of the wall separating the two rooms.

With this frame, it is intended in this thesis to develop a method based on modal analysis that is able to analyze the propagation of air sound at low frequencies between two rectangular rooms separated by a plate. The results of this model will be compared with the experimental data obtained by other authors for validation purposes.

The standard EN12354-1 describes, in its Annex B, a model that allows predictions of the airborne sound insulation between rooms in buildings. The method developed in this thesis will be used on a parametric analysis to evaluate the error associated with extending the normalized method to the low frequency region and to study the effect of parameters such as room dimensions, position of the sound source and the sound receptor.

KEYWORDS

Air noise transmission; Low frequency; Prediction models; Modal coupling; Sound fields; Vibration fields;

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO	1
1.1. MOTIVAÇÃO	1
1.2. OBJECTIVOS	1
1.3. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	2
2. MODELO DO CAMPO SONORO NO COMPARTIMENTO EMISSOR	3
2.1. INTRODUÇÃO.....	3
2.2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS	3
2.2.1. <i>Equação da onda sonora</i>	3
2.2.2. <i>Solução da equação homogénea da onda sonora</i>	5
2.2.3. <i>Solução da equação não-homogénea da onda sonora</i>	7
2.3. DISCUSSÃO	10
3. MODELO DE VIBRAÇÃO DE PLACAS	13
3.1. INTRODUÇÃO.....	13
3.2. EQUAÇÃO DE ONDAS DE FLEXÃO EM PLACAS.....	13
3.3. PLACA HOMOGÉNEA SIMPLEMENTE APOIADA.....	16
3.3.1. <i>Solução da equação homogénea</i>	16
3.3.2. <i>Solução da equação não-homogénea</i>	18
3.4. DISCUSSÃO	20
4. MODELO DE ACOPLAMENTO ENTRE O CAMPO DE VIBRAÇÃO E O CAMPO SONORO	21
4.1. INTRODUÇÃO.....	21
4.2. SOLUÇÃO GERAL.....	21
4.3. DISCUSSÃO	26
5. MODELO DO CAMPO SONORO NO COMPARTIMENTO RECEPTOR	27
5.1. INTRODUÇÃO.....	27
5.2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS	27
5.3. IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO.....	29
5.4. VALIDAÇÃO DO MODELO.....	30
5.5. CONCLUSÕES	35
6. NORMA EN 12354-1:2000	37
6.1. INTRODUÇÃO.....	37
6.2. MÉTODO NORMALIZADO DE PREVISÃO DO ÍNDICE DE REDUÇÃO SONORA	37
6.3. DISCUSSÃO	41
7. ANÁLISE PARAMÉTRICA	43
7.1. INTRODUÇÃO.....	43
7.2. CASOS DE ESTUDO	43
7.2.1. <i>Posição do microfone</i>	47
7.2.2. <i>Posição da fonte sonora</i>	50
7.2.3. <i>Dimensões dos compartimentos</i>	55
7.2.4. <i>Propriedades do painel de separação entre compartimentos</i>	59
7.3. COMPARAÇÃO COM O MÉTODO DA NORMA EN 12354-1.....	61

7.4.	CONCLUSÕES	64
8.	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	67
8.1.	CONCLUSÕES	67
8.2.	TRABALHOS FUTUROS	68
9.	BIBLIOGRAFIA	69
9.1.	LIVROS, TESES E ARTIGOS.....	69
9.2.	NORMAS E REGULAMENTOS	71
9.3.	SÍTIOS NA INTERNET	71
ANEXO I	73

GLOSSÁRIO DE SÍMBOLOS

- A_{eq} – Área de absorção sonora do compartimento (m^2);
- B' – Rigidez de flexão em placas (Nm^2/m);
- B_0 – Módulo adiabático de volume (Pa);
- C_{mn} – Factor de acoplamento estrutura-fluido;
- D – Módulo de elasticidade do material (N/m^2);
- E – Módulo de elasticidade (N/m^2);
- E_{eq} – Módulo de elasticidade equivalente para uma placa homogénea (N/m^2);
- F – Força (N);
- G – Módulo de distorção (N/m^2);
- I – Momento de inércia (m^4);
- I' – Momento de inércia em placas (m^4/m);
- I_{eq} – Momento de inércia equivalente numa placa homogénea (m^4);
- I_1 – Maior comprimento da placa rectangular (m);
- I_2 – Menor comprimento da placa rectangular (m);
- L_p – Nível de pressão sonora (dB);
- M – Momento (Nm);
- M' – Momento por unidade de área (Nm/m^2);
- $Mag(p)$ – Magnitude da pressão (Pa);
- N – Número de modos do sistema de vibração;
- P – Pressão instantânea (Pa);
- P_{atm} – Pressão atmosférica $\approx 1.013 \times 10^5$ Pa ao nível do mar;
- P_0 – Pressão estática total do ar (Pa);
- P_{ref} – Pressão sonora de referência (20 μPa);
- Q – Força da fonte sonora pontual (m^3/s);
- Q_y – Esforço transversal por unidade de comprimento segundo y (N/m);
- Q_z – Esforço transversal por unidade de comprimento segundo z (N/m);
- R – Índice de redução sonora (dB);
- RH – Humidade relativa (%);
- S – Área de todas as superfícies envolventes do compartimento (m^2);
- S_i – Área da superfície de um elemento do compartimento (m^2);
- T – Período (s);
- T_R – Tempo de reverberação (s);
- V – Volume (m^3);

a_2 – Dimensão segundo o eixo x (m) do compartimento emissor;
 a_3 – Dimensão segundo o eixo x (m) do compartimento receptor;
 b – Dimensão segundo o eixo y (m);
 c – Dimensão segundo o eixo z (m);
 c_L – Velocidade de propagação das ondas longitudinais no material (m/s);
 c_0 – Velocidade de propagação sonora no ar (m/s);
 f – Frequência (Hz);
 f_c – Frequência crítica (Hz);
 $f_{c,eff}$ – Frequência crítica efectiva (Hz);
 g – Aceleração gravítica $\approx 9.8 \text{ m/s}^2$;
 h – Espessura da placa (m);
 j – Constante = $\sqrt{-1}$;
 k – Número de onda (rad/m);
 m – Massa (kg);
 m'' – Massa por unidade de área numa placa (kg/m^2);
 p – Pressão sonora (Pa);
 r – Constante específica do gás ($\text{Jkg}^{-1}\text{°K}^{-1}$);
 r_a – Constante específica do gás para ar seco ($\text{Jkg}^{-1}\text{°K}^{-1}$);
 s – Condensação volúmica do ar;
 t – Tempo (s);
 v – Velocidade (m/s);

Δ – Variação;
 Σ – Operador de soma;
 ϕ – Termo fonte de velocidade potencial (m/s);
 X – Termo fonte ($\text{m}^{-1}\text{s}^{-1}$);
 Ψ – Potencial de velocidade (m/s);

$\bar{\alpha}$ – Coeficiente de absorção sonora média das superfícies do compartimento;
 α_i – Coeficiente de absorção sonora das superfícies do compartimento; também utilizado como coeficiente de amplitude da componente harmónica;
 γ – Razão do calor específico do ar; em PTN $\gamma = 1.402$;
 δ – Coeficiente de absorção temporal (s^{-1}); também utilizado como símbolo de Kronecker;
 ε – Deformação; também utilizado como coeficiente de amortecimento;
 ζ – Deslocamentos laterais paralelos ao eixo z (m);
 η – Factor de perdas;
 θ – Temperatura ($^{\circ}\text{C}$);
 θ_K – Temperatura ($^{\circ}\text{K}$);
 λ – Comprimento de onda (m); também utilizado como tensor das tensões principais;
 μ – Deslocamento paralelo ao eixo x (m);

ξ – Deslocamentos laterais paralelos ao eixo y (m);
 π – Constante = 3.141592654...;
 ρ – Massa volúmica (kg/m^3);
 ρ_a – Massa volúmica aparente (kg/m^3);
 ρ_0 – Densidade estática do ar (kg/m^3);
 σ – Tensão (N/m^2); também utilizado como factor de radiação das ondas de flexão;
 σ_f – Factor de radiação para transmissão forçada;
 τ – Coeficiente de transmissão;
 ν – Coeficiente de Poisson;
 ϕ_i – Ângulo de desfasamento da componente harmónica;
 φ_{lmn} – Funções forma do campo sonoro de compartimentos;
 $\varphi_{m_1 n_1}$ – Funções forma do campo de vibração de placas;
 χ – Curvatura por flexão (m^{-1});
 ω – Velocidade angular (rad/s);
 ω_{lmn} – Frequências próprias do campo sonoro de compartimentos (rad/s);
 $\boldsymbol{\omega}_{lmn}$ – Frequências próprias na forma complexa do campo sonoro de compartimentos (rad/s);
 $\omega_{m_1 n_1}$ – Frequências próprias do campo de vibração de placas (rad/s);
 $\boldsymbol{\omega}_{m_1 n_1}$ – Frequências próprias na forma complexa do campo de vibração de placas (rad/s);

∂ – Diferencial infinitesimal;
 ∇ – Operador divergência;
 ∇^2 – Operador Laplaciano tridimensional;
 \int – Operador de integral.

1. INTRODUÇÃO

1.1. MOTIVAÇÃO

Uma pessoa jovem e saudável é capaz de detectar sons com frequências entre os 20 e os 20000 Hz. No entanto, as baixas frequências (20 – 200 Hz) não estão actualmente consideradas nas normas usadas no âmbito da acústica de edifícios. De facto, as normas baseiam-se fundamentalmente em métodos clássicos de acústica de salas, os quais assumem o estabelecimento de campos sonoros difusos. Contudo, no domínio das baixas frequências, os campos sonoros, em particular em compartimentos com volumes inferiores a 50 m³, apresentam um comportamento modal, não difuso, controlado pelos modos acústicos dos compartimentos e pelo acoplamento modal entre os campos sonoros e campo vibratório da parede de separação [1].

Por outro lado, existe actualmente um conjunto de equipamentos que incluem transformadores, motores eléctricos, ventoinhas, equipamento estereofónico, entre outros, usados em habitação corrente, os quais produzem ruído com conteúdos importantes de baixa frequência.

Assim, a transmissão de ruído aéreo nas baixas frequências constitui, hoje em dia, um problema de conforto nos edifícios de habitação [1,2,3].

Perante este cenário, importa desenvolver métodos de medição e previsão da transmissão sonora na região das baixas frequências. Tem-se verificado, nos últimos anos, um esforço neste sentido, em particular no que se refere aos métodos de previsão. Têm sido publicados trabalhos que utilizam o método numérico dos elementos finitos e o método analítico da análise modal. Neves e Sousa [4] utilizou este último para caracterizar a transmissão de ruído de impacto de baixa frequência em diversos tipos de pavimentos. Uma das grandes vantagens da análise modal relativamente ao método dos elementos finitos, reside na sua versatilidade e rapidez de implementação e execução. A desvantagem reside na limitação dos problemas a compartimentos de forma paralelepípedica.

1.2. OBJECTIVOS

Nesta dissertação, pretende-se desenvolver um método baseado na análise modal para análise da propagação do som aéreo de baixa frequência entre dois compartimentos paralelepípedicos separados por uma parede. Este método permitirá avaliar o rigor, nesta gama de frequências, do método de previsão proposto na norma europeia EN 12354-1 [N.1].

O método será validado com base em resultados experimentais obtidos por outros autores [5] e, dessa forma, poderá ser utilizado para estudar os efeitos de factores como as dimensões dos compartimentos e a posição da fonte sonora e receptor.

1.3. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Para o desenvolvimento desta dissertação, é importante ter presente modelos do campo sonoro e da vibração de placas. Estes modelos serão utilizados no desenvolvimento do método de previsão proposto.

No Capítulo 2, apresenta-se o modelo de previsão do campo sonoro estabelecido num compartimento por uma fonte sonora aí localizada. Tal modelo designar-se-á, doravante, por modelo do campo sonoro do compartimento emissor.

Da mesma forma, no Capítulo 3, é apresentado o modelo de previsão do campo de vibração de uma placa (parede) sujeita a um determinado campo de pressões.

No Capítulo 4, é apresentado o modelo de previsão do campo sonoro estabelecido num compartimento por uma placa vibrante, o qual considera o acoplamento modal entre a placa e o compartimento. Este modelo, desenvolvido por Neves e Sousa [4], é fundamental para a construção do modelo proposto na presente dissertação e, daqui em diante, será designado por modelo de acoplamento.

No Capítulo 5, é desenvolvido o modelo proposto nesta dissertação, o qual permite modelar o campo sonoro gerado num compartimento por uma fonte sonora pontual situada no compartimento adjacente, considerando que ambos os compartimentos são rectangulares e que todas as paredes são rígidas. Este modelo é validado experimentalmente com base em resultados experimentais obtidos por Maluski [5].

No Capítulo 6, é descrito o modelo de previsão proposto no Anexo B da norma EN 12354-1 [N.1] para estimativa do índice de redução sonora em compartimentos correntes de edifícios de habitação. A descrição do método de previsão normalizado justifica-se pela necessidade da avaliação do erro que lhe está associado na região das baixas frequências. Tal avaliação é efectuada no Capítulo 7, no âmbito do estudo paramétrico.

No Capítulo 7, é efectuada uma aplicação paramétrica do modelo desenvolvido no Capítulo 5. São considerados diversos casos de estudo nos quais se varia o tipo de parede de separação, as dimensões dos compartimentos e a posição da fonte sonora e do receptor.

Em Anexo, é apresentado o algoritmo desenvolvido em Visual Basic.

2. MODELO DO CAMPO SONORO NO COMPARTIMENTO EMISSOR

2.1. INTRODUÇÃO

Com esta dissertação, pretende-se desenvolver um modelo de propagação do som aéreo de baixa frequência entre dois compartimentos paralelepípedicos separados por uma parede, recorrendo-se, para tal, ao método de análise modal. Assim, numa primeira fase, é importante considerar um modelo do campo sonoro produzido num compartimento por uma fonte sonora aí localizada.

Neste capítulo, é inicialmente deduzida a equação da onda sonora, sendo posteriormente apresentado o modelo do campo sonoro do compartimento emissor desenvolvido por Neves e Sousa [4].

2.2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.2.1. Equação da onda sonora

Numa onda longitudinal, o movimento de oscilação das partículas dá-se paralelamente à direcção de propagação. Numa onda transversal, pelo contrário, o movimento de oscilação das partículas dá-se perpendicularmente à direcção de propagação. As ondas sonoras no ar assemelham-se a ondas longitudinais.

Os campos sonoros no interior de um compartimento podem considerar-se como resultado da sobreposição de várias ondas sonoras simples, propagando-se através de um fluido compressível e sem perdas. Nos casos correntes de transmissão sonora em compartimentos, as ondas sonoras são de pequena amplitude e, por consequência, a variação da densidade do ar, devido a flutuações de pressão, será também pequena em comparação com o seu valor estático. Se as flutuações de pressão e as alterações na densidade do ar ocorrerem sem transferência de calor, então o processo acústico é adiabático [6]. Pela primeira lei da termodinâmica obtém-se

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^\gamma, \quad (2.1)$$

$$p = P - P_0 = B_0 \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} = B_0 \cdot s, \quad (2.2)$$

onde p (em Pa) é a pressão acústica; P e P_0 são, respectivamente, as pressões instantânea e estática totais; ρ e ρ_0 (em kg/m^3) são, respectivamente, a densidade do ar e o seu valor estático; γ é a razão dos calores específicos do ar (em PTN $\gamma = 1.4012 \approx 7/5$ [7]); $s = -\Delta V/V = \Delta\rho/\rho_0$ é a condensação volúmica do ar, a qual se pode considerar muito pequena; B_0 (em Pa) é o módulo adiabático de compressibilidade volumétrico, dado por,

$$B_0 = \rho_0 \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{\rho_0}. \quad (2.3)$$

Sabendo que a densidade do gás e a pressão são ambas funções de duas variáveis independentes (tempo e espaço), a velocidade da partícula \vec{v} e a densidade instantânea do ar ρ estão relacionadas. Para deduzir esta relação, considera-se um elemento volúmico infinitesimal, $dV = dx dy dz$, fixo no espaço. Devido à conservação de massa, a taxa à qual a massa flui para o interior do elemento volúmico através da sua superfície é igual à taxa à qual a massa no interior do elemento volúmico aumenta, a qual é dada por $(\partial\rho/\partial t)dV$, vindo assim

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\vec{v}) = 0. \quad (2.4)$$

Na expressão (2.4), $\nabla(\)$ é o operador de divergência.

Escrevendo ρ na forma $\rho_0(1 + s)$ e considerando que a variação de ρ_0 no tempo e no espaço é suficientemente pequena, então pode-se simplificar a equação (2.4) para a equação linear de continuidade,

$$\frac{\partial^2\rho}{\partial t^2} + \nabla \cdot \left(\rho_0 \frac{\partial\vec{v}}{\partial t}\right) \approx 0. \quad (2.5)$$

Ao assumir-se que o elemento fluido, cuja massa infinitesimal ρdV , se movimenta com o fluido, o teorema da conservação da quantidade de movimento conduz à expressão de Euler,

$$\rho_0 \frac{\partial\vec{v}}{\partial t} = -\nabla p \Rightarrow \nabla \left(\rho_0 \frac{\partial\vec{v}}{\partial t}\right) = -\nabla^2 p, \quad (2.6)$$

onde $\nabla^2 = \nabla \cdot \nabla$ é o operador Laplaciano tridimensional. Introduzindo as equações (2.2) e (2.6) na equação (2.5), obtém-se a equação diferencial linear que governa a propagação das ondas sonoras num fluido sem perdas,

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}, \quad (2.7)$$

onde c_0 (m/s) é a velocidade termodinâmica do som, definida por,

$$c_0^2 = \frac{B_0}{\rho_0}. \quad (2.8)$$

Derivando a equação (2.1) e substituindo na equação (2.3), obtém-se,

$$c_0^2 = \gamma \frac{P}{\rho}. \quad (2.9)$$

Assumindo que o ar é um gás perfeito, as três quantidades físicas que descrevem o comportamento termodinâmico (pressão, volume e temperatura) são relacionadas pela equação de estado,

$$P = \rho r \theta_K, \quad (2.10)$$

onde θ_K é a temperatura absoluta (em Kelvin), e r é a constante específica do gás (em J/(kg°K)) para o ar em PTN.

Uma expressão aproximada da velocidade do som no ar é obtida substituindo a equação de estado (2.10) para ar seco ($r_a = 287 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ [4]) na equação (2.9), obtendo-se

$$c_0 = 331.4 \sqrt{1 + \frac{\theta}{273.15}} \text{ (m/s)}, \quad (2.11)$$

onde θ é a temperatura (em °C).

2.2.2. Solução da equação homogênea da onda sonora

A equação (2.7) é a equação homogênea da onda sonora num fluido sem perdas [6]. De seguida, deduz-se a solução desta equação para o compartimento onde se localiza a fonte sonora, com as dimensões consideradas na Figura 2.1. As paredes assumem-se rígidas, isto é,

a sua impedância é muito superior à do ar através do qual se propagam as ondas sonoras. As superfícies da parede são assim localmente reactivas, e a componente da velocidade normal a qualquer parede é zero imediatamente perto desta [6].

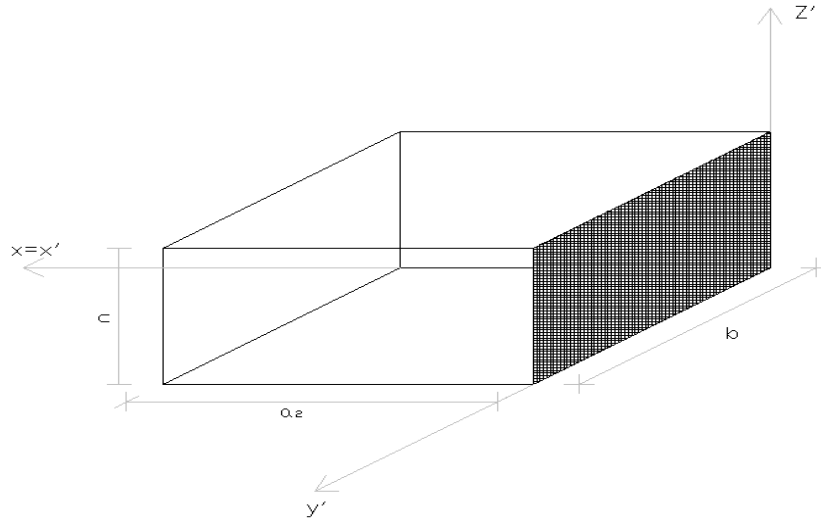


Figura 2.1 – Compartimento emissor e parede divisória.

Assumindo-se que a velocidade é uma função harmónica no tempo, $\vec{v} = \vec{v}_0 e^{j\omega t}$, onde $j = \sqrt{-1}$ e ω é a velocidade angular da onda sonora, a equação (2.6) pode ser reescrita na forma

$$\nabla p = -\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\rho_0 \frac{\partial (\vec{v}_0 e^{j\omega t})}{\partial t} = -\rho_0 j \omega \vec{v}_0 e^{j\omega t} = -j \omega \rho_0 \vec{v}. \quad (2.12)$$

As condições de fronteira da equação (2.7) para o compartimento emissor são dadas por

$$\frac{\partial p(0, y', z', t)}{\partial x} = \frac{\partial p(a_2, y', z', t)}{\partial x} = 0; \quad (2.13.a)$$

$$\frac{\partial p(x', 0, z', t)}{\partial y'} = \frac{\partial p(x', b, z', t)}{\partial y'} = 0; \quad (2.13.b)$$

$$\frac{\partial p(x', y', 0, t)}{\partial z'} = \frac{\partial p(x', y', c, t)}{\partial z'} = 0. \quad (2.13.c)$$

Assumindo que a pressão sonora instantânea, p , também é uma função harmónica no tempo, $p(x', y', z', t) = p(x', y', z') e^{j\omega t}$, então a equação (2.7) torna-se,

$$\nabla^2 p(x', y', z') + k^2 p(x', y', z') = 0, \quad (2.14)$$

onde $k = \frac{\omega}{c_0}$ é o número de onda.

A equação (2.14) pode ser resolvida para as condições de fronteira definidas, aplicando o método de separação das variáveis, obtendo-se um conjunto de soluções possíveis,

$$p_{l_2 m_2 n_2}(x', y', z') = A_{l_2 m_2 n_2} \cos\left(\frac{l_2 \pi x'}{a_2}\right) \cos\left(\frac{m_2 \pi y'}{b}\right) \cos\left(\frac{n_2 \pi z'}{c}\right) \quad (2.15)$$

onde $A_{l_2 m_2 n_2}$ é uma constante resultante da integração.

Embora as condições iniciais de $p(x', y', z', t) = p(x', y', z')e^{j\omega t}$ não tenham sido definidas, estas geralmente existem, sendo necessário encontrar uma solução que as satisfaça. Esta solução pode ser obtida aplicando o princípio da sobreposição, segundo o qual a soma das soluções $p_{l_2 m_2 n_2}(x', y', z')$ é também uma solução de $p(x', y', z')$. Assim, o campo de pressões $p(x', y', z', t)$ é dado por uma série de Fourier, isto é, por uma série de funções de forma,

$$p(x', y', z', t) = \sum_{l_2, m_2, n_2=0}^{\infty} \left[A_{l_2 m_2 n_2} \cos\left(\frac{l_2 \pi x'}{a_2}\right) \cos\left(\frac{m_2 \pi y'}{b}\right) \cos\left(\frac{n_2 \pi z'}{c}\right) \right] e^{j\omega t}. \quad (2.16)$$

As frequências próprias correspondentes são obtidas pela substituição da equação (2.16) na equação (2.7), conduzindo a,

$$\omega_{l_2 m_2 n_2} = c_0 \sqrt{\left(\frac{l_2 \pi}{a_2}\right)^2 + \left(\frac{m_2 \pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n_2 \pi}{c}\right)^2}. \quad (2.17)$$

2.2.3. Solução da equação não-homogénea da onda sonora

Se todos os valores e vectores próprios forem conhecidos, então é, em princípio, possível avaliar qualquer propriedade acústica de um compartimento, como, por exemplo, a sua resposta estacionária a uma fonte sonora arbitrária. Supondo que as fontes sonoras estão distribuídas continuamente pelo compartimento segundo uma função densidade $q(x', y', z')$, onde $q(x', y', z')dV$ é a velocidade volúmica (m^3/s) de um elemento de volume dV em (x', y', z') , então a função densidade $q(x', y', z')$ pode ser uma função complexa, com contabilização das possíveis diferenças de fase entre as várias fontes sonoras infinitesimais [6]. Para além disso, é assumida uma frequência de excitação comum, ω . Adicionando $\rho_0 q(x', y', z')$ à parte esquerda da equação de conservação da massa (2.4), facilmente se nota que a equação da (2.14) deve ser modificada para

$$\nabla^2 p(x', y', z') + k^2 p(x', y', z') = -j\omega \rho_0 q(x', y', z'), \quad (2.18)$$

com as mesmas condições de fronteira (2.13.a) a (2.13.c).

O valor estático da densidade do ar na equação (2.18) é normalmente estimado por

$$\rho_0 = \frac{P_{atm}}{r_a \theta_K}, \quad (2.19)$$

onde $P_{atm} = 1.013 \times 10^5 \text{Pa}$ é a pressão atmosférica ao nível do mar [7].

As soluções para a equação (2.18) podem agora ser dadas pela equação (2.16), a qual se pode escrever como

$$p(x', y', z') = \sum_{l_2, m_2, n_2=0}^{\infty} [A_{l_2 m_2 n_2} \varphi_{l_2 m_2 n_2}(x', y', z')], \quad (2.20)$$

onde $\varphi_{l_2 m_2 n_2}(x', y', z') = \cos\left(\frac{l_2 \pi x'}{a_2}\right) \cos\left(\frac{m_2 \pi y'}{b}\right) \cos\left(\frac{n_2 \pi z'}{c}\right)$ são as funções de forma que satisfazem a equação homogénea

$$\nabla^2 \varphi_{l_2 m_2 n_2}(x', y', z') + k_{l_2 m_2 n_2}^2 \varphi_{l_2 m_2 n_2}(x', y', z') = 0, \quad (2.21)$$

com $k_{l_2 m_2 n_2} = \frac{\omega l_2 m_2 n_2}{c_0}$.

Substituindo a equação (2.20) na equação (2.18) e usando a equação (2.21) resulta,

$$\sum_{l_2, m_2, n_2=0}^{\infty} [A_{l_2 m_2 n_2} \varphi_{l_2 m_2 n_2}(x', y', z') (k^2 - k_{l_2 m_2 n_2}^2)] = -j \omega \rho_0 q(x', y', z'). \quad (2.22)$$

Sabendo que as funções $\varphi_{l_2 m_2 n_2}(x', y', z')$ são mutuamente ortogonais, multiplicando a equação anterior em ambos os lados por $\varphi_{l_2 m_2 n_2}(x', y', z')$ e integrando no volume, resulta

$$A_{l_2 m_2 n_2} = -j \frac{\omega \rho_0}{(k^2 - k_{l_2 m_2 n_2}^2) \Lambda_{l_2 m_2 n_2}} \int_V [q(x', y', z') \varphi_{l_2 m_2 n_2}(x', y', z')] dV \quad (2.23)$$

com $\Lambda_{l_2 m_2 n_2} = \int_V \varphi_{l_2 m_2 n_2}^2(x', y', z') dV = \frac{a_2 b c}{8}$.

