



## **Projeto de jantes em compósito fibra de carbono para uma mota**

**Gonçalo Alexandre Lourenço Pereira**

Dissertação para Obtenção do Grau de Mestre em

**Engenharia Mecânica**

Orientadores: Prof. Luís Alberto Gonçalves de Sousa

Prof. José Arnaldo Pereira Leite Miranda Guedes

**Júri**

Presidente: Prof. João Orlando Marques Gameiro Folgado

Orientador: Prof. Luís Alberto Gonçalves de Sousa

Vogal: Prof. Aurélio Lima Araújo

**Maio 2017**



## Agradecimentos

Aos meus avós, mãe e irmã pelo apoio prestado ao longo do meu percurso acadêmico.

Aos meus orientadores, um obrigado pelo apoio na concepção e compreensão dos resultados obtidos.

Aos meus amigos que me acompanharam no *Projeto FST*, sem eles a nossa aprendizagem e experiência adquirida não seria possível.

E finalmente à minha namorada, Catarina Fragoso, que me ajudou nos momentos mais difíceis a concluir esta etapa da minha vida.



## Resumo

Este trabalho consiste no projeto e na elaboração do desenho de uma jante em material compósito para um motociclo. A jante projetada é composta por diferentes partes essenciais tendo em conta o método de manufatura e o funcionamento. A peça está dividida em três componentes principais, a jante em si, dois cubos exteriores que possibilitam o suporte dos discos e rolamentos, e um cubo interior para facilitar a manufatura e o suporte do cubo exterior. Todo o método de manufatura foi desenvolvido em conjunto com uma otimização estrutural da peça e o seu projeto do ponto de vista mecânico e estrutural.

As Normas para o formato do contorno e para os carregamentos em jantes de liga leve foram utilizadas para garantir uma peça que cumpra os requisitos de entidades de certificação. Os materiais utilizados no conjunto de peças da jante foram um compósito reforçado por fibras de carbono, para a jante, e uma liga de alumínio para os cubos.

Uma otimização de topologia foi aplicada ao cubo exterior de maneira a obter uma geometria otimizada à rigidez para os estrangimentos de manufatura.

Uma metodologia de otimização de compósitos reforçados por fibras foi desenvolvida para este tipo de geometria de maneira a obter formatos de camadas a aplicar e a quantidade de camadas de cada orientação a utilizar, considerando estes formatos e a sequência de empilhamento destas camadas.

Para melhorar os resultados dos elementos finitos, o modelo final otimizado da jante foi estudado com recurso a elementos quadráticos para tentar obter uma melhor aproximação dos resultados.

**Palavras-chave:** Motociclo, Jante, Otimização, Compósitos, Fibra de carbono



## Abstract

Design of a composite wheel for a motorcycle composed by different essential parts to the manufacturing method and function. The final part is divided in three crucial components: the wheel, two exterior hubs which accommodate the brake discs and bearings, and an internal hub needed for the manufacture and the external hub solid support. The manufacturing method was developed in line with the design of the part.

Standards were used to get the rim contour and alloy wheel load requirements in order to assure that the wheel fulfils certification entities requests. The materials used in the assembly of parts were a carbon fibre reinforced plastic for the wheel and an aluminium alloy for the hubs.

A topology optimization was made to the exterior hub in order to obtain an optimized structure for stiffness including the manufacturing constraints.

An optimization methodology for carbon fibre reinforced plastic was developed for this kind of geometry in order to obtain the ply shapes to apply, the number of plies to use of each shape and the stacking sequence of this plies.

To improve the results of the finite element method, quadratic elements were used in the final optimized model of the wheel in order to obtain a better approximation of the results.

**Keywords:** Motorcycle, Wheel, Optimization, Composites, Carbon fiber





## Conteúdo

<b>Agradecimentos</b> .....	III
<b>Resumo</b> .....	V
<b>Abstract</b> .....	VII
Lista de Tabelas .....	XIII
Lista de figuras .....	XV
<i>Nomenclatura</i> .....	XIX
1. Introdução.....	1
2. Definição da geometria base.....	4
2.1. Número de raios.....	4
2.2. Contorno .....	4
2.3. Cubo .....	6
2.4. Ligação do cubo à jante.....	7
3. Requisitos de projeto .....	8
3.1. Rigidez vertical e <i>Compliance</i> .....	8
4. Material compósito reforçado por fibras.....	10
4.1. Macro mecânica: Comportamento de uma lâmina .....	10
4.2. Micromecânica: Constituintes de uma lâmina.....	12
4.3. Macro mecânica: Definição do laminado.....	13
5. Método dos Elementos Finitos .....	15
5.1. Análise estática linear .....	15
5.2. Tipos de elementos utilizados.....	15
5.2.1. Elementos rígidos.....	15
5.2.2. Elemento 1D.....	16
5.2.3. Elemento 2D.....	17
5.2.4. Elementos 3D .....	18
5.3. Elementos finitos no material compósito laminado .....	19
5.4. Critérios de falha .....	20
5.4.1. Metais – von Mises.....	20
5.4.2. Critério de Tsai-Hill .....	20
5.4.3. Critério de falha inter-laminar.....	21

6.	Projeto da jante.....	22
6.1.	Escolha de Material.....	22
6.2.	Considerações de projeto .....	26
6.2.1.	Ligação aparafusada.....	28
6.2.2.	Fator de segurança.....	31
6.2.3.	Carregamentos utilizados.....	31
6.3.	Geometria .....	35
6.3.1.	Jante .....	35
6.3.2.	Cubo .....	36
6.4.	Método de manufatura da jante.....	39
7.	Teoria de otimizações utilizadas .....	42
7.1.	Otimização topológica.....	43
7.2.	Otimização Dimensional ( <i>Free-size/size</i> ).....	43
7.3.	Otimização de forma.....	43
7.4.	Otimização de empilhamento.....	44
7.5.	Função objetivo na definição inicial da geometria .....	44
7.6.	Constrangimentos de manufatura durante a otimização .....	45
7.7.	Metodologia de otimização de compósitos utilizada .....	45
7.8.	Otimização da peça .....	46
7.8.1.	Forma do cubo .....	46
7.9.	Jante .....	52
7.9.1.	Inclinação dos raios .....	52
7.9.2.	Aplicação de cargas e condições fronteira para o estudo da jante .....	55
7.9.3.	Convergência de malha .....	57
7.9.4.	Divisão da geometria para criação da malha e orientação de elementos.....	58
7.9.5.	Otimização Free-size de camadas .....	61
7.9.6.	Otimização de espessura de camadas .....	67
7.9.7.	Otimização de empilhamento de camadas.....	70
7.10.	Estudo estrutural em elementos finitos.....	73
7.10.1.	Cubo .....	73
7.10.2.	Jante .....	76
7.10.3.	Análise dos resultados.....	79
8.	Conclusões.....	80
8.1.	Trabalho futuro .....	82
	Referências.....	83

<b>Anexos</b> .....	85
8.2. Anexo A – Requisito de projeto para as frequências naturais do sistema.....	85
8.3. Anexo B – Imagens ilustrativas dos modos de falha de uma ligação aparafusada.....	87
8.4. Anexo C – Fórmulas de projeto aplicadas ao cubo e para cálculo de parafusos, roscas e rolamentos .....	87
<b>Anexo C.1 – Fórmulas de projeto aplicadas aos apoios dos parafusos no cubo</b> .....	87
<b>Anexo C.2 – Fórmulas de projeto aplicadas para o cálculo de parafusos</b> .....	87
<b>Anexo C.3 – Fórmulas de projeto aplicadas a roscas</b> .....	88
<b>Anexo C.4 – Fórmulas de projeto aplicadas aos rolamentos</b> .....	88
<b>Anexo C.5 – Fórmulas de projeto aplicadas para a determinação das dimensões da secção circular do cubo</b> .....	89
8.5. Anexo D – Resultados obtidos no estudo de elementos finitos do cubo exterior.....	90



## Lista de Tabelas

Tabela 1 - Dimensões utilizadas no contorno .....	6
Tabela 2 - Propriedades de fibras cedidas pelo Projeto FST .....	25
Tabela 3 - Propriedades do Alumínio 7075 - T6 .....	26
Tabela 4 - Carregamentos no ponto de aplicação da força .....	34
Tabela 5 - Carregamentos no cubo .....	35
Tabela 6 - Dados e fatores de segurança dos parafusos da ligação entre o cubo e a jante .....	37
Tabela 7 - Tensões e fatores de segurança nos apoios .....	37
Tabela 8 - Tensões e fatores de segurança nos suportes e nos parafusos do disco .....	37
Tabela 9 - Cálculos para a escolha do rolamento .....	38
Tabela 10 - Determinação de dimensões de um veio equivalente .....	38
Tabela 11 - Valores da massa final da jante .....	81
Tabela 12 - Valores de momento de inércia de rotação final da jante .....	82



## Lista de figuras

Fig. 1 - Exemplo de aplicação da roda completa.....	2
Fig. 2 - Ilustração do "Contact Patch" .....	2
Fig. 3 - Fundamentos para o projeto da jante.....	2
Fig. 4 - Espaço para a chave de montagem dos parafusos.....	4
Fig. 5 - Forma do contorno utilizado (Retirado de ISO 4249-3:2010 [3]).....	5
Fig. 6 - Opção de centro do contorno para facilitar montagem do pneu (Retirado de ISO 4249-3:2010 [3]).....	5
Fig. 7 - Dimensões para montagem do pneu .....	6
Fig. 8 - Disco de travão utilizado neste tipo de mota (Marca: <i>BREMBO</i> , 300 mm) .....	7
Fig. 9 - Conjunto peças do cubo interior .....	7
Fig. 10 - Modelo massa-mola-amortecedor para metade da mota.....	9
Fig. 11 - Influência da rigidez da jante na rigidez equivalente .....	9
Fig. 12 - Lâmina unidirecional .....	10
Fig. 13 - Variação hipotética da extensão e tensão na espessura do laminado .....	11
Fig. 14 - Rotação de coordenadas. ....	12
Fig. 15 - Constituintes de uma lâmina.....	12
Fig. 16 - Definição de laminado.....	13
Fig. 17 - Definição de $zk$ (Retirado de [5]) .....	14
Fig. 18 - Carregamentos no plano num laminado (Retirado de [5]) .....	14
Fig. 19 - Momentos num laminado (Retirado de [5]) .....	14
Fig. 20 - Exemplo de malha de elementos rígidos a 3 dimensões .....	16
Fig. 21 - Graus de liberdade nos elementos 2D utilizados (Retirado de [8]) .....	18
Fig. 22 - Tensões no bordo de um laminado com orientações $0^\circ/90^\circ$ (Retirado de [9]) .....	19
Fig. 23 - Diagrama de blocos para comparar metal com compósito .....	22
Fig. 24 - Constituintes de um compósito reforçado por fibras .....	22
Fig. 25 - Tamanho de fibras que podem ser utilizados .....	23
Fig. 26 - Tipos de fibra que podem ser utilizados.....	23
Fig. 27 - Resistência mecânica de resinas (Retirada de [12]) .....	23
Fig. 28 - Comparação entre alguns compósitos vs. metais (Retirado de [9]) .....	24
Fig. 29 - Tipos de fibra (Retirado de [9]).....	24
Fig. 30 - Custo relativo dos diferentes tipos de fibra de carbono (Retirado de [9]) .....	25
Fig. 31 - Resistência à fadiga de <i>CFRP</i> em comparação com o Alumínio 7075-T6 (Retirado de [9]) .....	27
Fig. 32 - Resistência à fadiga específica de diferentes materiais (Retirado de [9]).....	27
Fig. 33 - Distâncias de referência de uma ligação aparafusada .....	29
Fig. 34 - Resistência de uma ligação aparafusada em função de " $e/d$ " e " $w/d$ " (Retirado de [9]) .....	29
Fig. 35 - Variação da resistência da ligação em função da pré-carga do parafuso (Retirado de [9]) .....	30
Fig. 36 - Sistema de eixos com os pontos de aplicação de força na roda .....	32
Fig. 37 - Cargas presentes na norma [15] transpostas para o ponto de aplicação de forças .....	32
Fig. 38 - Diagrama de corpo livre da mota em travagem.....	33
Fig. 39 - Influência da localização do centro de massa na desaceleração máxima.....	34
Fig. 40 - Binário de travagem versus desaceleração .....	34
Fig. 41 - Diagrama de corpo livre do cubo para retirar cargas nos rolamentos.....	34
Fig. 42 - CAD da jante .....	35

Fig. 43 - Análise de zebras da jante .....	35
Fig. 44 - Encaixe entre o cubo exterior e interior.....	38
Fig. 45 - Saco interior de um raio .....	39
Fig. 46 - Molde para a manufatura da jante .....	39
Fig. 47 - Ilustração do processo de manufatura.....	40
Fig. 48 - Ilustração do que acontece durante o processo de otimização de compósitos num elemento .....	46
Fig. 49 - Etapas da otimização.....	46
Fig. 50 - Geometria do cubo a otimizar.....	47
Fig. 51 - Volume fixo na primeira iteração .....	48
Fig. 52 - Resultado da 1ª iteração da topologia do cubo .....	48
Fig. 53 - Volume fixo na segunda iteração .....	49
Fig. 54 - Resultado da 2ª iteração da topologia do cubo .....	50
Fig. 55 - Geometria a otimizar na 3ª iteração .....	50
Fig. 56 - Resultado da 3ª iteração da topologia do cubo .....	51
Fig. 57 - Geometria do cubo final.....	52
Fig. 58 - Secção circular utilizada (Retirado de [8]).....	52
Fig. 59 - Estrutura da jante modelada em " <i>Hypermesh</i> " .....	53
Fig. 60 - Estrutura no limite da variável de <i>design</i> .....	53
Fig. 61 - Variação de ângulo dos raios em função da variação da secção .....	54
Fig. 62 - Variação de ângulo dos raios em função do momento de travagem aplicado .....	54
Fig. 63 - Variação de ângulo dos raios em função do diâmetro do cubo .....	54
Fig. 64 - Estrutura otimizada com ângulo de 73° .....	55
Fig. 65 - Elementos <i>RBE3</i> para as forças, vista frontal da jante .....	56
Fig. 66 - Elementos <i>RBE3</i> para as forças, vista lateral da jante.....	56
Fig. 67 - Elementos <i>RBE2</i> para as condições fronteira, vista lateral da jante .....	57
Fig. 68 - Elementos <i>RBE2</i> para as condições fronteira, vista detalhada .....	57
Fig. 69 - <i>Compliance</i> da estrutura vs Nº elementos.....	58
Fig. 70 - Deslocamento máximo da estrutura vs Nº elementos.....	58
Fig. 71 - Zona do aro para divisão de geometria.....	59
Fig. 72 - Zona do raio para divisão de geometria.....	59
Fig. 73 - Orientação das camadas nos raios .....	60
Fig. 74 - Orientação das camadas no aro .....	60
Fig. 75 - Áreas da jante com espessura fixa .....	61
Fig. 76 - Distribuição de espessura na peça após otimização de free-size com espessura máxima de 4 mm .....	62
Fig. 77 - Distribuição de espessura na peça após otimização de free-size sem espessura máxima .....	62
Fig. 78 - Técnica de sobreposição de camadas .....	64
Fig. 79 - Espessura da orientação de 90° após <i>Free-size</i> .....	64
Fig. 80 - Espessura da orientação de 45° após <i>Free-size</i> .....	64
Fig. 81 - Espessura da orientação de 0° após <i>Free-size</i> .....	65
Fig. 82 - Formatos de camadas de cada raio.....	66
Fig. 83 - Formatos de camadas no contorno.....	67
Fig. 84 - Índice de falha após otimização de espessura de camadas .....	68
Fig. 85 - Distribuição de espessura após otimização de espessura de camadas .....	69
Fig. 86 - Nº de camadas de cada reforço de 0,14 mm de espessura após otimização de espessuras .....	69



Fig. 87 - Forma das camadas do reforço 3 para otimização de empilhamento .....	70
Fig. 88 - Denominação das camadas para otimização de empilhamento.....	72
Fig. 89 - Sequência de empilhamento por ordem dos conjuntos .....	72
Fig. 90 - Conjunto de peças para o estudo estrutural do cubo .....	73
Fig. 91 - Carregamento de travagem centrado com um dos parafusos.....	74
Fig. 92 - Tensões no cubo superiores a 100 MPa.....	75
Fig. 93 - Zonas de tensão máxima no cubo, carregamento de travagem centrado com um dos parafusos.....	75
Fig. 94 - Dados gerais finais do cubo lateral.....	75
Fig. 95 - Carregamento Vertical descentrado na jante com elementos quadráticos .....	76
Fig. 96 - Carregamento Vertical na jante com elementos quadráticos.....	77
Fig. 97 - Carregamento Lateral descentrado na jante com elementos quadráticos.....	77
Fig. 98 - Carregamento Lateral na jante com elementos quadráticos.....	78
Fig. 99 - Carregamento de travagem descentrado na jante com elementos quadráticos .....	78
Fig. 100 - Carregamento de travagem na jante com elementos quadráticos.....	79
Fig. 101 - Resposta de aceleração vertical a frequência de excitação (Retirado de [20]) .....	86
Fig. 102 - Esmagamento .....	87
Fig. 103 - Corte da secção <i>E</i> .....	87
Fig. 104 - Tração .....	87
Fig. 105 – “ <i>Cleavage</i> ” .....	87
Fig. 106 - Arrancamento do parafuso .....	87
Fig. 107 - Falha no parafuso .....	87
Fig. 108 - Dimensões base de um rolamento.....	89
Fig. 109 - Qualidade da malha utilizada .....	90
Fig. 110 - Orientação das forças aplicadas no rolamento para os dois casos.....	90
Fig. 111 - Estudo do cubo para o caso de carregamento lateral.....	91



## Nomenclatura

### Convenção

- $a, A, \alpha$  - Escalar;
- $\mathbf{a}$  - Vetor;
- $\mathbf{A}$  - Matriz;
- $\dot{a}$  - Primeira derivada;
- $\ddot{a}$  - Segunda derivada;
- $\mathbf{a}^T$  - Matriz ou vetor transposto;
- $\mathbf{a}^{-T}$  - Matriz ou vetor transposto do inverso;

### Símbolos gregos

- $\varepsilon$  - Vetor de extensões nos nós;
- $\varepsilon^0$  - Vetor de extensões lineares no laminado;
- $\rho$  - Densidade, em  $\text{kg.m}^3$ ;
- $\sigma$  - Vetor de tensões nos nós, em  $\text{MPa}$ ;
- $\sigma_{VM}$  - Tensão na de von Mises, em  $\text{MPa}$ ;
- $\sigma_{Ced}$  - Tensão de cedência, em  $\text{MPa}$ ;
- $\sigma_u$  - Tensão de rutura, em  $\text{MPa}$ ;
- $\sigma_{Max}$  - Tensão limite de fadiga, em  $\text{MPa}$ ;
- $\sigma_{ij}$  - Tensão na direção  $ij$ , em  $\text{MPa}$ ;
- $\tau_{ij}$  - Tensão de corte na direção  $ij$ , em  $\text{MPa}$ ;
- $\chi$  - fator de relaxação de tensões em redor de um furo;

### Símbolos

- $E_C^{Roda}$  - Energia cinética de uma roda em rotação, em  $J$ ;
- $m_{Roda}$  - Massa da roda, em  $Kg$ ;
- $v_{Roda}$  - Velocidade longitudinal da mota, em  $m/s$ ;

$I_{roda}$	-	Momento de inércia de rotação de uma roda, em $kg.mm^2$ ;
$w_{Roda}$	-	Velocidade de rotação de uma roda, em $rad/s$ ;
$\alpha_{Roda}$	-	Aceleração angular, em $rad/s^2$ ;
$M_Z$	-	Binário na roda devido a uma aceleração angular, em $N.m$ ;
$C$	-	Valor de Compliance, em $N.m$ ;
$U$	-	Energia de deformação elástica total, em $N.m$ ;
$K$	-	Matriz de rigidez;
$u$	-	Vetor de deslocamentos nos nós, em $m$ ;
$f$	-	Vetor de forças nos nós, em $N$ ;
$V$	-	Volume, em $m^3$ ;
$m_s$	-	Massa suspensa de um veículo, em $Kg$ ;
$m_{ns}$	-	Massa não suspensa de um veículo, em $Kg$ ;
$K_s$	-	Rigidez equivalente das molas de uma suspensão da frente, em $N/m$ ;
$C_s$	-	Constante de amortecimento de uma suspensão da frente, em $N.s/m$ ;
$K_r$	-	Rigidez vertical de uma jante da frente, em $N/m$ ;
$K_p$	-	Rigidez vertical de um pneu, em $N/m$ ;
$K_{eq}$	-	Rigidez vertical equivalente do pneu e jante, em $N/m$ ;
$x_1$	-	Movimento vertical do chão, em $m$ ;
$x_2$	-	Movimento vertical da massa não suspensa, em $m$ ;
$x_3$	-	Movimento vertical da massa suspensa, em $m$ ;
$F$	-	Força aplicada devido às transferências de massa, em $N$ ;
$Q$	-	Matriz de rigidez do laminado;
$T$	-	Matriz de transformação de coordenadas;
$E$	-	Módulo de rigidez;
$G$	-	Módulo de corte;

- $\nu$  - Coeficiente de *Poisson*;
- $\mathbf{k}$  - Vetor de curvaturas no laminado;
- $\mathbf{G}_i$  - Matriz diagonal que contem a relação entre os diversos graus de liberdade presentes nos elementos rígidos;
- $\mathbf{u}_i$  - Vetor de deslocamentos dos nós presentes nos elementos rígidos, em  $m$ ;
- $\mathbf{n}$  - Vetor de forças no plano do laminado, em  $N$ ;
- $\mathbf{m}$  - Vetor de momentos no laminado, em  $N.m$ ;
- $X$  - Tensão máxima de fratura longitudinal da fibra, em  $MPa$ ;
- $Y$  - Tensão máxima de fratura transversal da fibra, em  $MPa$ ;
- $S$  - Tensão máxima de fratura de corte no plano da fibra, em  $MPa$ ;
- $ILSS$  - Tensão máxima de fratura de corte inter-laminar, em  $MPa$ ;
- $BF$  - Índice de falha para tensões de corte inter-laminares em materiais compósitos;
- $FS$  - Fator de segurança;
- $FI$  - Índice de falha para materiais compósitos;
- $\mathbf{A}$  - Matriz das propriedades axiais do laminado;
- $\mathbf{B}$  - Matriz das propriedades de acoplamento do laminado;
- $\mathbf{D}$  - Matriz das propriedades de flexão do laminado;
- $\mathbf{A}^*$  - Matriz das propriedades axiais do laminado modificada;
- $\mathbf{B}^*$  - Matriz das propriedades de acoplamento do laminado modificada;
- $\mathbf{D}^*$  - Matriz das propriedades de flexão do laminado modificada;
- $K_{te}$  - Fator de concentração de tensões;
- $K_{tc}$  - Fator de concentração de tensões corrigido;
- $N_f$  - Quantidade de ciclos de fadiga até ocorrer fratura;
- $a_{CG}$  - Aceleração no centro de massa, em  $m/s^2$ ;

- $h_{CG}$  - Altura do centro de massa em relação ao chão, em  $m$ ;
- $g$  - Aceleração da gravidade, em  $m/s^2$ ;
- $WB$  - Distância entre eixos (*Wheelbase*), em  $m$ ;
- $\%fr$  - Percentagem de massa na roda da frente;
- $R_p$  - Raio do pneu, em  $m$ ;
- $d_{Rol}$  - Distância entre rolamentos no cubo, em  $m$ ;

## 1. Introdução

O objetivo deste trabalho é a idealização e o projeto de uma roda da frente (em material compósito) e todos os componentes necessários ao seu correto funcionamento, que possa ser aplicada num motociclo de competição/estrada. Durante o decorrer do projeto foram levados em conta os métodos de manufatura escolhidos para a fabricação, tendo sido pensados desde pormenores de construção, o que é usado atualmente, a disponibilidade dos materiais utilizados até a pormenores de utilização e manuseamento. Todos os aspetos da geometria foram pensados e estudados de maneira a possibilitar a sua manufatura, sendo analisado o método de manufatura ao longo do processo de decisão da geometria. A manufatura foi pensada de acordo com a experiência adquirida na construção das jantes de fibra de carbono do carro FST 06e do Projeto FST, projeto do qual o autor foi membro.

Para os objetivos técnicos, foi feita uma comparação entre as jantes deste género apresentadas no mercado, obtendo assim uma massa e momento de inércia de rotação como parâmetros de referência. O objetivo será aplicar uma abordagem conservativa garantindo uma redução de massa e momento de inércia em relação ao apresentado atualmente no mercado. Os valores de referência foram retirados dos dados mais baixos encontrados em [1], sendo eles:

- Massa: 2.5 kg;
- Momento de inercia total: 63500 kg.mm<sup>2</sup>;

Alguns requisitos básicos da jante considerados foram:

- Suportar dois discos de travagem, um de cada lado;
- As dimensões de roda serem as usualmente utilizadas;
- A medida de pneu ser uma das usualmente utilizadas;
- Ter algum sistema que permita adaptar a diferentes fabricantes de motas, dado que cada um tem medidas diferentes (diâmetro de veio, distância entre bainhas de suspensão);
- Fácil manufatura com a possibilidade de uma produção de média escala (com alguns ajustes);

Na Fig. 1 apresenta-se um modelo típico de uma roda completa.



Fig. 1 - Exemplo de aplicação da roda completa

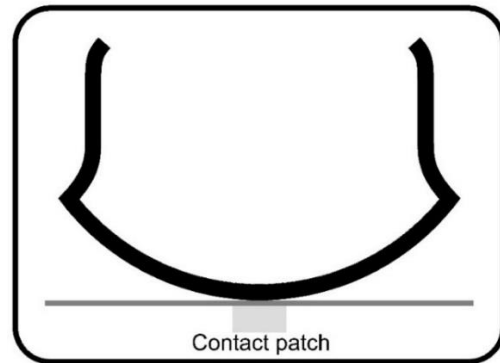


Fig. 2 - Ilustração do "Contact Patch"

Por pesquisa efetuada em sites de fabricantes de pneus e jantes, retiram-se alguns parâmetros usualmente utilizados neste tipo de motocicletas, tais como:

- Utilização de sistema "tubeless", que consiste em utilizar um pneu sem câmara de ar, sendo a pressão de ar mantida pelo contato do talão do pneu com a jante;
- As medidas mais comuns utilizadas para a roda da frente são de "**120/70 R 17**", ou seja, 120 mm de largura de pneu, altura do pneu é 70% da largura e a jante é de 17 polegadas de diâmetro;

Para referência futura, a Fig. 2 apresenta a definição da mancha de contacto ("*Contact Patch*"), sendo este o local de contato do pneu com a estrada e a partir do qual todas as cargas são aplicadas. Ao longo do projeto o foco principal manteve-se dentro do ciclo de blocos apresentado na Fig. 3. Todos estes fundamentos foram escolhidos por razões práticas.

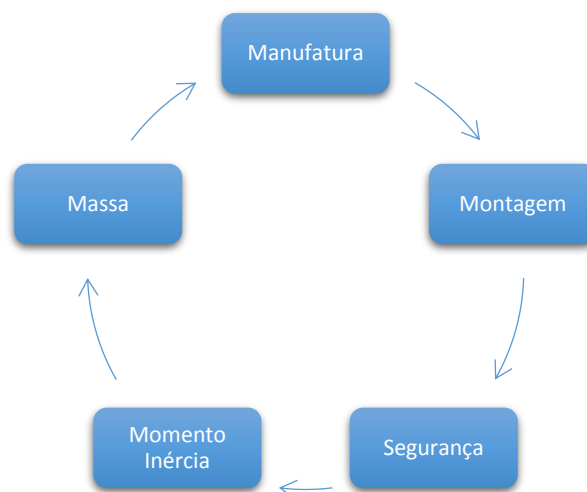


Fig. 3 - Fundamentos para o projeto da jante



De acordo com a secção 4.14 encontrada em [2], retira-se que o efeito giroscópico da roda é apenas significativo na direção, sendo a sua contribuição para inclinar a mota muito reduzida e a estabilidade obtida a partir de outros parâmetros de geometria. Isto resulta que com a diminuição deste efeito, reduzindo a inércia de rotação, o binário necessário a aplicar no guiador é menor, mas as perturbações vindas da estrada são mais sentidas no volante. Por sua vez, a inércia de rotação ( $I$ ) é um parâmetro que influencia a capacidade de aceleração longitudinal da mota, tal como pode ser observado nas equações (1) e (2), sendo benéfico reduzi-lo.

$$E_c^{Roda} = 0,5 * m_{Roda} * v_{Roda}^2 + 0,5 * I_{Roda} * w_{Roda}^2 \quad (1)$$

$$M_Z = I_{Roda} * \alpha_{Roda} \quad (2)$$

Em que  $E_c$  é a energia cinética,  $m$  a massa,  $v$  a velocidade linear,  $I$  o momento de inércia,  $w$  a velocidade angular,  $M$  o momento e  $\alpha$  a aceleração angular.

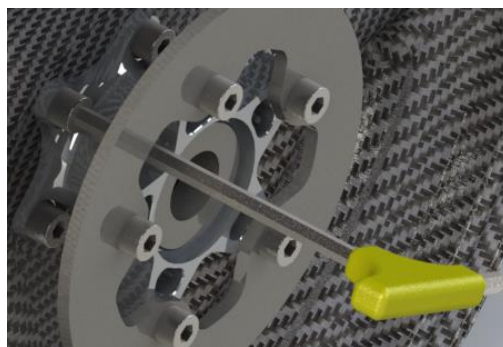
## 2. Definição da geometria base

Para ser possível adaptar a jante a diversas motas, optou-se por dividi-la em partes: a jante em si, que será comum entre motas, e o cubo, que variará consoante as dimensões de encaixe. A escolha de material para a jante irá ser explicada mais à frente sendo esta de um compósito reforçado por fibras de carbono e sendo o cubo de metal. É assim necessário existir um método de ligação entre o cubo e a jante que possibilite a sua manufatura.

### 2.1. Número de raios

O número de raios utilizado na jante é um parâmetro que deve ser definido no início para evitar grandes mudanças de geometria ao longo do projeto. O número pode variar largamente, sendo necessário o reforço da geometria com mais ou menos material nas zonas críticas. É também necessário definir o número de parafusos que ligam o cubo à jante.

Optou-se por escolher um valor de acordo com o número de parafusos utilizado nos discos de travão, dado que este valor é fixo, sendo o valor mais utilizado de cinco parafusos. Para possibilitar a montagem do cubo à jante, tem que ser utilizado o mesmo número de parafusos que os presentes no disco, mas descentrados em ângulo para ser possível montar sem que haja interferência entre a chave de montagem e a geometria que segura o disco. Para ilustrar este conceito, a Fig. 4 demonstra o espaço existente para a montagem dos parafusos.



*Fig. 4 - Espaço para a chave de montagem dos parafusos*

Quanto aos raios, o seu número será igual ao de parafusos utilizado a ligar o cubo à jante, para tentar uniformizar a distribuição de cargas entre o cubo e a jante em si. Tendo em conta estes aspetos, decidiu-se um número de raios igual a cinco.

