Aerodinâmica

Escoamento em Regime Turbulento

Aproximações de Reynolds

(RANS equations)

• Aproximações de camada limite

$$\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}=0$$

$$U\frac{\partial U}{\partial x}+V\frac{\partial U}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{dP}{dx}+\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial U}{\partial y}-\rho\overline{uv}\right)\right)$$

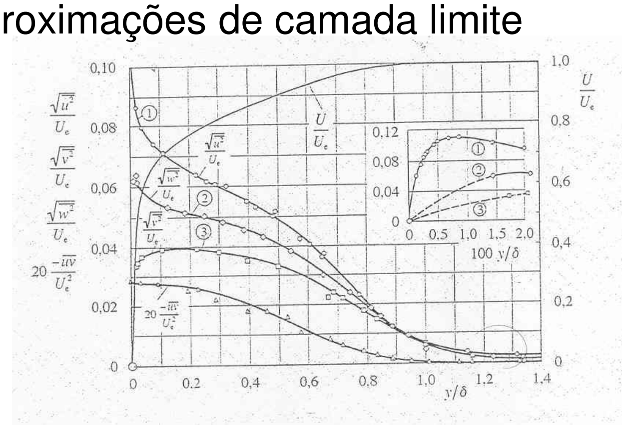
- Número de equações é inferior ao número de incógnitas
- Única tensão de Reynolds retida: $-\rho\overline{uv}$

Escoamento em Regime Turbulento

Aproximações de Reynolds

(RANS equations)

• Aproximações de camada limite



- Análise das tensões de Reynolds desprezáveis tem de ser experimental

Escoamento em Regime Turbulento
Aproximações de Reynolds
(RANS equations)

- Aproximações de camada limite

- Equação integral de von Kármán mantém a mesma forma

$$\frac{1}{\rho}\int_0^h \frac{\partial \tau_T}{\partial y}dy = \left[\frac{\tau_T}{\rho}\right]_0^h = -\frac{\tau_w}{\rho}$$

$\tau_T = \tau_{lam} + \tau_{turb}$ com $\tau_{lam} = \mu\dfrac{\partial U}{\partial y}, \quad \tau_{turb} = -\rho\overline{uv}$

Escoamento em Regime Turbulento
Perfil de velocidade média, U

- Camada da parede:

  - Zona de equilíbrio local.
    Produção de *k* ≡ Dissipação de *k* (ε)

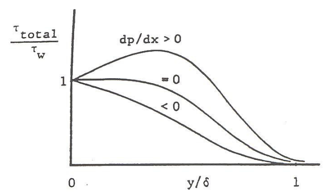
  - Na parede, *y=0*, a equação de balanço de quantidade de movimento na direcção *x* reduz-se a

$$\frac{\partial \tau_T}{\partial y} = \frac{dP}{dx}$$

Escoamento em Regime Turbulento
Perfil de velocidade média, U

- Camada da parede:
  - Admitindo que junto à parede os efeitos convectivos são desprezáveis ($U \rightarrow 0$)

$$\tau_T = \tau_w + \frac{dP}{dx} y$$



  - Para gradientes de pressão próximos de zero a camada da parede é uma região de tensão constante, $\tau_T \approx \tau_w$

Escoamento em Regime Turbulento
Perfil de velocidade média, U

- Camada da parede:
  - Região em que as 3 variáveis fundamentais (LMT) para construir parâmetros adimensionais são:
    - Massa específica, ρ
    - Viscosidade do fluido, ν
    - Tensão de corte na parede, τ_w

Escoamento em Regime Turbulento
Perfil de velocidade média, U

- Camada da parede:
  - Velocidade de fricção (*friction velocity*):

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = U_e \sqrt{\frac{C_f}{2}}$$

