

Aproximações de Camada Limite (*Boundary-Layer*)

Efeito do gradiente de pressão

- Forma do perfil de velocidade

$$\frac{\partial u}{\partial s} \cong -\frac{1}{\rho u} \frac{\partial p}{\partial s} \Leftrightarrow \frac{\partial u}{\partial x} \cong -\frac{1}{\rho u} \frac{dp}{dx}$$

- Aplicação da equação de Bernoulli ao longo de uma linha de corrente no interior da camada limite desprezando o efeito do atrito
- Efeito do gradiente de pressão $\frac{dp}{dx}$ é tanto maior quanto menor for u

Aproximações de Camada Limite (*Boundary-Layer*)

Efeito do gradiente de pressão

- Forma do perfil de velocidade

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \eta^2} = \Lambda \quad \text{com} \quad \bar{u} = \frac{u}{U_e}, \quad \eta = \frac{y}{\delta} \quad \text{e} \quad \Lambda = -\frac{\delta^2}{\nu} \frac{dU_e}{dx}$$

- Segunda derivada na parede é função do gradiente de pressão

Aproximações de Camada Limite (*Boundary-Layer*)

Efeito do gradiente de pressão

- Forma do perfil de velocidade

$$\eta = 0 \Rightarrow \bar{u} = 0 \quad \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \eta^2} = \Lambda$$

$$\eta = 1 \Rightarrow \bar{u} = 1 \quad \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} = 0 \quad \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \eta^2} = 0$$

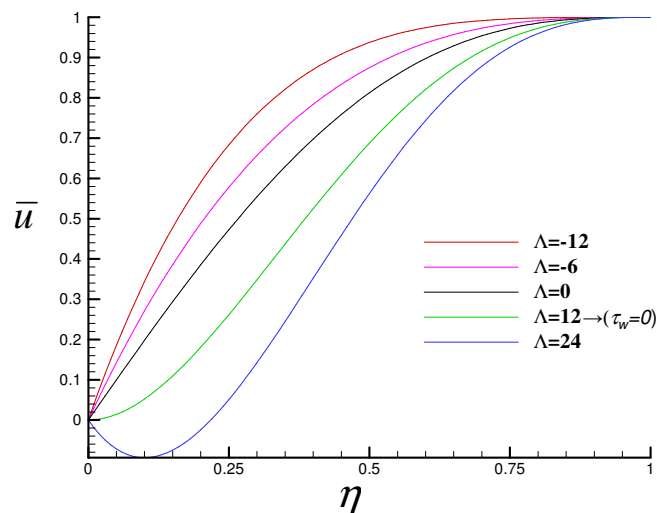
$$\bar{u} = 2\eta - 2\eta^3 + \eta^4 - \frac{\Lambda}{6}(\eta - 3\eta^2 + 3\eta^3 - \eta^4)$$

Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Aproximações de Camada Limite (*Boundary-Layer*)

Efeito do gradiente de pressão

- Forma do perfil de velocidade











Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Aproximações de Camada Limite (*Boundary-Layer*)

Efeito do gradiente de pressão

- Forma do perfil de velocidade

	$\frac{dp}{dx}$	$\frac{\delta^*}{\delta}$	$\frac{\theta}{\delta}$	H	C_f (1)
Adverso	> 0				
Favorável	< 0				

(1) C_f é igual a zero no ponto de separação

Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Aproximações de Camada Limite (*Boundary-Layer*)

Efeito do gradiente de pressão

- Camada limite em gradiente de pressão nulo cresce por difusão de quantidade de movimento
- Equação da continuidade

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \Leftrightarrow v = \int_0^y -\frac{\partial u}{\partial x} dy$$

- Escoamento exterior





$$-\frac{dU_e}{dx} = \frac{1}{\rho U_e} \frac{dp}{dx}$$

Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Aproximações de Camada Limite (*Boundary-Layer*)

Efeito do gradiente de pressão

- Efeito da convecção na taxa de crescimento(δ)











	$\frac{dp}{dx}$	v	δ
Adverso	> 0		
Favorável	< 0		

Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Aproximações de Camada Limite (*Boundary-Layer*)

Efeito do gradiente de pressão

- Efeito global

	$\frac{dp}{dx}$	δ	δ^*	θ	H	C_f (1)
Adverso	> 0					
Favorável	< 0					

(1) C_f é igual a zero no ponto de separação

Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Aproximações de Camada Limite (*Boundary-Layer*)

