

CDI-2

1º MAP45 (Versão A) - 22 de março de 2023 - 18h - Duração: 45 min

Nome: _____

Nº: _____ CURSO : _____ SALA : _____

Justifique todas as respostas

1. Considere a função $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + x(y-x)}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$

(a) **(3 val.)** Determine o conjunto dos pontos de continuidade de f ;

(b) **(3 val.)** Seja $v = (1, 1)$. Calcule, se existir, a derivada de f segundo v na origem, $D_v f(0, 0)$.

(c) **(3 val.)** Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 1)$

2. (4 val.) Seja $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dada por $f(x, y, z) = (x^2e^z + \text{sen}(xy), 2xy + z^2)$ e seja $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$, diferenciável, tal que $g(1) = (1, 1, 0)$ e $Dg(1) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$. Calcule $D(f \circ g)(1)$.

3. (4 val.) Considere a curva

$$C = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{(x+y)^4}{4} + e^{y^2} = e \right\}.$$

Determine os pontos de C em que a reta tangente é horizontal.

4. (3 val.) Considere a função $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x, y, z) = \begin{cases} |x|^{3/2} \ln(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}), & (x, y, z) \neq (0, 0, 0) \\ 0, & (x, y, z) = (0, 0, 0). \end{cases}$$

Determine se f é diferenciável na origem. Em caso afirmativo, calcule $Df(0, 0, 0)$.