



Caracterização do Estado de Mar na Área *Offshore* do Brasil

Fillipe Lourenço Soares

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em

Engenharia Naval e Oceânica

Orientador: Professor Doutor Carlos António Pancada Guedes Soares

Co-orientador: Doutora Cláudia Susana Gomes Lucas Pereira Gaspar

Júri

Presidente: Professor Doutor Yordan Ivanov Garbatov

Orientador: Professor Doutor Carlos António Pancada Guedes Soares

Vogais: Doutor Ricardo Martins Campos

24 de Junho de 2019

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço, aos meus orientadores Professor Doutor Carlos Guedes Soares e Doutora Cláudia Susana Gomes Lucas Pereira Gaspar, pela oportunidade de desenvolvimento deste trabalho e por todo o suporte dispensado.

Devo também agradecer aos meus companheiros de curso Ana Paula Bittencourt, Cassiano Siqueira, Dean Zimmermann, Eduarda Busnardo, Filipe Barreto, Guilherme Roberts, Keith Schneider cuja amizade e companheirismo me ajudaram a superar as dificuldades da vida académica.

Agradeço os funcionários da PETROBRAS que permitiram que me licenciasse das minhas actividades na empresa para frequentar o mestrado.

Agradeço aos meus pais e a minha família por me darem todo o apoio necessário quando foi preciso.

Agradeço minha companheira Valentina Joels, por me apoiar e auxiliar nos momentos mais difíceis dos caminhos pelos quais passamos durante todo o período do mestrado, além de sempre propor um ponto de vista diferente e optimista sobre todas as coisas.

Agradeço aos meus filhos Benjamin Soares e Nico Soares que com um olhar me lembram das coisas que realmente são importantes na vida.

O presente trabalho foi realizado com apoio do CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – Brasil.

RESUMO

O trabalho procura caracterizar o estado do mar da área *offshore* do Brasil, através do cálculo de estimativas de valores extremos de altura significativa, cálculo de distribuição de densidade de probabilidade conjunta de altura significativa e período de pico, utilizando amostras de longo prazo de cinco pontos na área da Bacia de Campos e da Bacia de Santos, localizada na parte sul do Oceano Atlântico.

Três métodos são empregues no cálculo de estimativas de valores extremos de altura significativa: método de amostra total com patamar utilizando a distribuição de Weibull, método dos máximos anuais (*AM*) utilizando a distribuição de Gumbel e o método *POT* (*Peak Over Threshold*) utilizando a distribuição generalizada de Pareto (*GPD*, *Generalized Pareto Distribution*). Para a estimativa da distribuição de densidade de probabilidade conjunta de altura significativa e período de pico, foi aplicado o método *CMA* (*Conditional Modelling Approach*).

Conclui-se que para o cálculo de valores extremos de altura significativa, os métodos máximos anuais (*AM*) e *POT* produzem os melhores resultados para cada uma das amostras, e que para o cálculo de modelo de distribuição bivariada de altura significativa e período de pico, o método *CMA* apresenta bons resultados, mas possui limitações quanto a reprodução das características da região.

Conclui-se ainda que a localização dos pontos de registo tem grande influência nos resultados, impedindo a adopção de um único valor para caracterizar o estado de mar da região de estudo.

Palavras-Chave: Altura significativa de onda, Período de pico, Análise de ondas extremas, Estado de mar.

ABSTRACT

This work aims to characterize Brazil's offshore area sea's conditions. This is achieved by estimating the extreme significant wave height and calculating joint density function of significant wave height and peak period. To make these calculations, long-term samples of five locations in Campos Basin and Santos Basin (south part of the Atlantic Ocean) were used.

In order to calculate the extreme values of significant wave height, three methods were used: the total sampling method considering threshold, using Weibull distribution, the Annual Maximum method (AM) using Gumbel distribution and the Peaks Over Threshold method (POT) with the generalized Pareto distribution (GPD).

To estimate the bivariate distribution of significant wave height and peak period, the Conditional Modelling Approach (CMA) method was used.

This work concludes that POT and Annual Maximum methods produce the best results to estimate extreme significant wave height, and that the CMA method produce good results but has limitations to reproduce the region's characteristics.

Keywords: Significant wave height, Peak period, Extreme wave analysis, Sea state.

Índice

i.	Índice de figuras.....	i
ii.	Índice de tabelas.....	ii
iii.	Nomenclatura e Abreviaturas.....	iii
1.	INTRODUÇÃO.....	1
1.1.	Caracterização do Estado de Mar.....	1
1.2.	Objectivos.....	2
1.3.	Organização da Dissertação.....	2
2.	ONDAS IRREGULARES.....	3
3.	INFERÊNCIA ESTATÍSTICA, DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE e ESTIMADORES PONTUAIS.....	5
3.1.	Inferência Estatística.....	5
3.2.	Distribuição de probabilidade.....	6
3.3.	Estimadores Pontuais.....	11
4.	DADOS.....	15
5.	ESTADO DA ARTE.....	18
5.1.	Estimativa de Valores Extremos de H_s	18
5.2.	Descrição de estado de mar partir de dados de longo prazo.....	20
6.	METODOLOGIA.....	21
6.1.	Estimativa de valores extremos de H_s	21
6.2.	Modelo Condicional.....	31
7.	ANÁLISE E RESULTADOS.....	34
7.1.	Amostra Total / distribuição de WEIBULL.....	34
7.2.	Máximos Anuais / distribuição de GUMBEL.....	36
7.3.	POT / GPD.....	39
7.4.	Distribuição Conjunta.....	40
8.	CONCLUSÃO.....	44
8.1.	Valores extremos.....	44
8.2.	Distribuição Bivariada.....	46
9.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	47
	ANEXO I – Tabelas Ocorrência $H_s \times T_p$	51
	ANEXO II – Dados Completos / Weibull – Resultados.....	54
	ANEXO III – Máximos Anuais / Gumbel – Resultados.....	59
	ANEXO IV – POT / GPD – Resultados.....	64
	ANEXO V – Distribuição Bivarida $H_s T_p$ LognormalxLognormal– Resultados.....	71

i. Índice de figuras

Figura 1 – Variação da cauda de uma distribuição GDP de acordo com o valor do parâmetro de forma ξ .	10
Figura 2 – a) Cinco regiões estaticamente homogêneas e malha empregada no por Campos et al. (2019); b) Localização geográfica dos 5 pontos ao largo da costa brasileira (adaptado de Google Earth).	15
Figura 3 – Áreas sob concessão para exploração de petróleo no Brasil (ANP, 2019).	16
Figura 4 – Papel de probabilidade para a distribuição de Weibull com ajuste de distribuição a partir de patamar.	22
Figura 5 – Exemplo de gráfico de probabilidades e gráfico de quantis.	24
Figura 6 – Exemplo de gráfico de excesso médio.	28
Figura 7 – Exemplo de gráfico com alteração de parâmetros de GPD em função da variação do patamar u .	29
Figura 8 – Função de probabilidade cumulativa linearizada e gráfico de quantis para as amostras: a) REG1, b) REG2, c) REG3, d) REG4 e e) REG5.	36
Figura 9 – Função de Probabilidade cumulativa linearizada e gráfico de quantis para as amostras: a) REG1, b) REG2, c) REG3, d) REG4 e e) REG5.	39
Figura 10 – Distribuição conjunta de probabilidades empírica (linhas sólidas) e distribuição conjunta de probabilidades, CMA (linhas tracejadas) para os casos: a) REG1, b) REG2, c) REG3, d) REG4 e e) REG5.	42
Figura 11 – Exemplos de distribuições de densidade de probabilidade empírica (barras) e ajustada (tracejado) ilustrando as três causas para ajustes de baixa qualidade.	43
Figura 12 – Amostra Completa / REG1 – Papel de Probabilidade, Gráfico de Quantis, Gráfico de Probabilidade e Nível de Retorno.	54
Figura 13 – Amostra Completa / REG2 – Papel de Probabilidade, Gráfico de Quantis, Gráfico de Probabilidade e Nível de Retorno.	55
Figura 14 – Amostra Completa / REG3 – Papel de Probabilidade, Gráfico de Quantis, Gráfico de Probabilidade e Nível de Retorno.	56
Figura 15 – Amostra Completa / REG4 – Papel de Probabilidade, Gráfico de Quantis, Gráfico de Probabilidade e Nível de Retorno.	57
Figura 16 – Amostra Completa / REG5 – Papel de Probabilidade, Gráfico de Quantis, Gráfico de Probabilidade e Nível de Retorno.	58
Figura 17 – AM / REG1 – Papel de Probabilidade, Gráfico de Quantis, Gráfico de Probabilidade e Nível de Retorno.	59
Figura 18 – AM / REG2 – Papel de Probabilidade, Gráfico de Quantis, Gráfico de Probabilidade e Nível de Retorno.	60
Figura 19 – AM / REG3 – Papel de Probabilidade, Gráfico de Quantis, Gráfico de Probabilidade e Nível de Retorno.	61
Figura 20 – AM / REG4 – Papel de Probabilidade, Gráfico de Quantis, Gráfico de Probabilidade e Nível de Retorno.	62
Figura 21 – AM / REG5 – Papel de Probabilidade, Gráfico de Quantis, Gráfico de Probabilidade e Nível de Retorno.	63
Figura 22 – POT / REG1 – Excesso Médio, Parametros, Gráfico Probabilidade, Gráfico Quantis, Função de Distribuição Acumulada e Nível de Retorno.	64

Figura 23 – POT / REG2 – Excesso Médio, Parâmetros, Gráfico Probabilidade, Gráfico Quantis, Função de Distribuição Acumulada e Nível de Retorno.....	66
Figura 24 – POT / REG3 – Excesso Médio, Parâmetros, Gráfico Probabilidade, Gráfico Quantis, Função de Distribuição Acumulada e Nível de Retorno.....	67
Figura 25 – POT / REG4 – Excesso Médio, Parâmetros, Gráfico Probabilidade, Gráfico Quantis, Função de Distribuição Acumulada e Nível de Retorno.....	68
Figura 26 – POT / REG5 – Excesso Médio, Parâmetros, Gráfico Probabilidade, Gráfico Quantis, Função de Distribuição Acumulada e Nível de Retorno.....	70
Figura 27 – $H_s \times T_p$ / PDF H_s REG1.....	71
Figura 28 – PDF T_p Condicional H_s / REG1.....	72
Figura 29 – $H_s \times T_p$ / PDF H_s REG2.....	73
Figura 30 – PDF T_p Condicional H_s / REG2.....	73
Figura 31 – PDF T_p Condicional H_s / REG2 (cont.).....	74
Figura 32 – $H_s \times T_p$ / PDF H_s REG3.....	75
Figura 33 – PDF T_p Condicional H_s / REG3.....	75
Figura 34 – PDF T_p Condicional H_s / REG3 (cont.).....	76
Figura 35 – $H_s \times T_p$ / PDF H_s REG4.....	77
Figura 36 – PDF T_p Condicional H_s / REG4.....	77
Figura 37 – PDF T_p Condicional H_s / REG4 (cont.).....	78
Figura 38 – $H_s \times T_p$ / PDF H_s REG5.....	79
Figura 39 – PDF T_p Condicional H_s / REG5.....	79
Figura 40 – PDF T_p Condicional H_s / REG5 (cont.).....	80

ii. Índice de tabelas

Tabela 1 – Características Amostras H_s e T_p	16
Tabela 2 – Tamanho da amostra, valor do patamar, valores estimados de parâmetros e valores de retorno para 10, 50 e 100 anos	34
Tabela 3 – Tamanho da amostra, valor do patamar, valores estimados de parâmetros e valores de retorno para 10, 50 e 100 anos	37
Tabela 4 – Resumo dos Resultados / POT 40	
Tabela 5 – Distância Euclidiana calculada para cada um dos casos de estudo.....	42
Tabela 6 – Ocorrência $H_s \times T_p$ / REG1	51
Tabela 7 – Ocorrência $H_s \times T_p$ / REG2	51
Tabela 8 – Ocorrência $H_s \times T_p$ / REG3	52
Tabela 9 – Ocorrência $H_s \times T_p$ / REG4	52
Tabela 10 – Ocorrência $H_s \times T_p$ / REG5	53
Tabela 11 – Amostra Completa / REG1 – Amostra, Parâmetros e Resultados.....	54
Tabela 12 – Amostra Completa / REG2 – Amostra, Parâmetros e Resultados.....	55
Tabela 13 – Amostra Completa / REG3 – Amostra, Parâmetros e Resultados.....	56
Tabela 14 – Amostra Completa / REG4 – Amostra, Parâmetros e Resultados.....	57
Tabela 15 – Amostra Completa / REG5 – Amostra, Parâmetros e Resultados.....	58
Tabela 16 – AM / REG1 – Amostra, Parâmetros e Resultados.....	59
Tabela 17 – AM / REG2 – Amostra, Parâmetros e Resultados.....	60
Tabela 18 – AM / REG3 – Amostra, Parâmetros e Resultados.....	61

Tabela 19 – AM / REG4 – Amostra, Parâmetros e Resultados.....	62
Tabela 20 – AM / REG5 – Amostra, Parâmetros e Resultados.....	63
Tabela 21 – POT / REG1 – Amostra, Parâmetros e Resultados.....	65
Tabela 22 – POT / REG2 – Amostra, Parâmetros e Resultados.....	66
Tabela 23 – POT / REG3 – Amostra, Parâmetros e Resultados.....	67
Tabela 24 – POT / REG4 – Amostra, Parâmetros e Resultados.....	69
Tabela 25 – POT / REG5 – Amostra, Parâmetros e Resultados.....	70
Tabela 26 – Parâmetros Ajuste PDF H_s REG1	71
Tabela 27 – Parâmetros Ajuste T_p Condicional H_s / REG1	72
Tabela 28 – Parâmetros Ajuste PDF H_s REG2	73
Tabela 29 – Parâmetros Ajuste T_p Condicional H_s / REG2	74
Tabela 30 – Parâmetros Ajuste PDF H_s REG3	75
Tabela 31 – Parâmetros Ajuste T_p Condicional H_s / REG3.....	76
Tabela 32 – Parâmetros Ajuste PDF H_s REG4	77
Tabela 33 – Parâmetros Ajuste T_p Condicional H_s / REG4.....	78
Tabela 34 – Parâmetros Ajuste PDF H_s REG5	79
Tabela 35 – Parâmetros Ajuste T_p Condicional H_s / REG5.....	81

iii. Nomenclatura e Abreviaturas

H_s – Altura Significativa de Onda

T_p – Período de Pico de Onda

AM – *Annual Maximum*

CDF – *Cumulative Distribution Function*

CMA – *Conditional Modeling Approach*

GPD – *Generalized Pareto Distribution*

NOOA – *National Oceanic and Atmospheric Administration*

POT – *Peak Over Threshold*

PWM – *Probability Weighted Moments*

1. INTRODUÇÃO

1.1. Caracterização do Estado de Mar

O projecto de navios, assim como de estruturas offshore, exigem informações do “mundo real” (Ochi,1998), e em particular informações dos oceanos e mares por onde navegarão ou serão instaladas. O mesmo se pode dizer do planeamento e operabilidade destes navios e estruturas offshore.

No caso do Brasil, cuja costa tem a extensão de 9200 km, e a indústria de produção de petróleo formada por 99 campos em fase de produção com 143 plataformas instaladas (ANP, 2019), a obtenção de informações sobre sua área offshore no Oceano Atlântico é imperativa. Estas informações permitem que os requisitos operacionais, financeiros e de segurança possam ser atendidos de maneira satisfatória.

O principal parâmetro para caracterização do estado de mar é a altura significativa de onda (H_s), a qual expressa a severidade do estado de mar (Guedes Soares e Scotto, 2001). Métodos de longo prazo para modelar a ocorrência de H_s envolvendo a utilização da amostra total e a aplicação de diversas distribuições de probabilidade como Weibull, Log Normal e suas variações têm sido utilizados, assim como a teoria dos valores extremos é aplicada ao método dos máximos anuais para cálculo de valores extremos para H_s , determinante para seleção da altura de onda de projeto. Com o objectivo de superar as limitações de baixa qualidade de ajuste do modelo na região da cauda e amostras de tamanho reduzido, vários autores vêm desenvolvendo estudos baseados na utilização do método POT (*Peak Over Threshold*) que é apresentado como sendo robusto e bem fundamentado para problemas de extrapolação.

Apesar da importância no projecto de navios e estruturas offshore, a sua associação ao período de onda não pode ser ignorada. A magnitude dos movimentos de estruturas flutuantes pode atingir níveis críticos para sua integridade, se o período de onda estiver próximo do período natural do sistema (Ochi,1998), mesmo para estruturas que assumiram valores elevados de H_s para seu projecto.

1.2. Objectivos

Esta dissertação tem como objectivo analisar, através de algoritmos desenvolvidos em ambiente MATLAB®, registos de onda em cinco pontos no Oceano Atlântico na área *offshore* do Brasil, gerados por reanálise, de modo a determinar modelos probabilísticos bivariados de longo prazo para altura de onda significativa e período de pico e determinar modelos probabilísticos univariados para estimativa de valores extremos de altura de onda significativa para utilização em projectos de plataformas *offshore*, embarcações e planeamento de operações a serem executadas nas áreas de exploração e produção de petróleo.

O trabalho tem também como objectivo apresentar os resultados de estimativa de valores extremos de altura significativa por meio de três métodos distintos.

1.3. Organização da Dissertação

O Capítulo 2 apresenta um resumo sobre ondas irregulares. O Capítulo 3 apresenta um resumo dos conceitos e ferramentas empregadas em análise de dados no domínio da probabilidade e estatística. O Capítulo 4 apresenta a origem dos dados utilizados nas análises. O Capítulo 5 apresenta o estado da arte de modelos para estimativa de altura significativa extrema e métodos para determinação de modelos probabilísticos bivariados de longo prazo para altura de onda significativa e período de pico. O Capítulo 6 descreve a metodologia empregue no presente trabalho. No Capítulo 7 são apresentados os resultados obtidos para cada um dos métodos aplicados. Por último, no Capítulo 8, são apresentadas as conclusões e recomendações para trabalhos futuros. O Capítulo 9 apresenta as referências utilizadas no trabalho.

2. ONDAS IRREGULARES

A interação entre ventos e a superfície do mar dá origem às ondas, também chamadas de vaga (*wind sea*) e ondulação (*swell*), cujas principais características dependem da duração, direção, intensidade e área de incidência das pistas de ventos. A alteração aleatória da superfície do mar é atribuída à transferência de energia dos ventos para os mares e oceanos (Ochi, 1998). Devido a estas particularidades, estas ondas são tratadas como ondas irregulares ou “*random waves*”. Como registado por Goda (2000), no tratamento teórico de ondas as suas superfícies são representadas por funções sinusoidais, no entanto, ondas com forma sinusoidal somente são observadas em laboratórios e nunca são encontradas na natureza na sua forma regular.

Como referido por Ochi (1998), as principais propriedades do estado de mar numa determinada posição são quase impossíveis de se obter através de análise de cada uma das ondas no domínio do tempo, no entanto, se o estado do mar for considerado como um processo estocástico, é possível obter as propriedades estatísticas da onda a partir de análises no domínio da frequência ou no domínio da probabilidade.

A consideração de que o estado de mar é um processo estocástico, exige que duas condições sejam satisfeitas: a amostra de ondas seja considerada ergódica e que possam ser também classificadas como um processo aleatório quase estacionário (Ochi, 1998). Satisfeitas as condições acima, o registo pode então ser interpretado, de forma geral, como uma composição de diversas ondas sinusoidais.

Dentre as características do estado de mar que podem ser obtidas a partir desta abordagem estão altura significativa, período médio e período de pico.

Apesar da importância das características do estado de mar obtidos a partir da abordagem acima, a mesma foi desenvolvida para registos de curto prazo onde as premissas de ergodicidade e de processo aleatório, quase estacionário, são válidas. Para estudos de longo prazo como o caso do presente trabalho, o estado do mar apresenta alterações devido a influência, entre outras coisas, da profundidade da locação, a frequência de ocorrência de tempestades e sazonalidade na região (Ochi, 1998).

Para estudos desta natureza tem-se empregado o método de estimativa de distribuição probabilística aplicado a dados de longa duração de um ponto específico no oceano, que são adquiridos por meio de simulação, efetuada por modelos numéricos computacionais, ou resultantes de registros de boia.

Os dados são usualmente apresentados em intervalos de três horas, e no caso de dados provenientes de boias, resultantes de registros com duração de 20 minutos.

3. INFERÊNCIA ESTATÍSTICA, DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE e ESTIMADORES PONTUAIS

3.1. Inferência Estatística

A inferência estatística consiste em tomar decisões acerca de uma população, baseando-se na informação contida numa amostra aleatória proveniente daquela população. Uma parte importante do processo é obter estimativa de parâmetros da população a partir da amostra disponível (Montgomery, 2016). Os parâmetros de interesse podem ser de forma, escala, um dos momentos n -ésima ordem ou uma combinação de entre eles, e definem um modelo de distribuições de probabilidade em particular.

Dois conceitos importantes no processo de estimativa de parâmetros são o conceito de estatística e estimativa pontual:

- Estatística é qualquer função das observações numa amostra aleatória;
- Estimador pontual é a estatística $\hat{\theta}$ que, a partir de uma amostra da população, permite calcular um valor numérico $\hat{\theta}$ (uma estimativa pontual) para um parâmetro da população θ .

De uma maneira mais formal, os conceitos acima podem ser apresentados como:

“Se X for uma variável aleatória com distribuição de probabilidades $f(x)$, caracterizada por um parâmetro desconhecido θ , e se $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ for uma amostra aleatória do tamanho n de X , então a estatística $\hat{\theta} = h(X_1, X_2, \dots, X_n)$ será chamada de um estimador pontual de θ . Note que $\hat{\theta}$ é uma variável aleatória, porque ela é uma função de variáveis aleatórias. Depois de a amostra ter sido selecionada, $\hat{\theta}$ assume um valor numérico particular $\hat{\theta}$, chamado de estimativa pontual de θ .” (Montgomery, 2016).

Considerando o exposto acima, a inferência pode ser utilizada, entre outras coisas, para obtenção de estimativas pontuais de parâmetros que definem uma função de densidade de probabilidade.

3.2. Distribuição de probabilidade

Os modelos paramétricos de distribuição de probabilidade são amplamente utilizados pois a partir de alguns poucos parâmetros, que podem ser obtidos por estimativas pontuais a partir de uma amostra da população, é possível determinar uma função de distribuição de probabilidade.

A função densidade de probabilidade pode ser usada para descrever a distribuição de probabilidades de uma variável aleatória contínua (Montgomery, 2016) e ligado a isto está o facto de que a área, abaixo da curva definida pela função de densidade estatística, informa qual a probabilidade de a variável aleatória estar contida num intervalo de interesse.

A vantagem de se utilizar estes modelos paramétricos é de que, uma vez que um modelo seleccionado para descrever a distribuição de variável aleatória é considerado válido, isto leva a uma eficiente forma de inferência estatística, pois o modelo traz quantidade substancial de informações para o procedimento, além daquelas contidas na amostra (Von Storch et al, 1999). Notável também é a facilidade com que se pode reproduzir o modelo paramétrico de distribuição de probabilidade em comparação com o conjunto de dados de uma amostra.

Alguns modelos paramétricos de distribuição de probabilidades são empregados na análise de longo prazo de ondas, e por isto são apresentados nos itens abaixo.

3.2.1. Distribuição de Weibull

A distribuição probabilística de Weibull recebe o nome do engenheiro sueco Waloddi Weibull, responsável pelo desenvolvimento empírico da mesma, baseado em dados obtidos em testes de tracção, flexão e torção de barra em estudo de resistência dos materiais publicados no artigo “A Statistical Theory of the Strength of Material” de 1939 e, posteriormente, pela ampla aplicação e divulgação da distribuição na comunidade científica internacional a partir da publicação do artigo “Weibull” de 1951.

A função de densidade de probabilidade *PDF (Probability Density Function)* de Weibull é dada pela equação:

$$f(x) = \frac{\xi}{\sigma} \left(\frac{x}{\sigma}\right)^{\xi-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{\sigma}\right)^\xi\right] \quad (3.1)$$

A função de distribuição cumulativa *CDF (Cumulative Distribution Function)* de Weibull é definida pelos parâmetros de escala σ , de localização μ e de forma ξ .

$$F(x) = 1 - \exp\left\{-\left[\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)^\xi\right]\right\} \quad (3.2)$$

Neste trabalho foram utilizadas somente as funções de Weibull com dois parâmetros onde o parâmetro de localização é igualado a zero.

3.2.2. Distribuição de Gumbel

A primeira das três classes de distribuições de valores extremos, desenvolvidas a partir do trabalho de Fisher e Tippett de 1928, é comumente conhecida por distribuição de Gumbel, graças ao extenso estudo e aplicação da mesma pelo matemático E.J Gumbel. É tão frequentemente utilizada para representar estatísticas de extremos que por vezes é conhecida como a distribuição de extremos. A distribuição de Gumbel é assimétrica em relação a moda, assim como a distribuição de Weibull, com o lado direito estendido em comparação ao lado esquerdo. Possui um máximo em $x = \sigma$ (Wilks, 2006). A função de densidade de probabilidade de Gumbel é definida por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} \exp\left\{-\exp\left[-\frac{(x - \mu)}{\sigma}\right] - \frac{(x - \mu)}{\sigma}\right\} \quad (3.3)$$

onde o parâmetro de escala é representado por σ e o parâmetro de localização é representado por μ . Importante notar que ao contrário da distribuição de Weibull e outras distribuição empregadas no estudo de extremos neste trabalho, a distribuição de Gumbel

não possui o parâmetro de forma ξ , que impede, por exemplo a alteração da assimetria da distribuição.

A função de distribuição cumulativa CDF (*Cumulative Distribution Function*) de Gumbel é definida por:

$$F(x) = \exp \left\{ - \exp \left[- \frac{(x - \mu)}{\sigma} \right] \right\} \quad (3.4)$$

3.2.3. Distribuição Lognormal

A distribuição Lognormal tem sido aplicada para análises em climatologia (Von Storch et al, 1999) e em particular na caracterização do estado de mar (Guedes Soares e Scotto, 2011). As variáveis num sistema por vezes seguem uma relação exponencial como $x = \exp(y)$. Se o expoente é uma variável aleatória, digamos W , $X = \exp(W)$ é uma variável aleatória e a distribuição de X de interesse. Um caso especial ocorre quando W possui uma distribuição normal. Nesse caso, a distribuição de X tem o nome de distribuição Lognormal, que vem da transformação $\ln(X) = W$. Ou seja, o logaritmo natural de X é normalmente distribuído.

As probabilidades para X são obtidas da transformação para W . É importante notar que o intervalo de X é $(0, \infty)$. Supondo que W é normalmente distribuído com média μ e variância σ^2 (Montgomery, 2016). As equações 3.5 e 3.6 apresentam a função de distribuição cumulativa e a função densidade de probabilidade:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} \exp \left[- \frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (3.5)$$

$$F(x) = \Phi \left[\frac{\ln(x) - \mu}{\sigma} \right] \quad (3.6)$$

3.2.4. Distribuição Generalizada de Pareto

Segundo Hosking e Wallis (1987), a distribuição generalizada de Pareto (*Generalized Pareto Distribution - GPD*) foi introduzida por Pickands no artigo "Statistical Inference Using Extreme Order Statistics" de 1975, e suas aplicações incluem análise de eventos extremos, modelos para seguros de grandes valores, tempo de falha em estudos de fiabilidade e em qualquer situação em que é necessária robustez quanto as variações da forma da cauda (*heavy tailed* ou *light tailed*) com relação à distribuição exponencial.

A distribuição cumulativa de probabilidade conforme apresentada por Coles (2001) pode ser verificada na equação abaixo:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\xi x}{\sigma}\right)^{-1/\xi}, & \xi \neq 0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{x}{\sigma}\right), & \xi = 0 \end{cases} \quad (3.7)$$

Onde $0 < y < \infty$, $\sigma > 0$ e $-\infty < \xi < \infty$.

Na equação acima ξ é designado de parâmetro de forma, enquanto σ é designado de parâmetro de escala. Como apontado por Caires (2011) quando $\xi = 0$, a distribuição *GPD* é equivalente à distribuição exponencial com média igual a σ , para $\xi > 0$ a distribuição é equivalente à distribuição de Pareto, e para $\xi < 0$ a distribuição torna-se um caso especial da distribuição Beta. O parâmetro de forma ξ também é utilizado para classificar a cauda em três tipos:

$$\begin{cases} \xi = 0; \text{Tipo I,} \\ \xi > 0; \text{Tipo II} \\ \xi < 0; \text{Tipo III} \end{cases} \quad (3.8)$$

Cada um dos tipos apresentados acima é mostrado qualitativamente na figura abaixo, onde k representa o parâmetro de forma.

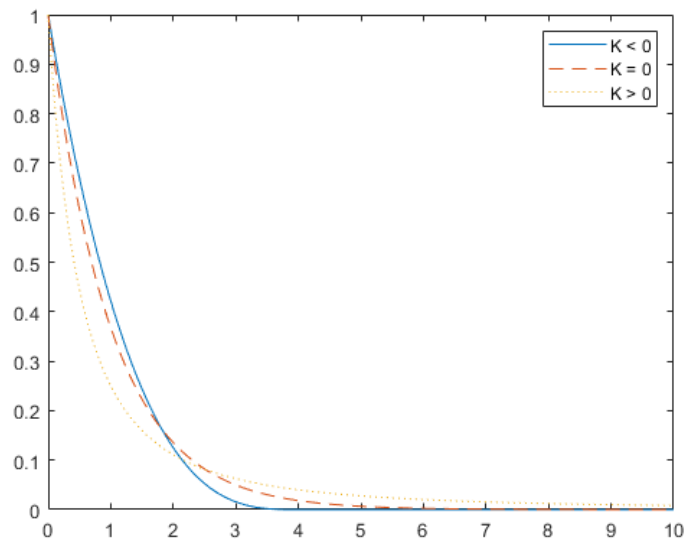


Figura 1 – Variação da cauda de uma distribuição GDP de acordo com o valor do parâmetro de forma ξ .

É importante notar que no caso em que $\xi < 0$, a distribuição possui um limite superior igual a $-\sigma/\xi$.

