Modelos neuronais para armazenamento e recuperação de informação I

J. Sacramento

INESC-ID Lisboa,
Instituto Superior Técnico,
Campus Taguspark, Porto Salvo, Portugal

Recuperação de Informação, DEAEIC, 2011

Outline

Motivação

Princípios gerais de modelação

Formulação Bayesiana da tarefa associativa

Performance e problemas da solução Bayesiana

Discussão

inesc id lisboa

Outline

Motivação

Princípios gerais de modelação

Formulação Bayesiana da tarefa associativa

Performance e problemas da solução Bayesiana

Discussão

Abordagem computacional à neurobiologia

Como é que o nosso cérebro processa a informação que recebe do mundo exterior e interior?

- Do ponto de vista desta apresentação: como é capaz de memorizar e recuperar informação?
- Na neurociência computacional procura-se responder a esta pergunta com modelos formais, algoritmos, análise
- Quer-se entender princípios e limitações básicas, leis que governem o funcionamento dos sistemas

Aplicação à engenharia

Pelo caminho, conseguimos aprender a construir máquinas com maior poder computacional?

- Fonte de inspiração clássica da inteligência artificial

Outline

Processos de memória

Conseguimos identificar/mapear várias tarefas de memória em padrões de actividade neuronal

- Utilização de técnicas de electrofisiologia e neuroimagiologia
  - Área em desenvolvimento rápido; necessidade de mais e melhores métodos não-invasivos
  - Procuram-se: engenheiros, físicos, matemáticos, ...
- Experiências psicofísicas em mamíferos

Distinção de tarefas de memória por funcionalidade (ligação forte às neurociências cognitivas)

- Detecção de familiaridade ou de novidade
- Associação (espacio-temporal) de padrões
- Recuperação robusta de padrões de actividade passada

Modelação I: Abstracção

Como conceber modelos que expliquem os fenómenos observados?

Nível de abstracção vs. fidelidade

- Modelos detalhados são computacionalmente (muito) pesados
- Geralmente impossível de levar a cabo análise teórica
- Perde-se a compreensão do comportamento colectivo nos detalhes e em dificuldades de natureza técnica
- Por outro lado, modelos demasiado abstractos perdem riqueza e podem não ser suficientemente fiéis

Focamo-nos nos modelos de mais alto nível, mas com sustento biológico

- Mais próximos de RI "pura"

Modelação II: Substrato neuronal

Que “maquinaria” temos ao dispor para implementar os ditos processos?

Modelos mais comuns utilizam

- Unidade computacional básica: neurónio
- Elemento modificável essencial: sinapse
  - Memorização implica modificação
  - Disparos de neurónios são propagados através de sinapses
- Interligação de neurónios dá origem a redes
  - Descrição macro do sistema; comportamento colectivo

Modelação III: Dificuldades

Considerações a ter em conta ao desenhar um modelo de computacional de base neuronal

- Ruído e incerteza
  - Sinapses são um canal de transmissão ruídoso
  - Ruído bioquímico: manutenção de sinapses no longo prazo
  - Mecanismos de codificação também neuronais e afectos aos mesmos problemas
  - “Ruído” e redundância estatística nos estímulos naturais
- Processamento autónomo e independente
  - Assincronia
  - Ausência de contexto/informação global

Plausibilidade do modelo implica robustez

Outline

Motivação

Princípios gerais de modelação

Formulação Bayesiana da tarefa associativa

Performance e problemas da solução Bayesiana

Discussão

Nível máximo de abstracção aceite

Armazenar um conjunto de M pares de padrões de actividade,

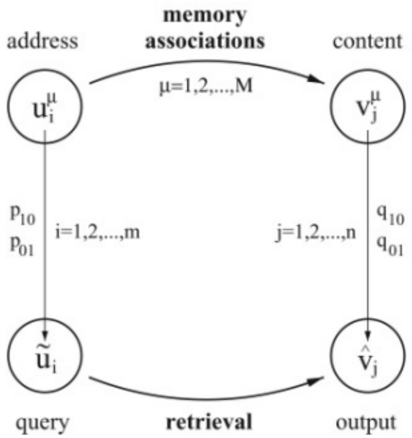
$$\mathscr{S} = \{(\mathbf{u}^1, \mathbf{v}^1), \ldots, (\mathbf{u}^\mu, \mathbf{v}^\mu), \ldots, (\mathbf{u}^M, \mathbf{v}^M)\} \tag{1}$$

onde $\mathbf{u}^\mu \in \{0,1\}^m$ e $\mathbf{v}^\mu \in \{0,1\}^n$.