Inserindo a equação (2.23) na equação (2.20) resulta

$$p(x', y', z') = \sum_{l_2, m_2, n_2=0}^{\infty} \left[-j \frac{8\omega\rho_0\varphi_{l_2 m_2 n_2}(x', y', z')}{a_2 b c (k^2 - k_{l_2 m_2 n_2}^2)} \int_V [q(x', y', z') \varphi_{l_2 m_2 n_2}(x', y', z')] dV \right]. \quad (2.24)$$

No caso de uma fonte sonora pontual, esta solução assume uma forma particularmente simples. A função densidade deste tipo de fonte é representada matematicamente por uma função delta de Dirac,

$$q(x', y', z') = Q\delta(x' - x'_0)\delta(y' - y'_0)\delta(z' - z'_0), \quad (2.25)$$

$$\text{onde } \delta(x' - x'_0) = \begin{cases} 1 & \text{se } x' = x'_0 \\ 0 & \text{se } x' \neq x'_0 \end{cases}; \delta(y' - y'_0) = \begin{cases} 1 & \text{se } y' = y'_0 \\ 0 & \text{se } y' \neq y'_0 \end{cases}; \delta(z' - z'_0) = \begin{cases} 1 & \text{se } z' = z'_0 \\ 0 & \text{se } z' \neq z'_0 \end{cases}.$$

Nesta situação, a equação (2.24) toma a forma

$$p(x', y', z') = -j \frac{8Q\omega\rho_0 c_0^2}{a_2 b c} \sum_{l_2, m_2, n_2=0}^{\infty} \left[\frac{\varphi_{l_2 m_2 n_2}(x', y', z') \varphi_{l_2 m_2 n_2}(x'_0, y'_0, z'_0)}{(\omega^2 - \omega_{l_2 m_2 n_2}^2)} \right]. \quad (2.26)$$

onde Q é a “força” da fonte sonora pontual, isto é, a velocidade volúmica com a qual a fonte sonora pontual desloca o meio circundante. A equação acima é válida para baixas frequências porque as caixas de altifalantes de utilização corrente são pequenas quando comparadas com o comprimento de onda de interesse e, como tal, comportam-se como fontes sonoras pontuais.

A solução (2.26) foi desenvolvida para compartimentos sem perdas. No entanto, a solução também pode ser utilizada para salas com pequenas perdas através da introdução de frequências próprias na forma complexa, as quais são dadas por

$$\omega_{l_2 m_2 n_2} \approx \omega_{l_2 m_2 n_2} \left(1 + j \frac{\eta}{2} \right), \quad (2.27)$$

em que η é o factor de perdas. O factor de perdas pode ser obtido a partir do tempo de reverberação, T_R (s), do compartimento, através de

$$\eta = \frac{\ln 10^6}{\omega_{l_2 m_2 n_2} T_R} \approx \frac{13.8}{\omega_{l_2 m_2 n_2} T_R}. \quad (2.28)$$

O tempo de reverberação define-se como o tempo necessário, em segundos, para que o nível de pressão sonora decaia 60 dB depois da fonte ter interrompido a emissão [W.1].

Um dos pioneiros no estudo de acústica de edifícios, Wallace Sabine, estabeleceu uma relação empírica simples para o cálculo do tempo de reverberação [W.2],

$$T_R = \frac{0.161 V}{A_{eq}}, \quad (2.29)$$

onde V é o volume do compartimento e onde a área de absorção do compartimento (A_{eq}) é obtida multiplicando o coeficiente global de absorção do compartimento (α , assumido igual a 0,02 [4]) pela área de todas as superfícies do compartimento (S).

Para baixas frequências, a absorção sonora das superfícies das paredes e pavimentos correntes nos edifícios de habitação é pequena [4]. Por outro lado, nessa gama de frequências, a variação dos coeficientes de absorção das superfícies numa sala também é pequena.

Introduzindo a equação (2.28) em (2.27), obtém-se,

$$\omega_{l_2 m_2 n_2} \approx \omega_{l_2 m_2 n_2} \left(1 + j \frac{6,9}{\omega_{l_2 m_2 n_2} T_R} \right) = \omega_{l_2 m_2 n_2} + j \frac{6,9}{T_R} = \omega_{l_2 m_2 n_2} + j \delta_2, \quad (2.30)$$

onde $\delta = 6.9/T_R$ representa um coeficiente de absorção temporal.

A solução (2.26) pode ser escrita como,

$$p(x', y', z') = -j \frac{8Q\omega\rho_0 c_0^2}{a_2 bc} \sum_{l_2, m_2, n_2=0}^{\infty} \left[\frac{\varphi_{l_2 m_2 n_2}(x', y', z') \varphi_{l_2 m_2 n_2}(x'_0, y'_0, z'_0)}{\omega^2 - (\omega_{l_2 m_2 n_2} + j \delta_2)^2} \right]. \quad (2.31)$$

2.3. DISCUSSÃO

Neves e Sousa [4] validou experimentalmente o modelo do campo sonoro do compartimento emissor. Para tal, foi utilizada uma fonte sonora pontual num canto de um compartimento-teste para excitar o maior número possível de modos acústicos, medindo-se a pressão sonora no canto oposto, onde o espectro da pressão sonora terá maior contribuição dos modos acústicos. Os resultados mostraram um considerável grau de precisão.

Apesar do método ter a desvantagem de estar limitado a compartimentos rectangulares, deve ter-se em consideração que este é o tipo de geometria habitualmente utilizado em compartimentos de habitação. Para outras geometrias, podem usar-se métodos numéricos como o método dos elementos finitos.

A implementação da equação (2.31) num programa de computador é relativamente simples. O código deste programa, desenvolvido por Neves e Sousa [4], apresenta-se em Anexo juntamente com o código do modelo desenvolvido no Capítulo 5.

3. MODELO DE VIBRAÇÃO DE PLACAS

3.1. INTRODUÇÃO

Para estudar a propagação do som aéreo entre dois compartimentos é imprescindível considerar o efeito de vibração da parede de separação nas baixas frequências. Assim, é necessário modelar a vibração de placas. De facto, assumindo que o campo sonoro no local emissor é controlado apenas pela fonte sonora, não sendo afectado pelo campo sonoro no local receptor, o que será válido para paredes pesadas ou níveis sonoros muito elevados no compartimento emissor, pode considerar-se que o campo sonoro no compartimento receptor se deve à vibração da placa (parede) que o separa do compartimento emissor.

Neste capítulo, a placa é considerada homogénea, de espessura constante e simplesmente apoiada nos contornos. Maluski [5] e Neves e Sousa [4] mostraram que, nas baixas frequências, esta condição de apoio constitui uma boa aproximação, não sendo, portanto, necessário considerar outros tipos de ligação, e.g. encastramento ou apoio livre.

3.2. EQUAÇÃO DE ONDAS DE FLEXÃO EM PLACAS

A equação de movimento, responsável pela caracterização do comportamento vibratório de uma placa, é apenas influenciada por ondas de flexão, dado que na análise da transmissão sonora são estas as mais importantes [8]. Determina-se, de seguida, a equação diferencial de movimento de uma placa fina no plano y - z , de forma a que a direcção dos deslocamentos transversos μ (m) sejam paralelos ao eixo x . Os deslocamentos laterais ξ (m) e ζ (m) ocorrem paralelamente ao eixo y e z , respectivamente.

As vibrações, geradas numa dada estrutura por uma fonte sonora, dão origem a campos de deformação pequenos, pelo que é possível considerar a hipótese dos pequenos deslocamentos. Em estado plano de tensão, as extensões segundo x são nulas e os deslocamentos laterais ξ e ζ são desprezáveis. Torna-se assim possível analisar o campo de deformações, $\varepsilon_y = \partial\xi/\partial y$ e $\varepsilon_z = \partial\zeta/\partial z$, e de tensões, σ_y e σ_z (N/m²), segundo o plano médio da placa, na sua configuração indeformada.

Por outro lado, a lei de Hooke é válida, isto é, o campo de deformações, ε_y e ε_z , relaciona-se com o campo de tensões, σ_y e σ_z , através do módulo de elasticidade, E (Pa), do material constituinte [8,9,10].

Em estado plano de tensão, a aplicação da lei de Hooke, tendo em conta o efeito de Poisson, conduz a: $E\varepsilon_y = \sigma_y - \nu\sigma_z$ e $E\varepsilon_z = \sigma_z - \nu\sigma_y$, onde ν é o coeficiente de Poisson do material. As expressões anteriores e as relações de compatibilidade, $\varepsilon_y = -\nu\chi_y = -\nu\partial^2\mu/\partial y^2$ e $\varepsilon_z = -\nu\chi_z = -\nu\partial^2\mu/\partial z^2$, em que χ_y e χ_z são, respectivamente, as curvaturas segundo a direcção y e z , conduzem a

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_z) = -\frac{Ex}{1-\nu^2}\left(\frac{\partial^2\mu}{\partial y^2} + \nu\frac{\partial^2\mu}{\partial z^2}\right); \quad (3.1.a)$$

$$\sigma_z = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_z + \nu\varepsilon_y) = -\frac{Ex}{1-\nu^2}\left(\frac{\partial^2\mu}{\partial z^2} + \nu\frac{\partial^2\mu}{\partial y^2}\right). \quad (3.1.b)$$

Os momentos e as forças por unidade de comprimento que actuam num elemento volúmico de uma placa em flexão são representados na Figura 3.1.

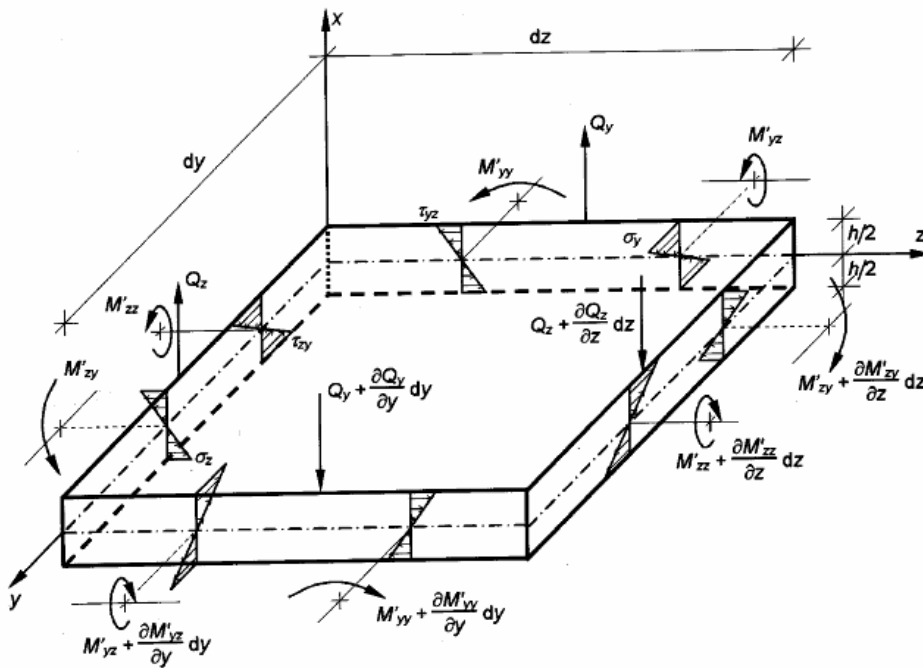


Figura 3.1 - Esforços e tensões por unidade de comprimento num elemento de placa [11].

Conforme indicado na Figura 3.1, os momentos flectores segundo y e z são dados por

$$M'_{yz} = - \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y x dx = B' \left(\frac{\partial^2\mu}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2\mu}{\partial z^2} \right); \quad (3.2.a)$$

$$M'_{zy} = - \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_z x dx = B' \left(\frac{\partial^2 \mu}{\partial z^2} + \nu \frac{\partial^2 \mu}{\partial y^2} \right); \quad (3.2.b)$$

onde o sinal negativo corresponde a compressões acima da linha neutra. B' é a rigidez de flexão da placa, dada por

$$B' = \frac{E}{1-\nu^2} \int_{-h/2}^{h/2} x^2 dx = \frac{E}{1-\nu^2} \frac{h^3}{12} = \frac{EI'}{1-\nu^2}. \quad (3.3)$$

Os momentos torsores podem ser determinados por

$$M'_{yy} = -M'_{zz} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{yz} x dx = -2G \frac{\partial^2 \mu}{\partial y \partial z} \int_{-h/2}^{h/2} x^2 dx = -B'(1-\nu) \frac{\partial^2 \mu}{\partial y \partial z}; \quad (3.4)$$

onde G é o módulo de distorção, dado por

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{E(1-\nu)}{2(1-\nu^2)}. \quad (3.5)$$

Para baixas frequências, os comprimentos de onda de flexão são grandes quando comparados com a secção transversal dos elementos correntes estruturais dos edifícios [4,8]. Portanto, a energia cinética associada ao movimento de rotação é desprezável face à energia cinética utilizada no movimento de translação transversal. Os esforços transversos podem assim ser determinados a partir do equilíbrio estático dos momentos do elemento de placa da Figura 3.1. Estes esforços são dados por

$$Q_y = \frac{\partial M'_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial M'_{zz}}{\partial z} = B' \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 \mu}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial z^2} \right) = B' \frac{\partial}{\partial y} (\nabla^2 \mu); \quad (3.6.a)$$

$$Q_z = -\frac{\partial M'_{zy}}{\partial z} - \frac{\partial M'_{yy}}{\partial y} = B' \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 \mu}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial z^2} \right) = B' \frac{\partial}{\partial z} (\nabla^2 \mu); \quad (3.6.b)$$

onde ∇^2 é o operador Laplaciano.

A relação entre os esforços transversos e o movimento transversal é estabelecida pela segunda lei de Newton, expressa por

$$-\frac{\partial Q_y}{\partial y} - \frac{\partial Q_z}{\partial z} = m'' \frac{\partial^2 \mu}{\partial t^2}, \quad (3.7)$$

onde m'' (kg/m²) é a massa por unidade de área da placa e t (s) é o tempo ao longo do qual decorre a vibração.

Introduzindo as equações (3.6.a) e (3.6.b) na equação (3.7), obtém-se

$$-B'\nabla^4\mu = m''\frac{\partial^2\mu}{\partial t^2}, \quad (3.8)$$

que corresponde à equação geral das ondas de flexão em placas [4,8,11]. Esta equação será posteriormente utilizada para o desenvolvimento de uma expressão para o cálculo do campo de vibrações induzido numa placa por uma fonte sonora.

3.3. PLACA HOMOGÉNEA SIMPLEMENTE APOIADA

Para uma placa homogénea de espessura constante, simplesmente apoiada em todo o seu contorno, existe uma solução exacta para a mobilidade pontual da placa.

3.3.1. Solução da equação homogénea

Para a determinação da velocidade num dado ponto da placa, considera-se que o campo de deslocamentos, $\mu(y, z, t)$, se desenvolve através de uma função harmónica no tempo, dada por

$$\mu(y, z, t) = \mu(y, z)e^{j\omega t}. \quad (3.9)$$

A equação (3.8) da onda de flexão na placa, pode então ser escrita na forma

$$\nabla^4\mu(y, z) - k^4\mu(y, z) = 0, \quad (3.10)$$

onde $k^4 = m''\omega^2/B'$ é o número de onda de flexão, o qual caracteriza a periodicidade da onda no espaço e no tempo. A sua forma inicial é $k = \omega/c$, onde c (m/s) é a velocidade com que um ponto se move de modo a permanecer sempre na mesma fase da onda.

A solução desta equação diferencial depende apenas da definição dos parâmetros geométricos da placa, como a espessura, h (m), as condições de apoio e as características do material constituinte, nomeadamente a massa volúmica, ρ (kg/m³), o coeficiente de Poisson, ν , e o módulo de elasticidade, E (Pa).

Pelo método de Rayleigh, é possível determinar a função de forma da deformada modal da placa a partir das funções de forma da deformada modal de vigas fictícias de largura unitária e com condições de apoio idênticas às da placa, dispostas segundo as direcções y e z .

A função deformada da placa é dada por

$$\mu_{m_1 n_1}(y, z) = \mu_{m_1}(y)\mu_{n_1}(z), \quad (3.11)$$

onde μ_{m_1} e μ_{n_1} são as funções de forma das vigas.

Numa placa rectangular, de largura b e comprimento c , como se indica na Figura 3.2, os deslocamentos segundo o eixo z terão de ser nulos em todo o seu contorno, assim como os momentos flectores. Para que deformadas modais das vigas sejam compatíveis, os deslocamentos $\mu_{m_1}(y)$ e $\mu_{n_1}(z)$ terão de ser nulos nas coordenadas $y=0$, $y=b$, $z=0$, e $z=c$. Para as mesmas coordenadas, também as segundas derivadas das funções de forma terão de ser nulas.

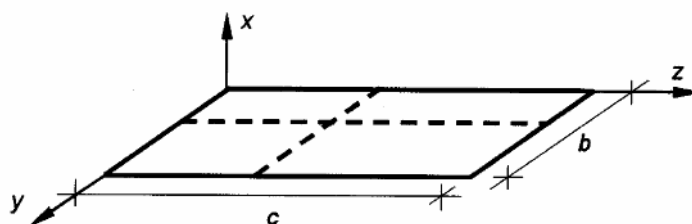


Figura 3.2 - Dimensões da placa rectangular homogénea [4].

Uma vez que as funções $\mu_{m_1}(y)$ e $\mu_{n_1}(z)$ têm variáveis independentes, a solução da equação (3.8) poderá ser determinada para cada direcção y e z , também de uma forma independente. Assim, para a direcção y , a equação (3.8) é dada por

$$-B' \frac{\partial^4 \mu_y}{\partial y^4} = m'' \frac{\partial^2 \mu_y}{\partial t^2}. \quad (3.12)$$

A deformada modal $\mu_{m_1}(y)$ da viga fictícia tem a seguinte forma

$$\mu_{m_1}(y) = C_1 \sin(Ky) + C_2 \cos(Ky) + C_3 \sinh(Ky) + C_4 \cosh(Ky), \quad (3.13)$$

em que K é uma constante. A função $\mu_{n_1}(z)$ é determinada de uma forma análoga.

Resolvendo-se a expressão (3.13) para as condições de fronteira atrás indicadas, obtém-se a função de forma dos deslocamentos modais da placa,

$$\mu_{m_1 n_1}(y, z) = A_{m_1 n_1} \sin\left(\frac{m_1 \pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{n_1 \pi z}{c}\right), \quad (3.14)$$

onde $A_{m_1 n_1}$ é uma constante de integração.

As frequências fundamentais da placa podem agora ser determinadas pela substituição da equação (3.14) na equação (3.10), de acordo com

$$\omega_{m_1 n_1} = \sqrt{\frac{B'}{m''} \left[\left(\frac{m_1 \pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n_1 \pi}{c}\right)^2 \right]}. \quad (3.15)$$

3.3.2. Solução da equação não-homogénea

Para ter em consideração as forças externas que podem actuar na placa, a força por unidade de área, isto é, a pressão $p(y, z, t)$ que actua perpendicularmente à placa deve ser adicionada à parte esquerda da equação (3.7), a qual se reescreve na forma

$$p(y, z, t) = \frac{\partial Q_y}{\partial y} + \frac{\partial Q_z}{\partial z} + m'' \frac{\partial^2 \mu}{\partial t^2}. \quad (3.16)$$

A substituição das equações (3.6.a) e (3.6.b) na equação acima dá origem a

$$B' \nabla^4 \mu(y, z, t) + m'' \frac{\partial^2 \mu(y, z, t)}{\partial t^2} = p(y, z, t). \quad (3.17)$$

Para se obter uma equação que exprima a velocidade de um dado ponto da placa devida a essa força, introduz-se a relação $v_x(y, z, t) = \partial \mu(y, z, t) / \partial t = j \omega \mu(y, z, t)$. A equação (3.17) transforma-se assim em

$$B' \nabla^4 v_x(y, z) - m'' \omega^2 v_x(y, z) = j \omega p(y, z). \quad (3.18)$$

A solução da equação (3.18) é dada pela série de Fourier

$$v_x(y, z) = \sum_{m_1, n_1=1}^{\infty} [A_{m_1 n_1} \varphi_{m_1 n_1}(y, z)], \quad (3.19)$$

onde $\varphi_{m_1 n_1}(y, z) = \sin\left(\frac{m_1 \pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{n_1 \pi z}{c}\right)$ são as funções de forma que satisfazem as condições de fronteira de uma placa simplesmente apoiada.

Substituindo as equações (3.15) e (3.19) em (3.18), obtém-se

$$\sum_{m_1, n_1=1}^{\infty} [A_{m_1, n_1} (\omega_{m_1, n_1}^2 - \omega^2) \varphi_{m_1, n_1}(y, z)] = j \frac{\omega}{m''} p(y, z). \quad (3.20)$$

A constante de integração A_{m_1, n_1} é determinada pela multiplicação de ambos os membros da equação (3.20) por $\varphi_{m_2, n_2}(y, z)$ e posterior integração na área da placa. Tendo em conta a condição de ortogonalidade dos modos de vibração, obtém-se

$$A_{m_1, n_1} = j \frac{\omega \int_0^b \int_0^c p(y, z) \varphi_{m_1, n_1}(y, z) dy dz}{m'' (\omega_{m_1, n_1}^2 - \omega^2) \Lambda_{m_1, n_1}}, \quad (3.21)$$

onde $\Lambda_{m_1, n_1} = \int_0^b \int_0^c \varphi_{m_1, n_1}^2(y, z) dy dz$.

Substituindo a equação (3.21) na equação (3.19), obtém-se a solução geral para a resposta forçada de uma placa homogénea de espessura uniforme em regime estacionário,

$$v_x(y, z) = j \frac{\omega}{m''} \sum_{m_1, n_1=1}^{\infty} \left[\frac{\varphi_{m_1, n_1}(y, z) \int_0^b \int_0^c p(y, z) \varphi_{m_1, n_1}(y, z) dy dz}{(\omega_{m_1, n_1}^2 - \omega^2) \Lambda_{m_1, n_1}} \right]. \quad (3.22)$$

Para uma placa simplesmente apoiada $\Lambda_{m_1, n_1} = bc/4$, pelo que a expressão (3.22) adquire a forma,

$$v_x(y, z) = j \frac{4\omega}{m'' bc} \sum_{m_1, n_1=1}^{\infty} \left[\frac{\varphi_{m_1, n_1}(y, z) \int_0^b \int_0^c p(y, z) \varphi_{m_1, n_1}(y, z) dy dz}{(\omega_{m_1, n_1}^2 - \omega^2)} \right]. \quad (3.23)$$

O efeito do amortecimento no sistema pode ser considerado pela adição às forças elásticas, de forças viscosas, proporcionais à derivada no tempo da deformação [8]. A lei de Hooke toma assim a forma

$$\sigma(t) = D \left[\varepsilon(t) + \nu \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \right], \quad (3.24)$$

Onde D e ν são, respectivamente, a rigidez e o parâmetro de viscosidade do material constituinte.

Para variações temporais sinusoidais, a deformação pode ser escrita como $\varepsilon(t) = \varepsilon \cos(\omega t)$, pelo que a equação (3.24) torna-se:

$$\sigma(t) = D\varepsilon [\cos(\omega t) - \omega\nu \sin(\omega t)], \quad (3.25)$$

A qual pode ainda ser reescrita como

$$\sigma(t) = D\varepsilon\sqrt{1 + \omega^2\nu^2} \cos[\omega t + \arctan(\omega\nu)]. \quad (3.26)$$

Deste modo, para a variação periódica da deformação, o principal efeito de amortecimento é a produção de uma diferença de fase entre a deformação e a tensão [8]. Isto pode ser expresso em notação complexa, pela rigidez complexa $\mathbf{D} = D_1 + jD_2$, obtendo-se

$$\sigma(t) = \text{Re}\{\mathbf{D}\varepsilon e^{j\omega t}\} = \varepsilon[D_1 \cos(\omega t) - D_2 \sin(\omega t)]. \quad (3.27)$$

Se o factor de perdas da placa for definido como $\eta = D_2/D_1$, em que $\eta = \omega\nu$ para o modelo de viscosidade descrito anteriormente, então $\mathbf{D} = D_1(1 + j\eta)$. Assim, a rigidez de flexão da placa é dada, em notação complexa, por

$$\mathbf{B}' = \frac{E}{1 - \nu^2} \frac{h^3}{12} (1 + j\eta) = B'(1 + j\eta). \quad (3.28)$$

A introdução da equação (3.28) na equação (3.10) obriga a que as frequências próprias, $\omega_{m_1 n_1}$, tenham também de ser expressas em notação complexa por $\omega_{m_1 n_1} = \omega_{m_1 n_1} \sqrt{1 - j\eta}$. Assim, a solução da equação não homogénea (3.18) pode ser determinada tal como anteriormente, obtendo-se

$$v_x(y, z) = j \frac{4\omega}{m''bc} \sum_{m_1, n_1=1}^{\infty} \left[\frac{\varphi_{m_1 n_1}(y, z) \int_0^b \int_0^c p(y, z) \varphi_{m_1 n_1}(y, z) dy dz}{\omega_{m_1 n_1}^2 (1 + j\eta) - \omega^2} \right]. \quad (3.29)$$

3.4. DISCUSSÃO

Neves e Sousa [4] validou experimentalmente a equação (3.29), particularizada para o caso de uma força pontual, obtendo uma boa concordância entre previsões e resultados experimentais.

O método revelou fiabilidade e rapidez, tendo, no entanto, a desvantagem de se aplicar apenas a placas rectangulares.

A equação (3.29), pode agora ser utilizada juntamente com o modelo do campo sonoro desenvolvido no Capítulo 2, para modelar a transmissão de ruído aéreo entre compartimentos.

4. MODELO DE ACOPLAMENTO ENTRE O CAMPO DE VIBRAÇÃO E O CAMPO SONORO

4.1. INTRODUÇÃO

Ignorando as transmissões marginais e tendo em conta o exposto em 3.1, a pressão sonora no compartimento receptor deve-se unicamente à vibração da placa de separação entre compartimentos. Neste capítulo, determina-se a equação da pressão sonora num compartimento originada pela vibração de uma superfície (parede). O modelo de acoplamento referido foi desenvolvido por Neves e Sousa [4], com base no método de análise modal proposto por Kihlman [11].

4.2. SOLUÇÃO GERAL

Tal como referido no Capítulo 2, a onda de propagação num meio fluido contínuo, compressível e sem perdas, é dada pela equação (2.7). Tendo em consideração a equação (2.12), a equação (2.7) pode ser escrita em termos de velocidade potencial $\Psi(x, y, z, t)$. De acordo com o teorema geral da análise vectorial, qualquer campo de vectores contínuo pode ser separado numa parte irrotacional e numa parte de divergência nula. Neste caso, a parte irrotacional (ondas longitudinais) pode ser descrita em termos da velocidade potencial $\Psi(x, y, z, t)$, que é um escalar definido por

$$v_L(x, y, z, t) = \text{grad}\Psi(x, y, z, t). \quad (4.1)$$

A parte de divergência nula (ondas transversais) da velocidade pode ser representada como a rotação de um vector, a qual é chamada de vector potencial $\theta(x, y, z, t)$, por

$$v_T(x, y, z, t) = \text{rot}\theta(x, y, z, t). \quad (4.2)$$

Como o campo gradiente que descreve o movimento é irrotacional, a velocidade potencial dentro do compartimento pode ser descrita pela equação da onda,

$$\nabla^2\Psi(x, y, z, t) - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2\Psi(x, y, z, t)}{\partial t^2} = 0. \quad (4.3)$$

Considera-se um compartimento com geometria idêntica ao da Figura 4.1, onde todas as paredes são rígidas, à exceção de uma, em $x = a_3$, que vibra de acordo com um campo de velocidades imposto.