### 2.2. Contorno

A geometria do contorno da jante é responsável pelo assentamento correto e a facilidade de montagem do pneu, possibilitando a transferência de cargas, a vedação de ar mantendo a pressão de ar correta e a dimensão final do pneu. De maneira a saber as dimensões necessárias,

foi consultada a norma ISO 4249-3:2010 – Motorcycle tyres and rims (code-designated series) – Part 3: Rims ([3]), onde é possível retirar uma geometria de contorno normalizada e todas as dimensões necessárias para a geometria superficial do contorno da jante. Com as dimensões de pneus utilizadas, retira-se o código “MT 3.50”, que representa a largura da jante. Com estas medidas base, retira-se a forma base de contorno seguinte:

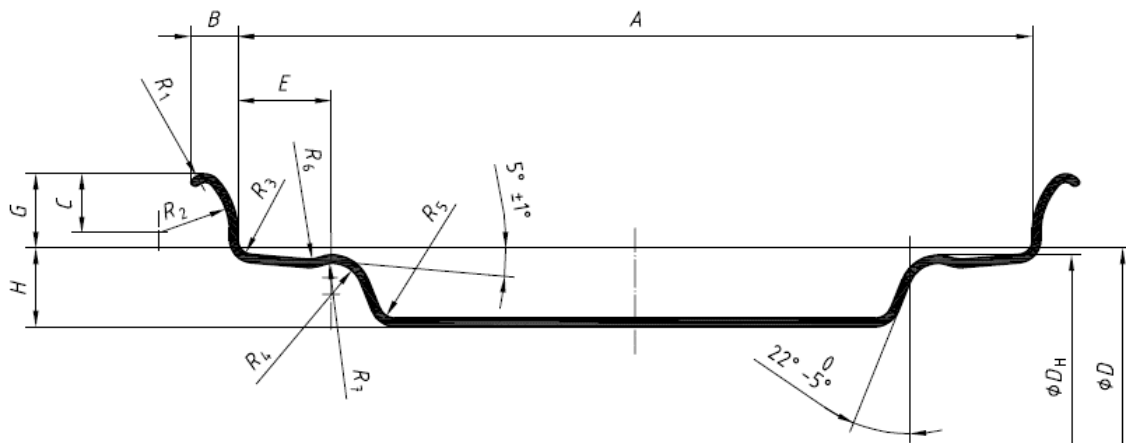


Fig. 5 - Forma do contorno utilizado (Retirado de ISO 4249-3:2010 [3])

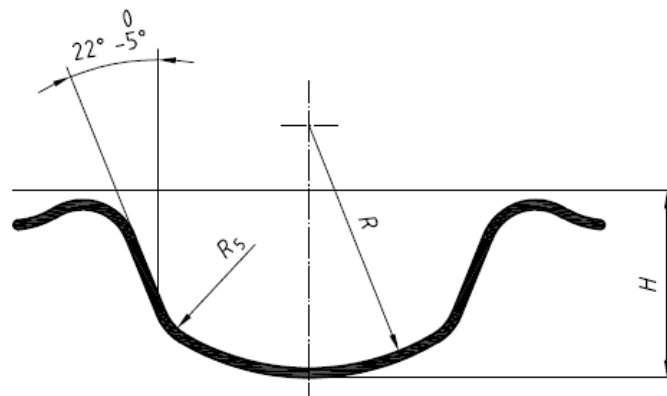


Fig. 6 - Opção de centro do contorno para facilitar montagem do pneu (Retirado de ISO 4249-3:2010 [3])

Para facilitar a montagem do pneu irá ser utilizada uma das opções possíveis de incorporar no contorno, que consiste em aprofundar o centro, tal como demonstrado na Fig. 6. Esta possibilita que o talão do pneu ocupe esta pequena cava, no momento da montagem, para poder ultrapassar a aba do contorno no lado oposto da jante. Quanto mais profunda for esta cava, mais fácil é a montagem do pneu, reduzindo a probabilidade de danificar o pneu ou o rebordo do contorno na montagem. No caso dos compósitos, esta cava facilita também a desmoldagem da peça, pois no contorno base não existiria possibilidade de incorporar um ângulo de desmoldagem. No entanto, tornará mais complicado a disposição da fibra devido à elevada curvatura em diversos eixos presente nessa zona. Caso fosse apenas considerado uma

geometria de menor curvatura, considerando por exemplo  $R_5 = R$ , na Fig. 6, não seria possível ter profundidade de cava suficiente para montar facilmente o pneu.

Para uma montagem fácil do pneu é necessário que a “Dim 1” na Fig. 7 seja maior ou igual à “Dim 2”, sendo que a “Dim 1” é a superfície onde assentará o talão do pneu e a “Dim 2” a maior dimensão que o talão do pneu terá de ultrapassar aquando da sua montagem.

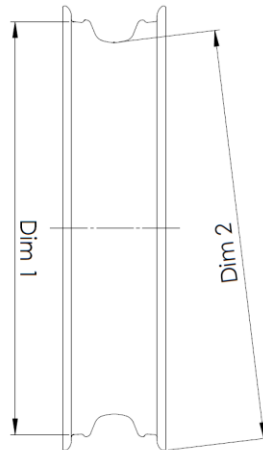


Fig. 7 - Dimensões para montagem do pneu

Para as dimensões da geometria final da superfície exterior do contorno foi utilizada a Tabela 1, todas elas aplicadas às Fig. 5 e Fig. 6.

Tabela 1 - Dimensões utilizadas no contorno

Dimensões (mm)	A	B	C	E	G	H	D	$D_h$	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$	$R_6$	$R_7$	R
MT 3.50	89	9	10,5	15	14	24	433,8	432,8	3	13	2,5	5,5	12	3	2,5	40

### 2.3. Cubo

O cubo liga a suspensão da mota à jante, transmite as cargas provenientes da jante para a suspensão da mota, sendo assim muito importante a definição das dimensões que consideram a geometria da jante e dos discos de travão. As dimensões a ser definidas são apresentadas abaixo, sendo estas as mais comuns. As restantes dimensões serão obtidas a partir da otimização da geometria do cubo e do cálculo estrutural.

Em relação ao disco de travão:

- Distância entre discos (face interior a face interior): 140 mm;
- Diâmetro nominal dos parafusos: 8 mm;
- Diâmetro da circunferência de ação dos parafusos: 90 mm;
- Quantidade de parafusos: 5.

Em relação à suspensão:

- Diâmetro do veio: 25 mm (define o diâmetro interior do rolamento).



Fig. 8 - Disco de travão utilizado neste tipo de mota (Marca: BREMBO, 300 mm)

#### 2.4. Ligação do cubo à jante

Estando o cubo separado da jante, terá de ser projetada uma ligação entre ambos. Um dos requisitos desta ligação é que seja desmontável para que seja possível de reutilizar a jante noutras motas que possam eventualmente ter medidas diferentes. A solução será a incorporação de um conjunto de peças no interior da jante na zona central.

Esta possibilitará a ligação do cubo à jante por parafusos, fazendo com que a sua montagem e desmontagem seja muito simples. Optou-se por dividir em diversas peças, de maneira a facilitar a manufatura do conjunto, tal como demonstrado na Fig. 9.

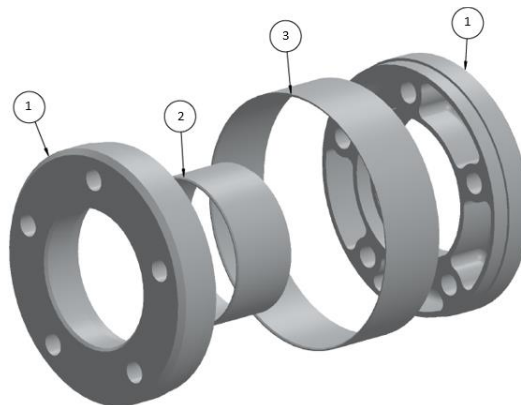


Fig. 9 - Conjunto peças do cubo interior

As peças denominadas de “Cubo\_Interior” (peça 1) estarão em contato com o interior da jante e têm furos roscados para suportar os parafusos que prendem o cubo. Os espaçadores (peças 2 e 3) utilizados servem de isolantes para prevenir a entrada de qualquer tipo de objetos para o interior da jante, servindo o exterior (peça 2) também para ajudar no método de manufatura. Esta cria uma superfície suave para o contacto com o saco interior. Estas peças são estruturais apenas na zona roscada, podendo ser utilizadas espessuras pequenas para reduzir a massa. A ligação à jante irá ser colada-aparafusada, servindo a ligação colada apenas para manter o cubo interior no sítio pretendido. A ligação estrutural será feita por parafusos que ligam o cubo exterior ao cubo interior, ficando o laminado entre ambos. Optou-se por uma ligação colada apenas pelo contato com a resina contida na fibra pré-impregnada.

### 3. Requisitos de projeto

Diversos requisitos de projeto poderiam ser implementados. Neste caso, apenas a rigidez vertical foi utilizada devido à falta de espaço no documento para incorporação de mais estudos. Uma abordagem à implementação das frequências naturais do sistema está descrita no **anexo A**.

#### 3.1. Rigidez vertical e *Compliance*

A flexibilidade (*compliance*) é definida como o inverso da rigidez, sendo que para aumentar a rigidez será necessário minimizar a *compliance*. A formulação utilizada no programa “*Optistruct*” ([4]) define-o como sendo a energia de deformação elástica total dada pela equação (3).

$$C = 0,5 * \mathbf{u}^T * \mathbf{f} = 0,5 * \mathbf{u}^T * \mathbf{K} * \mathbf{u} = 0,5 * \int \boldsymbol{\varepsilon}^T * \boldsymbol{\sigma} * dV = U [N.m] \quad (3)$$

Em que  $C$  é a *compliance*,  $\mathbf{u}$  o vetor de deslocamentos,  $\mathbf{f}$  o vetor de forças,  $\mathbf{K}$  a matriz de rigidez,  $\boldsymbol{\varepsilon}$  o vetor de extensões,  $\boldsymbol{\sigma}$  o vetor de tensões,  $V$  o volume e  $U$  a energia de deformação elástica total.

Um dos parâmetros mais importantes em dinâmica de veículos é a rigidez das peças solicitadas. Para melhorar a tração numa moto o uso do pneu tem de ser maximizado. Para tal, depende-se de dados de pneus obtidos experimentalmente, utilizados para a definição de parâmetros de geometria, rigidez de molas e coeficientes de amortecimento. Todos estes parâmetros influenciam a dinâmica da moto, nomeadamente a estabilidade, transferência de massa dinâmica e a transmissibilidade de forças do “*contact patch*” para a moto. As suspensões e o chassis (vulgarmente designado quadro nas motos), são os componentes que possibilitam que o pneu produza acelerações laterais e longitudinais estáveis, sendo esta estabilidade dependente da rigidez do conjunto. Aquando do projeto geométrico da moto, o chassis e a estrutura da suspensão são considerados rígidos, sendo apenas utilizada a rigidez das molas e o amortecimento na suspensão. Esta seria a situação ideal. É assim considerado que a rigidez das peças solicitadas é um dos parâmetros mais importantes no projeto de um veículo para competição.

Considerando um modelo simples apenas com a frente da moto, semelhante ao considerado em automóveis para retirar parâmetros de conforto e estabilidade, é possível descrever o movimento da massa suspensa, não suspensa, frequências naturais e a transmissibilidade das forças envolvidas. De maneira a obter uma magnitude da rigidez necessária na jante, adicionou-se uma mola que simula essa mesma rigidez, em série com o pneu (Fig. 10).

A rigidez equivalente destas duas molas em série será dada pela equação (4).

$$K_{eq} = \frac{K_r * K_p}{K_r + K_p} \quad (4)$$

Em que  $K_r$  é a rigidez da roda e  $K_p$  a rigidez do pneu.

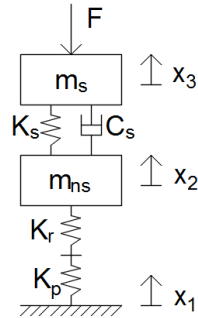


Fig. 10 - Modelo massa-mola-amortecedor para metade da roda

Normalizando a equação (4) obtemos a equação (5), que pode ser utilizada para retirar a influência da rigidez da jante na rigidez equivalente e por sua vez no sistema, tal como pode ser visto na Fig. 11. Desta maneira pode retirar-se uma ordem de magnitude necessária para que a rigidez da jante tenha pouca influência no sistema.

$$\frac{K_{eq}}{K_p} = \frac{\frac{K_r}{K_p}}{1 + \frac{K_r}{K_p}} \quad (5)$$

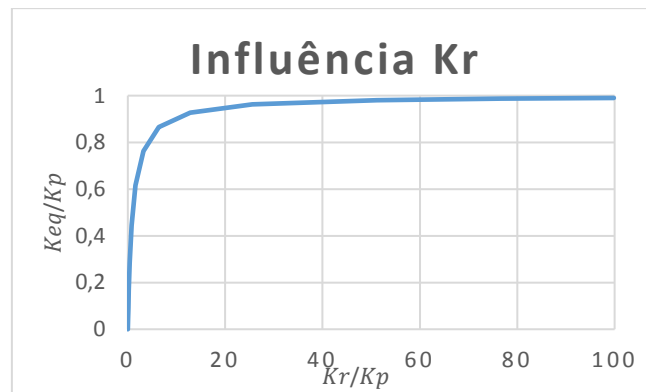


Fig. 11 - Influência da rigidez da jante na rigidez equivalente

Assim retira-se que, para uma rigidez vertical da jante vinte vezes superior à rigidez do pneu ( $K_r/K_p = 20$ ), obtém-se uma contribuição muito reduzida da jante no sistema, com uma redução de 5% da rigidez. Para o caso extremo do pneu ter uma rigidez de 250 N/mm, a rigidez vertical da jante terá de ser pelo menos 5000 N/mm.

## 4. Material compósito reforçado por fibras

Um compósito reforçado por fibras é normalmente constituído por um conjunto de camadas que juntas formam um laminado. Sendo assim, cada lâmina ou camada tem uma orientação específica de fibras com uma certa espessura no compósito. O laminado é o conjunto de todas as camadas no compósito. De maneira a poder estudar um material compósito, terá de considerar-se um material homogéneo, mas não isotrópico.

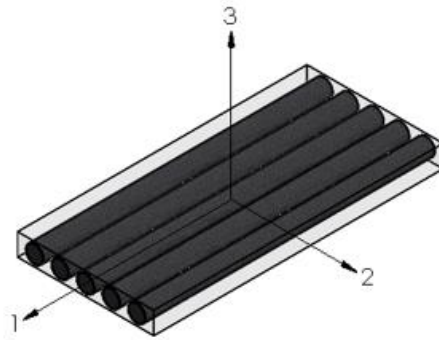


Fig. 12 - Lâmina unidirecional

Um material compósito que utilize fibras alinhadas com os planos ortogonais pode ser considerado como um material ortotrópico, ou seja, o material tem 3 planos ortogonais de simetria em que as suas propriedades são uniformes ao longo desses eixos. De maneira a obter as tensões no material, é utilizada uma abordagem à macro mecânica de cada lâmina, retirando as propriedades de cada lâmina nestes 3 planos ortogonais. De seguida, uma abordagem à macro mecânica definirá um laminado como um material homogéneo ortotrópico. Isto permite utilizar constantes de elasticidade homogéneas do material, possibilitando a consideração de todas as camadas como um só material com propriedades ortotrópicas.

### 4.1. Macro mecânica: Comportamento de uma lâmina

O Laminado tem uma deformação linear ao longo da espessura por ser um material homogéneo. Cada lâmina pode ter um módulo de rigidez diferente na direção do carregamento, devido a diferentes orientações da fibra. Isto faz com que cada lâmina possa ter uma distribuição de tensões própria. Desta forma, é necessário calcular as tensões em cada lâmina durante o projeto. A Fig. 13 exemplifica um laminado sujeito a um carregamento combinado de tração axial e flexão para perceber o porquê de cada lâmina ter uma tensão diferente.

As tensões em cada lâmina no referencial local e global são obtidas por meio das equações (6) e (7), respetivamente. A equação (7) apresenta-se expandida nas três tensões de tensão plana, que foram utilizados no estudo deste material. As restantes tensões (inter-laminares e normal) foram omitidas pois não são contabilizadas nos elementos 2D.



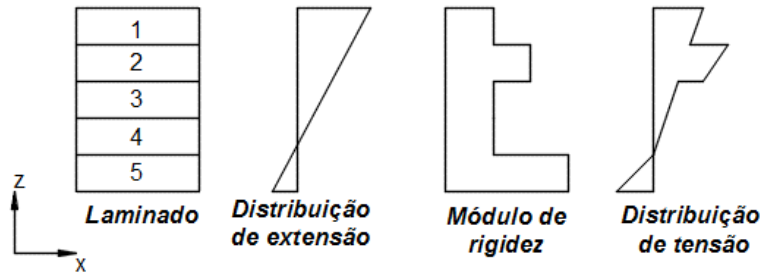


Fig. 13 - Variação hipotética da extensão e tensão na espessura do laminado

$$\{\sigma_{Local}^k\} = [Q^k]\{\varepsilon_{Local}^k\} \quad (6)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x^k \\ \sigma_y^k \\ \tau_{xy}^k \end{Bmatrix} = [\bar{Q}^k] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^k \\ \varepsilon_y^k \\ \gamma_{xy}^k \end{Bmatrix} \quad (7)$$

Em que  $\sigma$  e  $\tau$  são tensões,  $\varepsilon$  e  $\gamma$  extensões e  $Q$  a matriz de rigidez, todos eles referentes a uma lâmina  $k$  no seu referencial local.

A definição da matriz de rigidez (inversa da "Compliance"),  $Q$ , é dada pela equação (8). Para a obter, a sua inversa é calculada com recurso às propriedades do material, tal como é apresentado na equação (9).

$$[Q^k] = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$[Q^k]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Em que  $E$  é o módulo de rigidez,  $G$  o módulo de corte,  $\nu$  o coeficiente de *Poisson* e os índices referem-se às direções presentes na Fig. 12.

Para diferenciar o referencial local e o global, uma transformação de coordenadas é aplicada, como apresentado nas equações (10) e (11) e Fig. 14.

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\bar{Q} = [T]^{-1}[Q][T]^{-T} \quad (11)$$

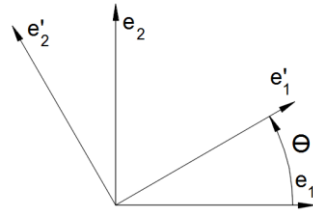


Fig. 14 - Rotação de coordenadas.

#### 4.2. Micromecânica: Constituintes de uma lâmina

A micromecânica estuda no material compósito a interação entre os seus constituintes de maneira a definirmos um material homogéneo. Para obtermos as propriedades de uma lâmina, são considerados a matriz e o material de reforço, por onde podemos obter propriedades teóricas para a lâmina pelas equações da micromecânica.

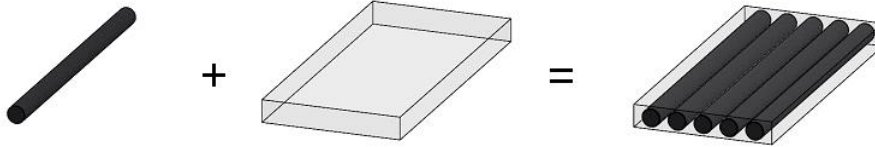


Fig. 15 - Constituintes de uma lâmina

Utilizando a regra das misturas, é possível retirar-se que a densidade do compósito depende do rácio volumétrico de fibra/resina e das densidades de cada constituinte, tal como apresentado na equação (12).

$$\rho_c = V_f \cdot \rho_f + V_m \cdot \rho_m \quad (12)$$

Em que  $\rho$  é a densidade do material e  $V$  a fração de volume, referentes à fibra  $f$ , à matriz  $m$  e ao compósito  $c$ .

Desta maneira podem ser obtidas propriedades teóricas de um material compósito pelas equações da micromecânica no referencial local da camada, estas apresentadas da equação (13) até à (17).

$$E_1 = E_m \cdot V_m + E_f \cdot V_f \quad (13)$$

$$E_2 = \frac{E_f \cdot E_m}{E_m \cdot V_f + E_f \cdot V_m} = E_3 \quad (14)$$

$$G_{12} = \frac{G_f \cdot G_m}{G_m \cdot V_f + G_f \cdot V_m} \quad (15)$$

$$\nu_{12} = \nu_f \cdot V_f + \nu_m \cdot V_m \quad (16)$$

$$\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2} \quad (17)$$

Em que  $E$  é o módulo de rigidez,  $V$  a fração de volume,  $G$  o módulo de corte,  $\nu$  o módulo de *Poisson* referentes à fibra  $f$  e à matriz  $m$ .

A demonstração destas equações pode ser obtida em [5]. Este método de obtenção de propriedades considera apenas esforços de membrana na sua formulação.

De acordo com [5], dada a natureza de materiais compósitos e as suas diferenças na prática com os métodos analíticos, sempre que possível devem ser utilizados testes físicos para determinar as propriedades do material.

#### 4.3. Macro mecânica: Definição do laminado

Fazendo uma abordagem à macro mecânica, a teoria clássica de laminados considera o material compósito como homogéneo, considerando uma média aparente das propriedades de todos os seus constituintes. Esta teoria assume que:

- A espessura é muito pequena em relação às outras dimensões;
- As deformações (extensões) na placa deformada são muito pequenas em comparação à unidade;
- Normais da superfície não deformada mantêm-se iguais às da superfície deformada;
- Deflexão vertical uniforme na espessura;
- A tensão normal à placa é desprezável.

Considera-se desta forma a utilização de um laminado, que é um conjunto de lâminas, para obter as cargas da estrutura.

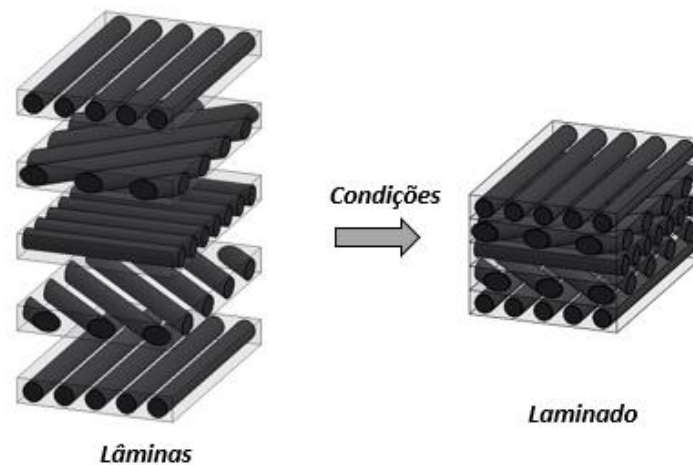


Fig. 16 - Definição de laminado

De maneira a considerarmos o material como homogéneo, tem de ser possível diferenciar as propriedades entre os carregamentos possíveis. Existem dois tipos de carregamentos, os no plano (Fig. 18) retirados a partir da matriz **A**, que pode ser idealizada como uma matriz de rigidez no plano, os momentos (Fig. 19) retirados a partir da matriz **D**, que pode ser idealizada como a matriz de rigidez de flexão, e ainda o acoplamento de ambos os carregamentos, retirados pela matriz **B**. As matrizes **A**, **B** e **D**, estão apresentadas nas equações (18), (19), e (20), respetivamente.

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}^k (z_k - z_{k-1}) \quad (18)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}^k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (19)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}^k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (20)$$

A coordenada  $z_k$  presente nas equações é definida como a coordenada da espessura em relação à superfície média do compósito, tal como demonstra a Fig. 17. É de notar que, caso o laminado seja simétrico, a matriz  $\mathbf{B}$  é nula, não existindo assim acoplamento entre carregamentos axiais e de flexão. A matriz  $\mathbf{A}$  é independente da sequência do empilhamento, sendo que a matriz  $\mathbf{D}$  varia bastante com o empilhamento.

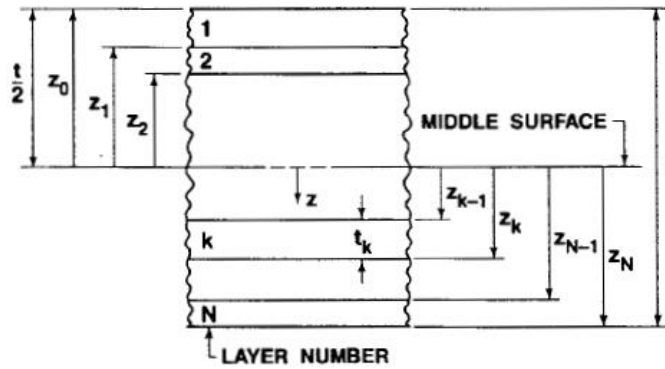


Fig. 17 - Definição de  $z_k$  (Retirado de [5])

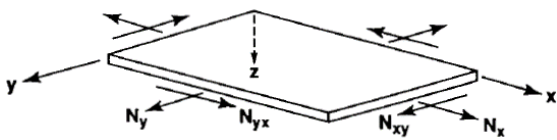


Fig. 18 - Carregamentos no plano num laminado (Retirado de [5])

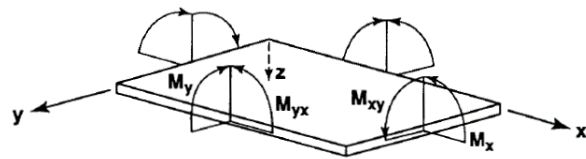


Fig. 19 - Momentos num laminado (Retirado de [5])

Estas matrizes servem para relacionar as cargas com as deformações presentes no material, tal como apresentado na equação (21).

$$\begin{Bmatrix} \{n\} \\ \{m\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\epsilon^0\} \\ \{k\} \end{Bmatrix} \quad (21)$$

Em que  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{D}$  são as matrizes constitutivas do material compósito,  $\epsilon^0$  é o vetor de extensões no plano,  $k$  o vetor de curvaturas,  $n$  o vetor de cargas no plano e  $m$  o vetor de momentos presente no laminado, ambos por unidade de largura do laminado.

## 5. Método dos Elementos Finitos

O método dos elementos finitos é um método numérico que consiste na discretização de uma geometria numa malha de elementos de tamanho finito, aplicando-lhes as equações diferenciais parciais que regem o comportamento físico do problema. Isto possibilita o estudo de estruturas complexas. Para compreender o método em detalhe e todas as suas potencialidades, a referência [6] deve ser consultada.

### 5.1. Análise estática linear

Uma análise estática em elementos finitos consiste basicamente na aplicação de forças constantes e condições fronteira a uma geometria de maneira a que exista equilíbrio estático, possibilitando a obtenção do campo de deslocamentos na peça em estudo. A resolução do problema resume-se na equação (22).

$$[K]\{u\} = \{f\} \quad (22)$$

Em que  $K$  é a matriz de rigidez,  $u$  o vetor de deslocamentos e  $f$  o vetor de forças.

De maneira a poder discretizar o modelo, é obtida uma matriz de rigidez  $[K]$ . Esta considera os graus de liberdade presentes nos nós da malha da estrutura, obtida a partir da formulação dos elementos.

### 5.2. Tipos de elementos utilizados

Apresenta-se a seguir uma breve descrição dos elementos finitos usados nas simulações, destacando-se as suas qualidades e características principais.

#### 5.2.1. Elementos rígidos

Os elementos rígidos utilizados criam dependências (ligações) entre graus de liberdade de diferentes nós, evitando a alteração da matriz de rigidez da estrutura. Caso fosse utilizado um elemento com propriedades mecânicas elevadas (em comparação com as utilizadas na estrutura), a matriz de rigidez ficaria com valores com grandes diferenças na ordem de grandeza, podendo trazer problemas numéricos no cálculo computacional. A equação (23) relaciona os diversos graus de liberdade da malha de elementos rígidos.

$$[G_i]\{u_i\} = 0 \quad (23)$$

Esta relaciona os deslocamentos dos nós linearmente, logo estes elementos apenas devem ser utilizados para análises com pequenos deslocamentos. Neste caso de estudo, foram utilizados dois tipos de elementos rígidos. Estes devem ser compreendidos, dado que cada um impõe diferentes resultados. Estes elementos denominados de “RBE2” e “RBE3”, têm ambos a mesma formulação. A diferença está na sua modelação ao considerar quais são os nós dependentes e independentes.

Um nó dependente irá obter o seu deslocamento a partir do nó independente, ou seja, o(s) nó(s) independente(s) irá(ão) controlar o deslocamento do(s) nó(s) dependente(s), consoante o elemento. Para uma explicação detalhada do método de implementação, a referência [7] deve ser consultada.

No elemento “RBE2” existe um nó independente e um ou diversos nós dependentes. Isto possibilitará que uma estrutura rígida seja modelada. Os deslocamentos de todos os nós presentes irão ser controlados por apenas um nó, implicando assim que os nós e elementos dessa estrutura tenham sempre a mesma distância relativamente a um nó. Este elemento, apesar de não alterar diretamente a matriz de rigidez da estrutura, impõe rigidez pois restringe o deslocamento dos nós dependentes.

No elemento “RBE3” existe um nó dependente e um ou diversos nós independentes. Isto permitirá que uma estrutura flexível seja modelada, pois o deslocamento do nó dependente será uma média dos deslocamentos dos nós independentes. Isto possibilita que os elementos variem o seu comprimento, fazendo com que não haja rigidez imposta pelo elemento. Este elemento serve para transferir forças para a estrutura via equilíbrio estático de forças, consoante os graus de liberdade utilizados.

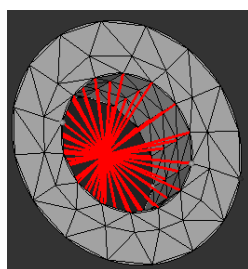


Fig. 20 - Exemplo de malha de elementos rígidos a 3 dimensões

Na Fig. 20 está apresentada uma das potencialidades destes elementos rígidos, permitindo aplicar constrangimentos ou forças em pontos, áreas ou volumes num só nó central, ou possibilitando também a introdução de uma estrutura rígida em certas partes de uma peça, criando dependências de deslocamentos entre diferentes zonas.

O nó central, consoante seja definido de dependente ou independente, resultará na utilização de um elemento “RBE2” ou “RBE3”.

### 5.2.2. Elemento 1D

Este tipo de elementos utiliza-se quando uma das dimensões é muito grande em relação às outras duas. Aqui foi utilizado um elemento viga-barra denominado de “CBAR” pelo programa “Optistruct”. Este considera propriedades constantes ao longo do comprimento (simétrico e com secção constante) com 6 GDL por nó.

A origem do sistema de coordenadas (centroide do perfil) do elemento corresponde ao centro de corte, podendo assim apenas ser utilizado em perfis simétricos fechados.

### 5.2.3. Elemento 2D

Este tipo de elementos utiliza-se quando duas das dimensões são muito maiores em relação à terceira, sendo possível modelar peças em compósitos, com menor peso computacional do que se fosse considerado elementos 3D para modelar as diversas camadas, obtendo uma boa qualidade nos resultados.

Os elementos 2D utilizados pelo programa podem ser triangulares e/ou quadrangulares. Na sua formulação, o campo de deformação dos elementos pode ser constante, linear ou quadrático, dependendo do tipo e ordem de elemento. O tipo de problema influencia o tipo de elemento que pode ser utilizado.

De maneira a tentar reduzir o peso computacional da otimização, foram utilizados apenas elementos de primeira ordem, nomeadamente triângulos (3 nós) e retângulos (4 nós), denominados no software *“Optistruct”* respetivamente por *“CTRIA3”* e *“CQUAD4”*.

Os elementos triangulares *“CTRIA3”* têm um campo de deformações (extensão) constante e por sua vez tem também tensão constante, fazendo com que tenha de ser utilizada uma malha mais refinada para captar o campo de tensões corretamente, sendo de evitar a sua utilização em zonas com elevados gradientes de tensão. Deve evitar-se também a sua utilização em carregamentos de flexão, pois como tem tensão constante, a energia de deformação será absorvida por tensões de corte mesmo que elas não existam. São indicados para casos de tensão e deformação plana e servem também para ajudar na transição de malha, pois ajudam a manter a qualidade dos elementos quadrangulares.

Como a estrutura considerada é complexa e tem uma geometria tridimensional, é necessário ter graus de liberdade em todas as direções, considerando assim uma formulação de *“Thin Shell”*, que é basicamente a soma de uma formulação de membrana (deslocamentos no plano do elemento) com uma formulação de placa (deslocamentos perpendiculares ao plano do elemento), de maneira a obter 6 GDL por nó, tal como representado abaixo no caso de elementos quadrangulares, não existindo acoplamento entre estas duas formulações numa análise linear.

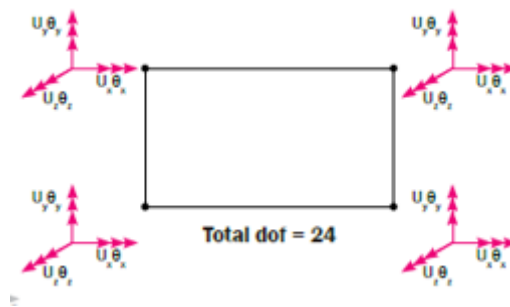


Fig. 21 - Graus de liberdade nos elementos 2D utilizados (Retirado de [8])

Para facilitar a obtenção de um bom resultado no cálculo estrutural, devido à grande complexidade do modelo, foram majoritariamente utilizados elementos de 4 nós, utilizando apenas de os 3 nós onde necessário para evitar problemas de qualidade de malha.

#### 5.2.4. Elementos 3D

Estes elementos são utilizados quando a magnitude dimensional nas 3 direções é semelhante. No caso da topologia do cubo da roda, utilizando o software “*Optistruct*” os elementos utilizados foram tetraedros pela facilidade de os adaptar a geometrias complexas. Numa otimização não é fundamental ter uma malha muito refinada, pois esta serve apenas para retirar um conceito da geometria. Por outro lado, para o cálculo estrutural existe a necessidade de ter uma malha de boa qualidade para tentar obter os melhores resultados, tendo o modelo de otimização de ser refeito. Para este cálculo foi utilizado o módulo de simulação do software “*SolidWorks*”, que possibilita uma grande facilidade de mudanças na geometria ao contrário do utilizado na otimização.

