



DECivil
Departamento de
Engenharia Civil
e Arquitectura

Disciplina de Estruturas Metálicas

Aulas de Problemas

Prof. Francisco Virtuoso

Prof. Eduardo Pereira

2009/2010

Capítulo 3

Encurvadura de colunas

Problema 3.1

Determine as cargas críticas e os modos de encurvadura para as estruturas constituídas por barras rígidas representadas nas figuras 3.1 a 3.4.

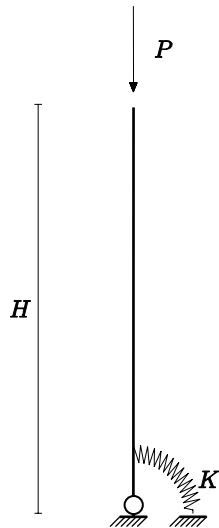


Figura 3.1: Coluna com restrição elástica à rotação na base

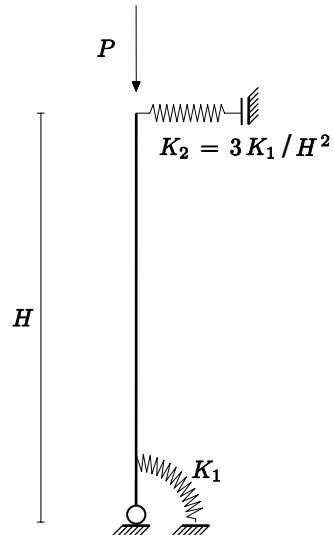


Figura 3.2: Coluna com restrição elástica à rotação na base e ao deslocamento no topo

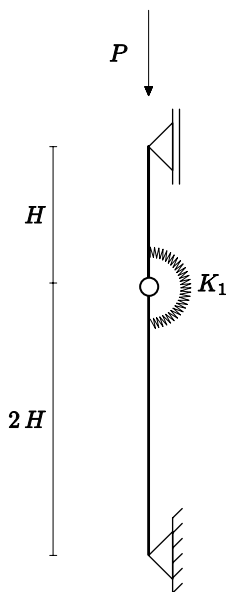


Figura 3.3: Coluna articulada com restrição elástica à rotação

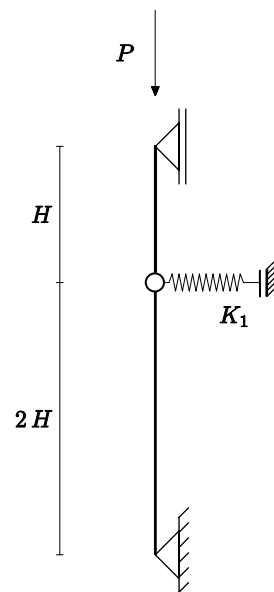


Figura 3.4: Coluna articulada com restrição elástica ao deslocamento

Problema 3.2

Para as estruturas constituídas por barras rígidas representadas nas figuras 3.1 e 3.2

- Determine as trajectórias de pós-encurvadura.
- Avalie a estabilidade das trajectórias de equilíbrio.
- Admitindo uma imperfeição inicial na forma do modo de encurvadura determine a relação carga-deslocamento.
- Represente graficamente a relação carga-deslocamento para a estrutura perfeita, identificando a trajectória fundamental e a trajectória de pós-encurvadura. Represente também a relação carga-deslocamento da estrutura com imperfeições geométricas.

Problema 3.3

Considere a coluna representada na figura 3.5, determine qual a relação que deve existir entre os coeficientes de rigidez elástica K_1 e K_2 de forma a garantir que a trajectória de pós-encurvadura seja estável.