As condições de fronteira a satisfazer pela equação (4.3) são

$$\frac{\partial}{\partial x} \Psi(0, y, z, t) = 0 \text{ e } \frac{\partial}{\partial x} \Psi(a_3, y, z, t) = v_x(y, z, t) = f(y, z)e^{j\omega t}; \quad (4.4.a)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \Psi(x, 0, z, t) = \frac{\partial}{\partial y} \Psi(x, b, z, t) = 0; \quad (4.4.b)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \Psi(x, y, 0, t) = \frac{\partial}{\partial z} \Psi(x, y, c, t) = 0. \quad (4.4.c)$$

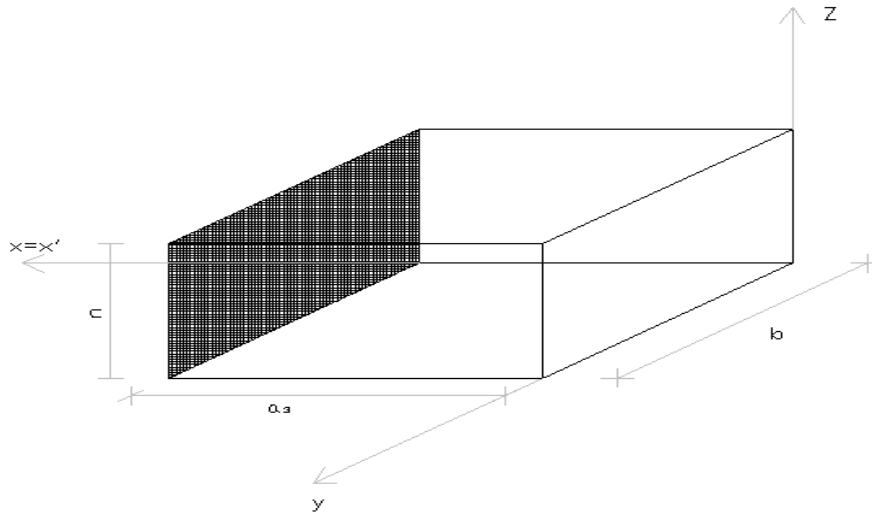


Figura 4.1 – Compartimento receptor e parede divisória.

A função $f(y, z)$ descreve a distribuição de velocidades na parede vibrante.

Introduzindo o termo fonte $\Phi(x, y, z, t)$, a equação (4.3), escrita em termos de $\Psi(x, y, z, t)$, com condições de fronteira não homogêneas, pode ser transformada numa equação, em termos de $\Psi_1(x, y, z, t)$, com condições de fronteira homogêneas [11], em que

$$\Psi_1(x, y, z, t) = \Psi(x, y, z, t) - \Phi(x, y, z, t). \quad (4.5)$$

O termo $\Phi(x, y, z, t)$ satisfaz as mesmas condições de fronteira que $\Psi(x, y, z, t)$, que podem agora ser escritas do seguinte modo

$$\frac{\partial}{\partial x} \Phi(0, y, z, t) = 0 \text{ e } \frac{\partial}{\partial x} \Phi(a_3, y, z, t) = f(y, z)e^{j\omega t}; \quad (4.6.a)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \Phi(x, 0, z, t) = \frac{\partial}{\partial y} \Phi(x, b, z, t) = 0; \quad (4.6.b)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \Phi(x, y, 0, t) = \frac{\partial}{\partial z} \Phi(x, y, c, t) = 0. \quad (4.6.c)$$

Na função $\Phi(x, y, z, t)$, t pode ser considerado um parâmetro porque a análise se restringe a funções harmônicas no tempo. Assumindo que, para as condições de fronteira (4.6), $\Phi(x, y, z)$ satisfaz a equação de Laplace, $\nabla^2 \Phi(x, y, z) = 0$, a qual é separável, então a sua solução pode ser encontrada aplicando o método de separação das variáveis, obtendo-se

$$\Phi(x, y, z, t) = \sum_{m_3, n_3=0}^{\infty} \left\{ A_{m_3 n_3} 2 \cosh \left[\sqrt{\left(\frac{m_3 \pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n_3 \pi}{c}\right)^2} x \right] \cos\left(\frac{m_3 \pi y}{b}\right) \cos\left(\frac{n_3 \pi z}{c}\right) \right\} e^{j\omega t}, \quad (4.7)$$

onde $A_{m_3 n_3}$ é uma constante de integração. Introduzindo a equação (4.7) na equação (4.6.a) para $x = a$ e multiplicando-se ambos os termos da equação resultante pela função ortogonal $\cos(m^* \pi y / b) \cdot \cos(n^* \pi z / c)$, obtém-se, após integração na superfície da parede,

$$A_{m_3 n_3} = \frac{\iint_0^{b,c} f(y, z) \cos\left(\frac{m_3 \pi y}{b}\right) \cos\left(\frac{n_3 \pi z}{c}\right) dy dz}{bc \sqrt{\left(\frac{m_3 \pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n_3 \pi}{c}\right)^2} \sinh \left[\sqrt{\left(\frac{m_3 \pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n_3 \pi}{c}\right)^2} a_3 \right]} = \frac{2C_{m_3 n_3}}{bc \sqrt{C_1} \sinh(\sqrt{C_1} a_3)}, \quad (4.8)$$

onde $C_1 = \left(\frac{m_3 \pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n_3 \pi}{c}\right)^2$ e $C_{m_3 n_3}$ é dado por

$$C_{m_3 n_3} = \int_0^b \int_0^c f(y, z) \cos\left(\frac{m_3 \pi y}{b}\right) \cos\left(\frac{n_3 \pi z}{c}\right) dy dz. \quad (4.9)$$

Como $\Phi(x, y, z, t)$ satisfaz a equação de Laplace, introduzindo a equação (4.5) em (4.3), obtém-se

$$\nabla^2 \Psi_1(x, y, z, t) - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \Psi_1(x, y, z, t)}{\partial t^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \Phi(x, y, z, t)}{\partial t^2}. \quad (4.10)$$

Segundo Kihlman [11], a equação (4.10) pode também ser escrita na forma

$$\nabla^2 \Psi_1(x, y, z, t) - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \Psi_1(x, y, z, t)}{\partial t^2} = -X(x, y, z, t), \quad (4.11)$$

onde o termo fonte $X(x, y, z, t)$ é dado por uma série de funções de forma

$$X(x, y, z, t) = \sum_{m_3, n_3=0}^{\infty} \left\{ A_{m_3 n_3} \frac{2\omega^2}{c_0^2} \cosh \left[\sqrt{\left(\frac{m_3\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n_3\pi}{c}\right)^2} x \right] \cos\left(\frac{m_3\pi y}{b}\right) \cos\left(\frac{n_3\pi z}{c}\right) \right\} e^{j\omega t}, \quad (4.12)$$

Como definido anteriormente, as condições de fronteira da equação (4.11) são homogêneas e podem ser escritas como

$$\frac{\partial}{\partial x} \Psi_1(0, y, z, t) = \frac{\partial}{\partial x} \Psi_1(a_3, y, z, t) = 0; \quad (4.13.a)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \Psi_1(x, 0, z, t) = \frac{\partial}{\partial y} \Psi_1(x, b, z, t) = 0; \quad (4.13.b)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \Psi_1(x, y, 0, t) = \frac{\partial}{\partial z} \Psi_1(x, y, c, t) = 0. \quad (4.13.c)$$

Portanto, o potencial da velocidade $\Psi_1(x, y, z, t)$ pode também ser escrito como uma expansão de Fourier, dada por uma série de funções de forma $\varphi_{l_3 m_3 n_3}(x, y, z)$,

$$\Psi_1(x, y, z, t) = \sum_{l_3, m_3, n_3=0}^{\infty} [A_{1, l_3 m_3 n_3} \varphi_{l_3 m_3 n_3}(x, y, z)] e^{j\omega t}. \quad (4.14)$$

As funções de forma satisfazem a equação homogênea da onda sonora,

$$\nabla^2 \varphi_{l_3 m_3 n_3}(x, y, z) - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \varphi_{l_3 m_3 n_3}(x, y, z)}{\partial t^2} = 0. \quad (4.15)$$

Para condições de fronteira análogas às de (4.13), as funções $\varphi_{l_3 m_3 n_3}(x, y, z)$ têm a forma

$$\varphi_{l_3 m_3 n_3}(x, y, z) = \cos\left(\frac{l_3\pi x}{a_3}\right) \cos\left(\frac{m_3\pi y}{b}\right) \cos\left(\frac{n_3\pi z}{c}\right), \quad (4.16)$$

e as correspondentes frequências próprias, $\omega_{l_3 m_3 n_3}$, são dadas por

$$\omega_{l_3 m_3 n_3} = c_0 k_{l_3 m_3 n_3}, \text{ com } k_{l_3 m_3 n_3}^2 = \left(\frac{l_3\pi}{a_3}\right)^2 + \left(\frac{m_3\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n_3\pi}{c}\right)^2. \quad (4.17)$$

Introduzindo as equações (4.14), (4.16) e (4.17) na equação (4.11) e multiplicando ambos os lados da equação resultante pela função $\varphi_{l_3^* m_3^* n_3^*}(x, y, z)$, obtém-se, após integração volumica e tendo em conta as condições de ortogonalidade, a solução estacionária de $\Psi_1(x, y, z, t)$ [11],

$$\Psi_1(x, y, z, t) = \sum_{l, m, n=1}^{\infty} \frac{8c_0^2 X_{l_3 m_3 n_3} \varphi_{l_3 m_3 n_3}(x, y, z)}{a_3 bc (\omega_{l_3 m_3 n_3}^2 - \omega^2)} e^{j\omega t}, \quad (4.18)$$

onde $X_{l_3 m_3 n_3}$ é dado por

$$X_{l_3 m_3 n_3} = A_{m_3 n_3} \frac{\omega^2}{c_0^2} \int_V 2 \cosh \left[\sqrt{\left(\frac{m_3 \pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n_3 \pi}{c}\right)^2} x \right] \cos\left(\frac{l_3 \pi x}{a_3}\right) \cos^2\left(\frac{m_3 \pi y}{b}\right) \cos^2\left(\frac{n_3 \pi z}{c}\right) dV. \quad (4.19)$$

Calculando o integral na equação (4.19), obtém-se

$$X_{l_3 m_3 n_3} = A_{m_3 n_3} \frac{\omega^2 (-1)^{l_3} bc \sinh(\sqrt{C_1} a_3)}{2c_0^2 \sqrt{C_1} \left[1 + \frac{1}{C_1} \left(\frac{l_3 \pi}{a_3}\right)^2 \right]}. \quad (4.20)$$

O potencial da velocidade, $\Psi(x, y, z, t)$, que satisfaz a equação (4.3), também pode ser escrito como uma série de funções de forma que satisfazem as condições de fronteira homogêneas [11]. Deste modo, as funções de forma e as frequências próprias correspondentes podem ser dadas pelas equações (4.16) e (4.17). A equação (4.5) pode ser agora escrita na forma

$$\sum_{l_3, m_3, n_3=0}^{\infty} [A_{2, l_3 m_3 n_3} \varphi_{l_3 m_3 n_3}(x, y, z)] e^{j\omega t} - \Psi_1(x, y, z, t) = \Phi(x, y, z, t). \quad (4.21)$$

Introduzindo as equações (4.7), (4.8), (4.18) e (4.20) na equação (4.21) e multiplicando ambos os lados da equação resultante pela função ortogonal $\varphi_{l_3^* m_3^* n_3^*}(x, y, z)$, obtém-se, após integração volúmica e tendo em conta as condições de ortogonalidade, a constante

$$A_{2, l_3 m_3 n_3} = \frac{8c_0^2 (-1)^{l_3} C_{m_3 n_3}}{a_3 bc (\omega_{l_3 m_3 n_3}^2 - \omega^2)}. \quad (4.22)$$

A solução estacionária de $\Psi(x, y, z, t)$ é então dada por

$$\Psi(x, y, z, t) = \sum_{l_3, m_3, n_3=0}^{\infty} \left[\frac{8c_0^2 (-1)^{l_3} C_{m_3 n_3}}{a_3 bc (\omega_{l_3 m_3 n_3}^2 - \omega^2)} \varphi_{l_3 m_3 n_3}(x, y, z) \right] e^{j\omega t}. \quad (4.23)$$

O campo de pressões sonoras pode ser calculado, com base na equação (2.12), por

$$p(x, y, z, t) = -j\omega \rho_0 \Psi(x, y, z, t). \quad (4.24)$$

Através das equações (4.23) e (4.24), é possível estabelecer, para uma dada frequência, ω , uma relação entre o campo de vibração de uma parede e o campo sonoro no interior de um compartimento. O campo sonoro total é determinado por sobreposição modal,

$$p(x, y, z, t) = -j\omega\rho_0 \sum_{l_3, m_3, n_3=0}^{\infty} \left[\frac{8c_0^2 (-1)^{l_3} C_{m_3 n_3}}{a_3 bc (\omega_{l_3 m_3 n_3}^2 - \omega^2)} \varphi_{l_3 m_3 n_3}(x, y, z) \right] e^{j\omega t}. \quad (4.25)$$

De forma análoga à adoptada no Capítulo 2, o campo sonoro gerado pela vibração de uma placa com pequenas perdas, no interior de um compartimento, é dado por

$$p(x, y, z, t) = -j\omega\rho_0 \sum_{l_3, m_3, n_3=0}^{\infty} \left[\frac{8c_0^2 (-1)^{l_3} C_{m_3 n_3}}{a_3 bc [(\omega_{l_3 m_3 n_3} + j\delta_3)^2 - \omega^2]} \varphi_{l_3 m_3 n_3}(x, y, z) \right] e^{j\omega t}. \quad (4.26)$$

4.3. DISCUSSÃO

Uma vez conhecido o parâmetro de acoplamento, a implementação da equação (4.26) num programa de computador é relativamente fácil. Neves e Sousa [4] validou experimentalmente a equação (4.26) particularizada para campos de vibração induzidos por forças pontuais. Os resultados mostraram um grau de precisão aceitável. Mais uma vez, o método revelou-se fiável e rápido, apresentando como desvantagem a limitação a geometrias paralelepípedicas.

A equação (4.26) será usada no Capítulo 5, juntamente com o modelo do campo sonoro no compartimento emissor desenvolvido no Capítulo 2 e o modelo de vibração de placas desenvolvido no Capítulo 3, para modelar o campo sonoro gerado no compartimento receptor por uma fonte sonora pontual no compartimento emissor, considerando apenas o acoplamento placa-compartimento receptor.

5. MODELO DO CAMPO SONORO NO COMPARTIMENTO RECEPTOR

5.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo, é desenvolvido um modelo de previsão do campo sonoro gerado num compartimento por uma fonte de ruído aéreo localizada no compartimento adjacente. Este modelo baseia-se, tal como os descritos nos capítulos anteriores, no método da análise modal. O modelo assume que o campo sonoro no compartimento emissor é controlado apenas pela potência da fonte sonora e pelas dimensões dos compartimentos. Assume-se também que o campo sonoro no compartimento receptor é controlado pelas dimensões dos compartimentos e pela vibração da parede de separação entre compartimentos. Finalmente, assume-se que a vibração da parede de separação é controlada apenas pelo campo de pressões gerado, na sua superfície, do lado do compartimento emissor. O método considera apenas a transmissão directa de ruído aéreo e despreza as transmissões marginais.

O método é validado por comparação com resultados experimentais obtidos por Maluski [5].

5.2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

A análise é restrita a geometrias paralelepípedicas, o que permite recorrer a uma análise modal para descrever a vibração do painel e o campo sonoro em ambos os compartimentos com relativa facilidade. Assume-se que a parede divisória é rectangular, homogénea, isotrópica e fina quando comparada com o comprimento das ondas de flexão.

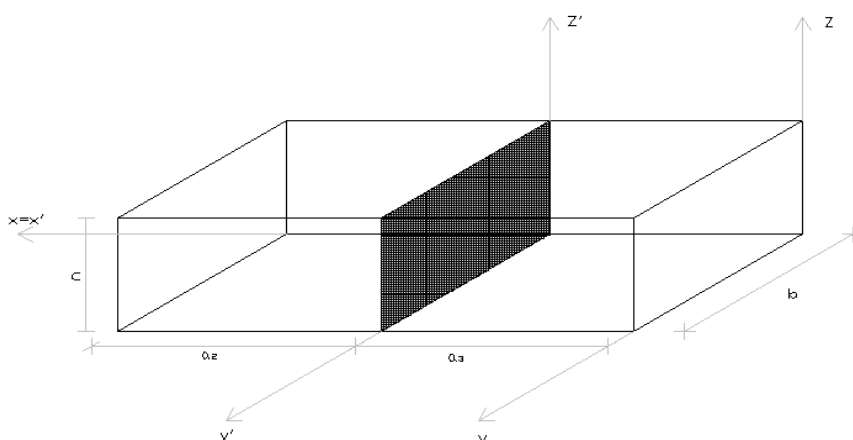


Figura 5.1 – Compartimentos e parede divisória.

Assumindo que todas as superfícies da envolvente do compartimento emissor são rígidas, a pressão sonora gerada em (x', y', z') por uma fonte sonora pontual, com velocidade volumétrica Q , localizada em (x'_0, y'_0, z'_0) , é dada pela equação (2.31), a qual se reproduz para simplificar a exposição

$$p(x', y', z') = -j \frac{8Q\omega\rho_0 c_0^2}{a_2 bc} \sum_{l_2, m_2, n_2=0}^{\infty} \left[\frac{\varphi_{l_2 m_2 n_2}(x', y', z') \varphi_{l_2 m_2 n_2}(x'_0, y'_0, z'_0)}{\omega^2 - (\omega_{l_2 m_2 n_2} + j\delta_2)^2} \right] \quad (5.1)$$

Por outro lado, o campo de velocidades induzido numa placa por um determinado campo de pressões $p(y, z)$ é dado pela equação (3.29), a qual também se reproduz

$$v_x(y, z) = j \frac{4\omega}{m'' bc} \sum_{m_1, n_1=1}^{\infty} \left[\frac{\varphi_{m_1 n_1}(y, z) \int_0^b \int_0^c p(y, z) \varphi_{m_1 n_1}(y, z) dy dz}{\omega_{m_1 n_1}^2 (1 + j\eta) - \omega^2} \right] \quad (5.2)$$

Assumindo que o campo de pressões que induz a vibração da placa resulta apenas das pressões sonoras geradas por acção da fonte sonora pontual no compartimento emissor, de acordo com a equação (5.1), sobre a superfície da parede de separação entre compartimentos, pode calcular-se o campo de velocidades da parede por substituição de $p(y, z)$ na equação (5.2) por $p(0, y', z')$, obtido pela equação (5.1), do que resulta

$$v_x(y, z) = \frac{32Q\omega^2\rho_0 c_0^2}{m'' a_2 bc \pi^2} \sum_{m_1, n_1=1}^{\infty} \left\{ \frac{\varphi_{m_1 n_1}(y, z)}{\omega_{m_1 n_1}^2 (1 + j\eta) - \omega^2} \sum_{l_2, m_2, n_2=0}^{\infty} \left[\frac{\varphi_{l_2 m_2 n_2}(x'_0, y'_0, z'_0) \xi_{m_1 n_1 m_2 n_2}}{\omega^2 - (\omega_{l_2 m_2 n_2} + j\delta_2)^2} \right] \right\}, \quad (5.3)$$

onde,

$$\xi_{m_1 n_1 m_2 n_2} = \frac{[(-1)^{m_1+m_2} - 1][(-1)^{n_1+n_2} - 1]}{m_1 n_1 \left[\left(\frac{m_2}{m_1} \right)^2 - 1 \right] \left[\left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 - 1 \right]}. \quad (5.4)$$

Foi apresentado, no Capítulo 4, um modelo para previsão do campo sonoro induzido num compartimento por uma superfície em vibração assumindo que as restantes superfícies do compartimento são rígidas. Esse modelo, traduzido pela equação (4.26), a qual se reproduz para, mais uma vez, simplificar a exposição, considera o acoplamento entre o campo de vibração da parede e o campo sonoro gerado no compartimento através de um factor de acoplamento dado pela equação (4.9) também aqui reproduzida

$$p(x, y, z) = -j\omega\rho_0 \sum_{l_3, m_3, n_3=0}^{\infty} \left[\frac{8c_0^2 (-1)^{l_3} C_{m_3 n_3} \varphi_{l_3 m_3 n_3}(x, y, z)}{a_3 bc \left[(\omega_{l_3 m_3 n_3} + j\delta_3)^2 - \omega^2 \right]} \right] \quad (5.5)$$

$$C_{m_3 n_3} = \int_0^b \int_0^c f(y, z) \cos\left(\frac{m_3 \pi y}{b}\right) \cos\left(\frac{n_3 \pi z}{c}\right) dy dz \quad (5.6)$$

A função $f(y, z)$ descreve a distribuição de velocidades na placa, pelo que se pode escrever $f(y, z) = v_x(y, z)$, onde $v_x(y, z)$ é o campo de velocidades descrito pela equação (5.3). Assim, introduzindo a equação (5.3) na equação (5.6) e resolvendo o integral, obtém-se

$$C_{m_3 n_3} = \frac{32Q\omega^2 \rho_0 c_0^2}{m'' a_2 \pi^4} \sum_{m_1, n_1=1}^{\infty} \left\{ \frac{\xi_{m_1 n_1 m_3 n_3}}{\omega_{m_1 n_1}^2 (1 + j\eta) - \omega^2} \sum_{l_2, m_2, n_2=0}^{\infty} \left[\frac{\varphi_{l_2 m_2 n_2}(x'_0, y_0, z_0) \xi_{m_1 n_1 m_2 n_2}}{\omega^2 - (\omega_{l_2 m_2 n_2} + j\delta_2)^2} \right] \right\}, \quad (5.7)$$

onde

$$\xi_{m_1 n_1 m_3 n_3} = \left[\frac{[(-1)^{m_1+m_3} - 1][(-1)^{n_1+n_3} - 1]}{m_1 n_1 \left[\left(\frac{m_3}{m_1}\right)^2 - 1 \right] \left[\left(\frac{n_3}{n_1}\right)^2 - 1 \right]} \right]. \quad (5.8)$$

Finalmente, substituindo $C_{m_3 n_3}$ na equação (5.5) pela equação (5.7), obtém-se o campo de pressões sonoras no compartimento receptor originado por uma fonte sonora pontual localizada no compartimento emissor

$$p(x, y, z) = j \frac{256Q\omega^3 \rho_0^2 c_0^4}{m'' a_2 a_3 b c \pi^4} \times \sum_{l_3, m_3, n_3=0}^{\infty} \left[\frac{(-1)^{l_3} \varphi_{l_3 m_3 n_3}(x, y, z)}{(\omega_{l_3 m_3 n_3} + j\delta_3)^2 - \omega^2} \times \dots \right. \\ \left. \dots \times \sum_{m_1, n_1=1}^{\infty} \left\{ \frac{\xi_{m_1 n_1 m_3 n_3}}{\omega_{m_1 n_1}^2 (1 + j\eta) - \omega^2} \sum_{l_2, m_2, n_2=0}^{\infty} \left[\frac{\varphi_{l_2 m_2 n_2}(x'_0, y_0, z_0) \xi_{m_1 n_1 m_2 n_2}}{(\omega_{l_2 m_2 n_2} + j\delta_2)^2 - \omega^2} \right] \right\} \right]. \quad (5.9)$$

5.3. IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO

O modelo descrito pela equação (5.9) pode ser convertido num programa de cálculo automático com relativa facilidade.

O programa de execução, cujo algoritmo se apresenta em Anexo, é dividido em três secções. Na primeira, são determinados os modos acústicos do compartimento emissor e receptor, os quais são contados, ordenados e armazenados em matrizes com a forma $[(l, m, n, \omega_{lmn}) \times N_{comp}]$, onde N_{comp} é o número de modos acústicos de cada compartimento, fixado em função da frequência máxima analisada de modo a obter uma resposta que contabilize os efeitos da sobreposição modal no intervalo de frequências de interesse. De facto, de acordo com a equação (5.9), a pressão sonora instalada resulta do somatório de contribuições de cada modo acústico e de vibração. Considera-se, em geral, suficiente admitir uma frequência duas vezes

superior ao limite anteriormente estabelecido, pelo que, tendo em conta o intervalo de frequências de interesse, a frequência máxima adoptada será de 900 Hz (4×225 Hz). Na segunda secção, os modos de vibração da placa são contados, ordenados e armazenados numa matriz com a forma $[(m_1, n_1, \omega_{m_1 n_1}) \times N_{placa}]$, onde N_{placa} corresponde ao número de modos da placa considerados, o qual também depende da frequência máxima analisada. Na terceira secção, a equação (5.9) é resolvida. Este cálculo envolve um grande número de somas, cujo tempo de processamento num computador depende muito da máxima frequência considerada para análise. No algoritmo presente em Anexo, é também resolvida a equação (2.31), para comparação dos valores da pressão sonora no compartimento emissor e receptor, com o objectivo de, posteriormente, calcular a redução sonora conferida pela parede de separação.

5.4. VALIDAÇÃO DO MODELO

Para validar o modelo, recorreu-se a resultados experimentais obtidos por Maluski [5] com base num modelo à escala. Convém mostrar que, dada a especificidade do modelo em análise e o intervalo de frequências analisado, são escassas as fontes bibliográficas com resultados experimentais que possam servir para validar o modelo.

Na Figura 5.2, é ilustrado o modelo à escala utilizada por Maluski [5] para caracterizar experimentalmente a transmissão de ruído aéreo. As paredes envolventes do modelo foram executadas em madeira maciça com 18 mm de espessura, coladas e aparafusadas de forma a constituírem cantos rígidos, os quais foram por sua vez selados com mástique para evitar fugas acústicas.

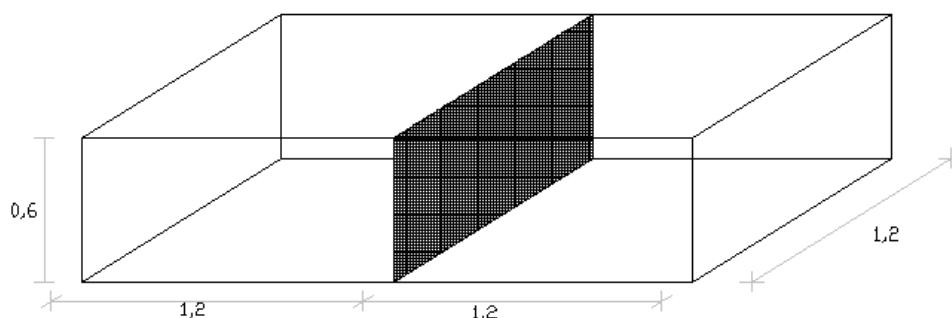


Figura 5.3 – Dimensões (m) dos compartimentos e da parede divisória.