Neste software (*SolidWorks*) apenas é possível a utilização de tetraedros, sendo imperativo obter uma boa malha. A qualidade dos elementos é também muito importante, havendo três parâmetros que devem ser tidos em conta para uma boa malha, sendo estes:

- Tamanho de elemento:
  - Ter mais que um elemento na espessura em todas as partes das peças;
  - Reduzir a malha até obter convergência das tensões e garantir que distribuição de tensões se mantém na peça.
- Jacobiano:
  - Distorção do elemento comparando a curvatura do elemento com a presente malha, caso fosse um elemento quadrático com nós a meio;
  - Valor aceitável entre 1 a 3.



- Proporção do Elemento (“Aspect ratio”):
  - Distorção do elemento considerando um rácio entre o maior e menor lado do elemento;
  - Valor aceitável entre 1 e 10.

Cada nó num tetraedro possui 3 graus de liberdade de deslocamento, tendo um total de 12 graus de liberdade.

### 5.3. Elementos finitos no material compósito laminado

Em elementos 2D é considerado um estado de tensão plana, o que faz com que a direção normal à superfície do laminado não seja considerada no cálculo estrutural. Desta maneira, as tensões na direção 3, de acordo com a Fig. 12, são consideradas nulas. Em materiais laminados, existem tensões inter-laminares que devem ser consideradas, sendo estas nos planos 13 e 23, de acordo com a Fig. 12. Estas surgem devido à necessidade de compatibilidade de extensões no bordo [9].

Sendo assim, não é possível o cálculo destas tensões por meio de elementos 2D. Para tal podem ser considerados elementos 3D. O problema é que isto implica que o número de elementos utilizados seja drasticamente maior, pois cada camada tem de ter no mínimo um elemento na espessura, o que torna o cálculo com elementos 3D computacionalmente demasiado exigente. Para conseguir ultrapassar este problema, o programa utiliza uma abordagem analítica de acordo com a teoria de primeira ordem de deformação de corte de placas laminadas explicada em [10], após a obtenção de resultados dos elementos finitos.

Outro aspeto que não é considerado corretamente no estudo de elementos finitos é o cálculo das tensões nos bordos livres do laminado, como mostrado na Fig. 22. Existem tensões normais no bordo que provocam “delaminação”, as quais, dependendo do empilhamento, podem ser de tração ou de compressão. Sendo assim, a sequência de empilhamento do laminado influencia também a tendência de “delaminar” nos bordos livres. Estes provocam uma singularidade e, mesmo refinando a malha, as tensões continuarão a aumentar. Este efeito é normalmente contabilizado por meio de ensaios mecânicos [9], dada a complexidade do problema.

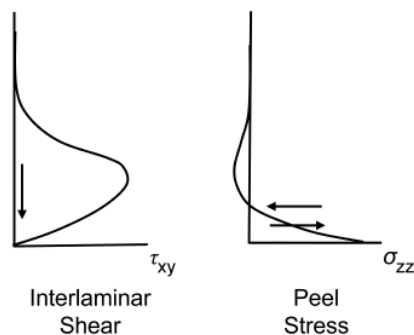


Fig. 22 - Tensões no bordo de um laminado com orientações 0°/90° (Retirado de [9])

Na geometria utilizada existem quatro bordos livres, dois no aro e dois na zona do centro da jante, estes podem ser vistos mais à frente quando for apresentada a geometria da jante. Os centrais terão uma carga de compressão devido à pré-carga dos parafusos que seguram o cubo, o que ajudará a reduzir este efeito, e nos bordos do aro poderá ser utilizada uma técnica que consiste em utilizar a primeira camada do laminado maior que as restantes, de maneira a ser sobreposta sobre todo o laminado ajudando a reduzir este efeito. Desta maneira, é possível aplicar um critério nos modos de falha do compósito laminado, ou seja, um critério para as tensões nas camadas e entre camadas.

#### 5.4. Critérios de falha

Existem diversos critérios de falha, cada um com as suas vantagens e desvantagens, dado o seu campo de utilização, simplicidade de implementação e quantidade de propriedades do material necessárias. Nesta secção são apresentados apenas os critérios utilizados neste trabalho.

Os modos de falha de materiais compósitos são normalmente não catastróficos com falha localizada nas fibras, na matriz e na separação entre camadas ou fibras da matriz [9]. Valores apresentados de acordo com o referencial da Fig. 12.

##### 5.4.1. Metais – von Mises

É utilizado em materiais metálicos dúcteis, num estado multiaxial de tensão. A equação (24) serve para calcular uma tensão equivalente presente no material, utilizando as componentes do tensor de tensões de Cauchy,  $\sigma$ 's, como apresentado em [11].

$$\sigma_{VM}^2 = 0,5 * [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{23}^2 + \sigma_{12}^2 + \sigma_{31}^2)] \quad (24)$$

Pela equação (25) pode calcular-se o fator de segurança do componente.

$$FS = \frac{\sigma_y}{\sigma_{VM}} \quad (25)$$

Em que os termos  $\sigma$  são tensões nas diferentes direções do material,  $\sigma_y$  é a tensão de cedência e  $\sigma_{VM}$  a tensão de *Von Mises*.

##### 5.4.2. Critério de Tsai-Hill

Este critério permite a consideração de estados biaxiais de tensão, considerando as tensões limite, não fazendo diferenciação entre tração e compressão. Apesar de não se fazer diferenciação, os valores limite de tração ou compressão são utilizados consoante o estado de tensão presente no software utilizado. Para existir falha é necessário que  $FI$  na equação (26) seja superior a 1, sendo que para existir segurança o valor de  $FI$  deverá ser inferior a 1.

$$FI = \frac{\sigma_{11}^2}{X^2} + \frac{\sigma_{22}^2}{Y^2} - \frac{\sigma_{11}\sigma_{22}}{X^2} + \frac{\tau_{12}^2}{S_{12}^2} \leq 1 \quad (26)$$

$$FS = \frac{1}{\sqrt{\max(FI)}} \quad (27)$$

Este critério torna-se útil, pois é possível retirar um fator de segurança ( $FS$ ), indicado na equação (27), ao contrário de critérios mais complexos (como o de *Hoffman* ou *Tsai-Wu*). Este critério foi retirado de [4].

Em que os termos  $\sigma$  e  $\tau$  são as tensões axiais e de corte,  $X$ ,  $Y$  e  $S$  as tensões de fratura da fibra e  $FI$  representa o índice de falha.

#### 5.4.3. Critério de falha inter-laminar

O critério de falha das tensões de corte inter-laminares para cada camada é dado pela equação (28), sendo o fator de segurança calculado pela equação (29). Este critério foi retirado de [4].

$$BF^k = \frac{\max(|\tau_{xz}^k|, |\tau_{yz}^k|)}{ILSS} \quad (28)$$

$$FS = \frac{1}{\max(BF^k)} \quad (29)$$

Em que o termo  $BF$  é o índice de falha inter-laminar e  $ILSS$  a tensão de fratura inter-laminar.

## 6. Projeto da jante

### 6.1. Escolha de Material

A escolha do material de base a utilizar irá ser entre um metal e um material compósito. Como cada um tem as suas vantagens e desvantagens, foi feita uma comparação simples entre as vantagens consideradas mais importantes de cada um (Fig. 23). O material compósito tem a possibilidade de ser colocado apenas onde necessário, tem uma densidade mais baixa e o parâmetro mais importante, o elevado módulo específico, tal como pode ser visto adiante na Fig. 28.

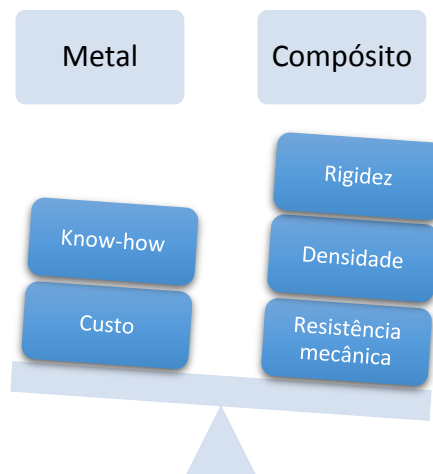


Fig. 23 - Diagrama de blocos para comparar metal com compósito

A escolha recai assim sobre um material compósito que tem inúmeras combinações possíveis. Um compósito é composto por um material de reforço e uma matriz (Fig. 24). O material de reforço serão fibras orientadas de acordo com o estudo de otimização executado e a matriz – uma resina. Existem diversos fabricantes e tipos de fibras (Fig. 25 e Fig. 26) e resina no mercado, sendo que para conseguir escolher entre eles, alguns parâmetros devem ser definidos. A escolha irá sempre tender para o material mais viável economicamente que consiga desempenhar as funções requeridas. Dependendo se a produção é de pequena, média ou grande escala, a disponibilidade e oferta dos distribuidores locais ou globais pode ser considerada.

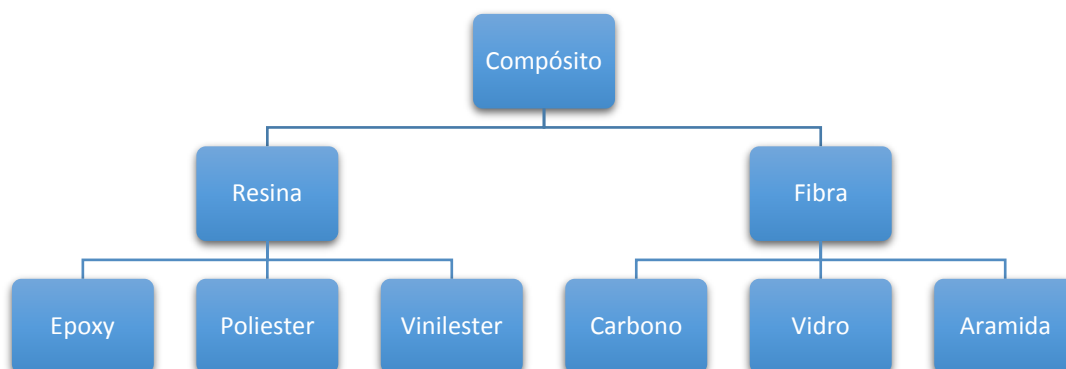


Fig. 24 - Constituintes de um compósito reforçado por fibras

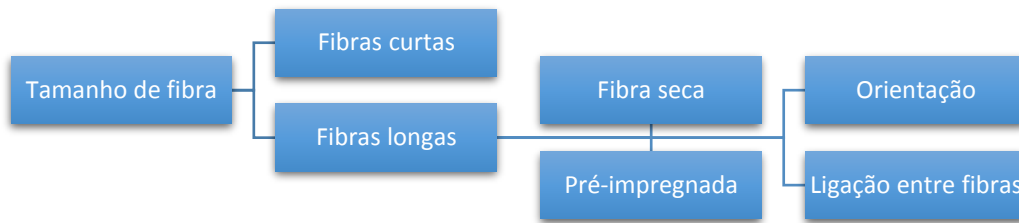


Fig. 25 - Tamanho de fibras que podem ser utilizados

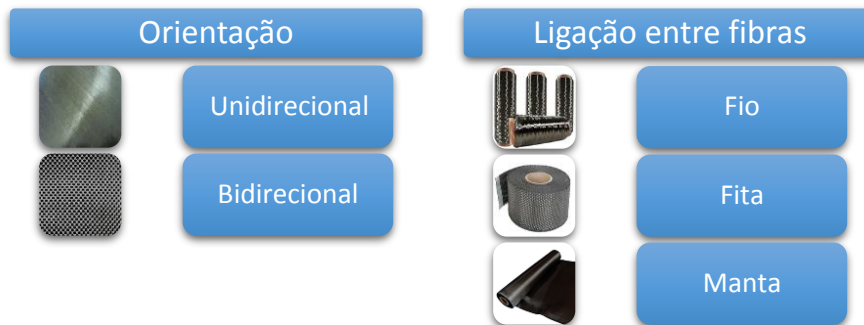


Fig. 26 - Tipos de fibra que podem ser utilizados

O tipo de resina a escolher depende de vários fatores. Cada tipo tem as suas vantagens e desvantagens. Como a resina *Epoxy* tem as melhores propriedades mecânicas (da Fig. 27) foi a escolhida.

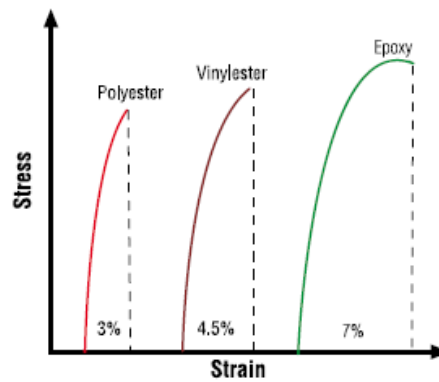


Fig. 27 - Resistência mecânica de resinas (Retirada de [12])

A fibra a utilizar será fibra de carbono, pois tem maior resistência e módulo específico (Fig. 28), o que faz com que seja o material mais eficiente para utilizar.

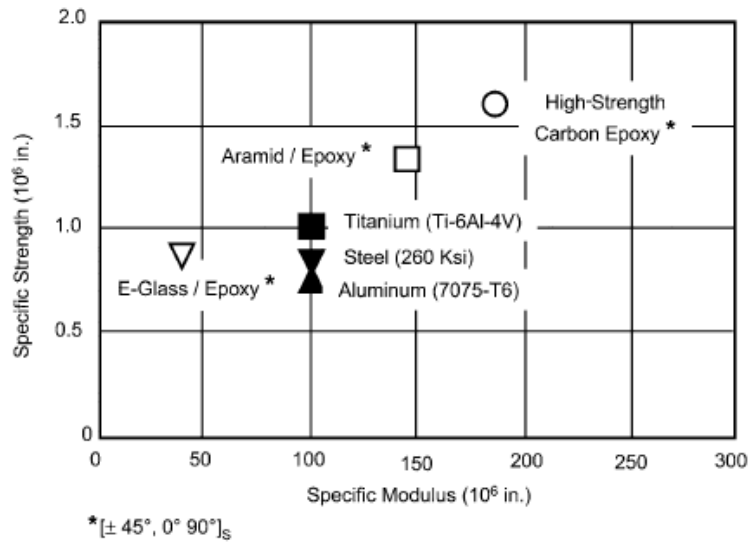


Fig. 28 - Comparação entre alguns compósitos vs. metais (Retirado de [9])

Em relação às fibras que podem ser utilizadas, podemos ver pela Fig. 29, que o tipo que tem melhor resistência mecânica e consegue obter o melhor rácio fibra/resina, são fibras contínuas alinhadas, tais como as presentes em camadas unidirecionais. Existem outros fatores que diferenciam entre tecido bidirecional e unidirecional, principalmente na manufatura. Novamente, cada um tem as suas vantagens e desvantagens.

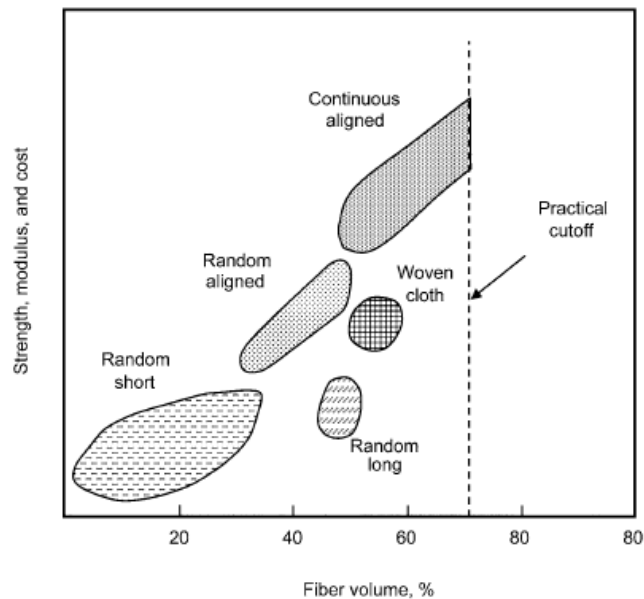


Fig. 29 - Tipos de fibra (Retirado de [9])

Em relação aos diversos tipos de fibras de carbono, estes são custeados de acordo com o seu módulo de rigidez, sendo que deve ser um fator levado em conta durante a escolha de fibras, como apresentado na Fig. 30.

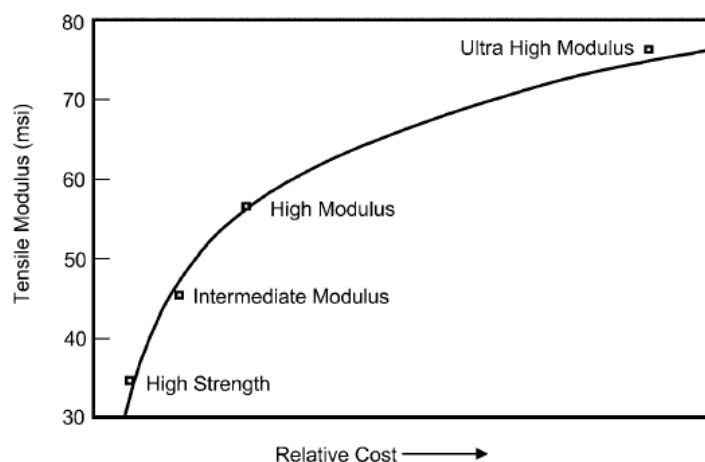


Fig. 30 - Custo relativo dos diferentes tipos de fibra de carbono (Retirado de [9])

Como visto, existem inúmeras variáveis no momento da escolha do material, sendo normalmente a escolha feita a partir das capacidades de manufatura, custo, propriedades mecânicas e disponibilidade do material. Como o material pré-impregnado é o que possibilita as melhores propriedades de todos os métodos de manufatura, a escolha recai sobre eles, dado o baixo conteúdo de defeitos resultantes da manufatura em comparação com outros métodos e o elevado rácio fibra/resina. Alguns dos defeitos que este tipo de manufatura reduz são: zonas sem resina, bolsas de ar, aglomerados de resina, distorção de fibras. Esta escolha foi largamente influenciada pelo facto de a produção considerada ser de pequena escala, sendo que para grande escala teria de se adaptar outro método de manufatura.

Para uma produção de pequena escala, o pré-impregnado torna-se mais fácil e económico, pois normalmente os moldes são consideravelmente mais simples em comparação com processos de injeção de resina de grande escala.

Definidas as características base do material a utilizar podemos efetuar a escolha. Na Tabela 2 encontram-se propriedades de dois tipos de fibras de carbono pré-impregnado, um de elevada resistência e outro de elevado módulo. Foram cedidas pelo Projeto FST, sendo que foram as propriedades utilizadas para o projeto do protótipo FST 07 obtidas por ensaios mecânicos.

Tabela 2 - Propriedades de fibras cedidas pelo Projeto FST

		<b>Propriedades em GPa</b>						
<b>Fibra</b>	<b>Tipo</b>	$E_{11t}$	$E_{11c}$	$E_{22t}$	$E_{22c}$	$G_{12}$	$G_{23}$	$\nu_{12}$
T1000	Elevada resistência	147	129	7,6	8,5	3,8	3,8	0,37
M46J	Elevado módulo	230	199	6,6	7,5	3,9	3,9	0,24

		<b>Propriedades em MPa</b>					
<b>Fibra</b>	<b>Tipo</b>	$\sigma_{11t}$	$\sigma_{11c}$	$\sigma_{22t}$	$\sigma_{22c}$	$\tau_{12}$	<b>ILSS</b>
T1000	Elevada resistência	2780	1449	43	234	116	99
M46J	Elevado módulo	1790	930	30	183	65	84

Para o cubo optou-se pela utilização de um metal dada a complexidade de manufatura em compósito laminado. Devido à sua baixa densidade e custo, comparado com outras ligas de alumínio ou titânio, o material base escolhido foi um Alumínio 7075-T6. As suas propriedades mecânicas foram retiradas da referência [13]. O alumínio não apresenta um patamar de vida infinita, sendo o valor utilizado o valor para o maior número de ciclos dado na referência e considerando um provete sem entalhe.

Tabela 3 - Propriedades do Alumínio 7075 - T6

$E$ (GPa)	$\nu$	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\sigma_y$ (MPa)	$\sigma_u$ (MPa)	$S_e$ (MPa)	$N_f$ (ciclos)
71,7	0,33	2810	488	567	133	10 <sup>7</sup>

Em que  $E$  é o módulo de rigidez,  $\nu$  o módulo de Poisson,  $\rho$  a densidade,  $\sigma_y$  a tensão de cedência,  $\sigma_u$  a tensão de fratura,  $S_e$  a tensão limite de fadiga para  $N_f$  ciclos.

## 6.2. Considerações de projeto

De maneira a obter uma peça que seja fiável e possível de manufaturar, algumas regras base devem ser utilizadas, de acordo com [9]. Foram utilizadas as seguintes considerações:

- A utilização de camadas de fibra unidirecional é preferível em relação a tecidos com mais que uma orientação, no sentido de reduzir os custos, facilitar a manufatura e aumentar as propriedades mecânicas;
- O compósito de fibra de carbono deve ser separado de partes metálicas, de alumínio e de aço, por uma camada de fibra de vidro, diminuindo a corrosão galvânica dos metais;
- Evitar ou diminuir condições que causem tensões de “Peel” ou arrancamento, tais como grandes diferenças de espessura;
- Localizar camadas de 90° e 45° perto da superfície para diminuir a carga crítica de instabilidade (*buckling*);
- As camadas superficiais devem ser o mais contínuas possível;
- Ter no mínimo 10% de cada orientação [0°, ±45°, 90°] no laminado;
- Evitar ter mais que 4 camadas da mesma orientação juntas, diminuindo a tendência de delaminar e para a propagação de fendas entre camadas;
- As reduções de espessura devem ser executadas em degraus de espessura de 0,25 mm a distâncias de 5 mm;
- As camadas UD devem ser recortadas (para moldar fibra no molde) apenas em direções paralelas à orientação.

Para efeitos de resistência à fadiga, é conhecido que um compósito tem consideravelmente mais resistência à fadiga que os metais, sendo que se forem utilizados valores conservadores de



deformação, a fadiga não deverá ser um problema, como especificado em [9]. Como as propriedades à fadiga de compósitos dependem de muitos fatores, utilizar-se-á um valor de referência para poder estimar um fator de segurança conservativo. Da Fig. 31 e da Fig. 32 podemos retirar um valor de referência.

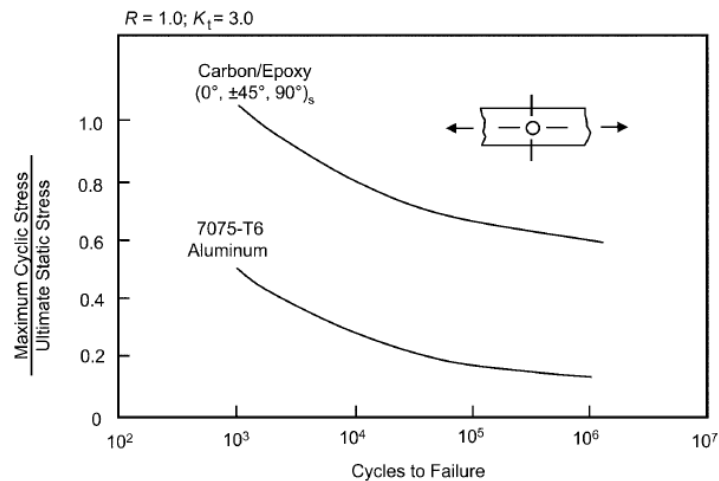


Fig. 31 - Resistência à fadiga de CFRP em comparação com o Alumínio 7075-T6 (Retirado de [9])

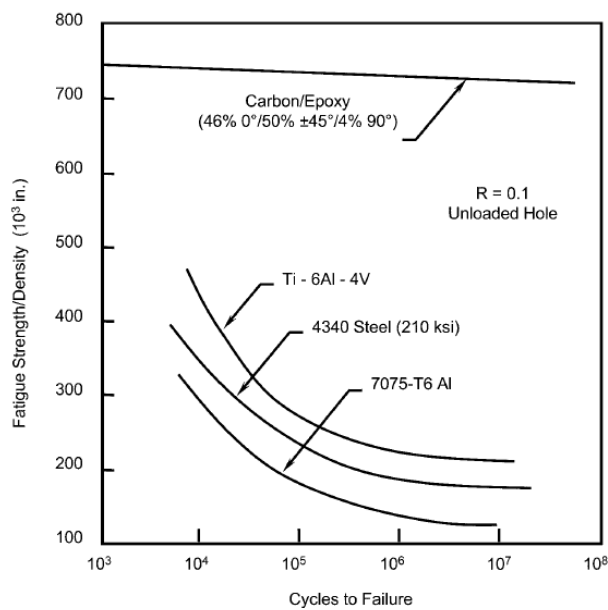


Fig. 32 - Resistência à fadiga específica de diferentes materiais (Retirado de [9])

Pela Fig. 31, retiramos uma comparação de um provete com entalhe sujeito a uma carga cíclica, que compara a resistência à fadiga entre um compósito de fibra de carbono quasi-isotrópico com um Alumínio de alta resistência mecânica. Na Fig. 32 é comparada a resistência à fadiga específica de diferentes materiais utilizados na indústria aeronáutica. Como a peça considerada não será utilizada num ambiente controlado, não existe uma previsão de número de ciclos a que a peça estará sujeita, sendo que o valor utilizado será o mais baixo encontrado. A partir da Fig. 31 podemos retirar um valor de referência de tensão limite que ronda os  $\sigma_{Max}/\sigma_{Ult} = 0,6$ .

### 6.2.1. Ligação aparafusada

Na ligação entre o cubo exterior e o laminado da jante será utilizada uma ligação aparafusada, sendo no cubo interior utilizados estes mesmo parafusos e uma ligação colada. Dado que na ligação colada é muito difícil ter a certeza da sua resistência mecânica devido à quantidade de variáveis associadas (que não são fáceis de controlar), tais como espessura de colagem, qualidade das superfícies, carregamentos cíclicos, etc. O projeto da ligação irá focar-se apenas na ligação roscada, sendo que a ligação colada serve para reduzir concentração de tensões à volta do parafuso e segurar o cubo interior no local, quando desmontado.

Num material compósito é possível sabermos o fator de concentração de tensões teórico em volta dos furos pela equação (30).

Esta faz com que variando as orientações de fibra tenhamos um fator diferente, tendo-se para um material isotrópico o valor de  $K_{te} = 3$ , como especificado em [9].

$$K_{te} = 1 + \sqrt{\left\{ 2 \left[ \sqrt{\frac{E_{xx}}{E_{yy}}} - \nu_{xy} \right] + \frac{E_{xx}}{G_{xy}} \right\}} \quad (30)$$

Devido ao elevado valor, irá existir relaxação de tensões via “delaminações”, sendo descritas pela equação (31). Estas podem ser aproximadas por um fator “ $\chi$ ” que idealmente deve ser obtido experimentalmente. No entanto, pode ser aproximado pela equação (32).

$$K_{tc} = 1 + \chi * (K_{te} + 1) \quad (31)$$

$$\chi = \frac{\%0^\circ \text{ de camadas}}{100} \quad (32)$$

Em que os termos  $K_{te}$  e  $K_{tc}$  representam o fator concentração de tensões antes e após relaxação de tensões num furo,  $E$  e  $G$  o módulo de rigidez e corte, e  $\nu$  o módulo de *Poisson*.

Por exemplo, para um laminado quasi-isotrópico com um furo de 6,5 mm,  $\chi = 0,25$ , obtém-se o novo valor de  $K_{tc} = 2$ . Estas três últimas equações foram retiradas de [9].

Os diversos modos de falha numa ligação aparafusada [9] (para imagens consultar **anexo B**):

- Esmagamento;
- Corte da secção  $E$ ;
- Tração;
- “*Cleavege*”;
- Arrancamento do parafuso;
- Falha do parafuso.

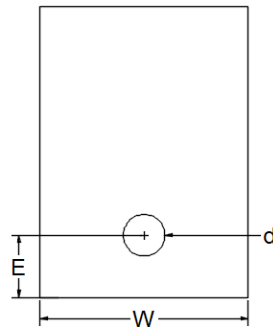


Fig. 33 - Distâncias de referência de uma ligação aparafusada

De maneira a perceber a resistência mecânica da ligação aparafusada (ver a Fig. 34), é apresentada a capacidade de carga da ligação em função de parâmetros, tal como a largura que resiste à tração/compressão " $W-d$ ", a distância " $E$ " e o diâmetro do parafuso,  $d$  (Fig. 33).

Pela Fig. 34, tira-se que para maximizar a resistência mecânica é preferível o esmagamento como modo de falha da ligação.

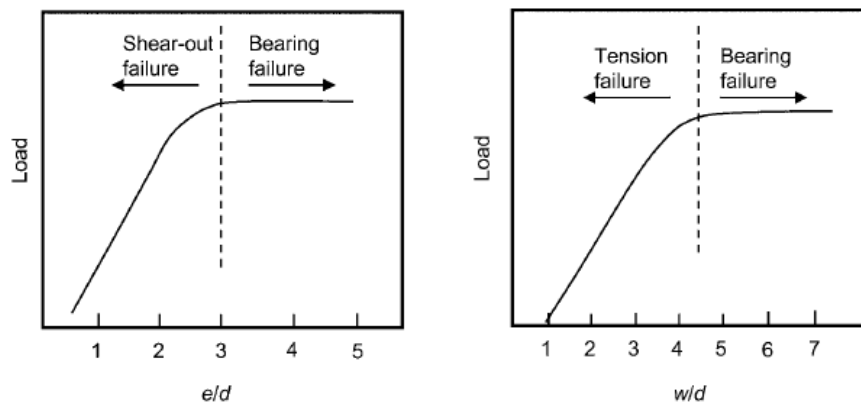


Fig. 34 - Resistência de uma ligação aparafusada em função de " $e/d$ " e " $w/d$ " (Retirado de [9])

Pela Fig. 35, denota-se que a resistência ao esmagamento da ligação aumenta com o binário de aperto utilizado, isto porque as tensões inter-laminares normais são muito altas e podem ser de tração nos bordos do compósito, tal como mostra a Fig. 22. Ao introduzir uma pré-carga no parafuso via binário de aperto, essas tensões de tração reduzem, aumentando assim a resistência da ligação.

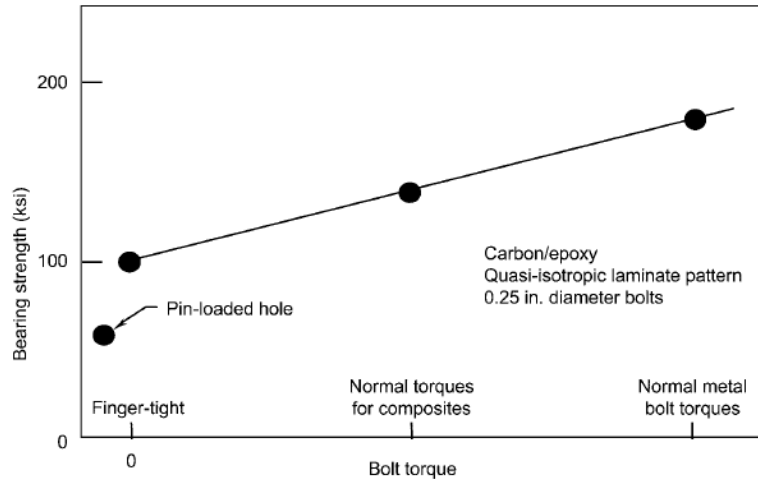


Fig. 35 - Variação da resistência da ligação em função da pré-carga do parafuso (Retirado de [9])

Existem algumas regras para o projeto de compósitos laminados, sendo que serão apresentadas duas referências com algumas regras que serão seguidas durante o projeto.

De acordo com [9], temos:

- Percentagem de orientação de maneira a ter uma transferência de carga eficiente:
  - $0^\circ = 30\text{--}50\%$ ;
  - $\pm 45^\circ = 40\text{--}60\%$ ;
  - $90^\circ = \text{mínimo } 10\%$ ;
- O laminado deve ser o mais simétrico e balanceado possível;
- Evitar falha por corte para aumentar a resistência da ligação, utilizar  $E/d > 2,6$ ;
- Evitar contato entre a rosca do parafuso e o laminado para reduzir a possibilidade de “delaminação”;
- Garantir que os parafusos têm uma resistência ao corte conservadora.

De acordo com [14], temos:

- Devido a efeitos de fadiga existe relaxação de tensões. Dessa forma os parafusos devem ser considerados como pinos durante o projeto;
- Na zona de parafusos não deve ser utilizada mais que 40% de uma orientação de fibra;
- Zona do furo com camadas nas direções ( $0^\circ, \pm 45^\circ, 90^\circ$ ), tentando atingir um laminado quasi-isotrópico, pois isto dá origem a melhores propriedades nestas situações.

