Mecânica e Ondas (MEAer)
Problema 47

Francisco Huhn - 69777

27 de Março de 2011

Dados
Comprimento da corda $\Leftrightarrow L$
Massa da corda $\Leftrightarrow M$
Massa entre pontos A e B $\Leftrightarrow m_{AB}$
Massa entre pontos B e C $\Leftrightarrow m_{BC}$
Distância entre pontos B e C $\Leftrightarrow x \equiv \bar{BC}$
Densidade linear $\Leftrightarrow \lambda \equiv M/L$
Aceleração gravítica $\Leftrightarrow g$

$$F = -M\frac{dv}{dt} \Leftrightarrow \tag{1}$$

$$\Leftrightarrow m_{AB}\ g - m_{BC}\ g = -M\frac{dv}{dt} \Leftrightarrow \tag{2}$$

$$\Leftrightarrow (L-x)\lambda g - x\lambda g = -L\lambda g \Leftrightarrow \tag{3}$$

$$\Leftrightarrow (2x - L)\ g = L\frac{dv(x)}{dt} \Leftrightarrow \tag{4}$$

$$\Leftrightarrow (2x - L)\ g = L\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} \Leftrightarrow \tag{5}$$

$$\Leftrightarrow (2x - L)\ g = L\frac{dv}{dx}v \Leftrightarrow \tag{6}$$

$$\Leftrightarrow g\int_b^{2/3L}(2x - L)\ dx = L\int_0^v v\ dv \Leftrightarrow \tag{7}$$

$$\Leftrightarrow g\left[x^2 - Lx\right]_b^{2/3L} = L\frac{v^2}{2} \Leftrightarrow \tag{8}$$

$$\Leftrightarrow v^2 = \frac{2g}{L}\left[\left(\frac{4}{9}L^2 - \frac{2}{3}L^2\right) - \left(b^2 - Lb\right)\right] \Leftrightarrow \tag{9}$$

$$\Leftrightarrow v^2 = \frac{2g}{L}\left(Lb - \frac{2}{9}L^2 - b^2\right) \Leftrightarrow \tag{10}$$

$$\Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2g}{L}\left(Lb - \frac{2}{9}L^2 - b^2\right)} \tag{11}$$

Dados

Comprimento da corda $\Leftrightarrow L$
Massa da corda $\Leftrightarrow M$
Massa entre pontos A e B $\Leftrightarrow m_{AB}$
Massa entre pontos B e C $\Leftrightarrow m_{BC}$
Altura do centro de massa de AB $\Leftrightarrow h_{AB}$
Altura do centro de massa de BC $\Leftrightarrow h_{BC}$
Densidade linear $\Leftrightarrow \lambda \equiv M/L$
Aceleração gravítica $\Leftrightarrow g$
Energia cinética $\Leftrightarrow K$
Energia potencial gravítica $\Leftrightarrow U$

$$K_i + U_i = K_f + U_f \Leftrightarrow \tag{1}$$

$$\Leftrightarrow m_{AB}\ g\ h_{AB} + m_{BC}\ g\ h_{BC} = \frac{1}{2}Mv^2 + m'_{AB}\ g\ h'_{AB} + m'_{BC}\ g\ h'_{BC} \Leftrightarrow \tag{2}$$

$$\Leftrightarrow (L-b)\lambda g\frac{3b-L}{2} + b\lambda g\frac{b}{2} = \frac{1}{2}L\lambda v^2 + \frac{1}{3}L\lambda g(b-\frac{1}{6}L) + \frac{2}{3}L\lambda g(b-\frac{1}{3}L) \Leftrightarrow \tag{3}$$

$$\Leftrightarrow \lambda g\left[(L-b)\frac{3b-L}{2} + \frac{b^2}{2}\right] = \lambda\left[\frac{Lv^2}{2} + g\left(\frac{L}{3}(b-\frac{1}{6}L) + \frac{2}{3}L(b-\frac{1}{3}L)\right)\right] \Leftrightarrow \tag{4}$$

$$\Leftrightarrow g\left(\frac{3}{2}Lb - \frac{1}{2}L^2 - \frac{3}{2}b^2 + \frac{1}{2}Lb + \frac{1}{2}b^2\right) = \frac{Lv^2}{2} + g\left(\frac{1}{3}Lb - \frac{1}{18}L^2 + \frac{2}{3}Lb - \frac{2}{9}L^2\right) \Leftrightarrow \tag{5}$$

$$\Leftrightarrow \frac{Lv^2}{2g} = \left[Lb\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{2}{3}\right) + L^2\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{18} + \frac{2}{9}\right) + b^2\left(-\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right)\right] \Leftrightarrow \tag{6}$$

$$\Leftrightarrow \frac{Lv^2}{2g} = Lb - \frac{2}{9}L^2 - b^2 \Leftrightarrow \tag{7}$$

$$\Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2g}{L}\left(Lb - \frac{2}{9}L^2 - b^2\right)} \tag{8}$$

Nota: alturas em relação a um referencial situado a uma distância b abaixo do ponto B.