Foram testadas placas de separação entre compartimentos em perspex com espessuras de 5 e 10 mm e com dimensões de 1.43 x 0.83 m. As propriedades da placa são apresentadas na Tabela 5.1.

Propriedade	Valor	Unidades
E	5600000000	N/m ²
h	0.005 e 0.010	m
ρ	1200	kg/m ³
v	0.4	-

Tabela 5.1 - Propriedades da placa.

A placa foi afixada ao compartimento emissor usando parafusos espaçados de 100 mm ao longo do perímetro. Os dois lados do painel de perspex foram também selados por mástique flexível.

O modelo à escala foi colocado numa sala com baixo ruído de fundo, sobre uma camada espessa de espuma resiliente para reduzir os efeitos da vibração do pavimento.

A fonte sonora pontual e o microfone do compartimento receptor foram colocados, respectivamente, nas posições com coordenadas $(x'_0, y_0, z_0) = (1.15, 1.15, 0.05)$ e $(x, y, z) = (0.8, 0.7, 0.4)$. O microfone para medição da pressão sonora no compartimento emissor foi colocado na posição $(x', y', z') = (0.7, 0.8, 0.4)$, de acordo com os referenciais da Figura 5.1.

Para efeitos de aplicação do modelo descrito pela equação (5.9), considerou-se uma temperatura ambiente de 22.5 °C, com uma humidade relativa de 50%. A velocidade volumétrica da fonte sonora pontual foi determinada de forma iterativa por comparação com os resultados experimentais. Esta abordagem é suficiente uma vez que o objectivo da dissertação é a apresentação de um método de previsão do isolamento a ruído aéreo de divisórias nas baixas frequências. Uma vez que o isolamento se baseia na diferença de níveis sonoros entre o local emissor e o receptor, torna-se pouco importante conhecer, com exactidão, a potência da fonte sonora.

Os valores dos coeficientes de absorção temporal δ_2 e δ_3 foram determinados com base no tempo de reverberação estimado para os compartimentos emissor e receptor, respectivamente, conforme descrito nos Capítulos 2 e 4. O tempo de reverberação foi estimado, em ambos os compartimentos com base na expressão de Sabine,

$$T_R = \frac{0.161 V}{A_{eq}}, \quad (5.10)$$

onde V (m³) é o volume do compartimento e A_{eq} (m²) é a área de absorção sonora equivalente, obtida pela multiplicação da superfície total da envolvente do compartimento pelo coeficiente global de absorção sonora da superfície, α . Assumiu-se, em ambos os compartimentos, que $\alpha = 0.02$.

O factor de perdas de placas (η) foi também considerado igual a 0.02.

Nas Figuras 5.3 e 5.4, apresentam-se espectros de Fourier do nível de pressão sonora medidos e previstos no compartimento receptor com a placa de perspex de 5 e 10 mm.

O nível de pressão sonora, em decibel (dB), é dado por

$$L_p = 10 \log \left(\frac{\text{Mag}(p)^2}{2 \times p_{ref}^2} \right) = 20 \log \left(\frac{\text{Mag}(p)}{\sqrt{2} \times p_{ref}} \right) \text{ (dB)}, \quad (5.11)$$

onde $p_{ref} = 20 \mu Pa$ é a pressão sonora de referência, correspondente ao limiar de audibilidade humano e $\text{Mag}(p)/\sqrt{2}$ é o valor eficaz da magnitude da pressão sonora, a qual é dada por

$$\text{Mag}(p) = \sqrt{\text{Re}(p)^2 + \text{Im}(p)^2}. \quad (5.12)$$

Maluski [5] apresentou os resultados experimentais entre os 100 e os 800 Hz. Na presente dissertação foram analisadas as frequências compreendidas entre os 50 Hz e os 800 Hz.

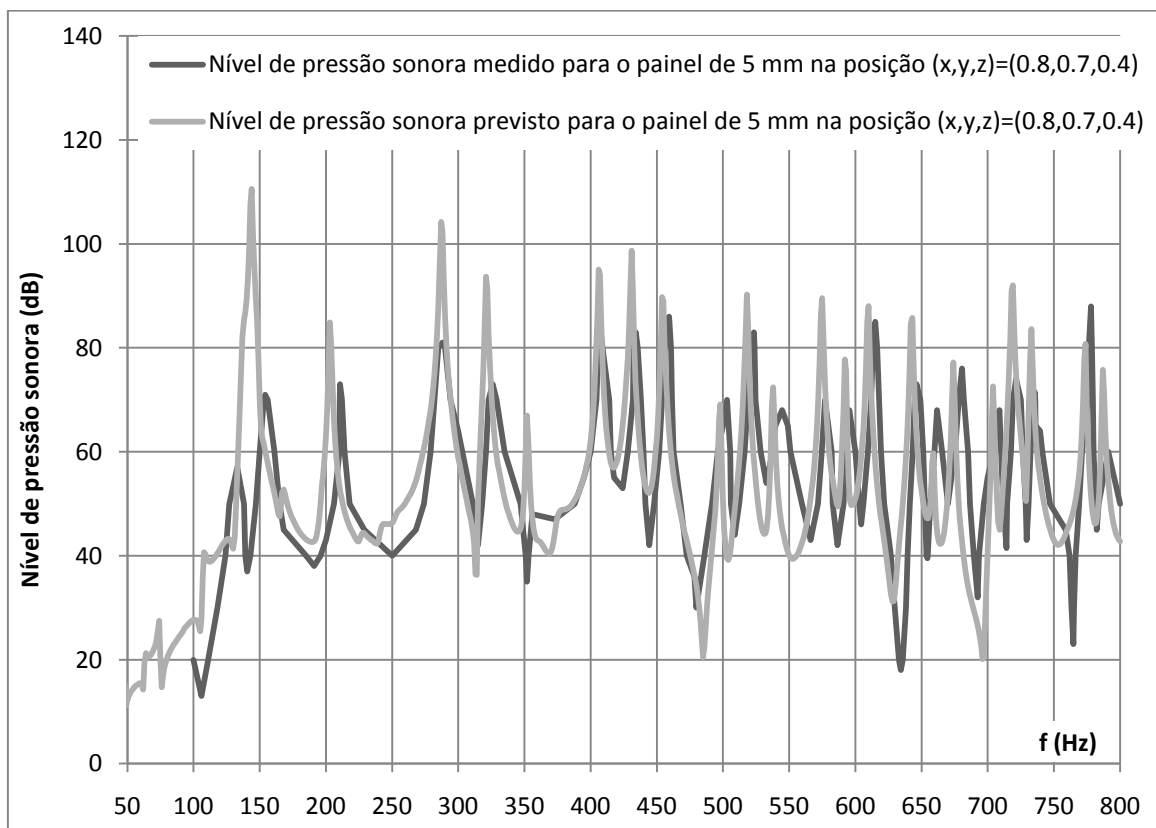


Figura 5.4 – Nível de pressão sonora medido e previsto com base na equação (5.9) para a placa de 5 mm e para a posição $(x, y, z) = (0.8, 0.7, 0.4)$.

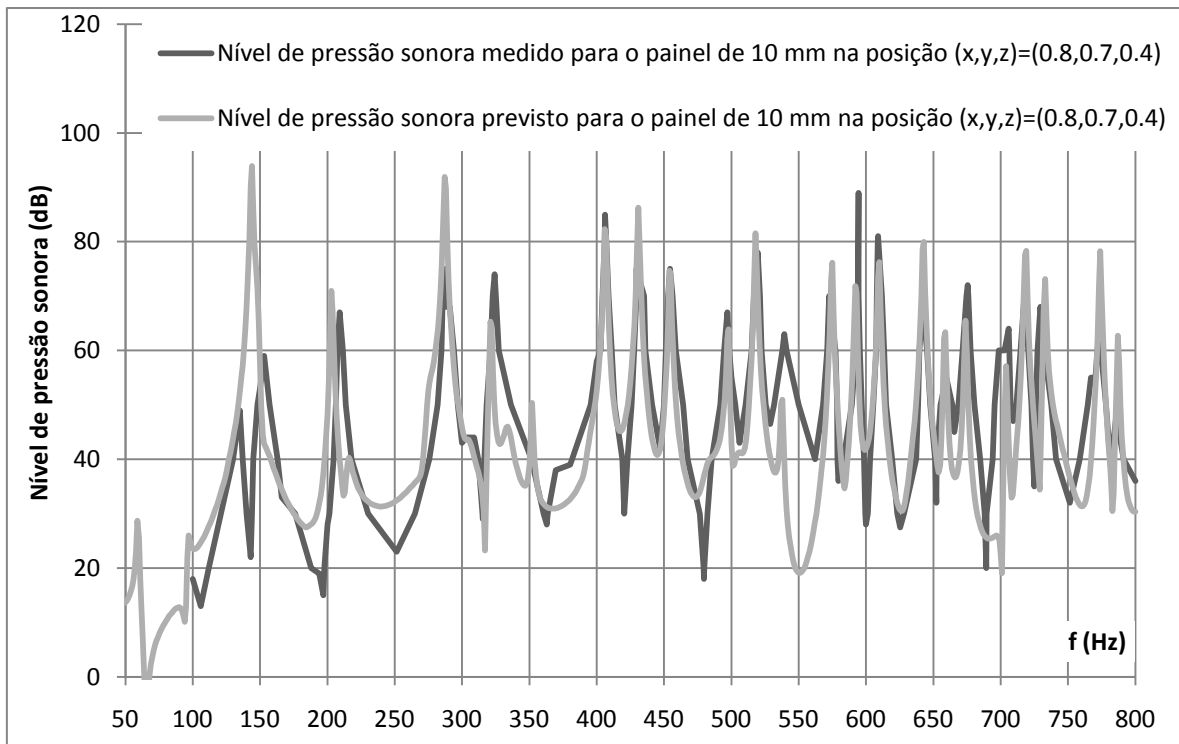


Figura 5.5 – Nível de pressão sonora medido e previsto com base na equação (5.9) para a placa de 10 mm e para a posição $(x, y, z) = (0.8, 0.7, 0.4)$.

Os picos sonoros visíveis nas Figuras 5.3 e 5.4 correspondem a modos acústicos dos compartimentos. Os resultados demonstram claramente o comportamento modal dos campos sonoros nas baixas frequências, o qual é controlado pelas propriedades da parede divisória mas também, e principalmente, pela geometria do compartimento. Observa-se que os modos de vibração da placa parecem afectar a pressão sonora com maior visibilidade apenas nas muito baixas frequências, abaixo do primeiro modo acústico do compartimento receptor [12].

Por inspecção visual das Figuras 5.3 e 5.4, conclui-se que existe, em geral, uma boa concordância entre o nível da pressão sonora medido e previsto. O grau de concordância é praticamente idêntico para ambos os painéis de separação. Contudo, nota-se que a pressão sonora prevista pela equação (5.9) é, em geral, superior à obtida experimentalmente, em especial nas frequências correspondentes aos primeiros modos acústicos. Este efeito pode ser minorado considerando um maior coeficiente global de absorção sonora dos compartimentos ou um menor factor de perdas da placa de separação. De facto, é possível que a absorção nas paredes do modelo experimental seja superior ao considerado.

De qualquer forma, existem sempre imperfeições (distorções geométricas, incerteza nos parâmetros estruturais) que podem levar a discrepâncias experimentais significativas relativamente a resultados obtidos por modelos teóricos [13]. A grande diferença entre a pressão sonora medida e prevista em torno dos 150 Hz pode ser explicada por este tipo de factores.

Nas Figuras 5.5 e 5.6 é apresentada a diferença de níveis sonoros registada com as placas de 5 e 10 mm, respectivamente, entre a posição $(x', y', z') = (0.7, 0.8, 0.4)$ no compartimento emissor e a posição $(x, y, z) = (0.8, 0.7, 0.4)$ no compartimento receptor.

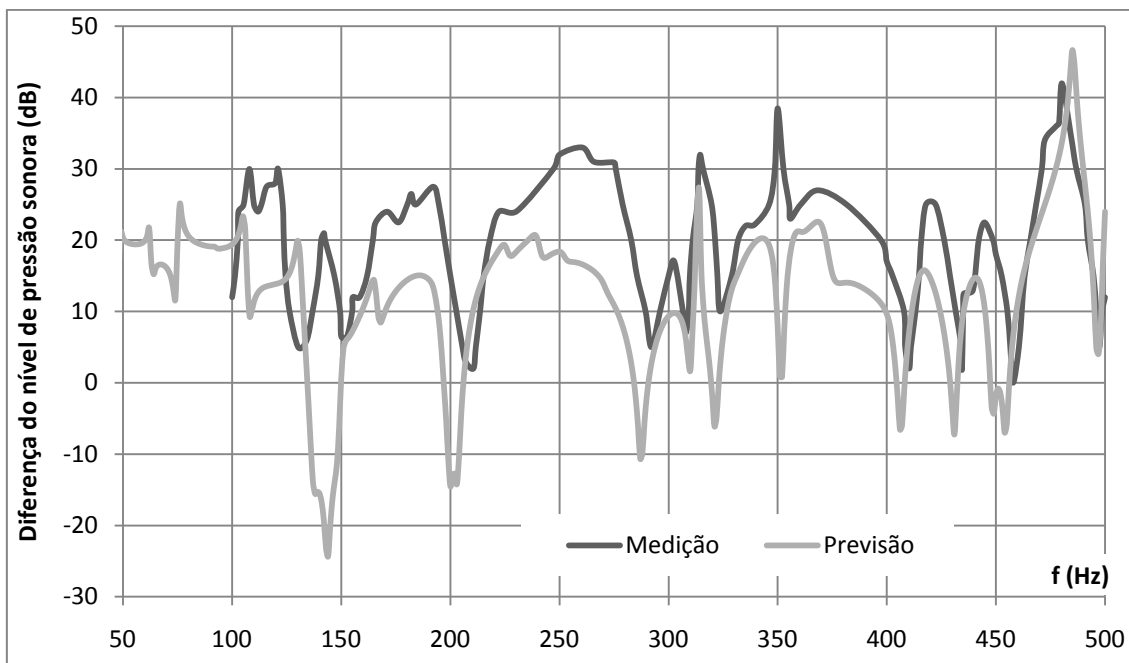


Figura 5.6 – Diferença do nível de pressão sonora entre a posição $(x', y', z') = (0.7, 0.8, 0.4)$ do compartimento emissor e a posição $(x, y, z) = (0.8, 0.7, 0.4)$ do compartimento receptor para o painel de 5 mm.

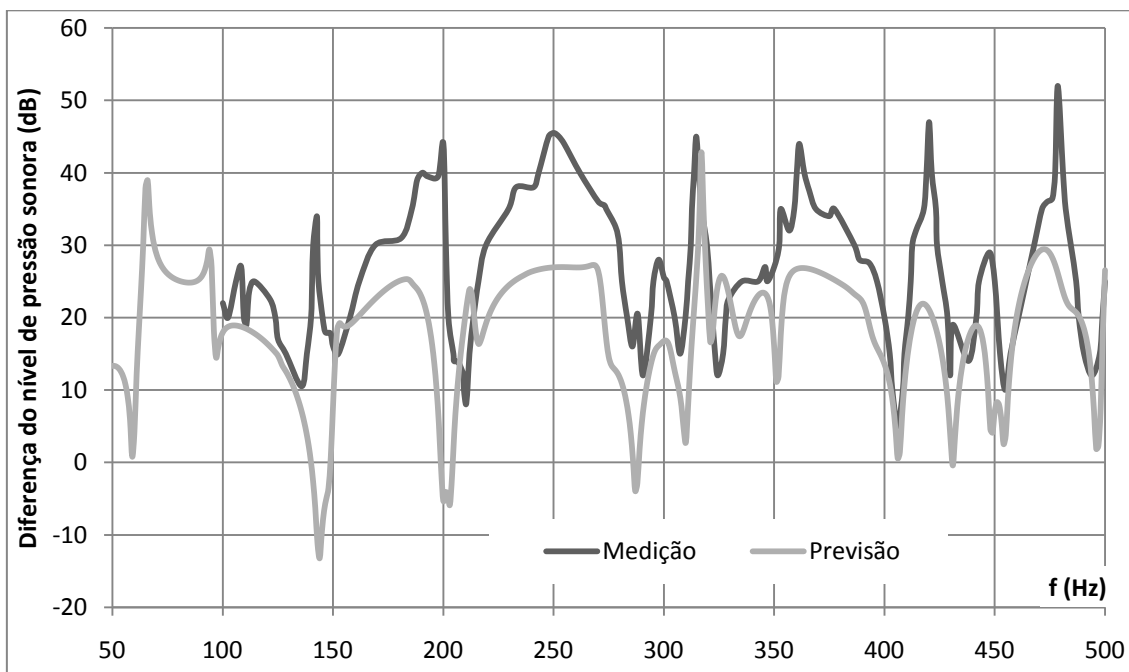


Figura 5.7 – Diferença do nível de pressão sonora entre a posição $(x', y', z') = (0.7, 0.8, 0.4)$ do compartimento emissor e a posição $(x, y, z) = (0.8, 0.7, 0.4)$ do compartimento receptor para o painel de 10 mm.

Analisando as Figuras 5.5 e 5.6, conclui-se que, apesar da forma das curvas ser semelhante, o modelo tende a subestimar o isolamento sonoro. Este efeito é mais evidente nas frequências mais baixas. Novamente, pode explicar-se esta discrepância com o facto da absorção real das paredes no modelo experimental ser superior à considerada no modelo teórico.

Apesar das diferenças acima apontadas, pode considerar-se que, tendo em conta as dificuldades do problema, a equação (5.9) está validada experimentalmente. Pode ainda acrescentar-se que Maluski [5] utilizou o método dos elementos finitos para prever o isolamento a ruído aéreo e que os resultados obtidos com esse método aparentam ter uma menor concordância com os resultados experimentais do que os resultados obtidos pelo método da análise modal aqui proposto.

5.5. CONCLUSÕES

Foi desenvolvido um modelo para determinar a transmissão de ruído aéreo entre compartimentos paralelepípedicos.

O modelo desenvolvido é fácil de implementar num programa de cálculo automático. Requer, contudo, um elevado tempo de computação, devido ao grande número de somatórios exigidos. Sendo deduzido através da análise modal, este modelo permite uma melhor interpretação dos resultados do que outros métodos numéricos.

O modelo foi validado experimentalmente, recorrendo a resultados laboratoriais obtidos por Maluski [5]. Uma vez validado, o modelo permite estudar, com segurança, a influência de diversos parâmetros como as dimensões dos compartimentos e a posição da fonte sonora ou do receptor no isolamento a ruído aéreo de divisórias. No Capítulo 7, é analisado um conjunto de casos de estudo que mostram a influência destes parâmetros.

6. NORMA EN 12354-1:2000

6.1. INTRODUÇÃO

A norma EN 12354-1 [N.1] apresenta um método para estimativa do índice de redução sonora em bandas de frequências de terço de oitava. Neste Capítulo, descreve-se esse método, o qual se baseia nas teorias clássicas de acústico de salas e, ao contrário do modelo desenvolvido neste trabalho, não depende das dimensões dos compartimentos, da posição da fonte sonora ou do local de medição. É por este motivo que a norma EN 12354-1 [N.1] não se aplica a frequências abaixo dos 100 Hz. No entanto, utilizando o modelo desenvolvido no Capítulo 5 como referência, é possível avaliar o erro cometido nas baixas frequências, pelo método normalizado. Tal será efectuado no Capítulo 7, com o objectivo futuro de permitir a utilização do método normalizado de previsão do isolamento a ruído aéreo de divisórias também na região das baixas frequências para o que se deverá disponibilizar factores de correcção.

6.2. MÉTODO NORMALIZADO DE PREVISÃO DO ÍNDICE DE REDUÇÃO SONORA

O índice de redução sonora, R (dB), pode ser calculado em função do coeficiente de transmissão τ através de

$$R = -10 \log \tau \text{ (dB)}. \quad (6.1)$$

Esta equação está restringida a campos sonoros difusos, pretendendo-se, no entanto, a sua utilização em baixas frequências, onde o campo sonoro já não é considerado difuso [14].

Na Figura 6.1 é ilustrado o espectro do índice de redução sonora de uma divisória simples.

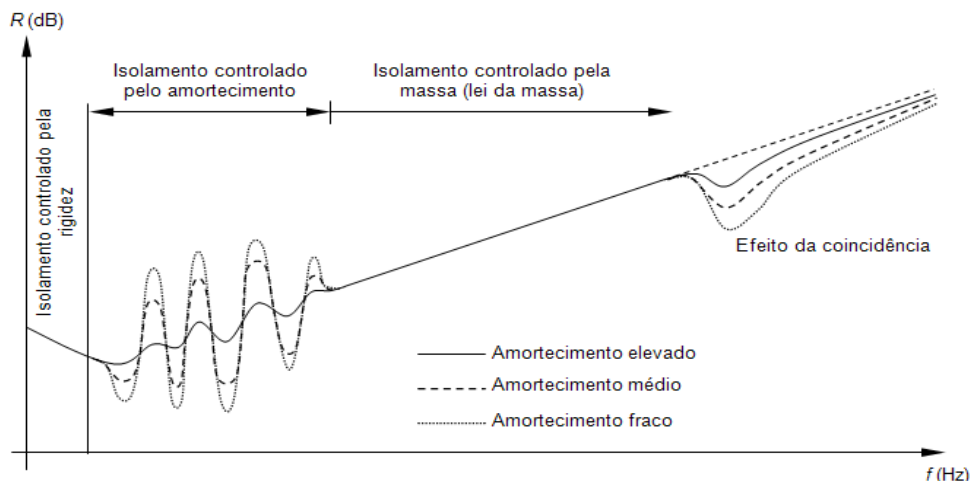


Figura 6.1 – Espectro do índice de redução sonora de uma divisória simples [15].

Segundo o Anexo B da norma EN 12354-1 [N.1], para elementos monólitos correntes o coeficiente de transmissão sonora pode ser obtido, com precisão, acima dos 100 Hz, através de

$$\tau = \left(\frac{2\rho_0 c_0}{2\pi f m''} \right)^2 \frac{\pi f_c \sigma^2}{2f \eta_{tot}} \quad \text{se } f > f_c; \quad (6.2)$$

$$\tau = \left(\frac{2\rho_0 c_0}{2\pi f m''} \right)^2 \frac{\pi \sigma^2}{2\eta_{tot}} \quad \text{se } f \approx f_c; \quad (6.3)$$

$$\tau = \left(\frac{2\rho_0 c_0}{2\pi f m''} \right)^2 \left(2\sigma_f + \frac{(I_1 + I_2)^2}{I_1^2 + I_2^2} \right) \sqrt{\frac{f_c}{f}} \frac{\sigma^2}{\eta_{tot}} \quad \text{se } f < f_c; \quad (6.4)$$

onde: ρ_0 (em kg/m^3) é a massa volúmica do ar; c_0 (em m/s) é a velocidade termodinâmica do som; $m'' = \rho h$ (em kg/m^2) é a massa por unidade de área da divisória; σ representa o factor de radiação da placa em regime livre; σ_f é o factor de radiação para transmissão forçada; e I_1 e I_2 (em m) são, respectivamente, a maior e a menor dimensão da divisória.

O factor de radiação pode ser considerado como a razão entre a energia de vibração da divisória em cada frequência e a energia de vibração correspondente à placa, funcionando como um pistão, com os bordos desligados das restantes paredes. Nas altas frequências, onde não se identificam modos acústicos ou estruturais com contribuições relevantes para o campo sonoro ou, de forma mais simples, onde os campos sonoros e de vibração são difusos, a divisória comporta-se como um pistão, apresentando, portanto, $\sigma \approx 1$. Nas baixas frequências, a contribuição de cada modo acústico e estrutural deve ser considerada, sendo portanto necessário contabilizar o factor de radiação para transmissão forçada.

A frequência crítica corresponde à coincidência entre a velocidade do som no ar e a velocidade de grupo das ondas de flexão na placa, ou seja, a velocidade de transporte da energia da onda num meio dispersivo, o que implica um aumento substancial de radiação sonora da placa. Esta frequência é dada em elementos homogéneos por $f_c = c_0^2 / (1.8c_L h)$, onde c_L (em m/s) é a velocidade de propagação das ondas longitudinais no material e h (em m) é a espessura da placa. O factor de perdas, η_{tot} , para a situação de laboratório, pode ser determinado segundo o Anexo C da norma EN 12354-1 [N.1], por

$$\eta_{tot} = \eta_{int} + \frac{m''}{485\sqrt{f}}, \quad (6.5)$$

onde η_{int} é o factor que corresponde às perdas internas do elemento e pode ser considerado igual a 0.01 para elementos com $m'' < 800 \text{ kg/m}^2$ [N.1].

A velocidade de propagação das ondas longitudinais pode ser calculada simplificadamente através da equação [8]

$$c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}} \text{ (m/s)}, \quad (6.6)$$

onde E (em Pa) é o módulo de elasticidade do material, ρ (em kg/m³) é a massa volúmica do material e ν é o coeficiente de Poisson.

O factor de radiação para transmissão forçada [16] é calculado por

$$\sigma_f = 0.5[\ln(k_0\sqrt{I_1 I_2}) - \Lambda]; \quad \sigma_f \leq 2, \quad (6.7)$$

onde $k_0 = 2\pi f/c_0$ e,

$$\Lambda = -0.964 - \left(0.5 + \frac{I_2}{\pi I_1}\right) \ln \frac{I_2}{I_1} + \frac{5 I_2}{2\pi I_1} - \frac{1}{4\pi I_1 I_2 k_0^2}. \quad (6.8)$$

O factor de radiação em regime livre [17] é calculado a partir dos factores:

$$\sigma_1 = \frac{1}{\sqrt{1-f_c/f}}; \quad (6.9)$$

$$\sigma_2 = 4I_1 I_2 \left(\frac{f}{c_0}\right)^2; \quad (6.10)$$

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{2\pi f(I_1 + I_2)}{16c_0}}. \quad (6.11)$$

Se $f_{11} = \frac{c_0^2}{4f_c} \left(\frac{1}{I_1^2} + \frac{1}{I_2^2}\right) \leq f_c/2$, então:

- Para $f > f_c$:

$$\sigma = \sigma_1;$$

- Para $f < f_c$:

$$\sigma = \frac{2(I_1 + I_2) c_0}{I_1 I_2 f_c} \delta_1 + \delta_2,$$

Com $\lambda = \sqrt{f/f_c}$ e

$$\delta_1 = \left(\frac{(1 - \lambda^2) \ln \frac{1 + \lambda}{1 - \lambda} + 2\lambda}{4\pi^2(1 - \lambda^2)^{1.5}} \right);$$

Para $f > f_c/2$:

$$\delta_2 = 0;$$

Caso contrário:

$$\delta_2 = \frac{8c_0^2(1 - 2\lambda^2)}{f_c^2 \pi^4 I_1 I_2 \lambda \sqrt{1 - \lambda^2}}.$$

Para $f < f_{11} < f_c/2$ e $\sigma > \sigma_2$:

$$\sigma = \sigma_2.$$

Se $f_{11} > f_c/2$, então:

- Para $f < f_c$ e $\sigma_2 < \sigma_3$:

$$\sigma = \sigma_2;$$

- Para $f > f_c$ e $\sigma_1 < \sigma_3$:

$$\sigma = \sigma_1;$$

- Caso contrário:

$$\sigma = \sigma_3.$$

Em qualquer dos casos anteriores, $\sigma \leq 2.0$.