  - Comprimento de referência

$$L_{ref} = \frac{\nu}{u_\tau}$$

Escoamento em Regime Turbulento
Perfil de velocidade média, U

- Sub-camada linear:
  - Para valores de *y* muito pequenos ($-\rho\overline{uv} \rightarrow 0$)

$$\tau_T = \tau_w = \tau_{lam} = \mu \frac{\partial U}{\partial y}$$

  - Integrando e aplicando a condição de não escorregamento ($y=0 \Rightarrow U=0$)

$$U = \frac{\tau_w y}{\mu} = \left(\frac{\tau_w}{\rho}\right)\frac{y}{\nu}$$

Escoamento em Regime Turbulento
Perfil de velocidade média, U

- Sub-camada linear:
  - Em termos adimensionais

$$\frac{U}{u_\tau}u_\tau = \left(\frac{\tau}{\rho}\right)\frac{y}{\nu}\frac{\nu}{u_\tau}\frac{u_\tau}{\nu}$$

$$\frac{U}{u_\tau} = \frac{u_\tau y}{\nu} \Leftrightarrow U^+ = y^+$$

$$U^+ = \frac{U}{u_\tau} \qquad y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu}$$

Escoamento em Regime Turbulento
Perfil de velocidade média, U

- Sub-camada linear válida para $y^+ < 5$
  - u_τ=1m/s, $\nu_{ar}=1,5\times10^{-5} \Rightarrow y<7,5\times10^{-5}$m
- Consequências:
  - Experimentalmente é muito complicado determinar a tensão de corte na parede a partir de $\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_{y=0}$
  - Numericamente a aplicação directa da condição de não escorregamento requer malhas com $y_2^+ < 1$

Escoamento em Regime Turbulento
Perfil de velocidade média, U

- Sub-camada linear válida para $y^+ < 5$

  - Modelo de Spalart & Allmaras

    $\tilde{\nu}^+ = \kappa y^+, \quad \tilde{\nu}^+ = \tilde{\nu}/\nu$

  - Energia cinética da turbulência, *k*

    $k^+ = C_k \left(y^+\right)^{0.5+\sqrt{0.25+6\beta^*/\beta}}, \quad k^+ = k/u_\tau^2$

  - "Frequência" da turbulência, ω

    $\omega^+ = 6/\left(\beta\left(y^+\right)^2\right), \quad \omega^+ = (\omega\nu)/u_\tau^2$

Escoamento em Regime Turbulento
Perfil de velocidade média, U

- Camada tampão, $5 < y^+ < 30 - 50$

  - Nesta região a maior contribuição para a tensão total passa de origem laminar a turbulenta (Reynolds)

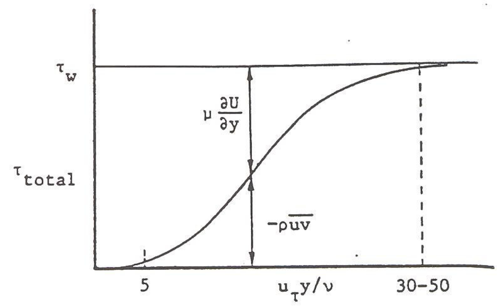
  - Para $y^+ \leq 5$ a tensão turbulenta (Reynolds) é practicamente nula

  - Para $y^+ = 30 - 50$ as tensões de corte de origem turbulenta (Reynolds) são predominantes

Escoamento em Regime Turbulento

Perfil de velocidade média, U

- Camada tampão, $5 < y^+ < 30-50$



- A zona do perfil de velocidade com y^+ inferior a 30-50 é designada por sub-camada viscosa

Escoamento em Regime Turbulento

Perfil de velocidade média, U

- Lei da parede, $y^+ > 30-50$

- Tensão turbulenta (Reynolds) é predominante

- Análise dimensional aplicada à região de tensão aproximadamente constante

$$\frac{U}{u_\tau} = f\left(\frac{u_\tau y}{\nu}\right)$$

- O gradiente de velocidade é dado por

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{u_\tau^2}{\nu} f'\left(\frac{u_\tau y}{\nu}\right) = \frac{u_\tau}{y}\frac{u_\tau y}{\nu} f'\left(\frac{u_\tau y}{\nu}\right) = \frac{u_\tau}{y} g\left(\frac{u_\tau y}{\nu}\right)$$

