**Mestrado Integrado em**
**Engenharia Mecânica**

**Aerodinâmica**

Problemas de escoamento incompressível
de fluido perfeito

1. Considere o escoamento permanente (estacionário), bi-dimensional, potencial e incompressível em torno de um cilindro circular. O cilindro tem um raio de 1 metro e está centrado na origem do referencial $\zeta = \xi + \mathbf{i}\eta$. O escoamento de aproximação uniforme está alinhado com o eixo real, $\xi$, e tem uma velocidade U com um módulo de 10m/s. O cilindro encontra-se a rodar a 60 r.p.m. no sentido horário e portanto torna-se necessário introduzir circulação no escoamento com um vórtice colocado na origem do referencial para simular o efeito da rotação.

   a) Determine a intensidade do vórtice que deve colocar na origem para simular a rotação do cilindro.

   b) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento.

   Considere a transformação conforme aplicada ao escoamento no domínio $\zeta$ referido acima

   $$z = \left(\zeta + \frac{0.64}{\zeta}\right) e^{\mathbf{i}\frac{\pi}{4}}$$

   c) Determine a forma do corpo no plano transformado, z.

   d) Determine a localização do(s) ponto(s) de estagnação no plano transformado.

   e) Desenhe qualitativamente o escoamento no plano transformado.

   f) Determine a força exercida sobre o corpo no plano transformado.

2. Considere o escoamento permanente (estacionário), bi-dimensional, potencial e incompressível em torno de um cilindro circular. O cilindro tem um raio de 1 metro e está centrado na origem do referencial $\zeta = \xi + \mathbf{i}\eta$. O escoamento de aproximação uniforme está alinhado com o eixo real, $\xi$, e tem uma velocidade com um módulo $U_\infty$.

a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento.

Considere a transformação conforme aplicada ao escoamento no domínio $\zeta$ referido acima

$$z = \zeta e^{\mathbf{i}\frac{\pi}{4}} - \frac{0.64}{\zeta e^{\mathbf{i}\frac{\pi}{4}}}$$

b) Determine a forma do corpo no plano transformado, z.

c) Determine a localização do(s) ponto(s) de estagnação no plano transformado.

d) Determine a(s) equação(ões) que define(m) a(s) linha(s) de corrente divisória(s) no plano transformado.

e) Desenhe qualitativamente o escoamento no plano transformado. Faça um traçado rigoroso das linhas de corrente divisórias.

3. Considere o escoamento permanente (estacionário), bi-dimensional, potencial e incompressível em torno de um cilindro circular. O cilindro tem um raio de 1 metro e está centrado na origem do referencial $\zeta = \xi + \mathbf{i}\eta$. O escoamento de aproximação uniforme está alinhado com o eixo real, $\xi$, e tem uma velocidade com um módulo U igual a 1 m/s.

   a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento.

   b) Determine qual a distância mínima a que tem de estar do cilindro para o coeficiente de pressão, $C_p$, seja sempre superior a -1.

   c) Determine a equação da linha de corrente que passa no ponto $\zeta = 0 + \mathbf{i}2$.

   d) Determine o caudal escoado entre o eixo real e a linha de corrente que determinou na alínea anterior.

   Considere a transformação conforme aplicada ao escoamento no domínio $\zeta$ referido acima

$$z = \zeta + \frac{0.36}{\zeta}$$

   e) Determine a forma exacta do corpo no plano transformado, z.

4. Considere o escoamento permanente (estacionário), bi-dimensional, potencial e incompressível em torno de um cilindro circular. O cilindro tem um raio de 1 metro e está centrado na origem do referencial $\zeta = \xi + \mathbf{i}\eta$. O escoamento de aproximação uniforme está alinhado com o eixo real, $\xi$, e tem uma velocidade com um módulo $U_\infty$. O ponto **P** tem de coordenadas ($\xi$=-2,$\eta$=0.5) ou seja $\zeta_\mathbf{P} = -2 + \mathbf{i}0.5$

   a) Determine a distância mínima da linha de corrente que passa no ponto **P** ao cilindro.

   b) Determine o caudal que se escoa entre a linha de corrente que passa no ponto **P** e o cilindro.

   Considere a transformação conforme aplicada ao escoamento no domínio $\zeta$ referido acima

$$z = \zeta - \frac{0.36}{\zeta}$$

   c) Determine a forma do corpo e desenhe qualitativamente o escoamento no plano transformado, z.

   d) Determine o coeficiente de pressão mínimo na superfície do corpo transformado.

5. Considere o escoamento irrotacional e incompressível em torno de um cilindro circular com circulação, $\Gamma$. O raio do cilindro, $a$, é de 1m e está centrado na origem do referencial $\zeta = \xi + \mathbf{i}\eta$. O escoamento de aproximação uniforme está alinhado com o eixo real, $\xi$, e tem uma velocidade com um módulo $U_\infty$=10m/s. A rotação do cilindro é simulada por um vórtice com uma intensidade $\Gamma$=43m$^2$/s.

   a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento.

   b) Determine a velocidade angular do cilindro e indique o sentido em que o cilindro está a rodar.

   c) Determine o coeficiente de pressão máximo e mínimo na superfície do cilindro e a sua localização.

   Considere a transformação conforme aplicada ao escoamento no domínio $\zeta$ referido acima

$$z = \zeta + \frac{1}{\zeta}$$

d) Determine a forma do corpo e desenhe qualitativamente o escoamento no plano transformado, z. Faça um traçado rigoroso das linhas de corrente divisórias.

e) Determine a força exercida sobre o corpo no plano transformado.