Estas equações são válidas para uma placa rodeada por um deflector infinito. Contudo, em edifícios, as divisórias estão normalmente rodeadas por elementos ortogonais, os quais podem fazer aumentar a eficiência da radiação para frequências significativamente inferiores à frequência crítica por um factor de 2 (modos dos bordos) até 4 (modos dos cantos).

Acima da frequência crítica, esta frequência é substituída nos cálculos por uma frequência crítica efectiva, $f_{c,eff}$, para ter em conta outros tipos de onda relevantes, tal como as ondas de corte, para painéis espessos e/ou frequências mais altas [18,19], de acordo com

Para $f < f_p$:

$$f_{c,eff} = f_c \left(4.05 \frac{hf}{c_L} + \sqrt{1 + \left(4.05 \frac{hf}{c_L} \right)^2} \right); \quad (6.12)$$

Para $f \geq f_p$:

$$f_{c,eff} = 2f_c \left(\frac{f}{f_p} \right); \quad (6.13)$$

onde $f_p = c_L / (5.5 h)$.

Recorrendo a uma folha de cálculo o método normalizado para a determinação do índice de redução sonora é implementado com facilidade.

6.3. DISCUSSÃO

Foi apresentado o modelo de cálculo normalizado do índice de redução sonora da divisória, o qual se aplica para bandas de frequências iguais ou superiores a 100 Hz. O modelo será utilizado no Capítulo 7, para comparação com o método de análise modal desenvolvido no Capítulo 5, com vista à extensão futura do método normalizado à região das baixas frequências com base na utilização de factores de correcção.

7. ANÁLISE PARAMÉTRICA

7.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo, é efectuada a análise de um conjunto de casos de estudo com o objectivo de avaliar o efeito no isolamento a ruído aéreo de factores como as dimensões dos compartimentos, as propriedades da divisória, a posição da fonte sonora e a posição do microfone para registo das pressões sonoras nos compartimentos. Para tal, serão analisados 104 casos de estudo.

O modelo de cálculo desenvolvido no Capítulo 5 é adequado para a realização da análise paramétrica acima descrita, mas dificilmente será utilizado num gabinete de projecto corrente, pelo que é importante avaliar o erro associado à utilização do modelo normalizado de previsão do isolamento a ruído aéreo nas baixas frequências. Tal permitirá, numa fase posterior, determinar factores de correcção aplicáveis, na região das baixas frequências, ao método normalizado descrito no Capítulo 6.

7.2. CASOS DE ESTUDO

Trabalhos efectuados por diversos autores provaram que o índice de redução sonora na região das baixas frequências depende de vários parâmetros, tais como as dimensões dos compartimentos, a posição da fonte sonora, as propriedades do painel de separação, etc [11,20].

Uma das vantagens do método de previsão proposto, descrito pelas equações (2.31) e (5.9), reside no facto de ser puramente analítico e de evidenciar todos os factores determinantes para os resultados. A equação (5.9), que se reproduz para facilitar a exposição, permite identificar um conjunto de parâmetros eventualmente importantes.

$$\begin{aligned}
 p(x, y, z) = & j \frac{256Q\omega^3 \rho_0^2 c_0^4}{m'' a_2 a_3 b c \pi^4} \times \sum_{l_3, m_3, n_3=0}^{\infty} \left[\frac{(-1)^{l_3} \varphi_{l_3 m_3 n_3}(x, y, z)}{(\omega_{l_3 m_3 n_3} + j\delta_3)^2 - \omega^2} \times \dots \right. \\
 \dots \times & \left. \sum_{m_1, n_1=1}^{\infty} \left\{ \frac{\xi_{m_1 n_1 m_3 n_3}}{\omega_{m_1 n_1}^2 (1 + j\eta) - \omega^2} \sum_{l_2, m_2, n_2=0}^{\infty} \left[\frac{\varphi_{l_2 m_2 n_2}(x'_0, y_0, z_0) \xi_{m_1 n_1 m_2 n_2}}{(\omega_{l_2 m_2 n_2} + j\delta_2)^2 - \omega^2} \right] \right\} \right] \quad (7.1)
 \end{aligned}$$

- Dimensões dos compartimentos: a_2, a_3, b, c (m);
- Posição da fonte sonora: (x'_0, y_0, z_0) (m);
- Posição do ponto de medição: (x, y, z) (m);
- Massa por unidade de área numa placa: m'' (kg/m^2);
- Espessura da placa: h (m);
- Módulo de elasticidade do material da placa: E (N/m^2);
- Coeficiente de Poisson da placa: ν ;
- Absorção sonora dos compartimentos: δ_2 e δ_3 ;
- Factor de perdas da placa: η .

Destes parâmetros, os três primeiros não constam do método normalizado [N.1]. Como tal, a análise paramétrica irá incidir principalmente sobre as dimensões dos compartimentos e as posições do ponto de medição e da fonte sonora. Quanto aos coeficientes δ_2 e δ_3 , de acordo com Vieira de Melo [21], são em geral baixos nas baixas frequências, em virtude da reduzida absorção sonora das superfícies e objectos nessa gama de frequências.

O problema da avaliação da transmissão sonora nas baixas frequências é particularmente relevante para compartimentos com volumes inferiores a 50 m^3 como é o caso dos compartimentos correntes de habitação, onde se tem, em geral, áreas entre 10 e 20 m^2 . Algumas das configurações possíveis para estas áreas em compartimentos paralelepípedicos são apresentados na Tabela 7.1.

Dimensões em planta		Área (m^2)	Pé-direito c (m)	Volume (m^3)
a (m)	b (m)			
4.0	2.5	10.0	2.7	27.0
3.3	3.0	9.9	2.7	26.7
2.9	3.5	10.2	2.7	27.4
5.0	3.0	15.0	2.7	40.5
4.3	3.5	15.1	2.7	40.6
3.8	4.0	15.2	2.7	41.0
5.7	3.5	20.0	2.7	53.9
5.0	4.0	20.0	2.7	54.0
4.5	4.5	20.3	2.7	54.7

Tabela 7.1 – Configurações possíveis para quartos.

Considera-se um pé direito constante de 2.7 m em todas as simulações porque se constata que este parâmetro varia pouco nas situações correntes.

Caso	a_2	a_3	b	c
1	4.0	4.0	2.5	2.7
2	3.3	3.3	3.0	2.7
3	3.3	4.2	3.0	2.7
4	3.3	5.0	3.0	2.7
5	4.3	2.9	3.5	2.7
6	4.3	3.6	3.5	2.7
7	4.3	4.3	3.5	2.7
8	4.3	5.0	3.5	2.7
9	4.3	5.7	3.5	2.7
10	5.0	3.8	4.0	2.7
11	5.0	4.4	4.0	2.7
12	5.0	5.0	4.0	2.7
13	4.5	4.5	4.5	2.7

Tabela 7.2 – Casos de estudo.

A Figura 7.1 mostra que, com o modelo implementado, a largura (b) dos compartimentos e o pé-direito (c) são idênticos para os compartimentos emissor e receptor. Como tal, as configurações apresentadas na Tabela 7.1 podem ser organizadas como indicado na Tabela 7.2, onde se considera cinco áreas possíveis de parede divisória, com relação comprimento-altura entre 0.93 e 1.67. Para cada área de parede divisória são considerados diferentes comprimentos do compartimento receptor.

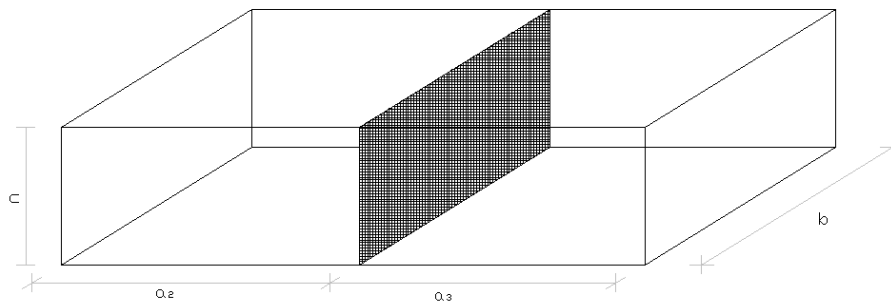


Figura 7.1 – Dimensões do compartimento emissor à esquerda e receptor à direita.

Conforme se ilustra na Figura 7.2, considera-se ainda, em cada um dos casos de estudo apresentados na Tabela 7.2, duas posições para a fonte sonora (F1, ao canto a 5 cm das paredes e do pavimento, e F2 ao centro) e duas posições possíveis para os microfones no compartimento emissor e receptor (M1, ao canto a 40 cm das paredes e pavimento, e M2 ao centro).

Com o objectivo de manter o máximo número de casos de estudo dentro de um limite aceitável, calculou-se a diferença de níveis sonoros apenas para duas posições do microfone para cada configuração de compartimentos e para cada posição da fonte sonora. Assim, o índice de redução sonora foi calculado considerando a posição M1 em ambos os compartimentos ou a posição M2, igualmente em ambos os compartimentos.

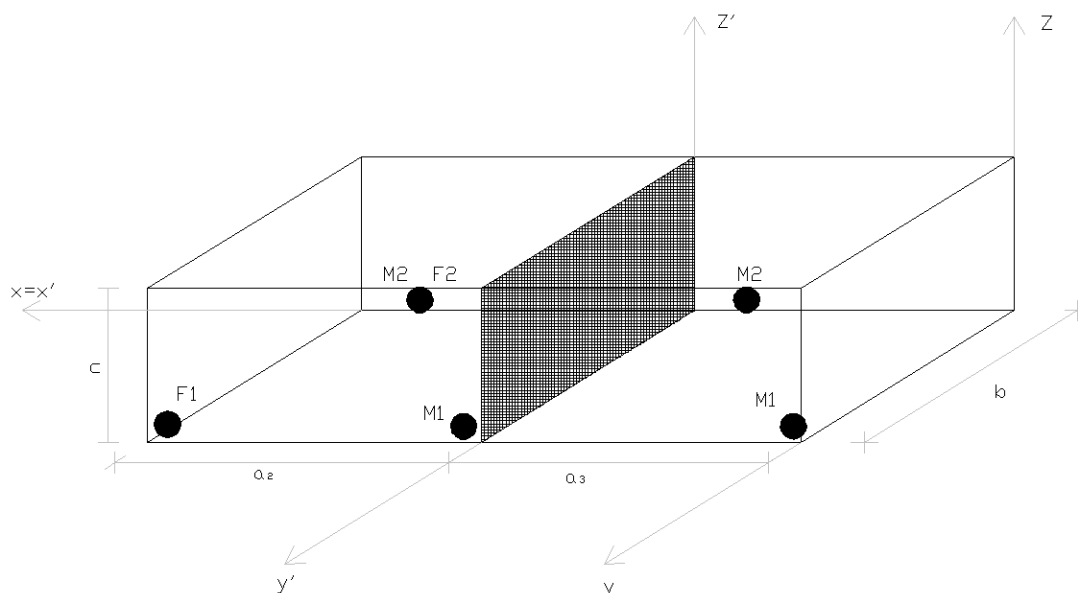


Figura 7.2 – Posições das fontes sonoras (F) e dos microfones (M).

Considerou-se ainda dois tipos de paredes de separação com as características apresentadas na Tabela 7.3.

	Parede de alvenaria	Parede de betão armado
E (GPa)	6.5	30
h (cm)	20	20
ρ (kg/m³)	1000	2400
ν	0.3	0.2

Tabela 7.3 - Propriedades da parede de tijolo de alvenaria cerâmico furado e rebocado e parede de betão.

No total, considerou-se 104 casos. Este número corresponde às 13 configurações dos compartimentos da Tabela 7.2 multiplicadas por duas posições da fonte sonora, por duas posições dos microfones nos compartimentos emissor e receptor e por dois tipos de parede divisória.

Para aplicação das equações (2.31) e (5.9), considerou-se uma temperatura ambiente de 22.5 °C e uma humidade relativa de 50%. O coeficiente global de absorção sonora dos compartimentos foi considerado igual a 0.02 e para o factor de perdas da placa assumiu-se $\eta = 0.01$.

Uma vez definidos os casos de estudo, é possível calcular então o índice de redução sonora associado a cada caso. De acordo com a norma EN 140-3, o índice de redução sonora é dado por

$$R = 20 \log \left[\frac{Mag(p_{emissor})}{Mag(p_{receptor})} \right] + 10 \log \left(\frac{S_{parede}}{A_{eq}} \right) \text{ (dB)}, \quad (7.2)$$

onde S_{parede} (m²) é a área da parede de separação ($S_{parede} = b \times c$) e A_2 (m²) é a área de absorção sonora equivalente do local receptor, que, no caso em estudo, se limita à área das paredes do compartimento receptor: $A_{eq} = 0.02 \times 2 \times (b \times c + a_3 \times b + a_3 \times c)$.

O índice de redução sonora foi calculado em banda estreita (1 Hz) com base na equação (7.2) e, posteriormente, convertido em bandas de terços de oitava.

Neste estudo, são analisadas as frequências compreendidas entre os 18 Hz e os 225 Hz, que correspondem aos limites inferior e superior das bandas de terços de oitava de 20 e 200 Hz, respectivamente. As frequências abaixo dos 20 Hz, por se situarem fora do intervalo de frequências audíveis pelo ser humano, têm importância reduzida em casos práticos. Relativamente às frequências acima dos 200 Hz, observa-se que, para dimensões correntes dos compartimentos dos edifícios de habitação, o campo sonoro instalado já não apresenta características modais.

Com o objectivo de acelerar a análise e, tendo em conta o carácter preliminar deste trabalho, considerou-se como máxima frequência analisada, o dobro do limite superior da frequência da banda de oitava de 200 Hz, isto é $2 \times 225 = 450$ Hz.

7.2.1. Posição do microfone

Para ilustrar o efeito da posição do microfone na transmissão de ruído aéreo, considerou-se os casos de estudo 2 e 3.

Na Figura 7.3 é apresentado o espectro de Fourier da magnitude da pressão sonora no centro do compartimento emissor e receptor para o caso 2, admitindo a fonte sonora no canto e divisória em alvenaria.

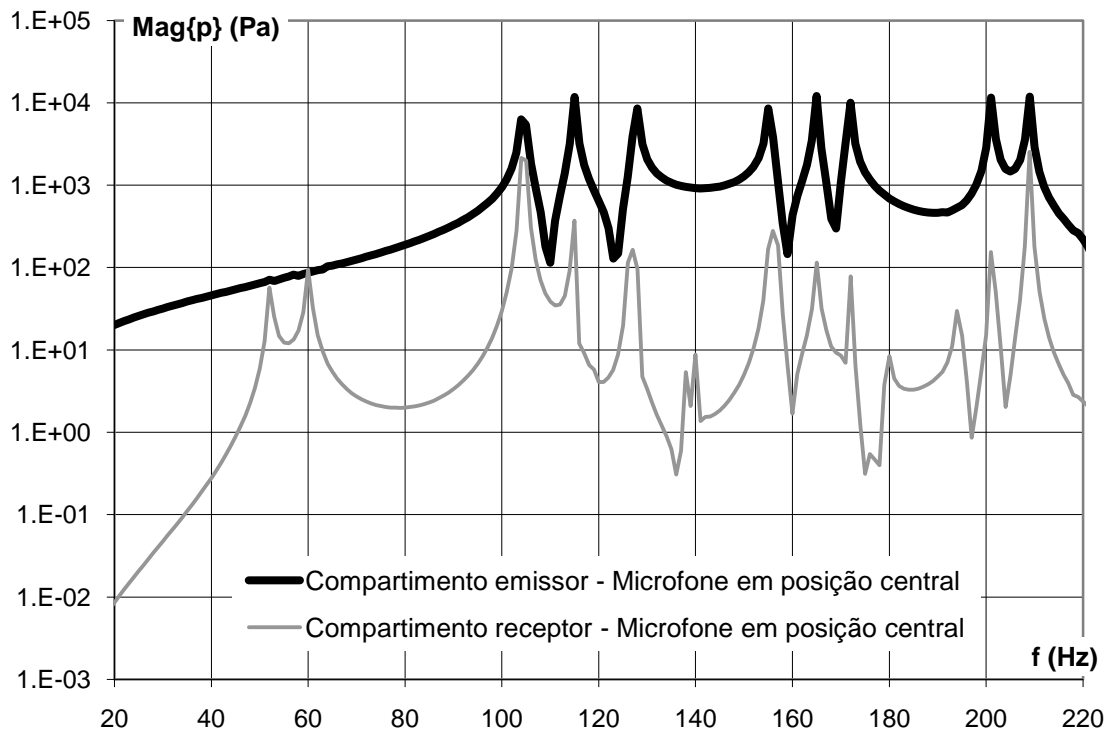


Figura 7.3 – Magnitude da pressão sonora para o Caso 2, com a fonte sonora no canto e a parede de alvenaria.

Na Figura 7.4 é apresentado o mesmo caso de estudo com pressões sonoras registadas no canto dos compartimentos.

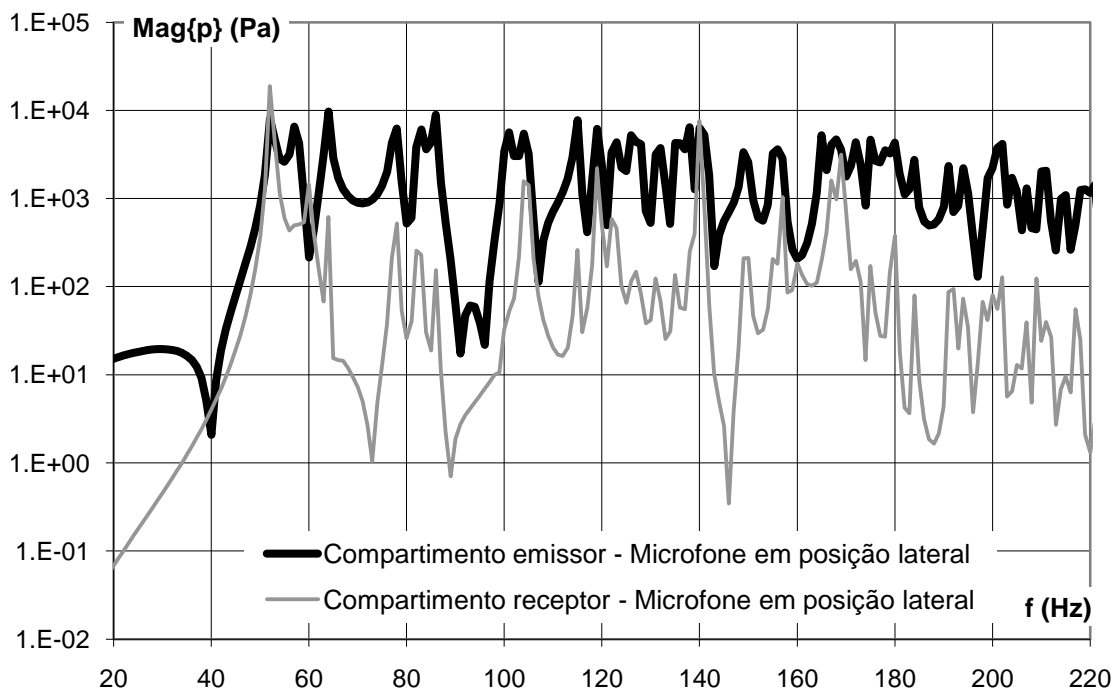


Figura 7.4 – Magnitude da pressão sonora para o Caso 2, com a fonte sonora no canto e a parede de alvenaria.

Por inspeção visual das Figuras 7.3 e 7.4, verifica-se claramente que, quando os microfones estão no centro, existem vários modos acústicos que não são excitados. Tal situação era esperada, pois o centro dos compartimentos corresponde a um ponto nodal de todos os modos acústicos com descritores pares. Esta conclusão é válida para todos os casos analisados.

Nas Figuras 7.5 e 7.6 são comparados os espectros do índice de redução sonora obtidos em bandas de terços de oitava para os Casos 2 e 3, em posições centrais e laterais dos compartimentos, respectivamente, considerando, mais uma vez, a fonte sonora no canto e a parede divisória de alvenaria.

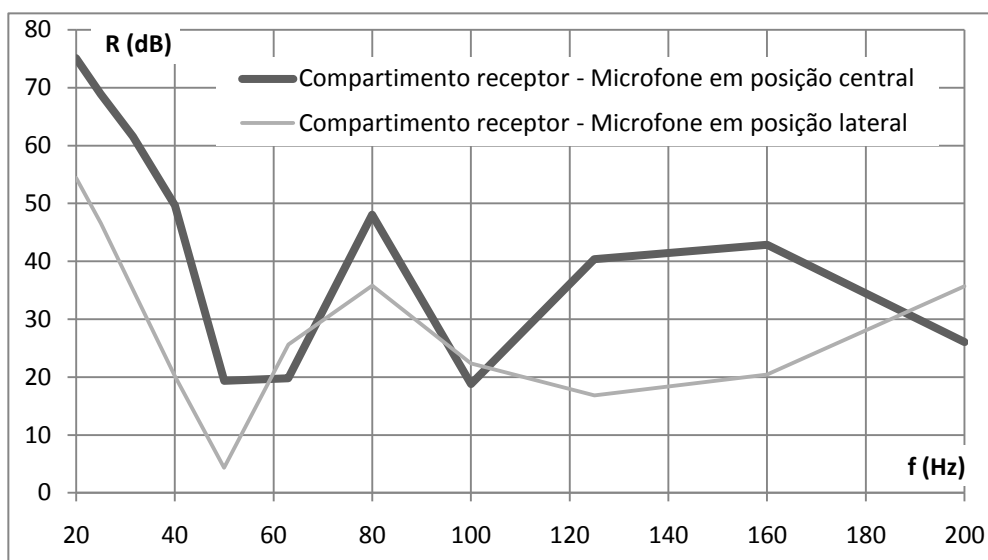


Figura 7.5 – Índice de redução sonora para o Caso 2, com a fonte sonora no canto e a parede de alvenaria.

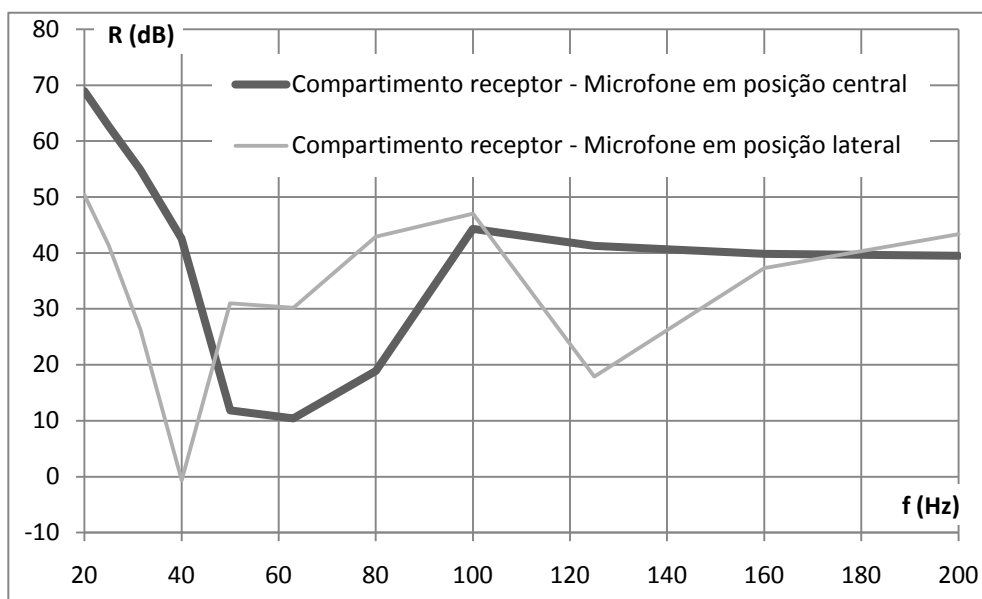


Figura 7.6 - Índice de redução sonora para o Caso 3, com a fonte sonora no canto e a parede em alvenaria.

Tal como esperado, o índice de redução sonora é, em geral, mais elevado quando se mede a pressão sonora no centro dos compartimentos. No entanto, em virtude do forte comportamento modal dos campos sonoros, em determinadas frequências, o índice de redução sonora medido no canto pode ser superior. Tal situação é evidente na Figura 7.6 e na Figura 7.7, a qual corresponde ao caso de estudo 3 com a fonte sonora no canto e a parede divisória em betão armado.

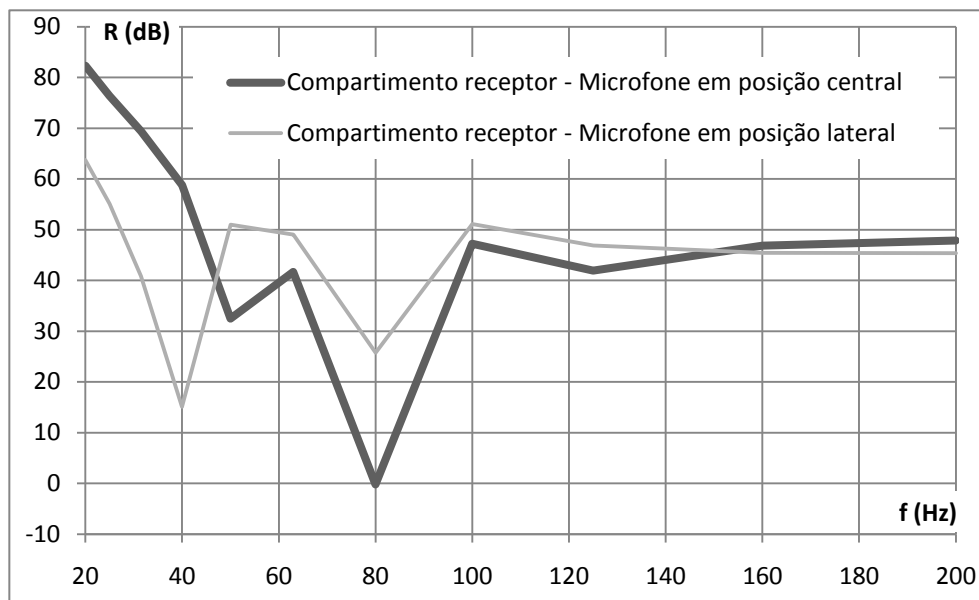


Figura 7.7 - Índice de redução sonora para o Caso 3, com a fonte sonora no canto e a parede em betão armado.

7.2.2. Posição da fonte sonora

Para ilustrar o efeito da posição da fonte sonora na transmissão de ruído aéreo a baixas frequências, apresentam-se, na Figura 7.8, os espectros de Fourier da magnitude da pressão sonora obtidos para o Caso de estudo 12, com a parede divisória em alvenaria, em posição central dos compartimentos emissor e receptor, considerando a fonte sonora no canto e no centro do compartimento emissor.