Num dado “instante” μ,

- u_i^μ representa o estado do i-ésimo neurónio de entrada
- v_j^μ representa o estado do j-ésimo neurónio de saída

Visão geral do processo



adaptado de Knoblauch (2011)

Omnisciência e independência

Tentemos encontrar uma solução Bayesiana para o problema (Knoblauch, 2011)

Precisamos de

- Registar contadores de actividade
  - De primeira ordem (por neurónio i ou j): $\{M_1(j), M_0(j), M'_1(i), M'_0(i)\}$
  - De segunda ordem (por sinapse $i \to j$): $\{M_{11}(ij), M_{01}(ij), M_{00}(ij), M_{10}(ij)\}$
- Conhecer as probabilidades condicionais de erro $p_{01|a}$ e $p_{10|a}$
- Assumir independência condicional entre os componentes da entrada $\tilde{\mathbf{u}}$, dada a actividade do neurónio de saída j

Decisor óptimo

Cada neurónio de saída j tem que decidir o seu estado, dada a entrada $\tilde{\mathbf{u}}$ e todos os parâmetros conhecidos $\mathfrak{M}(j)$

Pelo critério de optimalidade de Bayes, escolhe-se a decisão que minimiza a perda a posteriori. No nosso caso binário:

$$\hat{v}_j = \begin{cases} 1, & \tau_j := \frac{\mathrm{P}\left(v_j^\mu = 1 | \tilde{\mathbf{u}}, \mathfrak{M}(j)\right)}{P\left(v_j^\mu = 0 | \tilde{\mathbf{u}}, \mathfrak{M}(j)\right)} \geq 1, \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \tag{2}$$

(decisor MAP)

Formulação neuronal

Receita habitual: escrever a verosimilhança, inverter usando a regra de Bayes, tomar logaritmos,

$$w_{ij} = \log \frac{\left(M_{11}(1-p_{10|1})+M_{01}p_{01|1}\right)\left(M_{00}(1-p_{01|0})+M_{10}p_{10|0}\right)}{\left(M_{10}(1-p_{10|0})+M_{00}p_{01|0}\right)\left(M_{01}(1-p_{01|1})+M_{11}p_{10|1}\right)},$$

$$x_j = (m-1)\log\frac{M_0}{M_1} + \sum_{i=1}^m \log\frac{M_{01}(1-p_{01|1})+M_{11}p_{10|1}}{M_{00}(1-p_{01|0})+M_{10}p_{10|0}} + \sum_{i=1}^m w_{ij}\tilde{u}_i,$$

$$\hat{v}_j = \begin{cases} 1, & x_j \geq 0, \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Identificamos x_j com o potencial dendrítico de entrada e w_{ij} com o peso sináptico $i \to j$

Outline

O que atingimos na secção anterior?

Como avaliar a capacidade de memorização de uma rede neuronal? (Palm, 1980)

- M_ε: padrões armazenáveis / neurónio, ruído saída ε
- C_ε: bits armazenáveis / sinapse (bps), ruído saída ε
  - Resposta vem da teoria da informação de Shannon: informação mútua entre saída e entrada normalizada por número de sinapses
  - Medida mais geral
  - Ilustração, para diferentes $\langle u_i^\mu \rangle, \langle v_i^\mu \rangle$, como interpretar M_ε?

Limites de performance

Gardner (1988) estabelece máximos teóricos para C_ε

- Método famoso extremamente geral, resultados não dependem do algoritmo usado
- Calculatória de respeito, não me perguntem detalhes!

Como se porta a regra local óptima Bayesiana?