6. Considere o escoamento irrotacional e incompressível em torno de um cilindro circular com circulação, $\Gamma$, no referencial $\zeta = \xi + \mathbf{i}\eta$. O raio do cilindro, $a$, é de 1m. O módulo da velocidade de aproximação, $U$, é de 10m/s e $U$ faz um ângulo de 5 graus com o eixo horizontal, $\zeta$. O centro do cilindro encontra-se no ponto $(0, \mathbf{i}\text{sen}\beta)$ com $\beta = 5^o$.

   a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento, indicando claramente o sistema de eixos que utilizou.

   b) Determine $\Gamma$ de tal forma que o ponto $(b, 0)$, intersecção do cilindro com o eixo real positivo, seja um ponto de estagnação.

   c) Determine o coeficiente de pressão, $Cp$, nas intersecções do cilindro com o eixo imaginário.

   Considere a transformação conforme do escoamento no plano $\zeta$ para o plano $z$ dada por :

$$z = \zeta + \frac{b^2}{\zeta} \; .$$

   d) Represente qualitativamente as linhas de corrente do escoamento no plano transformado.

   e) Calcule o valor de $Cp$ no plano $z$ nos pontos transformados dos pontos de intersecção do cilindro com os eixos do plano $\zeta$.

7. Considere o escoamento irrotacional e incompressível em torno de um cilindro circular com circulação, $\Gamma$, no referencial $\zeta = \xi + \mathbf{i}\eta$. O raio do cilindro, $a$, é de 1m. O módulo da velocidade de aproximação, $U$, é de 10m/s e $U$ faz um ângulo de 12 graus com o eixo horizontal, $\zeta$. O centro do cilindro encontra-se no ponto $(-0.05, 0)$ (eixo real negativo).

   a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento, indicando claramente o sistema de eixos que utilizou. Determine o valor de $\Gamma$ para que o ponto $(b, 0)$, intersecção do cilindro com o eixo real positivo, seja um ponto de estagnação.

b) Determine o coeficiente de pressão, $Cp$, mínimo na superfície do cilindro.

c) Determine a intersecção da linha de corrente que passa no ponto $(0, \mathbf{i})$ com o eixo real $\xi$.

Considere a transformação conforme do escoamento no plano $\zeta$ para o plano $z$ dada por :

$$z = \zeta + \frac{b^2}{\zeta} \ .$$

d) Represente qualitativamente as linhas de corrente do escoamento no plano transformado.

e) Determine as coordenadas do ponto de estagnação no plano transformado, $z$.

f) Calcule o coeficiente de pressão, $Cp$, no transformado do ponto de $Cp$ mínimo na superfície do cilindro.

8. Considere o escoamento irrotacional e incompressível em torno de um cilindro circular centrado na origem do referencial $\zeta = \xi + \mathbf{i}\eta$. O raio do cilindro, $a$, é de 1m. O módulo da velocidade de aproximação, $U$, é de 10m/s e $U$ faz um ângulo de 10 graus com o eixo horizontal.

   a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento, indicando claramente o sistema de eixos que utilizou.

   b) Determine o ponto do eixo imaginário positivo para o qual o módulo do vector velocidade é de 11 m/s.

   c) Calcule o ponto de intersecção da linha de corrente que passa no ponto (-2,0) com o eixo imaginário.

   Considere a transformação conforme do escoamento no plano $\zeta$ para o plano $z$ dada por :

$$z = \zeta - \frac{1}{\zeta} \ .$$

   d) Represente qualitativamente as linhas de corrente do escoamento no plano transformado.

e) Determine o(s) ponto(s) de estagnação no plano transformado.

f) Determine o(s) ponto(s) do eixo imaginário do plano transformado para o(s) qual(is) o módulo do vector velocidade é igual a 11m/s.

9. Considere o escoamento irrotacional e incompressível em torno de um cilindro circular com circulação, $\Gamma$, centrado na origem do referencial $\zeta = \xi + \mathbf{i}\eta$. O raio do cilindro, $a$, é de 1m. O módulo da velocidade de aproximação, $U$, é de 5m/s e $U$ faz um ângulo de -8 graus com o eixo horizontal, $\zeta$.

   a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento, indicando claramente o sistema de eixos que utilizou.

   b) Determine $\Gamma$ de tal forma que o ponto $(1,0)$, intersecção do cilindro com o eixo real positivo, seja um ponto de estagnação.

   c) Determine o coeficiente de pressão, $Cp$, mínimo na superfície do cilindro.

   d) Calcule a distância ao cilindro do ponto do eixo imaginário negativo em que o módulo da velocidade é igual a $1.5U$.

   Considere a transformação conforme do escoamento no plano $\zeta$ para o plano $z$ dada por :

   $$z = \zeta + \frac{0.64}{\zeta} \; .$$

   e) Represente o escoamento no plano transformado, identificando claramente a forma do corpo no plano transformado.

   f) Calcule o(s) ponto(s) de estagnação no plano transformado.

10. Considere o escoamento irrotacional e incompressível em torno de um cilindro circular com circulação, $\Gamma$, no referencial $\zeta = \xi + \mathbf{i}\eta$. O raio do cilindro, $a$, é de 1m. O módulo da velocidade de aproximação, $U$, é de 10m/s e $U$ faz um ângulo de -10 graus com o eixo horizontal, $\xi$. O centro do cilindro encontra-se no ponto $(0.1, \mathbf{i}0)$.

    a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento, indicando claramente o sistema de eixos que utilizou.

    b) Determine $\Gamma$ de tal forma que o ponto $(1.1, 0)$, intersecção do cilindro com o eixo real positivo, seja um ponto de estagnação.

c) Determine o coeficiente de pressão, $Cp$, mínimo na superfície do cilindro e a sua localização.