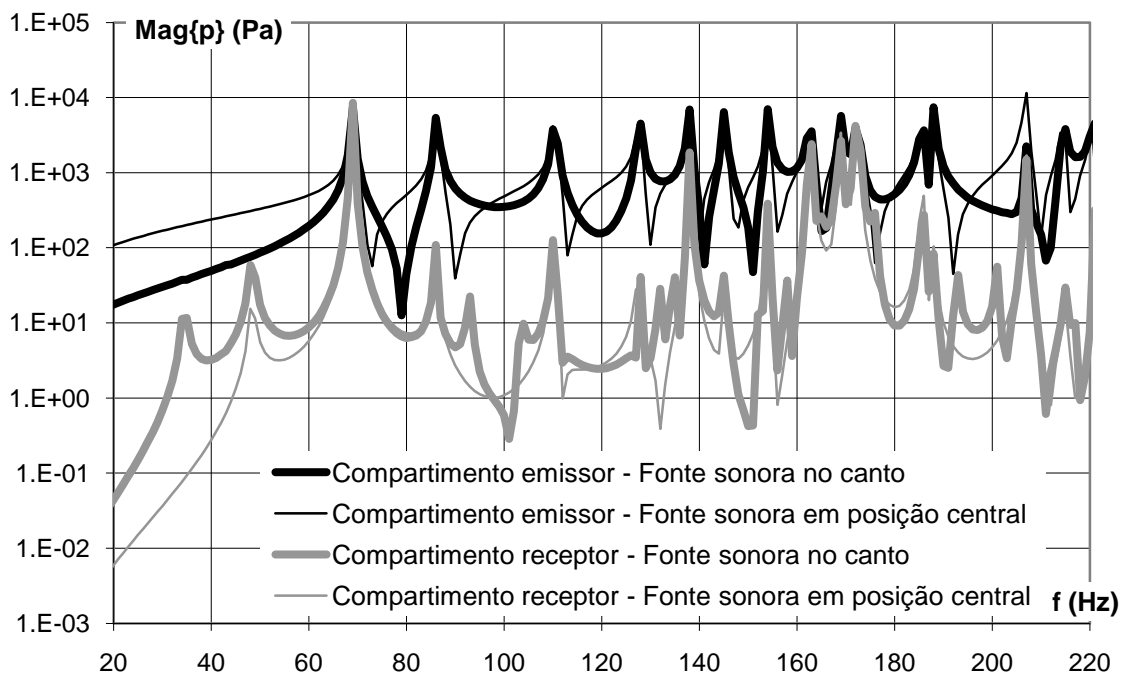


Figura 7.8 – Magnitude da pressão sonora para o Caso 12, com o microfone em posição central e a parede de alvenaria.

Na Figura 7.9 é apresentado o espectro de Fourier da diferença de níveis sonoros obtida no Caso de estudo 12, com a parede divisória em alvenaria, em posição central, considerando as duas posições da fonte sonora.

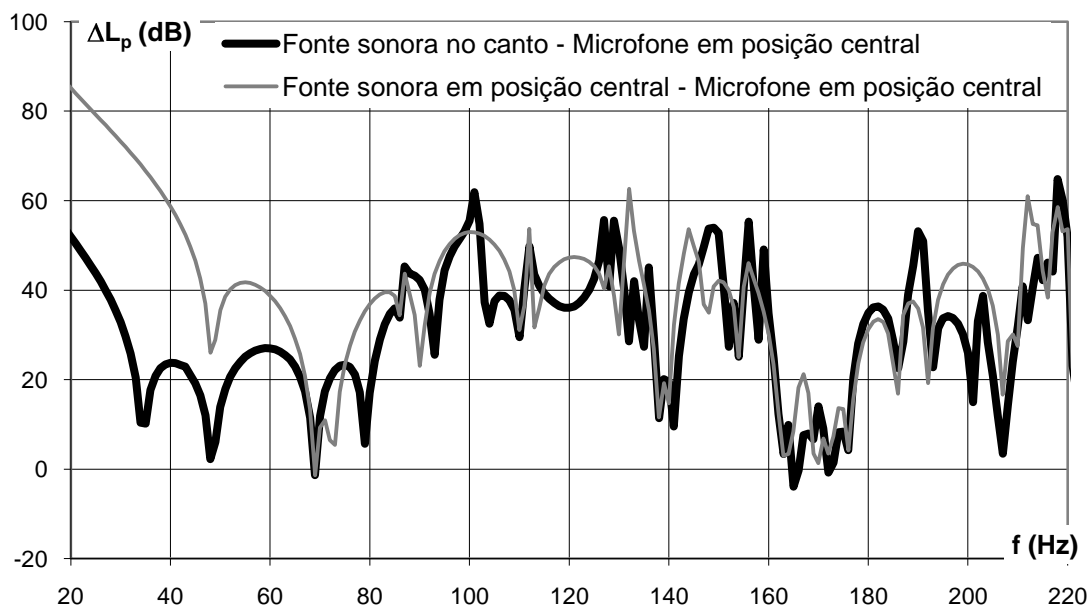


Figura 7.9 – Diferença de níveis de pressão sonora medidas ao centro para o Caso 12, com a parede em alvenaria.

As Figuras 7.8 e 7.9 indicam que um conjunto de modos acústicos não foi excitado, tal como esperado. A magnitude da pressão sonora do compartimento receptor para a fonte sonora no

canto ou no centro, quando o microfone é localizado ao centro, apenas exibe diferenças significativas nas frequências mais baixas, inferiores à do primeiro modo acústico a ser excitado, percebendo-se aí algum efeito dos modos de vibração da parede divisória. Abaixo dessa frequência, a pressão sonora no compartimento receptor é maior para o caso da fonte sonora no canto, ocorrendo o contrário no compartimento emissor, o que justifica a grande diferença de níveis sonoros observada.

Na Figura 7.10 é apresentado, com base na Figura 7.9, o espectro em bandas de terços de oitava, do índice de redução sonora obtido ao centro no caso de estudo 12 com parede de separação em alvenaria para as duas posições da fonte sonora.

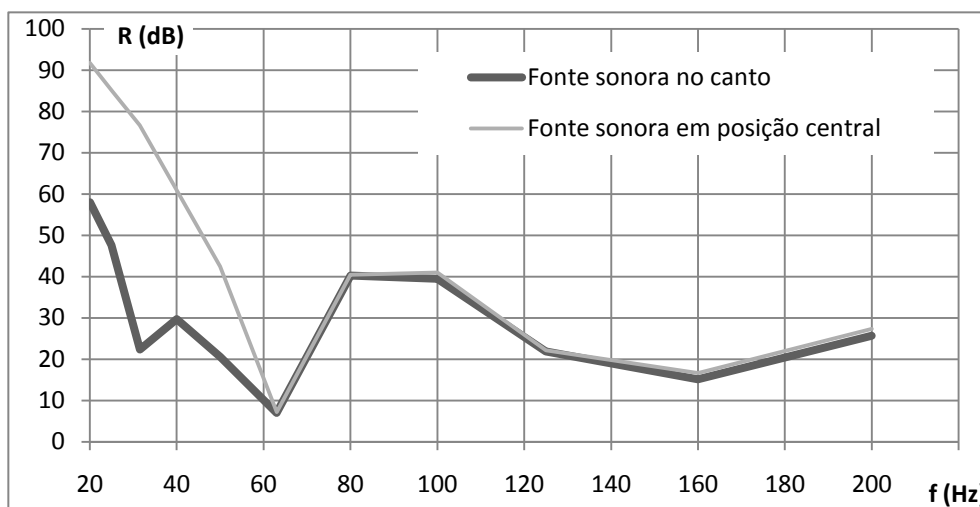


Figura 7.10 - Índice de redução sonora para o Caso 12, com o microfone em posição central e a parede de alvenaria.

As conclusões anteriores são mais evidentes na Figura 7.10.

As Figuras 7.11 a 7.13 correspondem às Figuras 7.8 a 7.10, agora apresentadas relativamente aos registos sonoros no canto dos compartimentos.

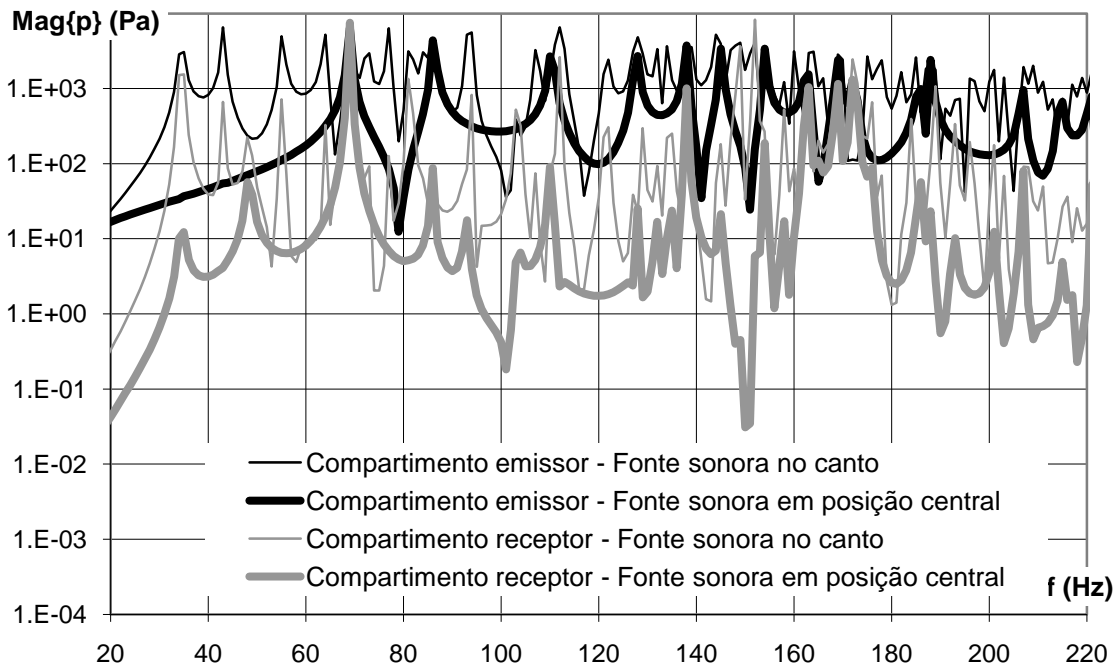


Figura 7.11 – Magnitude da pressão sonora para o Caso 12, com o microfone em posição lateral e parede de alvenaria.

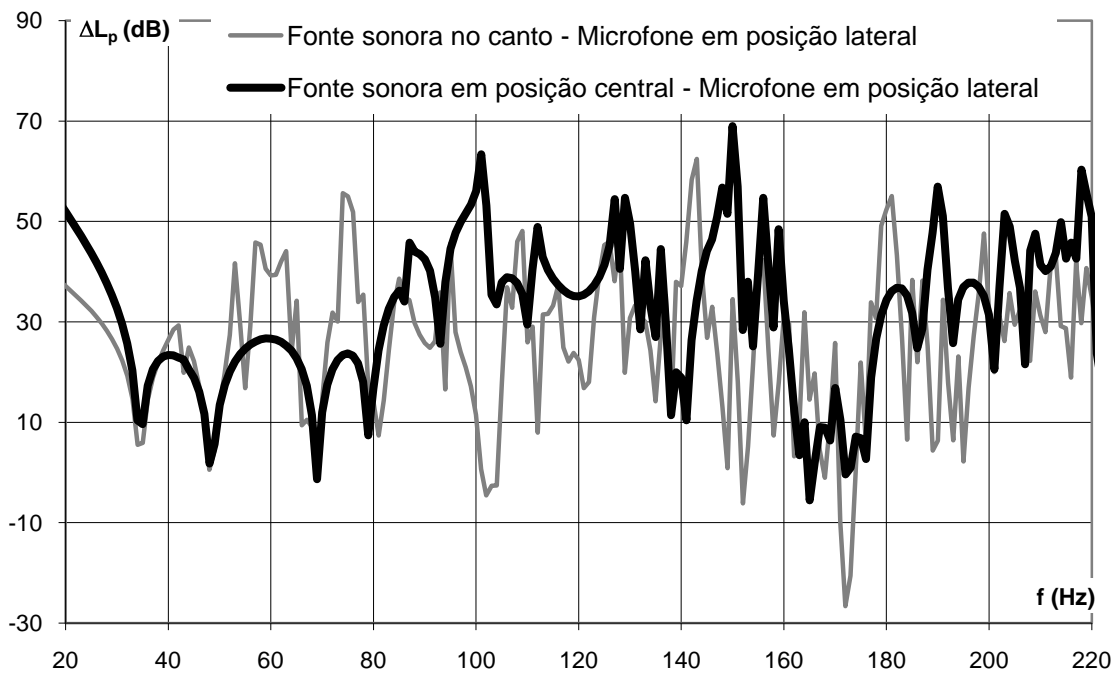


Figura 7.12 – Diferença do nível da pressão sonora medidas ao canto para o Caso 12, com parede de alvenaria.

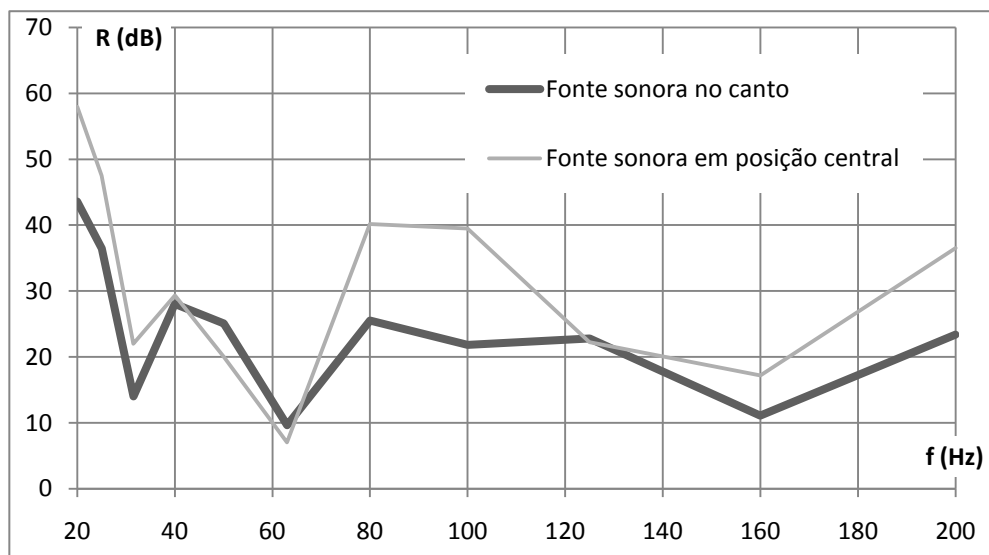


Figura 7.13 - Índice de redução sonora para o Caso 12, com o microfone em posição lateral e parede de alvenaria.

Quando a medição é feita com microfones no canto, o isolamento sonoro é menor com fonte sonora também no canto. Esta situação, que se verifica quase sempre, deve-se ao facto da fonte sonora em posição central anular vários modos acústicos. Tal como se percebe facilmente na Figura 7.11, isto fará com que a pressão sonora no compartimento receptor seja quase sempre superior com a fonte sonora no canto.

As Figuras 7.11 a 7.13 indicam que, aparentemente, é indiferente colocar a fonte sonora no centro ou o microfone no centro. De facto, essa conclusão é comprovada na Figura 7.14, onde se apresenta, para o Caso de estudo 1 e considerando a parede divisória em alvenaria, a diferença de níveis sonoros para as duas situações referidas.

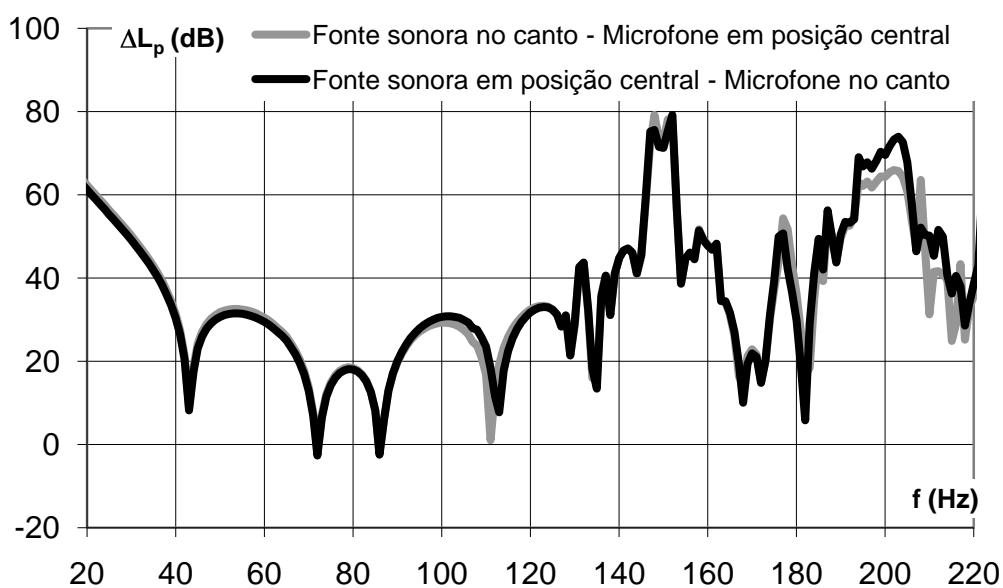


Figura 7.14 - Diferença de níveis de pressão sonora para o Caso 1, com parede de alvenaria.

A concordância das duas curvas é quase perfeita. De facto, na situação da fonte sonora no canto e o microfone em posição central, o facto da fonte sonora estar no canto deixa de ser relevante, porque a medição no centro do compartimento vai anular os mesmos modos que a fonte sonora no centro.

Conclui-se assim que, de uma forma geral, os modos excitados, assim como a sua amplitude, nos compartimentos emissor e receptor dependem da posição da fonte sonora. Consequentemente, para diferentes posições da fonte obtêm-se diferentes espectros de nível sonoro, o que origina diferentes isolamentos sonoros.

As conclusões anteriores são extensíveis a todos os casos de estudo, pelo que se pode concluir que a posição da fonte sonora tem uma influência significativa no isolamento a ruído aéreo, tal como indicado por outros autores [12,14,22].

7.2.3. Dimensões dos compartimentos

Existe um conjunto de factores na equação (7.1) que dependem das dimensões dos compartimentos: $\varphi_{l_3 m_3 n_3}(x, y, z)$; $\omega_{l_3 m_3 n_3}$; $\omega_{m_1 n_1}$; $\varphi_{l_2 m_2 n_2}(x'_0, y_0, z_0)$; $\omega_{l_2 m_2 n_2}$. Como tal, torna-se difícil prever a influência das dimensões dos compartimentos por simples observação da equação. É então necessário proceder à análise de casos de estudo.

Analisando em conjunto os espectros do índice de redução sonora obtidos, com o microfone no centro (Figura 7.15) e no canto (Figura 7.16) para a fonte sonora no canto e parede em alvenaria, para os Casos de estudo 5 a 9, constata-se que as diferenças podem ser significativas.

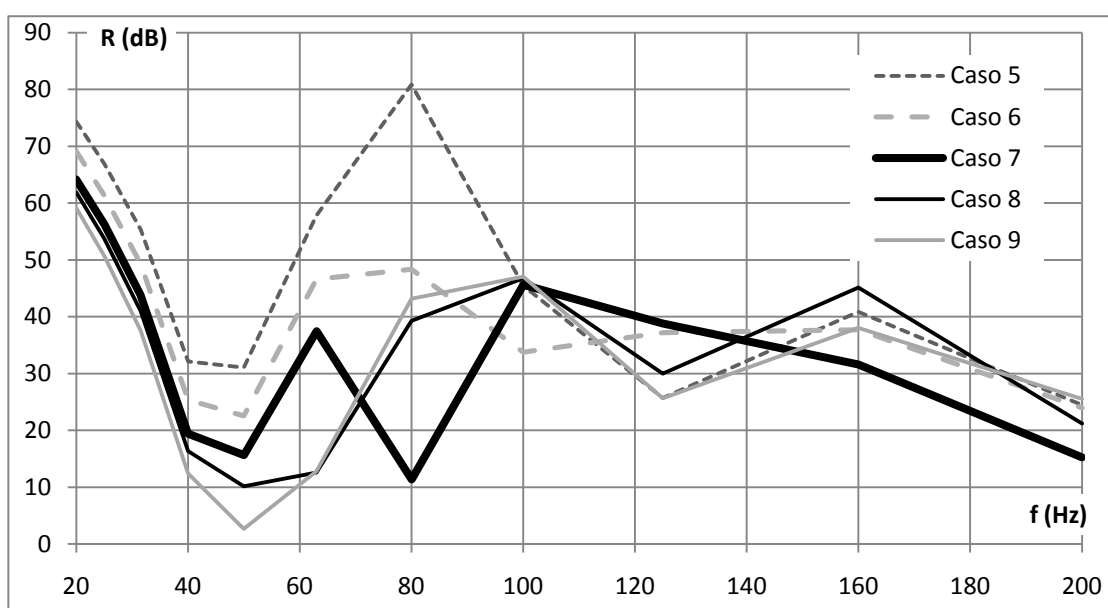


Figura 7.15 - Índice de redução sonora com fonte sonora no canto, microfone em posição central e parede de alvenaria.

Observa-se que as diferenças de isolamento a ruído aéreo são mais significativas quando a fonte sonora é colocada no canto do compartimento emissor. Também se verifica que as diferenças de isolamento reduzem para frequências mais próximas dos 200 Hz e que é em torno dos 80 Hz que residem as maiores diferenças.

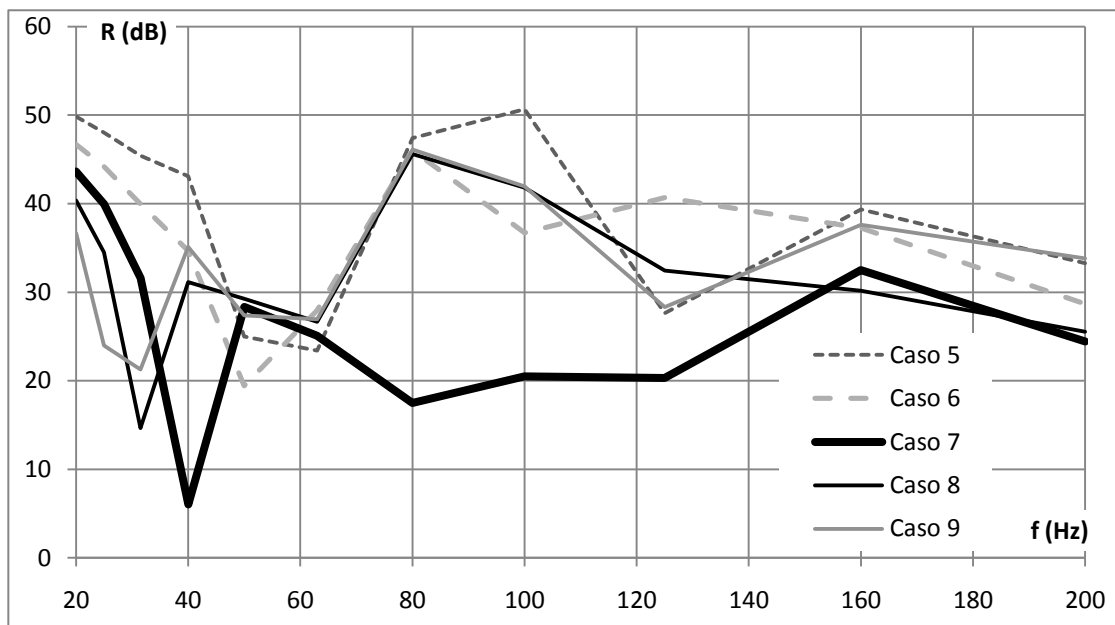


Figura 7.16 - Índice de redução sonora com fonte sonora no canto, microfone em posição lateral e parede de alvenaria.

Nas Figuras 7.17 e 7.18 apresentam-se os espectros, em bandas de terços de oitava, do índice de redução sonora obtidos para os Casos de estudo 5 a 9, com parede divisória em alvenaria, considerando a fonte sonora ao centro e os microfones no centro e no canto, respectivamente.

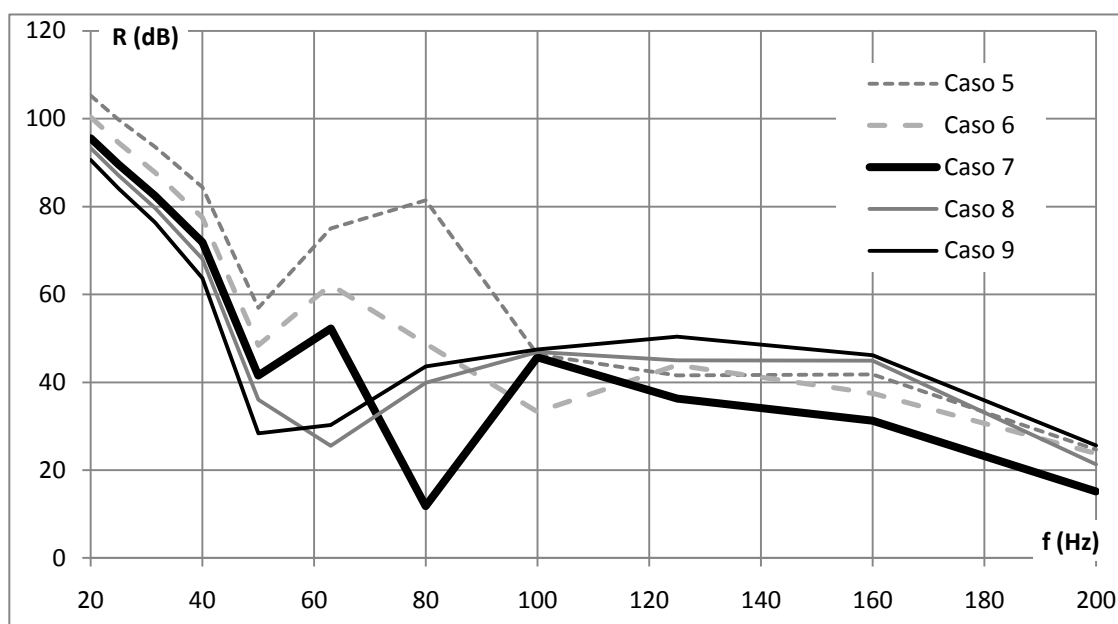


Figura 7.17 - Índice de redução sonora - Fonte sonora em posição central, microfone em posição central e parede de alvenaria.