3.2.5. Distribuição Univariada e Bivariada

Uma experiência ou coleta de dados pode envolver uma ou mais variáveis aleatórias. Numa bóia, a cada intervalo de tempo pode ser obtido não somente a altura significativa de onda, mas também o período médio, período de pico, direcção de incidência, altura máxima etc. Os dados podem ser tratados separadamente como distribuições univariadas ou pode existir interesse em analisar a relação entre os dados obtidos para uma ou mais variáveis num mesmo evento, como é o caso da análise da ocorrência de altura de onda significativa associada ao período de pico. Neste caso a análise no domínio da probabilidade passa pelas distribuições bivariadas ou multivariadas.

Para uma função densidade de probabilidade univariada, onde a função descreve a distribuição de probabilidades de uma única variável, devem ser tidas as seguintes condições (Montgomery, 2016):

$$\begin{aligned}
\text{a) } & f(x) \geq 0 \\
\text{b) } & \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1 \\
\text{c) } & P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx
\end{aligned}
\tag{3.9}$$

Para uma função de densidade bivariada (ou função densidade conjunta), onde a função descreve a distribuição de probabilidades conjuntas de duas variáveis aleatórias, devem ser atendidas as seguintes condições:

$$\begin{aligned}
\text{a) } & f_{XY}(x, y) \geq 0 \text{ para todo } x, y \\
\text{b) } & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{XY}(x, y)dxdy = 1 \\
\text{c) } & P((X, Y) \in R) = \iint_R f_{XY}(x, y)dxdy
\end{aligned}
\tag{3.10}$$

3.3. Estimadores Pontuais

Existem diversos estimadores pontuais, a seleção deve evitar a seleção de estimadores enviesados. Abaixo são destacados três métodos que são aplicados neste trabalho: método dos mínimos quadrados, método dos momentos probabilisticamente ponderados e método da máxima verossimilhança.

3.3.1. Método dos Mínimos Quadrados

A Regressão Linear Simples é uma ferramenta utilizada para modelar e/ou explorar relações entre variáveis que estão relacionadas de maneira não determinística (Montgomery, 2016).

Como citado por Montgomery (2016), o primeiro registo do uso da técnica com a análise de regressão foi realizado por Sir Francis Galton num estudo da altura dos pais e dos filhos, onde verificou que apesar das alturas dos filhos seguirem a tendência da altura dos pais, de serem acima ou abaixo da média, a tendência era de “regressão” à média.

No método da regressão simples supõe-se uma relação linear entre Y e x expressa na seguinte expressão:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x + \epsilon \quad (3.11)$$

Onde β_0 é o coeficiente angular, β_1 é o coeficiente linear e ϵ é um erro aleatório com média zero.

Para uma série de dados tem-se:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.12)$$

Considerando a fórmula acima, o método dos mínimos quadrados tem como objetivo obter os valores para os coeficientes β_0 e β_1 tal que a soma dos quadrados dos desvios seja o mínimo possível:

$$L = \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2 \quad (3.13)$$

A condição de mínimo valor implica que a derivada de L com relação a β_0 e a derivada com relação a β_1 , sejam iguais a zero. A solução das equações fornece então as estimativas para os coeficientes β_0 e β_1 .

O sistema de equações a solucionar é:

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_0 &= \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} \\ \hat{\beta}_1 &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)(\sum_{i=1}^n x_i)}{n}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}} \end{aligned} \quad (3.14)$$

Em que:

$$\bar{x} = (1/n) \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.15)$$

$$\bar{y} = (1/n) \sum_{i=1}^n y_i$$

O método dos mínimos quadrados é útil também como um estimador pontual, em situações em que é possível linearizar as funções de distribuição probabilísticas, como é o caso do da distribuição de Weibull e de Gumbel.

3.3.2. Método Momentos Probabilisticamente Ponderados

O método dos momentos probabilísticos ponderados *PWM* (*Probability Weighted Moments*) deriva expressões explícitas para estimativa de parâmetros de distribuições em que a forma inversa $x = x(F)$ pode ser explicitamente definida.

Greenwood et al. (1979) define que para uma função de distribuição $F \equiv F(x) = P(X \leq x)$ pode ser caracterizada por momentos probabilisticamente ponderados, que são definidos como:

$$M_{i,j,k} = E[X^i F^j (1 - F)^k] = \int_0^1 [x(F)]^i F^j (1 - F)^k dF \quad (3.16)$$

Onde i, j e k são números reais. Uma descrição detalhada sobre a aplicação deste método para a obtenção dos parâmetros das distribuições é apresentada em Greenwood et al. (1979) e Hosking (1986).

As estimativas pontuais calculadas pelo PWM neste trabalho foram obtidas através de programas, desenvolvidos em ambiente MATLAB®, que compõe o pacote estatístico WAFO (Wave Analysis for Fatigue and Oceanography).

3.3.3. Método da Máxima Verossimilhança

O método da máxima verossimilhança consiste em definir o valor para o parâmetro de interesse θ , de forma a maximizar a função de verossimilhança $L(\theta)$, definida por:

$$L(\theta) = f(x_1; \theta) \cdot f(x_2; \theta) \cdot \dots \cdot f(x_n; \theta) \quad (3.17)$$

Na equação acima, x_1, x_2, \dots, x_n são os valores de uma amostra com comprimento n , e $f(x; \theta)$ é a função de distribuição de probabilidade da variável aleatória X .

No caso de funções com mais de um parâmetro desconhecidos é possível definir e igualar a zero, a derivada parcial da função de verossimilhança com relação a cada um dos parâmetros, e em sequência solucionar o sistema de equações resultante.

Pode-se dizer que, para grandes amostras, o método produz resultados não tendenciosos e com variância aproximadamente tão pequenas quanto a resultante do emprego de outros métodos (Montgomery, 2016).

4. DADOS

Neste trabalho serão analisados dados originários de reanálise para cinco pontos da costa brasileira produzidos pelo *National Oceanic and Atmospheric Administration* (NOAA) utilizando o modelo espectral de ondas WAVEWATCH III alimentados por dados gerados por *Climate Forecast System Reanalysis* (CFRS, Saha et al. 2010), como descrito por Chawla et al. (2012).

O *hindcast* possui frequência de 3h, tendo início no ano de 1979 a término no ano de 2007, resultando em um total de 81.575 realizações simuladas para cada ponto selecionado. Cada uma das realizações simuladas apresenta informação de ano, mês, hora, altura significativa, período de pico e direção principal.

Os pontos foram selecionados de modo a representar as cinco regiões estatisticamente homogêneas definidas por Campos et al. (2019) em artigo sobre a aplicação do método *Regional Frequency Analysis* no Atlântico Sul.

A figura 2a) apresenta as regiões homogêneas definidas por Campos et al. (2019), enquanto que a figura 2b) apresenta os cinco pontos selecionados para análise no presente trabalho: REG1(22.5°S, 39.5°W), REG2(25.5°S, 45.0°W), REG3(29.0°S, 48.0°W), REG4(27.0°S, 41.0°W) e REG5(32.0°S, 42.0°W).

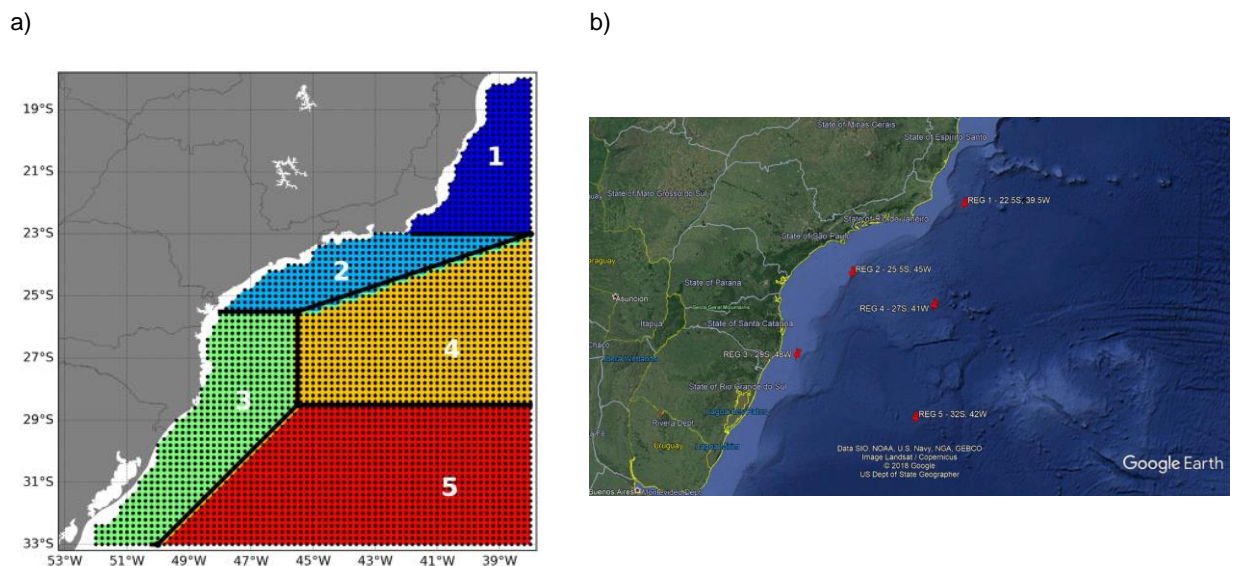


Figura 2 – a) Cinco regiões estaticamente homogêneas e malha empregada no por Campos et al. (2019); b) Localização geográfica dos 5 pontos ao largo da costa brasileira (adaptado de Google Earth).

Os pontos selecionados também são de interesse para a indústria offshore, pois estão situados nas áreas chamadas de bacia de Campos, bacia de Santos e bacia de Pelotas, ilustradas na figura 3.

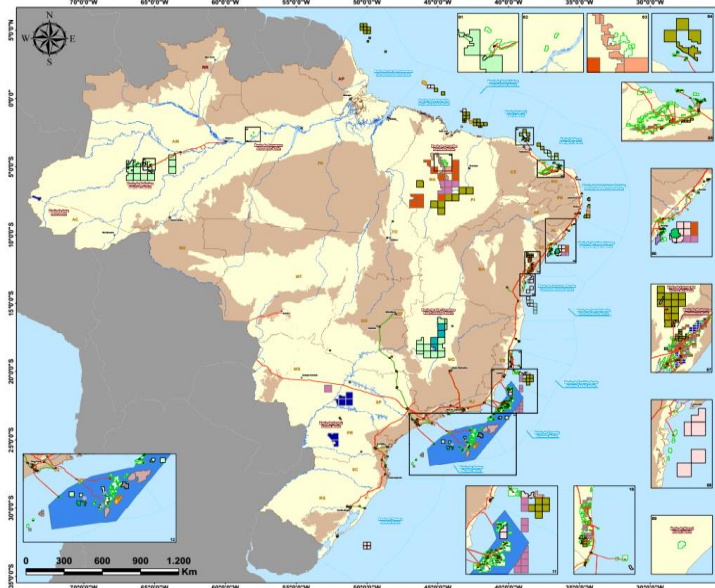


Figura 3 – Áreas sob concessão para exploração de petróleo no Brasil (ANP, 2019).

A tabela 1 apresenta as características principais das amostras de H_s e T_p para os cinco pontos.

Tabela 1 – Características Amostras H_s e T_p

Estatística	REG1		REG2		REG3		REG4		REG5	
	H_s [m]	T_p [s]	H_s [m]	T_p [s]	H_s [m]	T_p [s]	H_s [m]	T_p [s]	H_s [m]	T_p [s]
Mín.	0.77	3.49	0.16	1.59	0.07	1.77	0.56	3.59	0.51	3.16
Máx.	5.84	23.25	6.31	20.45	7.11	21.58	7.90	21.25	10.21	21.40
Média	2.11	9.66	2.03	9.48	2.11	9.03	2.35	9.57	2.58	9.65
Mediana	2.01	9.51	1.90	9.07	1.97	8.74	2.22	9.27	2.39	9.46
Desv. Padrão	0.62	2.72	0.71	2.35	0.74	2.38	0.79	2.54	1.03	2.43
Assimetria	1.06	0.35	1.06	0.60	1.18	0.44	1.10	0.51	1.34	0.47
Curtose	4.83	2.57	4.54	3.00	5.13	2.94	5.04	2.74	5.87	3.02
Nº Obs.	81575	81575	81575	81575	81575	81575	81575	81575	81575	81575

Diversos trabalhos foram desenvolvidos para determinação das condições metoceanográficas da bacia de Campos, entre eles estão os trabalhos de Parente e Souza (1989), Parente (1999) e Pinho (2003).

O trabalho de Parente (1999) define quatro condições de mar na região: bom tempo com *swell*, bom tempo sem *swell*, mau tempo com tempestade de SW e mau tempo com tempestade de SE. O estudo indica que as condições mais severas são originadas no caso de tempestade de SW, com registro em seu trabalho de H_s máximo de 6,32 metros.

Campos et al. (2012), baseado nos trabalhos dos autores acima, refere que a região da bacia de Campos apresenta frequentemente condições de onda bimodal. Acrescenta ainda que um dos modos está ligado ao Anticiclone Subtropical do Atlântico Sul gerando ventos moderados de nordeste e ondas de até 3 metros com média/alta frequência vindo da mesma direção dos ventos. O outro modo, importante no outono e inverno, é gerado por ciclone extratropicais e por frentes frias, quando ondas de maior amplitude e ventos fortes veem da direção sul e sudeste.

A caracterização acima é importante neste trabalho pois os pontos analisados estão localizados na própria bacia de Campos ou nas bacias ao sul dela.

Por fim, a respeito dos dados analisados neste trabalho, vale citar que estudos semelhantes ao realizado por Campos e Guedes Soares (2016b), indicam que os valores de ondas extremas gerados pelo WAVEWATCH III/NOAA são subestimados, quando comparados com dados de boias.

5. ESTADO DA ARTE

5.1. Estimativa de Valores Extremos de H_s

A característica mais relevante obtida numa análise do estado de mar de longo prazo é a altura significativa e por este motivo, diversos autores centraram-se no seu estudo. Em particular, no que diz respeito a estimativa de valores extremos, é possível destacar o trabalho de Guedes Soares e Scotto (2011) que apresentam uma revisão dos modelos de longo prazo para parâmetros de onda em diversas escalas de tempo. Citando então, as propostas de distribuições que apresentam os melhores ajustes para H_s utilizando todos os dados da amostra: a distribuição Lognormal, a distribuição de Weibull, o uso da combinação das distribuições Lognormal (para região inferior) e Weibull (para região superior) e a distribuição de Gamma generalizada.

Os autores referem a dificuldade de, mesmo com o auxílio de teste de ajuste, se obter uma resposta robusta para o modelo ideal para este tipo de dado, onde a área de interesse se encontra na cauda (ocorrência de ondas extremas), e referem ainda que no caso de utilização destes modelos para o cálculo de valores de retorno, deve-se utilizar outra justificativa além do teste de ajuste, uma vez que o modelo selecionado pode levar a resultados subestimados ou sobrestimados.

Ainda sobre os modelos de longo prazo com ajustes a todos os dados da amostra, os autores referem também a questão da definição da população, onde se discute se todos os dados recolhidos ao longo dos anos podem ser tratados como uma amostra de uma população homogênea, ou se os dados deveriam ser agrupados de acordo com, por exemplo, as estações do ano, para evitar as alterações devido a sazonalidade.

Os autores tratam em seguida da aplicação da distribuição de Valores Extremos Generalizada (GEV) e a aplicação desta distribuição em conjunto com o método dos Máximos Anuais (AM), onde é selecionado o maior valor da amostra em cada período de um ano e uma distribuição GEV é ajustada a este conjunto de máximos. É referida como vantagem a simplicidade de se obter e utilizar somente o conjunto de máximos anuais e o conseqüente atendimento do critério de utilização de amostra identicamente distribuída e independente. Pontuam, no entanto, que a limitação de utilização de

somente uma realização de cada bloco acarreta numa redução expressiva na quantidade de dados disponíveis para o processo de ajuste das distribuições paramétricas.

O método de POT (*Peak Over Threshold*) é apresentado como uma extensão dos métodos clássicos, que segundo os autores, consiste em ajustar um modelo estocástico a excedentes ou picos acima de um patamar definido. A distribuição generalizada de Pareto é utilizada para o ajuste e, considerando um patamar suficientemente alto evita-se a seleção arbitrária de distribuições e garante a independência dos picos, que pertencem a conjuntos distintos.

Ferreira e Guedes Soares (1998), detalham a definição de cluster como um grupo de excessos e referem que para baixos patamares a separação de clusters não é bem definida e que com o aumento do patamar estas indefinições tendem a desaparecer. Por fim, apresentam a aplicação do método no cálculo de ondas extremas para região de Figueira da Foz (Portugal), onde concluem que a distribuição exponencial é adequada para a região de estudo e que o método de POT apresenta a vantagem de permitir a utilização de um número maior de dados que o método dos máximos anuais.

Caires (2011) apresenta um estudo sobre a estimação de valores extremos para ondas a partir de duas séries temporais, para águas rasas no Mar do Norte e outro para águas profundas no Oceano Pacífico. A autora sugere a utilização do método POT com a GDP e do método AM com a GEV sugerindo ainda a utilização do método POT nos casos em que os dados são escassos.

Campos et al (2012) estendem a aplicação do método para a região *offshore* do Brasil, na Bacia de Campos, utilizando dados gerados pelo modelo espectral de ondas WAVEWATCH III (Tolman, 1991), e dados obtidos por bóia direccional. Os autores abordam também a análise dos eventos extremos com duas origens distintas, ciclones e anticiclones.

Com o objetivo de superar as limitações dos métodos citados acima, Campos e Guedes Soares (2016a), aplicam o a técnica de RFA (*Reginal Frequency Analysis*), utilizando dados de longo prazo da Bacia de Campos, para cálculo de valores extremos de onda regionais.

5.2. Descrição de estado de mar partir de dados de longo prazo

Guedes Soares e Scotto (2011) concluíram que para a concepção e operação de navios não é suficiente a distribuição de longo prazo de H_s , sendo necessário também o conhecimento de um dos períodos característicos, período de pico (T_p) ou período médio (T_m) apresentando uma revisão de trabalhos que abordam métodos para a obtenção de distribuições de longo prazo bivariadas.

O primeiro método, que combina a distribuição marginal para H_s e várias distribuições de período de onda, tem como justificativa a premissa de que H_s é o parâmetro de maior importância para o projecto de estruturas oceânicas, enquanto que qualquer um dos períodos possui uma influência limitada. O segundo método, que trata da transformação de dados de conjunto num modelo Gaussiano usando uma variante da transformação de Box-Cox. O terceiro método, que trata da aplicação da estrutura bivariada de Plackett para o ajuste de H_s e T_p e por fim o método para a construção da distribuição bivariada $H_s \times T_m$ a partir de um modelo não paramétrico.

Lucas et al. (2015) abordaram três métodos de distribuições conjuntas para descrever as condições de estado de mar. Neste estudo as variáveis utilizadas nas distribuições conjuntas foram a altura significativa de onda e o período médio de zero ascendente, aplicadas a cada componente do espectro de dois picos (ou seja, ondulação e vaga) utilizando 12 anos de dados da costa Australiana. Os métodos aplicados no estudo foram: a abordagem condicional de modelação (CMA), o modelo de Plackett e por último, as transformações de Box-Cox aos dados com o objetivo de os tornar aproximadamente normais para finalmente ajustar uma distribuição normal bivariada aos dados transformados. Concluiu-se, que o melhor resultado é obtido com o método CMA devido à sua flexibilidade em incluir várias distribuições condicionais.

6. METODOLOGIA

Para atingir o objectivo do trabalho, foram seleccionados três métodos para cálculo de estimativa de valores extremos de H_s :

- Amostra Total com patamar / distribuição de Weibull
- Máximos Anuais / distribuição de Gumbel
- POT / GPD

Para o ajuste da distribuição bivariada às variáveis H_s e T_p foi seleccionado o método CMA. Cada um dos métodos e sua aplicação neste trabalho, incluindo a identificação dos estimadores será apresentado em seguida.

6.1. Estimativa de valores extremos de H_s

6.1.1. Amostra total com patamar / distribuição de Weibull

O método de amostra total com patamar utiliza como base o método clássico, em que é realizado o ajuste da amostra total de longo prazo a uma distribuição paramétrica.

Como o interesse nesta etapa é o de calcular valores extremos, uma alteração do método clássico foi considerada: um patamar é definido com o objectivo de eliminar a influência dos dados abaixo desse patamar na fase de estimativa de parâmetros da distribuição.

A figura 4 ilustra a alteração no ajuste à distribuição paramétrica originada pela selecção de um patamar.

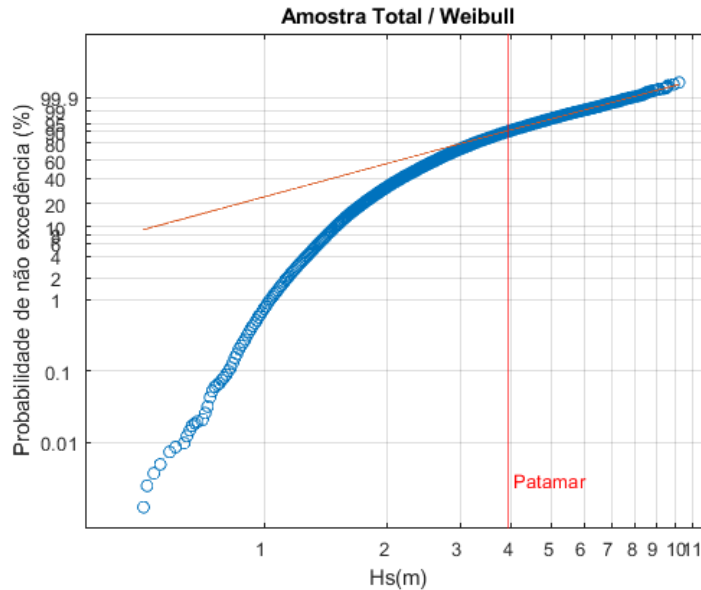


Figura 4 – Papel de probabilidade para a distribuição de Weibull com ajuste de distribuição a partir de patamar.

É importante notar que caso a distribuição de Weibull exibisse um ajuste perfeito com a amostra, seria possível verificar uma reta formada pelas realizações da amostra na figura 4. No entanto as realizações, neste exemplo, formam um arco que pode ser dividido em um primeiro trecho aproximadamente reto até 1.5m, um trecho curvo entre 1.5m e 3m e um último trecho aproximadamente reto entre 3m e 10m.

Fica claro então que é impossível a existência de um ajuste razoável caso sejam considerados todos os trechos citados acima em conjunto no processo de estimativa dos parâmetros, mas é possível obter ajustes razoáveis para os trechos que se aproximam de uma reta.

Neste trabalho o interesse é de estimar valores extremos, logo o trecho superior ao patamar definido foi selecionado para o cálculo dos parâmetros.

Para este trabalho, na selecção do patamar adoptou-se o seguinte processo:

- a. Ordenação crescente da amostra de H_s ;
- b. Selecção, dentro da 1/10 parte superior das realizações, do menor valor de H_s .

O objectivo deste processo foi o de garantir a selecção de dados que compõe a cauda da distribuição empírica (ou o trecho superior, aproximadamente reto, da forma linearizada das probabilidades empírica) e ao mesmo tempo, evitar uma quantidade reduzida de dados a ponto de prejudicar o ajuste à distribuição paramétrica.

A distribuição de Weibull foi seleccionada para este método por apresentar melhores ajustes na região da cauda e os parâmetros foram calculados através do método dos mínimos quadrados. As expressões utilizadas na aplicação neste método tiveram como base as expressões desenvolvidas por Lucas (2004).

A forma linearizada da função cumulativa de probabilidade é apresentada na seguinte expressão:

$$\ln[-\ln(1 - F(x))] = \xi \ln(x) - \xi \ln(\sigma) \quad (6.1)$$

Onde ξ é o parâmetro de forma e σ é o parâmetro de escala da distribuição cumulativa de probabilidade de Weibull.

O cálculo da probabilidade cumulativa empírica (posição gráfica) foi realizado com auxílio da seguinte expressão:

$$\tilde{F}(x_{(i)}) = \frac{i}{n + 1} \quad (6.2)$$

Na expressão 6.2, i representa o índice associado a cada uma das realizações após o ordenamento de forma crescente da amostra, ou seja, $x_{(1)} \leq x_{(2)} \cdots \leq x_{(n)}$, e n é o número total de realizações na amostra.

Os parâmetros para a distribuição de Weibull foram então determinados a partir dos coeficientes obtidos após aplicação dos métodos dos mínimos quadrados, como apresentado nas expressões 6.3.

$$\sigma = \exp\left(-\frac{\beta_0}{\beta_1}\right) \quad (6.3)$$

$$\xi = \beta_1$$

A avaliação do ajuste obtido foi realizada visualmente utilizando a representação de probabilidade e de quantis como exemplificado na figura 5.

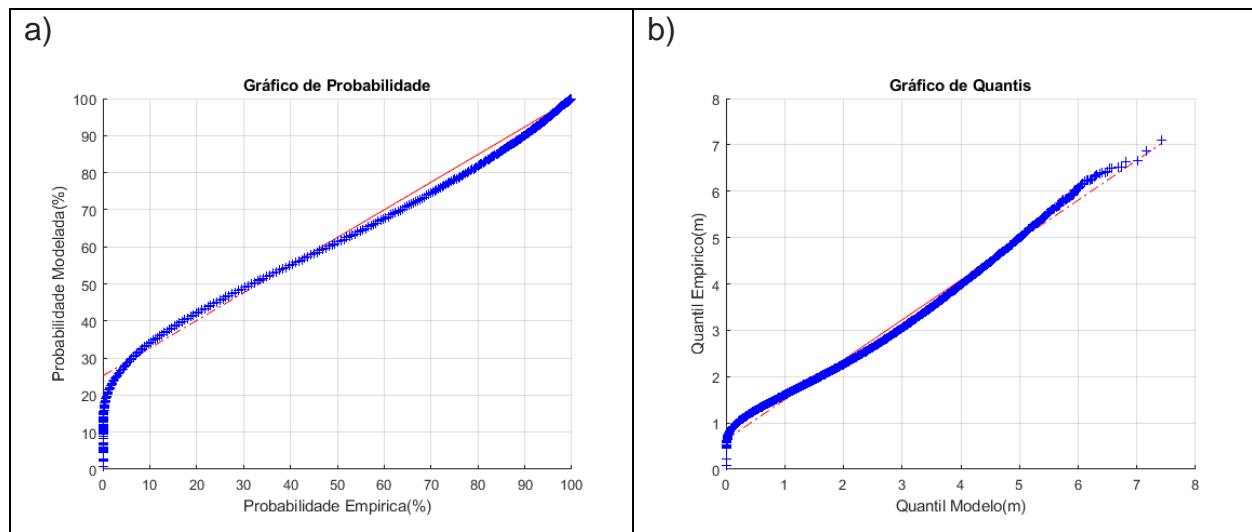


Figura 5 – Exemplo de gráfico de probabilidades e gráfico de quantis.

O ajuste ideal é aquele em que os pontos se aproximam da diagonal principal, ou seja, o modelo paramétrico é capaz de representar com exatidão a amostra. Porém como a área de interesse do ajuste está localizada no trecho superior da função cumulativa de probabilidade, somente o trecho acima do patamar foi avaliado.

As representações de probabilidade e de quantis devem ser avaliados em conjunto pois uma pequena divergência entre a probabilidade empírica e modelada pode não significar uma pequena diferença entre o respectivo quantil empírico e modelado.

Por fim, os valores extremos foram calculados realizando extrapolação baseada em períodos de retorno entre um e cem anos. A probabilidade de excedência para um determinado valor de retorno é calculado pela expressão 6.4, e os valores de retorno foram calculados pela expressão 6.5.

$$p = 1 - \frac{1}{rp} \quad (6.4)$$

$$rv = \exp\left(\frac{\ln(-\ln(1-p))}{\xi} + \ln(\sigma)\right) \quad (6.5)$$

Onde rv é o valor de retorno calculado para o período de retorno rp cuja probabilidade de excedência é representado por p . Ainda na expressão 6.5, ξ é o parâmetro de forma e σ é o parâmetro de escala da distribuição cumulativa de Weibull.

6.1.2. Máximos Anuais / distribuição de Gumbel

O método dos Máximos Anuais consiste em seleccionar a realização de maior valor em cada período de um ano da amostra. O resultado é uma amostra de máximos, que neste trabalho será ajustado para uma distribuição de Gumbel.

É de referir que Gumbel é um dos tipos de distribuições possíveis assumida pela distribuição GEV (*Generalized Extreme Value*) e a sua utilização está suportada parcialmente pela Teoria do Valor Extremo, para mais detalhes sobre este assunto ver Caires (2011).

A aplicação do método é semelhante ao apresentado no item anterior. O método dos mínimos quadrados também foi utilizado como estimador dos parâmetros da distribuição de Gumbel. As expressões utilizadas na aplicação neste método tiveram como base as expressões utilizadas por Lucas (2004).

O método pode ser representado pelas seguintes etapas:

- a. Inspeção da amostra de H_s
- b. Obtenção da amostra máximos anuais a partir da amostra de H_s ;
- c. Ordenação crescente da amostra de máximos e atribuição de índice a cada uma das realizações. No caso de realizações com mesmo valor, foi utilizado o maior índice para o valor durante e após a ordenação;

- d. Cálculo da probabilidade cumulativa empírica (*posição gráfica*) com o uso da expressão 6.2, apresentada anteriormente;
- e. Linearização da probabilidade cumulativa empírica $(-\ln[-\ln(\tilde{F}(x_{(l)}))])$;
- f. Emprego do método dos mínimos quadrados para estimativa dos parâmetros da distribuição cumulativa de Gumbel;
- g. Avaliação do ajuste através dos gráficos de probabilidade e quantil;
- h. Cálculo dos valores extremos para valores de retorno no intervalo entre um e cem anos.

A forma linearizada da distribuição cumulativa de Gumbel é apresentada na seguinte expressão:

$$-\ln[-\ln F(x)] = \frac{x}{\sigma} - \frac{\mu}{\sigma} \quad (6.6)$$

Onde μ é o parâmetro de locação e σ o parâmetro de escala.