Considere a transformação conforme do escoamento no plano $\zeta$ para o plano $z$ dada por :

$$z = \zeta + \frac{0.81}{\zeta} \, .$$

d) Determine a localização do(s) ponto(s) de estagnação no plano transformado.

e) Determine a velocidade máxima no plano transformado e a sua localização.

f) Desenhe qualitativamente as linhas de corrente no plano tranformado.

11. Considere o escoamento irrotacional e incompressível em torno de um cilindro circular com circulação, $\Gamma$, centrado na origem do referencial $\zeta = \xi + \mathbf{i}\eta$. O raio do cilindro, $a$, é de 1m. O módulo da velocidade de aproximação, $U_\infty$, é de 5m/s e $U_\infty$ faz um ângulo de 5 graus com o eixo horizontal, $\xi$.

    a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento, indicando claramente o sistema de eixos que utilizou.

    b) Determine $\Gamma$ de tal forma que a linha de corrente que intersecta o eixo real negativo no ponto $(-2, \mathbf{i}0)$, intersecte o eixo imaginário positivo no ponto $(0, \mathbf{i}1.05)$.

    c) Determine a localização do pontos da superfície do cilindro em que o coeficiente de pressão,

    $$Cp = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2} \, ,$$

    é nulo, $Cp = 0$.

    Considere a transformação conforme do escoamento no plano $\zeta$ para o plano $z$ dada por :

    $$z = \zeta - \frac{0.8}{\zeta} \, .$$

    d) Determine a localização do(s) ponto(s) de estagnação no plano transformado.

e) Desenhe qualitativamente as linhas de corrente no plano tranformado.

12. Considere o escoamento irrotacional e incompressível em torno de um cilindro circular de raio 1 com o centro na origem do referencial $z = x + \mathbf{i}y$. O escoamento de aproximação é uniforme, velocidade $U_\infty$, e está alinhado com o eixo real.

a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento,

b) Determine a distribuição de pressão na superfície do cilindro em termos do coeficiente de pressão, $Cp$, e indique o valor do $Cp$ mínimo e a sua localização.

Considere a transformação conforme

$$\zeta = z + \frac{c^2}{z} \text{ com } c < 1 .$$

c) Mostre que o potencial complexo no plano transformado representa o escoamento em torno de uma elipse de eixos $2(1+c^2)$ e $2(1-c^2)$.

d) Calcule a velocidade no plano tranformado nos pontos definidos por $z = \mathbf{i}$ e $z = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+\mathbf{i})$, quando $c = 0.8$.

e) Determine a velocidade máxima na superfície da elipse quando $c = 0.8$.

13. Considere o escoamento irrotacional e incompressível em torno de um cilindro circular de raio 1 com o centro na origem do referencial $z = x + \mathbf{i}y$. O escoamento de aproximação é uniforme, velocidade $U_\infty$, e está alinhado com o eixo real.

a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento,

b) Calcule o vector velocidade no ponto P, $(\mathsf{P} = -2 + \mathbf{i}2)$, e a intersecção da linha de corrente que passa no ponto P com o semi-eixo imaginário positivo, ponto Q.

Considere a transformação conforme

$$\zeta = z - \frac{1}{z}$$

c) Represente graficamente o escoamento no plano transformado.

d) Calcule a localização dos pontos P e Q no plano transformado. Compare a distância dos pontos P e Q à linha de corrente divisória nos dois planos. Comente o resultado.

e) Calcule o coeficiente de pressão, $Cp$, na superfície do corpo transformado e represente-o graficamente.

14. Considere o escoamento bi-dimensional, irrotacional e incompressível em torno de um cilindro circular de raio 1 com circulação. O escoamento de aproximação é uniforme, velocidade $U_\infty$, e faz um ângulo de 5 graus com o eixo real. O cilindro encontra-se centrado na origem do referencial $(\xi,\eta)$ (plano $\zeta$). A circulação é introduzida por um vórtice situado na origem do cilindro, cuja intensidade faz com que o ponto (1,0) seja um ponto de estagnação.

    a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento, indicando claramente o sistema de eixos que utilizou.

    b) Determine a distribuição de pressão na superfície do cilindro em termos do coeficiente de pressão, $Cp$, e indique o valor do $Cp$ mínimo e a sua localização.

    c) Determine o ponto do eixo imaginário positivo para o qual o módulo da velocidade é igual a $1.25U_\infty$.

    Considere a transformação conforme

    $$z = \zeta + \frac{1}{\zeta} \, .$$

    d) Represente o escoamento no plano transformado.

    e) Determine as coordenadas do(s) ponto(s) de estagnação no plano transformado.

    f) Determine as coordenadas do(s) ponto(s) do corpo no plano transformado em que $Cp = -3$.

15. Considere o escoamento irrotacional e incompressível em torno de um cilindro circular com circulação, $\Gamma$. O raio do cilindro, $a$, é de 1m. O módulo da velocidade de aproximação, $U_\infty$, é de 10m/s e $U_\infty$ faz um ângulo de 10 graus com o eixo horizontal, $\xi$. O centro do cilindro encontra-se no ponto $(0,-0.05\mathbf{i})$.

    a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento, indicando claramente o sistema de eixos que utilizou.

    b) Determine $\Gamma$ de tal forma que o ponto $(b,0)$, intersecção do cilindro com o eixo real positivo, seja um ponto de estagnação.

c) Determine o coeficiente de pressão, $Cp$, mínimo e máximo na superfície do cilindro e a sua localização.