Para efeitos de fadiga, será utilizada como referência a curva  $S-N$  apresentada em [14], que serve como aproximação com  $f = 5 \text{ Hz}$  e  $R = 0,1$ . Para uma placa de compósito laminado de fibra de carbono/epoxy com sollicitação de esmagamento devido a um pino, temos  $k = 0,07$ .

$$\frac{\sigma_{Max}}{\sigma_{Ult}} = 1 - k * \log(N_f) \quad (33)$$

Aplicando a equação (33) para  $N_f = 10^6$  ciclos (meramente indicativo), obtemos  $\sigma_{Max}/\sigma_{Ult} = 0,58$ . Este valor está de acordo com o valor obtido pela Fig. 31.

### 6.2.2. Fator de segurança

Para a escolha de um fator de segurança existem diversos fatores a entrar em conta, isto porque esta é uma peça crítica com a possibilidade de falha sujeita a carregamento cíclico. Deve também ser o mais leve possível, sendo que nestes casos é necessário que a confiança no modelo, material, processo de fabrico, etc., seja alta. Para tal, devem ser executados ensaios mecânicos na peça de maneira a aceitar o modelo utilizado, os testes de certificação de acordo com uma entidade reguladora, como por exemplo a *TUV*<sup>1</sup>.

De acordo com [9], um fator de segurança de 1,5 é utilizado na indústria aeronáutica, sendo que aqui a quantidade de informação disponível, tais como propriedades à fadiga e confiança nos modelos computacionais, possibilita que uma margem pequena seja dada. Neste caso, como a quantidade de informação fiável é muito limitada, será utilizado um fator de segurança maior.

Pelos valores de  $\sigma_{Max}/\sigma_{Ult}$  obtidos a partir das diferentes referências e dando uma margem no erro introduzido no modelo, será utilizado um fator de segurança de 3 ao resultado estático. No entanto, é possível ver mais à frente que não se cumpriu este valor elevado em algumas zonas muito localizadas, pois seria necessária a utilização de mais camadas aumentando a massa. Recorreu-se assim à aceitação de um fator de segurança de 2 onde necessário.

Em relação à mudança de propriedades devido à degradação ambiental, nomeadamente a absorção de humidade, de acordo com [9], retira-se que apenas para temperaturas de utilização elevadas se nota uma redução significativa das propriedades. Retira-se também que a utilização em temperaturas negativas é suscetível a falhas devido à água congelar e expandir, fenómeno a ter cuidado durante a laminação da peça. Em relação à degradação devido aos raios UV, utiliza-se um verniz para essa proteção.

### 6.2.3. Carregamentos utilizados

De maneira a poder obter os carregamentos necessários ao estudo do componente foi utilizada a norma apresentada em [15], que é aplicável a jantes de liga-leve. Como não existe de momento uma norma aplicável a jantes em compósito laminado de acordo com a pesquisa efetuada, esta foi a utilizada. As cargas provenientes da norma são calculadas a partir do “*Load index*” da jante, parâmetro de carga normalizado, e do raio máximo disponível de pneu no mercado. Neste caso, foi escolhido um “*Load index*”, de maneira a que todos os pneus possam

---

<sup>1</sup> Empresa de auditoria e certificação europeia, que garante o cumprimento de normas internacionais.

ser utilizados. Para a medida mais comum este valor é sempre 58, que corresponde a 236 kg, e o peso da mota com piloto ronda os 245 kg. O valor escolhido foi o mais próximo ao peso da mota com piloto, utilizada como referência, “Load index” igual a 60, que equivale a 250 kg.

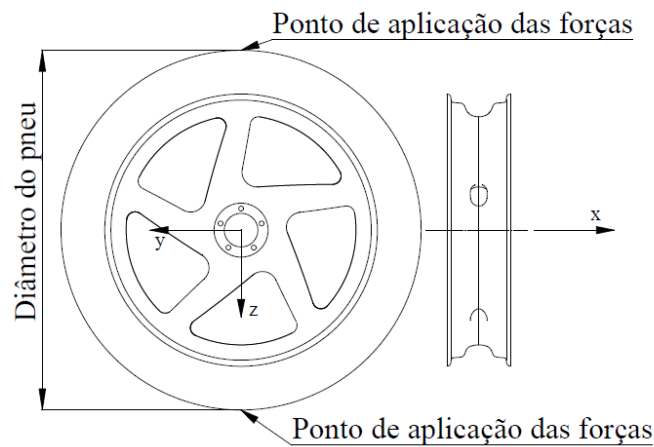


Fig. 36 - Sistema de eixos com os pontos de aplicação de força na roda

Os carregamentos estão de acordo com o sistema de eixos apresentado na Fig. 36. Na norma, todos eles são de fadiga, não existindo nenhuma referência a carregamentos estáticos. Representam todas as direções de força que podem surgir durante a utilização da mota.

Cargas da Norma		Cargas no ponto de ação	
<b>Fadiga por flexão rotativa</b>		<b>Carga equiv. de flexão</b>	
$M_y$ [N.m]	361	$F_x$ [N]	1203
$N_f$ (ciclos)	$10^5$	$F_z$ [N]	1203
<b>Fadiga com carga radial</b>		<b>Carga equiv. radial</b>	
$F_z$ [N]	5518	$F_z$ [N]	5518
$N_f$ (ciclos)	$5 * 10^5$	<b>Carga equiv. de torção</b>	
<b>Fadiga por torção</b>		$F_y$ [N]	2453,3
$M_x$ [N.m]	736		
$N_f$ (ciclos)	$10^5$		

Fig. 37 - Cargas presentes na norma [15] transpostas para o ponto de aplicação de forças

Todos os carregamentos apresentados na norma são aplicados no centro geométrico, utilizando estruturas pré-definidas. As cargas no ponto de ação foram transpostas do centro geométrico. No ponto de ação não foram considerados momentos, visto que o pneu e a estrada não se encontram ligados. Este é o ponto que simula a passagem de forças do pneu para o contorno da jante, sendo aí aplicadas as cargas calculadas na figura acima. De forma a garantir que as cargas utilizadas são as críticas, foram retiradas as cargas na roda dianteira provocadas por uma situação de travagem com a roda traseira prestes a perder o contacto com o chão.

Para obter os carregamentos na mota foi utilizada uma abordagem estática em travagem, tal como mostrado na Fig. 38.

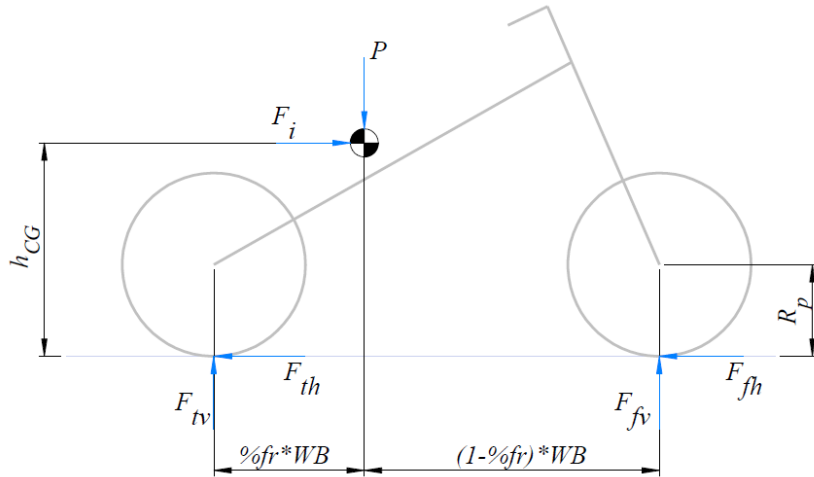


Fig. 38 - Diagrama de corpo livre da moto em travagem

O equilíbrio de forças é dado pela equação (34).

$$F_{tv} = F_{th} = 0, \quad F_{fv} = P = m * g \text{ [N]}, \quad F_{fh} = F_i = m * a_{CG} \text{ [N]} \quad (34)$$

O equilíbrio de momentos está apresentado na equação (35) (determinação da desaceleração de travagem).

$$m * a_{CG} * h_{CG} = m * g * (1 - \%f_r) * WB \rightarrow a_{CG} = \frac{g * (1 - \%f_r) * WB}{h_{CG}} \quad (35)$$

O binário de travagem é então calculado com recurso à equação (36).

$$B_r = F_{fh} * R_p = m * a_{CG} * R_p = (m * g * R_p) * \frac{WB * (1 - \%f_r)}{h_{CG}} \text{ [N.m]} \quad (36)$$

Para obter os binários de travagem é necessário saber a posição do centro de massa. No caso de um motociclo não é possível determinar o centro de massa, pois a posição do piloto influencia esta distribuição, por isso foram utilizadas as equações da transferência de massa provocada pela travagem para obter uma variação em função destes parâmetros, apresentados na Fig. 39 e na Fig. 40.

De acordo com dados retirados de [16], as desacelerações máximas obtidas podem chegar aos 1,8 g's numa moto de competição, com uma massa total de moto e piloto de cerca de 220 kg. Isto, provocaria um binário de travagem de cerca de 1165 N.m.

Neste caso de travagem retira-se um binário superior ao utilizado na norma, sendo este o utilizado. Em todas as cargas será utilizada a pressão máxima que o pneu pode suportar, que ronda os 4 bar ou 60 psi (Tabela 4).

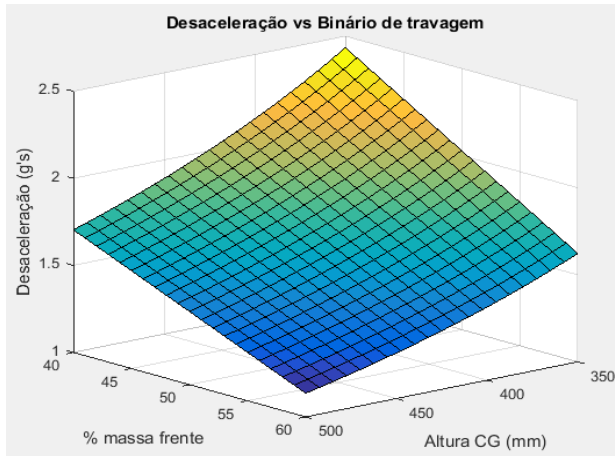


Fig. 39 - Influência da localização do centro de massa na desaceleração máxima

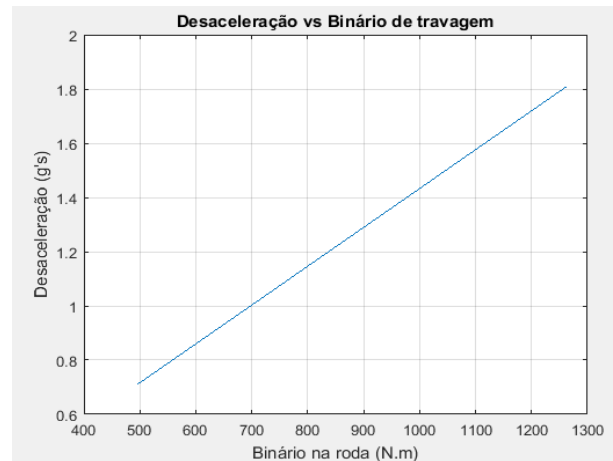


Fig. 40 - Binário de travagem versus desaceleração

As cargas serão aplicadas de acordo com o sistema de eixos e pontos de aplicação de força apresentados na Fig. 36. Estes dois pontos servem para simular os casos em que o ponto de aplicação está coincidente com a zona do raio e com a zona entre raios no contorno. Como temos 3 casos e 2 pontos de aplicação, o centrado e o descentrado com um dos raios, haverá 6 carregamentos que serão considerados no estudo de elementos finitos e na otimização.

Tabela 4 - Carregamentos no ponto de aplicação da força

Vertical		Lateral			Travagem		
Z [N]	Pressão [MPa]	Z [N]	X [N]	Pressão [MPa]	Z [N]	Y [N]	Pressão [MPa]
5518	0,41	1203	1203	0,41	2158	3885	0,41

Para o estudo do cubo são necessárias as cargas nos rolamentos, considerando-se um dos rolamentos livre axialmente. Esta abordagem considera que apenas um dos rolamentos suporta a carga axial, sendo este o caso limite. As cargas utilizadas são provenientes da transposição do “contact patch” do pneu para o centro geométrico do cubo. O diagrama de corpo livre do cubo com os rolamentos está apresentado na Fig. 41. O equilíbrio de forças está na equação (37).

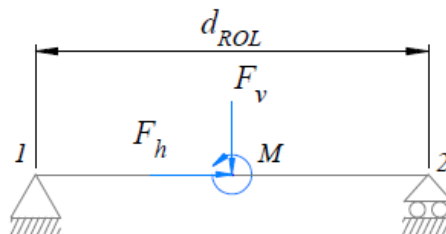


Fig. 41 - Diagrama de corpo livre do cubo para retirar cargas nos rolamentos

$$F_{1v} = F_v - F_{2v}, \quad F_{2v} = \frac{\left(-\frac{2 * M}{d_{rol}} + F_v\right)}{2}, \quad F_{1h} = F_h \quad (37)$$

Em que  $d_{ROL}$  é a distância entre rolamentos.



Todas as forças presentes na Tabela 5 estão aplicadas nos rolamentos, sendo apenas o binário de travagem aplicado nos parafusos do disco. Estas já se encontram calculadas de maneira a poderem ser aplicadas em apenas um lado do cubo, ou seja, já se encontram divididas por dois ou, no caso Lateral, calculadas a partir das equações apresentadas em cima.

Tabela 5 - Carregamentos no cubo

<i>Vertical</i>	<i>Lateral</i>		<i>Travagem</i>		
<i>Z [N]</i>	<i>Z [N]</i>	<i>X [N]</i>	<i>Z [N]</i>	<i>Y [N]</i>	<i>Binário [N.mm]</i>
2759	3660	1203	1079	1943	582750

Pela Tabela 5 podemos retirar as forças presentes no rolamento, equação (38).

$$F_{axial} = F_h = 1203 \text{ N}, \quad F_{radial} = \max(F_{1v}, F_{2v}) = 3660 \text{ N} \quad (38)$$

### 6.3. Geometria

#### 6.3.1. Jante

Para a definição da geometria da jante foi utilizado o software “SolidWorks”. A largura do centro foi determinada de maneira a que não exista interferência entre os parafusos presentes nesta zona. Os raios têm uma secção oval variável, de maneira a que os raios saiam tangentes à zona central. Para diminuir a massa foi adicionado um pequeno ângulo para a secção diminuir até chegar ao contorno. Na Fig. 42 pode ver-se o CAD final da jante obtido após algumas iterações. Em toda a superfície de contato com o molde adicionou-se um pequeno ângulo de desmoldagem para facilitar a manufatura.



Fig. 42 - CAD da jante

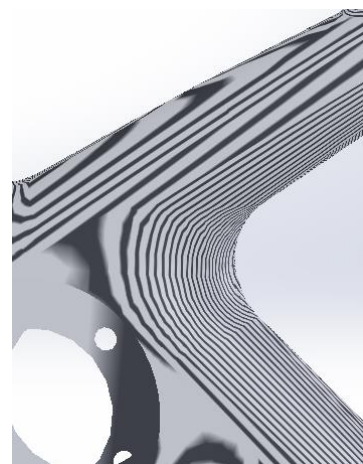


Fig. 43 - Análise de zebras da jante

De maneira a perceber se a transição das superfícies é suave, foi feita uma análise de curvatura das superfícies (efeito tipo “zebra” demonstrado na Fig. 43). Para esta análise é necessária a movimentação da peça para ver como se movimentam as linhas, sendo que imagens não

chegam para perceber. No entanto é possível ver pela Fig. 43 que existe uma transição suave no boleado junto ao centro.

### 6.3.2. Cubo

Para se poder obter uma geometria base, algumas dimensões devem ser determinadas e algumas características acrescentadas para facilitar a manufatura e a montagem do cubo na jante. As dimensões necessárias são:

- Zona de ligação do cubo à jante:
  - Diâmetro do círculo de ação e dos parafusos;
  - Espessura e diâmetro exterior;
  - Garantir concentricidade.
- Comprimento e diâmetro exterior dos apoios dos parafusos do disco;
- Diâmetro exterior, largura e distância entre rolamentos;
- Diâmetro interior e exterior do cubo para aguentar os carregamentos, considerando um simples veio.

Dada a quantidade de iterações necessárias para obter os valores finais, foi criada uma folha de cálculo (em “*excel*”) parametrizada, a fim de facilitar os cálculos e poder considerar diversos casos. Apenas a solução final é apresentada. De maneira a obter as dimensões dos apoios utilizou-se as fórmulas presentes no **Anexo C.1**. Para calcular os parafusos que ligam o cubo à jante são utilizados os fatores de segurança presentes no **Anexo C.2**. Para obter as dimensões de ligações roscadas foram utilizadas as fórmulas presentes no **Anexo C.3**.

O tipo de chumaceira utilizado será de rolamento, que não necessita de uma fonte lubrificação externa constante, tendo a sua lubrificação selada interiormente. Tem também um intervalo de manutenção longo e um coeficiente de atrito baixo. Na escolha dos rolamentos, o fator de segurança de projeto deve também ser satisfeito. A única medida fixa para a escolha de rolamentos é o diâmetro interno, que será igual ao diâmetro do veio que fixa a roda. O catálogo da empresa *SKF* foi consultado, sendo considerados todos os rolamentos com diâmetro interior igual ao necessário, incluindo o método de cálculo recomendado. Obtemos assim as contas necessárias para estimar o fator de segurança do rolamento e uma estimativa da vida do rolamento. Esta é muito difícil de estimar, pois existem demasiadas variáveis que não são possíveis de prever, como por exemplo o grau de limpeza, o ciclo de manutenção e o tipo de utilização a que o rolamento estará sujeito, daí a razão para não se calcular a vida corrigida devido ao efeito da lubrificação. No estudo de rolamentos interessa definir se as cargas serão estáticas ou dinâmicas. De acordo com o catálogo, as cargas devem ser consideradas dinâmicas quando a velocidade de rotação é superior a 10 RPM.

Nesta aplicação o rolamento poderá atingir velocidades de rotação muito superiores. Considerando uma velocidade máxima de 300 km/h, temos a velocidade de rotação calculada pela equação (39).

$$v = 300 \frac{km}{h} = 83,3 \frac{m}{s}, \quad w = \frac{v}{R_p} = 277,8 \frac{rad}{s} = 2650 \text{ RPM} \quad (39)$$

As fórmulas utilizadas para o cálculo dos rolamentos estão presentes no **Anexo C.4**. São assim apresentados os resultados via tabelas para retirar as dimensões base do cubo. O carregamento utilizado foi retirado da Tabela 5, sendo para os parafusos do disco utilizado o caso de travagem e para a ligação entre o cubo e a jante utilizado o carregamento lateral.

Tabela 6 - Dados e fatores de segurança dos parafusos da ligação entre o cubo e a jante

Dados		Corte	
Tensão de prova 8.8 (MPa)	580	Diametro acção Paraf. (mm)	72
Diâmetro (mm)	8	Força de corte, Ps (N)	3969,5
$A_t$ (mm <sup>2</sup> )	36,6	Axial	
Nº Parafusos	5	Dist. máx. à charneira (mm)	73
fator de atrito	0,157	$\sum r_i^2$ (mm <sup>2</sup> )	12919,26
$\chi$	0,75	Força Axial, P (N)	1937,2
Força de prova (N)	21228	Fator de segurança	
Pré-carga (N)	15921	Separação	✓ 11
c (% carga para a junta de lig.)	0,25	Escorregamento	✗ 0,6
Dist. Axial Rol-Parafusos (mm)	35,5	Parafuso	✓ 11
Diametro exterior (mm)	16	Corte do parafuso	✓ 3,7
Espessura suporte (mm)	5	Pressão uniforme	✓ 5,7
Tensão ced. Al 7075-T6 (MPa)	488		

Tabela 7 - Tensões e fatores de segurança nos apoios

	Tensão	F. Seg.
Esmag. axial (MPa)	105,6	✓ 4,6
Esmag. radial (MPa)	99,2	✓ 4,9
Corte (MPa)	99,2	✓ 4,9

Tabela 8 - Tensões e fatores de segurança nos suportes e nos parafusos do disco

Suporte parafuso		Tensão	F. Seg.
Diamêtro parafuso (mm)	8	Esmag. axial (MPa)	105,6 ✓ 4,6
Diamêtro da raiz (mm)	6,47	Esmag. radial (MPa)	27 ✓ 18,1
Diamêtro do passo (mm)	7,19	Corte (MPa)	27 ✓ 18,1
Passo (mm)	1,25	Degulamento (MPa)	52,8 ✓ 9,2
Diamêtro exterior (mm)	16	Esmag. rosca (MPa)	95,4 ✓ 5,1
Comprimento rosca (mm)	12	Flexão rosca (MPa)	112,8 ✓ 4,3
Nº Parafusos	5	Fator de segurança	
Atrito Aço-Al	0,61	Escorregamento	✓ 3,7
Corte		Corte do parafuso	✓ 3,7
Diametro acção Paraf. (mm)	90		
Força de corte, Ps (N)	2590		

Aplicando estas fórmulas, nota-se que o parâmetro “c”, rácio de rigidez da ligação, não necessita de ser calculado, pois a segurança quanto à separação do parafuso tem valores muito elevados sempre superiores a 3. Quanto ao escorregamento, não é possível com esta geometria obter um fator 3. Como o carregamento que provoca o escorregamento apenas tem uma direção e o fator de segurança ao corte do parafuso tem um valor elevado, considerou-se suficiente.

Tabela 9 - Cálculos para a escolha do rolamento

Rolamento	61805	61905	16005	6005	6205	6205 ETN9	6305	6305 ETN9	6405
D (mm)	25	25	25	25	25	25	25	25	25
d (mm)	37	42	47	47	52	52	62	62	80
B (mm)	7	9	8	12	15	15	17	17	21
C (kN)	4,36	7,02	8,06	11,9	14,8	17,8	23,4	26	35,8
w lim (RPM)	24000	22000	20000	20000	18000	18000	16000	16000	13000
massa (kg)	0,022	0,045	0,06	0,078	0,13	0,12	0,23	0,22	0,54
$P_{eq}$ (N)	3660,8	3660,8	3660,8	3660,8	3660,8	3721,6	3837	3873,5	4075
$L_{10}$ ( $10^6$ ciclos)	1,7	7,1	10,7	34,3	66,1	109,4	226,8	302,4	678,1
$n_{Rol} = C/P_{eq}$	✗ 1,2	✗ 1,9	✗ 2,2	✓ 3,3	✓ 4	✓ 4,8	✓ 6,1	✓ 6,7	✓ 8,8

Em relação à espessura equivalente de um veio do mesmo material, retira-se uma estimativa inicial do diâmetro exterior e espessura considerando a secção crítica junto aos parafusos que ligam o cubo à jante. Será uma estimativa, pois não são considerados fatores de concentração de tensões, servindo apenas para poder ter uma dimensão para a modelação. Para calcular os dados apresentados na Tabela 10 foi utilizado o **Anexo C.5**.

Tabela 10 - Determinação de dimensões de um veio equivalente

Di (mm)	48	Do (mm)	54
Tensão	Vertical	Lateral	Travagem
$\sigma_a$ (MPa)	26,1	34,6	20,9
$\sigma_m$ (MPa)	0	2,5	86,9
Goodman	✓ 5,1	✓ 3,8	✓ 3,2

De forma a garantir a concentricidade do cubo com a jante no momento da montagem, decidiu-se implementar um prolongamento com tolerância no cubo, de maneira a que este entre justo no cubo interior, como pode ser ilustrado na Fig. 44.

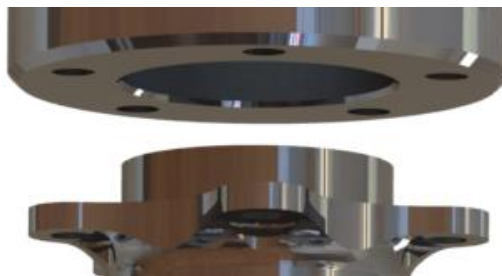


Fig. 44 - Encaixe entre o cubo exterior e interior

#### 6.4. Método de manufatura da jante

O método de manufatura foi pensado ao longo do projeto da jante, tendo ambos sofrido alterações ao longo do tempo com sucessivas iterações até uma metodologia final. O método é apresentado antes dos resultados para ser mais fácil de os perceber. Não existe grande informação disponível acerca de manufatura de peças ocas.

No entanto, com alguma experiência e com a pouca informação que existe é possível pensar num método de manufatura para este tipo de peças. Como a peça é feita com fibra pré-impregnada, o método tem de ser pensado para tal. A metodologia baseia-se nalguns passos fundamentais:

- Possível de desmoldar;
  - Utilizar molde exterior para colocar a fibra;
- Reduzir quantidade de moldes;
  - Divisão do molde na linha de simetria;
- Garantir precisão da geometria aquando do fecho dos moldes;
  - Furos com tolerância justa e de posição em ambos os moldes para neles inserir pinos;
- Pressão imposta em todas as superfícies para conseguir a compactação da fibra com a resina em toda a peça;
  - Saco de vácuo e utilização de um saco interior por raio para ser possível de os retirar após a cura.



Fig. 45 - Saco interior de um raio

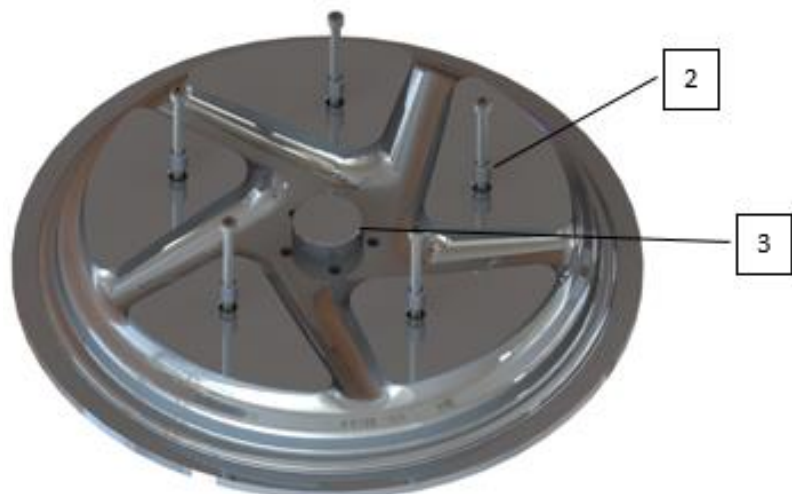


Fig. 46 - Molde para a manufatura da jante

Nas Fig. 45 e Fig. 46 estão apresentados alguns detalhes de manufatura.

- Detalhe 1:
  - Entrada de ar para garantir a pressão interior no saco, com uma rosca de maneira a ter uma porca com anilha de borracha que veda a pressão no saco de vácuo. O saco será de silicone que é um desmoldante natural;
- Detalhe 2:
  - Pequenos tubos justos que garantem o alinhamento de ambos os moldes;
- Detalhe 3:
  - O cubo entra com tolerância de maneira a garantir a concentricidade com a jante. Os furos possibilitam que sejam inseridos parafusos a segurar o cubo interior aquando da manufatura.

De seguida, na Fig. 47, mostra-se a sequência de manufatura.



*Fig. 47 - Ilustração do processo de manufatura*

Sequência, por ordem da manufatura:

1. Disposição de fibra no molde;
2. Montagem e aperto do cubo interior;
3. Repetir no outro molde;
4. Camadas em volta dos sacos interiores com pouca pressão e sua colocação num dos moldes;
5. Inserir espaçadores no molde que contém os sacos;
6. Fechar moldes;
7. Inserir o saco de vácuo na superfície do contorno com recortes para ser possível de meter pressão no saco interior;
8. Meter o saco em vácuo e encher os sacos interiores;
9. Levar à Autoclave;
10. Retirar a peça e tirar o saco de vácuo;
11. Retirar o saco interior pela zona do contorno;
12. Laminar as últimas camadas que fecham os furos dos raios. Aqui não é possível utilizar vácuo, porque isto levaria o saco a rasgar. No entanto, pode ser utilizada uma pressão muito baixa para tentar evitá-lo.

No processo 8. e 12., caso este último use saco de vácuo, tem de se ter atenção à diferença de pressão provocada pelo saco de vácuo e o saco interior, o que pode causar problemas se houver uma grande diferença.

## 7. Teoria de otimizações utilizadas

Atualmente, os métodos de otimização são cada vez mais utilizados para aumentar a eficiência das estruturas. Estes permitem um ciclo de projeto mais rápido, pois retira parte das iterações necessárias para obter uma estrutura que cumpra os requisitos.

Toda a informação referente aos métodos de otimização utilizados foram retirados de [4]. Uma otimização resume-se a um problema matemático de minimização de uma função, sendo o problema formulado da seguinte maneira:

Função objetivo:

$$\min_x f(x) = f(x_1, x_2, x_3, \dots) \quad (40)$$

Sujeito a:

$$g_j(x) \leq 0, \quad j = 1, \dots, m \quad (41)$$

$$x_i^L < x_i < x_i^U, \quad i = 1, \dots, n \quad (42)$$

Em que  $f(x)$  é a função a minimizar,  $g_j(x)$  constrangimentos do problema e " $x_i$ " as variáveis de *design*, sendo que " $L$ " e " $U$ " denotam as fronteiras de cada variável como "*low*" e "*upper*". Consoante necessário podem existir " $m$ " funções de constrangimento e " $n$ " variáveis de *design*.

A função a minimizar e os constrangimentos são definidos pelo programa como respostas (equações de estado), as quais podem ser obtidas após a análise dos elementos finitos ou serem parâmetros geométricos, alguns exemplos: fração de volume, volume, fração de massa, massa, *compliance*, deslocamento máximo num dado conjunto de nós, índices de falha, tensões, frequência natural, etc., sendo que pode ser escolhida uma delas ou uma combinação de várias.

Os algoritmos de otimização utilizados pelo programa "*Optistruct*", tal como especificado em [4], podem ser escolhidos de entre quatro opções, tendo sido utilizado o algoritmo padrão para cada tipo de otimização.

Para topologia e *free-size* o algoritmo utilizado denomina-se de DUAL (*Dual Optimizer based on separable convex approximation*), que se adequa a problemas com um grande número de variáveis. Para a otimização de forma e dimensão o algoritmo utilizado denomina-se de MFD (*method of feasible directions*).



### 7.1. Otimização topológica

As variáveis para a otimização topológica são definidas pela equação (43).

$$\underline{K}(\rho) = \rho^p \cdot K \quad (43)$$

Em que  $\rho$  é a densidade do elemento que varia dentro do intervalo  $[0; 1]$ ,  $p$  o expoente de penalização da densidade,  $K$  a matriz de rigidez inicial do elemento e  $\underline{K}(\rho)$  a matriz de rigidez penalizada do elemento.

Como uma otimização topológica se baseia em obter uma densidade de elemento nula ou unitária, que corresponde a ter ou não ter material, um expoente de penalização é utilizado de forma a forçar as densidades a adquirir valor nulo ou unitário, normalmente adquirindo valores entre 2 e 4. Esta otimização será utilizada para obter a forma do cubo.

### 7.2. Otimização Dimensional (*Free-size/size*)

As variáveis para a otimização de *free-size/size* são definidas pela equação (44).

$$p = C_o + \sum (DV_i * C_i) \quad (44)$$

Em que  $p$  é a propriedade do elemento a ser otimizada,  $C_o$  o valor da propriedade inicial do elemento,  $C_i$  é um fator linear associado às variáveis de design e  $DV_i$  a variável de design.

No caso de otimização *free-size* à espessura de um compósito,  $C_o = 0$ ,  $C_i = 1$  e  $DV_i$  é igual à espessura da orientação considerada em cada elemento. Temos assim que existe uma variável de design por orientação por cada elemento.

$$p_{elemento} = DV_{0^\circ} + DV_{90^\circ} + DV_{45^\circ} + DV_{-45^\circ} \quad (45)$$

A diferença entre otimização *free-size* e *size*, é que no *free-size* a espessura pode variar continuamente ao longo da geometria existindo um grande número de variáveis de design. Por outro lado, na otimização de *size* existe uma variável de design por camada; a espessura obtida pode ser um múltiplo de um valor introduzido. Tem-se também um algoritmo de otimização diferente para cada tipo.

### 7.3. Otimização de forma

As variáveis para a otimização de forma são definidas por:

$$x_i = x_i^o + \sum (DV_i * VP_i) \quad (46)$$

Em que  $x_i$  é a posição do nó,  $x_i^o$  a posição inicial do nó,  $VP_i$  o vetor de perturbação do nó e  $DV_i$  definido como a variável de design que quantifica quanto o nó vai mudar de posição.

Para obter  $VP_i$  pode ser utilizada a função “*morphing*” da malha, como especificado em [4]; este método foi utilizado na otimização de inclinação dos raios. O vetor de perturbação do nó  $VP_i$  pode ser explicado como sendo a direção que o nó pode seguir durante a otimização.