Os parâmetros da distribuição foram calculados a partir dos coeficientes angulares e lineares obtidos após aplicação do método dos mínimos quadrados, como apresentados pelas expressões 6.7.

$$\begin{aligned} \mu &= -\frac{\beta_0}{\beta_1} \\ \sigma &= \frac{1}{\beta_1} \end{aligned} \quad (6.7)$$

Para avaliação qualitativa do ajuste, foram utilizados os gráficos de probabilidade e o cálculo dos quantis, assim como informado no item 6.1.1 deste capítulo.

Os valores extremos foram calculados realizando extrapolação baseada em períodos de retorno entre um e cem anos. A probabilidade de excedência para um determinado valor de retorno é calculado pela expressão 6.8 e os valores de retorno foram calculados pela expressão 6.9.

$$p = 1 - \frac{1}{rp} \quad (6.8)$$

$$rv = (-\ln(-\ln p)) \cdot \sigma + \mu \quad (6.9)$$

Onde rv é o valor de retorno calculado para o período de retorno rp , cuja probabilidade de excedência é representado por p . Na expressão 6.9, σ é o parâmetro de escala e μ é o parâmetro de localização da distribuição cumulativa de Gumbel.

6.1.3. POT/ GPD

O método de POT consiste em: a partir de uma amostra aleatória x_1, \dots, x_n classificada como independente e identicamente distribuída (*iid*), seleccionar um patamar u acima do qual se localizam os valores extremos, ou de outra forma $\{x_i: x_i > u\}$. As realizações acima do patamar renumeradas são então representadas por $x_{(1)}, \dots, x_{(k)}$, e os excessos são calculados em seguida como $y_j = x_{(j)} - u$. Assume-se então que, entre outras distribuições, a distribuição generalizada de Pareto (GPD) é capaz de modelar os excessos. Os detalhes que sustentam a utilização da distribuição GPD para modelar excessos podem ser encontrados em Coles (2001) e Embrechts et al (1997).

A selecção do patamar u assume um papel importante para o método uma vez que a selecção de valores muito baixos para u pode infringir a premissa de uma distribuição com característica assintótica, enquanto a selecção de u com valores muito altos direccionaria para uma amostra com número de excessos reduzido, impactando assim a variância da amostra e no intervalo de confiança dos valores de retorno extrapolados. A selecção do patamar deve então procurar o equilíbrio entre estes dois extremos (Coles, 2001).

Neste trabalho são utilizadas duas ferramentas, descritas ou definidas por Coles (2001), para auxiliar na selecção do patamar u . A primeira ferramenta consiste em calcular a média dos excessos para cada um dos patamares de interesse, onde $E(X - u|X > u)$ pode ser obtido através do cálculo da média da amostra limitada pelo patamar u . É esperado que, para região da amostra onde o modelo de distribuição generalizada de Pareto é aplicável, o seu valor varie linearmente com u .

Um gráfico é então construído para auxiliar a inspeção do comportamento da média de excessos acordo com a variação de u .

$$\left\{ \left(u, \frac{1}{n_u} \sum_{i=1}^{n_u} (x_{(i)} - u) \right) : u < x_{max} \right\} \quad (6.10)$$

Onde u , neste caso, é o H_s selecionado como possível patamar, $x_{(i)}$ é a amostra de H_s com valor superior à u e n_u é o tamanho desta amostra.

A figura seguinte apresenta um exemplo do gráfico obtido após aplicação da expressão 6.10.

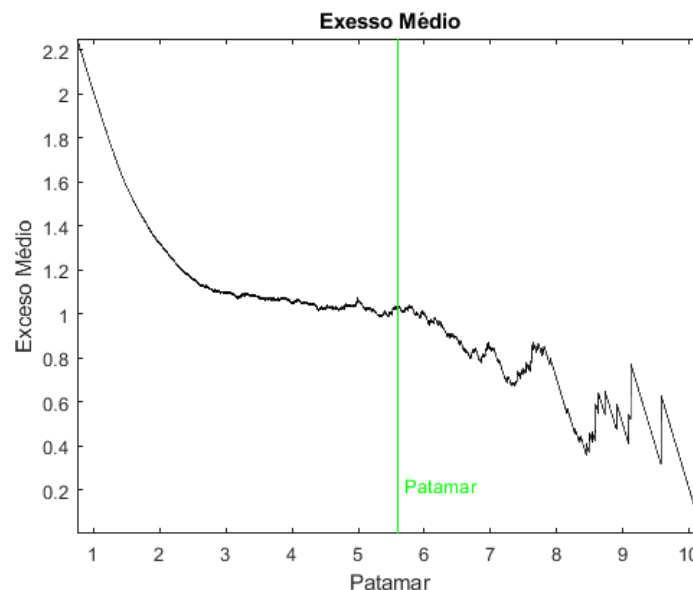


Figura 6 – Exemplo de gráfico de excesso médio.

A segunda ferramenta consiste em seleccionar um intervalo de patamares e em seguida, calcular os parâmetros de forma e escala da GPD para os mesmos. Como apresentado em detalhe por Coles (2001), se para um determinado patamar u_0 a condição de comportamento assintótico para a GPD é válida, é possível afirmar para patamares acima de u_0 , as estimativas de ξ devem ser aproximadamente constantes enquanto as estimativas de σ devem ser lineares. Para ilustrar este processo foi construído um gráfico

com a variação dos parâmetros em função do patamar escolhido, como apresentado pelo exemplo na figura seguinte.

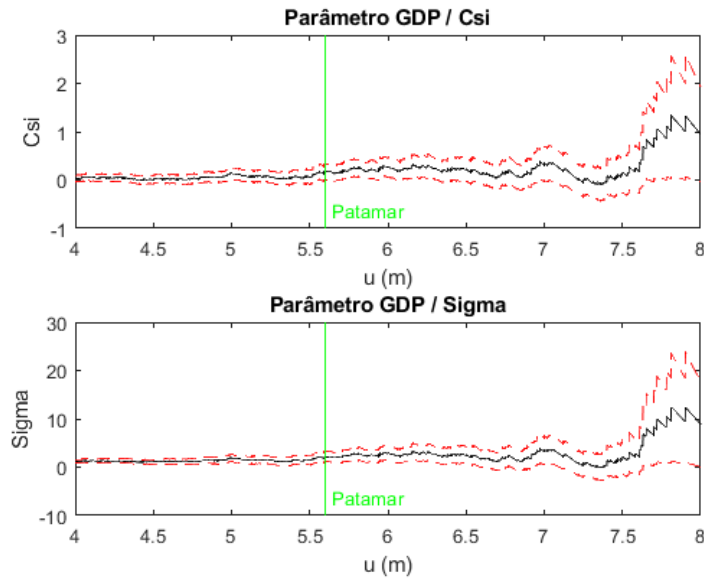


Figura 7 – Exemplo de gráfico com alteração de parâmetros de GPD em função da variação do patamar u .

Com um patamar selecionado, os excessos são definidos e pode-se então realizar o ajuste da GPD com base nestes dados.

O estimador dos parâmetros empregue nesta fase foi o *PWM*, e sua selecção foi baseada na recomendação registada por Caires (2011). O cálculo foi realizado em MATLAB® com auxílio do programa *fitgenparrange* do pacote estatístico WAFO.

A qualidade do ajuste foi então averiguada pelos gráficos de probabilidade, quantis e de distribuição cumulativa de probabilidade.

Com os parâmetros definidos, foi possível calcular os valores de retorno. Coles (2001) apresenta a expressão 6.11, utilizada para o cálculo do valor de retorno.

$$x_m = u + \frac{\sigma}{\xi} [(m\zeta_u)^\xi - 1] \quad (6.11)$$

Em que, m representa o número de observações em que o valor retornaria ao menos uma vez e ζ_u representa a probabilidade de x ser maior do que o patamar selecionado, podendo ser estimado por 6.12:

$$\hat{\zeta}_u = \frac{k}{n} \quad (6.12)$$

Onde k é o número total de excessos e n o número total de realizações da amostra.

A formulação considerando período de retorno, com escala em anos, é comumente utilizada pela sua capacidade de tornar o nível de probabilidade de ocorrência em um dado concreto e de fácil compreensão.

Como apresentado por Coles (2001), a expressão 6.11 pode ser reformulada para utilizar o período de retorno, em anos, como variável para cálculo do valor extremo. O resultado é apresentado pela expressão 6.13.

$$z_N = u + \frac{\sigma}{\xi} \left[(N n_y \zeta_u)^\xi - 1 \right] \quad (6.13)$$

Onde N representa o período de retorno, em anos, de interesse para análise enquanto n_y representa a taxa de realizações acima do patamar por ano estimada por:

$$n_y = \frac{n_{\text{excessos}}}{n^\circ \text{ anos amostra}} \quad (6.14)$$

A expressão 6.14 considera que não existem grandes variação no clima da região onde o ponto de análise está localizado.

Para o caso em que $\xi = 0$ as expressões 6.11 e 6.13 devem ser substituídas pelas expressões 6.15 e 6.16

$$x_m = u + \sigma \log(m\zeta) \quad (6.15)$$

$$z_N = u + \sigma \log(N n_y \zeta_u) \quad (6.16)$$

O método POT aplicado neste trabalho pode então ser resumido nos seguintes passos:

- a) Inspeção inicial da amostra de H_s ;
- b) Ordenação crescente da amostra de H_s ;
- c) Construção do gráfico de média dos excessos em função do patamar u , conforme indicado pela expressão 6.10;
- d) Seleção pelo analista do intervalo de H_s que contenha os potenciais patamares, baseado no comportamento linear no gráfico de excesso médio;
- e) Construção do gráfico de variação de parâmetros em função da variação do intervalo de H_s selecionado pelo analista;
- f) Seleção do patamar baseado no comportamento linear no gráfico de excesso e comportamento estável no gráfico de parâmetros, procurando sempre o patamar mais alto possível que atenda os estes dois critérios;
- g) Ajuste da distribuição GPD à amostra de excessos;
- h) Avaliação do resultado ajuste obtido através do gráfico de probabilidade, gráfico de quantis e gráfico de probabilidade cumulativa. Retornar para o passo d) ou f) no caso de ajustes de baixa qualidade;
- i) Cálculo de valores extremos a partir dos períodos de retorno no intervalo de um a cem anos.

6.2. Modelo Condicional

O método CMA (*Conditional Modelling Approach*) foi seleccionado para a construção de um modelo de distribuição bivariada, considerando como variáveis H_s e T_p .

Como explicitado por Lucas e Guedes Soares (2015), o método baseia-se no teorema da probabilidade total, que modela uma função de densidade de probabilidade para a H_s e funções de densidade de probabilidade para o T_p condicional à H_s com o objectivo de estimar a função de densidade de probabilidade conjunta, descrita pela seguinte expressão:

$$f(H_s, T_p) = f(H_s) \times f(T_p | H_s) \quad (6.17)$$

em que $f(H_s, T_p)$ é a função densidade de probabilidade conjunta de H_s e T_p , $f(H_s)$ representa a distribuição marginal de H_s e $f(T_p|H_s)$ representa a distribuição condicional de T_p .

Neste trabalho adoptou-se para ambos ajustes a distribuição Lognormal e o método da máxima verossimilhança como estimador dos parâmetros para o ajuste da distribuição. Todos os cálculos foram realizados com auxílio da função *fitlognorm* do pacote estatístico WAFO para MATLAB®.

Com o objectivo de avaliar a qualidade do ajuste do modelo bivariado aos dados, foi utilizada como medida, baseado no trabalho de Lucas e Guedes Soares (2015), a distância Euclidiana D^2 entre a distribuição teórica e a empírica dos dados. A distância Euclidiana mede a distância entre as probabilidades teóricas c_j e as frequências relativas C_j , sendo definida por:

$$D^2 = \sum_{j=1}^n (c_j - C_j)^2 \quad (6.18)$$

O método é descrito resumidamente:

- a) Utilizando as realizações de H_s são estimados os parâmetros para ajuste da função marginal de densidade probabilística de H_s ;
- b) A partir do critério inicial de construção de classes de H_s com intervalos de meio metro, é definido o número inicial de classes;
- c) As realizações de H_s são agrupadas por classes e os índices destas realizações são utilizadas para determinação das realizações de T_p que devem ser usadas para ajuste da distribuição de densidade probabilística condicional à H_s ;
- d) Avaliar o número de realizações de T_p para cada uma das classes. No caso de amostra insuficiente para cálculo do ajuste, as classes devem ser ajustadas e o processo refeito até que o resultado seja adequado;

- e) Utilizando a amostra obtida para cada classe calcular os parâmetros para o ajuste da distribuição de densidade de probabilidades;
- f) A distribuição de probabilidade conjunta é então calculada a partir da multiplicação das probabilidades marginais de H_s com a probabilidade de probabilidade de T_p condicional a H_s .

7. ANÁLISE E RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos aplicando-se os métodos apresentados no capítulo 6 na análise da série de dados apresentada no capítulo 4.

Apenas os principais resultados serão apresentados neste capítulo por uma questão de organização do trabalho. Os resultados completos, gráficos e tabelas podem ser consultados nos anexos II, III, IV e V.

7.1. Amostra Total / distribuição de WEIBULL

Como é indicado no Capítulo 6, o ajuste para a distribuição de Weibull foi realizado considerando as realizações com valor acima do patamar definido como sendo o limite inferior da décima parte superior da amostra.

A tabela 2 apresenta os parâmetros e o valor de retorno para os períodos de retorno iguais a 10, 50 e 100 anos.

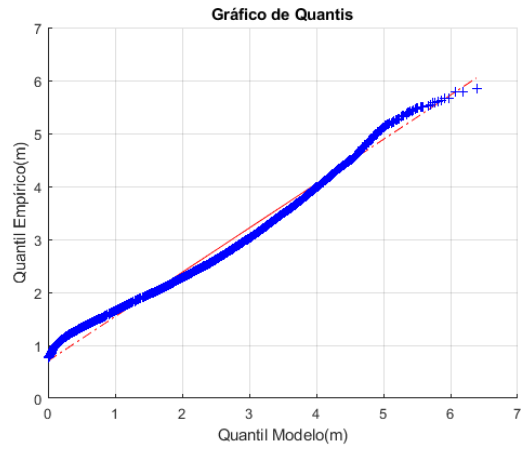
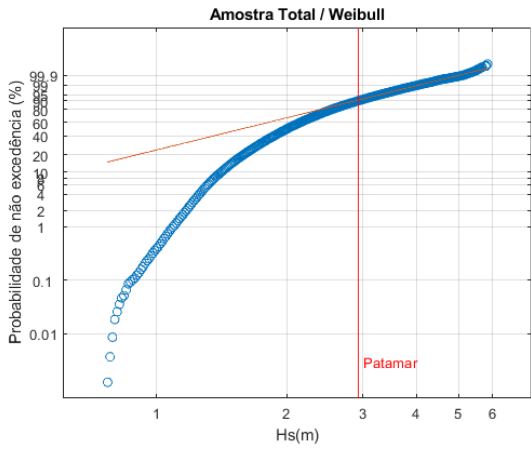
Tabela 2 – Tamanho da amostra, valor do patamar, valores estimados de parâmetros e valores de retorno para 10, 50 e 100 anos

Amostra Total com patamar / Weibull							
Caso	Nº Total de Dados	Parâmetros Weibull			Valor de Retorno / H_s [m]		
		u [m]	ξ	σ	10 Anos	50 Anos	100 Anos
REG1	260	2.93	2.00	1.90	2.88	3.76	4.08
REG2	266	2.98	1.99	1.95	2.97	3.88	4.21
REG3	310	3.09	1.78	1.90	3.04	4.09	4.49
REG4	326	3.38	1.77	2.05	3.28	4.43	4.85
RRG 5	433	3.91	1.57	2.26	3.85	5.39	5.99

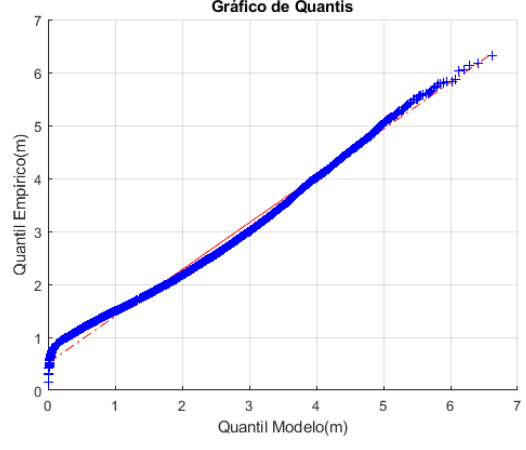
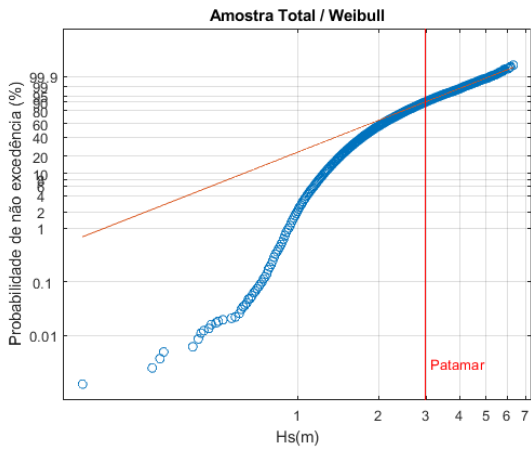
Na tabela anterior é possível observar que, o valor de retorno para o período de retorno igual a cem anos, é inferior ao maior valor de H_s da amostra (tabela 1), que possui duração total de 28 anos.

Apesar disto, o ajuste obtido tem resultados razoáveis como pode ser verificado nos gráficos de quantis para cada um dos casos analisados apresentado na figura 8.

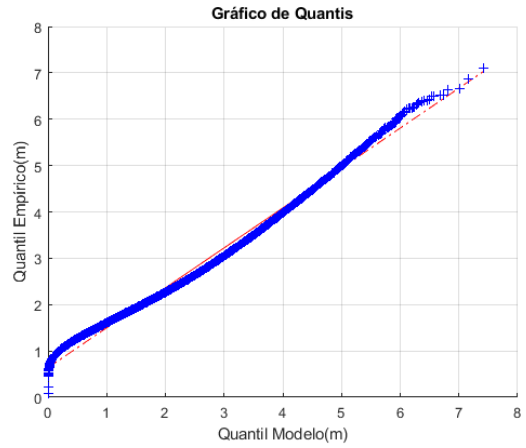
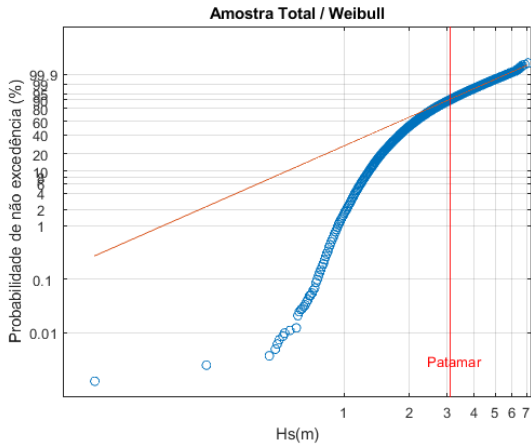
a) REG1



b) REG2



c) REG3



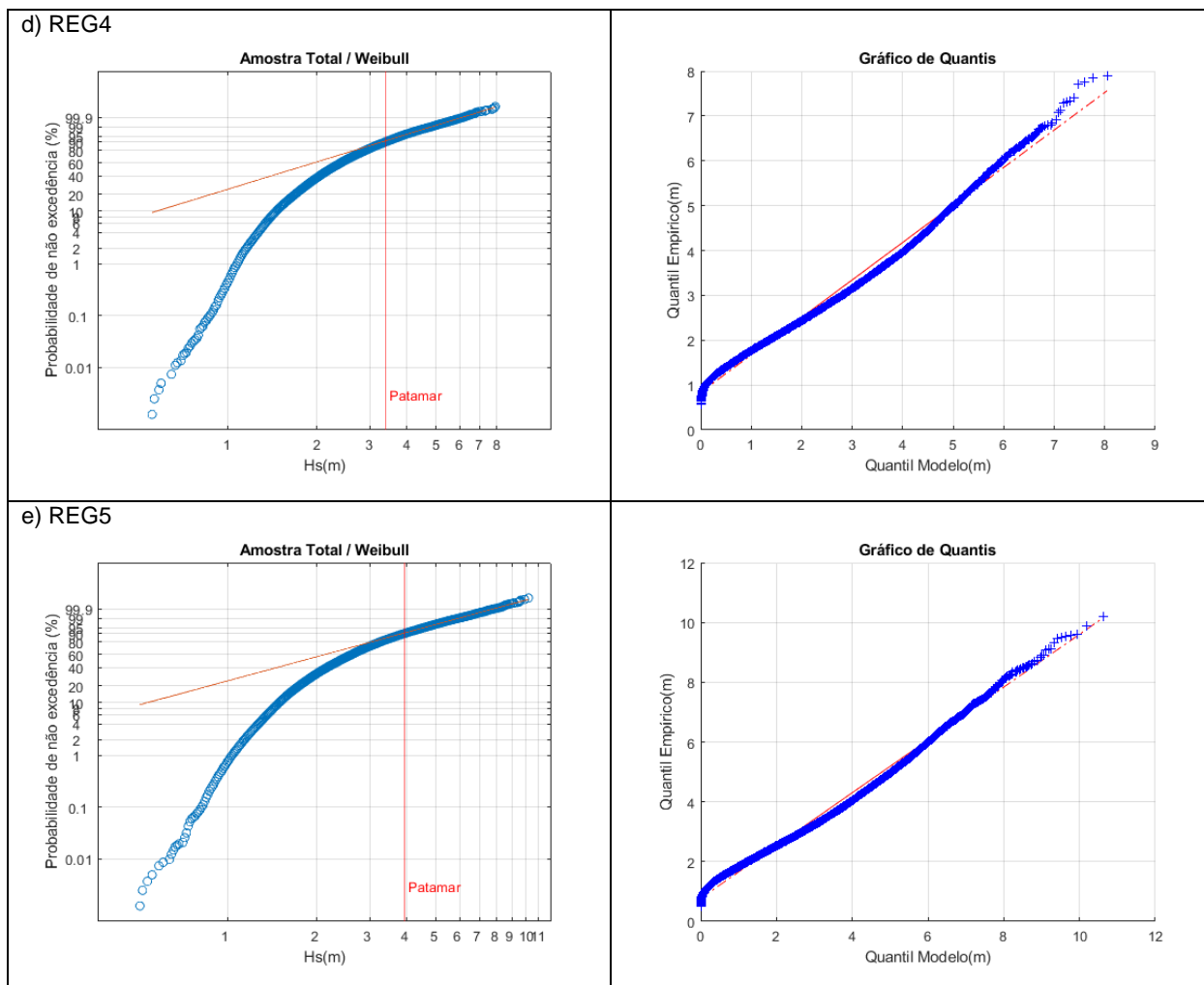


Figura 8 – Função de probabilidade cumulativa linearizada e gráfico de quantis para as amostras: a) REG1, b) REG2, c) REG3, d) REG4 e e) REG5.

É de realçar que o valor de retorno replica o padrão apresentado pelo H_s máximo da amostra, com o maior valor observado no REG5 e o menor valor observado para REG1.

Todos os gráficos obtidos na análise podem ser consultados no Anexo II.

7.2. Máximos Anuais / distribuição de GUMBEL

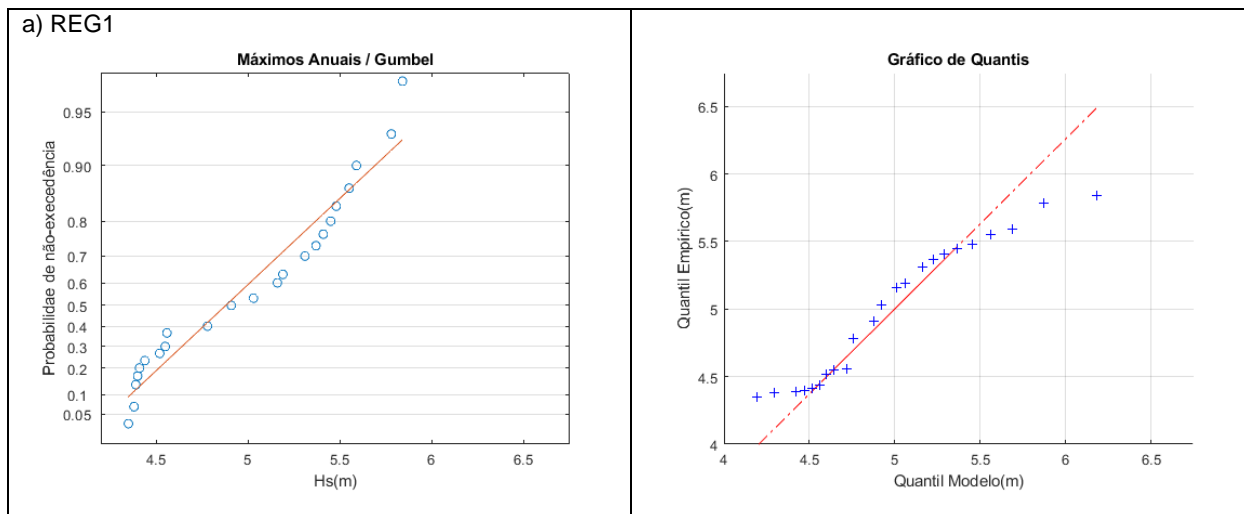
Os resultados obtidos para o método dos máximos anuais são resumidos na tabela 3 assim como os parâmetros estimados para cada um dos casos analisados.

Tabela 3 – Tamanho da amostra, valor do patamar, valores estimados de parâmetros e valores de retorno para 10, 50 e 100 anos

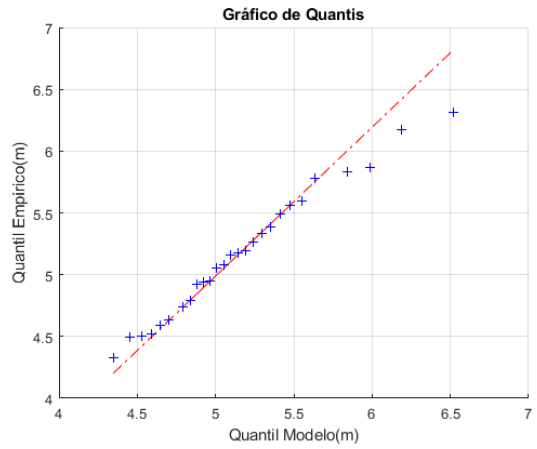
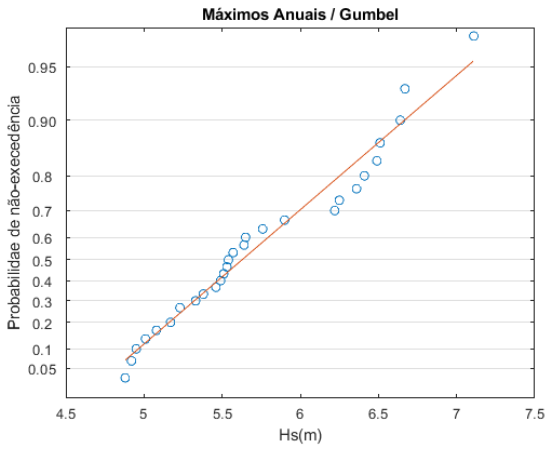
AM / Gumbel						
Caso	Nº Total de Dados	Parâmetros Gumbel		Valor de Retorno [m]		
		μ	σ	10 Anos	50 Anos	100 Anos
REG1	23	4.72	0.43	5.69	6.40	6.70
REG2	27	4.92	0.47	5.99	6.76	7.09
REG3	28	5.42	0.55	6.67	7.58	7.97
REG4	29	5.87	0.65	7.33	8.39	8.85
REG5	27	7.45	0.84	9.34	10.72	11.31

Apesar do tamanho da amostra de máximos ser igual ao número de anos da amostra original, devido a existência de realizações com mesmo valor de altura significativa, a amostra utilizada para o processo de ajuste pode ser menor que o esperado. Na tabela 3 o número total de dados informa o tamanho final da amostra de máximos utilizada para o ajuste.

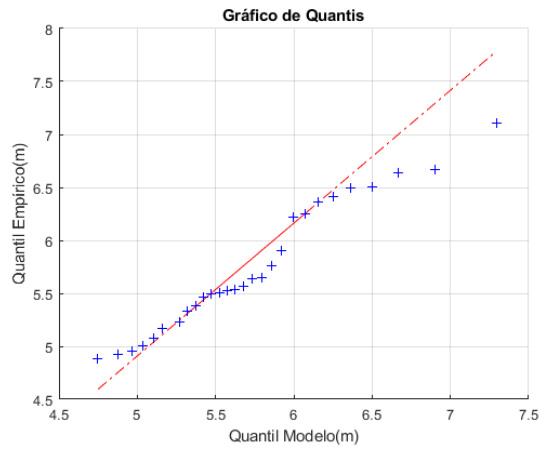
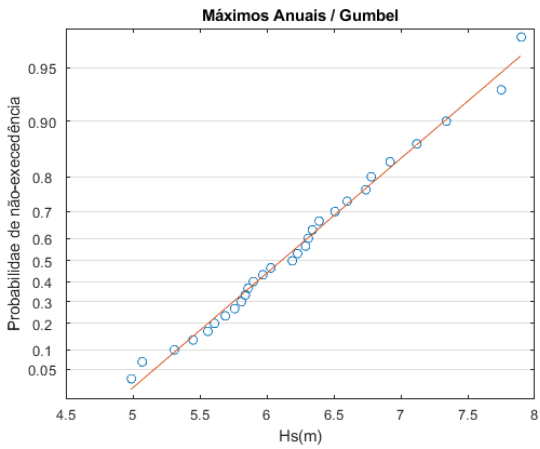
A figura 9 apresenta os gráficos de probabilidade cumulativa linearizada e o gráfico de quantis para as cinco amostras utilizadas neste estudo.



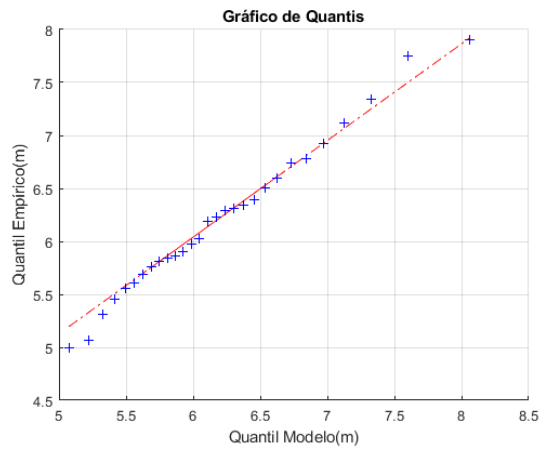
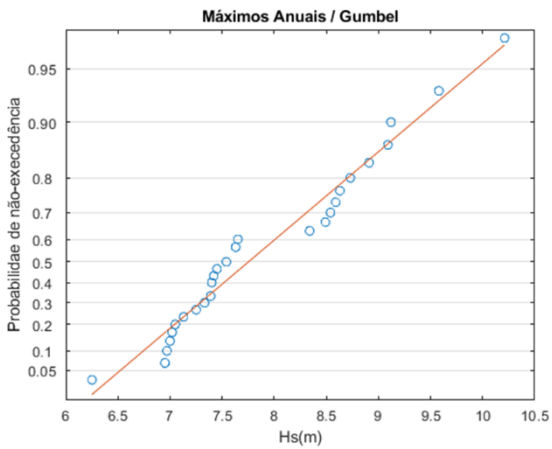
b) REG2



c) REG3



d) REG4



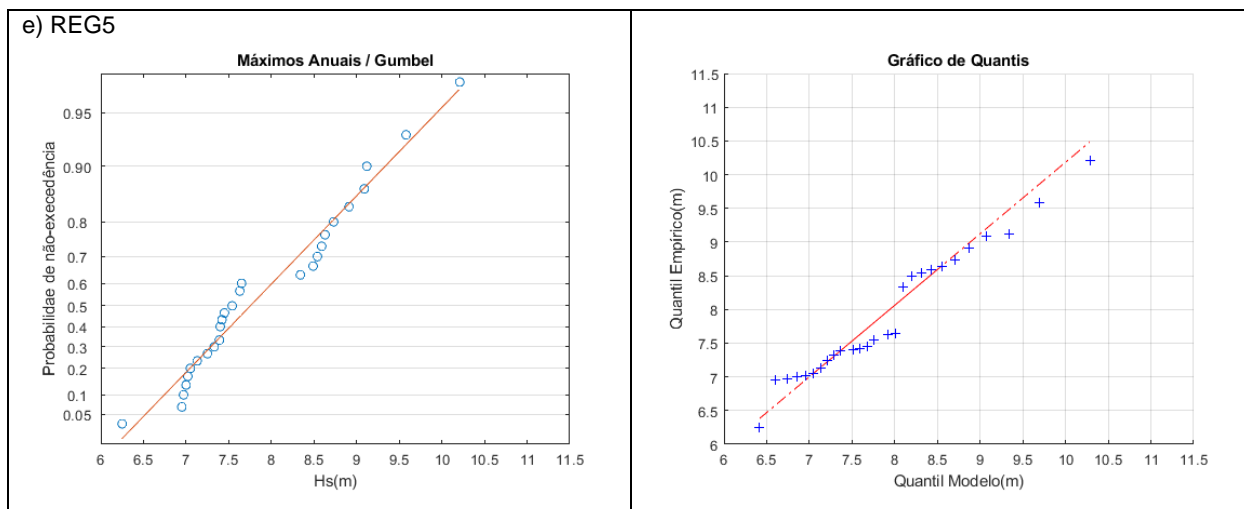


Figura 9 – Função de Probabilidade cumulativa linearizada e gráfico de quantis para as amostras: a) REG1, b) REG2, c) REG3, d) REG4 e e) REG5.

O método apresenta bons resultados, uma vez que os valores de retorno para o período de retorno igual a cem anos são superiores à maior realização de H_s da amostra original, apresentados na Tabela 1, e próximos aos resultados obtidos por Campos e Guedes Soares (2016a).

Importante notar, no entanto, que para todos os ajustes ilustrados na figura 9, o modelo apresenta valores de quantis superestimados, quando comparado com quantis empíricos.

Somado a isto, outro ponto importante a se notar, é o fato de que tamanho da amostra é inferior aos outros dois métodos utilizados neste trabalho, o que permite questionamentos quanto à qualidade dos modelos de distribuição obtidos.

Todos os gráficos obtidos na análise podem ser consultados no Anexo III.

7.3. POT / GPD

Na aplicação do método POT assim como no método de amostra total com patamar, a escolha do patamar é uma tarefa subjectiva, no entanto, existem ferramentas que podem ser usadas para auxiliar este processo.

Ainda que possua esta particularidade, o método POT representa um avanço no que diz respeito ao tamanho da amostra disponível para análise, como pode ser verificado na tabela 4 em comparação com o tamanho da amostra do método de máximos anuais.

Neste estudo, a partir do gráfico de média de excessos uma faixa de possíveis patamares é definida para os quais os parâmetros de ajuste da GPD foram calculados.

Com base no gráfico de parâmetro e média de excessos, um patamar é escolhido e a qualidade do resultado é avaliada pelo gráfico de quantis para cada uma das amostras.

Tabela 4 – Resumo dos Resultados / POT

POT/GPD							
Caso	Nº Excessos	Parâmetros GPD			Valor de Retorno / H_s [m]		
		u	ξ	σ	10 Anos	50 Anos	100 Anos
REG1	242	3.75	0.20	0.64	4.37	5.09	5.33
REG2	513	3.53	0.20	0.71	4.97	5.56	5.76
REG3	704	3.49	0.10	0.76	5.49	6.31	6.61
REG4	339	4.24	0.13	0.84	5.60	6.56	6.92
REG5	231	5.6	0.19	1.23	6.77	8.18	8.67

Os resultados obtidos chamam atenção pela proximidade entre o valor de retorno para os períodos de 50 e 100 anos.

Uma comparação entre o máximo H_s de cada uma das amostras, informado na tabela 1, e valor de H_s estimado para o período de retorno de 100 anos, mostra que apesar de próximo, os valores estimados são sempre inferiores ao máximo da amostra e que os piores resultados foram obtidos para as análises dos pontos da REG4 e REG5.

Os gráficos obtidos em cada uma das análises podem ser visualizados no Anexo IV.

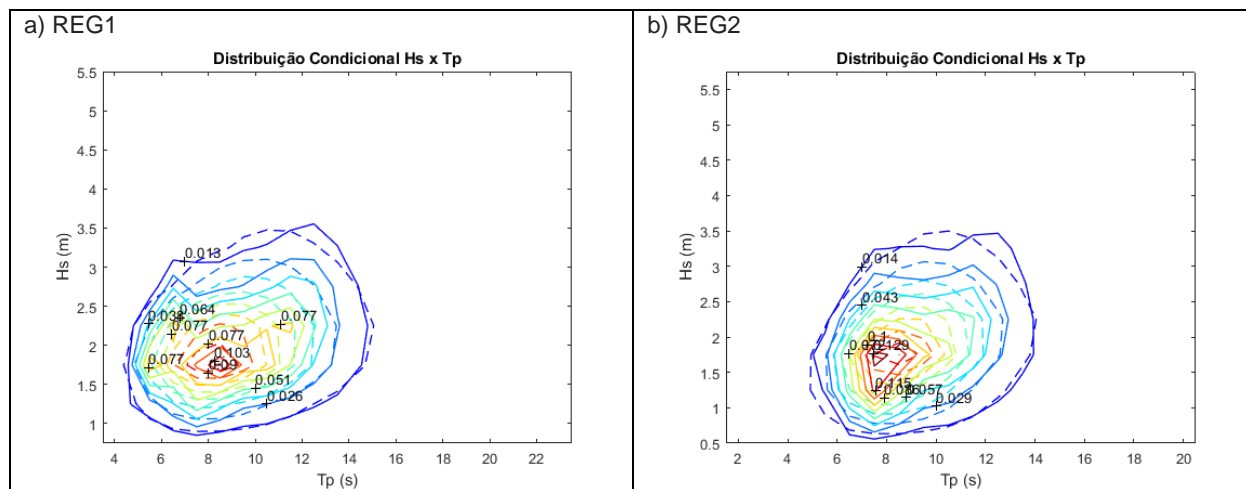
7.4. Distribuição Conjunta

O método CMA foi aplicado a cada uma das amostras da região sul e sudeste da área *offshore* do Brasil. A tabela 5 apresenta as classes que foram consideradas para ajuste das distribuições de T_p condicional a H_s em cada uma das amostras.

Tabela 5 – Classes de H_s definidas para cada uma das amostras da área offshore do Brasil Classes definidas para H_s e tamanho das amostras

Classe	REG1		REG2		REG3		REG4		REG5	
	Int.[m]	Am.[-]	Int.[m]	Am.[-]	Int. [m]	Am.[-]	Int.[m]	Am.[-]	Int.[m]	Am.[-]
1	[0.50,1.00]	322	[0.00,1.00]	1677	[0.00,1.00]	1392	[0.5,1.00]	351	[0.50,1.00]	612
2	[1.00,1.50]	11829	[1.00,1.50]	17651	[1.00,1.50]	15410	[1.00,1.50]	9186	[1.00,1.50]	7865
3	[1.50,2.00]	28268	[1.50,2.00]	26367	[1.50,2.00]	25726	[1.50,2.00]	21276	[1.50,2.00]	17934
4	[2.00,2.50]	23165	[2.00,2.50]	18241	[2.00,2.50]	19415	[2.00,2.50]	21922	[2.00,2.50]	18478
5	[2.50,3.00]	10915	[2.50,3.00]	9856	[2.50,3.00]	10308	[2.50,3.00]	14498	[2.50,3.00]	14804
6	[3.00,3.50]	4424	[3.00,3.50]	4522	[3.00,3.50]	5102	[3.00,3.50]	7615	[3.00,3.50]	9172
7	[3.50,4.00]	1727	[3.50,4.00]	1928	[3.50,4.00]	2368	[3.50,4.00]	3789	[3.50,4.00]	5342
8	[4.00,4.50]	637	[4.00,4.50]	905	[4.00,4.50]	1103	[4.00,4.50]	1590	[4.00,4.50]	3080
9	[4.50,5.00]	181	[4.50,5.00]	287	[4.50,5.00]	446	[4.50,5.00]	728	[4.50,5.00]	1882
10	[5.00,6.00]	107	[5.00,6.50]	141	[5.00,5.50]	189	[5.00,5.50]	355	[5.00,5.50]	1040
11					[5.50,7.50]	116	[5.50,6.00]	158	[5.50,6.00]	570
12							[6.00,8.00]	107	[6.00,6.50]	340
13									[6.50,7.00]	227
14									[7.00,7.50]	115
15									[7.50,8.00]	50
16									[8.00,10.00]	64

Após aplicação do método, foram obtidos os resultados apresentados na figura 10.



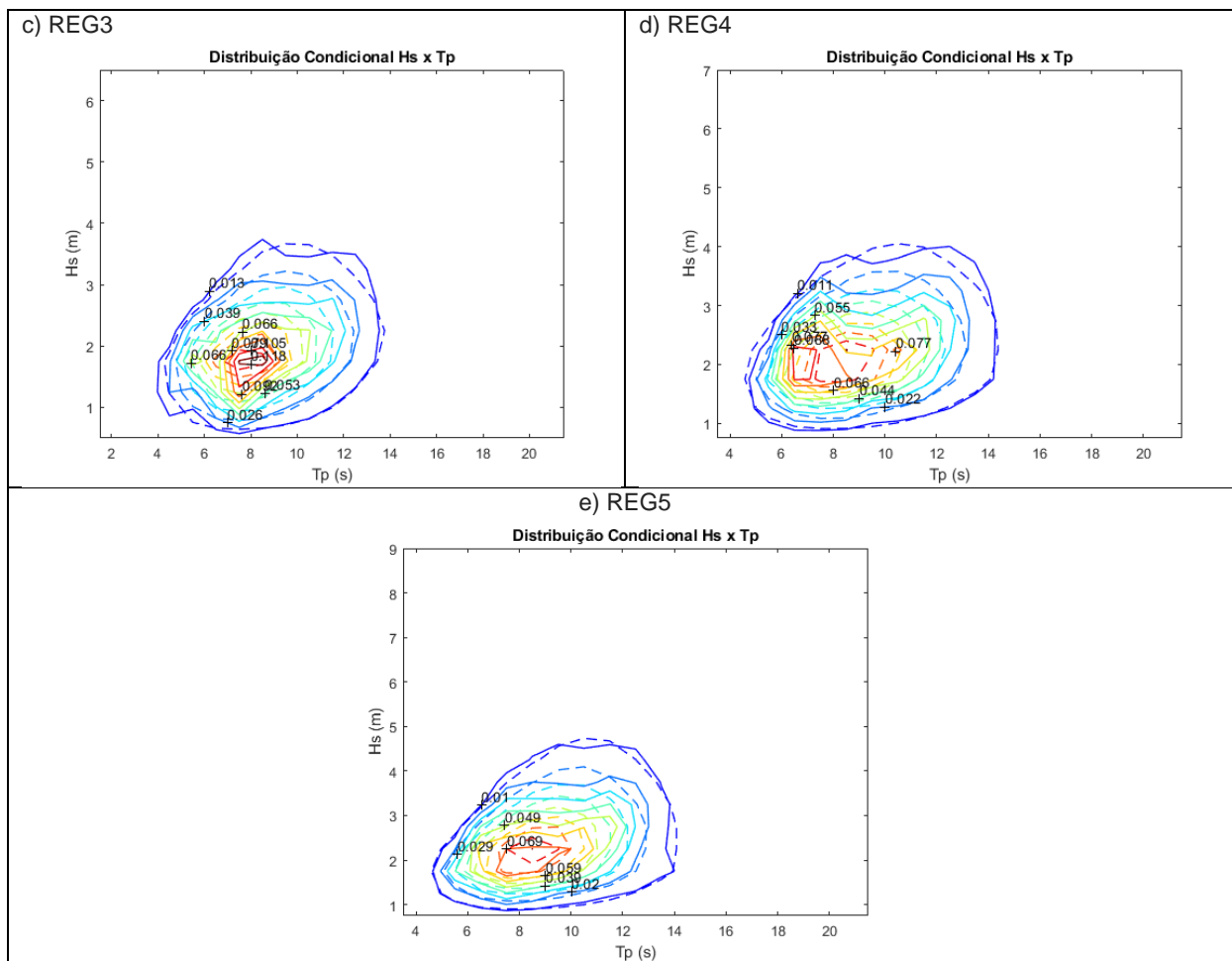


Figura 10 – Distribuição conjunta de probabilidades empírica (linhas sólidas) e distribuição conjunta de probabilidades, CMA (linhas tracejadas) para os casos: a) REG1, b) REG2, c) REG3, d) REG4 e e) REG5.

É importante registrar que as distâncias euclidianas, calculadas para os ajustes neste estudo, possuem a mesma ordem de grandeza que as distâncias euclidianas calculadas por Lucas e Guedes Soares (2015) utilizando o método CMA, apesar das diferenças com relação às áreas estudadas.

Tabela 5 – Distância Euclidiana calculada para cada um dos casos de estudo.

Caso	Distância Euclidiana
REG1	0.10
REG2	0.07
REG3	0.08
REG4	0.09
REG5	0.06

Uma análise qualitativa dos gráficos da figura 10 mostra que o método é incapaz de reproduzir com exactidão a distribuição empírica de probabilidades. Isto tem a sua origem nos ajustes obtidos para as distribuições de T_p condicionada a H_s .

De uma forma geral, uma das divergências listadas abaixo é observada nos casos em que o ajuste:

- Distribuição empírica de T_p não apresenta intervalo de período de pico mais frequente;
- Distribuição empírica de T_p possui dois intervalos de período de pico mais frequentes separados por um período menos frequente;
- Distribuição empírica possui um intervalo de período de pico com frequência notadamente superior, comparada a frequência de ocorrência dos intervalos de período de pico vizinhos.

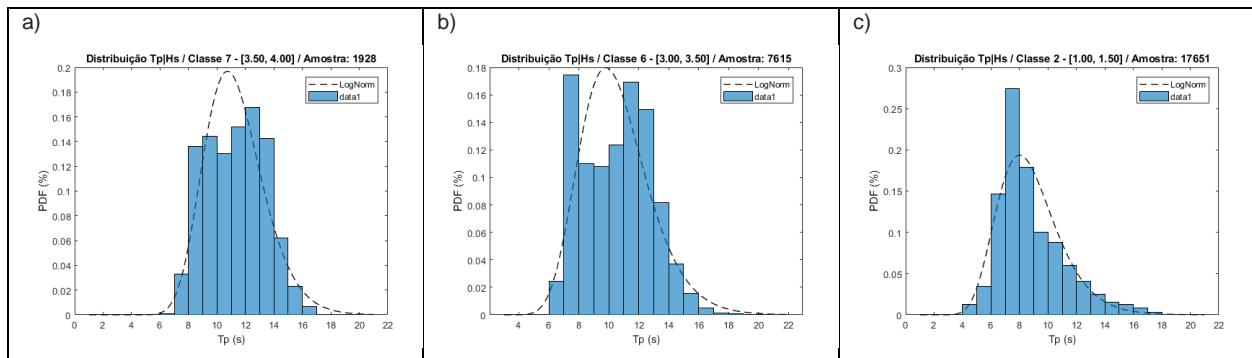


Figura 11 – Exemplos de distribuições de densidade de probabilidade empírica (barras) e ajustada (tracejado) ilustrando as três causas para ajustes de baixa qualidade.

Os gráficos obtidos em cada uma das análises podem ser visualizados no Anexo V.

8. CONCLUSÃO

8.1. Valores extremos

Os métodos aplicados no trabalho permitiram a estimativa de valores extremos de H_s para períodos de retorno de 1 até 100 anos. A tabela 7 apresenta os resultados para os períodos de retorno iguais a 10, 50 e 100 anos.

Como pode ser notado, dada a diferença de valores extremos obtidos para cada um dos pontos onde a amostra foi obtida, não é possível assumir um único valor de H_s extremo para toda a região em que os 5 pontos estão localizados. O resultado está em acordo com a separação das áreas realizada por Campos et al. (2019) e aponta que estudos futuros para determinação de H_s extremos de grandes extensões devem considerar a análise de homogeneidade antes da seleção dos pontos a serem analisados.

Como pode ser observado ainda na tabela 7, os métodos de máximos anuais (AM) e POT apresentam uma diferença menor entre os seus resultados do que quando comparados com o método de Amostra Total com patamar (AT). Nota-se também que os resultados obtidos pelos dois métodos são semelhantes ou superiores as realizações que compõe a região da cauda para cada uma das amostras.

Tabela 7 – Resumo dos valores de altura significativa de onda para período de retorno igual a 10, 50 e 100 anos

Casos	Período de Retorno / H_s [m]								
	10 Anos			50 Anos			100 Anos		
	AT	AM	POT	AT	AM	POT	AT	AM	POT
REG1	2.88	5.69	4.37	3.76	6.40	5.08	4.08	6.70	5.33
REG2	2.97	5.99	4.97	3.88	6.76	5.56	4.21	7.09	5.76
REG3	3.04	6.67	5.49	4.09	7.58	6.30	4.49	7.96	6.61
REG4	3.28	7.33	5.59	4.43	8.39	6.56	4.85	8.85	6.92
REG5	3.85	9.34	6.77	5.39	10.72	8.18	5.99	11.31	8.67

Quanto à aplicação método da amostra total, trabalhos futuros devem revisar o processo para seleção do patamar e verificar as considerações para cálculo das extrapolações de H_s , uma vez que os valores ficaram abaixo de esperado para todas as regiões.

O método dos máximos anuais apresenta estimativas com valores semelhantes ao esperado para as regiões e apresentados em trabalhos como Campos et al (2012).

Ainda que os resultados obtidos pela a aplicação do método de Máximos Anuais neste trabalho sejam considerados bons, o tamanho reduzido da amostra, o ajuste superestimado do modelo Gumbel, causado pela ausência de parâmetro de forma, e a subestimação dos valores extremos para o conjunto de dados produzidos pelo WAVEWATCH III / NOAA indicam que a sua adoção como principal método de estimação deve ser avaliada caso a caso.

Estudos futuros podem explorar a substituição da distribuição de Gumbel pela distribuição Generalizada de Valores Extremos e seus impactos no resultado, assim como explorar a utilização de outros estimadores pontuais para a fase de ajuste do modelo probabilístico.

O método POT apresentou resultados inferiores, porém próximos, aos valores esperados para a região. Mostra-se como o mais indicado para cálculo de estimativa de valores extremos de altura significativa, quando a amostra disponível se limitar a poucos anos, pois está sustentado por uma teoria que trata de extremos, e permite a utilização de uma quantidade maior de dados comparado com o método dos máximos anuais.

Os resultados inferiores ao esperado para o método POT, podem ter tido sua origem em um ou mais pontos listados abaixo:

- Não atendimento ao critério de amostra *iid*, devido à utilização de todos os picos acima do patamar e não somente o maior pico por tempestade, ou separado por período que os classifique como independentes. Esta situação é agravada pela característica de mar bimodal, como indicado por Campos et al. (2012), em alguns dos pontos analisados;
- Subestimação dos valores de onda extrema no modelo WAVEWATCH III/NOAA;
- Seleção de patamares baixos para definição de amostra de excessos.

Estudos futuros devem explorar a dependência de realizações sequenciais de H_s (pertencentes à uma mesma tempestade), propondo critério de seleção dos picos de formar garantir a utilização de uma amostra *iid*, e verificando o impacto no tamanho de amostra e na variação dos dados obtidos neste trabalho.

Espera-se, um ajuste de melhor qualidade e resultados próximos aos reportados para a região, ao se garantir a condição de realizações independentes e identicamente distribuídas.

8.2. Distribuição Bivariada

A aplicação do método CMA permitiu a obtenção de distribuição conjunta de densidade de probabilidade para cada uma das amostras, e possui a vantagem de ser definida por uma quantidade reduzida de dados (parâmetros da distribuição marginal e os parâmetros das distribuições condicionais) em comparação com o uso de todos as realizações de duas variáveis.

Apesar da vantagem citada acima, os modelos obtidos são incapazes de reproduzir com exatidão a distribuição empírica de probabilidades. A causa desta limitação parece situar-se menos no tipo de distribuição paramétrica escolhida para ajuste das distribuições condicionais, e sim na particularidade da região, que para algumas classes aproxima-se de mares bimodais.

Estudos futuros podem abordar a questão a partir da aplicação do método às componentes separadas de ondulação e vaga.

9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Agência Nacional de Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis, ANP. Exploração e Produção de Óleo e Gás. [Consult. 26 Abr. 2019]. Disponível em: <http://rodadas.anp.gov.br/pt/concessoes/mapas-de-concessoes>.

Agência Nacional de Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis, ANP. Exploração e Produção de Óleo e Gás. [Consult. 26 Abr. 2019]. Disponível em: <http://www.anp.gov.br/exploracao-e-producao-de-oleo-e-gas/gestao-de-contratos-de-e-p/dados-de-e-p/>.

Chawla, A., Tolman, H.L., Gerald, V., Spindler, D., Spindler, T., Alves, J-H., Cao, D., Hanson, J., Devaliere, E-M., 2012. A multigrid wave forecasting model: A new paradigm in operational wave forecasting. *Weather Forecasting*. 28(4):1057

Caires, S., 2011, Extreme value analysis: wave data. Geneva, Switzerland, World Meteorological Organizations/JCOMM, 33pp. (JCOMM Technical Report 57)

Campos, R. M., Guedes Soares, C., 2016a. Estimating extreme waves in Brazil using Regional Frequency Analysis. Proceedings of the 35th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, OMAE2016-83117. June 19-24, 2016, Rio de Janeiro, Brazil.

Campos, R., Guedes Soares, C., 2016b. Comparison and assessment of three wave hindcasts in the north Atlantic Ocean. *J. Oper. Oceanogr.* 9 (1), 26–44

Campos, R. M., Parente, C. E., Camargo, R. (2012). Extreme Wave Analysis in Campos Basin (Rio de Janeiro - Brazil) Associated with Extra-Tropical Cyclones and Anticyclones. Proceedings of the International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, OMAE2012-83117. June 10-15, 2012, Rio de Janeiro, Brazil.

Campos, R.M., Alves, K.H., Guedes Soares, C., Guimaraes, L.G., Parente, C.E., 2018. Extreme wind-wave modeling and analysis in the south Atlantic Ocean. *Ocean Model.* 124, 75–93

Campos, R.M., Guedes Soares, C., Alves, J.H.G.M., Parente, C.E., Guimaraes, L.G., 2019. Regional long-term extreme wave analysis using hindcast data from the South Atlantic Ocean. *Ocean Engineering*, Vol. 179, pp. 202-212.

Coles, S.G., (2001). *An introduction to statistical modelling of extreme values*. Springer. London, 208 pp.

Embrechts, P., Kluppelberg, C., Mikosch, T., (1997). *Modeling Extremal Events for Insurance and Inance*. Berlin, Springer-Verlag. 644 pp.

Ferreira, J. A., Guedes Soares, C., (1998). An application of the peaks over threshold method to predict extremes of significant wave height. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, Vol. 120 (3), pp. 165-176.

Goda, Y., (2000). *Random seas and design of maritime structures*. Advanced Series on Ocean Engineering, Vol. 15. World Scientific, 443 pp.

Greenwood, J. A., Landwehr, J. M., Matalas, N. C., and Wallis, J. R. (1979). Probability Weighted Moments: definition and relation to parameters of several distributions expressible in inverse form. *Water Resources Research*, 15, pp.1049-1054.

Guedes Soares, C., Scotto, M. G. (2011). Long term and extreme value models of wave data. In *Marine Technology and Engineering*, C., Guedes Soares, Y. Garbatov, N. Fonseca & AP. Teixeira (Eds), Taylor & Francis Group, London (UK), pp. 97-108.

Guedes Soares, C., Scotto, M. G., (2001). Modelling uncertainty in long-term predictions of significant wave height. *Ocean Engineering*, Vol. 28 (3), pp.329-342.

hindcasts in the north Atlantic ocean. *J. Operational Oceanogr.* 9, 26–44

Hosking, J.R.M., (1986). The Theory of probability weighted moments. Research Report RC12210, IBM Research Division, New York.

Lucas, C., (2004). Metodologias de Caracterização do Clima de Agitação Marítima: análise de extremos. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Lucas, C., Guedes Soares, C., (2015). Bivariate distributions of significant wave height and mean wave period of combined seas. *Ocean Engineering*, Vol. 106, pp. 341-353.

Montgomery, D.C. & Runger, G.C., (2016) Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros. LTC Editora, 652 pp.

Ochi, M.K., (1998). *Ocean Waves: The Stochastic Approach*. Cambridge University Press, 319 pp.

Parente, C. E., Souza, M. H. S., 1989, "Wave Climate off Rio de Janeiro". In: Proceedings of 21 st. Coastal Engineering Conference, Malaga-Spain.

Parente, C. E., 1999, A new spectral technique for directional wave analysis. D.Sc. Thesis, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brazil.

Pinho, U. F., 2003, Characterization of sea state at Campos Basin. M.Sc. Thesis, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

Saha, S., Moorthi, S., Pan, H., Wu, X., Wang, J., Nadiga, S., Tripp, P., Kistler, R., Wollen, J., Behringer, D., Liu, H., Stokes, D., Grumbine, R., Gayno, G., Wang, J., Hou, Y., Chuang, H., Juang, H., Sela, J., Iredell, M., Treadon, R., Kleist, D., VanDelst, P., Keyser, D., Derber, J., Ek, M., Meng, J., Wei, H., Yang, R., Lord, S., van den Dool, H., Kumar, A., Wang, W., Long, C., Chelliah, M., Xue, Y., Huang, B., Schemm, J., Ebisuzaki, W., Lin,

R., Xie, P., Chen, M., Zhou, S., Higgins, W., Zou, C., Liu, Q., Chen, Y., Han, Y., Cucurull, L., Reynolds, R., Rutledge, G., Goldberg, M., 2010. The NCEP climate forecast system reanalysis. *Bull. Am. Meteorol. Soc.* 91, 1015–1057

Storch, H., Zwiers, F., (1999). *Statistical analysis in climate research*. Cambridge university press, 484 pp.

Tolman, H., (1991). A third-generation model for wind waves on slowly varying, unsteady, and inhomogeneous depths and currents. *Journal of Physical Oceanography*, Vol.21 (6), pp. 782-797.

WAFO Group. WAFO. Lund: Mathematical Statistics Lund University. [Consult. 26 Abr. 2019]. Disponível em: <http://www.maths.lth.se/matstat/wafo/documentation/index.html>.

Wilks, D.S., (2006). *Statistical Methods in the Atmospheric Sciences, an introduction*. Academic Press, 676 pp.