Resumidamente

- Limite de Gardner 0.72 bps
  - $m, n \to \infty$ e $\langle u_i^\mu \rangle, \langle v_j^\mu \rangle \to 0$
  - Atingido, esparsidão moderada
- Limite de Gardner 2 bps
  - $m, n \to \infty$ e $\langle u_i^\mu \rangle = \langle v_j^\mu \rangle = 1/2$
  - Nem de longe atingido, apenas $C_\varepsilon \approx 0.33$ bps com ε alto

Limites para regras locais

Derivação Bayesiana permite estabelecer limites para regras de aprendizagem local

O modelo computacional em si, no entanto, não é muito útil

- Necessário conhecer ou estimar probabilidades de transição
- Aprendizagem é instantânea (não-iterativa) e local, mas envolve armazenamento de variáveis contadoras por sinapse
- Recálculo de todos os pesos sempre que um novo padrão é apresentado
- Biologia ou hardware paralelo: w_{ij} de precisão arbitrária
  - Pode nem ser possível; depender da precisão implica pouca robustez a ruído bioquímico ou a interferência eléctrica em hardware VLSI

Caminhos a seguir

Uma possível solução para o problema da precisão arbitrária: discretização das variáveis sinápticas w_{ij} (Sompolinsky, 1986; Knoblauch, 2010)

- Curto prazo potência analógica, longo prazo valor discreto, regulação homeoestática de uma linha de corte

Se houver correlações fortes nas variáveis de entrada, ou se os padrões forem densos, em geral é necessário aprendizagem iterativa

- Estado da arte sinapses binárias, ver Baldassi et al. (2007)

Solução simples para sinapses binárias

Resultado clássico de Willshaw et al. (1969)

- Requer esparsidão extrema $\langle u_i^\mu \rangle \sim \log m/m$, $\langle v_j^\mu \rangle \sim \log n/n$
- Aprendizagem em sinapses binárias com regra extremamente simples

$$w_{ij} = \min\left(1, \sum_{\mu=1}^{M} u_i^\mu v_j^\mu\right) \tag{3}$$

Caso limite da regra Bayesiana. Atinge $C_\varepsilon = 0.69$ bps, muito próximo do limite teórico, apenas utilizando sinapses binárias

Outline

Muitos problemas mais

Além dos problemas que já abordámos

- Aprender indefinidamente em memórias de dimensão fixa ($M \to \infty$, m, n finitos), esquecendo automaticamente padrões mais antigos
  - Fácil com sinapses reais: factor decaímento (Parisi, 1986)
  - Bem mais difícil em sinapses binárias (Fusi and Abbott, 2007, e inúmeros trabalhos recentes)
- Modelar neurónios com mais realismo
- Introduzir recorrência nas ligações sinápticas

Potencial aplicação a RI

Tópico principal da próxima apresentação

- Autoassociadores realizam naturalmente uma procura do tipo "vizinho mais próximo" (NN)
  - Potencial de aplicação ao modelo Booleano
  - Embora com restrições na distância de Hamming tolerada nos padrões de entrada
- Hardware neuromórfico actualmente em desenvolvimento (e.g., ver trabalhos de E. Chicca) pode oferecer solução para implementar em larga escala redes de neurónios com sinapses ajustáveis

Agradecimentos

Gostava de agradecer ao meu amigo Ivo Anastácio (DMIR) pelos inúmeros comentários a uma primeira versão desta apresentação

inesc id lisboa

References I

C. Baldassi, A. Braunstein, N. Brunel, and R. Zecchina. Efficient supervised learning in networks with binary synapses. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 104(26): 11079–11084, 2007.

S. Fusi and L. F. Abbott. Limits on the memory storage capacity of bounded synapses. *Nature Neuroscience*, 10(4):485–493, 2007.

E. Gardner. The space of interactions in neural network models. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 21(1): 257–270, 1988.

A. Knoblauch. Zip nets: Efficient associative computation with binary synapses. In *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN)*, pages 4271–4278, Piscataway, NJ, 2010. IEEE Press.

A. Knoblauch. Neural associative memory with optimal Bayesian learning. *Neural Computation*, 23(6):1393–1451, 2011.

References II

G. Palm. On associative memory. *Biological Cybernetics*, 36(1): 19–31, Feb. 1980.

G. Parisi. A memory which forgets. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 19(10):L617, 1986.

H. Sompolinsky. Neural networks with nonlinear synapses and a static noise. *Physical Review A*, 34(3):2571–2574, 1986.

D. J. Willshaw, O. P. Buneman, and H. C. Longuet-Higgins. Non-holographic associative memory. *Nature*, 222(5197): 960–962, June 1969.