#### 7.4. Otimização de empilhamento

Método proprietário do programa, sendo que não existe informação de como é executado. Basicamente o que faz é mudar a sequência de empilhamento do laminado para satisfazer os parâmetros definidos pela otimização. Podem ser aplicadas múltiplas variáveis de design para o empilhamento, o que significa que uma dada lista de camadas pode ser dividida em intervalos a otimizar. Por exemplo, com 20 camadas, pode ser escolhido otimizar o empilhamento da camada 1-10 e da 10-20, sendo assim possível otimizar o empilhamento por zonas da geometria.

#### 7.5. Função objetivo na definição inicial da geometria

O tipo de otimização utilizada tem apenas uma função objetivo. Esta depende do problema e da escolha feita pelo utilizador. Esta será a função a minimizar no problema, dado que dependendo do tipo de otimização diferentes funções objetivo devem ser utilizadas.

Uma das vantagens de minimizar a flexibilidade (*compliance*) é que isto faz com que o pretendido seja o aumento de material na peça, aumentando a rigidez diminuindo a *compliance*. Isto é benéfico pois os restantes constrangimentos, normalmente fazem diminuir a quantidade de material na peça, tais como, fração de volume, de massa, volume e massa. Esta escolha garante que existirá material em toda a geometria, principalmente nas zonas de maior deformação, o que não acontece com os constrangimentos que reduzem material na peça.

Nos casos de otimização de topologia e *free-size*, a minimização de massa provocaria uma diminuição de material, sendo por sua vez necessária a utilização de uma resposta ou constrangimento que fizesse aumentar a quantidade de material onde necessário na peça. Este último, pode ser de tensões ou deslocamentos, ambas difíceis de implementar no problema, porque as zonas de concentração de tensões são ignoradas, pois as tensões são diretamente filtradas pelo algoritmo do programa.

Inserir constrangimentos de deslocamento na peça faria com que em todas as zonas críticas de deformação necessitassem de ser constrangidas, caso contrário deixaria de existir material nessa zona, o que faria com que diversos estudos fossem necessários para obter resultados fiáveis e os deslocamentos nas diversas zonas deveriam ser arbitrados.

Com esta explicação é fácil perceber o porquê da preferência da minimização de *compliance* com constrangimentos de fração de volume, nos passos iniciais da otimização.

## 7.6. Constrangimentos de manufatura durante a otimização

Na otimização de topologia e *free-size* é possível adicionar constrangimentos de manufatura, que são basicamente funções de constrangimento de variáveis a adicionar ao problema, sendo os mais comuns e utilizados durante este projeto os seguintes:

- Tamanho mínimo e máximo de agrupamento de elementos;
- Simetria cíclica;
- Espessura mínima e máxima do laminado;
- Balanceamento da orientação de camadas desejado do laminado.

## 7.7. Metodologia de otimização de compósitos utilizada

Nesta peça algumas técnicas foram utilizadas sendo o método de otimização de compósitos feita de acordo com o método de 3 fases utilizado no programa “*Optistruct*”, apresentado em [17] e [18]. Este consiste em repartir a otimização em 3 fases, *free-size*, *size* e empilhamento.

Durante a primeira utiliza-se uma abordagem de maneira a tentar obter um material compósito homogêneo, *SMEAR*, que não considera a sequência de empilhamento nem laminados não simétricos, as equações constitutivas do laminado (18), (19) e (20), assumem aqui por meio de uma simplificação demonstrada em [19], as equações (47), (48) e (49).

$$\mathbf{A}_{ij}^* = \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}^k (z_k - z_{k-1}) \quad (47)$$

$$\mathbf{B}_{ij}^* = 0 \quad (48)$$

$$\mathbf{D}_{ij}^* = \mathbf{A}_{ij}^* * \frac{t_{Lam}^2}{12} \quad (49)$$

Em que  $t_{Lam}$  é a espessura do laminado.

Desta forma garante-se que o empilhamento não altera as propriedades do material, pois o objetivo é saber onde e quanto material de cada orientação é necessário na estrutura, de maneira a poder retirar a forma das camadas.

Para saber onde é necessária espessura de uma determinada orientação na peça, utiliza-se uma otimização de *free-size*, partindo do início com um laminado de quatro camadas com as orientações base  $[0^\circ, \pm 45^\circ, 90^\circ]$ , cada com uma espessura elevada inicial. Esta irá definir uma variação de espessura contínua ao longo da peça para cada camada, sendo por sua vez uma variação de espessura de cada orientação.

A partir do resultado obtido é possível determinar manualmente as formas de camadas. Com esta informação cria-se um modelo com as camadas escolhidas com um empilhamento arbitrário. Utilizando agora a formulação que considera empilhamento faz-se uma otimização *size* (de espessura) a todas as camadas para obter a quantidade de camadas de espessura unitária presentes na geometria. De seguida faz-se uma otimização de empilhamento às camadas obtidas anteriormente considerando diversas zonas a otimizar o empilhamento.

Uma ilustração do processo que ocorre num elemento é apresentada na Fig. 48.

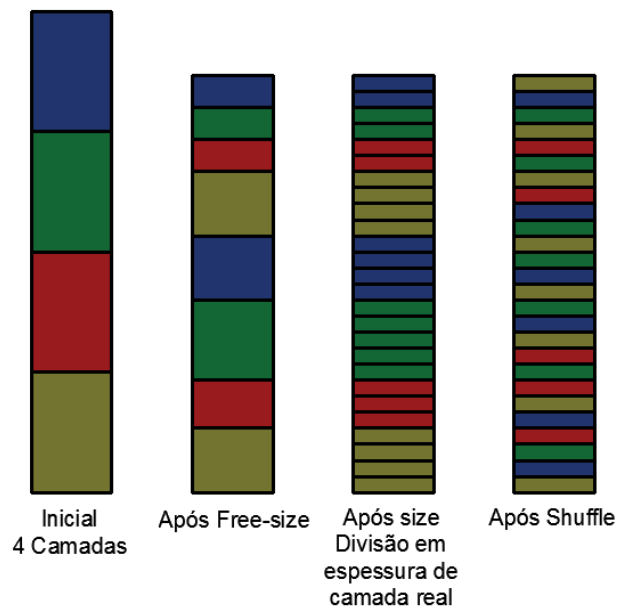


Fig. 48 - Ilustração do que acontece durante o processo de otimização de compósitos num elemento

## 7.8. Otimização da peça

A otimização de toda a peça foi dividida em 5 fases, apresentadas na Fig. 49.

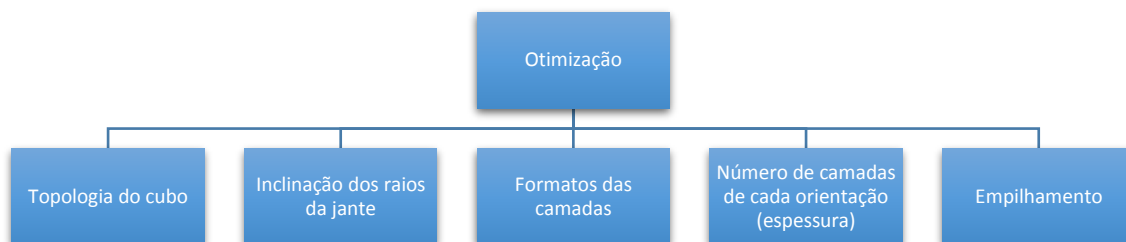


Fig. 49 - Etapas da otimização

### 7.8.1. Forma do cubo

A forma do cubo será obtida por meio de uma otimização topológica, para isto é necessária a definição de uma geometria base que considere um volume de trabalho. A geometria deve ser dividida em dois componentes, um terá os volumes fixos e outro os volumes que devem ser considerados na otimização. O objetivo desta otimização será encontrar um compromisso entre os fatores apresentados na Fig. 49 e perceber as diferentes opções possíveis de utilizar.

A divisão de volumes deve ser feita a partir da escolha de volumes necessários ao funcionamento da peça, sendo os volumes fixos inicialmente apenas a zona de contacto com os parafusos e a zona de apoio do rolamento. Como constrangimento de montagem deve considerar-se espaço para a montagem de todos os parafusos (com uma chave de caixa). Para o constrangimento de manufatura deve ser levado em conta o método de produção por arranque de apara.

A Fig. 50 mostra o volume inicial utilizado na otimização. Uma malha muito grosseira obtida com a ferramenta automática de geração de malha com um tamanho médio de elemento de 2 mm, que serve apenas para obter uma geometria de referência, Fig. 50.

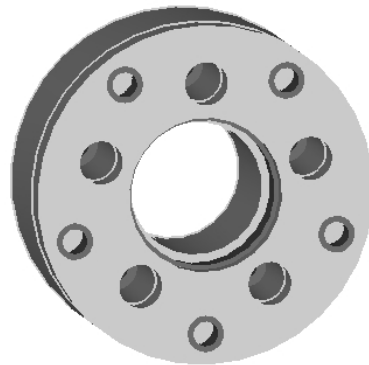


Fig. 50 - Geometria do cubo a otimizar

Foi utilizado um processo iterativo, variando os volumes fixos com a experiência adquirida na iteração anterior. Dois carregamentos foram utilizados via elementos rígidos, o de travagem e o crítico no rolamento, utilizados elementos rígidos *RBE2* para simular o disco e o rolamento (pois ambos adicionam rigidez à estrutura nessa localização). A peça foi fixa na área de contato com os parafusos que ligam o cubo à jante. Como função objetivo foi utilizado uma minimização da *compliance* em todas as iterações efetuadas. Os constrangimentos serão enunciados adiante. As imagens da geometria otimizada foram retiradas do programa utilizando uma homogeneização da geometria com a ferramenta “*OSSmooth*<sup>2</sup>”, que obtém uma geometria homogénea (em vez de apenas apagar os elementos que fiquem abaixo de uma determinada densidade especificada), produzindo assim uma geometria regular e fácil de analisar. A escolha do valor de densidade de elementos a considerar é meramente ilustrativa.

#### 1ª Iteração

A metodologia aqui utilizada foi a mais simples apenas para obter uma ideia geral do caminho a seguir. Desta maneira os constrangimentos utilizados foram:

- Fração de volume = 0,3;
- Dimensão mínima de agrupamento de elementos de 10 mm;
- Simetria cíclica a cada 72° (cinco parafusos).

---

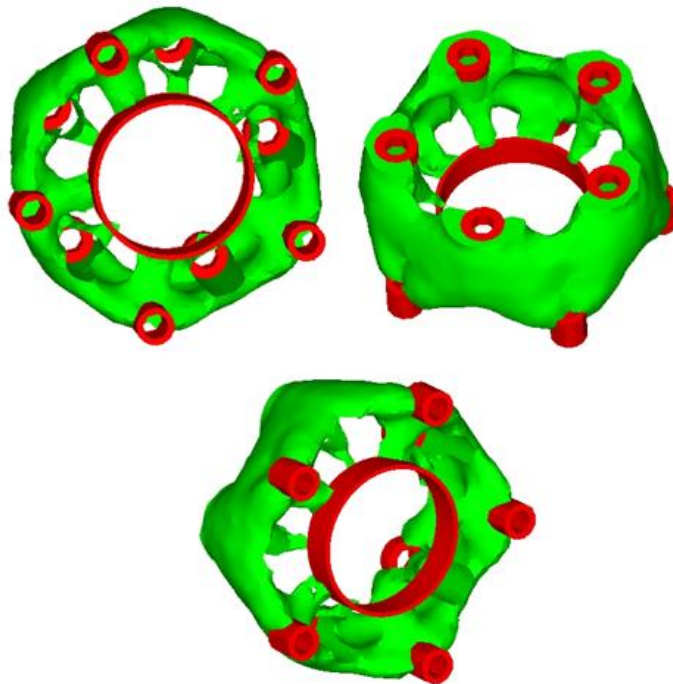
<sup>2</sup> Módulo *Altair* para suavização de geometria obtida numa otimização de topologia.

Os volumes fixos utilizados são apresentados na Fig. 51, escolhidos onde se aplicaram as forças e os constrangimentos.



*Fig. 51 - Volume fixo na primeira iteração*

O resultado obtido após a otimização é agora apresentado na Fig. 52, com uma densidade de elemento acima de 0,6, neste caso.



*Fig. 52 - Resultado da 1ª iteração da topologia do cubo*

Do resultado obtido retira-se o esperado, que o material ocupe a zona entre a zona da força aplicada e a zona constrangida, isto de maneira a aumentar o momento de inercia da secção aumentando assim a rigidez. Nota-se também que restou pouco material para ligar a zona do rolamento à peça, isto deve-se à grande diferença de deformações provocado por ambos os carregamentos sendo o de travagem (que provoca torção) o que mais solicita a peça.

## 2ª Iteração

Para poder ser montado concentricamente com a jante e poder ser manufaturado, a peça apenas pode ser maquinada a partir do exterior e não do interior, como é o caso do resultado anterior. Desta maneira, decidiu-se fixar um volume central ao longo de toda a peça.

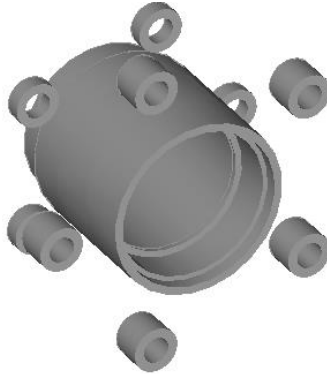
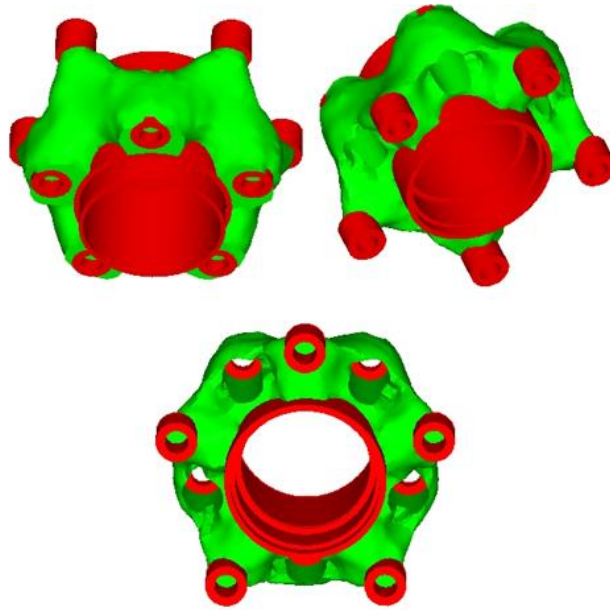


Fig. 53 - Volume fixo na segunda iteração

Aqui os constrangimentos de otimização utilizadas foram os seguintes:

- Fração de volume  $< 0,4$ ;
- Momento de inércia de rotação  $< 400 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$ ;
- Dimensão mínima de agrupamento de elementos de 10 mm;
- Simetria cíclica a cada  $72^\circ$  (número de parafusos).

O momento de inércia foi escolhido a partir do volume considerado inicialmente na otimização, que por sua vez tem um valor aproximado de  $1680 \text{ kg}/\text{mm}^2$ . Este foi arbitrariamente dividido por 4 e utilizado como constrangimento, por iterações feitas ao modelo. Estes parâmetros não são muito críticos pois nunca existe convergência de todos os elementos ficando muitos deles com valores de densidade intermédios não atingido as densidades desejadas de 0 e 1. Serve isto apenas para saber onde inserir material dado que basta mudar o intervalo superior de densidades de elementos que devem ser mostradas no resultado. O resultado obtido após a otimização é agora apresentado na Fig. 54, onde uma densidade de elemento acima de 0,7 foi utilizada.



*Fig. 54 - Resultado da 2ª iteração da topologia do cubo*

Pela análise da geometria obtida é possível retirar que a estrutura mais rígida seria ligando os apoios dos parafusos entre si, havendo sempre conexão com o centro do cubo, que foi o desejado para esta iteração. Daqui retiramos que a geometria é demasiado complexa e possui zonas ocas, o que impossibilita um valor de momento de inércia e de massa relativamente baixo. Apesar de ser possível de manufacturar, sem as zonas ocas, por arranque de apara numa fresadora, optou-se por não aceitar este resultado.

### *3ª iteração*

Utilizando a experiência adquirida com as duas iterações anteriores, decidiu-se simplificar a geometria de maneira a possibilitar uma fácil maquinação, com isto o volume a otimizar foi alterado para evitar que haja uma ligação retilínea entre os apoios dos parafusos, tal como mostrado na Fig. 55, sendo os volumes fixos os mesmo que na iteração anterior. Neste caso utilizou-se as dimensões calculadas anteriormente para um veio equivalente na secção central.



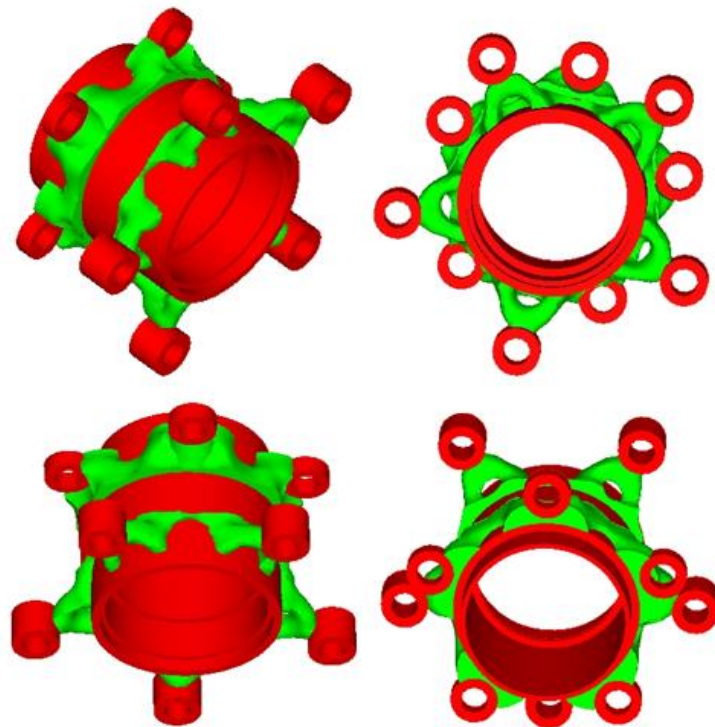
*Fig. 55 - Geometria a otimizar na 3ª iteração*



Aqui os constrangimentos de otimização utilizadas foram os seguintes:

- Massa < 250 g;
- Momento de inércia de rotação < 250 kg.mm<sup>2</sup>;
- Dimensão mínima de agrupamento de elementos de 10 mm;
- Simetria cíclica a cada 72° (número de parafusos).

Nesta iteração foram utilizados valores muito baixos de massa e momento de inércia como constrangimento para forçar a que geometria final a reduzir material. O resultado obtido após a otimização é agora apresentado na Fig. 56, com uma densidade de elemento acima de 0,8.



*Fig. 56 - Resultado da 3ª iteração da topologia do cubo*

A partir desta otimização foi possível retirar uma base para obter a geometria final que foi posteriormente obtida com recurso ao módulo de simulação do software “Solidworks”, bastante versátil de usar para este tipo de utilização dado que é muito rápido e fácil de executar um estudo de elementos finitos. A forma final foi feita pensando numa metodologia simples de manufatura, por exemplo a redução da quantidade de ferramentas necessárias para fazer a peça igualando raios de diferentes boleados e assim feitos com a mesma ferramenta. A geometria final do cubo está apresentada na Fig. 57, em que se obteve uma massa de 162,6 g e um momento de inércia de rotação de 161,1 kg.mm<sup>2</sup>.



Fig. 57 - Geometria do cubo final

## 7.9. Jante

### 7.9.1. Inclinação dos raios

Uma otimização de forma foi aplicada neste ponto. Uma estrutura simples foi modelada (ver adiante a Fig. 59), em elementos finitos utilizando um elemento pré-definido no programa, “CBAR”, para modelar cada raio da jante. Os pontos de conexão do raio ao contorno foram constrangidos em todos os graus de liberdade assumindo o contorno rígido a transmitir forças do “contact patch” para o centro da jante. As cargas foram aplicadas no centro de uma malha de elementos rígidos ligados aos pontos de conexão dos raios com o cubo, assumindo assim que o cubo seria uma estrutura rígida com os raios, onde foram utilizados os elementos RBE2.

Para a secção utilizada nos raios foi utilizado o módulo “HyperBeam”, que disponibiliza secções pré-definidas. Os pontos C, D, E e F, apresentados na Fig. 58, são os pontos de cálculo das tensões sendo assim importante a orientação correta dos elementos. Os raios foram modelados com secção circular constante ao longo do raio de um aço comum.

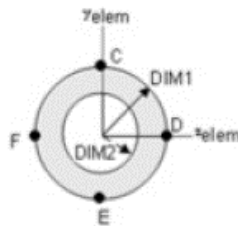


Fig. 58 - Secção circular utilizada (Retirado de [8])

As cargas utilizadas foram a carga vertical total da mota e o momento de travagem, sendo esta a carga crítica de travagem.

Foi utilizado o solver “Optistruct” para a otimização. Para a definição das variáveis de projeto foi utilizado um módulo chamado “Hypermorph”, que serve para definir os vetores de perturbação dos nós. Como variável a otimizar foi utilizado o ângulo de rotação do cubo com fronteira a 90° de rotação como apresentado na Fig. 60.

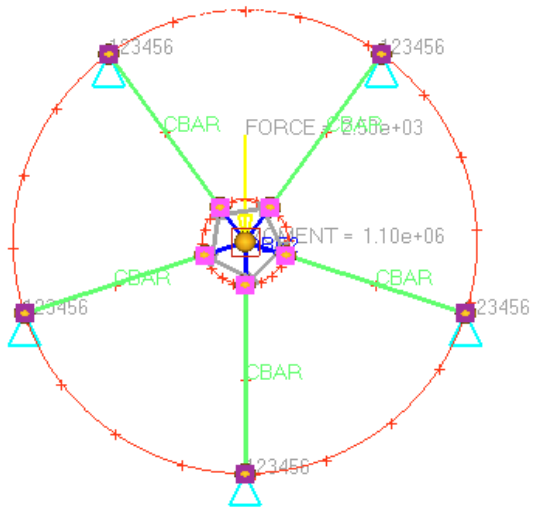


Fig. 59 - Estrutura da jante modelada em "Hypermesh"

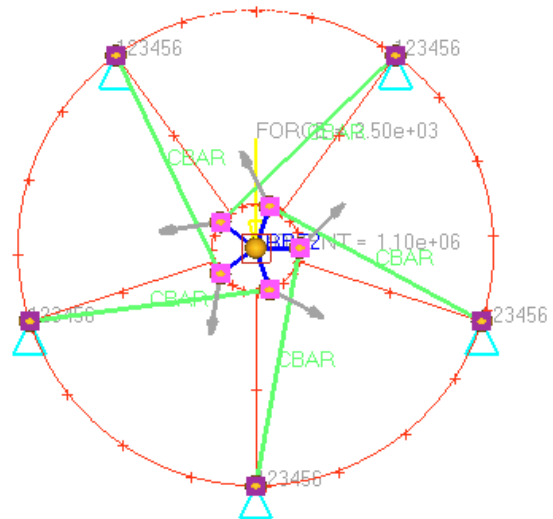


Fig. 60 - Estrutura no limite da variável de design

Os vetores a cinzento são os de perturbação dos nós. As linhas a vermelho fazem parte da estrutura de referência, os verdes os elementos e os azuis os elementos rígidos. Para os nós se manterem conectados ao cubo foram utilizados constrangimentos de posição, que obrigam os nós a permanecerem na linha geométrica do cubo. Após este processo, foi definido o objetivo de minimizar a "compliance" da estrutura para as variáveis de design produzidas pelo software.

O software funciona com um rácio nas variáveis de *design*, sendo assim possível determinar a fronteira a otimizar. Neste caso foi escolhido a gama entre [0;1,6], sendo a inicial devido ao facto de ser preferível ter tração nos elementos. Considerando o sentido de rotação da jante horário, em relação à Fig. 60, caso a variável de design tivesse um valor negativo os raios ficariam sujeitos a compressão. A gama superior, serve para garantir que o elemento pode atingir sem problemas tangência ao cubo.

Como nota particular, nem sempre o melhor valor de variável inicial foi utilizado para este estudo, servindo apenas para ter uma ideia de um valor médio a utilizar, isto porque uma variação do ângulo provoca uma alteração muito pequena no valor de "compliance".

Para obter um ângulo para a geometria final serão feitos diferentes estudos permitindo obter uma estrutura ótima para cada caso:

- Experimentar diferentes propriedades de secção;

Aqui foi variada a área mantendo o momento de inércia da secção constante e o contrário para obter qual o melhor ângulo de inclinação dos raios.

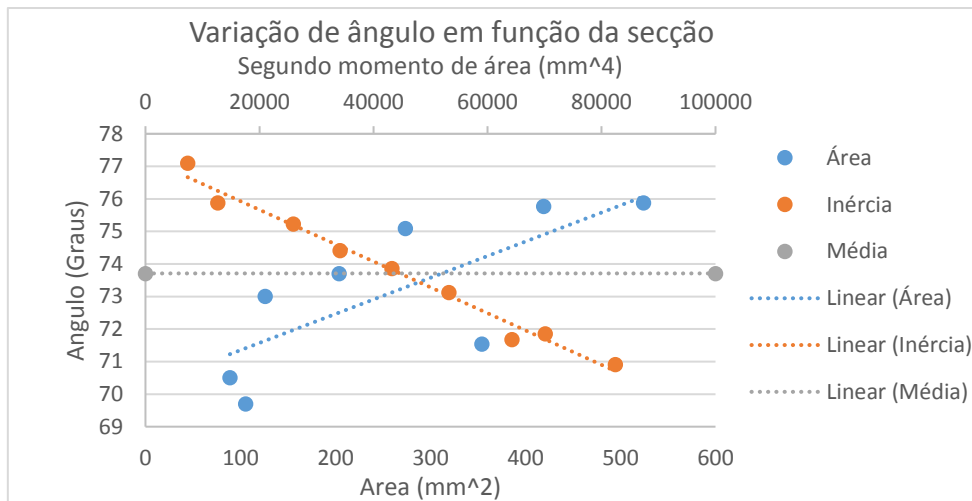


Fig. 61 - Variação de ângulo dos raios em função da variação da secção

- Utilizar diferentes relações entre força vertical e momento de travagem;

Considerando condição de travagem em que toda a massa da mota está na roda da frente temos:

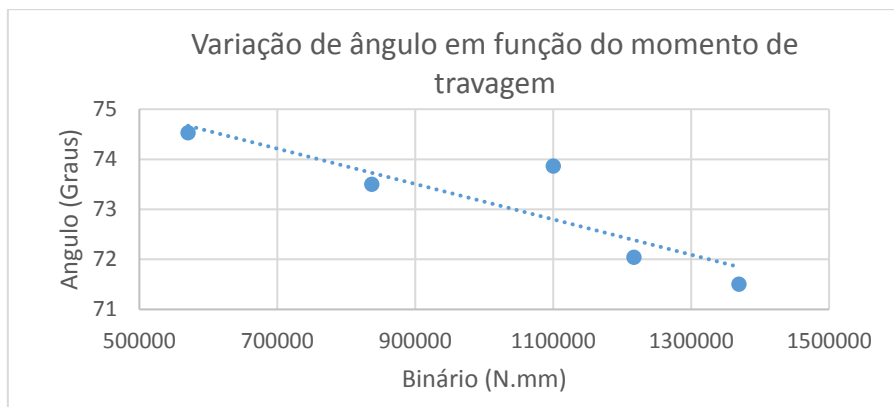


Fig. 62 - Variação de ângulo dos raios em função do momento de travagem aplicado

- Testar diferentes diâmetros para o cubo;

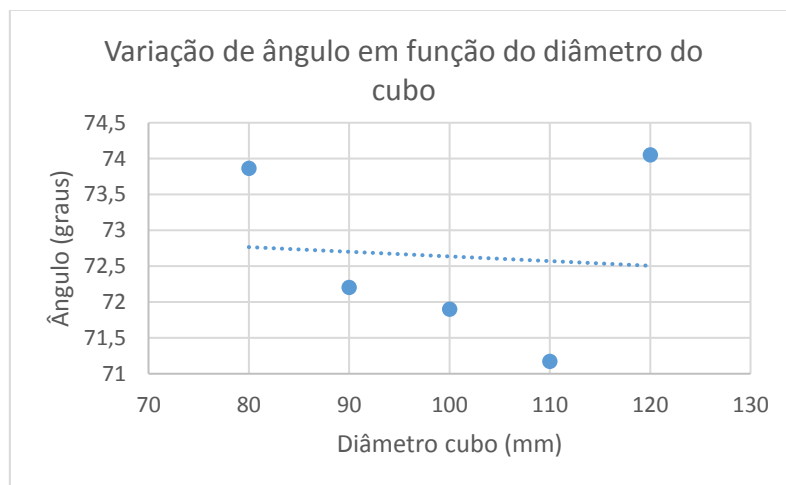


Fig. 63 - Variação de ângulo dos raios em função do diâmetro do cubo

- Mudar a orientação da força vertical;

Ao rodar a orientação da força  $180^\circ$ , faz com que a força fique a meio de dois elementos e alinhada com um na direção contrária ao caso inicial. O resultado é o mesmo para a consideração inicial.

Com estas figuras podemos concluir que a posição ótima da inclinação do raio para aumentar a rigidez, é pouco dependente de variações de secção, das desacelerações, diferentes orientações da força vertical e diferentes raios de cubo. Isto explica-se porque o carregamento dominante é o momento de travagem. A inclinação encontrada não é a tangente, dado que a posição tangente se encontra a cerca de  $79,5^\circ$  (o valor obtido é cerca de  $73^\circ$ ), o que se explica porque existe uma força vertical no centro que faz com que a força não seja puramente tangencial ao cubo. Outra razão é caso o raio fosse tangente, isto apenas faria aumentar o comprimento do raio com muito pouca mudança do ângulo, o que faria aumentar a *compliance* da estrutura.

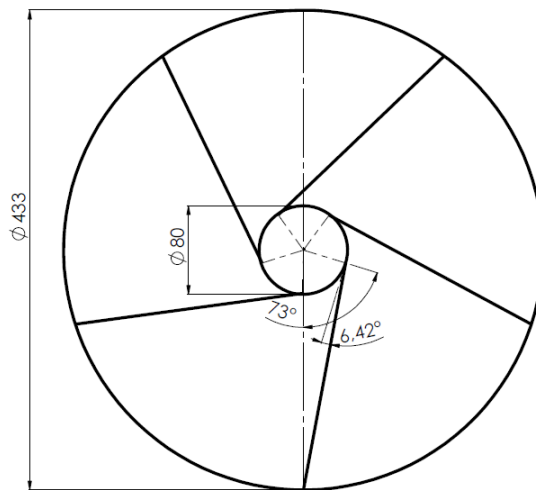


Fig. 64 - Estrutura otimizada com ângulo de  $73^\circ$

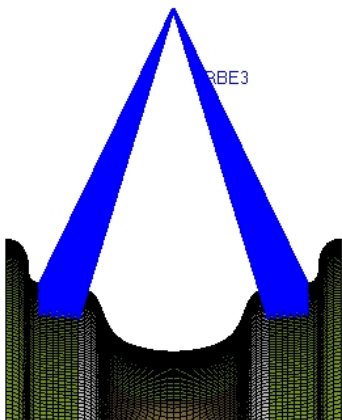
Este valor obtido serve apenas de guia para a jante final dado que não é possível aplicar este valor com rigor na estrutura. Em relação à variação de secção, foi descartada alguma otimização pois isso traria problemas de manufatura, que resultaria numa curvatura mais acentuada ao longo do raio, dificultando a disposição da fibra devido à maior probabilidade de enrugamento da fibra. Por mudar a distribuição de camadas ao longo do raio, provocará o mesmo efeito de variação de secção e diminui os problemas de manufatura.

#### 7.9.2. Aplicação de cargas e condições fronteira para o estudo da jante

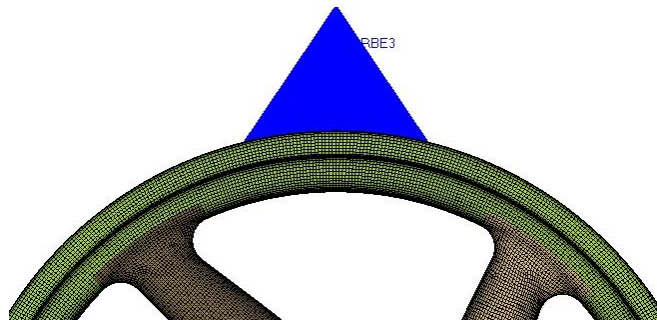
Para poder aplicar cargas e condições fronteira foram utilizados elementos rígidos. As normais dos elementos estão alinhadas com a normal à superfície do molde, sendo a jante laminada da superfície de fora para dentro, esta será a direção das normais. Isto garante que existirá uma face que contém uma camada constante não existindo diferenças de espessura nesta face.

