

- Caso pretenda fazer o **exame**, deverá resolver **todas as perguntas**.
- Caso pretenda fazer o **2o. teste**, deverá resolver apenas as **perguntas 4, 5, 6 e 7**.
Nesse caso as cotações passam para o dobro das indicadas.
- Justifique convenientemente **todas as respostas**.

1. Vinte juntas de borracha foram sujeitas simultaneamente a um teste de vida acelerado que se deu por concluído aquando da ocorrência da 10a. falha. O registo do número de ciclos até falha conduziu aos seguintes resultados: 20400, 30000, 50700, 57750, 60300, 74100, 78300, 144000, 153500, 166000.

(a) Após ter identificado o tipo de teste de vida a que se recorreu, efectue um teste de ajustamento que lhe pareça adequado, considerando para o efeito um nível de significância de 10%. (2.0)

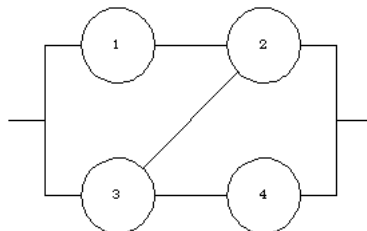
(b) Considerando as hipóteses de trabalho que entender convenientes, obtenha uma estimativa pontual e outra intervalar para a função de fiabilidade de tal v.a. para 100000 ciclos. Comente os resultados obtidos. (1.5)

2. Um armazém recebe motores de três fábricas distintas — A , B e C — responsáveis por 20%, 30% e 50% dos motores recebidos, respectivamente. Admita que os tempos até falha dos motores (em milhares de horas) são independentes com funções taxa de falha $\lambda_A(t) = 0.25t^{-0.75}$, $\lambda_B(t) = \frac{1}{3}t^{-2/3}$, $\lambda_C(t) = 0.5t^{-0.5}$, para $t > 0$.

(a) Obtenha o valor esperado da duração de um motor seleccionado ao acaso do *stock* do armazém. Determine a função de fiabilidade para um período de 1000 h desse mesmo motor. (1.5)

(b) Como caracterizaria a duração de um motor proveniente da fábrica A e a de um motor escolhido ao acaso no armazém quanto ao envelhecimento estocástico? Justifique. Obtenha um limite inferior para o desvio-padrão da duração deste último motor. (2.0)

3. O esquema que se segue descreve um sistema mecânico *cross linked* constituído por componentes que funcionam de modo independente e possuem fiabilidades iguais a p_i , $i = 1, 2, 3, 4$.



(a) Determine a função estrutura do sistema por decomposição fulcral em torno da componente 3. (1.5)

(b) Admita agora que as componentes do sistema funcionam de forma associada (positiva). Calcule um par de limites inferior e superior o mais estritos possível para a fiabilidade deste sistema mecânico quando $p_i = p = 0.975$, $i = 1, 2, 3, 4$. Comente. (1.5)

4. Uma máquina automática é usada para encher e selar latas de 0.1l de um produto líquido. Considerando as hipóteses que entender mais razoáveis e amostras de dimensão $n = 4$ e um valor nominal do desvio-padrão de 0.02l, responda às questões seguintes:

(a) Por que tipo de carta para a média optaria por forma a procurar-se respeitar o valor mínimo de 0.1l? Justifique.

Obtenha os respectivos limites de controlo de modo que o número esperado de amostras recolhidas até falso alarme seja igual a 500 amostras. (1.0)

(b) Admita que o valor esperado sofreu um “shift” para 0.07l. Obtenha o valor de $ARL_{\mu}(\delta, 1)$.

Admita agora que o valor nominal do desvio-padrão também se alterou, por sinal, para 0.025l. Compare e comente o valor de ARL obtido nesta situação com $ARL_{\mu}(\delta, 1)$. (1.5)

5. Na tabela abaixo pode encontrar o número de erros de alinhamento na fase final de produção de uma aeronave.

Aeronave	201	202	203	204	205	206	207	208	209	210
Erros de alinhamento	7	6	6	7	4	7	8	12	9	9

Pretende conceber-se um esquema *CUSUM* unilateral superior para a detecção de aumentos do valor nominal do número esperado de erros de alinhamento por aeronave, $\lambda_0 = 8$, para $\lambda_1 = 9$.

(a) Obtenha (e arredonde convenientemente) o valor de referência óptimo $k = \frac{\lambda_1 - \lambda_0}{\ln(\lambda_1/\lambda_0)}$ para o esquema acima referido, averigue se alguma das três primeiras observações foi responsável por um sinal por parte do esquema *CUSUM* unilateral, sem *head start* e com limite superior igual a $UCL = 5$. (1.0)

(b) Calcule as quatro primeiras entradas da diagonal da matriz de probabilidades de transição associada ao esquema na presença de um “shift” do número esperado de erros de alinhamento por aeronave de $\lambda_0 = 8$ para $\lambda_1 = 9$. (1.5)

6. Com o objectivo de controlar o valor esperado (μ) e a variância (σ^2) de determinada característica de qualidade, considerou-se um esquema conjunto que faz uso de duas cartas *Shewhart* — uma carta padrão para μ e outra unilateral superior para σ^2 — cujos limites de controlo são tais que:

- o número esperado de amostras recolhidas até à emissão de falso alarme por parte da carta para μ (σ^2) é de 500 (1000) amostras e $n = 5$.

a) Determine a probabilidade de ser emitido um sinal válido pelo esquema conjunto somente após a recolha de 50 amostras quando $(\delta, \theta) = (0.1, 1.25)$?

Nota: Na impossibilidade de obter valor exacto obtenha um intervalo de valores para esta probabilidade e para as que se seguirem. (1.5)

b) Obtenha a probabilidade de ocorrência de sinal erróneo de Tipo III (IV) quando $\theta = 1.25$ ($\delta = 0.1$). (1.0)

7. Uma companhia inspecciona lotes fazendo uso de um plano de amostragem dupla com $n_1 = 100$, $c_1 = 0$, $n_2 = 100$ e $c_2 = 2$.

(a) Determine um valor aproximado para a probabilidade de aceitação do lote na primeira fase deste plano de amostragem dupla quando o verdadeiro valor da fracção de defeituosas é igual a $p = 0.015$. (1.5)

(b) Confronte este plano de amostragem dupla com um plano de amostragem simples com $n = 100$, $c = 2$ no que diz respeito à dimensão média da amostra, considerando para o efeito o valor de p da alínea anterior. (1.0)