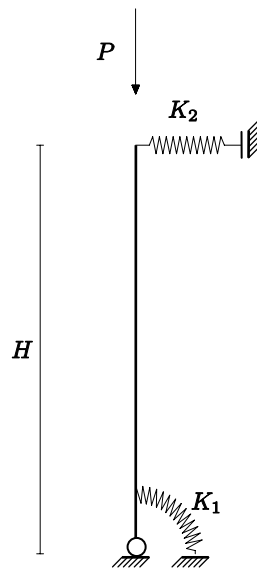


Figura 3.5: Coluna com encastramento elástico na base

Problema 3.4

Considere a coluna representada na figura 3.6

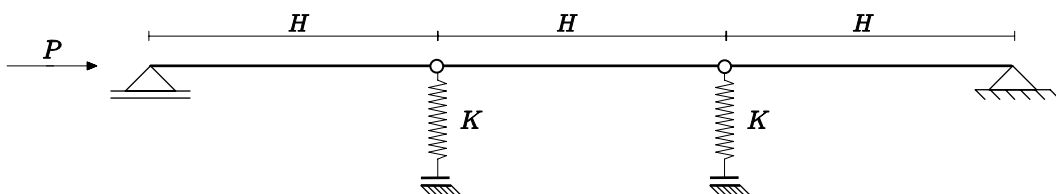


Figura 3.6: Coluna com 2 graus de liberdade

Sabendo que para esta estrutura os modos de encurvadura correspondem a um modo simétrico e outro anti-simétrico determine as cargas críticas associadas a cada um dos modos.

Problema 3.5

Considere a coluna representada na figura 3.7. Determine a carga crítica da coluna, tendo em conta a possibilidade da coluna encurvar nos dois planos ortogonais definidos pelo eixo da coluna e por cada um dos planos principais de inércia da secção transversal.

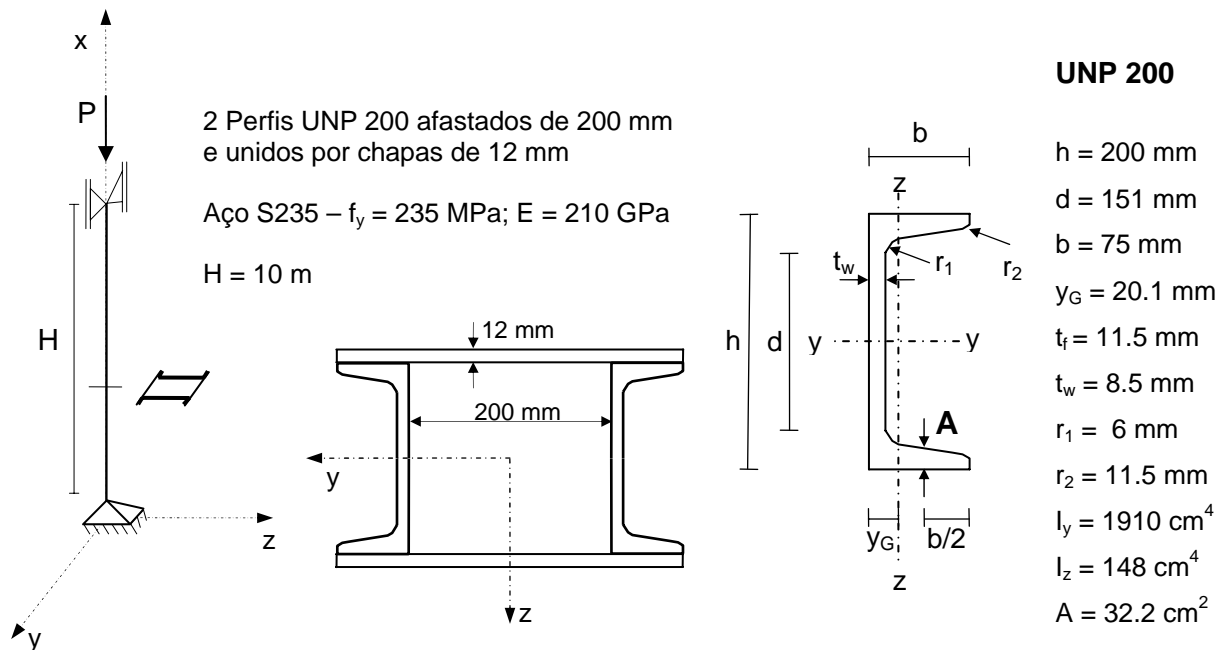


Figura 3.7: Coluna

Problema 3.6

Tendo em consideração que a equação genérica do problema de encurvadura de colunas é

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + k^2 \frac{d^2 w}{dx^2} = 0 \text{ com } k^2 = \frac{P}{EI},$$

cuja solução é dada por

$$w(x) = C_1 \sin(kx) + C_2 \cos(kx) + C_3 x + C_4,$$

determine, para as colunas representadas na figura 3.8, os valores da carga crítica e do comprimento de encurvadura, assim como a configuração do 1º modo de encurvadura.

(Nota: Considera apenas a encurvadura no plano da figura).

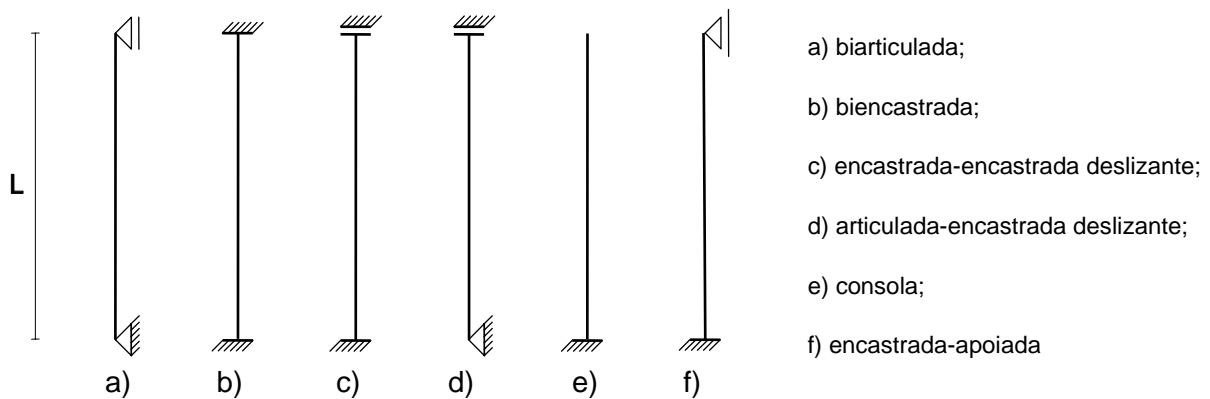


Figura 3.8: Colunas 2D com diferentes condições de apoio

Problema 3.7

Para as colunas indicadas na figura 3.9 determine os valores das esbeltezas e das cargas críticas. Tenha em consideração a possibilidade de as colunas encurvarem em dois planos ortogonais definidos pelo eixo da coluna e por cada um dos planos principais de inércia da secção transversal.

Admitindo que a tensão de cedência do aço é de 275 MPa, determine o valor da esbelteza normalizada associada aos modos de encurvadura.

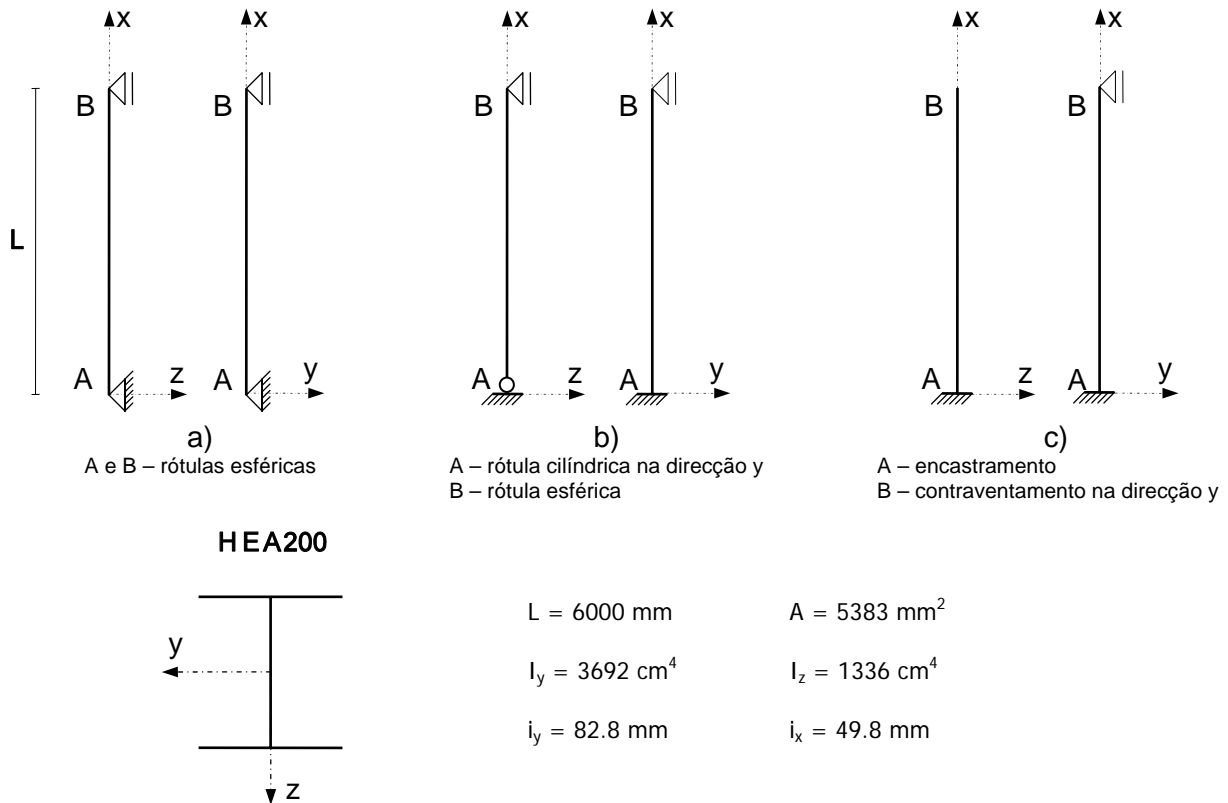


Figura 3.9: Colunas 3D com diferentes condições de apoio, secção transversal HEA 200

Problema 3.8

Tendo em consideração que a equação genérica do problema de encurvadura de colunas é

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + k^2 \frac{d^2 w}{dx^2} = 0 \text{ com } k^2 = \frac{P}{EI},$$

cujas solução é dada por

$$w(x) = C_1 \sin(kx) + C_2 \cos(kx) + C_3 x + C_4,$$

determine, para cada uma das colunas representadas na figura 3.10, os valores do comprimento de encurvadura.

Sugestão: considere a rigidez da mola através do parâmetro adimensional

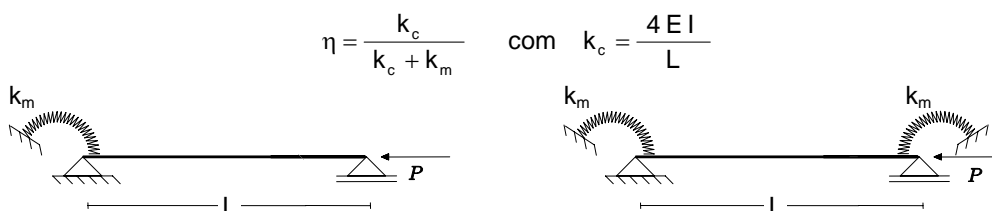


Figura 3.10: Colunas com apoios elásticos

Problema 3.9

Determine o valor das cargas críticas para os pórticos representados na figura 3.11 considerando apenas o comportamento no plano da figura.

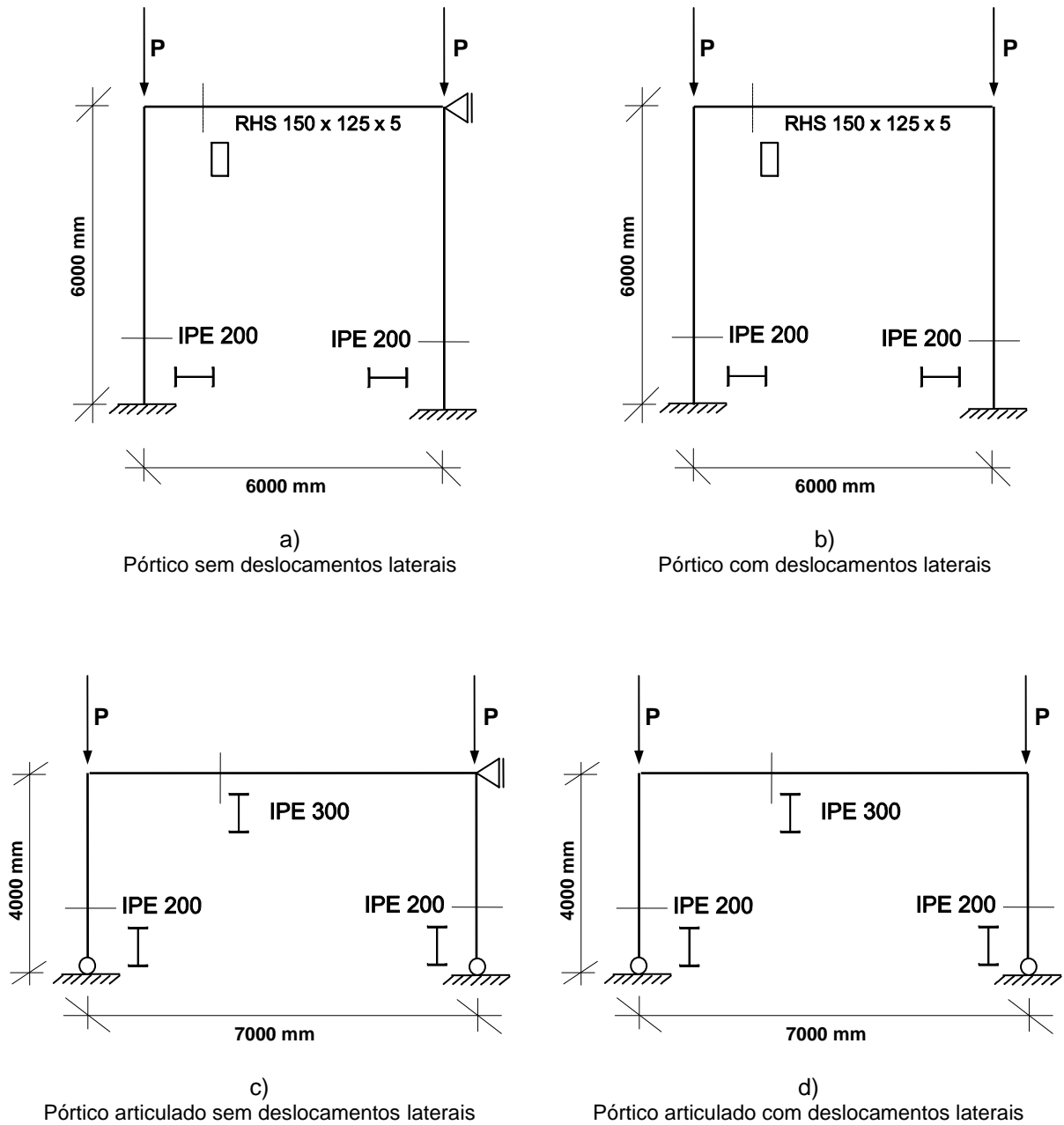


Figura 3.11: Pórticos planos

Problema 3.10

Para a estrutura representada na figura 3.12 determine o valor da carga crítica da estrutura.

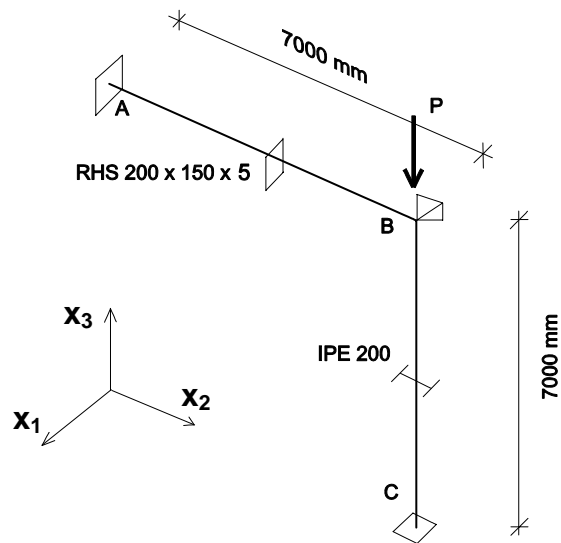


Figura 3.12 Pórtico tridimensional

Problema 3.11

Considere a coluna representada na figura 3.13. Tendo em conta que todas as rótulas são esféricas e que os nós A, B e C estão impedidos de se deslocar na perpendicular ao plano da estrutura, determine a carga crítica da coluna.