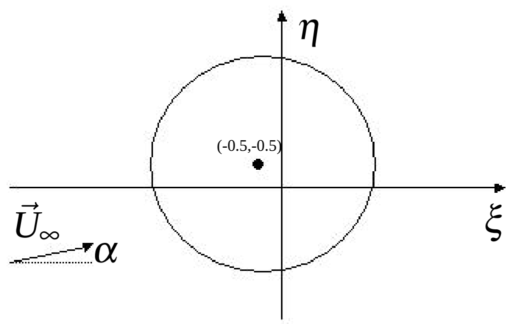
Considere a transformação conforme do escoamento no plano $\zeta$ para o plano $z$ dada por :

$$z = \zeta + \frac{b^2}{\zeta} \, .$$

d) Desenhe qualitativamente as linhas de corrente no plano transformado.

e) Determine a localização do(s) ponto(s) de estagnação no plano transformado.

16. Considere o escoamento irrotacional e incompressível em torno de um cilindro circular com circulação, $\Gamma$, tal como ilustrado na figura. O raio do cilindro, $a$, é de 1m. O módulo da velocidade de aproximação, $U_\infty$, é de 10m/s e $U_\infty$ faz um ângulo de 5 graus com o eixo horizontal, $\xi$. O centro do cilindro encontra-se no ponto $(-0.05, -0.05\mathbf{i})$.




a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento, indicando claramente o sistema de eixos que utilizou.

b) Determine $\Gamma$ de tal forma que o ponto $(b, 0)$, intersecção do cilindro com o eixo real positivo, seja um ponto de estagnação.

c) Determine o coeficiente de pressão, $Cp$, mínimo ao longo da linha de corrente que passa pelo ponto (0,**i**1.5).

Considere a transformação conforme do escoamento no plano $\zeta$ para o plano $z$ dada por :

$$z = \zeta + \frac{b^2}{\zeta} \; .$$

d) Determine a localização do(s) ponto(s) de estagnação no plano transformado.

e) Desenhe qualitativamente as linhas de corrente no plano transformado.

17. Considere o escoamento irrotacional e incompressível em torno de um cilindro circular com circulação, $\Gamma$. O raio do cilindro, $a$, é de 1m e está centrado na origem do referencial $\zeta = \xi + \mathbf{i}\eta$. O módulo da velocidade de aproximação, $U_\infty$, é de 10m/s e $U_\infty$ faz um ângulo de 5 graus com o eixo horizontal, $\xi$. O centro do cilindro encontra-se no ponto $(-0.05, -0.05\mathbf{i})$.

    a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento, indicando claramente o sistema de eixos que utilizou.

    b) Determine $\Gamma$ de tal forma que o ponto $(b, 0)$, intersecção do cilindro com o eixo real positivo, seja um ponto de estagnação.

    c) Determine o coeficiente de pressão, $Cp$, mínimo ao longo da linha de corrente que passa pelo ponto (0,$\mathbf{i}$1.5).

    Considere a transformação conforme do escoamento no plano $\zeta$ para o plano $z$ dada por :

    $$z = \zeta + \frac{b^2}{\zeta} \; .$$

    d) Determine a localização do(s) ponto(s) de estagnação no plano transformado.

    e) Desenhe qualitativamente as linhas de corrente no plano transformado.

18. Considere o escoamento estacionário, bi-dimensional, potencial e incompressível em torno de um cilindro circular. O cilindro tem um raio de 1m e está centrado na origem do referencial $\zeta = \xi + \mathrm{i}\eta$. O escoamento de aproximação uniforme faz um ângulo $\alpha$ com o eixo real $\xi$ e tem uma velocidade com um módulo igual a $U_\infty$. No centro do cilindro existe um vórtice com a intensidade necessária para que o ponto de intersecção do cilindro com o eixo real positivo, $\xi = b$, seja um ponto de estagnação.

a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento em função do ângulo de ataque, $\alpha$, indicandoclaramente o sistema de eixos que utilizou.

b) Determine a gama de ângulos de ataque em que o coeficiente de pressão, $C_p$, mínimo do escoamento é superior a -5 ($C_p > -5$).

Considere a transformação conforme dada por

$$z = \zeta + \frac{b^2}{\zeta} \, .$$

c) Represente qualitativamente o escoamento no plano transformado e determine a velocidade no ponto transformado de $\zeta = b$.

d) Determine os valores máximos e mínimos do coeficiente de pressão, $C_p$, no plano transformado e a sua localização em funcção do ângulo de ataque, $\alpha$.

19. Considere o escoamento estacionário, bi-dimensional, potencial e incompressível em torno de um cilindro circular. O cilindro tem um raio de 1m e está centrado no ponto (-0.06,**i**0.04) do referencial $\zeta = \xi + \mathrm{i}\eta$. O escoamento de aproximação uniforme faz um ângulo $\alpha$ com o eixo real $\xi$ e tem uma velocidade com módulo igual a $U_\infty$. No centro do cilindro existe um vórtice com a intensidade necessária para que o ponto de intersecção do cilindro com o eixo real positivo, $\xi = b$, seja um ponto de estagnação.

a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento em função do ângulo de ataque, $\alpha$, indicando claramente o sistema de eixos que utilizou.

b) Determine a gama de ângulos de ataque em que o módulo do coeficiente de força na direcção perpendicular ao eixo $\xi$, $C_{F_\eta}$, é menor do que 0.5 ($|C_{F_\eta}| < 0.5$).

$$C_{F_\eta} = \frac{F_\eta}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 d}$$

em que $F_\eta$ é a força na direcção perpendicular ao eixo $\xi$, $\rho$ é a massa específica do fluido e d é o diâmetro do cilindro.

