DM
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
TÉCNICO LISBOA

2^{o} Teste de Álgebra Linear

(LEGM, LMAC, MEBiom, MEC, MEFT)

2^{o} Semestre 2012/2013 - 22/04/2013 -9h

Código: AG1234
Nota:

Duração: $45'$

Nome: ______________________________ Número: ______________

I. Considere a base ordenada $\mathcal{B} = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3)$ de $\mathbb{R}^3$ formada pelos vectores

$$\mathbf{v}_1 = (-1, 0, 0) \quad , \quad \mathbf{v}_2 = (0, 1, 0) \quad \text{e} \quad \mathbf{v}_3 = (0, -2, 1) \ .$$

Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ a transformação linear que é representada na base $\mathcal{B}$ pela matriz

$$[T]_{\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & -3 \end{bmatrix} \ .$$

Considere ainda o vector $\mathbf{u} = (1, 0, 1)$.

I.1 (2,0 val) Indique uma base para cada um dos seguintes subespaços:

a) espaço das colunas da matriz $[T]_{\mathcal{B}}$.

b) espaço nulo da matriz $[T]_{\mathcal{B}}$.

c) subespaço intersecção dos subespaços obtidos nas alíneas anteriores.

d) núcleo da transformação T .

Resposta:

1.a) Uma base de $\mathrm{Col}\,[T]_{\mathcal{B}}$ é

1.b) Uma base de $\mathrm{Nul}\,[T]_{\mathcal{B}}$ é

1.c) Uma base de $\mathrm{Col}\,[T]_{\mathcal{B}} \cap \mathrm{Nul}\,[T]_{\mathcal{B}}$ é

1.d) Uma base de $\mathrm{Nuc}\,T$ é

I.2 (2,0 val) Determine:

a) as coordenadas do vector $\mathbf{u}$ na base $\mathcal{B}$.

b) as coordenadas do vector $T(\mathbf{u})$ na base $\mathcal{B}$.

c) o vector $T(\mathbf{u})$.

d) o vector $T(2\,\mathbf{v}_1)$.

Resposta:

2.a) $[\mathbf{u}]_{\mathcal{B}} =$

2.c) $T(\mathbf{u}) =$

2.b) $[T(\mathbf{u})]_{\mathcal{B}} =$

2.d) $T(2\,\mathbf{v}_1) =$

(*v.s.f.f.*)

II. (1,0 val) No espaço $\mathbb{P}_2$ dos polinómios de grau menor ou igual a dois, considere a base ordenada $\mathcal{P}_2 = (1, t, t^2)$ e a transformação linear $T : \mathbb{P}_2 \to \mathbb{P}_2$ definida pela fórmula

$$T\left(p\left(t\right)\right) = p\left(3\right)t - p\left(3t\right) \ .$$

a) Determine a matriz que representa T na base $\mathcal{P}_2$.

b) Determine o conjunto $\mathcal{S}$ dos polinómios que são soluções da equação $T\left(p\left(t\right)\right) = 1 - t^2$.

a) Resolução:

Resposta: $[T]_{\mathcal{P}_2} =$

b) Resolução:

Resposta: $\mathcal{S} =$