



INSTITUTO
SUPERIOR
TÉCNICO

Sinais e Sistemas Mecatrónicos

Filtros

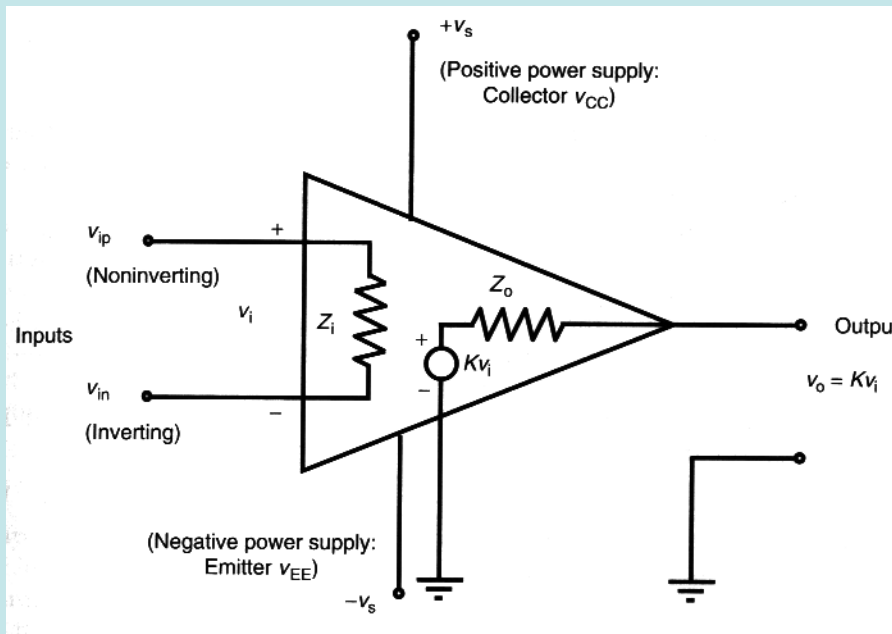
José Sá da Costa

Circuitos com Ampop's

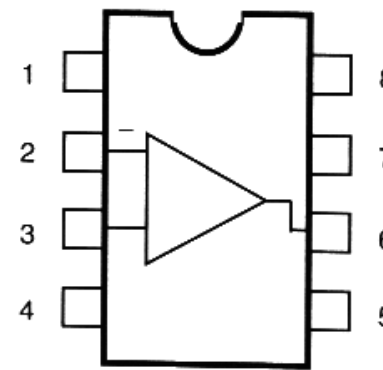
Relembremos

Amplificador operacional (Ampop)

Modelo do Ampop



Implementação do Ampop



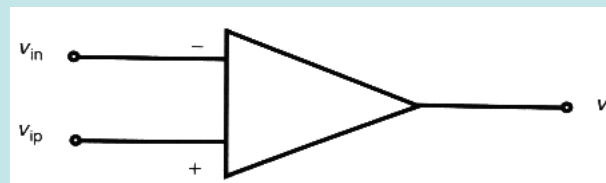
Pin designations:

- 1 Offset null
- 2 Inverting input
- 3 Noninverting input
- 4 Negative power supply V_{EE}
- 5 Offset null
- 6 Output
- 7 Positive power supply V_{CC}
- 8 NC (not connected)

$$Z_i \simeq 2M\Omega, \quad \rightarrow \quad v_i \simeq 0$$

$$Z_o \simeq 10\Omega, \quad K \simeq 10^5 \text{ a } 10^9 \quad \rightarrow \quad v_o \simeq 1 \text{ a } 15V$$

Símbolo do Ampop ideal

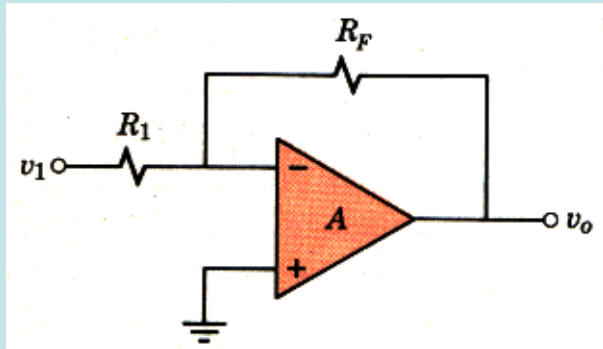


$$v_o = Kv_i = K(v_{ip} - v_{in})$$

Circuitos com Ampop's

Relembremos

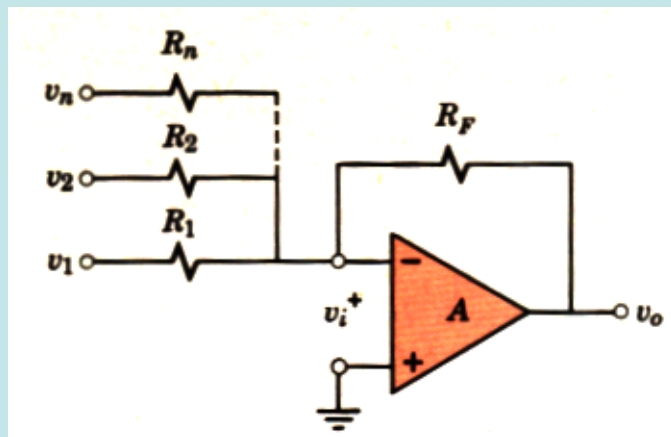
Circuito inversor



$$\frac{v_1 - v_i}{R_1} + \frac{v_o - v_i}{R_F} = 0, \quad v_i = -v_o/A$$

$$v_o = -\frac{R_F}{R_1} v_1$$

Circuito somador



$$\frac{v_1 - v_i}{R_1} + \frac{v_2 - v_i}{R_2} + \dots + \frac{v_n - v_i}{R_n} + \frac{v_o - v_i}{R_f} = 0$$

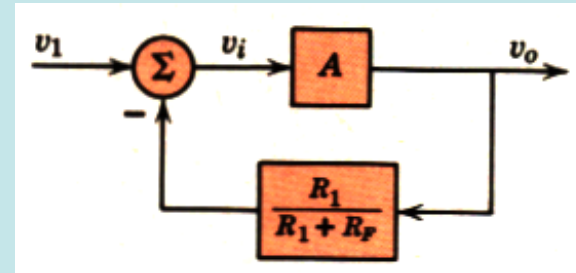
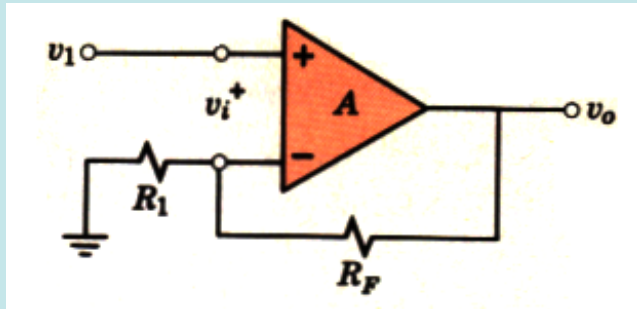
$$v_i = -v_o/A \cong 0$$

$$v_o = -\left[\frac{R_F}{R_1} v_1 + \frac{R_F}{R_2} v_2 + \dots + \frac{R_F}{R_n} v_n \right]$$

Circuitos com Ampop's

Relembremos

Amplificador não inversor

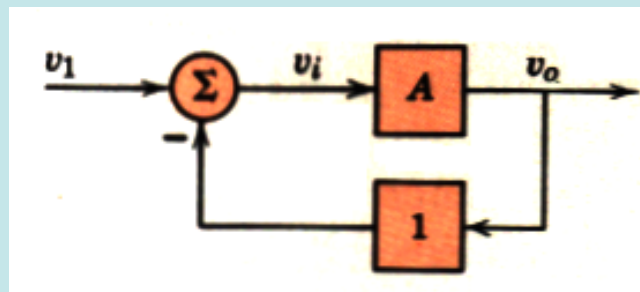
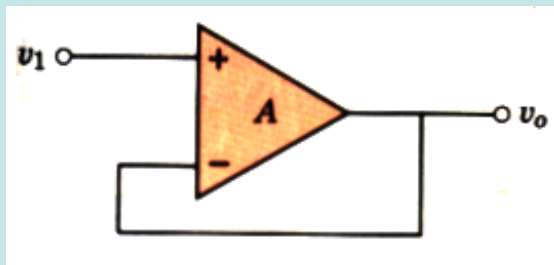


$$v_o = A v_i$$

$$v_i = v_1 - \frac{R_1}{R_1 + R_F} v_o$$

$$\frac{v_o}{v_1} = A_F = \frac{G}{1 + GH} = \frac{A}{1 + AR_1/(R_1 + R_F)} \approx \frac{R_1 + R_F}{R_1}$$

Seguidor de tensão



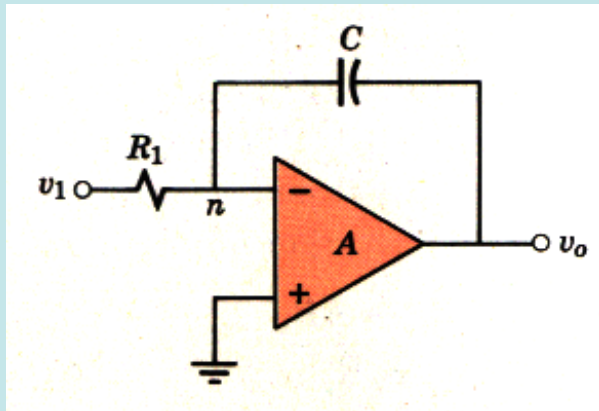
$$R_F = 0, \quad R_1 = \infty$$

$$\frac{v_o}{v_1} = A_F \approx \frac{R_1 + R_F}{R_1} = 1$$

Circuitos com Ampop's

Relembremos

Circuito integrador

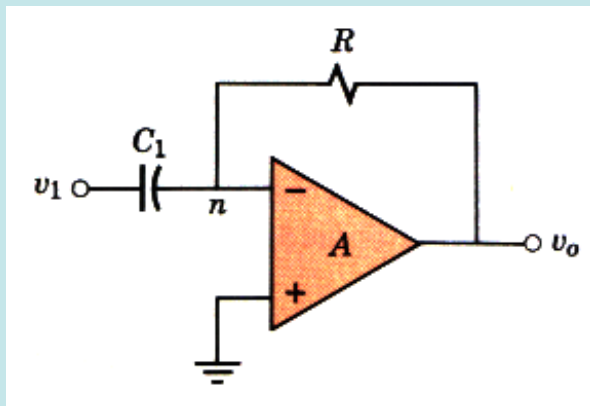


No nó n temos

$$\frac{v_1}{R_1} + C \frac{dv_o}{dt} = 0$$

$$v_o = -\frac{1}{R_1 C} \int v_1 dt$$

Circuito diferenciador



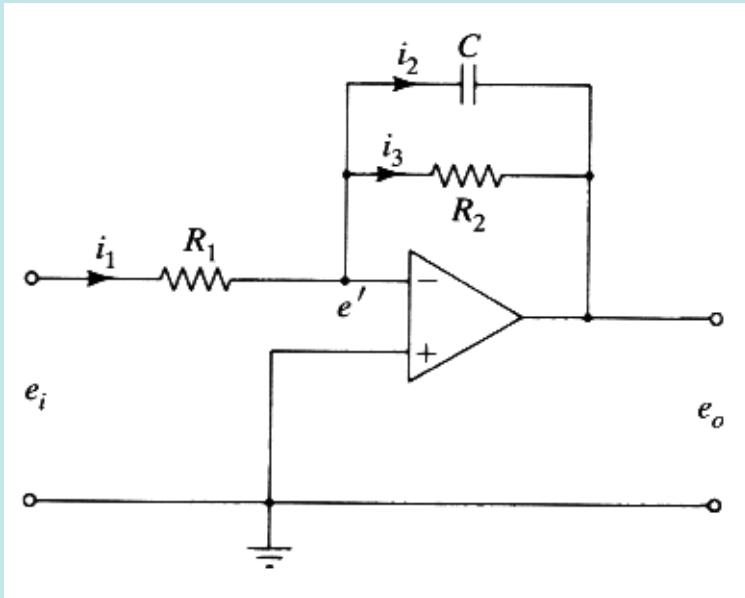
No nó n temos

$$C_1 \frac{dv_1}{dt} + \frac{v_o}{R} = 0$$

$$v_o = -RC_1 \frac{dv_1}{dt}$$

Circuitos com Ampop's

Circuito de 1º ordem



$$i_1 = \frac{e_i - e'}{R_1}, \quad i_2 = C \frac{d(e' - e_o)}{dt}, \quad i_3 = \frac{e' - e_o}{R_2}$$

Atendendo a que a corrente que flui para o Ampop é desprezável, teremos

$$i_1 = i_2 + i_3$$

Logo
$$\frac{e_i - e'}{R_1} = C \frac{d(e' - e_o)}{dt} + \frac{e' - e_o}{R_2}$$

Como $e' \approx 0$ resulta
$$\frac{e_i}{R_1} = -C \frac{de_o}{dt} - \frac{e_o}{R_2}$$

Aplicando transformadas de Laplace, com CI = 0

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = -\frac{R_2/R_1}{R_2Cs + 1}$$

Filtros

Filtro

Dispositivo que apenas deixa passar através dele a parte desejável do sinal, rejeitando a parte não desejável.

Utilização de filtros

- Remoção de partes espúrias do sinal que afectam o desempenho dos sistemas (ruído, perturbações, componentes não desejáveis, etc.).
- Modificação da forma do sinal para uma forma mais adequada à sua utilização posterior.

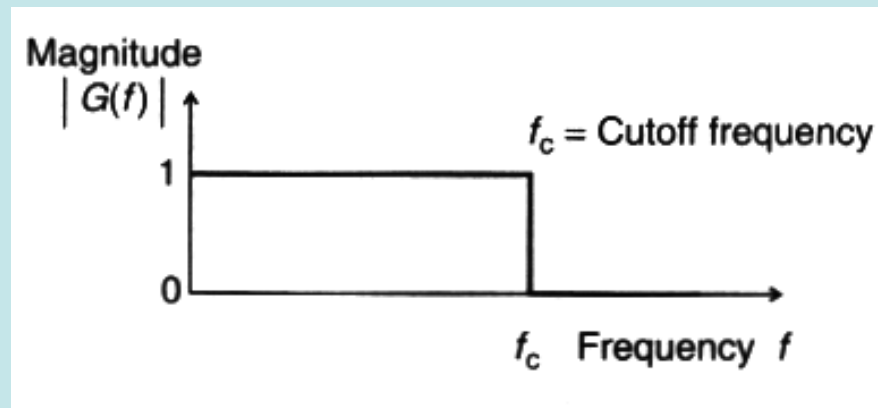
Em instrumentação e controlo os filtros são normalmente utilizados para remover componentes do sinal num intervalo específico de frequências.

Filtros

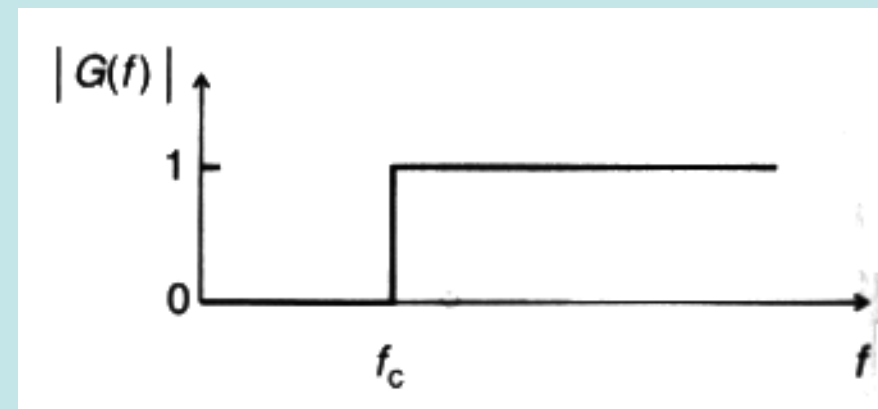
Principais tipos de filtros

Filtro é um dispositivo que apenas deixa passar através dele a parte desejável do sinal, rejeitando a parte não desejável.

Filtro passa baixo



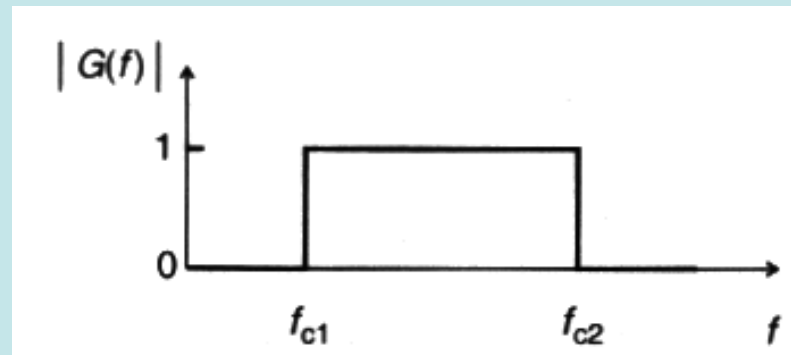
Filtro passa alto



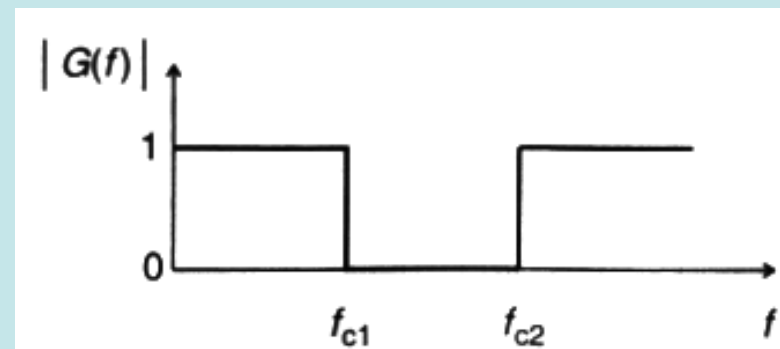
Filtros

Principais tipos de filtros

Filtro passa banda



Filtro rejeita banda (notch)



Filtros

Realização de filtros

Os filtros podem ser realizados analogicamente e digitalmente. Aqui apenas iremos tratar dos filtros analógicos.

Um filtro analógico pode ser realizado por componentes passivos e componentes activos.

Filtro analógicos passivos

Apenas utilizam componentes passivos, bastando o próprio sinal para alimentar o circuito.

Filtro analógicos activos

Utilizam simultaneamente elementos activos e passivos, sendo necessário a utilização de fonte de alimentação externa.

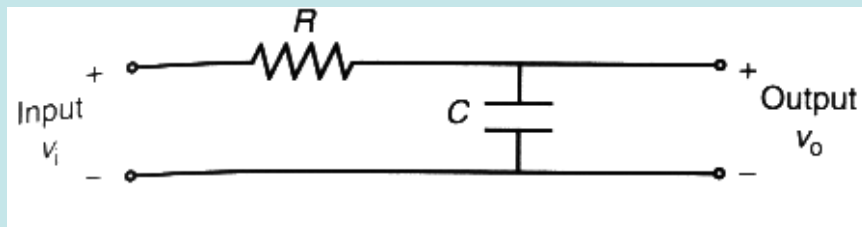
Notar que é a dinâmica do filtro que vai determinar as partes do sinal que são aproveitadas e rejeitadas.

Filtros

Filtro passa baixo de 1ª ordem

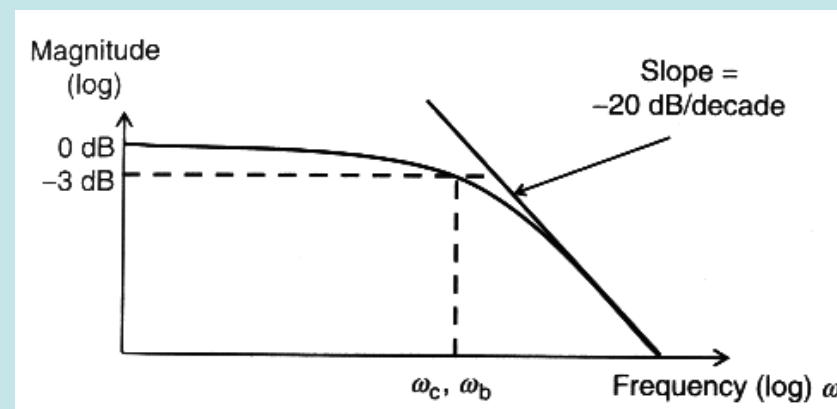
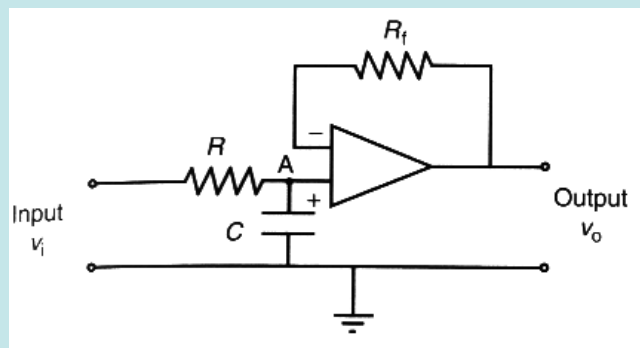
Dispositivo que apenas deixa passar as componentes de baixa frequência.

Filtro passivo de 1ª ordem



$$G(j\omega) = \frac{1}{(\tau j\omega + 1)}, \quad \omega_c = \frac{1}{\tau}$$

Filtro activo de 1ª ordem



Filtros

Filtro passa baixo Butterworth

Duas soluções são possíveis para aumentar o decaimento dos filtros passa baixo:

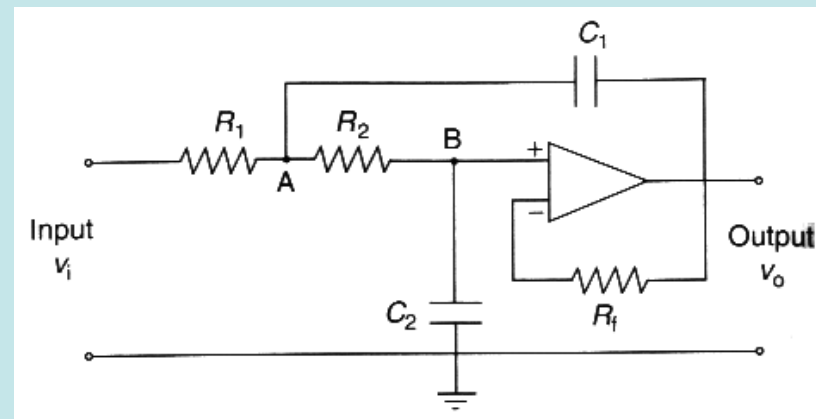
- Pôr dois ou mais filtros idênticos em série (cascata)

Neste caso na frequência de corte inicial teremos uma atenuação idêntica a -3 dB por cada filtro utilizado, o que degrada as características do filtro, i.e. diminui a sua largura de banda.

- Utilizar filtros do tipo Butterworth

Devido ao seu desenho especial não enferma do problema anterior.

$$G(j\omega) = \frac{\omega_n^2}{\left[\omega_n^2 - \omega^2 + 2j\zeta\omega_n\omega \right]}$$

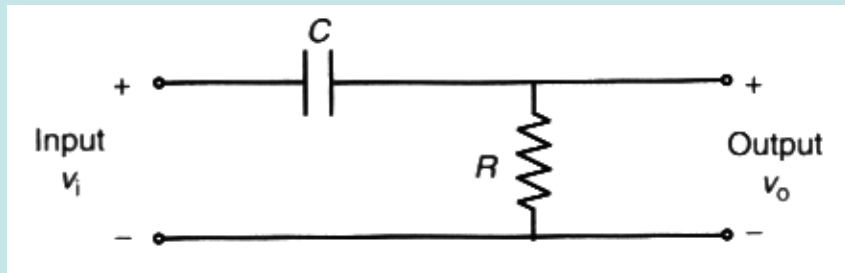


Filtros

Filtro passa alto

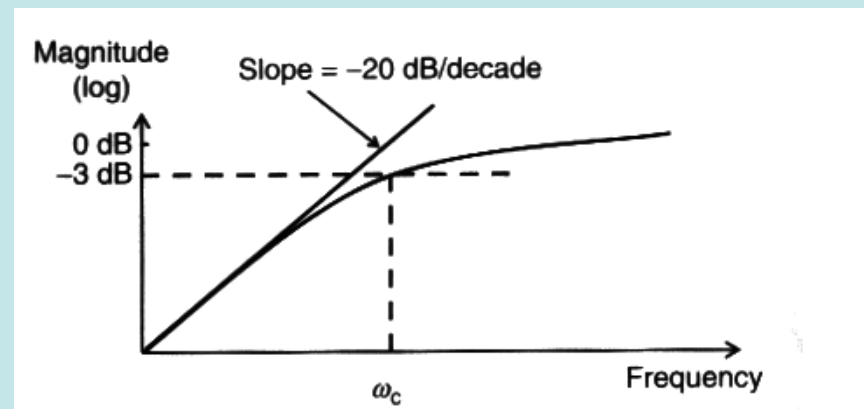
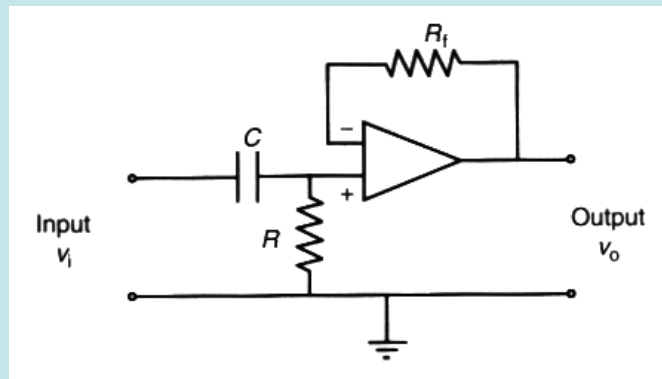
Dispositivo que apenas deixa passar através dele as altas frequências do sinal.

Filtro passa alto passivo



$$G(j\omega) = \frac{\tau j\omega}{(\tau j\omega + 1)}, \quad \omega_c = \frac{1}{\tau}$$

Filtro passa alto activo

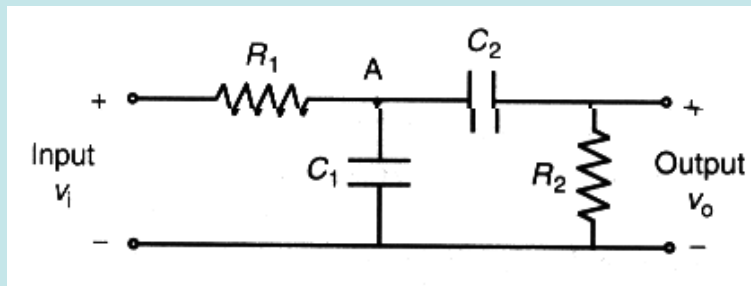


Filtros

Filtro Passa banda

Dispositivo que apenas deixa passar através dele as componentes do sinal num intervalo de frequências desejável.

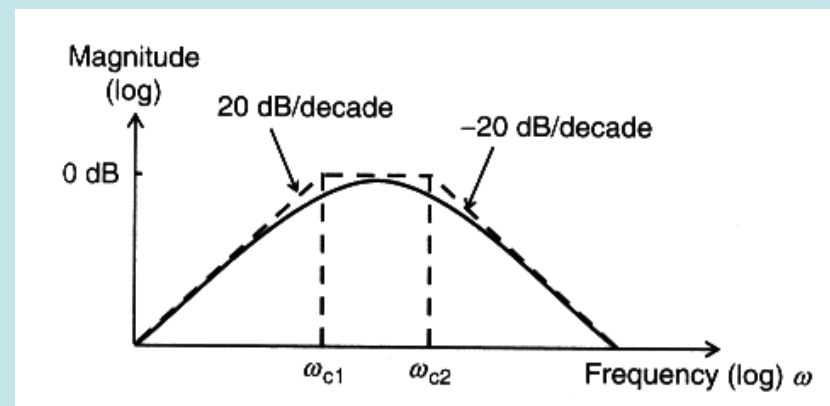
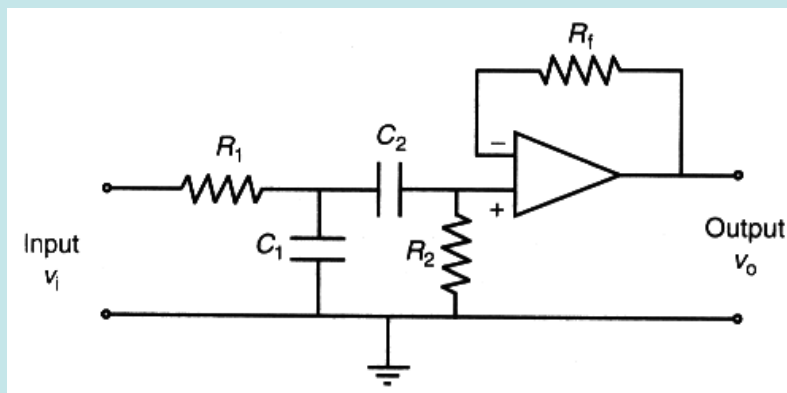
Filtro Passa banda passivo



$$G(s) = \frac{\tau_2 s}{\left[\tau_1 \tau_2 s^2 + (\tau_1 + \tau_2 + \tau_3) s + 1 \right]},$$

$$\tau_1 = R_1 C_1, \quad \tau_2 = R_2 C_2, \quad \tau_3 = R_1 C_2$$

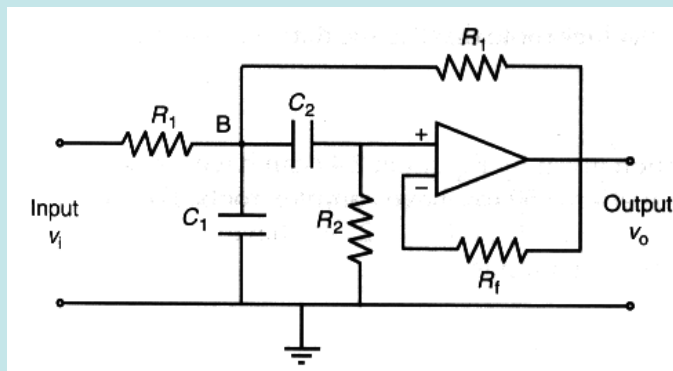
Filtro Passa banda activo



Filtros

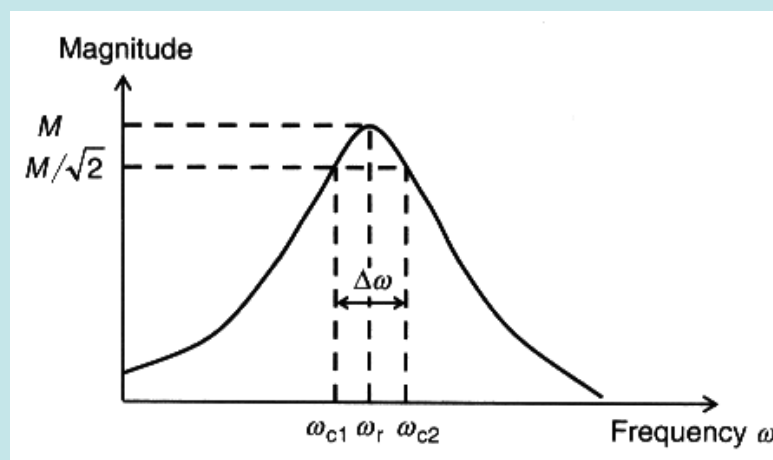
Filtro passa banda de tipo ressonância

No caso da banda passante ser muito estreita utiliza-se um filtro passa banda do tipo ressonância, i.e. com um par de pólos complexos conjugados.



$$G(s) = \frac{\tau_2 s}{\left[\tau_1 \tau_2 s^2 + (\tau_1 + \tau_2 + \tau_3) s + 2 \right]},$$

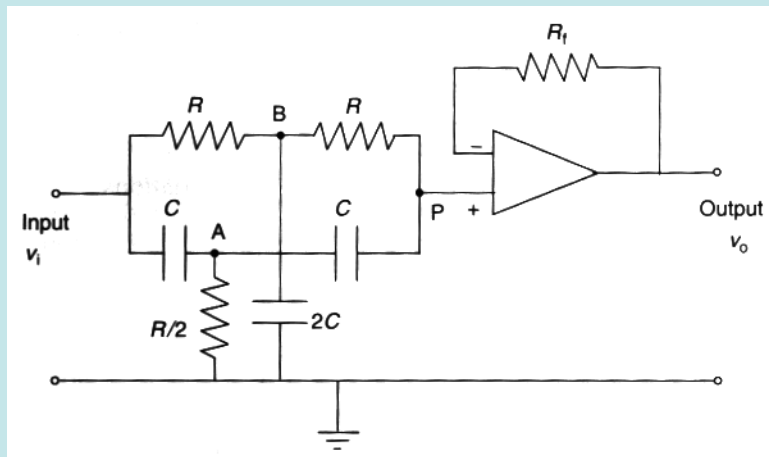
$$\tau_1 = R_1 C_1, \quad \tau_2 = R_2 C_2, \quad \tau_3 = R_1 C_2$$



Filtros

Filtro de rejeição de banda (notch)

Dispositivo que rejeita as componentes de um sinal num intervalo muito estreito de frequências.



$$G(s) = \frac{(\tau^2 s^2 + 1)}{(\tau^2 s^2 + 4\tau s + 1)}, \quad \tau = RC$$