- Método de Thwaites
 - Equação integral de von Kármán

$$\frac{d\theta}{dx} + \theta \frac{H+2}{U_e} \frac{dU_e}{dx} = \frac{C_f}{2}$$

- Condições de fronteira na parede

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = \frac{U_e}{\theta} l \quad \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)_{y=0} = -\frac{U_e}{\theta^2} \lambda$$

Comprimento de referência $\rightarrow \theta$

Velocidade de referência $\rightarrow U_e$

Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Aproximações de Camada Limite (*Boundary-Layer*)

- Método de Thwaites
 - Parâmetro de gradiente de pressão, λ

$$\lambda = \frac{\theta^2}{\nu} \frac{dU_e}{dx}$$

- Parâmetro relacionado com a tensão de corte, l

$$l = \frac{U_e \theta C_f}{2\nu}$$

Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Aproximações de Camada Limite (*Boundary-Layer*)

- Método de Thwaites
 - Hipótese de Thwaites

$$l = l(\lambda) \quad H = H(\lambda)$$

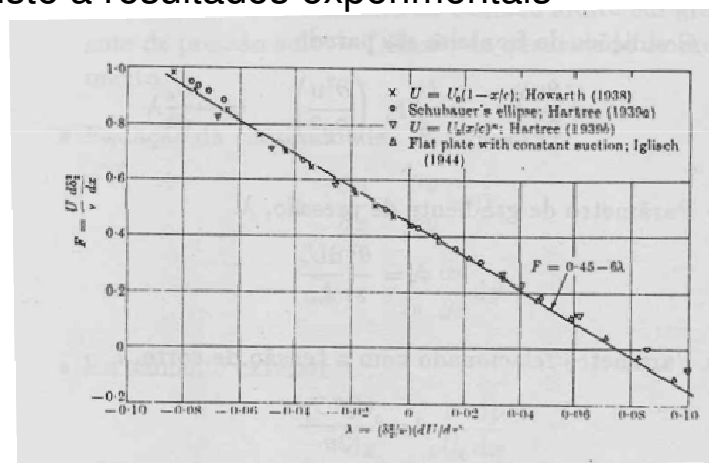
- Substituindo na equação integral de von Kármán

$$\frac{U_e}{\nu} \frac{d\theta^2}{dx} = 2\{-\lambda[H(\lambda)+2]+l(\lambda)\} \equiv F(\lambda)$$

Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Aproximações de Camada Limite (*Boundary-Layer*)

- Método de Thwaites
 - Ajuste a resultados experimentais



$$F(\lambda) = 0,45 - 6\lambda$$

Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Aproximações de Camada Limite (*Boundary-Layer*)

- Método de Thwaites

$$\frac{d\theta^2 U_e^6}{dx} = 0,45\nu U_e^5$$

- Integrando

$$\theta^2 U_e^6 = 0,45\nu \int_0^x U_e^5 dx + (\theta^2 U_e^6)_0$$

Aproximações de Camada Limite (*Boundary-Layer*)

- Método de Thwaites

1. Calcular θ

$$\theta^2 U_e^6 = 0,45\nu \int_0^x U_e^5 dx + (\theta^2 U_e^6)_0$$

2. Calcular λ

$$\lambda = \frac{\theta^2}{\nu} \frac{dU_e}{dx}$$

Aproximações de Camada Limite (*Boundary-Layer*)

- Método de Thwaites

3. Calcular H e l a partir de

$$l = \begin{cases} 0,22 + 1,402\lambda + \frac{0,018\lambda}{0,107 + \lambda} & -0,09 \leq \lambda < 0 \\ 0,22 + 1,57\lambda - 1,8\lambda^2 & 0 \leq \lambda < 0,25 \end{cases}$$

$$H = \begin{cases} 2,088 + \frac{0,0731}{0,14 + \lambda} & -0,09 \leq \lambda < 0 \\ 2,61 - 3,75\lambda + 5,24\lambda^2 & 0 \leq \lambda < 0,25 \end{cases}$$

Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Aproximações de Camada Limite (*Boundary-Layer*)

- Método de Thwaites

4. Calcular δ^* e C_f a partir de H e l

$$\text{Separação} \Rightarrow \tau_w = 0, C_f = 0, l = 0$$

$$l = 0 \Rightarrow \lambda = -0,09$$

Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica