

12.1 O neon tem 8 electrões de valência e tem uma densidade (temperatura padrão e pressão atmosférica) de  $\rho = 900 \text{ kg m}^{-3}$ . Obtenha uma estimativa para a sua susceptibilidade magnética usando um valor razoável para  $\langle r^2 \rangle$  e a expressão derivada na aula,

$$\chi = -\frac{\mu_0 n Z |e|^2}{6m_e} \langle r^2 \rangle.$$

12.2 Estime a susceptibilidade magnética para um gás de electrões livres com os parâmetros do alumínio. Temperatura de Fermi  $T_F \simeq 1.35 \times 10^5 \text{ K}$  e densidade de electrões  $n \simeq 18.1 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$ . A expressão derivada na aula é

$$\chi = \frac{3}{2} \mu_0 \mu_B^2 \frac{n}{k_B T_F}.$$

12.3 A susceptibilidade de um gás de electrões a baixas temperaturas pode ser determinada a partir da sua energia. Seja

$$N^+ = \frac{1}{2} N(1 + \xi); \quad N^- = \frac{1}{2} N(1 - \xi),$$

a concentração de electrões spin up e spin down.

a) Mostre que num campo magnético uniforme  $B\vec{e}_z$  a densidade de energia total dos electrões de spin up é

$$E^+ = \frac{3}{10} N E_F (1 + \xi)^{\frac{5}{3}} - \frac{1}{2} N \mu_B B (1 + \xi),$$

onde  $E_F$  é a energia de Fermi a campo nulo.

b) Minimize a (densidade de) energia total  $E^+ + E^-$  em função de  $\xi$ , resolvendo para o caso  $\xi \ll 1$  e mostre que a magnetização é

$$M = N \mu_B \xi = N \mu_B \frac{3\mu_B}{2E_F} B.$$

12.4 Considere um gás de electrões que para além da energia cinética tem também uma energia de troca proporcional a  $-V < 0$  entre electrões com o mesmo spin, enquanto que electrões de spin anti-paralelo não interagem.

a) Mostre que a (densidade de) energia total da banda de electrões com spin up é

$$E^+ = \frac{3}{10} N E_F (1 + \xi)^{\frac{5}{3}} - \frac{1}{4} V N^2 (1 + \xi)^2 - \frac{1}{2} N \mu_B B (1 + \xi).$$

b) Minimize a energia total  $E^+ + E^-$  em função de  $\xi$ , resolvendo para o caso  $\xi \ll 1$  e mostre que a magnetização é

$$M = N \mu_B \xi = N \mu_B \frac{3\mu_B}{2E_F - 3V} B,$$

pelo que a interacção de troca aumenta a susceptibilidade.

c) Mostre que para  $B = 0$  a energia total é instável para  $\xi = 0$  quando  $VN > \frac{2}{3} E_F$ .