Tabela 8 – Ocorrência Hs x Tp / REG3

Hs [m]	Tp [s]																				Σ	%	
	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21			21-22
0.0-0.5	1	2	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	0.007%
0.5-1.0	0	0	19	51	130	287	269	144	150	110	78	41	24	35	26	16	6	0	0	0	0	1386	1.699%
1.0-1.5	0	0	34	1069	807	2254	4168	2303	1590	1184	753	469	315	188	152	82	33	7	2	0	0	15410	18.891%
1.5-2.0	0	0	0	985	2949	2299	4871	5165	3298	2625	1671	918	462	226	149	70	21	9	5	2	1	25726	31.537%
2.0-2.5	0	0	0	22	1832	2079	2495	3198	2768	2726	2151	1172	541	270	104	37	15	3	2	0	0	19415	23.800%
2.5-3.0	0	0	0	0	128	1035	1390	1442	1495	1409	1637	1039	468	168	60	28	8	1	0	0	0	10308	12.636%
3.0-3.5	0	0	0	0	1	135	789	824	668	680	760	723	337	117	54	10	3	1	0	0	0	5102	6.254%
3.5-4.0	0	0	0	0	0	11	170	523	361	313	345	329	220	76	18	2	0	0	0	0	0	2368	2.903%
4.0-4.5	0	0	0	0	0	0	22	163	246	169	187	161	103	41	9	2	0	0	0	0	0	1103	1.352%
4.5-5.0	0	0	0	0	0	0	28	118	75	90	53	53	21	5	3	0	0	0	0	0	0	446	0.547%
5.0-5.5	0	0	0	0	0	0	1	6	35	46	30	35	23	8	5	0	0	0	0	0	0	189	0.232%
5.5-6.0	0	0	0	0	0	0	0	1	16	14	18	18	8	0	0	0	0	0	0	0	0	75	0.092%
6.0-6.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	10	14	3	0	0	0	0	0	0	0	0	33	0.040%
6.5-6.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	7	0.009%
7.0-7.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0.001%
Σ	1	2	53	2127	5847	8100	14175	13800	10745	9357	7732	4977	2558	1150	582	250	86	21	9	2	1	81575	100.000%
%	0.001%	0.002%	0.065%	2.607%	7.168%	9.930%	17.377%	16.917%	13.172%	11.470%	9.478%	6.101%	3.136%	1.410%	0.713%	0.306%	0.105%	0.026%	0.011%	0.002%	0.001%	100.000%	

Tabela 9 – Ocorrência Hs x Tp / REG4

Hs [m]	Tp [s]																	Σ	%				
	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19	19-20			20-21	21-22		
0.0-0.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.000%
0.5-1.0	1	6	25	67	29	26	37	26	34	39	27	15	9	7	3	0	0	0	0	0	0	351	0.430%
1.0-1.5	5	159	812	1487	1640	1462	854	751	584	447	330	259	205	115	45	16	10	5	0	0	9186	11.261%	
1.5-2.0	0	97	1561	3631	3562	3241	2739	2387	1600	927	570	398	285	175	73	19	7	3	1	21276	26.082%		
2.0-2.5	0	1	673	3805	3552	2636	2680	3243	2501	1369	709	362	213	88	56	17	14	3	0	21922	26.873%		
2.5-3.0	0	0	26	1705	2668	1617	1450	1823	2322	1533	702	372	184	66	17	9	3	1	0	14498	17.773%		
3.0-3.5	0	0	0	187	1328	837	820	942	1287	1137	623	282	118	37	10	5	1	1	0	7615	9.335%		
3.5-4.0	0	0	0	4	401	524	417	479	587	619	435	210	85	22	5	1	0	0	0	3789	4.645%		
4.0-4.5	0	0	0	0	48	186	195	201	258	283	244	123	30	18	3	1	0	0	0	1590	1.949%		
4.5-5.0	0	0	0	0	3	58	64	98	141	141	130	65	21	7	0	0	0	0	0	728	0.892%		
5.0-5.5	0	0	0	0	0	8	32	51	59	87	58	32	25	2	1	0	0	0	0	355	0.435%		
5.5-6.0	0	0	0	0	0	0	14	24	25	65	19	9	2	0	0	0	0	0	0	158	0.194%		
6.0-6.5	0	0	0	0	0	0	1	5	19	31	13	2	2	0	0	0	0	0	0	73	0.089%		
6.5-6.5	0	0	0	0	0	0	0	2	5	6	11	0	0	0	0	0	0	0	0	24	0.029%		
7.0-7.5	0	0	0	0	0	0	0	1	2	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	6	0.007%		
7.5-8.0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0.005%		
Σ	6	263	3097	10886	13231	10595	9303	10033	9426	6686	3874	2129	1179	537	213	68	35	13	1	81575	100.000%		
%	0.007%	0.322%	3.797%	13.345%	16.219%	12.988%	11.404%	12.299%	11.555%	8.196%	4.749%	2.610%	1.445%	0.658%	0.261%	0.083%	0.043%	0.016%	0.001%	100.000%			

Tabela 10 – Ocorrência Hs x Tp / REG5

		Tp [s]																					
		3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21	21-22	Σ	%	
Hs [m]	0.0-0.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.000%
	0.5-1.0	9	12	50	73	70	90	60	42	51	61	44	28	14	6	2	0	0	0	0	0	612	0.750%
	1.0-1.5	6	262	609	1041	1545	1212	823	649	462	368	254	254	186	114	51	17	8	3	1	7865	9.641%	
	1.5-2.0	0	200	1575	2287	3162	2876	2605	1918	1202	724	462	354	290	150	78	31	12	8	0	17934	21.985%	
	2.0-2.5	0	5	775	2608	2813	2867	2881	2733	1856	899	444	232	198	109	36	16	5	1	0	18478	22.652%	
	2.5-3.0	0	0	62	1601	2053	2266	2026	2393	2332	1167	464	254	106	47	23	5	4	1	0	14804	18.148%	
	3.0-3.5	0	0	1	331	1387	1312	1320	1270	1607	1096	493	228	94	19	7	4	2	1	0	9172	11.244%	
	3.5-4.0	0	0	0	31	612	816	784	715	905	799	387	187	76	16	7	5	1	1	0	5342	6.549%	
	4.0-4.5	0	0	0	0	119	447	530	484	571	479	265	124	36	22	3	0	0	0	0	3080	3.776%	
	4.5-5.0	0	0	0	0	16	192	354	338	332	332	218	59	29	10	2	0	0	0	0	1882	2.307%	
	5.0-5.5	0	0	0	0	0	37	182	204	207	194	132	70	13	1	0	0	0	0	0	1040	1.275%	
	5.5-6.0	0	0	0	0	0	5	85	111	123	120	80	38	7	1	0	0	0	0	0	570	0.699%	
	6.0-6.5	0	0	0	0	0	0	0	23	63	97	79	56	16	2	4	0	0	0	0	340	0.417%	
	6.5-6.5	0	0	0	0	0	0	0	5	23	74	57	49	19	0	0	0	0	0	0	227	0.278%	
	7.0-7.5	0	0	0	0	0	0	0	0	3	45	35	9	20	3	0	0	0	0	0	115	0.141%	
	7.5-8.0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	13	21	9	6	0	0	0	0	0	0	50	0.061%	
	8.0-8.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	20	11	1	0	0	0	0	0	0	38	0.047%	
8.5-9.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11	3	0	1	0	0	0	0	0	15	0.018%		
9.0-9.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	1	1	0	0	0	0	0	0	6	0.007%		
9.5-10.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	1	0	0	0	0	0	0	4	0.005%		
10.0-10.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0.001%		
Σ	15	479	3072	7972	11777	12120	11678	10947	9883	6467	3384	1892	1055	499	209	78	32	15	1	81575	100.000%		
%	0.018%	0.587%	3.766%	9.773%	14.437%	14.857%	14.316%	13.420%	12.115%	7.928%	4.148%	2.319%	1.293%	0.612%	0.256%	0.096%	0.039%	0.018%	0.001%	100.000%			

ANEXO II – Dados Completos / Weibull – Resultados

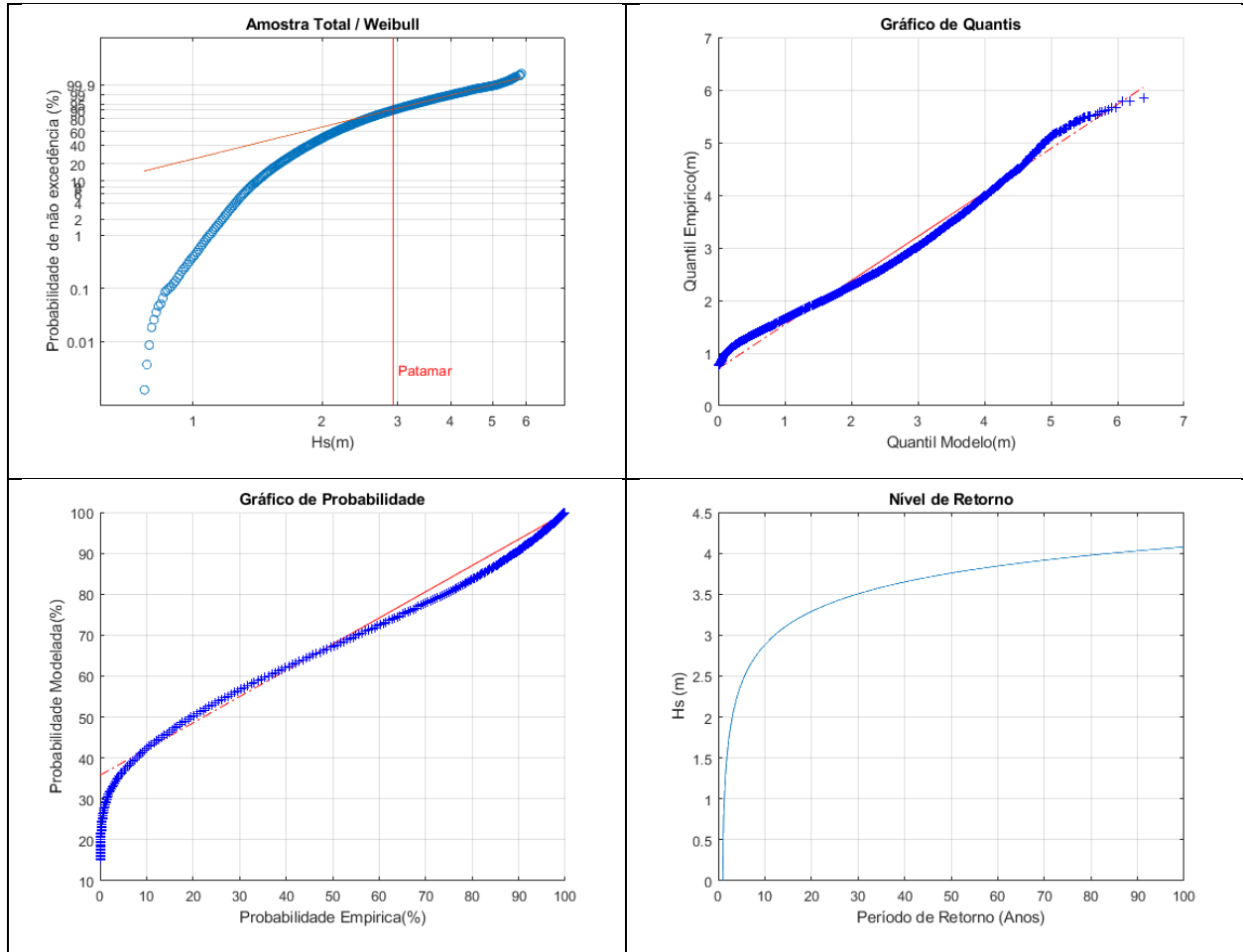


Figura 12 – Amostra Completa / REG1 – Papel de Probabilidade, Gráfico de Quantis, Gráfico de Probabilidade e Nível de Retorno.

Tabela 11 – Amostra Completa / REG1 – Amostra, Parâmetros e Resultados

Total Sample / Weibull - Brasil REG1						
N	Parâmetros Weibull			Valor de Retorno [m]		
	u	ξ	σ	10 Anos	50 Anos	100 Anos
260	2.93	2.00	1.90	2.88	3.76	4.08

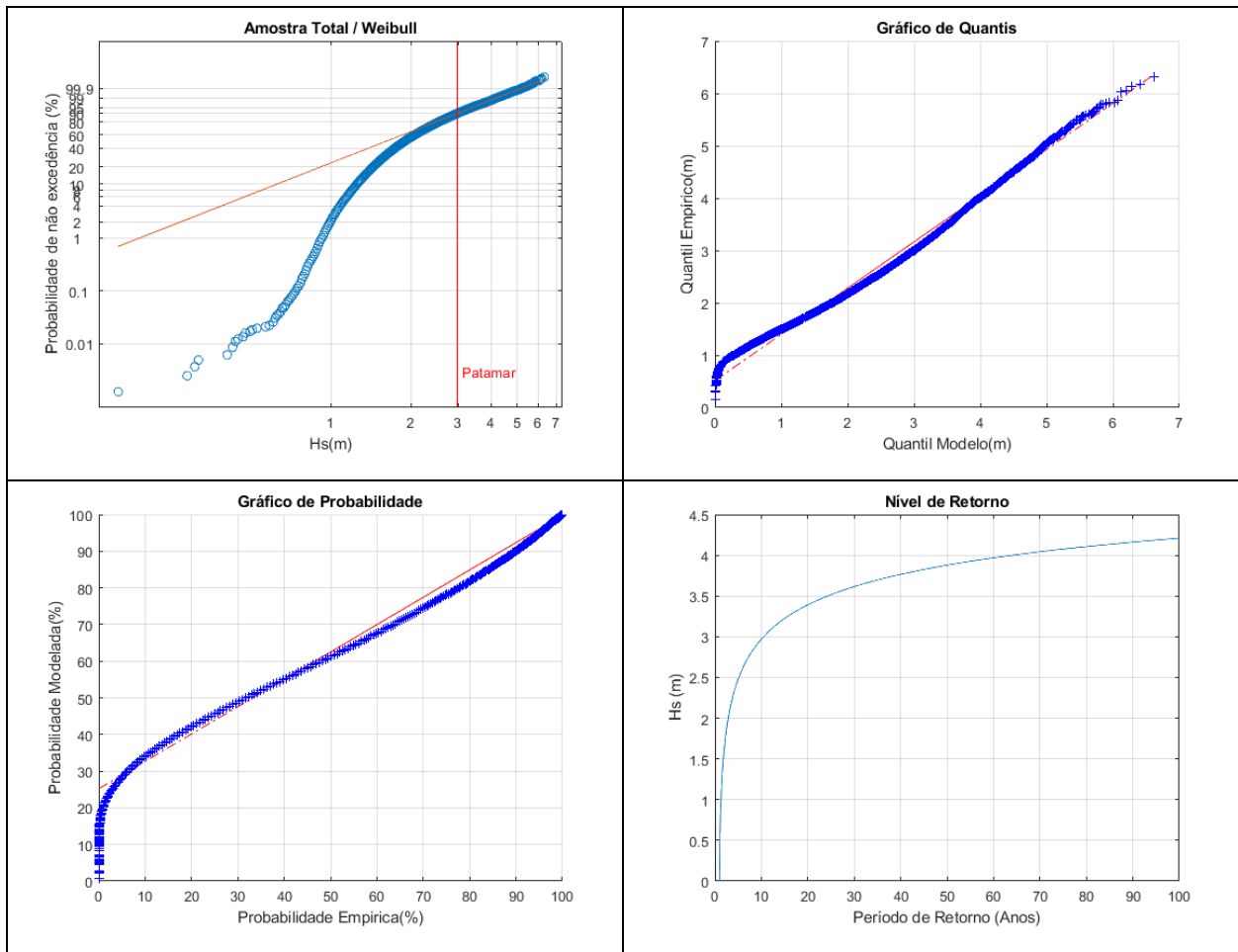


Figura 13 – Amostra Completa / REG2 – Papel de Probabilidade, Gráfico de Quantis, Gráfico de Probabilidade e Nível de Retorno.

Tabela 12 – Amostra Completa / REG2 – Amostra, Parâmetros e Resultados

Total Sample / Weibull - Brasil REG2						
N	Parâmetros Weibull			Valor de Retorno [m]		
	u	ξ	σ	10 Anos	50 Anos	100 Anos
266	2.98	1.99	1.95	2.97	3.88	4.21

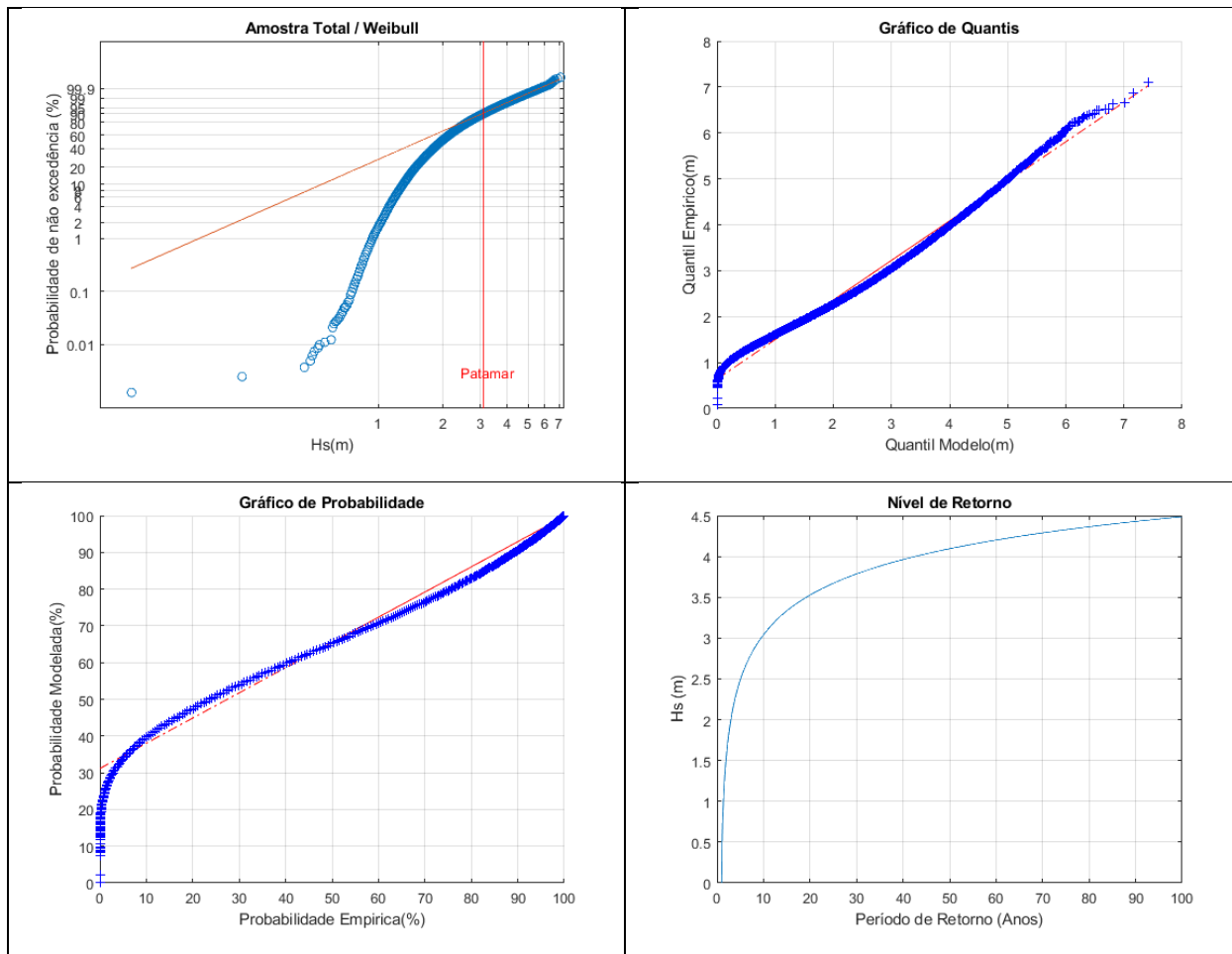


Figura 14 – Amostra Completa / REG3 – Papel de Probabilidade, Gráfico de Quantis, Gráfico de Probabilidade e Nível de Retorno.

Tabela 13 – Amostra Completa / REG3 – Amostra, Parâmetros e Resultados

Total Sample / Weibull - Brasil REG3						
N	Parâmetros Weibull			Valor de Retorno [m]		
	u	ξ	σ	10 Anos	50 Anos	100 Anos
310	3.09	1.78	1.90	3.04	4.09	4.49

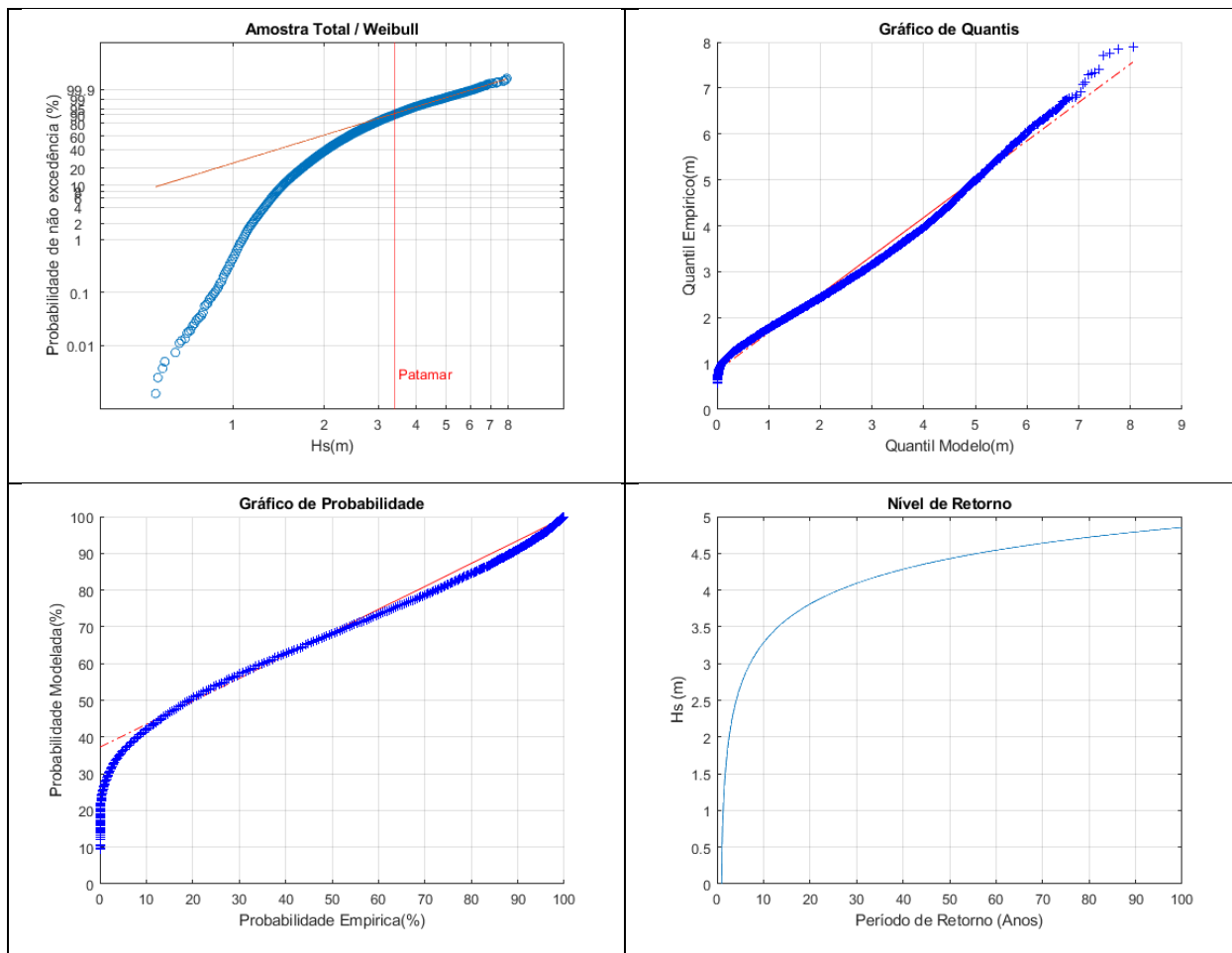


Figura 15 – Amostra Completa / REG4 – Papel de Probabilidade, Gráfico de Quantis, Gráfico de Probabilidade e Nível de Retorno.

Tabela 14 – Amostra Completa / REG4 – Amostra, Parâmetros e Resultados

Total Sample / Weibull - Brasil REG4						
N	Parâmetros Weibull			Valor de Retorno [m]		
	u	ξ	σ	10 Anos	50 Anos	100 Anos
326	3.38	1.774	2.052	3.28	4.43	4.85

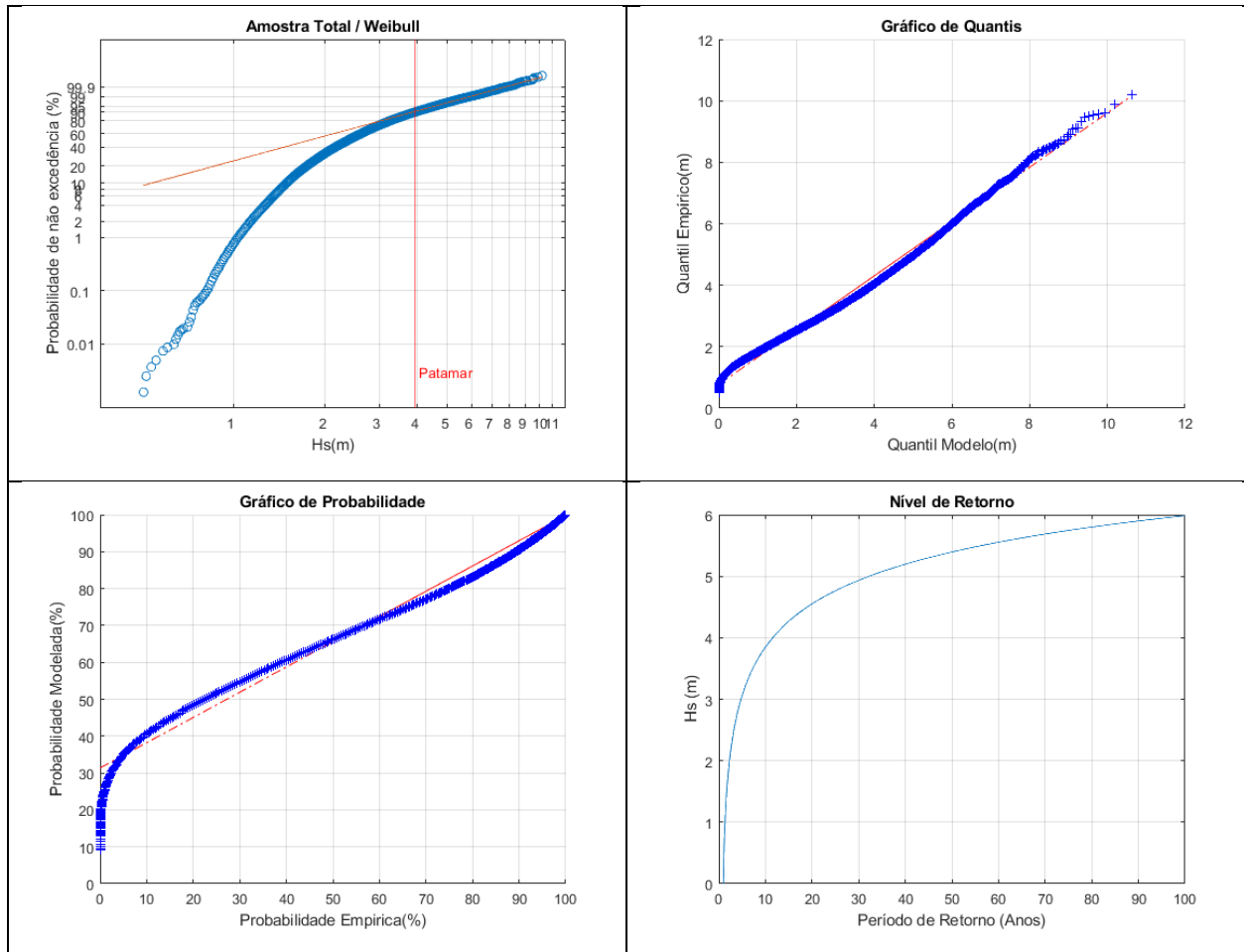


Figura 16 – Amostra Completa / REG5 – Papel de Probabilidade, Gráfico de Quantis, Gráfico de Probabilidade e Nível de Retorno.

Tabela 15 – Amostra Completa / REG5 – Amostra, Parâmetros e Resultados

Total Sample / Weibull - Brasil REG5						
N	Parâmetros Weibull			Valor de Retorno [m]		
	u	ξ	σ	10 Anos	50 Anos	100 Anos
433	3.91	1.57	2.26	3.85	5.39	5.99

ANEXO III – Máximos Anuais / Gumbel – Resultados

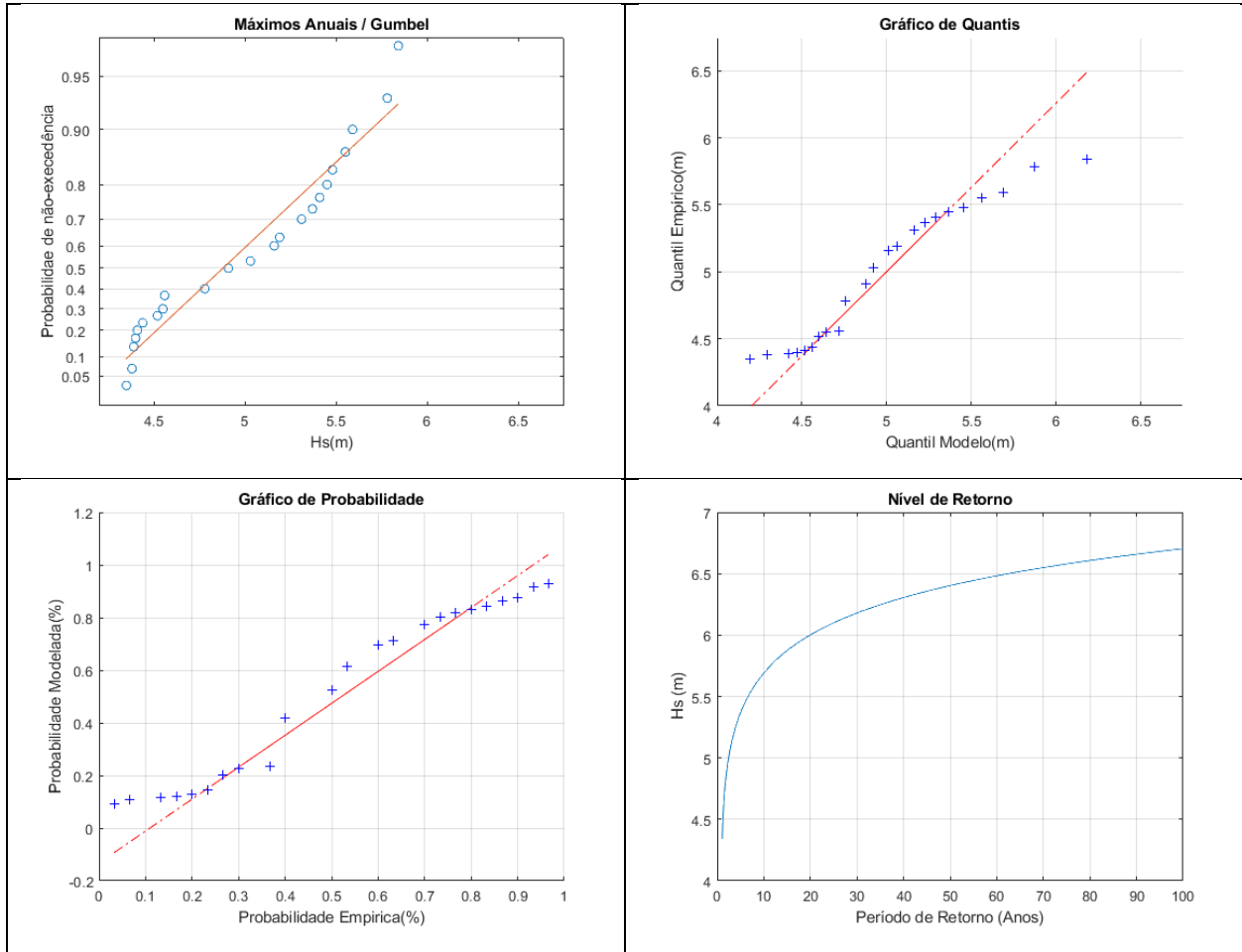


Figura 17 – AM / REG1 – Papel de Probabilidade, Gráfico de Quantis, Gráfico de Probabilidade e Nível de Retorno.