Esta será a superfície exterior que ficará visível. O CAD executado foi retirado a partir de dimensões interiores do contorno, onde foi dado um desvio de cerca da geometria de 1,5 mm para o exterior, sendo que isto possibilitará uma melhor aproximação à geometria final servindo apenas para o modelo de elementos finitos.

Em relação às cargas, estas serão aplicadas no contorno simulando um contato localizado com o pneu. Para tal foram implementados elementos rígidos *RBE3*, pois o pneu não está ligado ao contorno (está apenas em contato); isto faz com que o aumento de rigidez devido a este contato seja muito pequeno, daí a escolha destes elementos. Para uma simulação aproximada da distribuição das forças foi utilizada uma área de contacto vertical do pneu com o contorno, tal como mostrado na Fig. 65. Para uma distribuição angular das forças ao longo de todo o contorno, o valor de simetria cíclica de  $72^\circ$  foi utilizado tal como mostrado na Fig. 66, o que possibilita a aplicação de força em todos os elementos na zona de contato com o pneu. O nó dependente, ou seja, o nó de onde partem todos os elementos, será o ponto de aplicação da força, este também coincidente com o diâmetro do pneu tal como mostrado na Fig. 36.



*Fig. 65 - Elementos RBE3 para as forças, vista frontal da jante*



*Fig. 66 - Elementos RBE3 para as forças, vista lateral da jante*

Para as condições fronteira, foram escolhidos elementos *RBE2* na zona dos parafusos que ligam a jante ao cubo, Fig. 67. Este tipo de elementos foi escolhido pois o parafuso aumenta a rigidez da estrutura nesta zona em todos os graus de liberdade devido ao aperto local aplicado.

Na Fig. 68, apresenta-se o detalhe da malha de elementos *RBE2* num furo, tendo aplicada uma condição de fronteira fixa em todos os graus de liberdade.

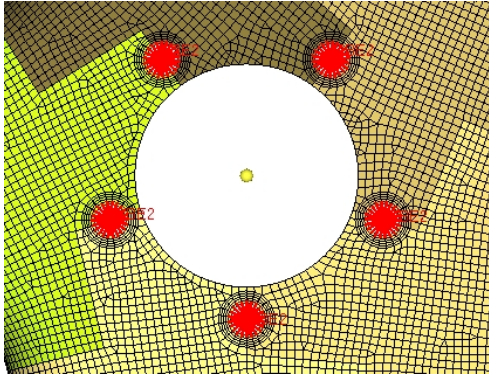


Fig. 67 - Elementos RBE2 para as condições fronteira, vista lateral da jante

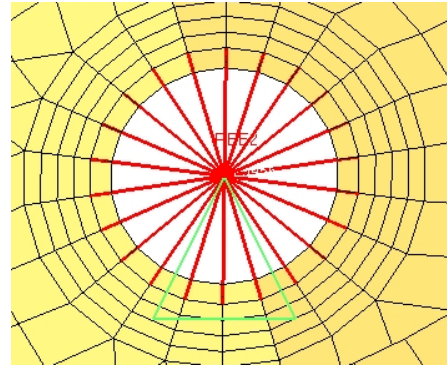


Fig. 68 - Elementos RBE2 para as condições fronteira, vista detalhada

### 7.9.3. Convergência de malha

De maneira a obter um resultado confiável, utilizou-se um tamanho de elemento relativamente pequeno em relação à dimensão da estrutura. Optou-se por utilizar um tamanho de elemento global, próximo da menor espessura presente, possível pois o tempo de computação é aceitável. Para simplificar o modelo, foram introduzidas proposadamente constrangimentos nos parafusos que fixam o cubo, isto possibilita um menor esforço computacional e resultados mais rápidos. Para obter um valor realista das tensões deverá ser utilizada toda a estrutura da jante incluindo ambas as partes do cubo para conseguir introduzir condições fronteira realistas.

Singularidades são pontos onde teoricamente as tensões são mesmo muito elevadas, por exemplo aplicar constrangimentos numa linha. Devido a esta situação, a convergência da malha irá ser obtida como a soma da energia de deformação elástica da estrutura (*compliance*). Sendo que esta tenderá para um valor razoavelmente estável, podendo assim ser utilizado esse valor de tamanho de elemento para efetuar os estudos de elementos finitos. Com esta explicação e invocando o princípio de *Saint-Venant*, podemos considerar que as tensões na zona onde a estrutura está constrangida, necessitam de outro método de estudo mais localizado, servindo apenas para retirar tensões de certas zonas longe dos constrangimentos.

Utilizando assim o caso de travagem e apenas metade da geometria para simplificação inicial, foi efetuada uma análise de convergência com a ferramenta de malha automática. Os seguintes resultados foram obtidos, Fig. 69 e Fig. 70.

A partir deste estudo destaca-se um patamar a cerca de 50000 elementos para metade da jante. Com isto obtemos um valor de referência de cerca de 100000 elementos para a estrutura total, que equivale a cerca de 1,8 mm de tamanho global de elemento.

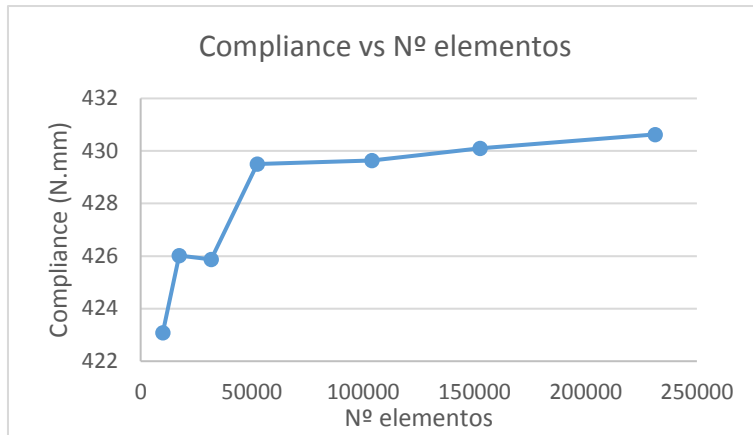


Fig. 69 - Compliance da estrutura vs Nº elementos

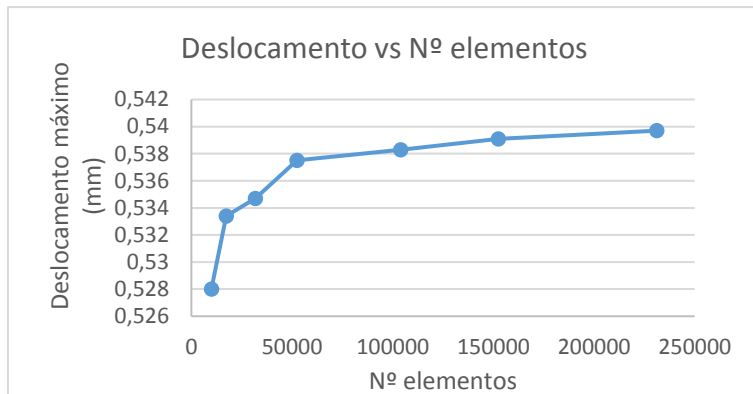


Fig. 70 - Deslocamento máximo da estrutura vs Nº elementos

#### 7.9.4. Divisão da geometria para criação da malha e orientação de elementos

Para se utilizar um estudo de elementos finitos numa geometria é necessário o seu tratamento. Este processo requer que a mesma seja dividida em superfícies simples para criar uma malha. O objetivo é obter o máximo de elementos quadrados possível, tendo sempre em atenção a qualidade dos mesmos, devido a falhas na divisão da geometria, e o alinhamento dos elementos com a direção dos esforços presentes na estrutura. Para tal é utilizada a experiência na criação de malhas na base de tentativa - erro, até obter uma geometria que seja simples de implementar com elementos de boa qualidade, transições suaves e convergência dos resultados.

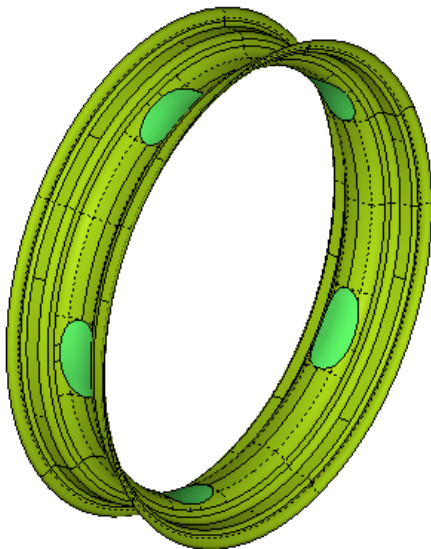
Numa geometria como a jante é possível obter uma malha apenas com elementos quadrados. No entanto, isto traz problemas de deformação de elementos em relação a um plano de referência, pois existem zonas de grande curvatura.

Neste caso é benéfica a utilização de elementos triangulares, visto que estes, por terem apenas três nós, estão sempre contidos num plano. De maneira a conseguir uma malha de boa qualidade, a geometria deve ser dividida em áreas mais pequenas, sendo a malha feita individualmente nessas áreas.

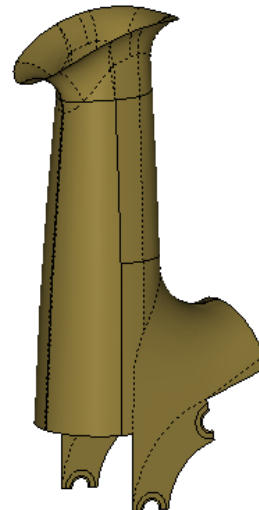


Estas devem ter ângulos aproximadamente retos entre si, tentando obter uma divisão da geometria em retângulos, que possibilita uma malha maioritariamente de elementos quadrados alinhados.

No entanto, o estudo requer a utilização de camadas de um material ortotrópico. Tal implica que cada elemento tenha uma orientação bem definida de maneira a poder considerar a ortotropia do material. Para conseguir obter uma deformação uniforme ao longo da jante e evitar o aparecimento de um desequilíbrio devido a deformações não simétricas ciclicamente ao longo da jante, a orientação deve ser dividida simetricamente por todos os raios. Isto torna-se particularmente difícil de implementar não existindo uma metodologia única para o fazer. Considerou-se assim uma divisão da geometria em seis zonas: o aro e cada um dos cinco raios, como apresentado nas Fig. 71 e Fig. 72, respetivamente.



*Fig. 71 - Zona do aro para divisão de geometria*



*Fig. 72 - Zona do raio para divisão de geometria*

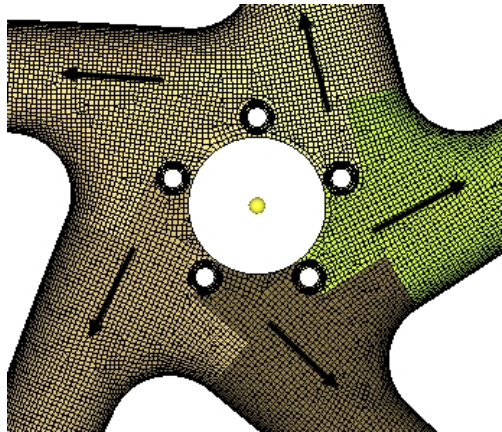
A divisão de cada raio foi feita de maneira a existir uma transição suave da geometria e das orientações das camadas entre raios e aro. Por esta razão, a conexão entre raios é feita com recurso a ângulos retos. Cada raio possui junto ao centro uma fronteira que sai paralelamente à linha de eixo de cada raio acima dos parafusos que fixam o cubo à jante e metade dos furos.

A divisão dos raios e contorno por áreas para criar a malha está apresentada pelas linhas a preto nas Fig. 71 e Fig. 72. As linhas a tracejado indicam a divisão da superfície antes do tratamento de geometria vindas do modelo de CAD.

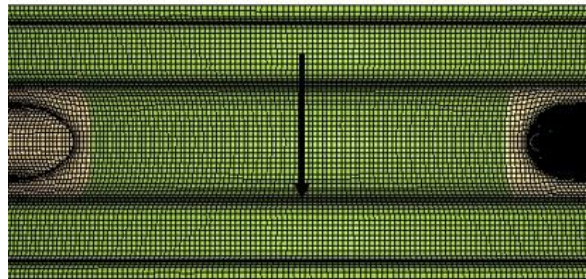
A divisão considerada possibilita uma boa qualidade de malha, o alinhamento dos elementos com a direção das camadas e uma continuidade aproximada de camadas entre raios e contorno.

Esta continuidade é a melhor que se consegue obter pois o ângulo entre raios é de  $72^\circ$ , o mais próximo que se consegue obter para ter continuidade entre camadas.

A orientação dos elementos nos raios está de acordo com a sua linha de eixo, como apresentado na Fig. 73. No aro, está de maneira a uniformizar e facilitar a colocação de fibra, tal como apresentado na Fig. 74. Em ambos os casos as setas a preto designam a orientação da fibra.



*Fig. 73 - Orientação das camadas nos raios*



*Fig. 74 - Orientação das camadas no aro*

Com isto, garante-se uma simplificação na leitura dos resultados e na escolha de orientações das camadas, pois pela otimização de inclinação dos raios retira-se uma posição de maneira a provocar maioritariamente esforços axiais nos raios. Tal faz com que a posição de zero graus da fibra seja a mais solicitada, ou seja, a linha de eixo de cada raio.

A direção é dada a uma determinada seleção de elementos, o software alinha os elementos selecionados para evitar orientar manualmente elemento a elemento, logo alguns têm uma orientação não ótima, tais como a linha de simetria dos raios no plano  $XY$  de acordo com a Fig. 36. Na realidade este método de orientação não prevê a orientação correta da camada. Isto acontece, pois quando se coloca uma camada numa superfície com uma elevada curvatura, existe uma deformação da camada, ocorrendo uma mudança ligeira na orientação.

Cabe a quem modela o problema verificar se com o tamanho e formato de camadas provocará este tipo de problemas. No entanto, o fator de segurança é bastante elevado o que ajuda a diminuir a preocupação nestas zonas. Este efeito torna-se importante de considerar para determinar a localização dos cortes nas camadas para aliviar as extensões na camada, diminuindo assim a sua deformação na colocação, a possível alteração do rácio fibra-resina e na criação de rugas na fibra.

#### 7.9.5. Otimização *Free-size* de camadas

Esta otimização servirá para estimar uma distribuição de espessura ao longo da jante. Será utilizado um laminado, com a opção “*SMEAR*” definida anteriormente, na peça considerando camadas contínuas ao longo da peça, estas com as direções (0°; ±45°; 90°) e com espessura inicial de 3 mm em cada camada. O objetivo é determinar a forma das camadas a usar.

Algumas considerações foram feitas de maneira a facilitar a manufatura e a razões de utilização, como a definição de zonas com espessura constante. Estas serão na área de contacto com o cubo interior, na área do “*Hump*” (detalhe 1 na Fig. 75) e em toda a área de contacto com o pneu, tal como apresentado com cores diferentes na Fig. 75. Estas facilitam o contato com o pneu e com o cubo, sendo que para manter a pressão do pneu a área de contacto deve ser o mais suave possível, daí a espessura constante. No cubo a razão deve-se à tentativa de maximização de área de colagem. A restante geometria da jante pode variar livremente a espessura.

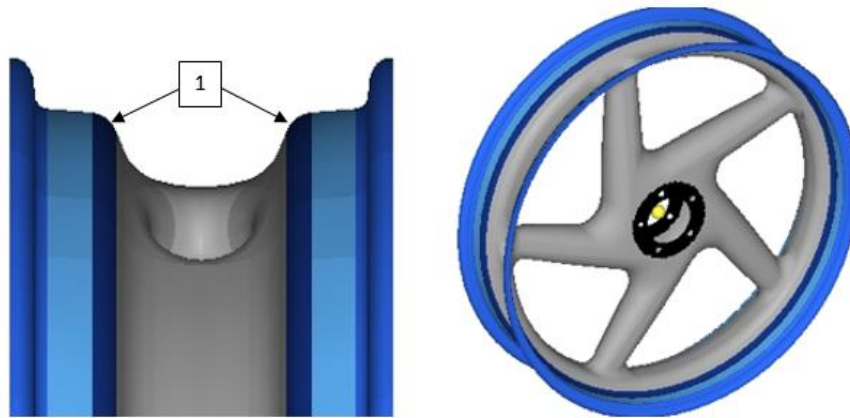


Fig. 75 - Áreas da jante com espessura fixa

Como função objetivo será utilizada a rigidez da estrutura, pois esta otimização serve essencialmente para obter um conceito. Para garantir que se obtém uma estrutura que cumpre os requisitos de projeto, foram retirados valores de referência de uma pesquisa da jante mais leve e com menor momento de inércia existente no mercado. Estes valores são meramente indicativos e foram utilizados para evitar uma iteração de estudos com recurso ao cálculo de tensões em cada resultado da otimização. Os valores obtidos da pesquisa foram de 2,5 kg e 63502.8 kg.mm<sup>2</sup>.

Retirando a massa e momentos de inércia dos rolamentos, cubos e cubo interior especifica-se:

- Massa da jante  $\leq 1,7$  kg;
- Momento de Inércia da jante  $\leq 62700$  kg.mm<sup>2</sup>.

Foram utilizados os seguintes constrangimentos de manufatura após diversas iterações na modelação do problema:

- Espessura mínima do laminado: 1 mm;
- Balanceamento de orientações:  $\pm 45^\circ$ .

O resultado da otimização efetuada apresentado nas Fig. 76 e Fig. 77, é um gráfico de distribuição de espessura ao longo da jante. Como primeiro estudo utilizou-se uma espessura máxima do laminado de 4 mm, como apresentado na Fig. 76. Desta maneira retira-se que muitas zonas têm espessura máxima, o que quer dizer que para obter uma estrutura realmente otimizada é necessário retirar este constrangimento. No entanto será útil para retirar as formas das camadas para a próxima otimização. Sem constrangimento de espessura máxima tem-se a Fig. 77.

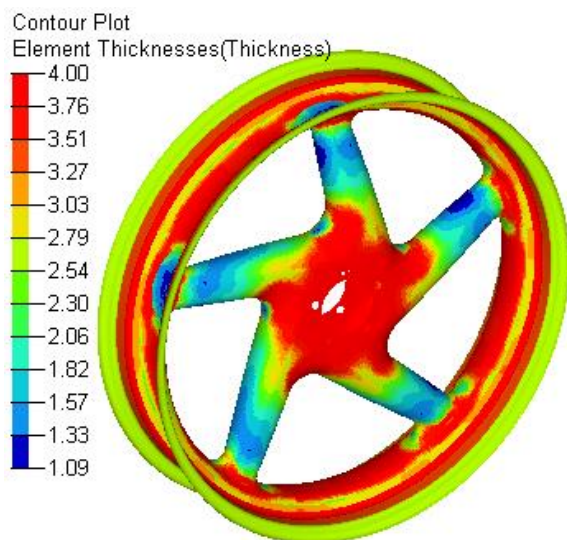


Fig. 76 - Distribuição de espessura na peça após otimização de free-size com espessura máxima de 4 mm

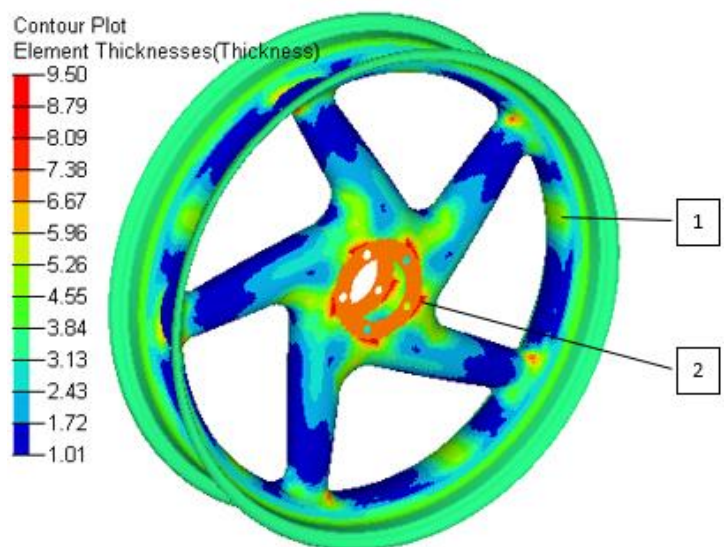


Fig. 77 - Distribuição de espessura na peça após otimização de free-size sem espessura máxima

Com estes resultados é possível preparar uma metodologia para a próxima otimização. Algumas considerações foram feitas de acordo com detalhes retirados da Fig. 77:

- Detalhe 1:
  - Este apresenta-se ciclicamente devido à simetria cíclica imposta. A razão é porque ali se encontra a linha de descontinuidade da aplicação das forças, esta provoca, devido a uma singularidade, um aumento de tensões nesta zona daí resultando o aumento de espessura.

- Detalhe 2:
  - Esta espessura elevada deve-se ao facto de a zona central do cubo ter uma espessura constante e na zona do detalhe ter uma área muito pequena num dos raios devido à zona de transição entre raios. Aqui encontram-se as fronteiras entre raios logo existe uma descontinuidade de direções.

Ambas as zonas apresentadas nos detalhes foram ignoradas pois são problemas da modelação. Ao contrário do procedimento de otimização de compósitos utilizado pelo software para obtenção da forma de camadas, foi utilizada uma abordagem diferente. Para conseguir ter um modelo fiável e com uma massa aproximada à final, é necessário a implementação de sobreposição de camadas no modelo seguinte. Desta maneira um sistema de eixos deve ser atribuído a cada camada e não a cada elemento como feito até agora. Deste modo, o procedimento será retirar a partir da distribuição de espessuras conjuntos de reforço a aplicar na jante. Isto trás um grau de complexidade ao estudo muito maior, dado que deste modo, as zonas são divididas manualmente seleccionando elementos, devido à impossibilidade de alterar a geometria para não comprometer a qualidade da malha. O benefício é que as camadas serão replicadas de acordo com o que será utilizado na peça e todo o material considerado no estudo, será o que está presente na peça final.

Quanto ao grau de complexidade, caso o método do programa fosse utilizado, o modelo em que seria feita a otimização de espessura das camadas, teria 16 camadas a ocupar grande parte da geometria cada, com formatos impossíveis de manufaturar numa geometria muito complexa e as variáveis de design criadas automaticamente. Desta maneira este estudo tem 116 camadas ao longo da jante, com formatos escolhidos manualmente, com 26 variáveis de *design* criadas manualmente e a criação de 116 propriedades de cada camada associadas a diferentes variáveis de design também criadas manualmente. No entanto a manufatura será muito simples a partir destes dados pois a forma das camadas já estará definida.

Na escolha dos formatos para as camadas de reforço, tentou considerar-se sempre áreas pequenas que apenas contenham esforços numa direção, isto permite que a solicitação seja na direção das fibras da camada. Isto diminui a massa porque diminui a utilização de reforço onde não é necessário. Tentou também considerar-se sempre uma boa sobreposição entre camadas, tal como especificado no capítulo 5 de [9], a sobreposição mínima de camadas deve ser 25 mm.

Com isto foi utilizada uma abordagem prática para a determinação do tamanho das camadas e a colocação de reforços ao longo da geometria. Para simplificar e como a utilização de uma camada contínua ou descontínua é indiferente no estudo de elementos finitos, o uso de

camadas contínuas em algumas zonas ao longo da geometria será utilizado sempre que possível para diminuir o tempo de modelação. Na zona do contorno uma técnica de sobreposição deve ser implementada para garantir espessura constante, sendo utilizado um cruzamento de camadas como apresentado na Fig. 78.

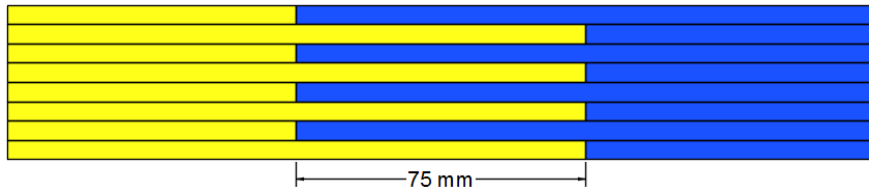


Fig. 78 - Técnica de sobreposição de camadas

Com este tipo de sobreposição o objetivo é aumentar a área de contacto entre camadas; o comprimento de sobreposição foi calculado de maneira a tentar que a sua localização seja ciclicamente simétrica e igualmente espaçada ao longo do perímetro do contorno. Isto evita a concentração de cortes em determinadas áreas e diminui os pontos fracos da estrutura. Juntamente com o constrangimento utilizado que a cada 8 camadas (1,12 mm de espessura) esta sobreposição rodará 72° no eixo de rotação da jante, o que garante uma distribuição dos cortes. Esta abordagem garante uma espessura constante ao longo do laminado, ao contrário de uma sobreposição camada a camada, mantendo assim cada camada sempre com o mesmo comprimento e melhorando o método de manufatura. Os cortes de camadas para o contorno e zona de contacto com o cubo interior terão a mesma forma.

Para proceder à divisão da geometria em formatos de camadas, foram utilizadas as Fig. 76, Fig. 77, Fig. 79, Fig. 80 e Fig. 81. Estas três últimas provêm dos resultados obtidos de espessura por orientação. Como existe um balanço das camadas de  $\pm 45^\circ$ , apenas uma delas é apresentada.

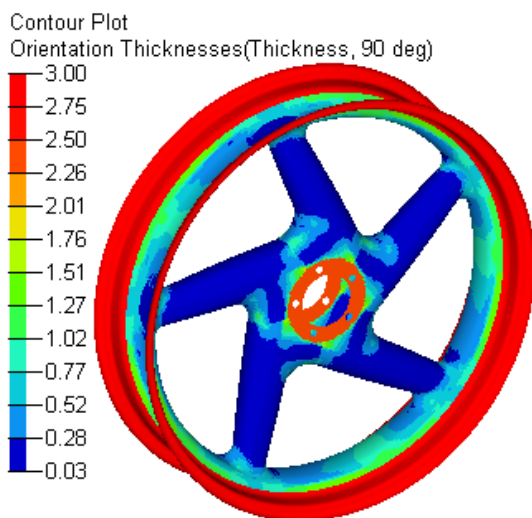


Fig. 79 - Espessura da orientação de 90° após Free-size

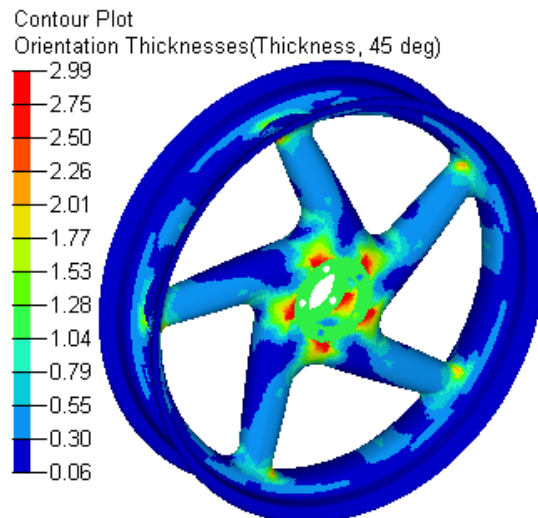


Fig. 80 - Espessura da orientação de 45° após Free-size



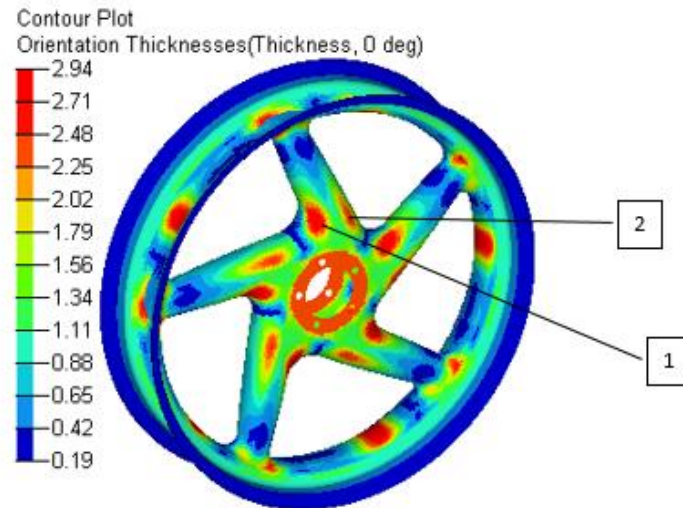


Fig. 81 - Espessura da orientação de 0° após Free-size

Analisando cuidadosamente os resultados obtidos da otimização *free-size* foram retirados padrões de camadas para os raios e o contorno, sendo que cada formato de camada e as suas orientações estão apresentadas nas Fig. 82 e Fig. 83, estando também indicado o número do reforço para numeração de camadas. Foi considerada sobreposição e formatos simples para a manufatura. Esta determinação foi feita levando em conta os fatores de manufatura e considerando a distribuição de espessura obtida pela otimização.

Nos raios, a metodologia dividiu-se em alguns pontos:

- Ciclicamente simétrico logo todos os raios serão iguais;
- Reforço 1:
  - Ocupar toda a área do raio;
  - Primeira camada a colocar no molde a seguir ao contorno;
  - Sobreposição no centro e no contorno;
- Reforço 2:
  - Reforço do boleado que liga o raio ao contorno;
  - Área de ligação aumentada entre o raio e o contorno;
- Reforço 3:
  - Reforço da zona do detalhe 1 da Fig. 81;
  - Sobreposição no centro com ligação aos parafusos para distribuir as forças;
- Reforço 4:
  - Reforço de 0° que distribui esforços para um parafuso de outro raio;
- Reforço 5:
  - Reforço que liga ambas as metades da jante;

- Reforça a zona à compressão e tração do raio junto à ligação com o cubo, apanhando os detalhes 1 e 2 da Fig. 81;
- Reforço 6:
  - Reforço que liga ambas as metades da jante;
  - Reforça a zona à tração do raio junto à ligação com o cubo;

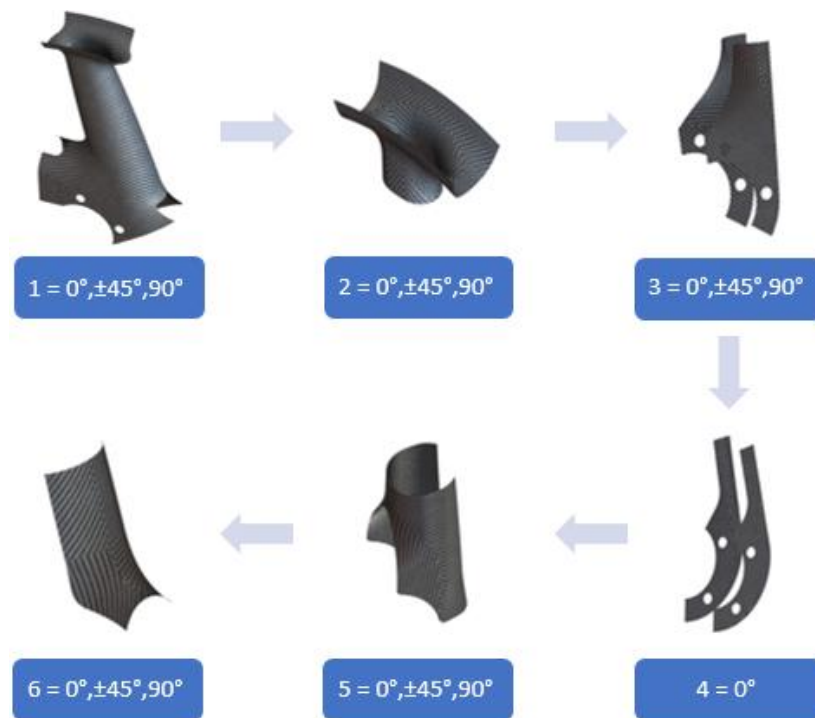


Fig. 82 - Formatos de camadas de cada raio

No contorno a metodologia dividiu-se em alguns pontos:

- Reforço 1:
  - Primeiras camadas a colocar no molde;
  - Ocupem toda a área do contorno;
- Reforço 2:
  - Aumentar espessura na zona do "Hump";
  - Apenas 90° retirado dos resultados e como é uma área pequena não se considerou outras direções;
- Reforço 3:
  - Aumentar a espessura na zona de contacto com o pneu que é bastante solicitada;
  - Apenas 0° e 90° pois a espessura de ±45° é pequena pela otimização e o reforço 1 já considera esta zona;



- Reforço 4:
  - Camada que liga ambas as metades do molde, isto, após fechar o molde
  - Última camada de toda a manufatura pois fecha os furos dos raios;

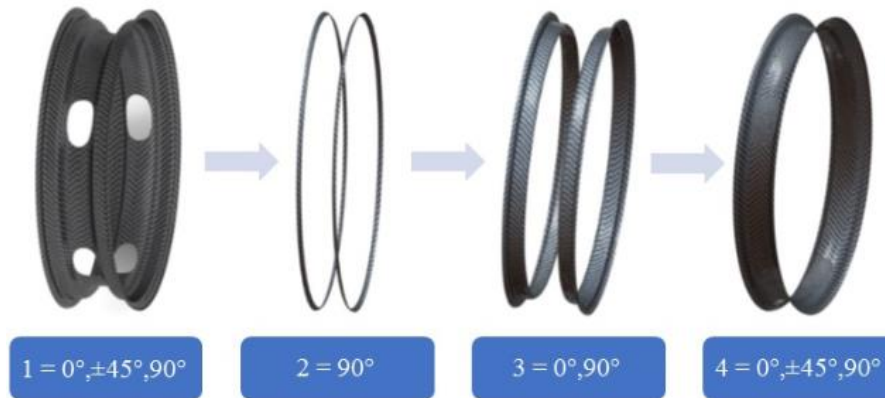


Fig. 83 - Formatos de camadas no contorno

#### 7.9.6. Otimização de espessura de camadas

Para a modelação do problema cada reforço presente nas Fig. 82 e Fig. 83, estará representado por uma camada de cada uma das orientações especificadas. Cada uma destas camadas começa com uma espessura de 2 mm. A otimização fará diminuir para a espessura ótima, múltipla de 0,14 mm que é a espessura unitária de cada camada. Uma variável de design foi associada a cada uma das orientações de cada reforço o que possibilita simetria cíclica entre raios em termos de espessura de camadas. Para garantir um balanceamento do laminado, as orientações de  $\pm 45^\circ$ , estão associadas à mesma variável o que possibilita obter a mesma espessura em cada uma destas orientações.

