TÉCNICO LISBOA

Departamento de Matemática

ÁLGEBRA LINEAR

PRIMEIRO TESTE - VERSÃO A
16 DE OUTUBRO DE 2019 - 19H30
DURAÇÃO: 45 MINUTOS

MEAER

INSTRUÇÕES

- As cotações das alíneas estão indicadas na margem esquerda da folha do enunciado.
- **Desligue o telemóvel!**
- Não é permitida a utilização de quaisquer elementos de consulta nem de máquinas calculadoras.
- **Justifique todas as respostas e apresente todos os cálculos.**
- Boa sorte!

pergunta	classificação
1 (a)	
1 (b)	
1 (c)	
2	
3	
4 (a)	
4 (b)	
total	

Nome: ____

Nº: ____________________

Sala: ____________________ **Rubrica docente:** ____________

- **Pense um pouco** antes de começar a fazer contas automaticamente (e também enquanto estiver a fazer as contas). As únicas questões abaixo para as quais é efetivamente necessário fazer cálculos (não completamente imediatos, desde que faça o teste na ordem indicada) são a 1(a) e 2.
- Não perca tempo a fazer coisas como "passar a limpo". Tudo o que é necessário é que eu consiga ler o que escreveu e que fique claro que entende o que está a fazer.

(1) Considere o sistema linear cuja matriz aumentada é dada por

$$A = \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & \alpha & -1 & 1 & \alpha \\ 2 & \alpha^2 & -2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & \alpha & 1 \end{array}\right]$$

(1 val) (a) Determine em função de α quando é que o sistema é impossível, possível, determinado ou indeterminado.

(0,5 val) (b) Tomando $\alpha = -1$, determine o conjunto das soluções do sistema e indique os coeficientes de uma combinação linear que exprime $(-1, 2, 1)$ em termos das primeiras 4 colunas da matriz.

(0,5 val) (c) Tomando $\alpha = 0$, determine uma base para o espaço das colunas de A.

(1 val) (2) Resolva a seguinte equação matricial

$$A \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} - 3A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(0,5 val) (3) Defina subconjunto linearmente dependente de um espaço vetorial.

(4) Seja $B \in M_{2\times 2}(\mathbb{R})$ uma matriz e considere o conjunto $W = \{A \in M_{2\times 2}(\mathbb{R}) \colon BA = 0\}$.

(0,5 val) (a) Mostre que W é um subespaço vetorial de $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$.

(1 val) (b) Determine a dimensão de W em função da característica de B.