Tabela 16 – AM / REG1 – Amostra, Parâmetros e Resultados

AM/Gumbel - Brasil REG1					
N	Parâmetros Gumbel		Valor de Retorno [m]		
	μ	σ	10 Anos	50 Anos	100 Anos
23	4.72	0.43	5.69	6.40	6.70

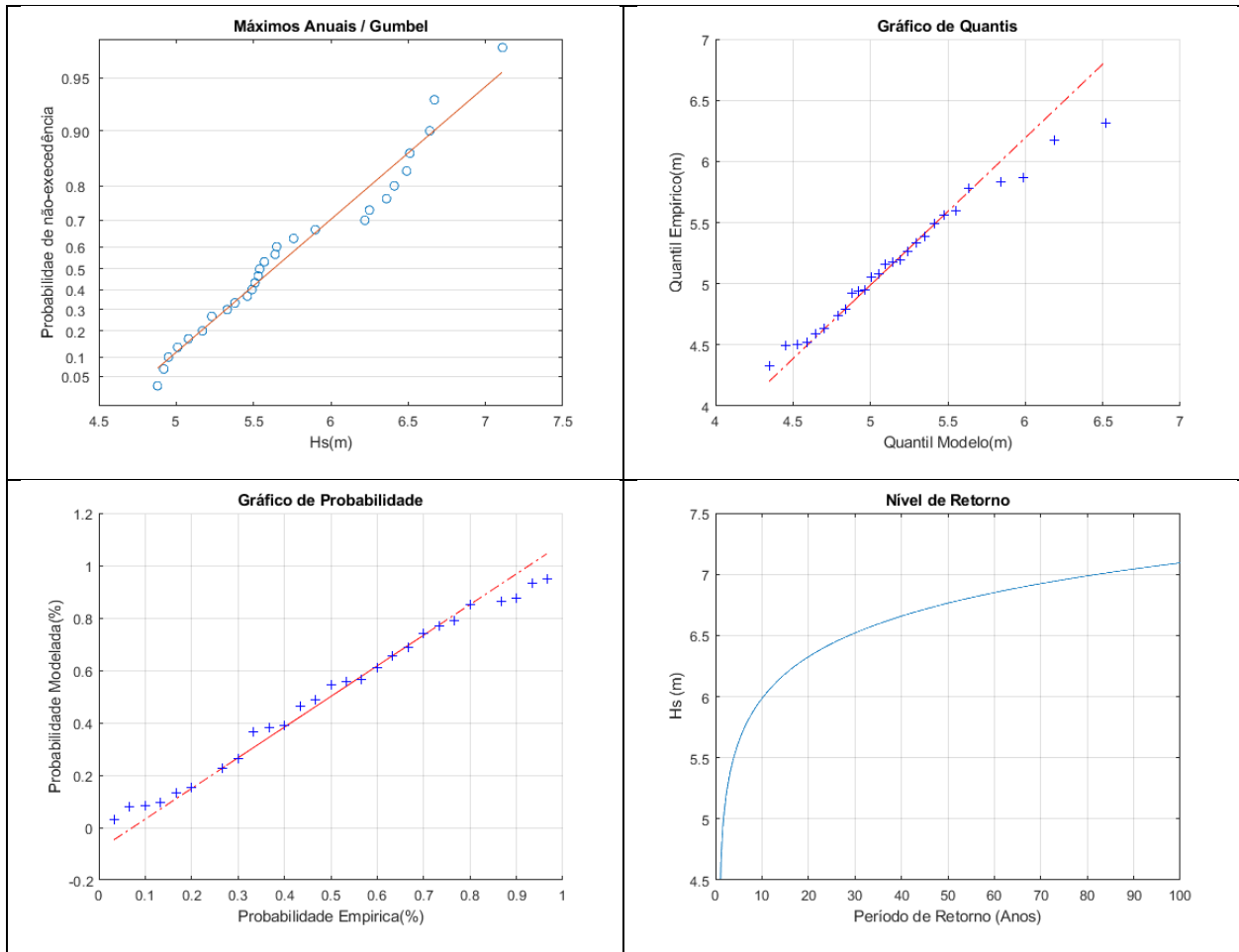


Figura 18 – AM / REG2 – Papel de Probabilidade, Gráfico de Quantis, Gráfico de Probabilidade e Nível de Retorno.

Tabela 17 – AM / REG2 – Amostra, Parâmetros e Resultados

AM/Gumbel - Brasil REG2					
N	Parâmetros Gumbel		Valor de Retorno [m]		
	μ	σ	10 Anos	50 Anos	100 Anos
27	4.92	0.47	5.98	6.76	7.09

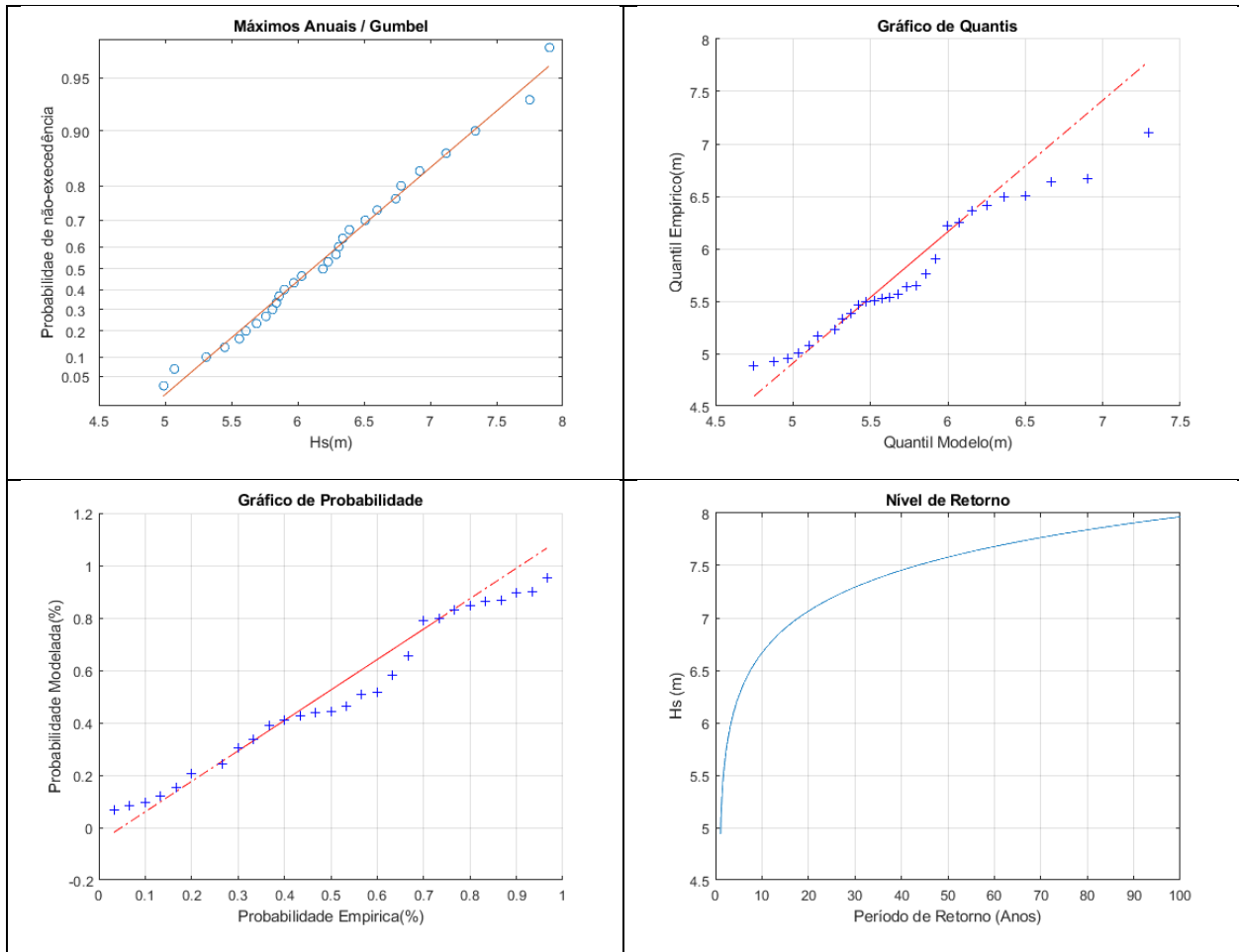


Figura 19 – AM / REG3 – Papel de Probabilidade, Gráfico de Quantis, Gráfico de Probabilidade e Nível de Retorno.

Tabela 18 – AM / REG3 – Amostra, Parâmetros e Resultados

AM/Gumbel - Brasil REG3					
N	Parâmetros Gumbel		Valor de Retorno [m]		
	μ	σ	10 Anos	50 Anos	100 Anos
28	5.42	0.55	6.67	7.58	7.96

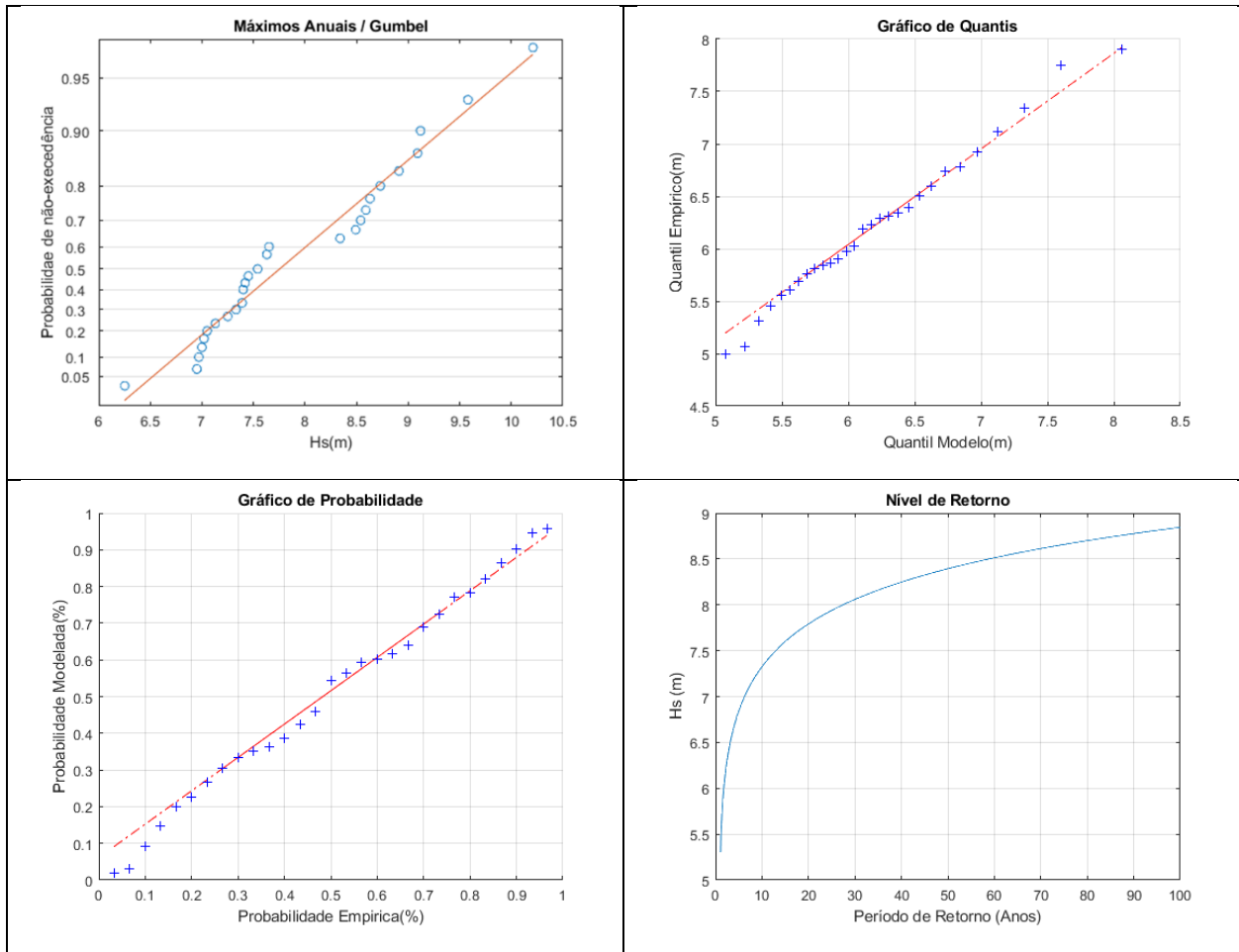


Figura 20 – AM / REG4 – Papel de Probabilidade, Gráfico de Quantis, Gráfico de Probabilidade e Nível de Retorno.

Tabela 19 – AM / REG4 – Amostra, Parâmetros e Resultados

AM/Gumbel - Brasil REG4					
N	Parâmetros Gumbel		Valor de Retorno [m]		
	μ	σ	10 Anos	50 Anos	100 Anos
29	5.87	0.65	7.33	8.39	8.85

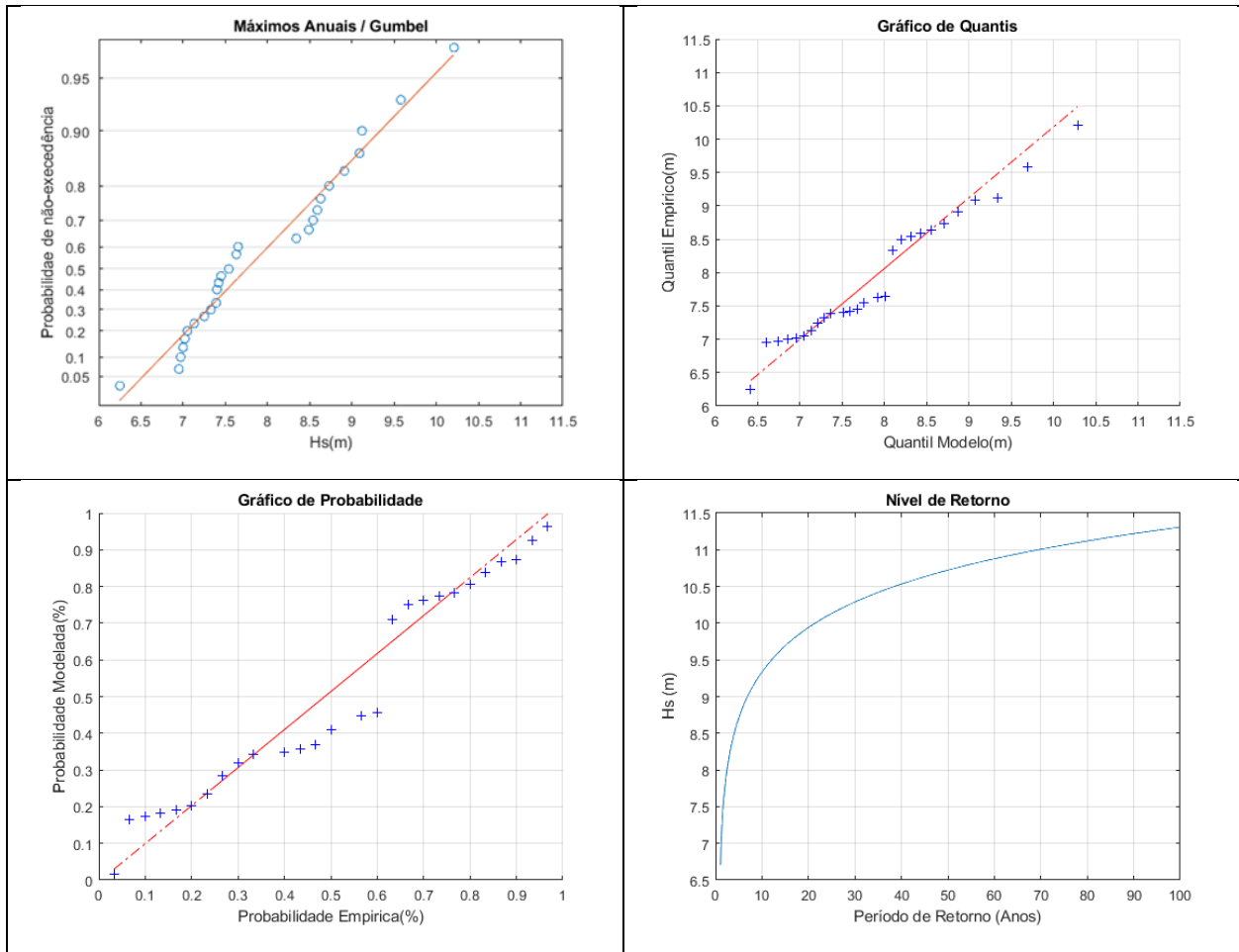


Figura 21 – AM / REG5 – Papel de Probabilidade, Gráfico de Quantis, Gráfico de Probabilidade e Nível de Retorno.

Tabela 20 – AM / REG5 – Amostra, Parâmetros e Resultados

AM/Gumbel - Brasil REG5					
N	Parâmetros Gumbel		Valor de Retorno [m]		
	μ	σ	10 Anos	50 Anos	100 Anos
27	7.44	0.84	9.34	10.72	11.31

ANEXO IV – POT / GPD – Resultados

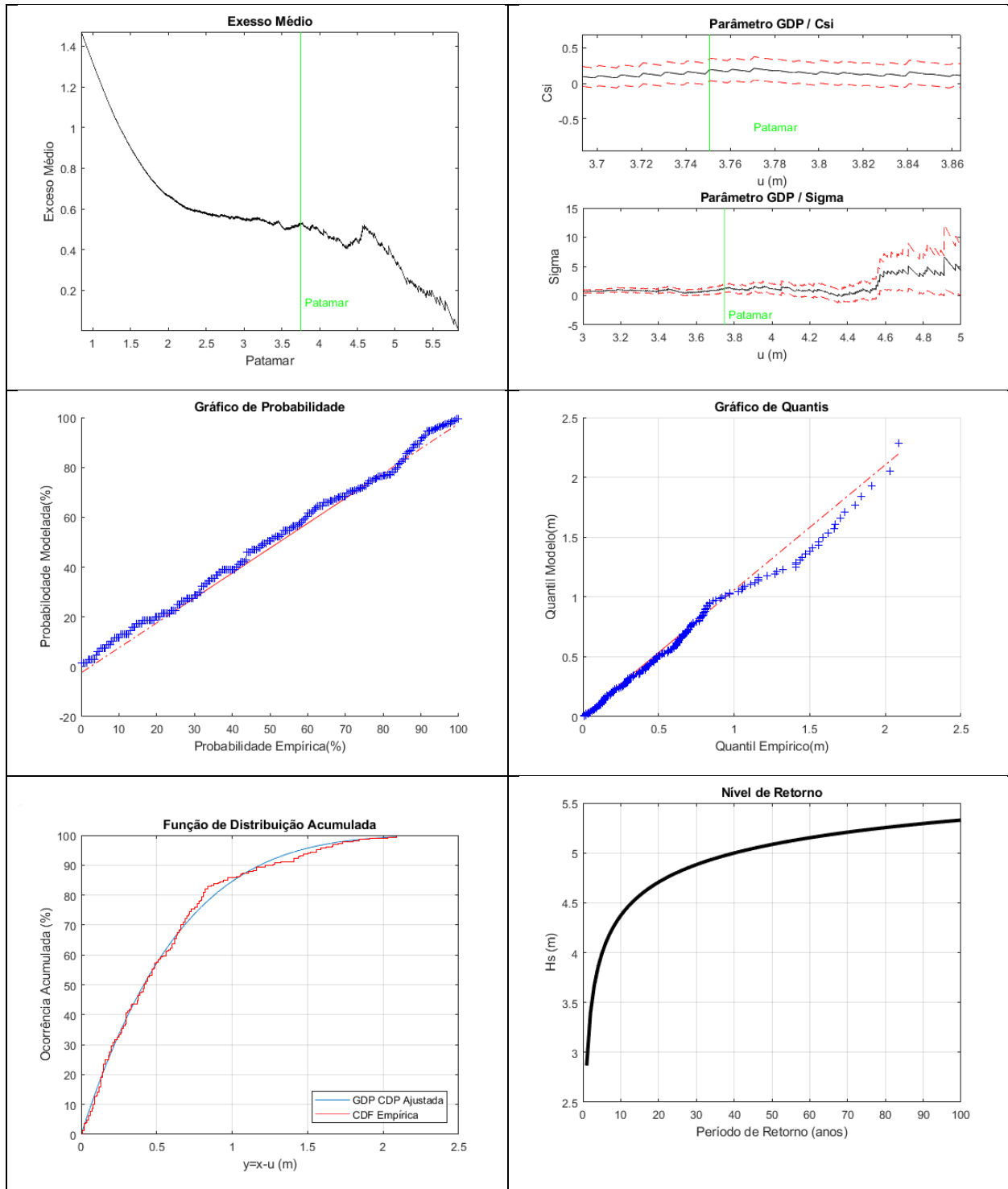
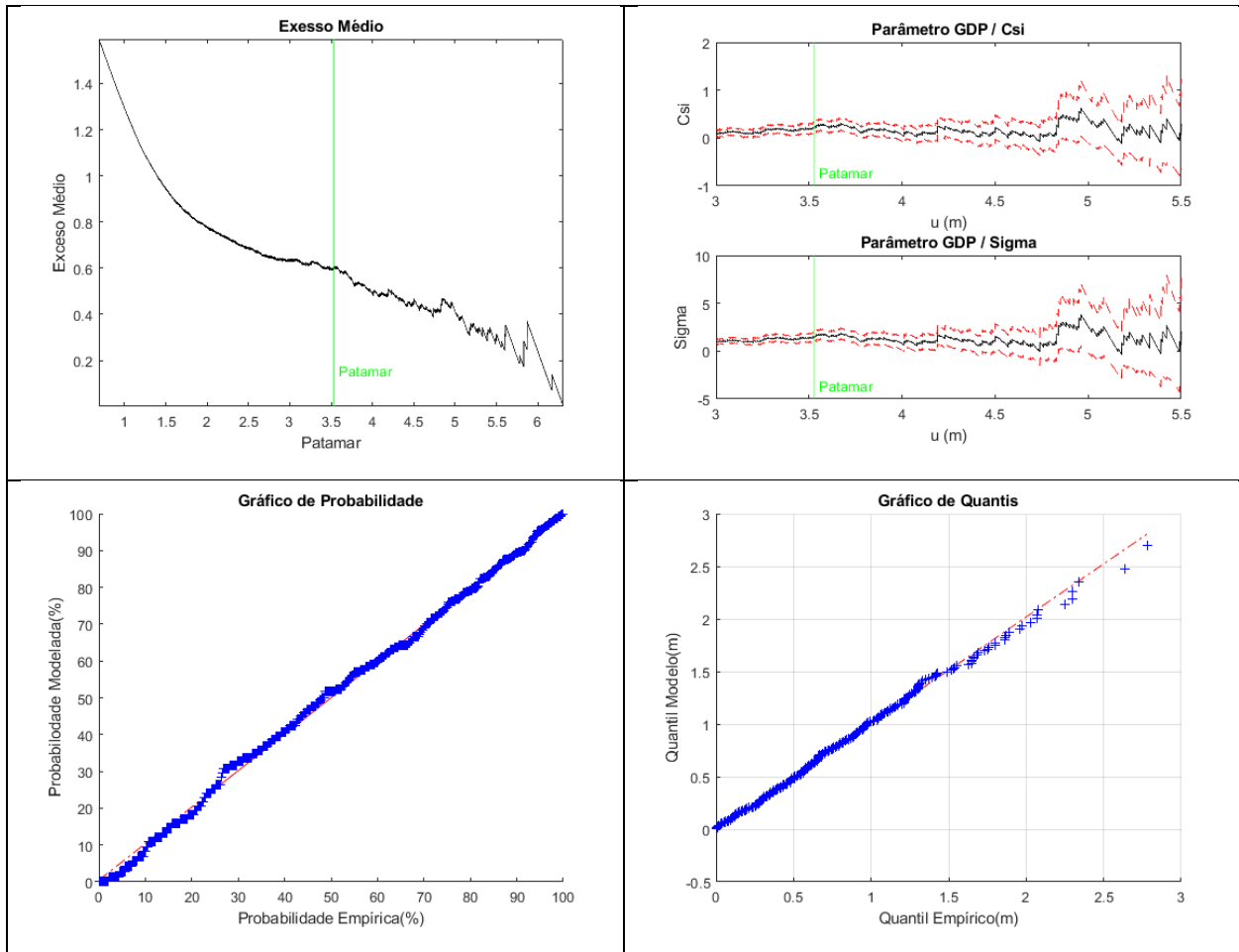


Figura 22 – POT / REG1 – Excesso Médio, Parametros, Gráfico Probabilidade, Gráfico Quantis, Função de Distribuição Acumulada e Nível de Retorno.

Tabela 21 – POT / REG1 – Amostra, Parâmetros e Resultados

POT/GPD -REG1						
Nu	Parâmetros GPD			Valor de Retorno [m]		
	u	ξ	σ	10 Anos	50 Anos	100 Anos
242	3.751	0.20	0.64	4.37	5.08	5.33



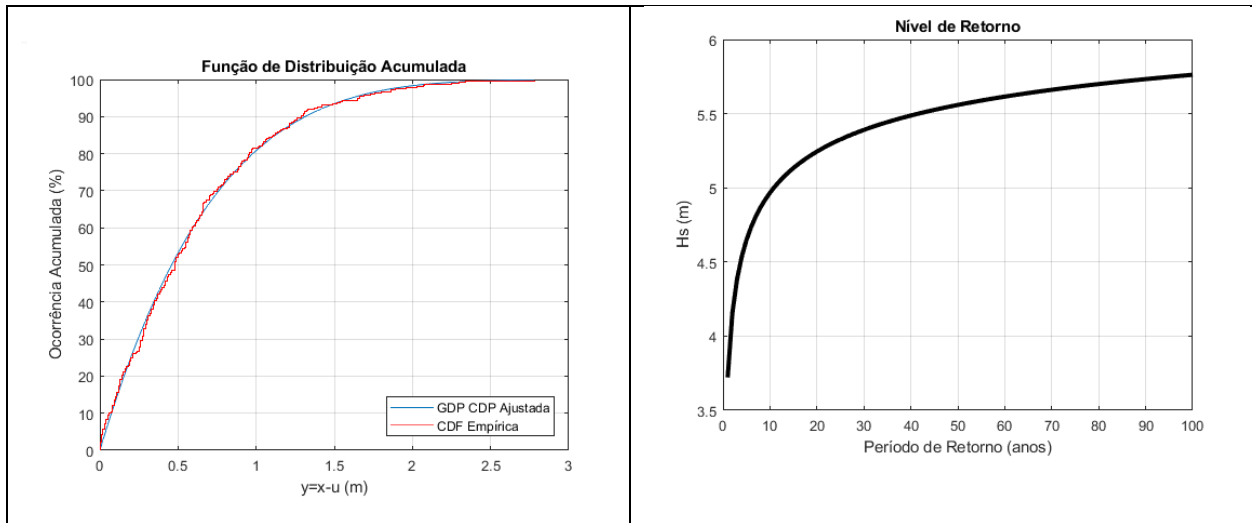
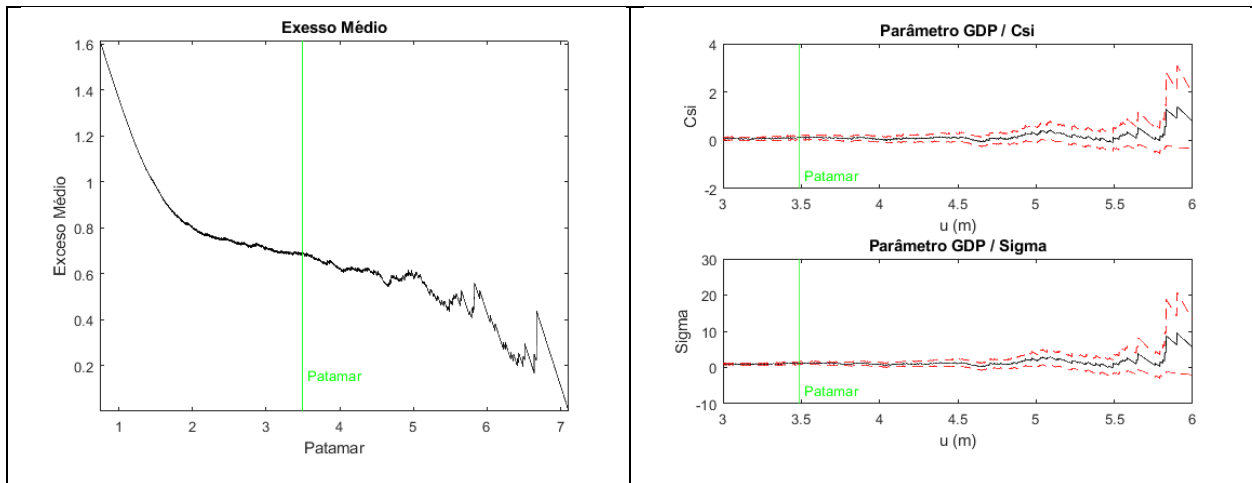


Figura 23 – POT / REG2 – Excesso Médio, Parâmetros, Gráfico Probabilidade, Gráfico Quantis, Função de Distribuição Acumulada e Nível de Retorno.