As camadas presentes no contorno têm um sistema de eixos associado de orientação igual à definida anteriormente na otimização de *free-size*, coincidente com o eixo de rotação da roda. Cada raio tem um sistema de eixos definido com a orientação de  $0^\circ$  com a linha de eixo, estando por sua vez associado a todas as camadas presentes nesse raio.

Aqui foi utilizada uma formulação de laminado considerando as matrizes **A**, **B** e **D** corretas. Desta maneira é possível considerar o índice de falha correto do compósito na otimização, podendo assim obter o fator de segurança pretendido.

Como função objetivo foi utilizada a minimização da massa, com os constrangimentos:

- Índice de falha de compósito pelo critério de Hill  $< 0,28 \rightarrow$  Fator de segurança = 1,89;
  - Utilizado menor que três para fazer o problema convergir;
- Momento de inércia  $< 55000 \text{ kg.mm}^2$ ;

- Espessura > 1,12 mm (8 camadas);
- Soma da energia elástica de deformação de todos os carregamentos < 30000 N.mm;
  - Ligeiramente superior e arredondado ao valor obtido a partir dos resultados da otimização *free-size*.

Apesar de todos os elementos terem boa qualidade pela verificação feita com recurso ao programa, isto nem sempre acontece pois existem elementos triangulares e a “boa qualidade” foi definida com os valores internos do programa, o que por vezes pode não ser aceitável ao problema. Os elementos que criem problemas, junto a pontos singulares e baixo refinamento de malha em alguns sítios, devem ser analisadas com cuidado, e se necessário retirados da lista de elementos ao verificar o índice de falha, caso contrário não será possível obter convergência do resultado. No entanto este processo deve ser iterativo para garantir que nenhuma área crítica seja esquecida.

Após uma visualização cuidada dos resultados, obtém-se que o maior índice de falha está presente no carregamento de flexão lateral descentrado com o raio. Em todos os carregamentos nota-se que os valores de tensão corretos não serão obtidos pois a malha não está suficientemente refinada em algumas zonas. Algumas delas zonas têm concentração de tensões e elementos de má qualidade. Como pode ser visto na Fig. 84, estas são as zonas que violam o fator de segurança de projeto ( $Hill > 0,1111 \Leftrightarrow$  Fator de segurança < 3).

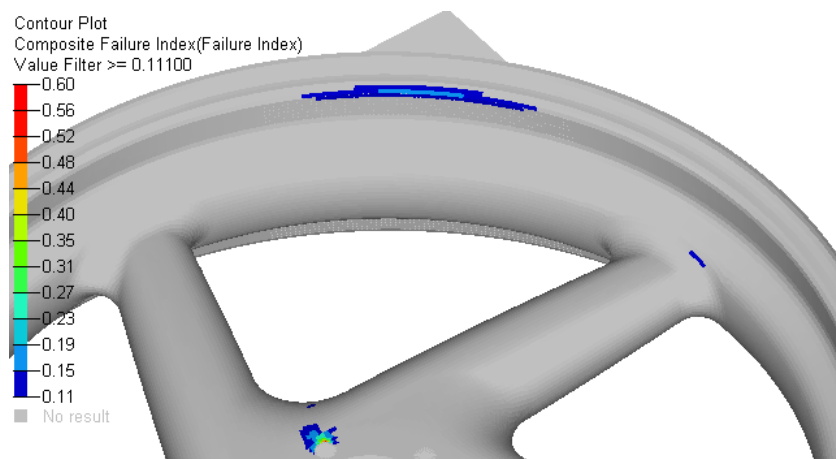


Fig. 84 - Índice de falha após otimização de espessura de camadas

Como pode ser observado, as áreas afetadas são junto ao constrangimento e junto à aplicação das forças. Na zona de aplicação das forças o contato do pneu será flexível e disperso, podendo aqui as tensões obtidas pelo modelo ser aceites.

Na zona do constrangimento, a carga será dispersa por uma maior área para o cubo e também ligeiramente flexível, ao contrário do considerado por este constrangimento, por estas razões e por este ser um ponto singular decidiu aceitar-se estes valores para seguir para o próximo passo.

O resultado obtido após otimização é agora apresentado em forma de distribuição de espessura (apresentada na Fig. 85) e em número de camadas de cada reforço na Fig. 86. Como o número de camadas de 45° é o mesmo que -45°, apenas um deles é apresentado.

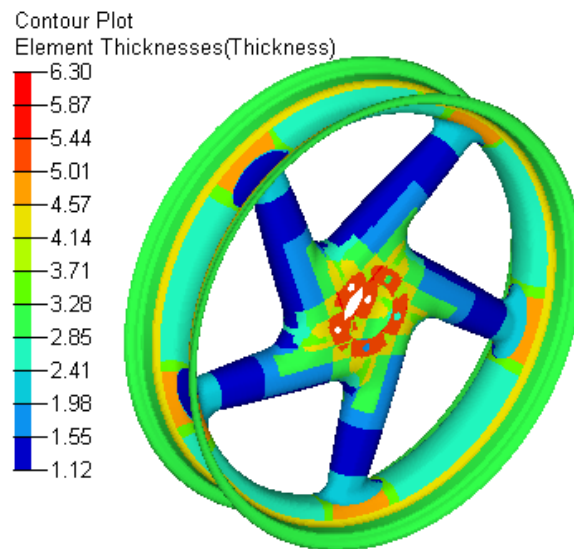


Fig. 85 - Distribuição de espessura após otimização de espessura de camadas

Aqui o empilhamento considerado está de acordo com o apresentado na Fig. 82 e Fig. 83, sendo que as orientações seguem a ordem (0°;45°; -45°;90°).

O valor final dos constrangimentos obtidos após convergência em 8 iterações é:

- Momento de inércia = 51530 kg.mm<sup>2</sup>;
- Espessura mínima = 1,12 mm (8 camadas);
- Soma da energia elástica de deformação de todos os carregamentos = 28500 N.mm;
- Laminado final com 182 camadas de 0,14 mm de espessura cada;
- Massa = 1,537 kg.

Raio		Orientação		
		0°	45°	90°
Reforço	1	3	2	2
	2	3	1	1
	3	5	1	1
	4	1	0	0
	5	1	1	1
	6	1	0	1

Contorno		Orientação		
		0°	45°	90°
Reforço	1	2	1	6
	2	0	0	3
	3	0	0	11
	4	5	1	1

Fig. 86 - Nº de camadas de cada reforço de 0,14 mm de espessura após otimização de espessuras

Pela Fig. 86 retira-se um total de 182 camadas fazendo a conta para cinco raios e duas vezes as camadas de 45°. Denota-se também que algumas camadas desapareceram e que em alguns reforços a espessura reduziu drasticamente indicando quais as orientações e os reforços que mais falta fazem nessa zona.

#### 7.9.7. Otimização de empilhamento de camadas

De maneira a poder retirar resultados desta otimização, é necessário simplificar o modelo. Caso seja utilizado o modelo com 182 camadas, não será possível obter um resultado que seja ciclicamente simétrico, de manufacturar devido a interceção de camadas nem se conseguirá perceber se o que sai do programa faz algum sentido.

A única maneira de obter resultados que podem na prática ser utilizados, é considerar camadas globais que ocupem por exemplo todos os raios ao invés de apenas um. Agrupando assim as camadas, tal com mostrado na Fig. 87, foi feita uma simplificação assim não é considerada a sobreposição nem as direções das camadas corretamente. Isto, pois o sistema de eixos utilizado para a camada será o referencial dos elementos, tendo este sido especificado na otimização *free-size*. Este agrupamento faz com que as camadas que sejam o mesmo reforço e orientação em todos os raios, passem a ser só uma, não fazendo sentido otimizar com estas camadas separadas pois não se obteria simetria cíclica.



Fig. 87 - Forma das camadas do reforço 3 para otimização de empilhamento

Com a experiência adquirida com diversos testes, o processo de otimização de empilhamento foi dividido em várias sequências de camadas, devido à dificuldade de fazer o resultado convergir e para facilitar a manufatura. Desta maneira será mais fácil de analisar os resultados e perceber se fazem realmente sentido.

As sequências de camadas foram divididas nos seguintes conjuntos (reforços de acordo com a Fig. 82 e Fig. 83):

- 1) Reforço do contorno 1, 2 e 3: (24 camadas), [1-24];
- 2) Reforço 1 dos raios de  $\pm 45^\circ$ : (2 camadas), [25-26];
- 3) Reforço dos raios: 1, 2, 3, 4: (15 camadas), [27-41];
- 4) Reforço 2 dos raios: (6 camadas), [42-47];
- 5) Reforço dos raios: 1 (1 camada a  $90^\circ$ ), 5, 6: (7 camadas), [50-56];
- 6) Reforço do contorno 4: (8 camadas), [60-67];

As camadas foram dispostas no laminado nesta ordem de conjuntos, com uma variável de otimização atribuída a cada. Esta divisão foi feita a pensar na manufatura estando as camadas por ordem de disposição no molde:

- A sequência 1), são todas as camadas do contorno que podem ser dispostas antes de fechar o molde.
- A sequência 2), são camadas de  $\pm 45^\circ$  que cobrem a superfície dos raios, estas ajudam o problema a convergir e cumprem as considerações de projeto de maximizar a carga crítica;
- A sequência 3), são as camadas de reforço que cobrem os raios;
- A sequência 4), são todos os reforços 2 dos raios, estas estão separadas para facilitar a convergência porque não ocupam a mesma área que os restantes reforços, não fazendo sentido definir uma sequência de empilhamento com estes;
- A sequência 5), são camadas que servem para juntar as duas metades dos raios sendo introduzida uma camada de  $90^\circ$  do reforço 1 para garantir uma ligação por fibras das duas metades. Estas são envoltas aos sacos interiores;
- A sequência 6), são as camadas do contorno que são aplicadas após o molde estar fechado, estas garantem a ligação por fibras de ambas as metades no contorno.

Nesta otimização, a função objetivo não pode ser a massa da estrutura pois apenas mudará o empilhamento. Deste modo será considerado como função objetivo a soma do *compliance* de todos os carregamentos. Os constrangimentos presentes são:

- Índice de falha de compósito  $< 0,28 \rightarrow$  Fator de segurança = 1,89;
- Máximo de 4 camadas seguidas da mesma orientação quando possível;
- Agrupamento de camadas de  $\pm 45^\circ$ .

Na Fig. 88, define-se a numeração das camadas de modo a considerar a sua posição na geometria, qual o reforço considerado pela camada, a sua orientação e o nº da camada onde estão presentes mais que uma camada repetida, isto possibilita a demonstração dos resultados.

Ply_ $x_1.x_2.x_3.x_4$	$x_1$ = Zona	Raios = 1, contorno = 2
	$x_2$ = nº Reforço	1 - 6, 1-4
	$x_3$ = Orientação	1 = 0°, 2 = 45°, 3 = -45°, 4 =90°
	$x_4$ = nº Camada	1,2,3,...,11

Fig. 88 - Denominação das camadas para otimização de empilhamento

Para analisar a sequência de empilhamento otimizada é necessário perceber a Fig. 89. Para ler os resultados, basta seguir cada conjunto de camadas por ordem. Começando as camadas a ser dispostas na superfície do molde de cima para baixo de acordo com a figura.

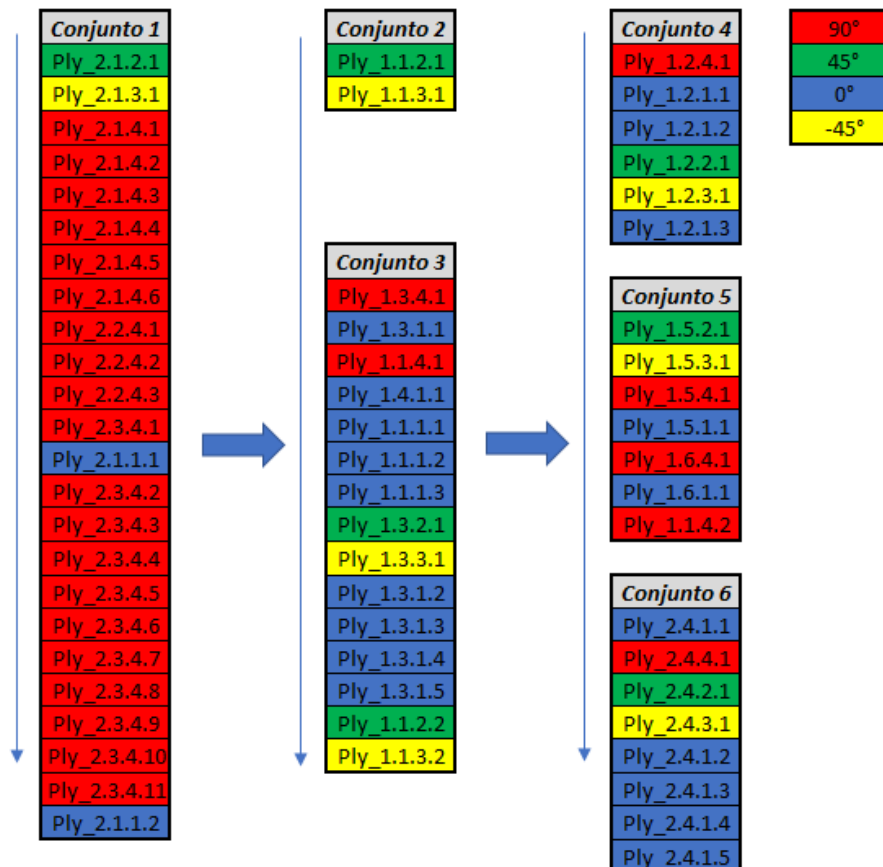


Fig. 89 - Sequência de empilhamento por ordem dos conjuntos

## 7.10. Estudo estrutural em elementos finitos

### 7.10.1. Cubo

O estudo do cubo lateral foi feito em “Solidworks” por ser mais simples e rápido de fazer pequenas alterações na geometria e o refazer de novo. De maneira a tentar evitar singularidades foi decidido estudar o conjunto de peças facilitando também a imposição de certas condições de fronteira tal como a de contato com o disco e rolamento. As condições de fronteira entre peças foram a compatibilidade de malha, considerando assim peças coladas. Todos os pinos, o disco e o rolamento são deformáveis de maneira a reduzir a concentração de tensões fictícias que aparecem devido ao contato entre um corpo rígido com um deformável. Para simplificar considerou-se como pinos os parafusos que prendem o disco ao cubo.

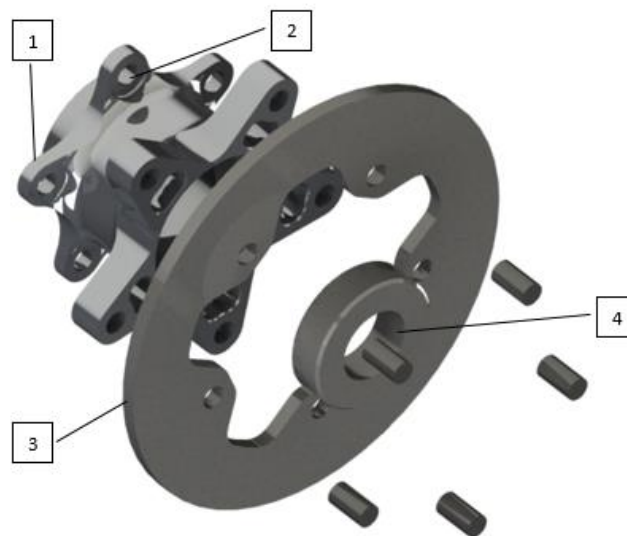


Fig. 90 - Conjunto de peças para o estudo estrutural do cubo

Os detalhes retirados da Fig. 90 assumem:

1. Superfície de contato com a jante constrangida na direção normal à face;
2. Superfície dos 6 furos constrangidos em todas as direções;
3. Binário aplicado nesta face do disco para simplificação;
4. Forças do rolamento aplicadas nesta face da peça.

Utilizou-se os carregamentos calculados para o cubo, sendo que o caso mais crítico é o de travagem devido ao elevado binário. Uma análise cuidada deve então ser feita a este carregamento. Como esta é uma peça sujeita a rotação devem ser levados em conta dois carregamentos para contar com a simetria cíclica da peça. Será feita a mesma abordagem à feita na jante considerando os dois carregamentos com desfasamento de  $36^\circ$ .

Para obter o resultado final, refinou-se a malha até obter um resultado que não mude na maior parte da peça, ignorando as zonas que as tensões possam subir devido a singularidades, tal como as zonas constrangidas. Os resultados de tensão apresentados a seguir são as tensões presentes nos elementos.

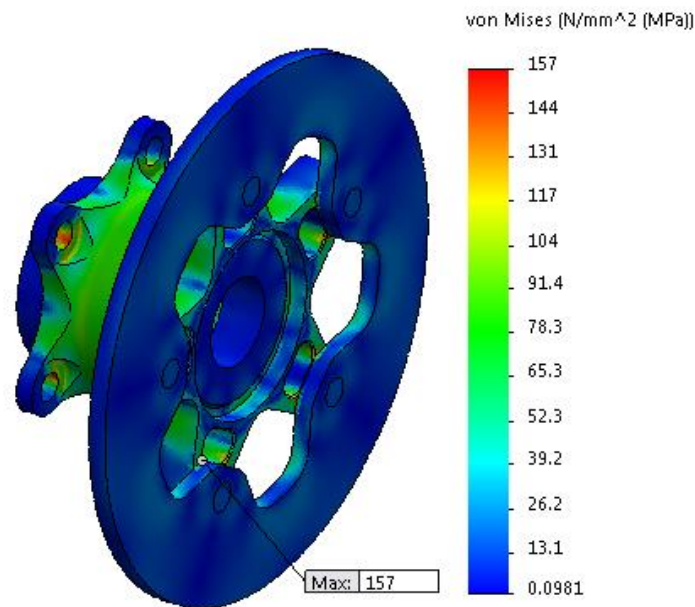


Fig. 91 - Carregamento de travagem centrado com um dos parafusos

Pelo que se pode ver na Fig. 91, a tensão máxima ultrapassa a tensão limite de fadiga, logo é necessário analisar onde isto acontece. Pelo estudo para a convergência da malha determinou-se as duas zonas onde não é possível obter um valor de tensão, aumentando quando o tamanho de malha reduz. Na Fig. 93 estes são apresentados, concluindo que como são zonas junto a constrangimentos, fixo e de contato entre peças, os picos de tensão não são possíveis de calcular corretamente estando aqui presentes singularidades. Em ambos os casos pode ser invocado o princípio de *Saint-Venant* e considerada uma tensão em volta desta zona, onde o gradiente de tensão é pequeno, como valor aproximado. Na Fig. 92, retiram-se as zonas onde a tensão é superior a 100 MPa; por aqui é possível de ver que as tensões máximas, evitando pontos singulares, não ultrapassam este valor por muito. Considerar-se-á então uma tensão máxima entre 100-110 MPa.

Pelo estudo com o carregamento de travagem descentrado com um dos parafusos, os valores de tensões máximas apresentam valores muito aproximados nas mesmas zonas para a mesma malha. A segurança da estrutura fica assim acima do fator de segurança de 3 à cedência e muito próximo de 1 à fadiga. No entanto, o carregamento de travagem utilizado já por si está maximizado cerca de 50% em relação à norma e poderá nem ocorrer com esta magnitude. Isto justifica a segurança da peça.



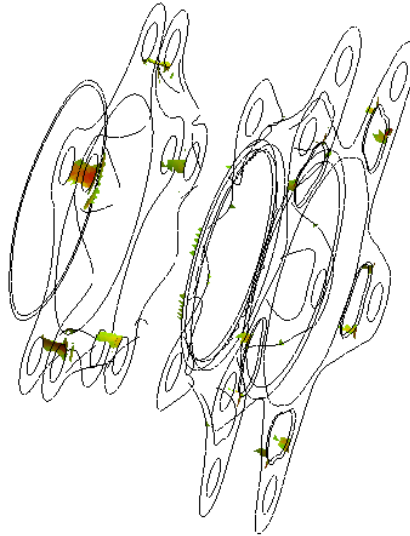


Fig. 92 - Tensões no cubo superiores a 100 MPa

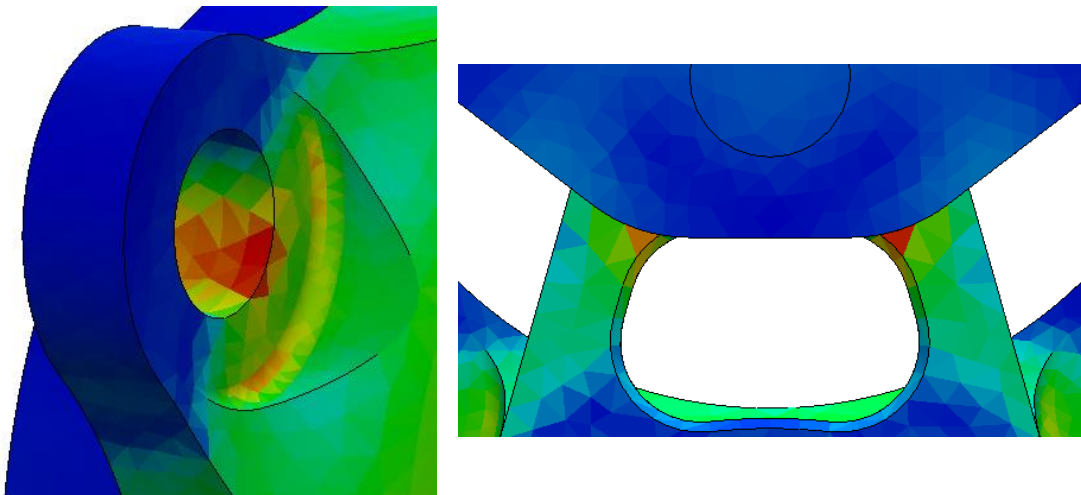


Fig. 93 - Zonas de tensão máxima no cubo, carregamento de travagem centrado com um dos parafusos

Obtém-se assim os dados finais considerando uma tensão máxima majorada. Apesar do objetivo ser minimizar a massa da peça, todas estas simplificações e tensões muito baixas justificam-se para obter segurança na peça e também, pois qualquer que seja a mudança na peça, a diminuição de massa é praticamente desprezável em percentagem dada a massa do conjunto. Esta abordagem justifica-se porque o alumínio não apresenta um patamar de vida infinita.

Massa (Kg)	Mom. Inércia (Kg.mm <sup>2</sup> )	Tensão Máx. (MPa)	FS (estático)	FS (fadiga)
162,6	169,97	110	4,6	1,2

Fig. 94 - Dados gerais finais do cubo lateral

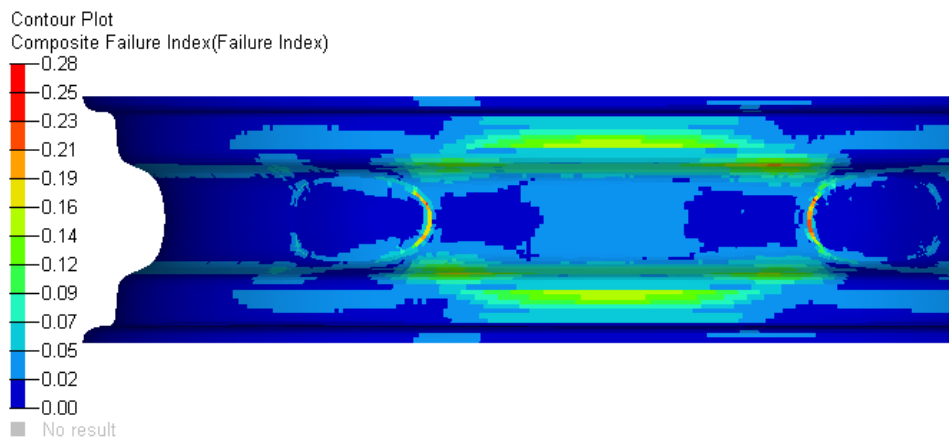
Os restantes estudos efetuados, a qualidade da malha e a orientação das forças apresentam-se no **Anexo D**.

### 7.10.2. Jante

Para conseguir validar o modelo obtido por meio da otimização, os elementos lineares foram substituídos por quadráticos para obter um melhor resultado. No entanto não existe a certeza se as tensões convergiram em todas as zonas de concentração de tensões. Como o modelo é muito complexo, para fazer um refinamento da malha em certas zonas implicaria refinar a malha o que provocaria a perda de informação de todos os elementos. Assim o modelo teria de ser refeito nessas zonas para cada refinamento, o que fica para além do tempo deste trabalho. Os dados apresentados a seguir são das zonas que tem maior índice de falha, sendo que apenas nestas zonas o fator de segurança desce abaixo de três.

#### *Carregamento vertical descentrado*

Este carregamento serve também para verificar a rigidez vertical da jante. Com um deslocamento máximo vertical de 0,87 mm no bordo da aba e uma força vertical de 5518 N, o valor de rigidez fica acima do valor alvo de 5000 N/mm. Este resultado reduz em apenas 4% o valor de rigidez equivalente do sistema.



*Fig. 95 - Carregamento Vertical descentrado na jante com elementos quadráticos*

O valor máximo ocorre em apenas alguns elementos na linha onde se intercetam 3 superfícies. O que indica que estes valores são pontos singulares que não é possível obter um valor correto. Estes valores são críticos na fibra e não nos resultados de “delaminação”. As restantes zonas encontram-se dentro do fator de segurança de 3. As zonas a verde/amarelo são as zonas de aplicação da força, que podem ser ignoradas.

### Carregamento vertical

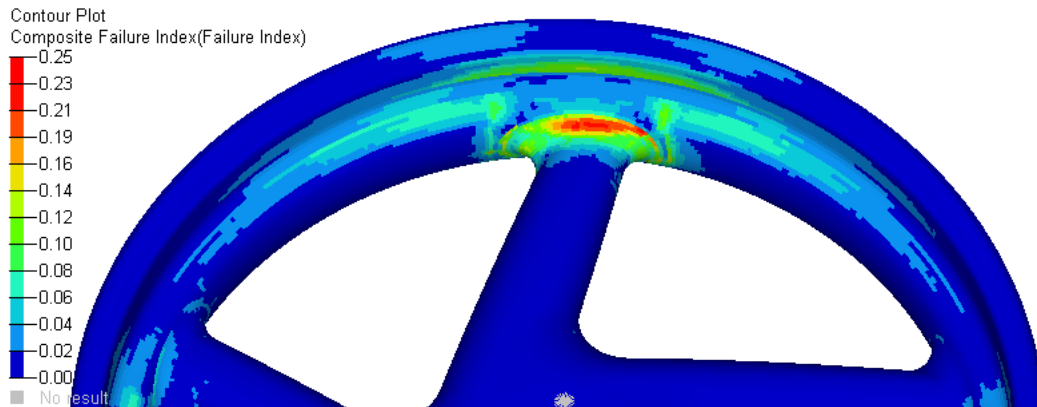


Fig. 96 - Carregamento Vertical na jante com elementos quadráticos

Neste caso o valor máximo ocorre no boleado que liga o raio ao contorno. Esta zona está sobrecarregada pois as forças estão aplicadas numa pequena área devido à simplificação do modelo e à impossibilidade de modelar o contato correto com o pneu. Na realidade as forças estarão mais dispersas pelo contorno e não só nesta zona. Como o valor do fator de segurança mais baixo, presente junto à linha em que se intercetam 3 superfícies, é de 2 e apesar de haver alguns elementos no boleado com valores abaixo de 3, aceita-se este resultado.

### Carregamento lateral descentrado

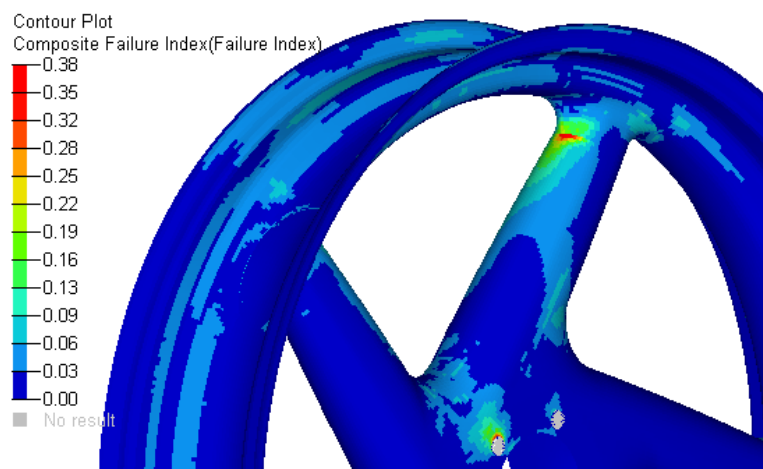


Fig. 97 - Carregamento Lateral descentrado na jante com elementos quadráticos

Neste caso o valor máximo ocorre na descontinuidade de espessura devido à presença das camadas de reforço do boleado que liga o raio ao contorno, esta é uma singularidade. Esta zona está sobrecarregada da mesma maneira do que foi explicado em cima. O fator de segurança caso este valor estivesse correto seria de 1,6. No entanto a zona é muito pequena e as zonas circundantes tem um valor muito próximo de 3, o que levou a aceitar-se este resultado.

### Carregamento lateral

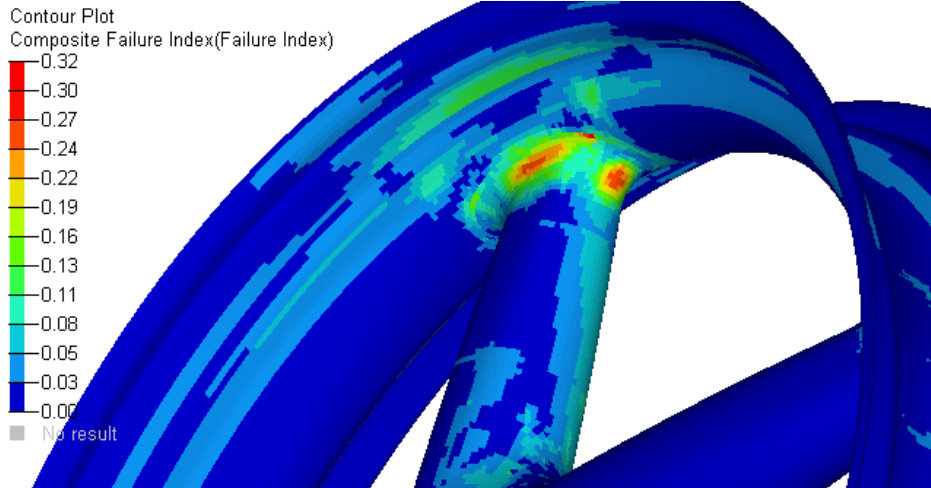


Fig. 98 - Carregamento Lateral na jante com elementos quadráticos

Neste caso o valor máximo ocorre num elemento presente junto à linha onde se intercetam três superfícies, zona em que está presente uma singularidade. No entanto a zona dos boleados tem valores de índice de falha entre 0,24-0,27 o que indica um fator de segurança próximo de 2. Esta zona está também sobrecarregada da mesma maneira do que foi explicado em cima. Ainda assim, decidi aceitar-se os resultados.