Considere a transformação conforme dada por

$$z = \zeta + \frac{b^2}{\zeta} \, .$$

c) Represente qualitativamente o escoamento e identifique **detalhadamente** a forma do corpo no plano transformado.
(Faz parte da resolução saber o que quer dizer detalhadamente)

d) Determine a gama de ângulos de ataque em que o módulo do coeficiente de força na direcção perpendicular ao eixo $y$, $C_{F_y}$, é inferior a 0.5, ($|C_{F_y}| < 0.5$). Escolha o comprimento de referência mais indicado para adimensionalizar a força $F_y$.

20. Considere o escoamento estacionário bi-dimensional potencial e incompressível em torno de um cilindro circular. O cilindro tem um raio de 1m e está centrado na origem do referencial $\zeta = \xi + \mathrm{i}\eta = \rho \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$. O escoamento de aproximação uniforme faz um ângulo $\alpha$ de 10 graus com o eixo real $\xi$ e tem uma velocidade com um módulo igual a $U_\infty$. No centro do cilindro existe um vórtice com a intensidade necessária para que o ponto de intersecção do cilindro com o eixo real positivo, $\xi = b$, seja um ponto de estagnação.

    a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento indicando claramente o sistema de eixos que utilizou.
    b) Determine a região do escoamento em que o coeficiente de pressão, $C_p$, é inferior a -3 ($C_p < -3$). S'o necessita de determinar a localização exacta dos pontos que se encontram na circunferência ou nos eixos $\xi$ e $\eta$ (com $\rho \geq 1$). Para os restantes indique apenas como os determinava.

    Considere a transformação conforme dada por

$$z = \zeta + \frac{b^2}{\zeta} \, .$$

    c) Represente qualitativamente o escoamento no plano transformado.
    d) Determine os valores máximos e mínimos do coeficiente de pressão, $C_p$, no plano transformado e a sua localização em coordenadas adimensionais (faz parte da resposta saber como devem adimensionalizar as coordenadas).

21. Considere o escoamento estacionário, bi-dimensional, potencial e incompressível em torno de um cilindro circular. O cilindro tem um raio de 1m e

está centrado no ponto (0,**i**0.02) do referencial $\zeta = \xi + \mathrm{i}\eta$. O escoamento de aproximação uniforme faz um ângulo $\alpha$ com o eixo real $\xi$ e tem uma velocidade com um módulo igual a $U_\infty$. No centro do cilindro existe um vórtice com a intensidade necessária para que o ponto de intersecção do cilindro com o eixo real positivo, $\xi = b$, seja um ponto de estagnação.

a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento em função do ângulo de ataque, $\alpha$, indicando claramente o sistema de eixos que utilizou.

b) Determine o ângulo de ataque em que o coeficiente de força na direcção $\xi$, $C_{F_\xi}$, é máximo, $\left(C_{F_\xi}\right)_{max}$.

$$C_{F_\xi} = \frac{F_\xi}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 d} \ ,$$

em que $d$ é o diâmetro do cilindro.

Considere a transformação conforme dada por

$$z = \zeta + \frac{b^2}{\zeta} \ .$$

c) Represente qualitativamente o escoamento no plano transformado indicando claramente a forma do corpo transformado.

d) Qual(is) o(s) ângulo(s) de ataque em que o coeficiente de pressão, $C_p$, no plano transformado é sempre superior a -0.1? Qual o valor do $C_p$ mínimo para esse(s) ângulo(s) de ataque?

22. Considere o escoamento estacionário, bi-dimensional, potencial e incompressível em torno de um cilindro circular. O cilindro tem um raio de 1m e está centrado no ponto (-0.02,**i**0) do referencial $\zeta = \xi + \mathrm{i}\eta$. O escoamento de aproximação uniforme faz um ângulo $\alpha$, $(\alpha < \pi/2)$, com o eixo real $\xi$ e tem uma velocidade com um módulo igual a $U_\infty$. No centro do cilindro existe um vórtice com a intensidade necessária para que o ponto de intersecção do cilindro com o eixo real positivo, $\xi = b$, seja um ponto de estagnação.

    a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento em função do ângulo de ataque, $\alpha$, indicando claramente o sistema de eixos que utilizou.

b) Determine o ângulo de ataque para o qual se obtem o valor mínimo do coeficiente de pressão, $C_p$, no ponto de interseção do cilindro com o eixo imaginário positivo, P na figura.

Considere a transformação conforme dada por

$$z = \zeta + \frac{b^2}{\zeta} \, .$$

c) Represente qualitativamente o escoamento no plano transformado indicando claramente a forma do corpo transformado.

d) Qual a gama de ângulos de ataque em que o coeficiente de pressão, $C_p$, no bordo de ataque é maior do que zero, $(C_p)_{\text{bordo de ataque}} > 0$?