Tabela 22 – POT / REG2 – Amostra, Parâmetros e Resultados

POT/GPD -REG2						
Nu	Parâmetros GPD			Valor de Retorno [m]		
	u	ξ	σ	10 Anos	50 Anos	100 Anos
513	3.53	0.19	0.71	4.97	5.56	5.76



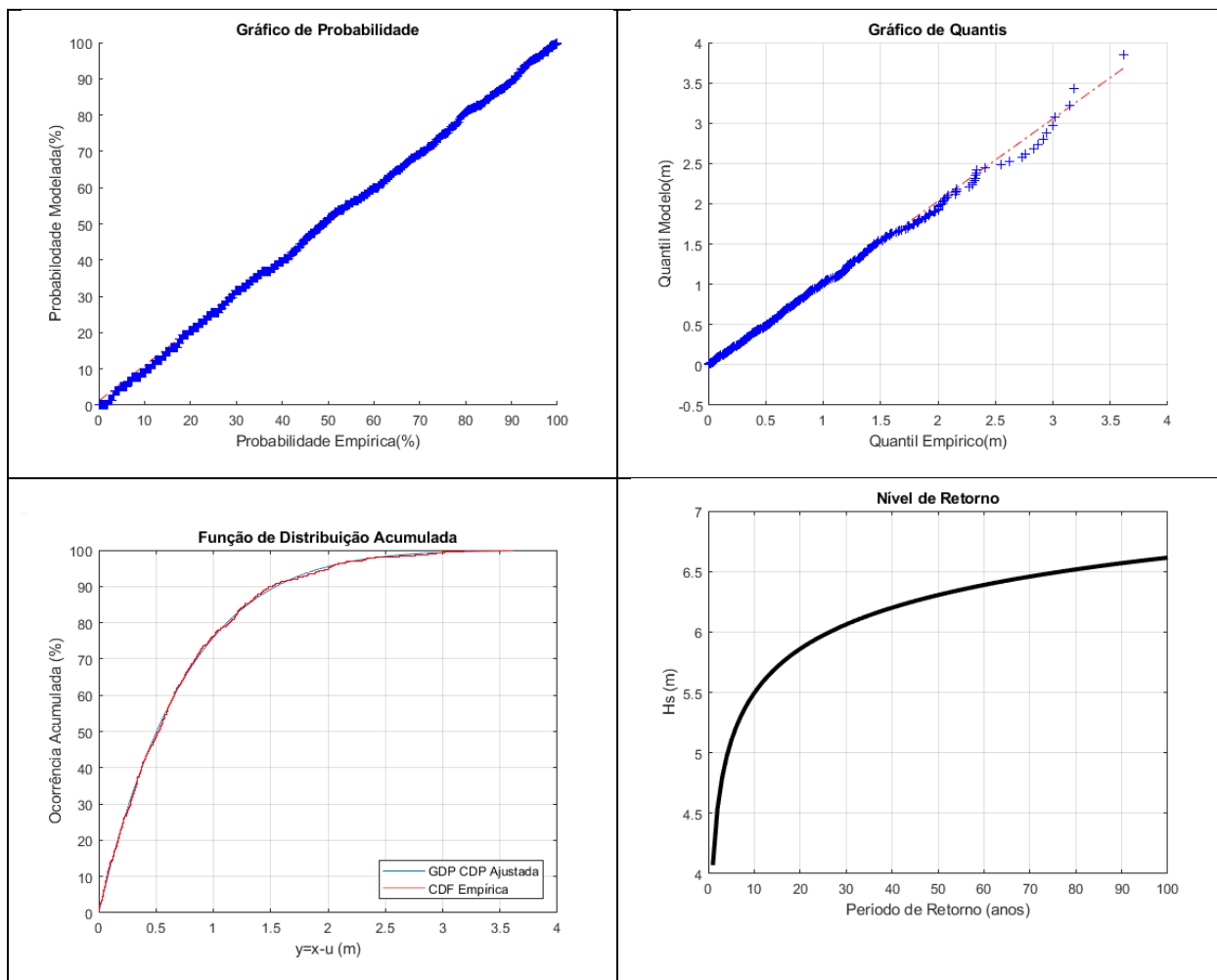


Figura 24 – POT / REG3 – Excesso Médio, Parâmetros, Gráfico Probabilidade, Gráfico Quantis, Função de Distribuição Acumulada e Nível de Retorno.

Tabela 23 – POT / REG3 – Amostra, Parâmetros e Resultados

POT/GPD -REG3						
Nu	Parâmetros GPD			Valor de Retorno [m]		
	u	ξ	σ	10 Anos	50 Anos	100 Anos
704	3.49	0.10	0.76	5.49	6.31	6.61

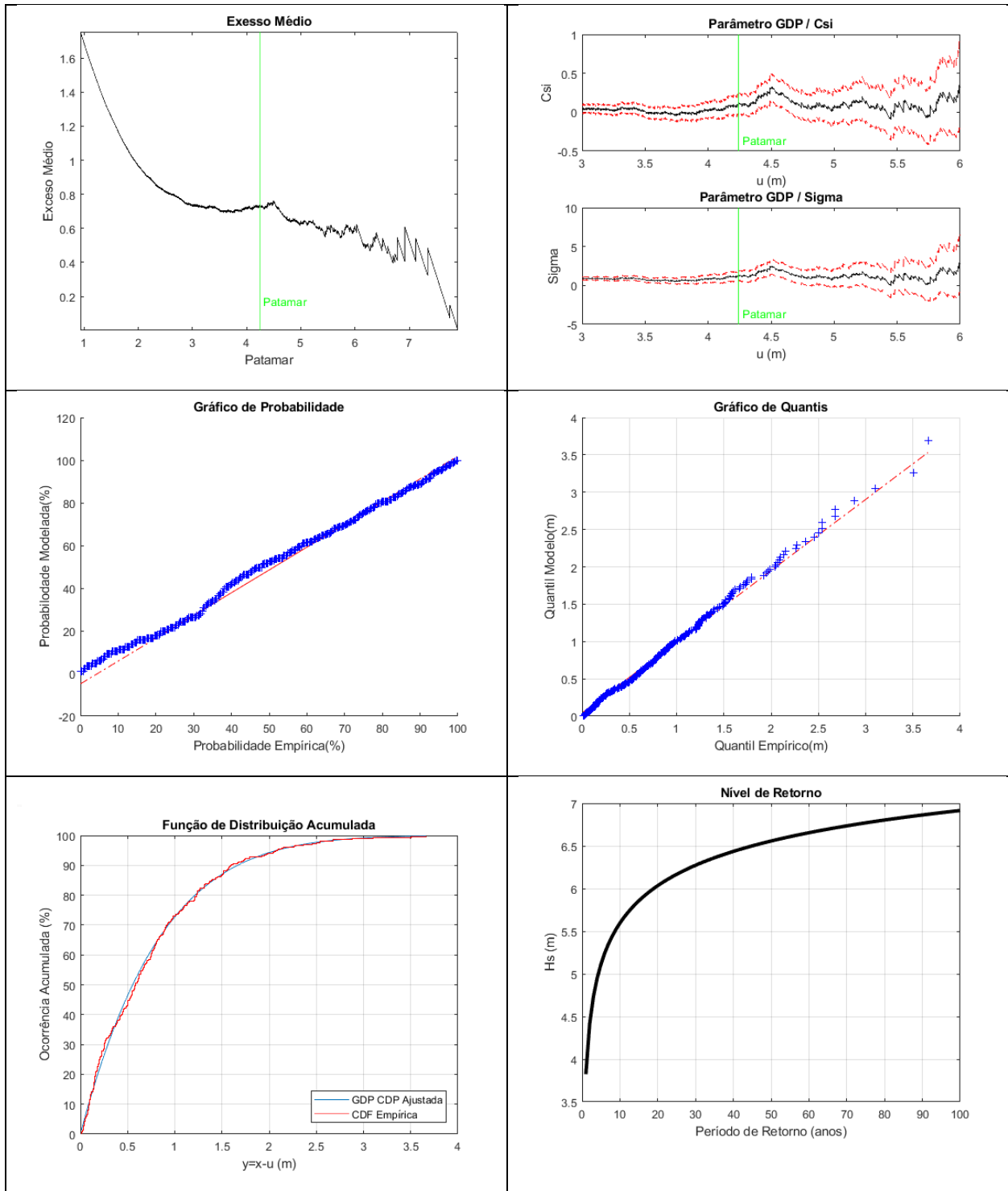
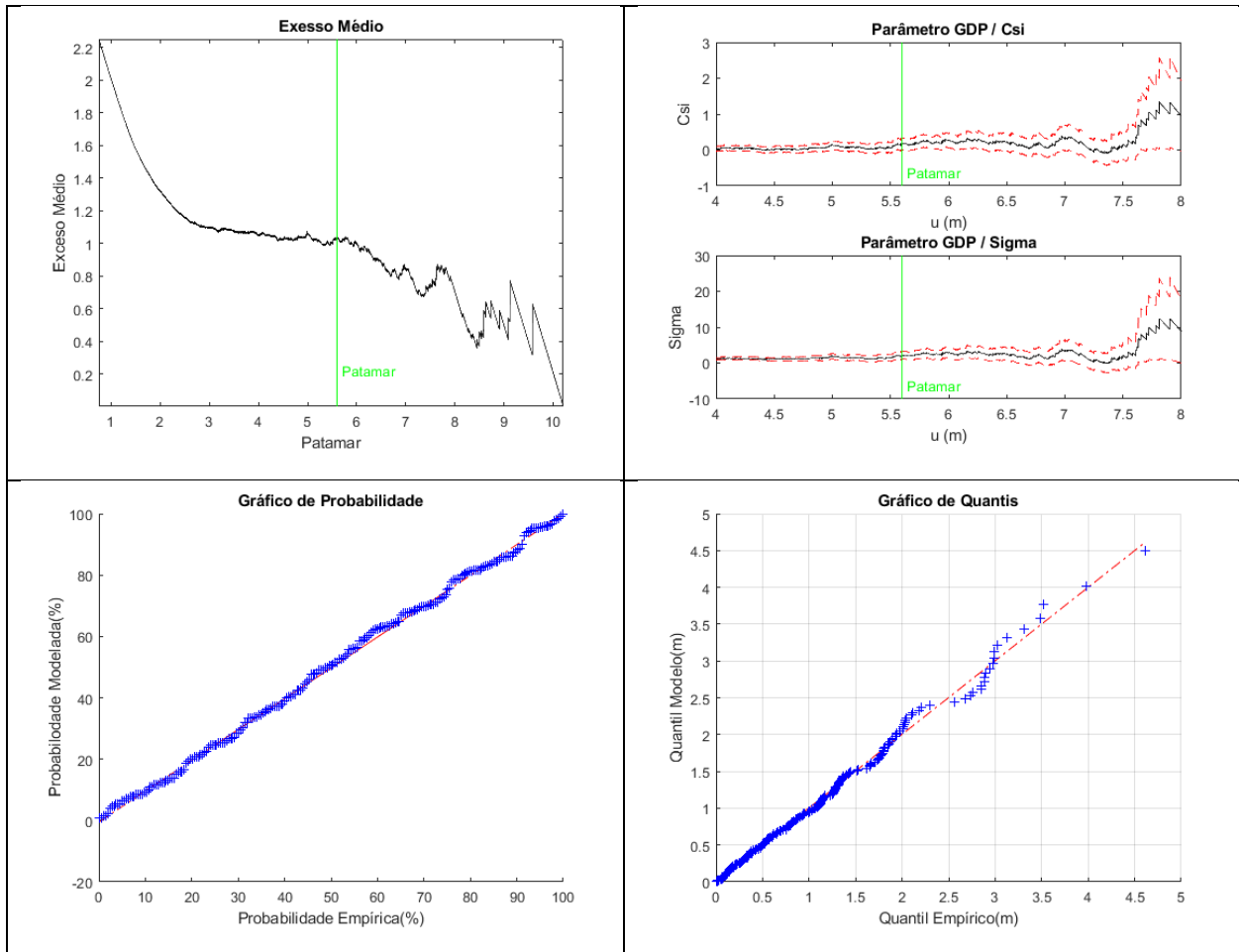


Figura 25 – POT / REG4 – Excesso Médio, Parâmetros, Gráfico Probabilidade, Gráfico Quantis, Função de Distribuição Acumulada e Nível de Retorno.

Tabela 24 – POT / REG4 – Amostra, Parâmetros e Resultados

POT/GPD -REG4						
Nu	Parâmetros GPD			Valor de Retorno [m]		
	u	ξ	σ	10 Anos	50 Anos	100 Anos
339	4.24	0.13	0.84	5.60	6.56	6.92



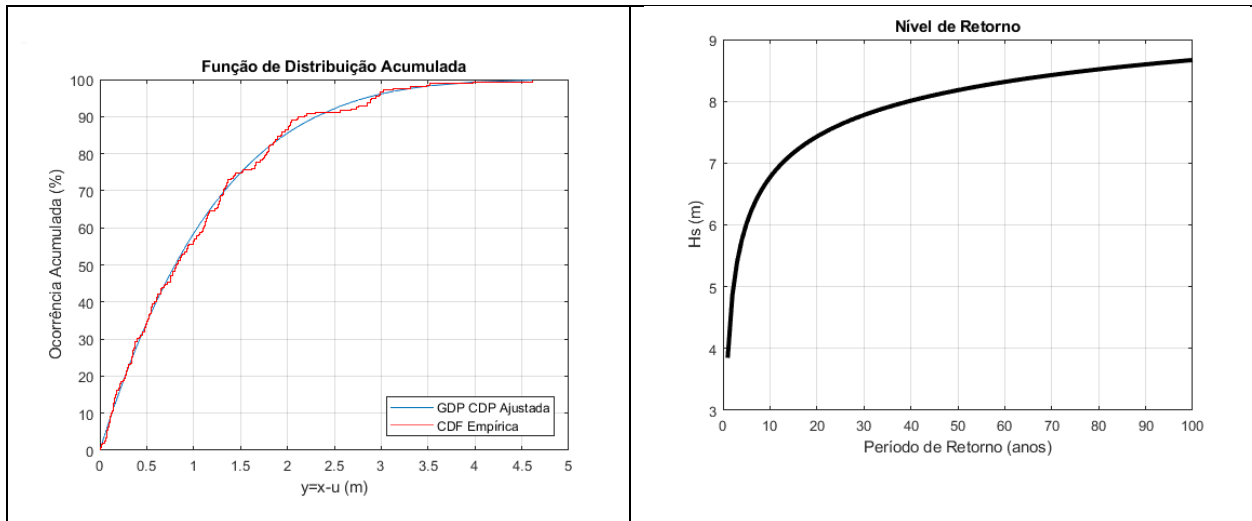


Figura 26 – POT / REG5 – Excesso Médio, Parâmetros, Gráfico Probabilidade, Gráfico Quantis, Função de Distribuição Acumulada e Nível de Retorno.

Tabela 25 – POT / REG5 – Amostra, Parâmetros e Resultados

POT/GPD -REG5						
Nu	Parâmetros GPD			Valor de Retorno [m]		
	u	ξ	σ	10 Anos	50 Anos	100 Anos
231.00	5.6	0.19	1.2338	6.77	8.18	8.67

ANEXO V – Distribuição Bivarida $H_s T_p$ LognormalxLognormal– Resultados

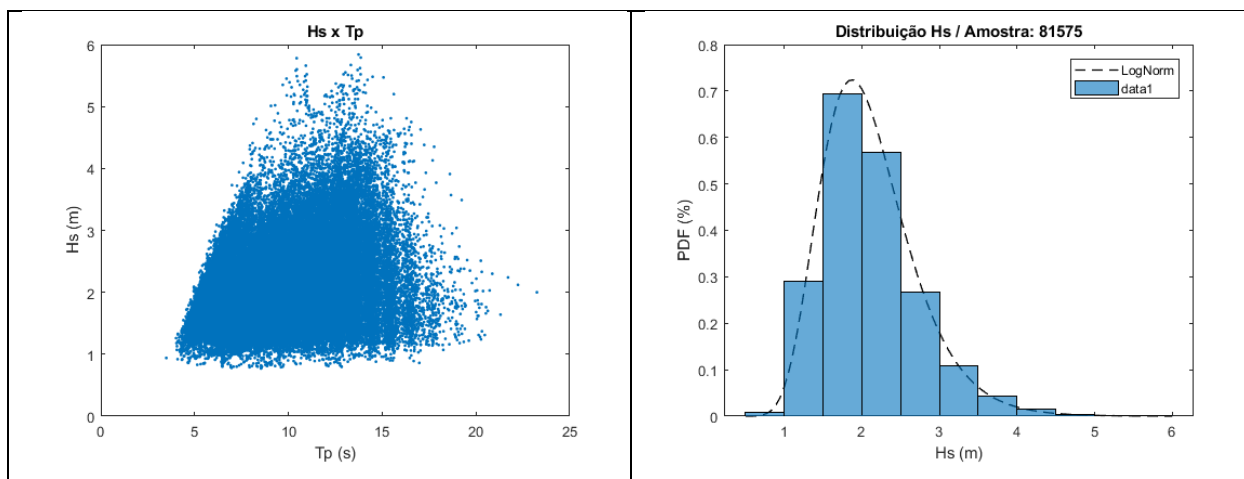
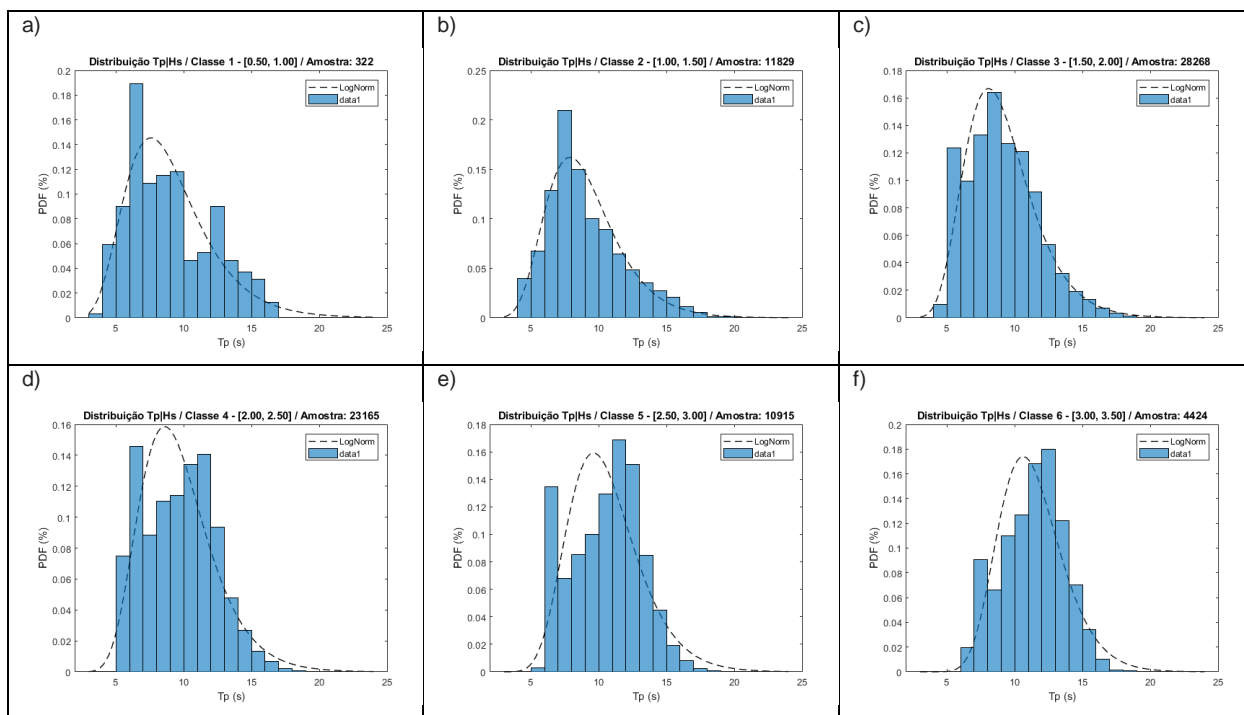


Figura 27 – $H_s \times T_p$ / PDF H_s REG1.

Tabela 26 – Parâmetros Ajuste PDF H_s REG1

Nº Obs	Min	Máx	μ	σ
81575	0.77	5.84	0.71	0.08



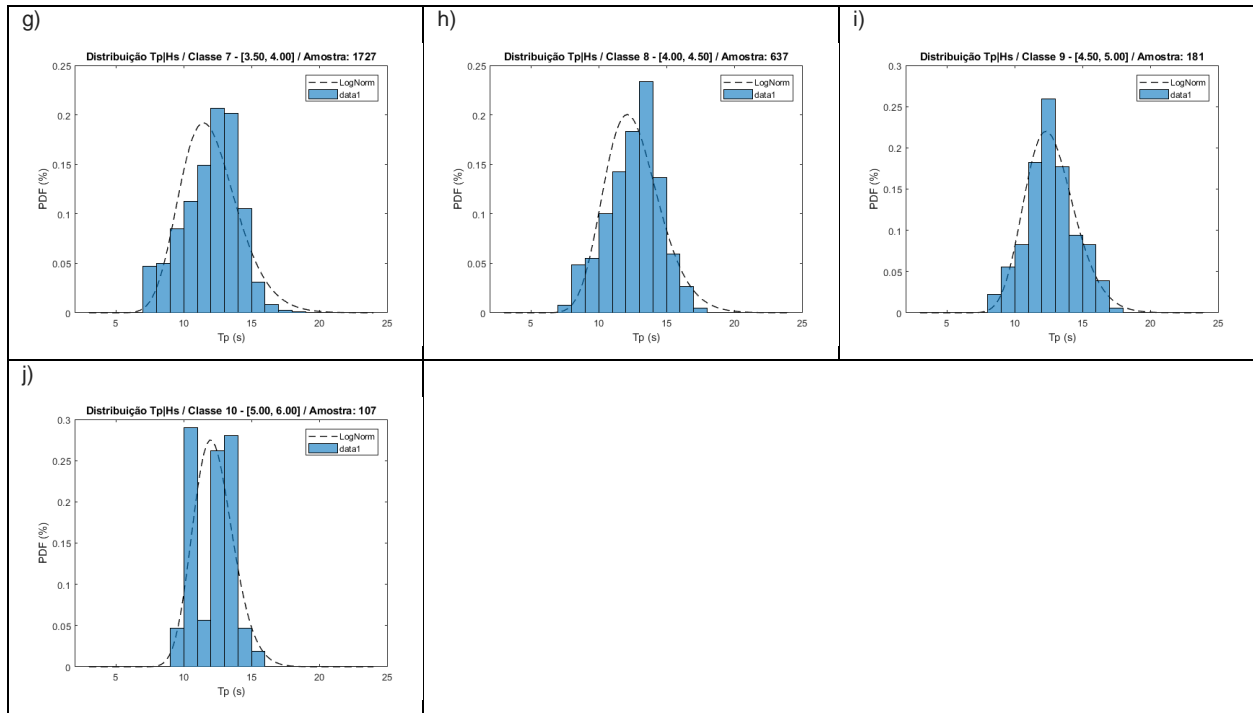


Figura 28 – PDF T_p Condicional H_s / REG1.

Tabela 27 – Parâmetros Ajuste T_p Condicional H_s / REG1

Classe	Nº Obs	Min	Máx	μ	σ	
1	[0.50,1.00]	322	3.49	16.98	2.141	0.117
2	[1.00,1.50]	11829	4.01	20.47	2.153	0.089
3	[1.50,2.00]	28268	4.4	23.25	2.168	0.081
4	[2.00,2.50]	23165	4.95	22.24	2.229	0.079
5	[2.50,3.00]	10915	5.65	20.26	2.327	0.064
6	[3.00,3.50]	4424	6.17	19.24	2.407	0.045
7	[3.50,4.00]	1727	6.99	18.67	2.470	0.032
8	[4.00,4.50]	637	7.59	17.77	2.519	0.026
9	[4.50,5.00]	181	8.14	17.05	2.531	0.021
10	[5.00,6.00]	107	9.07	15.62	2.498	0.014

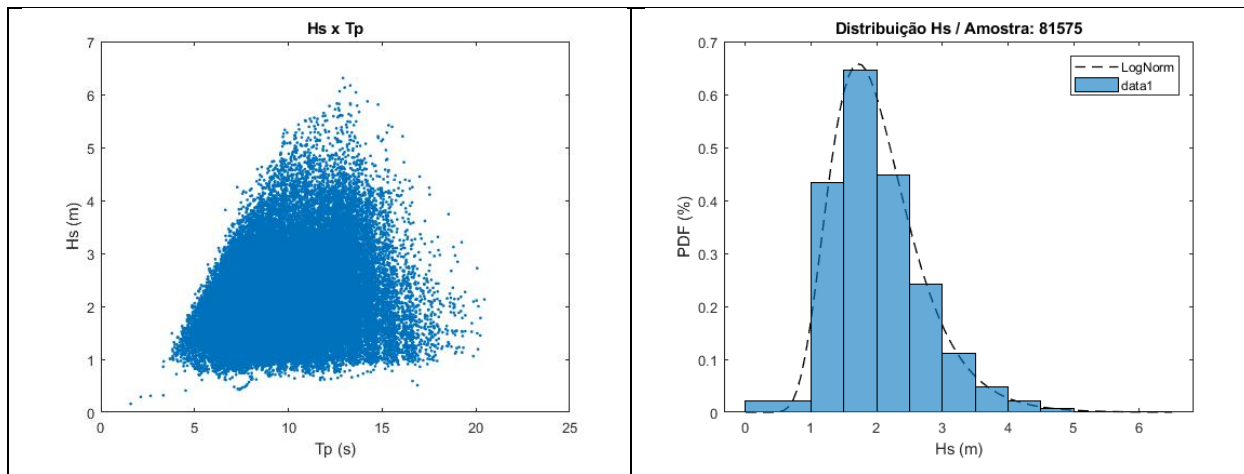


Figura 29 – $H_s \times T_p$ / PDF H_s REG2.

Tabela 28 – Parâmetros Ajuste PDF H_s REG2

Nº Obs	Min	Máx	μ	σ
81575	0.77	5.84	0.160	6.310

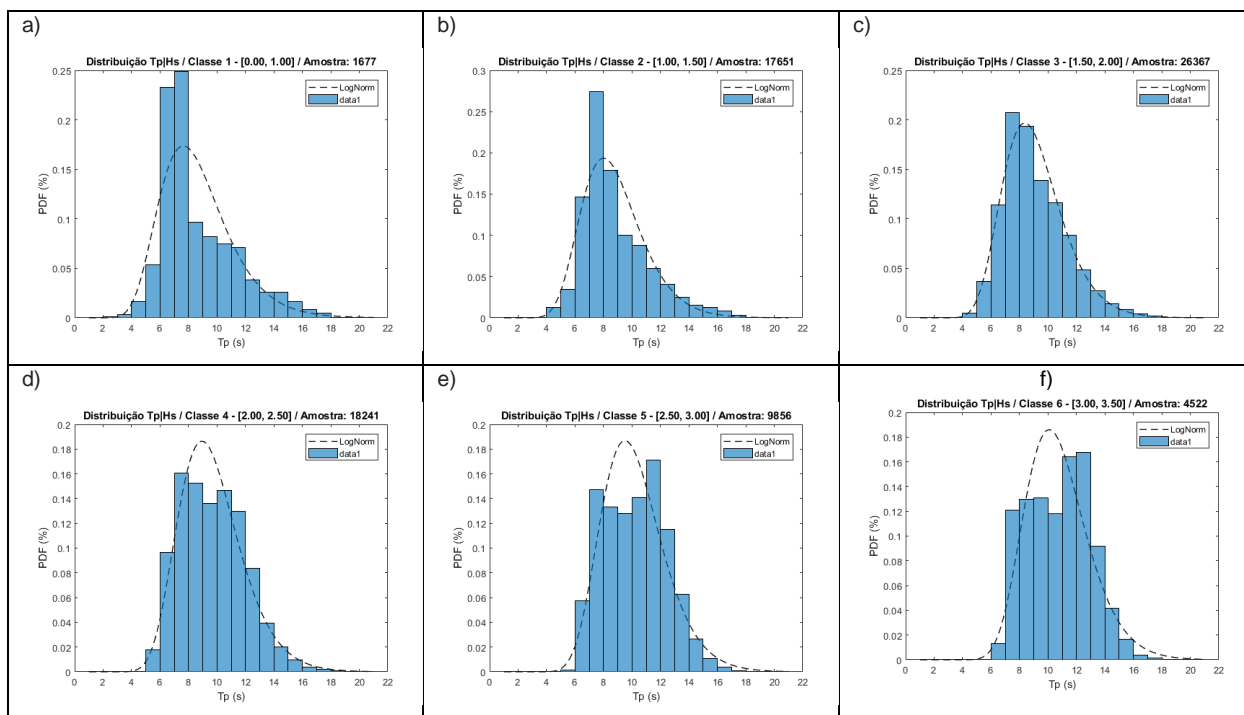


Figura 30 – PDF T_p Condicional H_s / REG2.

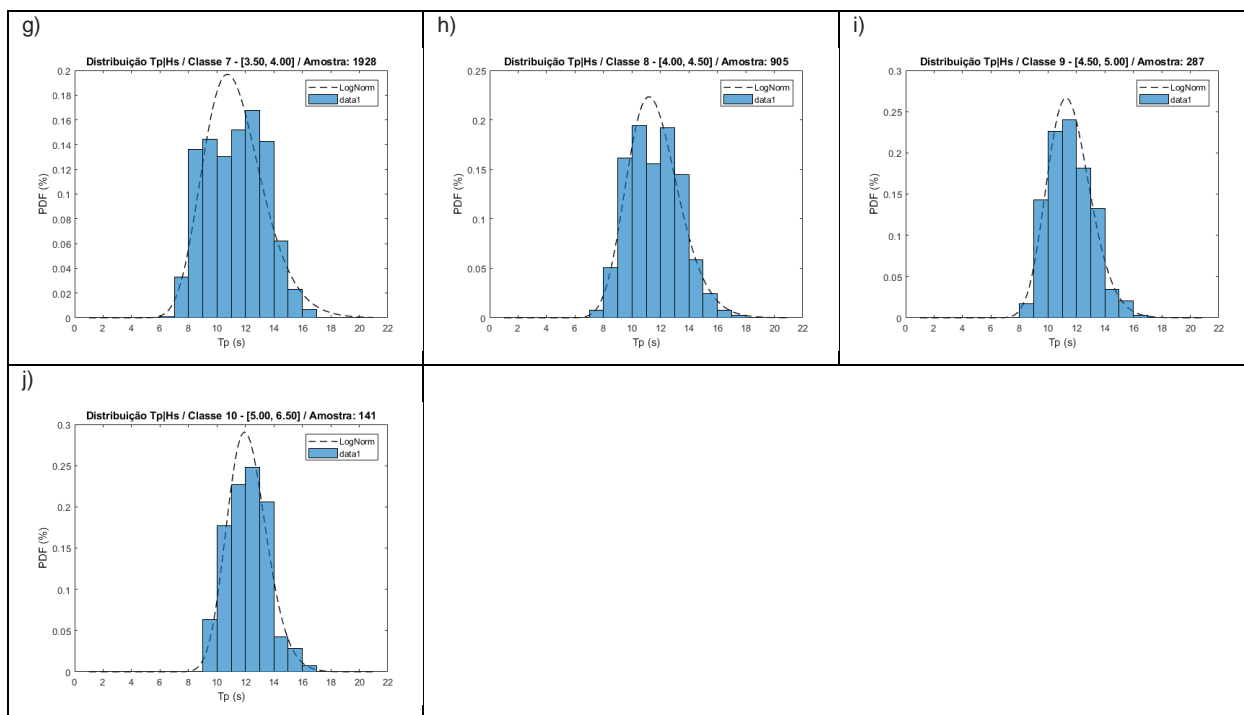


Figura 31 – PDF T_p Condicional H_s / REG2 (cont.).