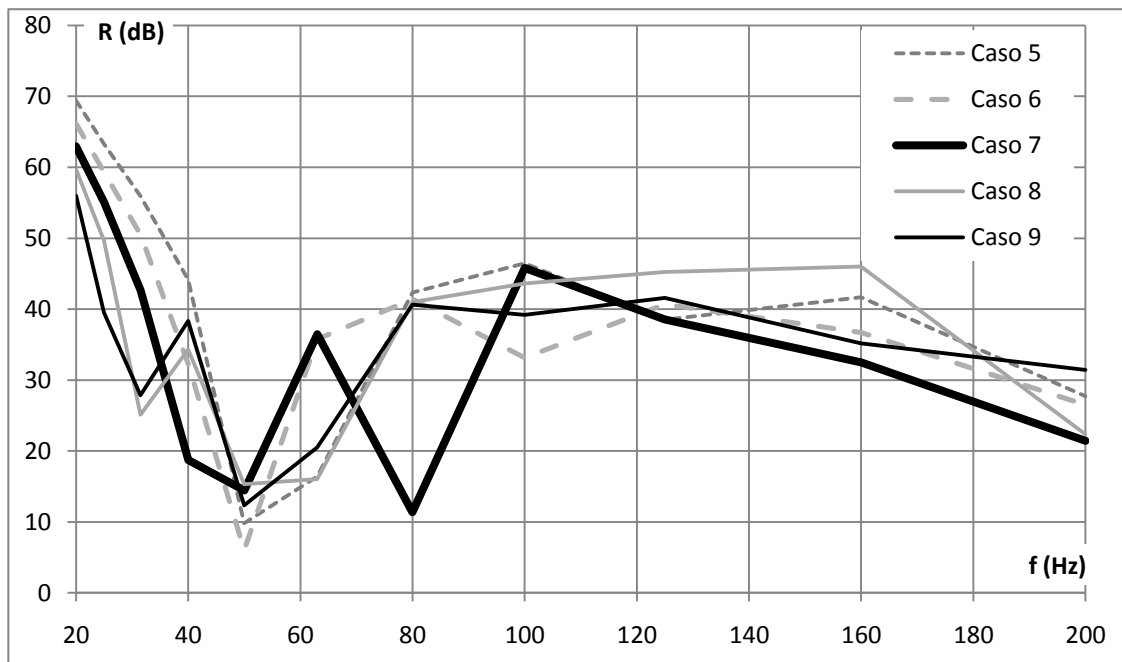


Figura 7.18 - Índice de redução sonora com fonte sonora em posição central, microfone em posição lateral e parede de alvenaria.

As Figuras 7.17 e 7.18 mostram que o isolamento sonoro é menos alterado quando a fonte sonora é localizada ao centro. As Figuras 7.17 e 7.18 mostram ainda que para os compartimentos emissor e receptor com geometrias idênticas, o isolamento sonoro pode reduzir-se substancialmente. Esta conclusão está em concordância com outros estudos [20].

Parece assim importante avaliar qual a diferença do comprimento dos compartimentos necessária para evitar a influência negativa do acoplamento modal. Pequenas alterações nas dimensões dos compartimentos podem ser suficientes.

As Figuras 7.15 a 7.18 mostram que o Caso de estudo 5 corresponde, em geral, a um índice de redução sonora mais elevado. Esta conclusão está de acordo com o esperado. Kihlman [23] concluiu que o máximo isolamento sonoro é atingido para as bandas de oitava de 63 e 125 Hz quando o comprimento do compartimento receptor é metade do comprimento do compartimento emissor.

Na Figura 7.19 são apresentados os espectros, em bandas de terço de oitava, obtidos no canto dos compartimentos para o índice de redução sonora nos Casos de estudo 2 a 4, com a fonte sonora no canto

Mais uma vez, a dispersão dos resultados é maior em torno das bandas de frequência de terços de oitava de 80 e 100 Hz, tendendo a diminuir para as frequências mais elevadas.

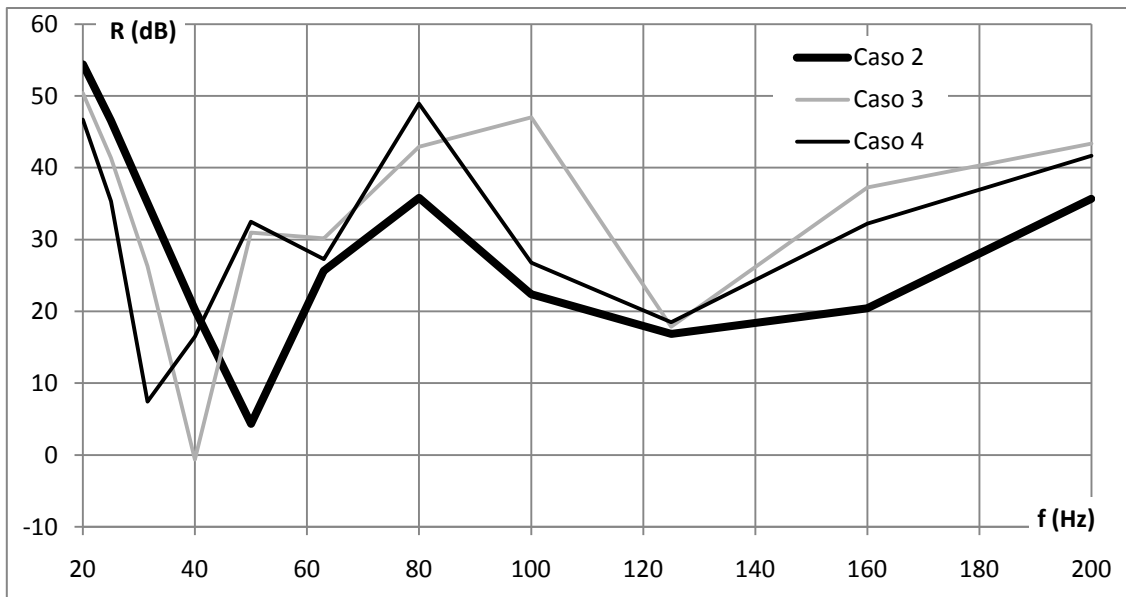


Figura 7.19 - Índice de redução sonora com fonte sonora no canto, microfone em posição lateral e parede de alvenaria.

A Figura 7.19 mostra também que, tal como nos casos anteriores, a combinação de compartimentos idênticos (Caso de estudo 2) conduz a menor índice de redução sonora. Neste caso observa-se um forte acoplamento na banda de terços de oitava de 50 Hz, correspondente ao primeiro modo acústico segundo a direcção x ($f_{1,0,0}=52$ Hz).

As conclusões anteriores podem ser também aplicadas aos casos de estudo com parede divisória em betão armado. Na Figura 7.20, são apresentados os índices de redução sonora previstos no centro para a parede de betão armado com a fonte sonora no centro dos compartimentos correspondentes aos Casos de estudo 10 a 12.

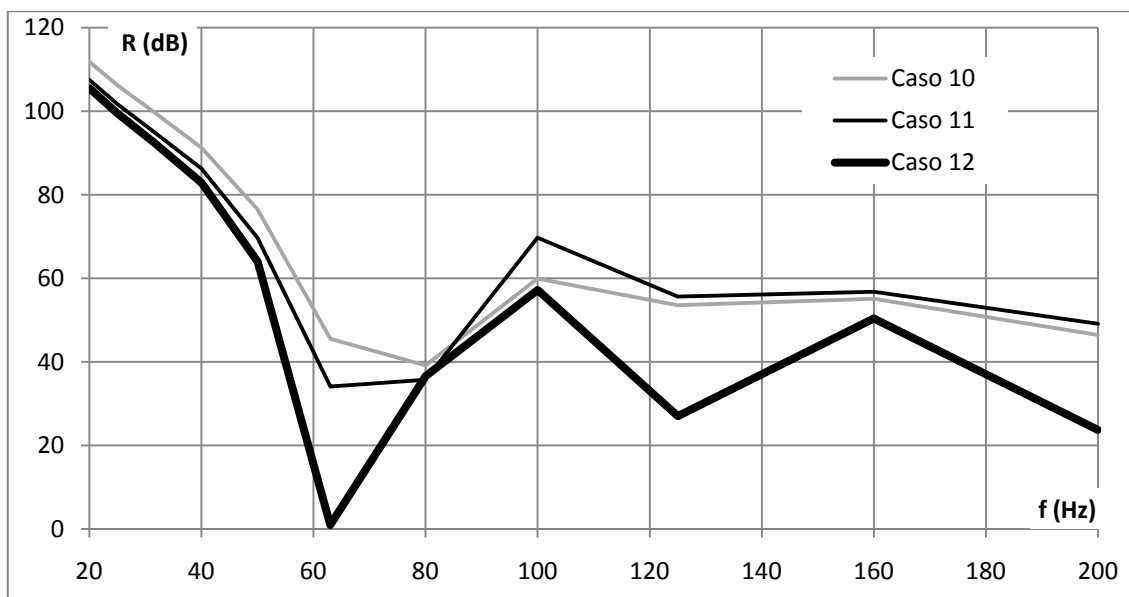


Figura 7.20 - Índice de redução sonora com fonte sonora e microfone em posição central e parede em betão.

Mais uma vez, o índice de redução sonora é mais baixo no Caso de estudo 12, o qual corresponde a compartimentos emissor e receptor de dimensões idênticas.

7.2.4. Propriedades do painel de separação entre compartimentos

Existem vários parâmetros da equação (7.1) que dependem do tipo de material da parede divisória, nomeadamente a massa por unidade de área da parede, a rigidez de flexão, o factor de perdas e as frequências naturais da parede.

Foram consideradas as propriedades indicadas na Tabela 7.3 para dois materiais estudados.

É sabido que uma das formas de melhorar o isolamento sonoro é aumentar a massa por unidade de área da divisória [1]. Assim, a divisória em betão armado deverá, à partida, exibir um melhor desempenho acústico do que a parede de alvenaria de tijolo cerâmico furado rebocado. No entanto, nas baixas frequências, as paredes não são muito largas quando comparadas com o comprimento das ondas de flexão. Neste caso, os modos de vibração da placa e o seu acoplamento com a onda sonora incidente têm que ser tidas em consideração, pelo que, em determinadas frequências, a parede divisória em alvenaria poderá apresentar um isolamento a ruído aéreo mais elevado [24].

Nas Figuras 7.21 e 7.22 são apresentados os espectros de banda de magnitude de pressão sonora no compartimento receptor obtida em posição central e lateral no Caso de estudo 1, com fonte sonora no canto.

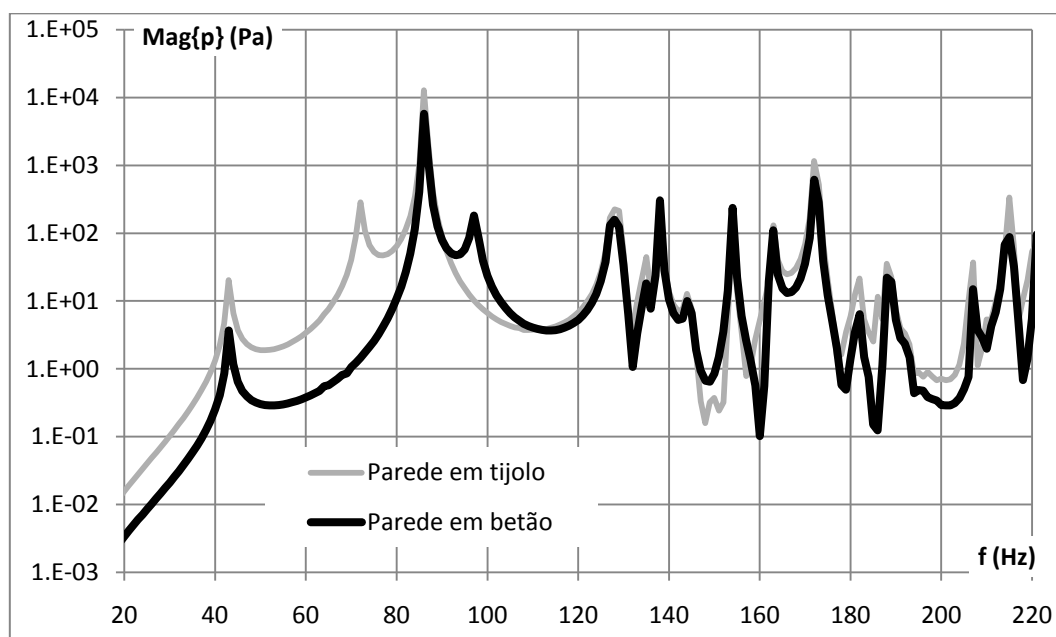


Figura 7.21 – Magnitude da pressão sonora no compartimento receptor para o Caso 1, com a fonte sonora no canto e o microfone em posição central.

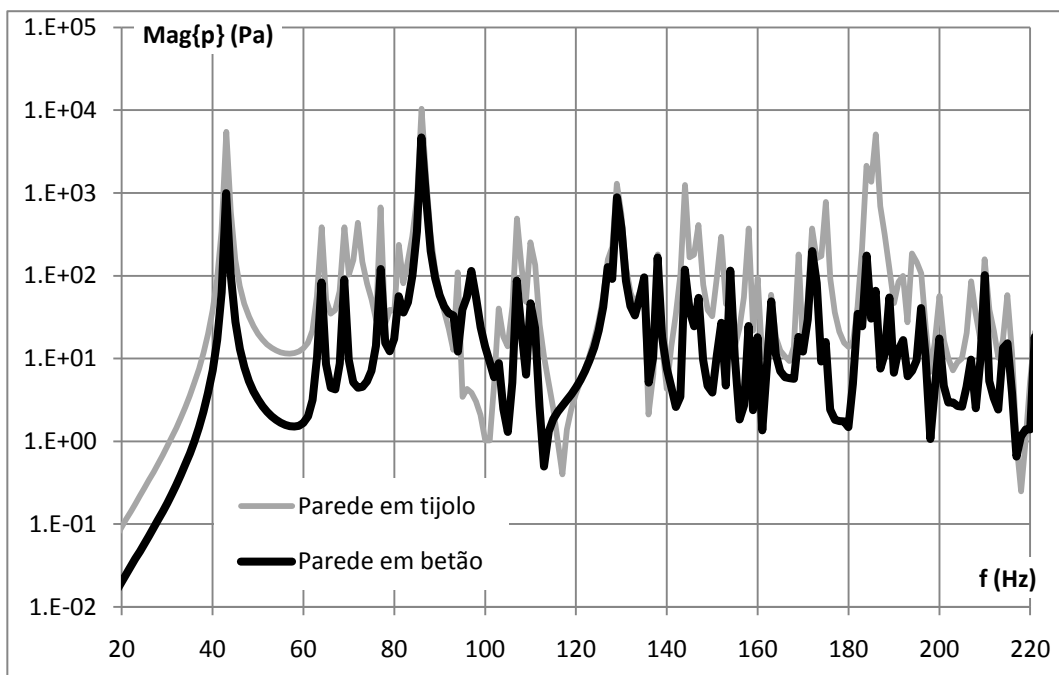


Figura 7.22 – Magnitude da pressão sonora no compartimento receptor para o Caso 1, com a fonte sonora no canto e o microfone em posição lateral.

Apesar da análise das Figuras ser mais difícil de efectuar em banda estreita, observa-se que, em geral, a parede de betão armada é menos transmissora. A única excepção visível ocorre na frequência correspondente ao modo de vibração (1,1) da parede de betão, correspondente à frequência de 97 Hz.

A análise do índice de redução sonora em bandas de terço de oitava confirma estas conclusões (Figuras 7.23 e 7.24).

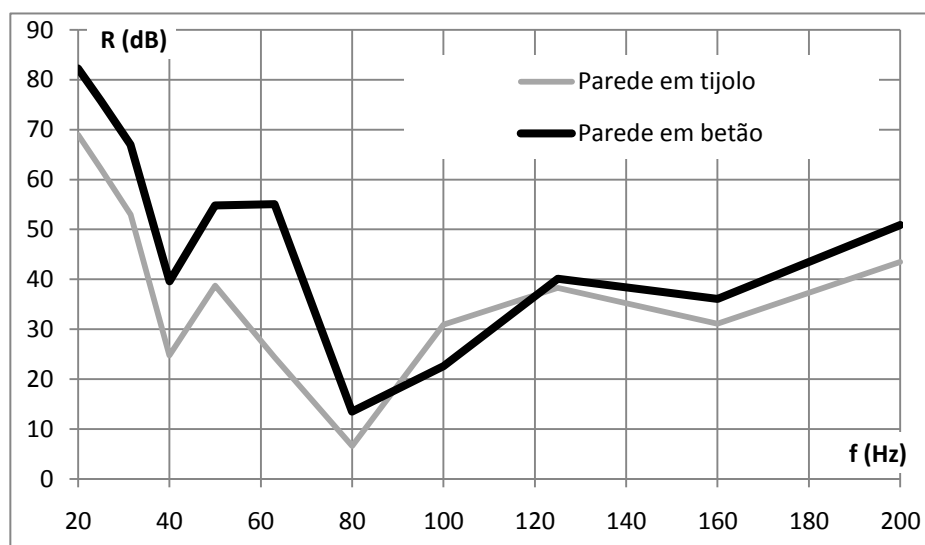


Figura 7.23 - Índice de redução sonora para o Caso 1, com a fonte sonora no canto e o microfone em posição central.

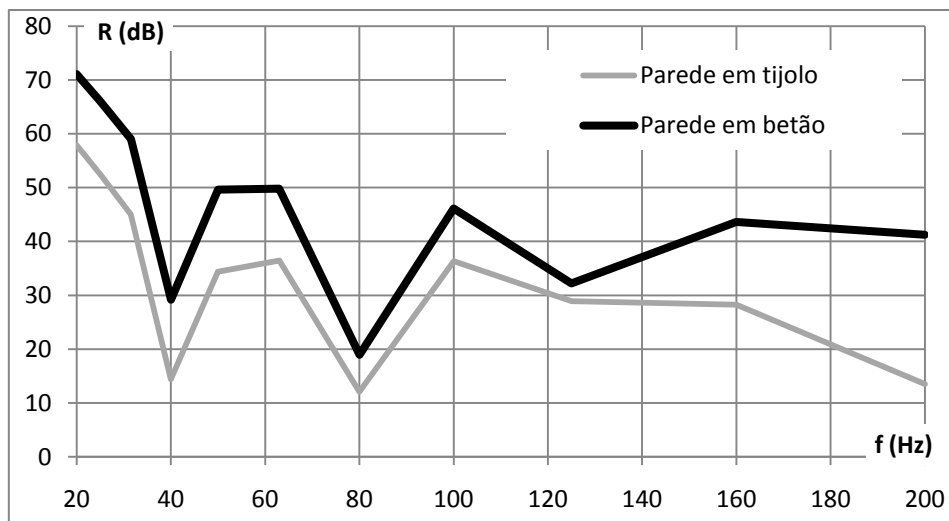


Figura 7.24 - Índice de redução sonora para o Caso 1, com a fonte sonora no canto e o microfone em posição lateral.

Os restantes casos de estudo conduziram a conclusões semelhantes.

7.3. COMPARAÇÃO COM O MÉTODO DA NORMA EN 12354-1

O modelo de previsão do isolamento sonoro indicado na norma EN 12354-1 [N.1] não depende das dimensões dos compartimentos, nem da posição de medição ou da fonte sonora. É, por isso, importante avaliar o erro que o método da norma inclui para as baixas frequências, onde o campo sonoro apresenta carácter fortemente modal.

Partindo dos casos de estudo indicados na Tabela 7.2 e considerando que o método normalizado não depende das dimensões dos compartimentos segundo x , obtém-se uma tabela mais condensada de casos de estudo (Tabela 7.4).

Caso	a_2	a_3	b	c	N
1.EN	4.0	4.0	2.5	2.7	4
	3.3	3.3	3.0	2.7	
2.EN	3.3	4.2	3.0	2.7	12
	3.3	5.0	3.0	2.7	
3.EN	4.3	2.9	3.5	2.7	20
	4.3	3.6	3.5	2.7	
	4.3	4.3	3.5	2.7	
	4.3	5.0	3.5	2.7	
	4.3	5.7	3.5	2.7	
4.EN	5.0	3.8	4.0	2.7	12
	5.0	4.4	4.0	2.7	
	5.0	5.0	4.0	2.7	
5.EN	4.5	4.5	4.5	2.7	4

Tabela 7.4 – Casos a considerar.

Na Tabela 7.4 é apresentado o número, N, de espectros do índice de redução sonora, R, a considerar para a definição das envolventes associadas a cada caso de estudo.

Na análise de cada caso de estudo, achar-se-á a envolvente máxima e a mínima do índice de redução sonora para cada uma das paredes divisórias, as quais serão comparadas com a previsão da norma.

Na Figura 7.25 compara-se o espectro do índice de redução sonora obtido de acordo com a norma EN 12354-1 [N.1], alargada às baixas frequências, com as envolventes superior e inferior desse índice obtidas por aplicação da expressão (7.1) para o Caso de estudo 1.EN, considerando a parede divisória de alvenaria.

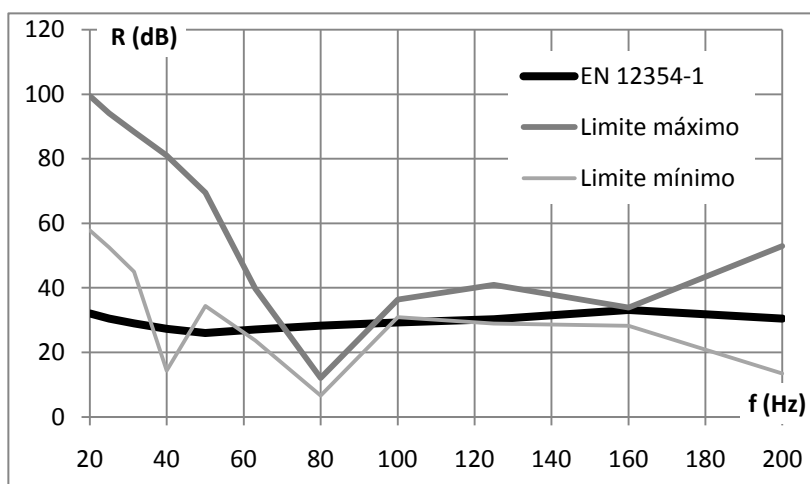


Figura 7.25 - Índice de redução sonora máximo e mínimo obtidos analiticamente e por aplicação da norma EN 12354-1 para o Caso 1.EN com parede de alvenaria.

A Figura 7.26 refere-se à parede de betão armado.

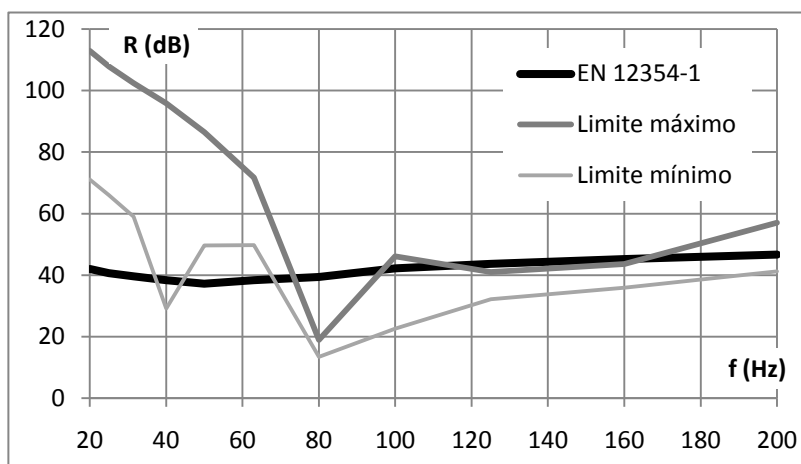


Figura 7.26 - Índice de redução sonora máximo e mínimo obtidos analiticamente e por aplicação da norma EN 12354-1 para o Caso 1.EN com parede de betão armado.

As Figuras 7.25 e 7.26 indicam claramente que a norma [N.1] falha na descrição do comportamento modal do campo sonoro nas baixas frequências e, conseqüentemente, na estimativa do índice de redução sonora nessa gama de frequências.

Repare-se, por exemplo, no que acontece na banda de terço de oitava de 80 Hz, onde o isolamento previsto pela norma está cerca de 20 dB acima do limite máximo obtido analiticamente para o Caso de estudo 1.EN. Tal resulta do acoplamento entre o modo acústico (2,0,0), correspondente à frequência de 86 Hz, com o modo de vibração (1,1) da parede, correspondente à frequência de 72 Hz. Para frequências superiores a 100 Hz, o erro do método normalizado reduz-se substancialmente.

Nas Figuras 7.27 e 7.28 são apresentados os resultados obtidos para o Caso de estudo 3.EN, considerando a parede divisória em alvenaria e betão armado, respectivamente.

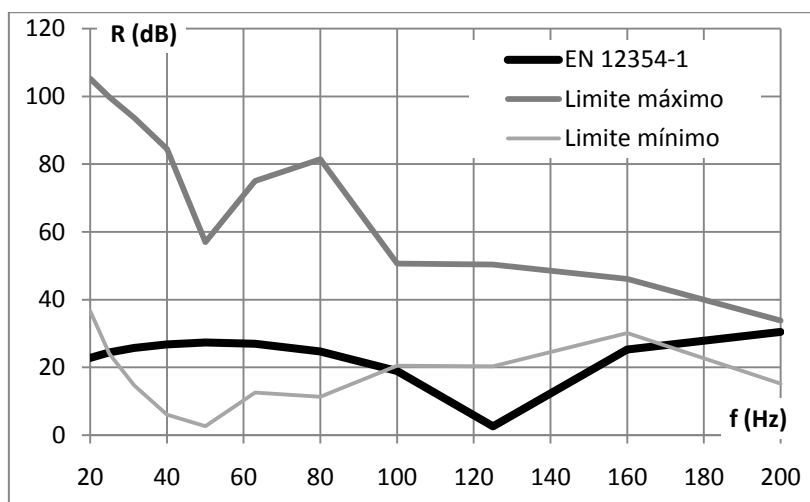


Figura 7.27 - Índice de redução sonora máximo e mínimo obtidos analiticamente e por aplicação da norma EN 12354-1 para o Caso 3.EN com parede de alvenaria.

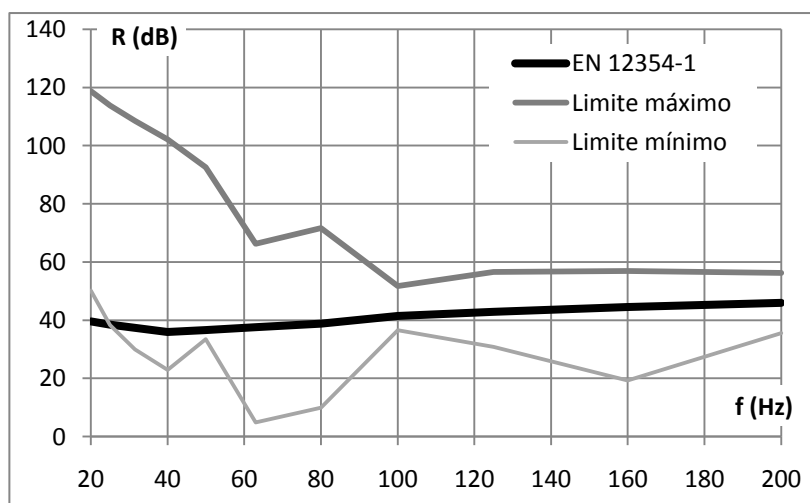


Figura 7.28 - Índice de redução sonora máximo e mínimo obtidos analiticamente e por aplicação da norma EN 12354-1 para o Caso 3.EN com parede de betão armado.

No Caso de estudo 3.EN, as envolventes de R foram obtidas para uma amostra de maior dimensão (20 casos), o que pode justificar a maior dispersão de resultados.

Outro aspecto a salientar é a queda significativa de isolamento que o método da norma [N.1] prevê para parede de alvenaria na banda de terços de oitava de 125 Hz em virtude da frequência crítica corresponder a 123 Hz. Para esta frequência, os resultados de isolamento previsto pela norma são muito inferiores aos valores mínimos previstos pelo modelo analítico, o que pode indiciar a necessidade de melhorar o modelo no que se refere a este aspecto.

Para os restantes casos, as conclusões mantêm-se. Na banda de terço de oitava de 200 Hz, a norma apresenta sempre valores situados entre o máximo e o mínimo dos valores fornecidos pelo modelo, com uma margem de erro reduzida. Contudo, para as bandas de frequências mais baixas, a norma não se adequa ao comportamento modal do campo sonoro. Deve também ter-se em atenção a frequência crítica, em particular para o caso da parede de alvenaria.

