Computação e Programação

(LEAmb, LEMat, LQ, MEBiol, MEQ)

Departamento de Matemática, IST

Exame 1

12 de Janeiro de 2007, 9h00

Duração: 2h30

não preencher
I –
II –
III – ___
T:

Curso: _____ Número: __________ Nome: ___________________________________

Grupo I [1,5+1,5]

a) Defina em Matlab uma função `f` que quando recebe como argumento um vector de números inteiros percorre esse vector posição a posição recorrendo a um ciclo `while` e devolve o número de ocorrências do mínimo do vector.

Nota: não pode utilizar a função Matlab `min`.

b) Defina em Matlab uma função `g` que quando recebe como argumento uma matriz de números inteiros percorre essa matriz posição a posição recorrendo a dois ciclos `while` encaixados e devolve um vector com tantas posições quantas as linhas da matriz contendo na posição k o número de ocorrências do mínimo da linha k.

Nota: não pode utilizar a função Matlab `min`.

Grupo II [2,0+2,0]

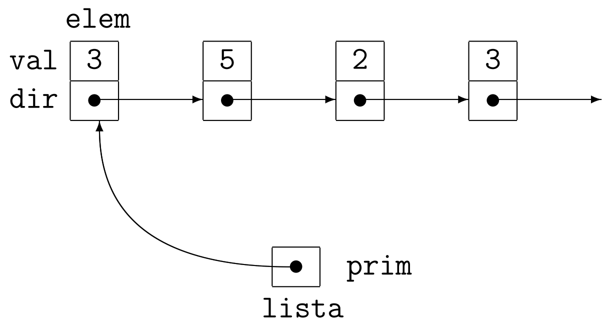
Considere o tipo de dados abstracto *lista de inteiros*.

a) Desenvolva em F um módulo que disponibilize as operações a seguir descritas sobre este tipo de dados, escolhendo a implementação seguinte para o tipo `lista`.

```
type, public :: lista
  private
  type(elem), pointer :: prim
end type lista

type, private :: elem
  integer :: val
  type(elem), pointer :: dir
end type elem
```

Com esta implementação, pretende-se que uma lista seja representada por uma cadeia de nós. Por exemplo, a lista $[3, 5, 2, 3]$ é representada pela cadeia de nós seguinte:



As operações disponibilizadas pelo módulo são as seguintes:

- `nil()`: função que devolve a lista vazia;
- `primeiro(w,n)`: subrotina que recebe no parâmetro de entrada/saída `w` uma lista de inteiros e devolve no parâmetro de saída `n` o primeiro elemento da lista, caso esta não seja vazia;
- `ultimo(w,n)`: subrotina que recebe no parâmetro de entrada/saída `w` uma lista de inteiros e devolve no parâmetro de saída `n` o último elemento da lista, caso esta não seja vazia;
- `apaga_prim(w)`: subrotina que recebe no parâmetro de entrada/saída `w` uma lista de inteiros e lhe retira o primeiro elemento, caso a lista não seja vazia;
- `apaga_ult(w)`: subrotina que recebe no parâmetro de entrada/saída `w` uma lista de inteiros e lhe retira o último elemento, caso a lista não seja vazia;
- `acrescenta(w,n)`: subrotina que recebe no parâmetro de entrada/saída `w` uma lista de inteiros e no parâmetro de entrada `n` um inteiro e acrescenta `n` ao início da lista `w`;
- `vazia(w)`: função que recebe no argumento `w` uma lista de inteiros e devolve `.true.` se a lista estiver vazia e `.false.` caso contrário.

b) Desenvolva em F, recorrendo ao módulo acima, uma subrotina `nocc(w,n)` que receba no parâmetro de entrada/saída `w` uma lista de inteiros e devolva no parâmetro de saída `n` o número de ocorrências do máximo de `w`. Se `w` for a lista vazia, a subrotina deverá devolver em `n` o valor `0`.

Grupo III [2,0+1,0]

a) Defina recursivamente uma função `comb` que receba como argumentos dois naturais (inteiros não negativos) `n` e `k` tais que `n` $\geq$ `k` e devolva $\binom{n}{k}$. Recorde que estes números satisfazem a relação

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

para $n, k > 0$.

b) Seja f uma função contínua num intervalo $[a, b]$ satisfazendo $f(a)f(b) < 0$. Então f tem uma raíz no intervalo $[a, b]$, isto é, existe um valor x com $a < x < b$ tal que $f(x) = 0$.

Um dos métodos utilizados para encontrar valores aproximados de uma dessas raízes é o método da bissecção, que a seguir se descreve.

Em primeiro lugar definem-se sucessões $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ da seguinte forma:

1. $a_0 = a$ e $b_0 = b$;
2. dados a_n e b_n:
   (a) toma-se $m = (a_n + b_n)/2$;
   (b) se $f(a_n)f(m) < 0$, então $a_{n+1} = a_n$ e $b_{n+1} = m$;
   (c) caso contrário, $a_{n+1} = m$ e $b_{n+1} = b_n$;

O método consiste em fixar um valor e para o erro pretendido para a aproximação e calcular valores sucessivos de a_n ou b_n até que $b_n - a_n < e$. Quando esta condição se verifica, a_n (ou b_n) é a aproximação pretendida para a raíz.

Implemente o método da bissecção em F através de uma função `bissec` que receba como argumentos os reais `a`, `b` (extremos do intervalo) e `e` (erro máximo da aproximação) e a função real de variável real `f` e devolva a aproximação encontrada para a raíz da equação `f(x)`=0.