23. Considere o escoamento estacionário, bi-dimensional, potencial e incompressível em torno de um cilindro circular. O cilindro tem um raio de 1m e está centrado na origem do referencial $\zeta = \xi + \mathrm{i}\eta = \rho \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$. O escoamento de aproximação uniforme faz um ângulo $\alpha$ com o eixo real $\xi$ e tem uma velocidade com um módulo igual a $U_\infty$. No centro do cilindro existe um vórtice com a intensidade necessária para que o ponto de intersecção do cilindro com o eixo real positivo, $\xi = b$, seja um ponto de estagnação.

    a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento indicando claramente o sistema de eixos que utilizou.

    b) Determine a gama de ângulos de ataque para os quais o coeficiente de pressão, $C_p$, não é inferior a -3.5 em todo o escoamento ($C_p \geq -3.5$).

    Considere a transformação conforme dada por

$$z = \zeta + \frac{b^2}{\zeta} \, .$$

    c) Determine os valores máximos e mínimos do coeficiente de pressão, $C_p$, no plano transformado e a sua localização (coordenadas adimensionais) em função do ângulo de ataque $\alpha$ (faz parte da resposta saber como deve adimensionalizar as coordenadas).

24. Considere o escoamento estacionário, bi-dimensional, potencial e incompressível em torno de um cilindro circular. O cilindro tem um raio de

1m e está centrado no ponto (-0.02,-**i**0.04) do referencial $\zeta = \xi + \mathrm{i}\eta$. O escoamento de aproximação uniforme faz um ângulo $\alpha$ com o eixo real $\xi$ e tem uma velocidade com um módulo igual a $U_\infty$. No centro do cilindro existe um vórtice com a intensidade necessária para que o ponto de intersecção do cilindro com o eixo real positivo, $\xi = b$, seja um ponto de estagnação.

a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento em função do ângulo de ataque, $\alpha$, indicando claramente o sistema de eixos que utilizou.

b) Determine o ângulo de ataque para o qual o coeficiente de pressão mínimo se encontra no eixo imaginário negativo.

Considere a transformação conforme dada por

$$z = \zeta + \frac{b^2}{\zeta} .$$

que transforma o cilindro num perfil de Joukowski.

c) Represente qualitativamente o escoamento no plano transformado para o ângulo de sustentação nula indicando claramente as características geométricas do perfil.

d) Determine o ângulo de ataque para o qual o ponto de estagnação se encontra no bordo de ataque.

25. Considere o escoamento estacionário, bi-dimensional, potencial e incompressível em torno de um cilindro circular. O cilindro tem um raio de 1m e está centrado na origem do referencial $\zeta = \xi + \mathrm{i}\eta$. O escoamento de aproximação uniforme faz um ângulo $\alpha$ com o eixo real $\xi$ e tem uma velocidade com um módulo igual a $U_\infty$. No centro do cilindro existe um vórtice com a intensidade necessária para que o ponto de intersecção do cilindro com o eixo real positivo, $\xi = b$, seja um ponto de estagnação.

    a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento em função do ângulo de ataque, $\alpha$, indicando claramente o sistema de eixos que utilizou.

    b) Determine a gama de ângulos de ataque para a qual o coeficiente de pressão é sempre superior a -4.

Considere a transformação conforme de Kármán-Treftz dada por

$$z = kb\frac{(\zeta+b)^k + (\zeta-b)^k}{(\zeta+b)^k - (\zeta-b)^k}$$

com $k = 1.95$ que transforma o cilindro num perfil.

c) Determine a espessura relativa do perfil.

d) Determine o coeficiente de sustentação do perfil a pequenos ângulos de ataque.

26. Considere o escoamento estacionário, bi-dimensional, potencial e incompressível em torno de um cilindro circular. O cilindro tem um raio de 1m e está centrado no ponto (-0.05,**i**0.01) do referencial $\zeta = \xi + \mathrm{i}\eta$. O escoamento de aproximação uniforme faz um ângulo $\alpha$ com o eixo real $\xi$ e tem uma velocidade com um módulo igual a $U_\infty$. No centro do cilindro existe um vórtice com a intensidade necessária para que o ponto de intersecção do cilindro com o eixo real positivo, $\xi = b$, seja um ponto de estagnação.

    a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento indicando claramente o sistema de eixos que utilizou.

    b) Determine a gama de ângulos de ataque para a qual os pontos de estagnação se encontram na região definida por $0 \leq \eta \leq 0.01$.

    Considere a transformação conforme dada por

$$z = \zeta + \frac{b^2}{\zeta}\,.$$

    que transforma o cilindro num perfil de Joukowski.

    c) Represente qualitativamente o escoamento no plano transformado indicando claramente as características geométricas do perfil.

    d) Determine a localização do(s) ponto(s) de estanagção no perfil em função do ângulo de ataque.

27. Considere o escoamento estacionário, bi-dimensional, potencial e incompressível em torno de um cilindro circular. O cilindro tem um raio de 1m

e está centrado no ponto $(0, -\mathrm{i}0.02)$ do referencial $\zeta = \xi + \mathrm{i}\eta$. O escoamento de aproximação uniforme faz um ângulo $\alpha$ com o eixo real $\xi$ e tem uma velocidade com um módulo igual a $U_\infty$. No centro do cilindro existe um vórtice com a intensidade necessária para que o ponto de intersecção do cilindro com o eixo real positivo, $\xi = b$, seja um ponto de estagnação.

a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento em função do ângulo de ataque, $\alpha$, indicando claramente o sistema de eixos que utilizou.

b) Determine, caso exista, o ângulo de ataque para o qual o coeficiente de pressão mínimo está localizado na intersecção do cilindro com o eixo imaginário negativo.

c) Determine, caso exista, o ângulo de ataque para o qual o(s) ponto(s) de coeficiente de pressão máximo se encontra(m) **apenas** no eixo real (positivo e negativo).

d) Considere a transformação conforme de Kármán-Treftz dada por

$$z = kb\frac{(\zeta+b)^k + (\zeta-b)^k}{(\zeta+b)^k - (\zeta-b)^k}$$

com $k = 1,96$ que transforma o cilindro num perfil.

d.1) Determine o perfil no plano transformado e indique a sua espessura e flecha relativas.

d.2) Determine o coeficiente de pressão mínimo na superfície do perfil para o ângulo de sustentação nula.