Tabela 29 – Parâmetros Ajuste T_p Condicional H_s / REG2

	Classe	Nº Obs	Min	Máx	μ	σ
1	[0.00,1.00]	1677	1.59	17.93	2.116	0.083
2	[1.00,1.50]	17651	3.68	20.23	2.142	0.062
3	[1.50,2.00]	26367	4.31	20.24	2.179	0.056
4	[2.00,2.50]	18241	4.88	20.45	2.245	0.054
5	[2.50,3.00]	9856	5.67	20.06	2.300	0.048
6	[3.00,3.50]	4522	6.28	19.24	2.354	0.043
7	[3.50,4.00]	1928	6.64	18.54	2.408	0.034
8	[4.00,4.50]	905	7.27	17.53	2.440	0.025
9	[4.50,5.00]	287	8.35	16.16	2.440	0.017
10	[5.00,6.50]	141	9.68	16.09	2.493	0.013

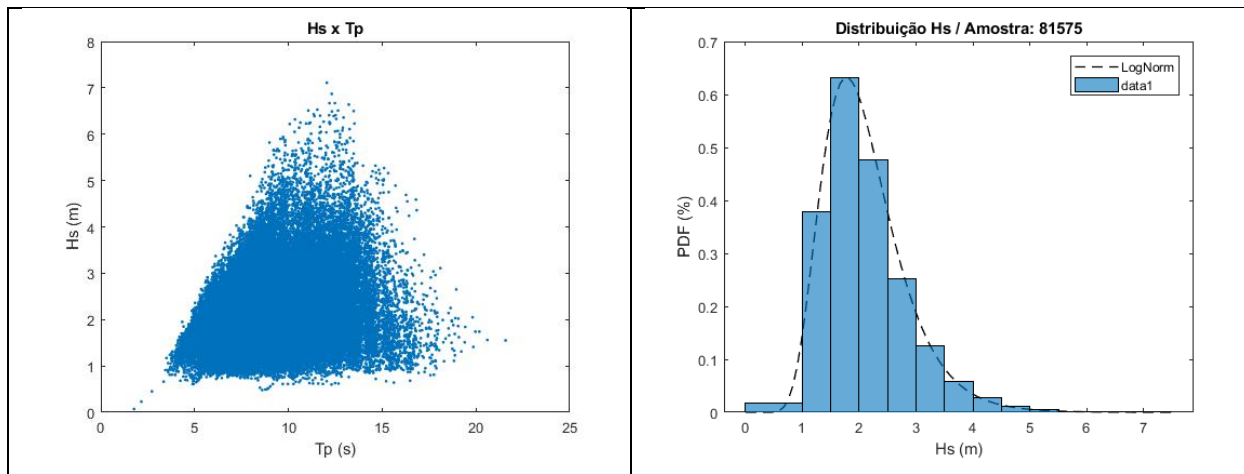


Figura 32 – $H_s \times T_p$ / PDF H_s REG3.

Tabela 30 – Parâmetros Ajuste PDF H_s REG3

Nº Obs	Min	Máx	μ	σ
81575	0.070	7.110	0.688	0.113

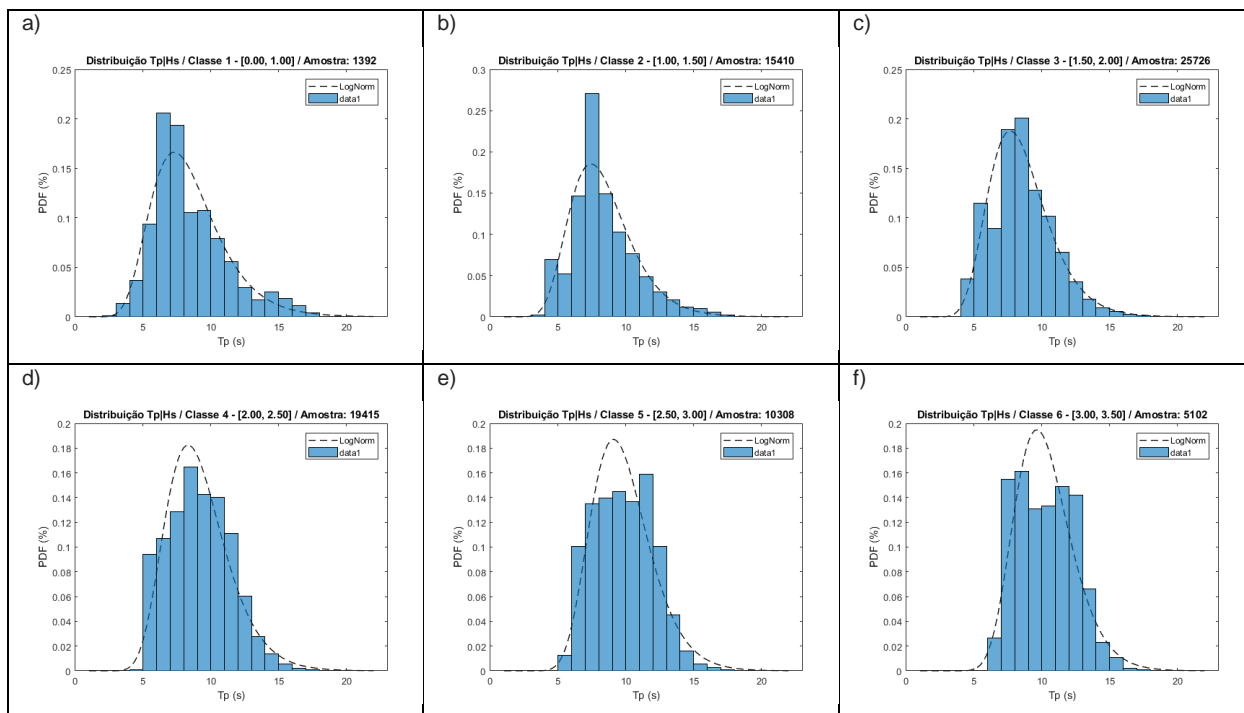


Figura 33 – PDF T_p Condicional H_s / REG3.

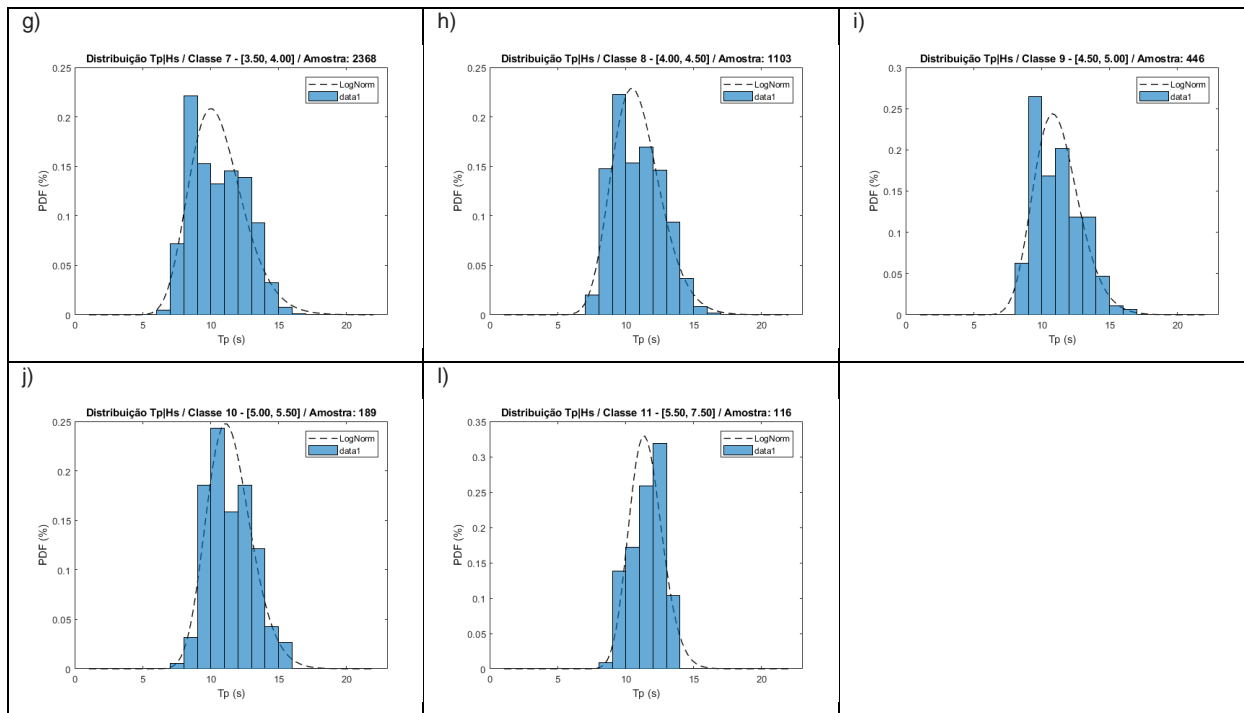


Figura 34 – PDF T_p Condicional H_s / REG3 (cont.).

Tabela 31 – Parâmetros Ajuste T_p Condicional H_s / REG3

Classe	Nº Obs	Min	Máx	μ	σ	
1	[0.00,1.00]	1392	1.77	17.89	2.085	0.098
2	[1.00,1.50]	15410	3.50	19.86	2.083	0.078
3	[1.50,2.00]	25726	4.12	21.58	2.108	0.071
4	[2.00,2.50]	19415	4.85	19.82	2.183	0.065
5	[2.50,3.00]	10308	5.27	18.95	2.259	0.052
6	[3.00,3.50]	5102	5.96	18.10	2.308	0.043
7	[3.50,4.00]	2368	6.55	16.72	2.339	0.035
8	[4.00,4.50]	1103	7.23	16.84	2.373	0.027
9	[4.50,5.00]	446	8.10	16.80	2.402	0.022
10	[5.00,5.50]	189	7.96	15.32	2.427	0.021
11	[5.00,7.50]	116	8.99	13.52	2.439	0.011

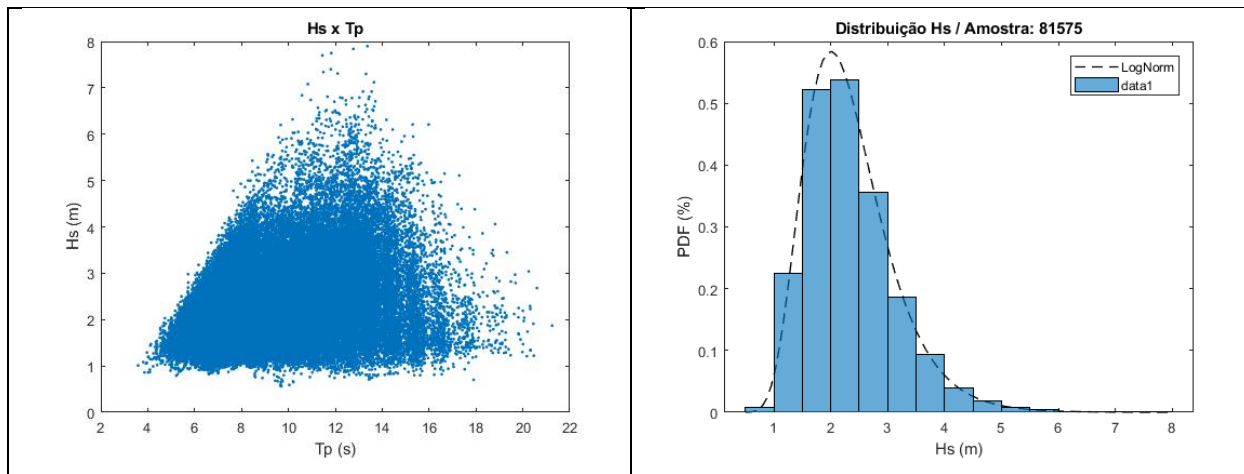


Figura 35 – $H_s \times T_p$ / PDF H_s REG4.

Tabela 32 – Parâmetros Ajuste PDF H_s REG4

Nº Obs	Min	Máx	μ	σ
81575	0.56	7.90	0.799	0.105

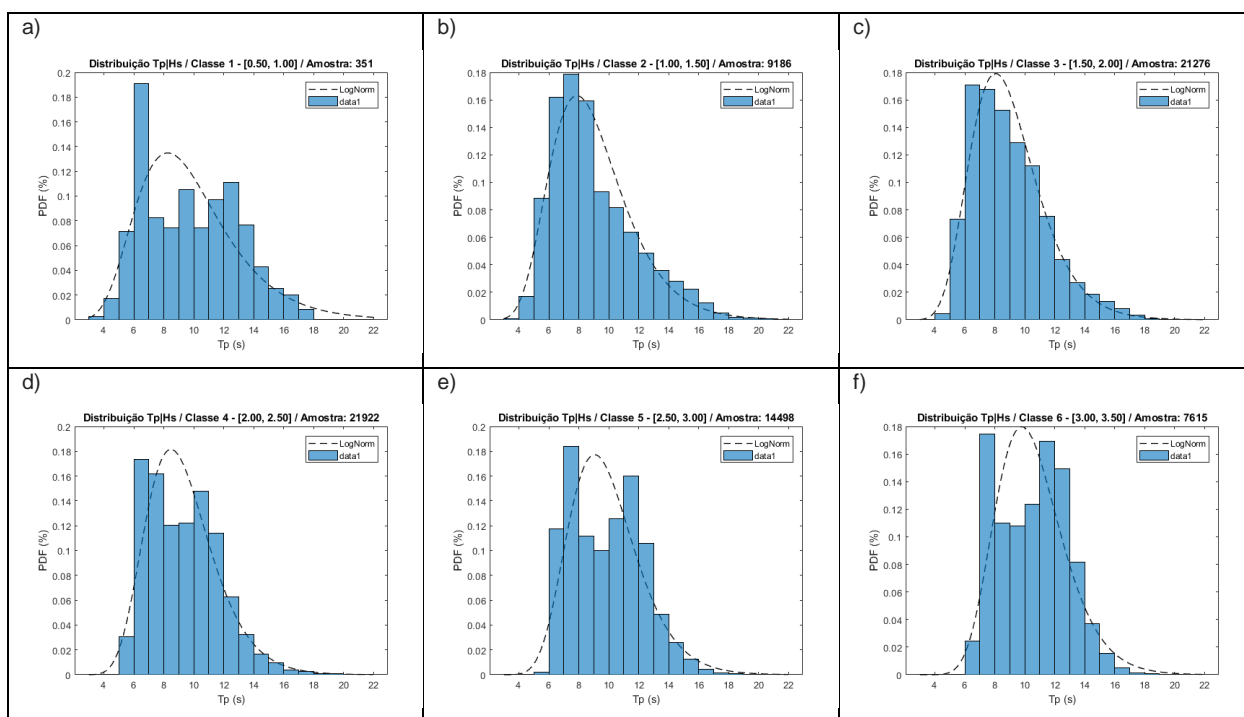


Figura 36 – PDF T_p Condicional H_s / REG4.

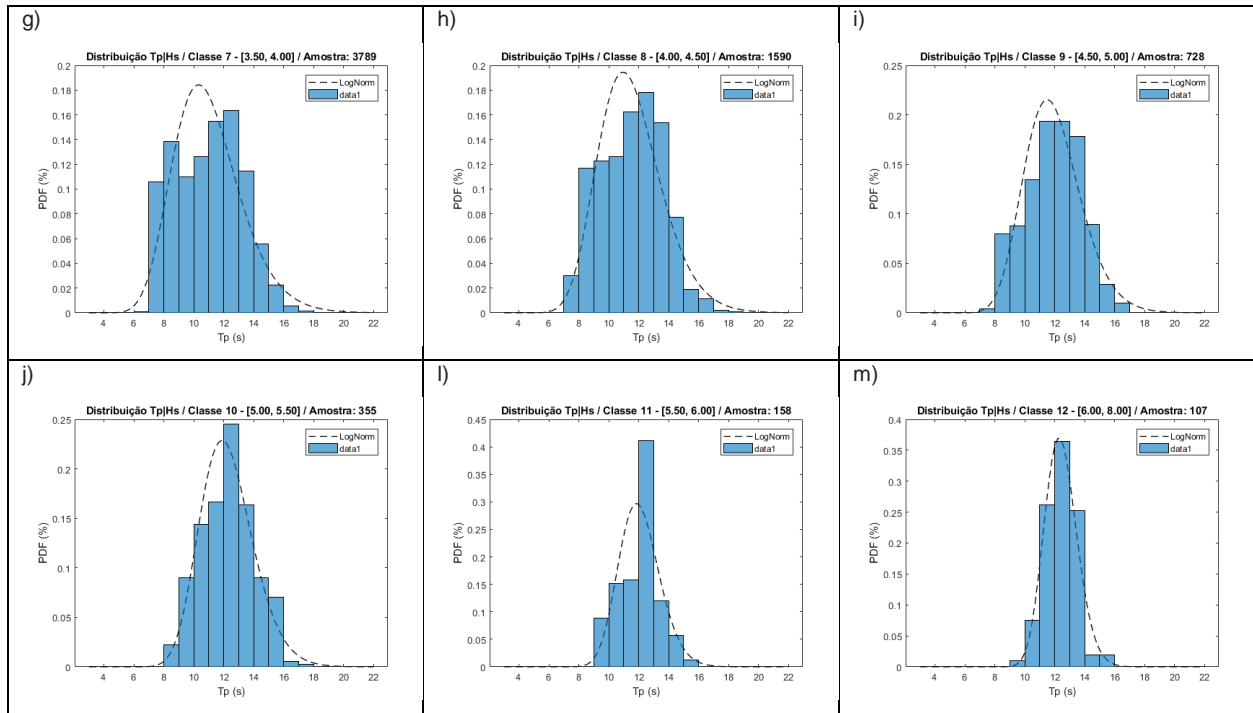


Figura 37 – PDF T_p Condicional H_s / REG4 (cont.).

Tabela 33 – Parâmetros Ajuste T_p Condicional H_s / REG4

Classe	Nº Obs	Min	Máx	μ	σ	
1	[0.5,1.00]	351	3.86	17.90	2.226	0.114
2	[1.00,1.50]	9186	3.59	20.47	2.152	0.088
3	[1.50,2.00]	21276	4.35	21.25	2.157	0.071
4	[2.00,2.50]	21922	4.73	20.32	2.200	0.063
5	[2.50,3.00]	14498	5.71	20.60	2.262	0.058
6	[3.00,3.50]	7615	6.10	20.25	2.331	0.049
7	[3.50,4.00]	3789	6.71	18.28	2.377	0.042
8	[4.00,4.50]	1590	7.28	18.82	2.428	0.034
9	[4.50,5.00]	728	7.65	16.50	2.467	0.025
10	[5.00,5.50]	355	8.46	17.29	2.497	0.021
11	[5.50,6.00]	158	9.12	15.35	2.485	0.013
12	[6.00,8.00]	107	9.67	15.98	2.516	0.008

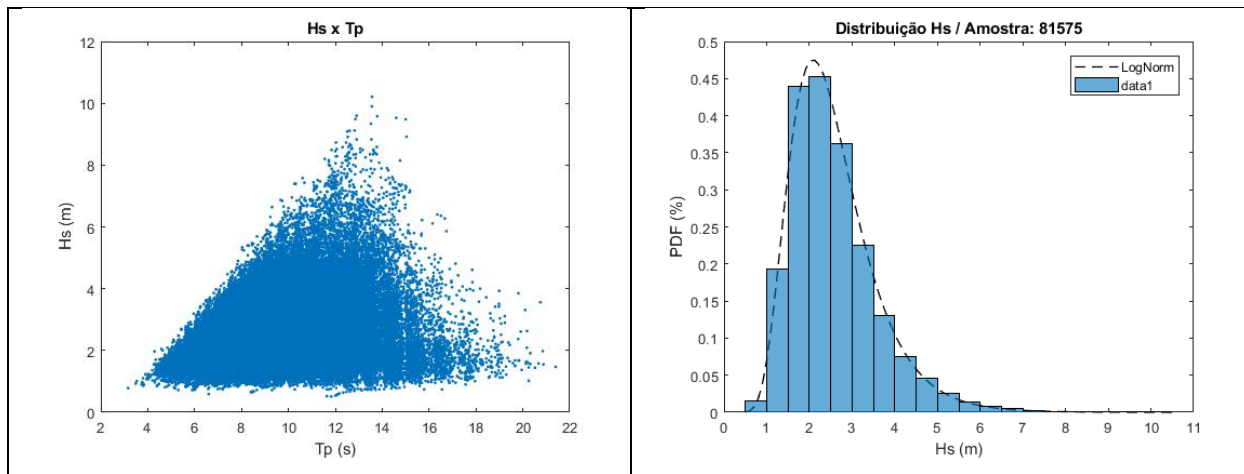


Figura 38 – $H_s \times T_p$ / PDF H_s REG5.

Tabela 34 – Parâmetros Ajuste PDF H_s REG5

Nº Obs	Min	Máx	μ	σ
81575	0.51	10.21	0.876	0.141

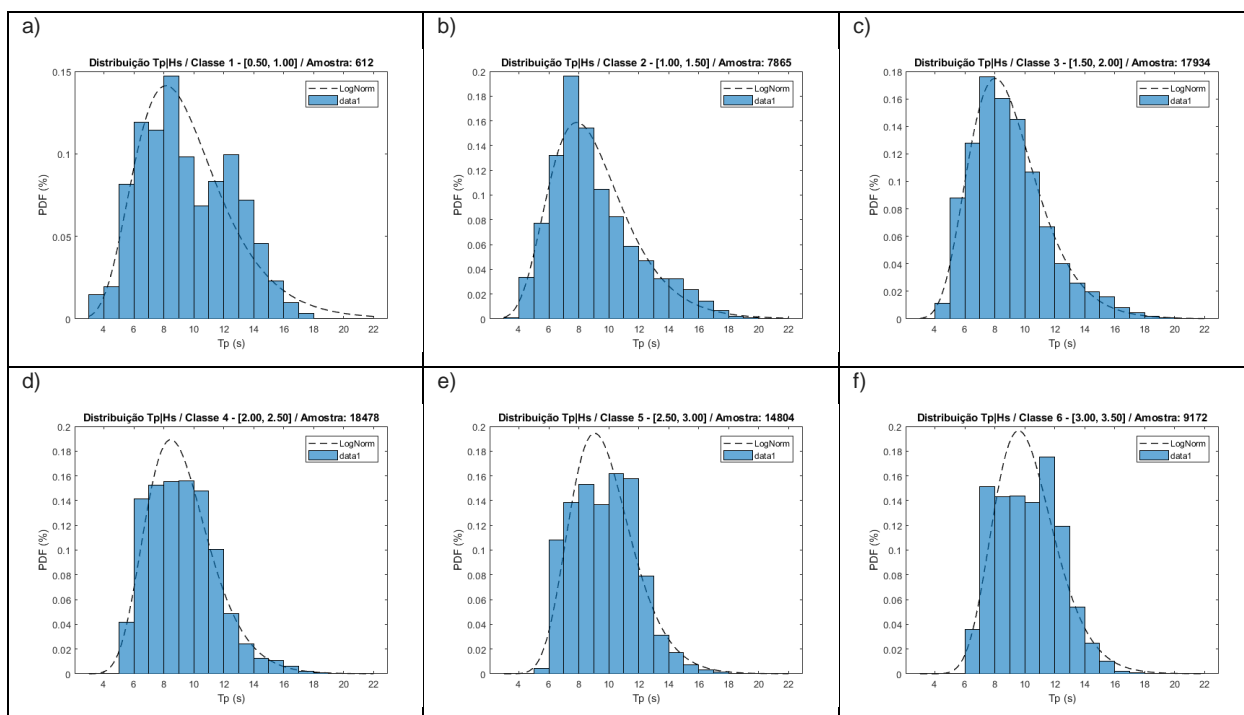


Figura 39 – PDF T_p Condicional H_s / REG5.

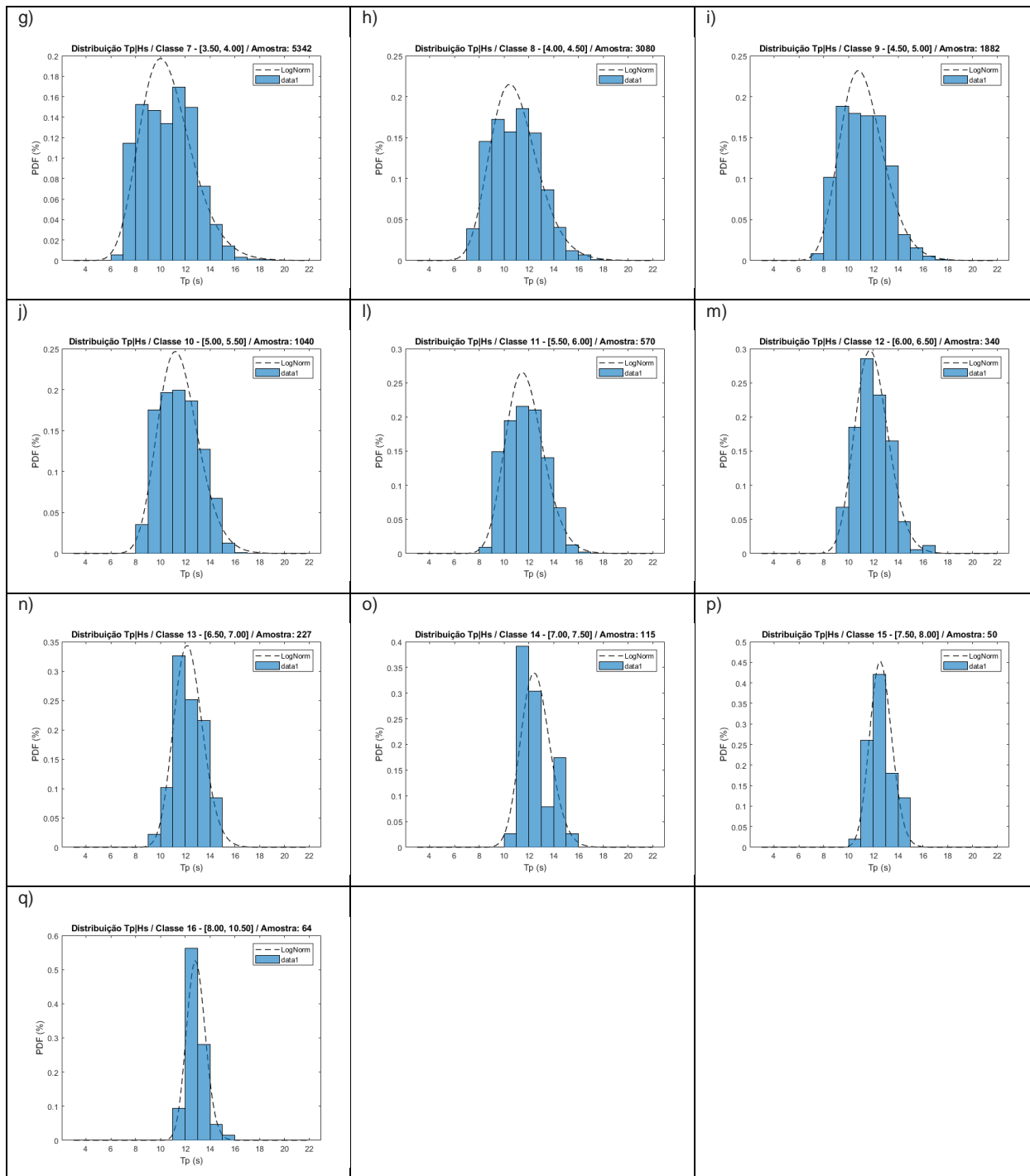


Figura 40 – PDF T_p Condicional H_s / REG5 (cont.).

Tabela 35 – Parâmetros Ajuste T_p Condicional H_s / REG5

	Classe	Nº Obs	Min	Máx	μ	σ
1	[0.50,1.00]	612	3.16	17.56	2.206	0.108
2	[1.00,1.50]	7865	3.53	21.40	2.156	0.093
3	[1.50,2.00]	17934	4.26	20.88	2.157	0.075
4	[2.00,2.50]	18478	4.58	20.17	2.194	0.058
5	[2.50,3.00]	14804	5.43	20.18	2.252	0.049
6	[3.00,3.50]	9172	5.96	20.10	2.303	0.043
7	[3.50,4.00]	5342	6.48	20.75	2.343	0.039
8	[4.00,4.50]	3080	7.12	17.85	2.378	0.030
9	[4.50,5.00]	1882	7.56	17.84	2.405	0.025
10	[5.00,5.50]	1040	8.03	16.24	2.436	0.020
11	[5.50,6.00]	570	8.66	16.74	2.456	0.017
12	[6.00,6.50]	340	9.23	16.67	2.475	0.013
13	[6.50,7.00]	227	9.30	14.99	2.506	0.009
14	[7.00,7.50]	115	10.26	15.19	2.529	0.009
15	[7.50,8.00]	50	10.60	14.47	2.535	0.005
16	[8.00,10.00]	64	11.55	15.04	2.555	0.003