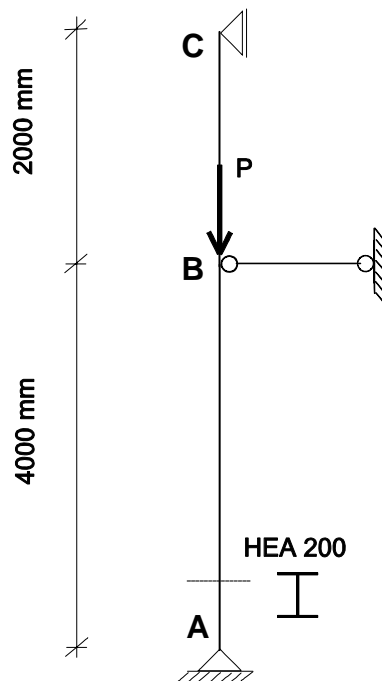


Figura 3.12: Pórtico tridimensional

Problema 3.12

Para a estrutura representada na figura 3.14, determine a carga crítica da estrutura. O apoio cilíndrico em D apenas permite a rotação segundo x_2 .

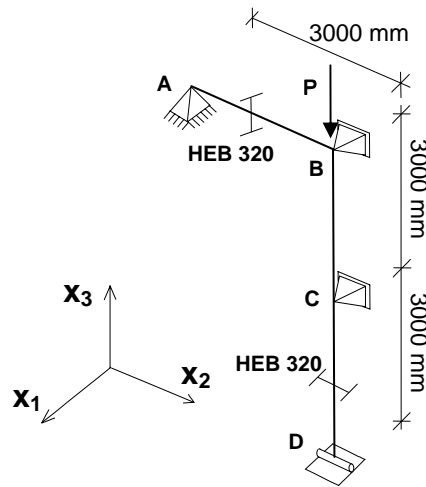


Figura 3.14: Pórtico tridimensional

Problema 3.13

Para a estrutura tridimensional representada na figura 3.15, determine a carga crítica da estrutura.

A secção transversal adoptada é um perfil tubular CHS 168.3x8 em aço S275 JR.

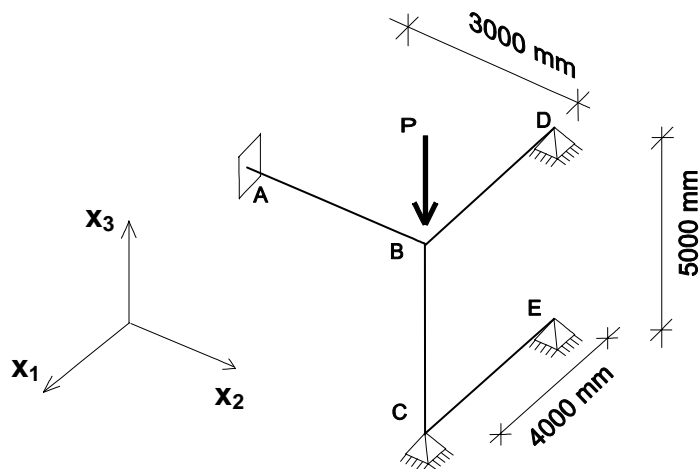


Figura 3.15: Pórtico tridimensional

Problema 3.14

Considere a coluna biarticulada de 6m de comprimento representada na figura 3.9a, cuja secção transversal é constituída por um perfil HEA200. Admita que a tensão de cedência do aço é de 275 MPa e considere como critério de resistência atingir-se a tensão de cedência numa fibra da secção transversal.

Para cada uma das direcções:

- a) Calcule a carga resistente da coluna perfeita;
- b) Considerando uma imperfeição geométrica

$$\theta = \frac{w_1^0 C}{i^2} = 0.003 \lambda ,$$

calcule o valor da resistência da coluna;

- c) O valor da imperfeição a meio vão;
- d) Para o valor da carga obtido na alínea b), determine:
 - d₁) o valor do deslocamento transversal a meio vão;
 - d₂) o valor do momento flector a meio vão.
- e) Tendo em conta a carga, a imperfeição inicial e o deslocamento transversal, determine o diagrama de tensões na secção de meio vão.