28. Considere o escoamento estacionário, bi-dimensional, potencial e incompressível em torno de um cilindro circular. O cilindro tem um raio de 1m e está centrado no ponto $(-0,01, \mathrm{i}0,02)$ do referencial $\zeta = \xi + \mathrm{i}\eta$. O escoamento de aproximação uniforme faz um ângulo $\alpha$ com o eixo real $\xi$ e tem uma velocidade com um módulo igual a $U_\infty$. No centro do cilindro existe um vórtice com a intensidade necessária para que o ponto de intersecção do cilindro com o eixo real positivo, $\xi = b$, seja um ponto de estagnação.

    a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento em função do ângulo de ataque, $\alpha$, indicando claramente o sistema de eixos que utilizou.

b) Determine a gama de ângulos de ataque para a qual o coeficiente de pressão se encontra no intervalo [-3,5,1] ($-3,5 \leq C_p \leq 1$) em todo o escoamento ($C_p = (p - p_\infty/(1/2\rho U_\infty^2)$).
Considere a transformação conforme

$$z = \zeta + \frac{b^2}{\zeta}$$

que transforma o cilindro num perfil de Joukowski

c) Desenhe qualitativamente as linhas de corrente no plano transformado para o ângulo de sustentação nula e determine a espessura e flecha relativas do perfil.
d) Determine a gama de ângulos de ataque para a qual o coeficiente de pressão no bordo de ataque é maior do que 0,64.

29. Considere o escoamento estacionário, bi-dimensional, potencial e incompressível em torno de um cilindro circular. O cilindro tem um raio de 1m e está centrado no ponto $(0, -\mathrm{i}0,01)$ do referencial $\zeta = \xi + \mathrm{i}\eta$. O escoamento de aproximação uniforme faz um ângulo $\alpha$ com o eixo real $\xi$ e tem uma velocidade com um módulo igual a $U_\infty$. No centro do cilindro existe um vórtice com a intensidade necessária para que o ponto de intersecção do cilindro com o eixo real positivo, $\xi = b$, seja um ponto de estagnação.

    a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento em função do ângulo de ataque, $\alpha$, indicando claramente o sistema de eixos que utilizou.
    b) Determine a gama de ângulos de ataque para a qual o coeficiente de pressão na intersecção do cilindro com o eixo real negativo ($\xi = -b, \eta = 0$) se encontra no intervalo [0,8 , 1] ($0,8 \leq C_p \leq 1$, com $C_p = (p - p_\infty/(1/2\rho U_\infty^2)$).

    Considere a transformação conforme

$$z = \zeta + \frac{b^2}{\zeta}$$

    que transforma o cilindro num perfil de Joukowski

c) Desenhe qualitativamente as linhas de corrente no plano transformado para o ângulo de sustentação nula e determine a espessura e flecha relativas do perfil.

d) Determine o coeficiente de pressão mínimo e máximo e a sua localização (em coordenadas adimensionais) para o ângulo de sustentação nula.

30. Considere o escoamento estacionário, bi-dimensional, potencial e incompressível em torno de um cilindro circular. O cilindro tem um raio de 1m e está centrado no ponto $(-0.01, \mathrm{i}0.02)$ do referencial $\zeta = \xi + \mathrm{i}\eta$. O escoamento de aproximação uniforme faz um ângulo $\alpha$ com o eixo real $\xi$ e tem uma velocidade com um módulo igual a $U_\infty$. No centro do cilindro existe um vórtice com a intensidade necessária para que o ponto de intersecção do cilindro com o eixo real positivo, $\xi = b$, seja um ponto de estagnação.

    a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento em função do ângulo de ataque, $\alpha$, indicando claramente o sistema de eixos que utilizou.

    b) Determine a gama de ângulos de ataque para o qual o coeficiente de pressão mínimo está localizado no primeiro quadrante. Para essa gama indique os limites de variação do coeficiente de pressão mínimo.

    Considere a transformação conforme

$$z = \zeta + \frac{b^2}{\zeta}$$

    que transforma o cilindro num perfil de Joukowski

    c) Represente qualitatitavimente o escoamento no plano transformado para o ângulo de ataque nulo e determine a espessura e flechas relativas do perfil.

    d) Determine a gama de variação do coeficiente de pressão no bordo de ataque para os ângulo de ataque que conduzem a um coeficiente de sustentação em módulo menor do que 0,15, ($|C_l| < 0,15$).