Parece claro que a norma europeia EN 12354-1 [N.1] não é o instrumento ideal para descrever a transmissão de ruído aéreo nas baixas frequências.

7.4. CONCLUSÕES

Neste capítulo, fez-se uma análise paramétrica da equação (5.9). Estudou-se a influência e importância da posição do microfone e da fonte sonora, das dimensões dos compartimentos e das propriedades do painel de separação entre compartimentos.

Os campos sonoros nos compartimentos apresentam claramente comportamento modal. Concluiu-se que, quando os microfones ou a fonte sonora estão no centro dos compartimentos, existem vários modos que não são excitados, por se encontrarem num ponto nodal. Isto faz, em geral, aumentar o isolamento sonoro. Concluiu-se, igualmente, que os modos de vibração do painel só afectam significativamente o isolamento a muito baixas frequências, inferiores às dos primeiros modos acústicos excitados.

Tal como previsto por diversos autores [20,23], o isolamento depende das dimensões dos compartimentos. Quando os compartimentos são iguais, e consequentemente os modos acústicos coincidem, o isolamento reduz-se. Concluiu-se também que o isolamento sonoro é, em geral, maior para quartos receptores menores.

O isolamento sonoro depende também do tipo de parede. As propriedades do painel afectam significativamente o isolamento sonoro. Quanto maior a massa, maior será, em geral, o isolamento.

A norma europeia EN 12354-1 [N.1] não é o instrumento ideal para descrever a transmissão de ruído aéreo nas baixas frequências, pois não se adequa bem a esta região de frequências, devido ao carácter modal que os campos sonoros apresentam, em particular para frequências inferiores a 100 Hz em compartimentos com volumes inferiores a 50 m³.

8. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

8.1. CONCLUSÕES

A incapacidade das normas em vigor para descreverem a transmissão sonora nas baixas frequências, associada ao crescimento do número e tipo de fontes sonoras com conteúdos energéticos importantes nesta gama de frequências, torna necessário desenvolver novos métodos de previsão que tenham em conta o carácter modal que os campos sonoros apresentam, particularmente em compartimentos de volume inferior a 50 m³.

O objectivo de desenvolver e discutir um modelo para previsão da pressão sonora num compartimento causada por uma fonte sonora num compartimento adjacente foi atingido com sucesso. Este método, baseado na análise modal, é apenas válido para compartimentos paralelepípedicos e pode tornar-se extremamente consumidor de tempo de cálculo para volumes e frequências de análise elevadas. O modelo, devido às simplificações que tem na sua génese, não considera o acoplamento compartimento emissor – parede - compartimento receptor, mas apenas o acoplamento parede – compartimento receptor. Apesar destas e de outras limitações, o modelo foi validado, apresentando uma boa concordância com os resultados experimentais.

Os campos sonoros em ambos os compartimentos apresentam comportamento modal. Quando os microfones ou a fonte sonora estão em posição central nos compartimentos, existem vários modos acústicos que não são excitados, por se encontrarem num ponto nodal, o que faz, em geral, aumentar o isolamento sonoro. Os modos de vibração do painel só parecem afectar significativamente o isolamento a muito baixas frequências, abaixo dos primeiros modos acústicos excitados.

Viu-se que o isolamento depende grandemente das dimensões dos compartimentos. Para compartimentos iguais o isolamento reduz-se devido às coincidências modais. Quartos receptores menores parecem estar associados a um melhor isolamento sonoro.

O tipo de parede também afecta o isolamento sonoro. Tal como esperado, paredes com maiores massas por unidade de área correspondem, em geral, a maior isolamento.

Conclui-se que norma europeia EN 12354-1 [N.1] não é o instrumento ideal para descrever a transmissão de ruído aéreo nas baixas frequências. De facto, não se adequa bem a esta região de frequências, devido ao carácter modal que os campos sonoros apresentam.

8.2. TRABALHOS FUTUROS

O modelo desenvolvido nesta dissertação assume que o campo sonoro no compartimento receptor não afecta a vibração da divisória e, conseqüentemente, não afecta o campo sonoro no compartimento emissor. Assim, um trabalho importante, que surge como seqüência lógica desta tese, é a criação de um modelo que permita avaliar a importância do acoplamento compartimento emissor – parede – compartimento receptor. Esta questão assume particular importância para divisórias leves.

Uma vez que as paredes duplas estão vulgarizadas na construção de edifícios, seria importante desenvolver o modelo proposto nesta dissertação para permitir incluir este tipo de elemento construtivo.

Observou-se que o modelo desenvolvido no Capítulo 5 poderá ter de ser melhorado para contabilizar a influência da frequência crítica. Este melhoramento pode ser feito em trabalhos futuros.

Seria também importante realizar uma campanha de medições de isolamento sonoro na região das baixas frequências para efectuar, dessa forma, uma adequada validação experimental do método. Uma vez validado experimentalmente, o método proposto nesta dissertação poderá ser utilizado para quantificar o erro associado à utilização dos métodos normalizados de medição e previsão do isolamento na região das baixas frequências. Esta tarefa é particularmente importante porque, apesar das vantagens do método analítico desenvolvido, não é esperado que ele possa ser utilizado em gabinetes de projecto correntes.

9. BIBLIOGRAFIA

9.1. LIVROS, TESES E ARTIGOS

- [1] Bravo, T.; Elliott, S. – Variability of low frequency sound transmission measurements, Acoustic society of America, Institute of Sound and Vibration Research, University of Southampton, 2004;
- [2] Mathys, J. – Low frequency noise and acoustical standards, Applied Acoustics, 1993;
- [3] Berglund, B.; Hassmen, P., Soames, F. – Sources and effects of low frequency noise, Journal of the acoustical Society of America, 1996;
- [4] Neves e Sousa, A. - Low frequency Impact Sound Transmission in Dwellings, Tese de Doutorado, The University of Liverpool, 2005;
- [5] Maluski, S. – Low frequencies sound insulation in dwellings; Tese de Doutorado; University of Sheffield Hallam; Reino Unido;1999;
- [6] Muson, B.; Young, D.; Okiisho, T. – Fundamentals of fluid mechanics – 2nd Edition, John Wiley & Sons, New York, EUA, 1994;
- [7] Kinsler, L.E.; Frey, A.R.; Coppens, A.B.; Sanders, J.V. – Fundamentals of acoustics – 4th Edition, John Wiley & Sons, North Carolina, EUA, 2000;
- [8] Cremer, L.; Hecklo, M.; Ungar, E.E. – Structure-Borne Sound – Structural Vibrations and Sound Radiation at Audio Frequencies – 2nd Edition, Springer-Verlag, Berlim, Alemanha, 1973;
- [9] Timoshenko, S.; Goodier, J. – Theory of elasticity, McGraw-Hill, New York, EUA, 1970;
- [10] Timoshenko, S.; Woinowski-Krieger, S. – Theory of plates and shells, McGraw-Hill, New York, EUA, 1959;
- [11] Kihlman, T. – Sound radiation into a rectangular room. Applications to airborne sound transmission in buildings, Acustica, Vol. 18 (11), pp. 11-20, 1967;
- [12] Mulholland, K.; Lyon, R. - Sound insulation at low frequencies, Department of mechanical engineering, Massachusetts, EUA, 1972;

- [13] Li, Y.; Cheng, L. - Vibro-Acoustic Analysis of a rectangular-like cavity with a tilted wall, *Applied Acoustics* 68, pp. 739-751, 2006;
- [14] Kropp, W.; Pietrzyk, A.; Kihlman, T.- On the meaning of the sound reduction index at low frequencies, *Acta Acustica*, 1994;
- [15] Smith, B.J.; Peters, R.J.; Owen, S. – *Acoustics and noise control*; Second edition; Addison Wesley Longman; Reino Unido; 1996;
- [16] Sewell, E.C. – Transmission of reverberant sound through a single-leaf partition surrounded by an infinite rigid baffle, *Journal of Sound and Vibration* 12, pp. 21-32, 1970;
- [17] Maidanik, G. – Response of ribbed panels to reverberant acoustic fields, *JASA* 34, pp. 809-826, 1962;
- [18] Gerretsen, E. – Calculation of airborne and impact sound insulation between dwellings, *Applied Acoustics*, pp. 245-264, 1986;
- [19] Ljunggren, S. – Airborne sound insulation of thick walls, *JASA* 89, pp. 2338-2345, 1991;
- [20] Donner, U. – Parameterstudien zur Luftschalldämmung kleiner Bauteile, Tese, Berlim, 1989;
- [21] Vieira de Melo, G. – Measurement and prediction of sound absorption of room surfaces and contents at low frequencies; Ph. D. Thesis; Universidade Federal de Santa Catarina; Florianópolis, Brazil;
- [22] Osipov, A.; Mees, P.; Vermeir, G. – Low frequency airborne sound transmission through single partitions in buildings, *Applied Acoustics*, Vol. 52, No.3/4, Grã Bretanha, 1997;
- [23] Kropp, W.; Pietrzyk, A.; Kihlman, T.- Optimization of sound insulation at low frequencies, pp. 865-870;
- [24] Sharp, B. - Prediction methods for the sound transmission of building elements, Virginia, EUA, 1978;

9.2. NORMAS E REGULAMENTOS

[N.1] EN ISO 12354 – 1 (2000): Building acoustics – Estimation of acoustic performance of buildings from the performance of elements – Annex B: Sound reduction index for monolithic elements

9.3. SÍTIOS NA INTERNET

[W.1] <http://www.reverberationtime.com/> (26/04/2008)

[W.2] <http://en.wikipedia.org/wiki/Reverberation> (30/01/2009)

ANEXO I

O programa computacional usado para validação experimental e análise paramétrica foi escrito em Visual Basic, Versão 6.0 [1].

O algoritmo apresentado permite determinar os resultados das equações (2.31) e (5.9), tendo por base as variáveis escritas a negrita, que são fornecidas como input do programa.

```
Private Sub Command1_Click()
```

```
    cpi = 3.14159265358979
```

```
    c = 331.5 * Sqr(1 + teta / 273) 'Determining the thermodynamic speed of sound
```

```
    testfi = 0
```

```
    testfj = 0
```

```
    testfk = 0
```

```
    i = 0
```

```
    j = 0
```

```
    k = 0
```

```
    'Source room modes
```

```
    Do While (testfi = 0)
```

```
        Do While (testfj = 0)
```

```
            Do While (testfk < fscale * mf)
```

```
                testfk = c * Sqr((k * cpi / lxe) ^ 2 + (i * cpi / ly) ^ 2 + (j * cpi / lz) ^ 2) / 2 / cpi
```

```
                k = k + 1
```

```
            Loop
```

```
        nmoder(i + 1, j + 1) = k - 1
```

```
    If nmoder(i + 1, j + 1) = 0 Then
```

```
        testfj = 1
```

```
        If j = 0 Then testfi = 1
```

```
    End If
```

```
k = 0
testfk = 0
j = j + 1
```

Loop

```
nmodesrj(i + 1) = j - 1
j = 0
testfj = 0
i = i + 1
```

Loop

```
nlines = i - 1
nmodesrte = 0
```

For i = 1 To nlines

For j = 1 To nmodesrj(i)

For k = 1 To nmodesr(i, j)

```
wr = c * Sqr(((k - 1) * cpi / lxe) ^ 2 + ((i - 1) * cpi / ly) ^ 2 + ((j - 1) * cpi / lz) ^ 2)
fr(k, i, j) = wr / 2 / cpi
nmodesrte = nmodesrte + 1
```

Next k

Next j

Next i

```
nmodesrte = nmodesrte - 1
nmodesrtcount = 0
fmax = 0
fmin = 0
```

Do While (nmodesrtcount < nmodesrte)

```
nmodesrtcount = nmodesrtcount + 1
```

fmax = fscale * mf

For i = 1 To nlines

For j = 1 To nmodesrj(i)

For k = 1 To nmodesr(i, j)

If (fr(k, i, j) <= fmax And fr(k, i, j) > fmin) Then

fmax = fr(k, i, j)

nx = k - 1

ny = i - 1

nz = j - 1

End If

Next k

Next j

Next i

fmin = fmax

frorde(nmodesrtcount, 1) = nx

frorde(nmodesrtcount, 2) = ny

frorde(nmodesrtcount, 3) = nz

frorde(nmodesrtcount, 4) = fmax

frorde(nmodesrtcount, 5) = fmax * 2 * cpi

Loop

testfi = 0

testfj = 0

testfk = 0

i = 0

j = 0

k = 0

'Receiving room modes

Do While (testfi = 0)

Do While (testfj = 0)

Do While (testfk < **fscale** * **mf**)

testfk = c * Sqr((k * cpi / **l_{xr}**) ^ 2 + (i * cpi / **l_y**) ^ 2 + (j * cpi / **l_z**) ^ 2) / 2 / cpi
k = k + 1

Loop

nmodesr(i + 1, j + 1) = k - 1

If nmodesr(i + 1, j + 1) = 0 Then

testfj = 1

If j = 0 Then testfi = 1

End If

k = 0

testfk = 0

j = j + 1

Loop

nmodesrj(i + 1) = j - 1

j = 0

testfj = 0

i = i + 1

Loop

nlines = i - 1

nmodesrtr = 0

For i = 1 To nlines


```

For j = 1 To nmodesrj(i)

    For k = 1 To nmodesr(i, j)

        wr = c * Sqr(((k - 1) * cpi / lxr) ^ 2 + ((i - 1) * cpi / ly) ^ 2 + ((j - 1) * cpi / lz) ^ 2)
        fr(k, i, j) = wr / 2 / cpi
        nmodesrtr = nmodesrtr + 1

    Next k

Next j

Next i

nmodesrtr = nmodesrtr - 1
nmodesrtcount = 0
fmax = 0
fmin = 0

Do While (nmodesrtcount < nmodesrtr)

    nmodesrtcount = nmodesrtcount + 1
    fmax = fscale * mf

    For i = 1 To nlines

        For j = 1 To nmodesrj(i)

            For k = 1 To nmodesr(i, j)

                If (fr(k, i, j) <= fmax And fr(k, i, j) > fmin) Then

                    fmax = fr(k, i, j)
                    nx = k - 1
                    ny = i - 1
                    nz = j - 1

                End If

            Next k

        Next j

    Next i

Next i

```

Next j

Next i

```
fmin = fmax  
frorder(nmodesrtcount, 1) = nx  
frorder(nmodesrtcount, 2) = ny  
frorder(nmodesrtcount, 3) = nz  
frorder(nmodesrtcount, 4) = fmax  
frorder(nmodesrtcount, 5) = fmax * 2 * cpi
```

Loop

```
b = ym * (t ^ 3) / 12 / (1 - (pr ^ 2)) 'Determining Bulk modulus  
mass = ro * t 'Determining the mass  
testfi = 0  
testfj = 0  
i = 0  
j = 0
```

'Plate vibration modes

Do While testfi = 0

```
i = i + 1
```

Do While (testfj < (**fscale** * **mf**))

```
j = j + 1  
testfj = (Sqr(b / mass) * ((i * cpi / ly) ^ 2 + (j * cpi / lz) ^ 2)) / 2 / cpi
```

Loop

```
nmodsf(i) = j - 1  
If nmodsf(i) = 0 Then testfi = 1  
j = 0  
testfj = 0
```

Loop

```
nlines = i - 1  
nmodesft = 0
```

```
For i = 1 To nlines
```

```
    For j = 1 To nmodesf(i)
```

```
        wf = Sqr(b / mass) * ((i * cpi / ly) ^ 2 + (j * cpi / lz) ^ 2)  
        ff(i, j) = wf / 2 / cpi  
        nmodesft = nmodesft + 1
```

```
    Next j
```

```
Next i
```

```
nmodesftcount = 0  
fmax = 0  
fmin = 0
```

```
Do While (nmodesftcount < nmodesft)
```

```
    nmodesftcount = nmodesftcount + 1  
    fmax = fscale * mf
```

```
For i = 1 To nlines
```

```
    For j = 1 To nmodesf(i)
```

```
        If (ff(i, j) <= fmax And ff(i, j) > fmin) Then
```

```
            fmax = ff(i, j)  
            ny = i  
            nz = j
```

```
        End If
```

```
    Next j
```

```
Next i
```

```
fmin = fmax
fford(nmodesftcount, 1) = ny
fford(nmodesftcount, 2) = nz
fford(nmodesftcount, 3) = fmax
fford(nmodesftcount, 4) = 2 * cpi * fmax
```

Loop

'Determining the delta of the source room

```
rse = 2 * (lxe * ly + ly * lz + lz * lxe)
rve = lxe * ly * lz
rte = 0.161 * rve / rse / alfae
deltae = 6.9 / rte
```

pw = rh * 610.5 * Exp(17.269 * teta / (237.3 + teta)) 'Determining the pressure of water vapor
in saturated air

roa = (101325 - pw) / 287 / (273.15 + teta) + pw / 461 / (273.15 + teta) 'Determining the air
density

If nmodesrte >= nmodesrtr And nmodesrte >= nmodesft Then

```
nlinesresp = nmodesrte
```

Elseif nmodesrtr >= nmodesrte And nmodesrtr >= nmodesft Then

```
nlinesresp = nmodesrtr
```

Else

```
nlinesresp = nmodesft
```

End If

'Sound pressure in the source room

For i = fstart To mf

```
ReSP = 0
```

```
ImSP = 0
```

For m = 1 To nmodesrte

$$\text{filmn} = \text{Cos}(\text{frorde}(m, 1) * \text{cpi} * \mathbf{coord(1)} / \mathbf{lxe}) * \text{Cos}(\text{frorde}(m, 2) * \text{cpi} * \mathbf{coord(2)} / \mathbf{ly}) * \text{Cos}(\text{frorde}(m, 3) * \text{cpi} * \mathbf{coord(3)} / \mathbf{lz})$$

$$\text{filmnq} = \text{Cos}(\text{frorde}(m, 1) * \text{cpi} * \mathbf{qx} / \mathbf{lxe}) * \text{Cos}(\text{frorde}(m, 2) * \text{cpi} * \mathbf{qy} / \mathbf{ly}) * \text{Cos}(\text{frorde}(m, 3) * \text{cpi} * \mathbf{qz} / \mathbf{lz})$$

$$\text{ReSPnum} = \text{frorde}(m, 5) * \text{filmn} * \text{filmnq}$$

$$\text{SPden} = (((\text{frorde}(m, 5) ^ 2) - ((2 * \text{cpi} * i) ^ 2) - (\text{deltae} ^ 2)) ^ 2) + 4 * (\text{deltae} ^ 2) * (\text{frorde}(m, 5) ^ 2)$$

$$\text{ReSPadd} = \text{ReSPnum} / \text{SPden}$$

$$\text{ReSP} = \text{ReSP} + \text{ReSPadd}$$

$$\text{ImSPnum} = ((\text{frorde}(m, 5) ^ 2) - ((2 * \text{cpi} * i) ^ 2) - (\text{deltae} ^ 2)) * \text{filmn} * \text{filmnq}$$

$$\text{ImSPadd} = \text{ImSPnum} / \text{SPden}$$

$$\text{ImSP} = \text{ImSP} + \text{ImSPadd}$$

Next m

$$\text{ReSP} = 16 * \text{deltae} * (2 * \text{cpi} * i) * \text{roa} * (\text{c} ^ 2) / \mathbf{lxe} / \mathbf{ly} / \mathbf{lz} * \mathbf{qint} * \text{ReSP}$$

$$\text{ImSP} = 8 * (2 * \text{cpi} * i) * \text{roa} * (\text{c} ^ 2) / \mathbf{lxe} / \mathbf{ly} / \mathbf{lz} * \mathbf{qint} * \text{ImSP}$$

$$\text{MagSP} = \text{Sqr}((\text{ReSP} ^ 2) + (\text{ImSP} ^ 2))$$

$$\text{PhaSP} = (\text{Atn}(\text{ImSP} / \text{ReSP})) * 180 / \text{cpi}$$

Next i

'Determining the delta of the receiving room

$$\text{rsr} = 2 * (\mathbf{lxr} * \mathbf{ly} + \mathbf{ly} * \mathbf{lz} + \mathbf{lz} * \mathbf{lxr})$$

$$\text{rvr} = \mathbf{lxr} * \mathbf{ly} * \mathbf{lz}$$

$$\text{rtr} = 0.161 * \text{rvr} / \text{rsr} / \mathbf{alfar}$$

$$\text{deltar} = 6.9 / \text{rtr}$$

'Sound pressure in the receiving room

For i = **fstart** To **mf**

$$\text{' } \text{lf} = 1 / \text{Sqr}(i) + \mathbf{rlf}$$

$$\text{' } \text{lf} = \text{mass} / 485 / \text{Sqr}(i) + \mathbf{rlf}$$

$$\text{lf} = \mathbf{rlf}$$

ReSP = 0
ImSP = 0
A1add = 0
A2add = 0
A1num = 0
A2num = 0
Aden = 0
ReSP11 = 0
ReSP12 = 0
ReSP21 = 0
ReSP22 = 0
ImSP11 = 0
ImSP12 = 0
ImSP21 = 0
ImSP22 = 0

For j = 1 To nmodesrtr

B1add = 0
B2add = 0
B1num = 0
B2num = 0
Bden = 0
ReB11 = 0
ReB12 = 0
ReB21 = 0
ReB22 = 0
ImB11 = 0
ImB12 = 0
ImB21 = 0
ImB22 = 0

For n = 1 To nmodesft

C1 = 0
C2 = 0
C1add = 0
C2add = 0
C1num = 0
C2num = 0

Cden = 0

For m = 1 To nmodesrte

If fford(n, 1) = frorde(m, 2) Then

C1add = 0

C2add = 0

Elseif fford(n, 2) = frorde(m, 3) Then

C1add = 0

C2add = 0

Else

C1num = ((-1) ^ (fford(n, 1) + frorde(m, 2)) - 1) * ((-1) ^ (fford(n, 2) + frorde(m, 3)) - 1) / (((frorde(m, 2) / fford(n, 1)) ^ 2) - 1) * (((frorde(m, 3) / fford(n, 2)) ^ 2) - 1) * Cos(frorde(m, 1) * cpi * **qx** / **lxe**) * Cos(frorde(m, 2) * cpi * **qy** / **ly**) * Cos(frorde(m, 3) * cpi * **qz** / **lz**) * ((frorde(m, 5) ^ 2) - (deltae ^ 2) - ((2 * cpi * i) ^ 2))

C2num = ((-1) ^ (fford(n, 1) + frorde(m, 2)) - 1) * ((-1) ^ (fford(n, 2) + frorde(m, 3)) - 1) / (((frorde(m, 2) / fford(n, 1)) ^ 2) - 1) * (((frorde(m, 3) / fford(n, 2)) ^ 2) - 1) * Cos(frorde(m, 1) * cpi * **qx** / **lxe**) * Cos(frorde(m, 2) * cpi * **qy** / **ly**) * Cos(frorde(m, 3) * cpi * **qz** / **lz**) * frorde(m, 5) * deltae * 2

Cden = (((frorde(m, 5) ^ 2) - (deltae ^ 2) - ((2 * cpi * i) ^ 2)) ^ 2) + 4 * (deltae ^ 2) * (frorde(m, 5) ^ 2)

C1add = C1num / Cden

C2add = C2num / Cden

End If

C1 = C1 + C1add

C2 = C2 + C2add

Next m

If fford(n, 1) = frodr(j, 2) Then

B1add = 0

B2add = 0

Elseif fford(n, 2) = frordr(j, 3) Then

B1add = 0

B2add = 0

Else

B1num = ((-1) ^ (fford(n, 1) + frordr(j, 2)) - 1) * ((-1) ^ (fford(n, 2) + frordr(j, 3)) - 1) /
((fford(n, 1) ^ 2) * (fford(n, 2) ^ 2) * (((frordr(j, 2) / fford(n, 1)) ^ 2) - 1) * (((frordr(j, 3) / fford(n, 2))
^ 2) - 1)) * ((fford(n, 4) ^ 2) - ((2 * cpi * i) ^ 2))

B2num = ((-1) ^ (fford(n, 1) + frordr(j, 2)) - 1) * ((-1) ^ (fford(n, 2) + frordr(j, 3)) - 1) /
((fford(n, 1) ^ 2) * (fford(n, 2) ^ 2) * (((frordr(j, 2) / fford(n, 1)) ^ 2) - 1) * (((frordr(j, 3) / fford(n, 2))
^ 2) - 1)) * If * (fford(n, 4) ^ 2)

Bden = (((fford(n, 4) ^ 2) - ((2 * cpi * i) ^ 2)) ^ 2) + (If ^ 2) * (fford(n, 4) ^ 4)

B1add = B1num / Bden

B2add = B2num / Bden

End If

ReB11 = ReB11 + B1add * C1

ReB12 = ReB12 + B2add * C2

ReB21 = ReB21 + B1add * C2

ReB22 = ReB22 + B2add * C1

ImB11 = ImB11 + B1add * C2

ImB12 = ImB12 + B2add * C1

ImB21 = ImB21 + B1add * C1

ImB22 = ImB22 + B2add * C2

Next n

A1num = 2 * ((-1) ^ frordr(j, 1)) * Cos(frordr(j, 1)) * cpi * **sp_x / l_{xr}** * Cos(frordr(j, 2)) * cpi *
sp_y / l_y * Cos(frordr(j, 3)) * cpi * **sp_z / l_z** * deltar * frordr(j, 5)

A2num = ((-1) ^ frordr(j, 1)) * Cos(frordr(j, 1)) * cpi * **sp_x / l_{xr}** * Cos(frordr(j, 2)) * cpi * **sp_y**
/ l_y * Cos(frordr(j, 3)) * cpi * **sp_z / l_z** * ((frordr(j, 5) ^ 2) - (deltar ^ 2) - ((2 * cpi * i) ^ 2))

Aden = (((frordr(j, 5) ^ 2) - (deltar ^ 2) - ((2 * cpi * i) ^ 2)) ^ 2) + 4 * (deltar ^ 2) * (frordr(j,
5) ^ 2)

A1add = A1num / Aden

A2add = A2num / Aden

ReSP11 = ReSP11 + A1add * ReB11
ReSP12 = ReSP12 + A1add * ReB12
ReSP21 = ReSP21 + A2add * ReB21
ReSP22 = ReSP22 + A2add * ReB22

ImSP11 = ImSP11 + A1add * ImB11
ImSP12 = ImSP12 + A1add * ImB12
ImSP21 = ImSP21 + A2add * ImB21
ImSP22 = ImSP22 + A2add * ImB22

Next j

Cs = 256 * qint * ((2 * cpi * i) ^ 3) * (roa ^ 2) * (c ^ 4) / (mass * lxe * lxr * ly * lz * (cpi ^ 4))
ReSP = Cs * (ReSP11 - ReSP12 + ReSP21 + ReSP22)
ImSP = Cs * (-ImSP11 - ImSP12 + ImSP21 - ImSP22)

MagSP = Sqr((ReSP ^ 2) + (ImSP ^ 2))
PhaSP = (Atn(ImSP / ReSP)) * 180 / cpi

Next i

End Sub

BIBLIOGRAFIA

- [1] Oliver, P. R.; Kantaris, N. – Using Visual Basic, Babani Computers Books, Londres, Reino Unido, 2001.