### Carregamento de travagem descentrado

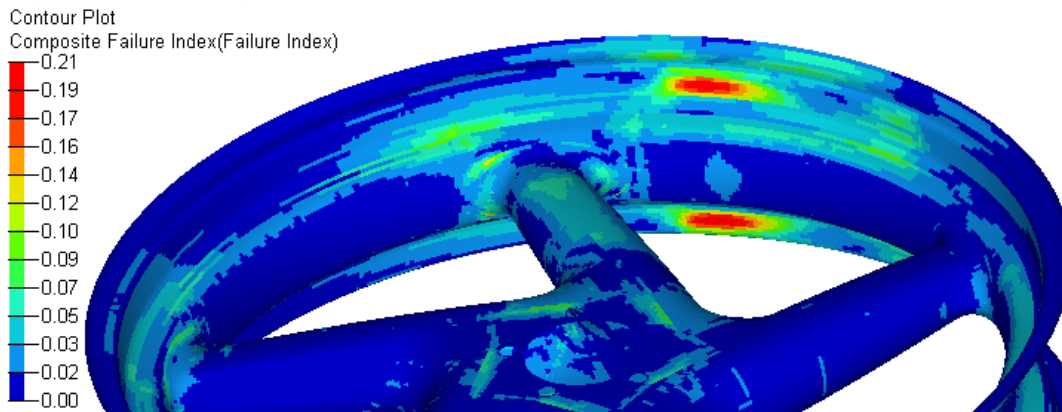


Fig. 99 - Carregamento de travagem descentrado na jante com elementos quadráticos

Neste caso o valor máximo ocorre no contorno numa das pontas dos elementos rígidos que aplicam as forças. Daqui pode ser retirado que os elementos rígidos “RBE3”, estão a sobrecarregar demasiado um dos lados provavelmente pela transposição de forças feitas para os nós do contorno. Na realidade este contato será mais disperso. Aceita-se este resultado dado que o fator de segurança desta zona é de 2,18 e que em todas as restantes zonas, o fator de segurança é no mínimo 3 (cor verde).

### Carregamento de travagem

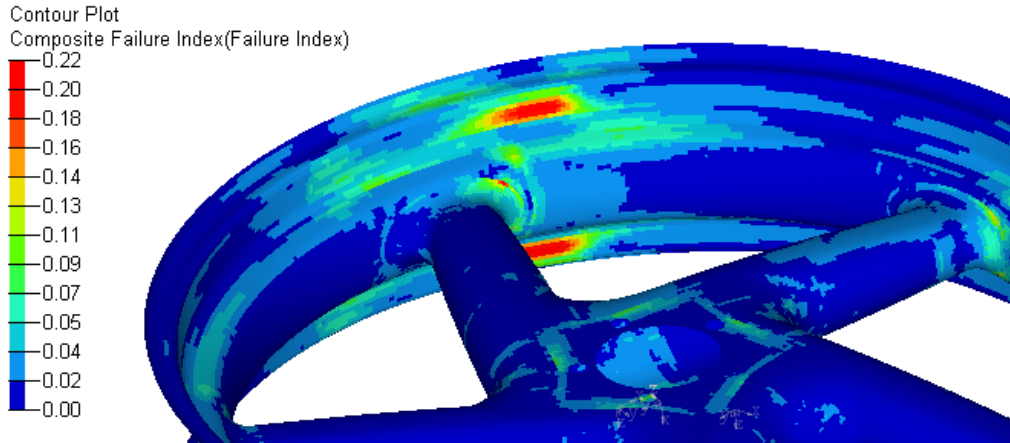


Fig. 100 - Carregamento de travagem na jante com elementos quadráticos

Neste caso ocorre exatamente o mesmo problema que no resultado anterior, com a inclusão de alguns elementos junto à linha em que intercetam três superfícies. Analisando este resultado com o de travagem descentrada, é possível de ver o mesmo padrão de índice de falha devido à sobrecarga num dos cantos dos elementos rígidos, mas na direção oposta. Isto assegura que o elevado índice de falha está presente devido à maneira como as forças foram impostas pelo elemento “RBE3”. Analisando o resultado e ignorando estas duas zonas, as restantes tem pelo menos um fator de segurança 3 (cor verde).

#### 7.10.3. Análise dos resultados

Analisando os resultados é possível concluir que existem algumas zonas que ultrapassam o fator de segurança estipulado. No entanto, os carregamentos utilizados estão já por si maximizados pois são provenientes de uma norma ISO e o carregamento de travagem está maximizado em cerca de 50% relativamente ao valor presente na norma. Este incremento no carregamento foi devido a valores provenientes de dados de competição. Com estes carregamentos ainda se acrescentou a pressão máxima que é possível do pneu suportar, o que não acontecerá dado que a pressão a utilizar não ultrapassa os 20 psi, sendo utilizada 60 psi no estudo.

Existe ainda a incerteza da maneira como foram transpostas as forças pelos elementos “RBE3” para o contorno. Estas poderão sobrecarregar certas zonas em demasia dado que a distribuição de forças pelos nós presentes no contorno não foi confirmada.

Com isto decidiu-se aceitar os resultados dado que mesmo com um fator de segurança aos carregamentos utilizados inferior ao estipulado, estes estão sobredimensionados e o fator de segurança mais baixo encontra-se a 1,6. Isto, em zonas de incerteza de resultados, o que leva a crer que a estrutura estará em segurança para uma vida prolongada.

## 8. Conclusões

Com este trabalho foi possível obter uma geometria possível de manufaturar com um laminado que cumpre os requisitos de projeto. O estudo está bastante conservador, não sendo possível retirar um verdadeiro fator de segurança da peça, pois os próprios carregamentos estão sobredimensionados. Esta decisão foi tomada pois esta é uma peça que devido ao seu valor será utilizada basicamente até ocorrer falha, e com o tipo de utilização diária numa mota de estrada não haverá um controlo de falha da peça. É também impossível de prever a que carregamentos estará sujeita dada a imprevisibilidade de uma estrada. Uma falha nesta peça significaria uma queda catastrófica para o motociclista, daí a grande preocupação em assegurar a segurança e mesmo o sobredimensionamento da peça. Por ter sido utilizado um material compósito laminado, este não apresenta uma deformação de plasticidade como num metal devido ao seu comportamento frágil. Assim não será possível de detetar possíveis falhas pelo utilizador comum sem qualquer tipo de experiência, sendo que para conseguir determinar qualquer tipo de falha seria necessário recurso a tecnologia como por exemplo uma análise de ultrassons, coisa que não compensaria a um utilizador que já por si teria pago um elevado preço por este componente.

Em relação ao modelo de elementos finitos utilizado para o cálculo estrutural, a geometria mais complexa e difícil de ter certeza nos resultados é a jante em compósito de fibra de carbono. Aqui houve uma grande dificuldade na conceção do modelo, tendo de ser dividida em áreas ciclicamente simétricas. Este aspeto é muito importante, pois caso não tivesse sido implementado, as deformações não seriam iguais ao carregar cada raio separadamente. Isto poderia provocar vibrações durante a utilização, devido a uma excentricidade imposta pela deflexão. Estas áreas, por sua vez, foram divididas em áreas aproximadamente retangulares para possibilitar a utilização de elementos quadrangulares com pouca deformação. Esta implementação possibilitou o alinhamento dos elementos com a geometria, ou seja, tentando manter as *flow-lines* da malha o mais suaves possível e alinhadas com as direções dos carregamentos. O modelo foi obtido após diversas iterações de divisão da geometria em áreas, até obter uma malha visualmente boa. Posteriormente fez-se uma análise de qualidade à malha com os critérios do software. Por simplicidade e pequena espessura em comparação com as dimensões da peça, foram utilizados elementos 2D.

Em termos de tempos de computação, os estudos finais de otimização da inclinação de raios levaram cerca de 2 minutos, do cubo cerca de 5-10 minutos e na jante entre 25-45 minutos cada. No entanto, devido a diversas experiências até obter os modelos finais e convergência dos resultados, é complicado ter uma estimativa de tempo de computação despendido sendo este

com certezas, superior a 40 horas num computador portátil com processador *i7* a 2,00 GHz e 4 GB de memória *RAM*. Este elevado número de horas deveu-se à quantidade de tentativas executadas com diferentes constrangimentos e à aceitação dos resultados.

Na modelação de elementos finitos da jante, foram utilizados elementos quadráticos para o estudo estrutural. Isto, possibilita uma maior confiança nos resultados obtidos e demonstrou-se uma ligeira diferença na convergência. Em termos de valores máximos, a diferença não vai além de cerca de 10-15%, sendo a diferença maioritariamente notada na área afetada.

Para a manufatura da jante chegou-se a uma solução que envolve a utilização de dois moldes e cinco sacos interiores. Estes últimos foram utilizados pois a jante possui raios ocios, o que é extremamente complicado de manufaturar. Apesar de já existirem alguns métodos, nem sempre estão disponíveis e baseiam-se sempre no conceito de utilizar um tipo de saco interior. Este saco é necessário pois para conseguir produzir uma peça de compósito com fibras em matriz polimérica, é necessária a compactação da fibra com a resina durante o processo de cura. Caso isto não aconteça, o rácio fibra/resina não é controlado e podem ocorrer vazios, de resina e entre camadas na peça, mesmo em fibra pré-impregnada. Esta necessita de cura em autoclave, com pelo menos temperatura controlada, podendo também ser utilizada pressão, apesar da área exposta nesta geometria ser pequena. Os sacos interiores podem ser manufaturados por soldadura térmica de duas metades ou com recurso a dois moldes exteriores e um saco interior de plástico (perdido) feito com a técnica anterior. Ambas as maneiras têm vantagens e desvantagens. Ambos os métodos são, por exemplo, utilizados para manufatura de quadros de bicicleta.

Os objetivos deste trabalho foram cumpridos, pois foi criada uma metodologia de projeto e manufatura para uma jante em compósito reforçado por fibras. Esta metodologia serve para criar qualquer tipo de estrutura cilíndrica com simetria cíclica, dado que o programa "*Optistruct*" não tem de momento características específicas para este tipo de otimização. Serviu também para ganhar fortes bases em projeto com compósitos laminados.

Na Tabela 11 e Tabela 12, estão apresentados os valores de massa final e momento de inércia de rotação da jante respetivamente, com todos os componentes.

*Tabela 11 - Valores da massa final da jante*

<b>Massa (g)</b>				
<b>Jante</b>	<b>Cubo exterior</b>	<b>Cubo interior</b>	<b>Rolamento</b>	<b>Total</b>
1537	162,6	246,48	78	2264,68

Tabela 12 - Valores de momento de inércia de rotação final da jante

<b>Momento de Inércia de rotação (kg.mm<sup>2</sup>)</b>				
<b>Jante</b>	<b>Cubo exterior</b>	<b>Cubo interior</b>	<b>Rolamento</b>	<b>Total</b>
51530,00	161,11	348,90	28,66	52258,44

Concluindo, obteve-se uma redução de 9,4% e 17,7% respetivamente, em relação aos dados pesquisados no mercado.

### 8.1. Trabalho futuro

Como trabalho futuro poderia ser feito o projeto de uma roda de trás utilizando a metodologia produzida neste trabalho para obter um conjunto que possa ser aplicado numa mota. No entanto, este modelo deve ser validado primeiro com recurso a um protótipo, o método de manufatura, montagem do pneu e a validação do modelo poderia ser testado, de maneira a identificar possíveis falhas no processo que não são identificáveis numa fase inicial. Com recurso a ensaios mecânicos a validação deveria ser feita. Com o molde feito, a geometria fica fechada, podendo ser mudado o laminado pelos dados adquiridos nestes testes caso seja necessário.

Uma análise de custos ao método de manufatura pode ser feita de forma a o otimizar para obter uma produção de maior escala. Outros métodos poderiam ser utilizados para o conseguir, tal como a colocação da fibra automatizada ou utilização de fibra seca com uma posterior injeção de resina, conseguindo reduzir os tempos de manufatura e por sua vez os custos.



## Referências

1. Trevitt, Andrew. Comparing Sportbike Wheels. *Sportrider*. [Online] 24, 2009. [Citação: 15, 2017.] [www.sportrider.com/hoop-it-sportbike-wheel-comparison](http://www.sportrider.com/hoop-it-sportbike-wheel-comparison).
2. Foale, Tony. *Motorcycle Handling and Chassis Design: The Art and Science, 2<sup>nd</sup> edition*. s.l. : Tony Foale, 2002.
3. *ISO 4249-3:2010 – Motorcycle tyres and rims (code-designated series) – Part 3: Rims*.
4. Altair. Optistruct 12.0 - User guide. [Online] 2013. [www.altair.com](http://www.altair.com).
5. Jones, Robert M. *Mechanics of Composite Materials, 2<sup>nd</sup> edition*. s.l. : Taylor & Francis, Inc., 1999.
6. Reddy, J. N. *An Introduction to the Finite Element Method, 2<sup>nd</sup> edition*. s.l. : McGraw Hill, 1993.
7. Siemens. NX NASTRAN - Theoretical manual. [Online] 2014. [www.plm.automation.siemens.com/](http://www.plm.automation.siemens.com/).
8. Altair University. Practical Aspects of Finite Element Simulation (a Study Guide). [Online] 05 2015. [www.altair.com](http://www.altair.com).
9. Campbell, F.C. *Structural Composite Materials, 1<sup>st</sup> edition*. s.l. : ASM International, 2010.
10. Reddy, J.N. *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells - Theory and Analysis*. s.l. : CRC Press LLC, 2004.
11. Budynas, Richard G. and Nisbett, J. Keith. *Shigley's Mechanical Engineering Design - Ninth edition*. s.l. : McGraw-Hill, 2011. pp. 221-228.
12. Gurit. Guide to Composites. [Online] [www.gurit.com](http://www.gurit.com).
13. Boyer, Howard E. *Atlas of fatigue curves, 1<sup>st</sup> edition*. s.l. : ASM International, 1986.
14. W R Broughton, L E Crocker, M R L Gower. *Design Requirements for Bonded and Bolted Composite Structures*. 2002.
15. *ISO 8644:2006 – Motorcycles - Light-alloy wheels - Test Method*.
16. Brembo finds the answer analysing the F1 and MotoGP braking response on the circuit of Austin. [www.brembo.com](http://www.brembo.com). [Online] 8 4, 2016. [Cited: 12 2, 2016.]
17. Zhou, Ming, Fleury, Raphael and Dias, Warren. Composite Design Optimization - from Concept to Ply-book Details. *8th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization*. Junho 1-5, 2009.
18. Mylett, David, Butler, Lewis and Gardner, Simon. Composite Optimisation of a Formula One Front Wing. *The 6<sup>th</sup> Altair CAE Technology Conference*. 2009.
19. *Optimization of Blended Composite Wing Panels Using Smeared Stiffness Technique and Lamination Parameters*. Dianzi Liu, Vassili V. Toropov, Ming Zhou, David C. Barton, Osvaldo M. Querin. Orlando, Florida : s.n., 2010, Vols. 51<sup>st</sup> AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference.

20. Milliken, Willian F. and Milliken, Douglas L. *Race Car Vehicle Dynamics*, 1<sup>st</sup> edition. s.l. : Society of Automotive Engineers, 1995.

## Anexos

### 8.2. Anexo A – Requisito de projeto para as frequências naturais do sistema

Para podermos retirar as frequências naturais do sistema, as equações de movimento (47) e (48) são necessárias. Para simplificação, a sua forma matricial pode ser apresentada tal como pode ser visto nas equações (49) e (50).

$$m_s * \ddot{x}_3 + K_s * (x_3 - x_2) + C_s * (\dot{x}_3 - \dot{x}_2) = F \quad (47)$$

$$m_{ns} * \ddot{x}_2 - K_s * (x_3 - x_2) + K_{eq} * (x_2 - x_1) - C_s * (\dot{x}_3 - \dot{x}_2) = 0 \quad (48)$$

$$\mathbf{M} * \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C} * \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_R * \mathbf{x} = \mathbf{f}, \quad \mathbf{x} = (x_3, x_2)^T \quad (49)$$

$$\begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_{ns} \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} \ddot{x}_3 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_s & -C_s \\ -C_s & C_s \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s & -K_s \\ -K_s & K_s + K_{eq} \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} x_3 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ K_{eq} * x_1 \end{Bmatrix} \quad (50)$$

Como as frequências amortecidas são menores que as não amortecidas e como o objetivo desta análise é evitar que a frequência natural da jante esteja próxima destes valores, o sistema não-amortecido será o considerado. Para determinar estas frequências os valores próprios da equação (50) considerando  $C_s = 0$ , são as frequências naturais do sistema.

$$\det(\mathbf{K} - \mathbf{M} * w_n^2) = 0 \quad (51)$$

$$w_n^2 = 0,5 * \left[ \frac{K_s + K_{eq}}{m_{ns}} + \frac{K_s}{m_s} \pm \sqrt{\left( \frac{K_s + K_{eq}}{m_{ns}} - \frac{K_s}{m_s} \right)^2 + 4 * \frac{K_s^2}{m_s * m_{ns}}} \right] \quad (52)$$

$$f_n = \frac{w_n}{2 * \pi} \text{ [Hz]} \quad (53)$$

$$f_a = \sqrt{1 - \xi^2} * f_n \text{ [Hz]} \quad (54)$$

Resolvendo as equações (51), (52) e (53), obtém-se as duas frequências naturais do sistema, sendo uma da massa suspensa e a outra a da massa não suspensa. Para o cálculo das frequências foram utilizados os seguintes dados:

- $m_s = (\text{massa mota} + \text{massa piloto}) * \%fr$ ;
- $m_{ns} = 0,15 * m_s$ ;
  - Considerar 15% do peso da massa suspensa, valor aproximado;
- $K_s = \frac{m_s}{130 * 0,25}$ ;
  - Curso total de suspensão de 130 mm, valor usual neste tipo de motas;
  - Considerou-se um SAG de 25%, valor usual;
  - Método de cálculo utilizado para obter a rigidez de molas indicadas para o peso do piloto;
- $K_{eq} = K_p = 100 \text{ N/mm}$ ;
  - Valor usual para pneus.

O parâmetro SAG é a pré-carga dada à suspensão (em deslocamento) pelo condutor ao sentar-se na moto. Este parâmetro garante que as rodas ao perderem carga vertical, não levantam logo do chão, havendo assim sempre alguma carga vertical na roda. Isto é essencial para manter tração.

As frequências da massa suspensa e da massa não suspensa obtidas são, respetivamente:

$$f_{n_{m_s}} = 2,6 [Hz] \quad f_{n_{m_{ns}}} = 15,2 [Hz]$$

Pode-se diferenciar ambas as frequências, pois a mais baixa refere-se à massa suspensa, devido à sua elevada massa. Estes valores, são muito próximos dos apresentados em [20], como seria de esperar dado que o sistema de um quarto de suspensão de um automóvel, modela igualmente metade da moto. Em [20], é apresentada uma resposta da raiz do valor quadrático medio (RMS) da aceleração vertical da massa suspensa em frequência, aqui é possível diferenciar duas frequências com picos de aceleração na Fig. 101, sendo cada uma delas respetivamente a frequência natural da massa suspensa e da massa não suspensa. O modelo apresentado na Fig. 101, é de um quarto de suspensão de um automóvel, sendo este equivalente a metade de um motociclo. A analogia pode ser feita dado que as frequências do sistema são utilizadas como uma normalização dos parâmetros de uma qualquer suspensão, sendo que dois veículos diferentes usando valores de frequência iguais, terão comportamentos iguais para as mesmas solicitações (mesmo com parâmetros de rigidez, massa e amortecimento diferentes), dado que a frequência relaciona estes três parâmetros caso seja utilizado a frequência amortecida, esta que pode ser obtida pela equação (54).

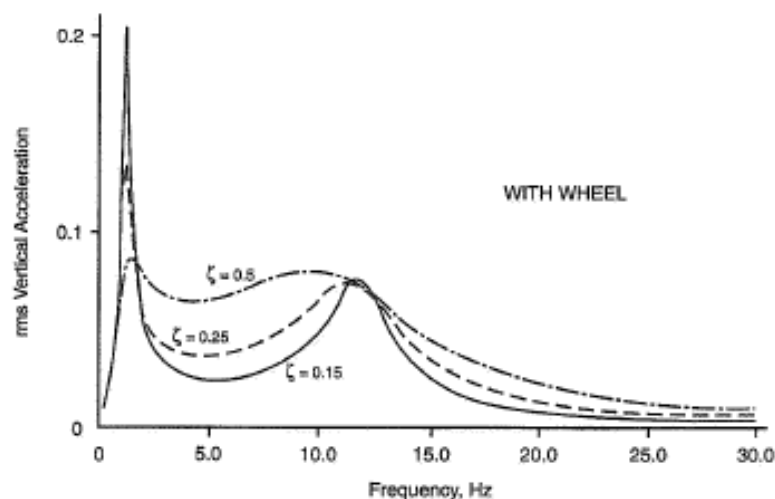


Fig. 101 - Resposta de aceleração vertical a frequência de excitação (Retirado de [20])

Apesar destes valores serem aproximados, podem ser utilizados como referência para evitar que a frequência natural de excitação da jante esteja próxima destes valores. Ou seja, utilizando

estes valores de frequências naturais do sistema obtido, pode ser feito um estudo dos modos de vibração da jante, de maneira a evitar que estes valores estejam próximos.

### 8.3. Anexo B – Imagens ilustrativas dos modos de falha de uma ligação aparafusada

Os diversos modos de falha numa ligação aparafusada, retirado de [9]:

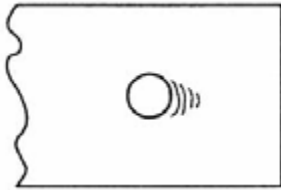


Fig. 102 - Esmagamento

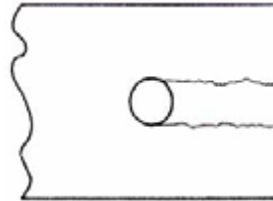


Fig. 103 - Corte da secção E

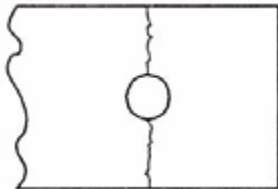


Fig. 104 - Tração

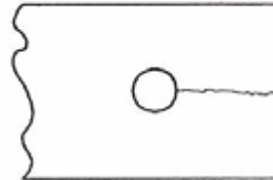


Fig. 105 – “Cleavage”

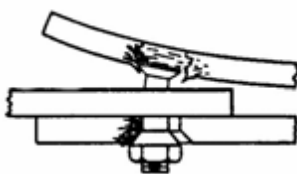


Fig. 106 - Arrancamento do parafuso

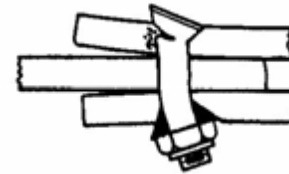


Fig. 107 - Falha no parafuso

Existe ainda a combinação dos diversos modos de falha. O modo de falha por “Cleavage”, pode acontecer juntamente com tração, corte e/ou esmagamento.

#### 8.4. Anexo C – Fórmulas de projeto aplicadas ao cubo e para cálculo de parafusos, roscas e rolamentos

##### *Anexo C.1 – Fórmulas de projeto aplicadas aos apoios dos parafusos no cubo*

Para o cálculo da zona de suporte de parafusos, considera-se as tensões presentes num tubo de comprimento “t”, diâmetro interior “d” e diâmetro exterior “r<sub>0</sub>”. Esta metodologia serve para obter uma geometria de referência.

Para as tensões do esmagamento devido a uma força radial, tem-se:

$$\sigma_{Esmag.Radial} = \frac{P_s}{t * d} \quad (55)$$

Para as tensões de corte devido a uma força radial, tem-se:

$$\tau_{corte} = \frac{P_s}{2 * \left(r_0 - \frac{d}{2}\right) * t} \quad (56)$$

Para as tensões do esmagamento devido a uma força axial, ou pré-carga do parafuso, tem-se:

$$\sigma_{Esmag.Axial} = \frac{F_i}{\pi * \left(r_0^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2\right)} \quad (57)$$

##### *Anexo C.2 – Fórmulas de projeto aplicadas para o cálculo de parafusos*

Para o cálculo dos parafusos utilizados utilizou-se a abordagem demonstrada em [11].

Fator de segurança à separação de duas peças aparafusadas:

$$n_{separação} = \frac{F_i}{P * (1 - C)} \quad (58)$$

Fator de segurança ao escorregamento de duas peças aparafusadas:

$$n_{escorreg.} = \frac{F_i - (1 - C) * P}{\frac{P_s}{f_m}} \quad (59)$$

Fator de segurança à carga axial de um parafuso:

$$n_{parafuso} = \frac{F_p - F_i}{C * P} \quad (60)$$

Fator de segurança ao corte de um parafuso:

$$n_{parCorte} = \frac{S_p * A_s}{2 * P_s} \quad (61)$$

Distribuição de carga homogénea numa ligação aparafusada:

$$3 \leq \frac{\pi * D_b}{N * d} \leq 6 \quad (62)$$

### Anexo C.3 – Fórmulas de projeto aplicadas a rosca

Tensão de “degolamento” de uma rosca:

$$\tau_{degolamento} = \frac{F_i}{\pi * d * L} \quad (63)$$

Tensão de esmagamento presente numa rosca:

$$\sigma_{esmag.} = \frac{4 * F_i}{\pi * (d^2 - d_i^2)} * \frac{p}{L} \quad (64)$$

Tensão de flexão na raiz de cada dente da rosca:

$$\sigma_{Flexão.} = \frac{F_i * 3 * (d_p - d_i)}{\pi * L * d_i * p} \quad (65)$$

### Anexo C.4 – Fórmulas de projeto aplicadas aos rolamentos

Cálculo de carga equivalente presente num rolamento:

$$f_0 * \frac{F_a}{C_0} \rightarrow e \rightarrow X, Y \quad (66)$$

$$\frac{F_a}{F_r} \leq e \rightarrow P_{eq} = F_r (N) \quad (67)$$

$$\frac{F_a}{F_r} > e \rightarrow P_{eq} = X * F_r + Y * F_a (N) \quad (68)$$

Cálculo de milhões de ciclos que o rolamento resiste:

$$L_{10} = \left( \frac{C}{P_{eq}} \right)^3 \quad (69)$$

Fator de segurança dinâmico num rolamento sem considerar lubrificação:

$$n_{Rol} = \frac{C}{P} \quad (70)$$

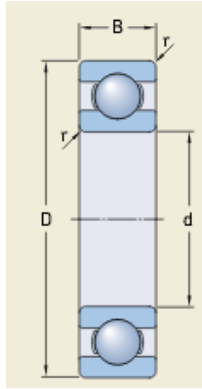


Fig. 108 - Dimensões base de um rolamento

### Anexo C.5 – Fórmulas de projeto aplicadas para a determinação das dimensões da secção circular do cubo

Utilizando o método de cálculo utilizado no capítulo de fadiga de [11], considerando como tensão média as tensões axiais e de corte devido à torção e como tensão alternada a tensão axial devido à flexão e de corte devido ao esforço transversal tem-se as equações seguintes.

$$\sigma_a = \sqrt{\sigma_{Flexão}^2 + 3 * \tau_{Esforço\ transversal}^2} \quad (71)$$

$$\sigma_m = \sqrt{\sigma_{Axial}^2 + 3 * \tau_{Torção}^2} \quad (72)$$

$$n_{Goodman} = \frac{1}{\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{\sigma_u}} \quad (73)$$

Em que  $a$  representa a tensão alternada e  $m$  a média.



### 8.5. Anexo D – Resultados obtidos no estudo de elementos finitos do cubo exterior

A qualidade da malha utilizada está apresentada na Fig. 109. Retira-se uma boa qualidade de elementos apenas ocorrendo elementos com alguma distorção junto a um boleado no rolamento.

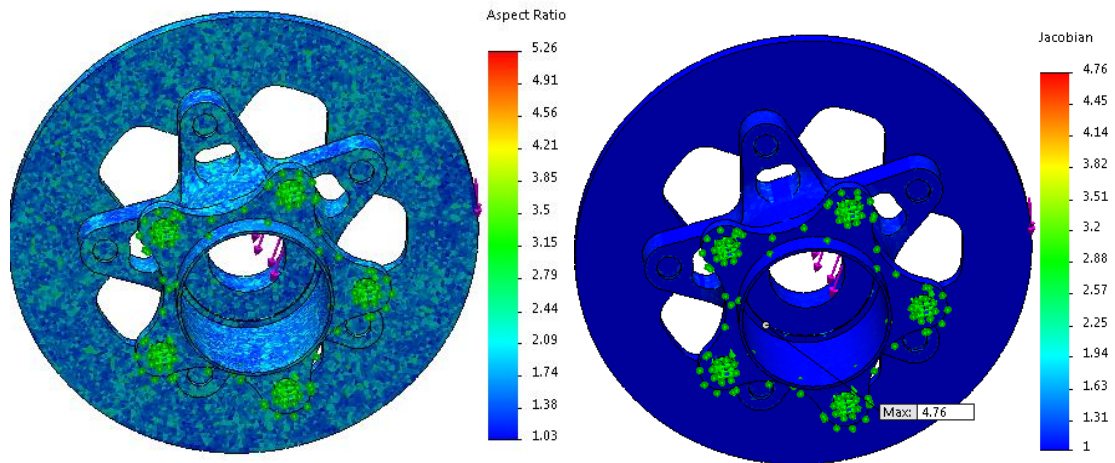


Fig. 109 - Qualidade da malha utilizada

As orientações estão apresentadas na Fig. 110.

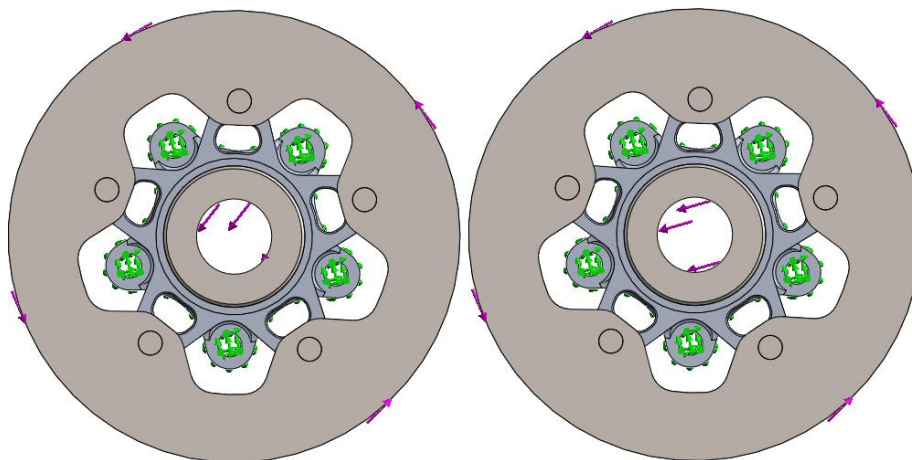


Fig. 110 - Orientação das forças aplicadas no rolamento para os dois casos

O carregamento lateral aplicado no cubo está apresentado na Fig. 111, com as cargas aplicadas no rolamento e fixo nos parafusos que ligam à jante. As condições de fronteira aplicadas são as mesmas que as utilizadas no carregamento de travagem.

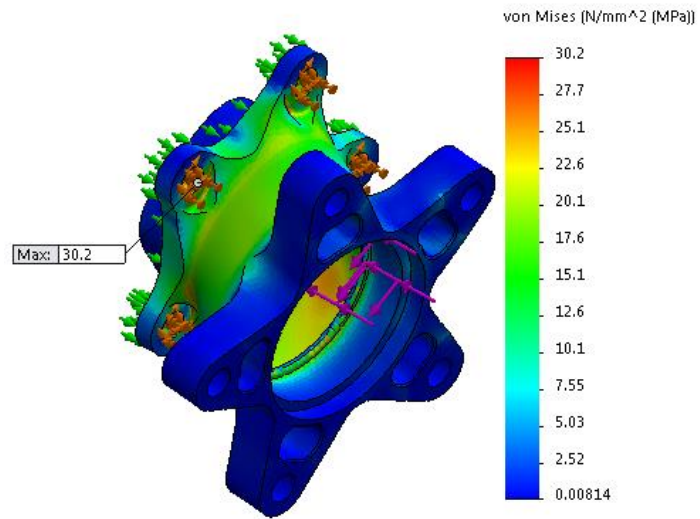


Fig. 111 - Estudo do cubo para o caso de carregamento lateral