

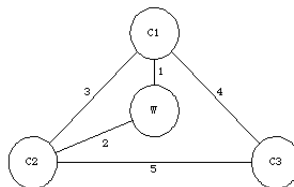
- Caso pretenda fazer o **exame**, deverá resolver **todas as perguntas**.
- Caso pretenda fazer o **2o. teste**, deverá resolver apenas as **perguntas 4, 5, 6 e 7**. Nesse caso as cotações passam para o dobro das indicadas.
- Justifique convenientemente **todas as respostas**.

1. Considere os seguintes registos dos instantes de falha graves (em milhas percorridas) de 9 autocarros de carreira: 162, 200, 271, 302, 393, 508, 539, 629, 706.

(a) Exemplifique a utilização de um gráfico TTT com alguns cálculos (por exemplo três pontos). Que aspecto esperaria para este gráfico, caso se desconfiasse da adequação do modelo exponencial a este conjunto de dados? (1.5)

(b) Calcule uma estimativa da função de fiabilidade de um autocarro para a distância de 200 milhas. Admita agora que as 9 observações dizem respeito a 9 autocarros de carreira colocados a circular simultaneamente, de entre um grupo de 20 de uma frota. Considerando as hipóteses de trabalho que entender convenientes, reavalie a estimativa que obteve. Comente. (2.0)

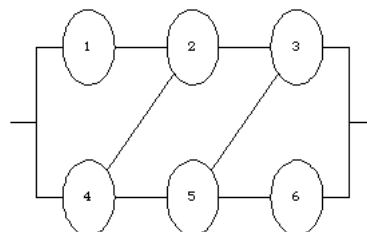
2. A figura abaixo descreve um sistema de (re)distribuição de água a três cidades C_1, C_2 e C_3 a partir de uma central de fornecimento de água W . Diz-se que o sistema de (re)distribuição de água está operacional se as três cidades receberem água.



(a) Admita que os tempos até entupimento das condutas de água (em centenas de horas) são v.a.s i.i.d., IHRA, com valor esperado igual a $750h$. Obtenha um limite inferior para o valor esperado do tempo até que o sistema de (re)distribuição de água deixe de estar operacional, limite esse que determinará o intervalo entre operações de manutenção/desobstrução das condutas de água. (1.5)

(b) Como caracterizaria o tempo até que o sistema deixa de estar operacional (T) quanto ao envelhecimento estocástico? Justifique. Obtenha a expressão de um limite superior para $E(T^2)$. (2.0)

3. Considere que as componentes do sistema *double crosslinked* abaixo são independentes e possuem fiabilidade comum e igual a $p = 0.95$.



(a) Determine a função de estrutura usando para o efeito os cortes mínimos. (1.5)

(b) Obtenha limites inferior e superior o mais estritos possível para a fiabilidade do sistema, ao admitir que as componentes estão associadas (positivamente) ao invés de serem independentes. (1.5)

4. O gestor de uma grande tinturaria responsável pelo tingimento de peças de $100m$ de tecido acredita que perderá um importante contrato se o número de imperfeições por peça exceder 4 em exactamente 1.86% dos casos.

(a) Que tipo de carta lhe parece mais razoável utilizar?

Determine o respectivo alvo e os seus limites de controlo. (1.0)

(b) Caso tivesse ocorrido uma alteração no valor esperado do número de imperfeições por peça para 2, qual seria a mediana do número de amostras recolhidas até à detecção de tal alteração por parte da carta que escolheu? Comente o seu significado. (1.5)

5. A grossura da parede é uma característica importante na produção de garrafas de vidro para bebidas gaseificadas. Admita que esta v.a. possui distribuição normal com valor esperado sob controlo $\mu_0 = 0.6cm$ e desvio-padrão constante e igual a $\sigma_0 = 0.1cm$.

O controlo de μ é feito à custa de uma carta $EWMA$ padrão, caracterizada por $n = 5$, $\lambda = 0.134$ e $\gamma_{EWMA} = 2.8891$, que possui $ARL_{EWMA}(0) = 500$ e $ARL_{EWMA}(1.5) = 5.789$.

(a) Após ter preenchido a tabela abaixo, o que poderá afirmar acerca do estado do processo de produção de garrafas?

N	1	2	3	4	5
\bar{x}_N	0.71	0.69	0.72	0.59	0.59
w_N		0.624825	0.637578	0.631203	

(1.0)

(b) Descreva uma carta \bar{X} padrão com o número esperado de amostras recolhidas até falso alarme igual a 500 amostras.

Compare a velocidade média de detecção desta carta com a da carta $EWMA$ padrão descrita em (a) na detecção de um *shift* de magnitude $\delta = 1.5$. Comente. (1.5)

6. O fenómeno dos sinais erróneos não é exclusivo dos esquemas conjuntos para μ e σ .

a) Qual a probabilidade de ser emitido um sinal erróneo pelo esquema S^2 unilateral superior com número esperado de amostras até falso alarme igual a 100, quando $n = 10$ e há uma redução de 10% no desvio-padrão? (1.0)

b) Compare-a com a correspondente probabilidade de emissão de sinal válido por parte de um esquema S^2 padrão com ARL sob controlo também igual a 100.

Confronte também as probabilidades de emissão de sinal entre as primeiras 100 amostras destas duas cartas, mais uma vez quando $\theta = 0.9$. Comente estes resultados. (1.5)

7. Uma gestora de uma companhia (que recebe lotes de dimensão $N = 2000$) adoptou um plano de amostragem simples com $n = 65$ e $c = 2$, tendo decidido pela rectificação da inspecção.

(a) Determine a redução relativa da fracção de unidades defeituosas nos lotes devida à rectificação da inspecção, quando o verdadeiro valor da fracção de peças defeituosas é igual a $p = 0.3\%$. (1.5)

(b) Obtenha o número médio de unidades inspeccionadas deste plano de amostragem, considerando para o efeito o valor de p da alínea anterior. Comente. (1.0)