31. Considere o escoamento estacionário, bi-dimensional, potencial e incompressível em torno de um cilindro circular. O cilindro tem um raio de 1m e está centrado no ponto $(0, -\mathrm{i}0,025)$ do referencial $\zeta = \xi + \mathrm{i}\eta$. O escoamento de aproximação uniforme faz um ângulo $\alpha$ com o eixo real $\xi$ e tem

uma velocidade com um módulo igual a $U_\infty$. No centro do cilindro existe um vórtice com a intensidade necessária para que o ponto de intersecção do cilindro com o eixo real positivo, $\xi = b$, seja um ponto de estagnação.
a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento em função do ângulo de ataque, $\alpha$, indicando claramente o sistema de eixos que utilizou.
b) Determine a gama de ângulos de ataque para a qual a coordenada imaginária ($\eta$) do(s) ponto(s) de estagnação está no intervalo $-0,025 \leq \eta \leq 0$.
Considere a transformação conforme

$$z = x + \mathrm{i}y = \zeta + \frac{b^2}{\zeta}$$

que transforma o cilindro num perfil de Joukowski.

c) Represente qualitativamente o escoamento no plano transformado para o ângulo de sustentação nula identificando claramente a forma do perfil no plano transformado.
d) Qual a gama de ângulos de ataque para a qual o coeficiente de força na direcção $x$, é positivo, $C_x = \frac{F_x}{1/2\rho U_\infty^2 c} > 0$? Qual o valor máximo de $C_x$?

32. Considere o escoamento estacionário, bi-dimensional, potencial e incompressível em torno de um cilindro circular. O cilindro tem um raio de 1m e está centrado no ponto $(0, \mathrm{i}0,025)$ do referencial $\zeta = \xi + \mathrm{i}\eta$. O escoamento de aproximação uniforme faz um ângulo $\alpha$, ($|\alpha| < \pi/4$), com o eixo real $\xi$ e tem uma velocidade com um módulo igual a $U_\infty$. No centro do cilindro existe um vórtice com a intensidade necessária para que o ponto de intersecção do cilindro com o eixo real positivo, $\xi = b$, seja um ponto de estagnação.
a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento em função do ângulo de ataque, $\alpha$, indicando claramente o sistema de eixos que utilizou.
b) Determine a gama de ângulos de ataque para os quais o coeficiente de pressão, $C_p$, é superior a -4 ($C_p > -4$) ao longo do eixo imaginário $\eta$ (obviamente, para os pontos exteriores ou na superície do cilindro).

Considere a transformação conforme de Joukowski dada por

$$z = \zeta + \frac{b^2}{\zeta}$$

que transforma o cilindro num perfil

c) Represente qualitativamente o escoamento no plano transformado para o ângulo de sustentação nula. Identifique claramente a forma do perfil.

d) Determine o coeficiente de pressão mínimo na superfície do perfil para um ângulo de ataque de zero graus.

33. Considere o escoamento estacionário, bi-dimensional, potencial e incompressível em torno de um cilindro circular. O cilindro tem um raio de 1m e está centrado no ponto $(-0,075, \mathrm{i}0)$ do referencial $\zeta = \xi + \mathrm{i}\eta$. O escoamento de aproximação uniforme faz um ângulo $\alpha$ com o eixo real $\xi$ e tem uma velocidade com um módulo igual a $U_\infty$. No centro do cilindro existe um vórtice com a intensidade necessária para que o ponto de intersecção do cilindro com o eixo real positivo, $\xi = b$, seja um ponto de estagnação.

    a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento em função do ângulo de ataque, $\alpha$, indicando claramente o sistema de eixos que utilizou.

    b) Determine a gama de ângulos de ataque para os quais a coordenada real do ponto de coeficiente de pressão mínimo é maior do que -0.25 ($\xi_{Cp_{min}} > -0.25$).

    Considere a transformação conforme de Joukowski dada por

    $$z = \zeta + \frac{b^2}{\zeta}$$

    que transforma o cilindro num perfil.

    c) Represente qualitativamente o escoamento no plano transformado para o ângulo de ataque em que o perfil tem um coeficiente de sustentação igual a 0,3 ($\alpha \rightarrow C_l = 0,3$). Identifique claramente a forma do perfil.

    d) Determine o coeficiente de pressão no bordo de ataque para o ângulo de ataque da alínea anterior.

34. Considere o escoamento estacionário, bi-dimensional, potencial e incompressível em torno de um cilindro circular. O cilindro tem um raio de 1m

e está centrado no ponto $(-0,075,\mathrm{i}0)$ do referencial $\zeta = \xi + \mathrm{i}\eta$. O escoamento de aproximação uniforme faz um ângulo $\alpha$ com o eixo real $\xi$ e tem uma velocidade com um módulo igual a $U_\infty$. No centro do cilindro existe um vórtice com a intensidade necessária para que o ponto de intersecção do cilindro com o eixo real positivo, $\xi = b$, seja um ponto de estagnação.

a) Escreva o potencial complexo que representa o escoamento em função do ângulo de ataque, $\alpha$, indicando claramente o sistema de eixos que utilizou.

b) Determine a gama de ângulos de ataque para os quais a coordenada real do ponto de coeficiente de pressão mínimo é maior do que -0.25 ($\xi_{Cp_{min}} > -0.25$).

Considere a transformação conforme de Joukowski dada por

$$z = \zeta + \frac{b^2}{\zeta}$$

que transforma o cilindro num perfil.

c) Represente qualitativamente o escoamento no plano transformado para o ângulo de ataque em que o perfil tem um coeficiente de sustentação igual a 0,3 ($\alpha \rightarrow C_l = 0,3$). Identifique claramente a forma do perfil.

d) Determine o coeficiente de pressão no bordo de ataque para o ângulo de ataque da alínea anterior.