Escoamento em Regime Turbulento
Perfil de velocidade média, U

- Lei da parede, $y^+ > 30 - 50$

  - Verifica-se experimentalmente que a função

$$g\left(\frac{u_\tau y}{\nu}\right) \cong const = \frac{1}{\kappa}$$

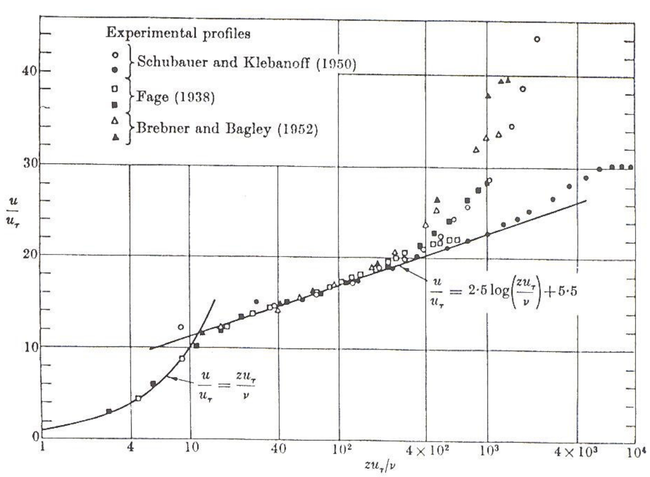
donde $\dfrac{\partial U}{\partial y} = \dfrac{u_\tau}{\kappa y}$

  - Integrando

$$\frac{U}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa}\ln\left(\frac{u_\tau y}{\nu}\right) + C \Leftrightarrow U^+ = \frac{1}{\kappa}\ln\left(y^+\right) + C$$

Escoamento em Regime Turbulento
Perfil de velocidade média, U

- Lei da parede, $y^+ > 30 - 50$



$\kappa = 0{,}41$

$C \cong 5{,}2$

Escoamento em Regime Turbulento

Perfil de velocidade média, U

- Lei da parede, $y^{+} > 30-50$

- Pode-se determinar experimentalmente a tensão de corte na parede medindo a velocidade média numa região suficientemente afastada da parede

- As condições de fronteira de um cálculo numérico podem ser aplicadas na região da lei da parede. Sub-camada viscosa é evitada.

Aerodinâmica

Escoamento em Regime Turbulento

Perfis das variáveis dos modelos de turbulência

- Lei da parede, $y^{+} > 30-50$

- Modelo de Spalart & Allmaras

$$\tilde{\nu}^{+} = \kappa y^{+}, \quad \tilde{\nu}^{+} = \tilde{\nu}/\nu$$

- Energia cinética da turbulência, *k*

$$k^{+} = 1\Big/\sqrt{C_{\mu}}, \quad k^{+} = k\big/u_{\tau}^{2}$$

- "Frequência" da turbulência, ω

$$\omega^{+} = 1\Big/\left(\kappa\sqrt{C_{\mu}}\,y^{+}\right), \quad \omega^{+} = (\omega\nu)\big/u_{\tau}^{2}$$

Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Escoamento em Regime Turbulento
Perfil de velocidade média, U

- Lei da parede em paredes rugosas

  - Análise dimensional aplicada à região de tensão aproximadamente constante em regime completamente rugoso

$$\frac{U}{u_\tau} = f\left(\frac{y}{\varepsilon_r}\right)$$

que conduz a

$$\frac{U}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa}\ln\left(\frac{y}{\varepsilon_r}\right) + B$$

$$\kappa = 0{,}41 \quad B = 8{,}5$$

Aerodinâmica

Escoamento em Regime Turbulento
Perfil de velocidade média, U

- Lei da parede em paredes rugosas

  - Número de Reynolds caraterístico da rugosidade

$$R_{e_{\varepsilon_r}} = \frac{u_\tau \varepsilon_r}{\nu}$$

  - Para $R_{e_{\varepsilon_r}} < 5$ o escoamento comporta-se como se a superfície fosse lisa, pelo que se denomina de hidrodinamicamente lisa

  - Para $R_{e_{\varepsilon_r}} > 70$ o regime é completamente rugoso. O escoamento é independente do valor da viscosidade

Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Escoamento em Regime Turbulento

Perfil de velocidade média, U

- Lei da parede em paredes rugosas

  - Para $5 < R_{e_{\varepsilon_r}} < 70$ a constante da lei da parede depende da rugosidade e da viscosidade do fluido

$$\frac{U}{u_\tau} = f\left(\frac{y}{\varepsilon_r}, \frac{u_\tau \varepsilon_r}{\nu}\right) \quad \text{ou} \quad \frac{U}{u_\tau} = f\left(\frac{u_\tau y}{\nu}, \frac{u_\tau \varepsilon_r}{\nu}\right)$$