

Introdução aos Processos Estocásticos/*Introduction to Stochastic Processes* — LMAC/MMA, 2^o/nd Sem. 2018/19

Informações gerais/*General info*

- **Prof. responsável e docente/*Faculty***

Manuel Cabral Morais

- **Contactos/*Contacts***

Tel. 218 417 047 ou/or Ext. 1047; maj@math.ist.utl.pt; Tlm./*Mobile* 927 941 249.

Piso/*Floor* 5 – Sala/*Room* 5.49 – Pav. de Matemática/*Mathematics Building*.

- **Objectivos da disciplina/*General objectives***

Desenvolver nas/os alunas/os aptidões para a modelação de sistemas estocásticos e para o reconhecimento e utilização de tipos comuns de processos estocásticos. As/os alunas/os devem saber resolver problemas básicos associados ao processo de Poisson e suas variantes, processos de renovamento, cadeias de Markov em tempo discreto e em tempo contínuo e ao movimento browniano.

To develop skills to model stochastic systems and to identify and use the most common types of stochastic processes. The students should know how to solve basic problems associated to the Poisson process and derived processes, renewal processes, discrete and continuous time Markov chains, and Brownian motion.

- **Website**

<https://fenix.tecnico.ulisboa.pt/disciplinas/IPE645111326/2018-2019/2-semester>

- **Website do Prof. responsável/*Faculty website***

<https://fenix.tecnico.ulisboa.pt/homepage/ist13114>

Programa detalhado

0. Introdução aos Processos Estocásticos

0.1 Processos estocásticos e sua caracterização

0.2 Algumas questões estudadas no âmbito dos processos estocásticos

0.3 Alguns sistemas e processos estocásticos

1. Processos de Poisson

1.1 Propriedades da distribuição exponencial

1.2 Processo de Poisson: definições

1.3 Instantes de ocorrência de eventos em processos de Poisson

1.4 Sobreposição e filtragem de processos de Poisson

1.5 Processo de Poisson não-homogéneo

1.6 Processo de Poisson composto

1.7 Processo de Poisson condicional

2. Processos de Renovamento

- 2.1 Introdução
- 2.2 Propriedades do número de renovamentos
- 2.3 Função de renovamento
- 2.4 Equações de renovamento
- 2.5 Teorema fundamental do renovamento
- 2.6 Tempos de recorrência; paradoxo da inspeção
- 2.7 Processos de renovamento atrasados
- 2.8 Processos de renovamento alternados
- 2.9 Processos de renovamento com custos/recompensas
- 2.10 Processos regenerativos

3. Cadeias de Markov em Tempo Discreto

- 3.1 Definições e exemplos
- 3.2 Distribuições marginais; equações de Chapman-Kolmogorov
- 3.3 Classificação de estados; estados recorrentes e estados transientes
- 3.4 Comportamento limite em cadeias de Markov irredutíveis
- 3.5 Comportamento limite em cadeias de Markov redutíveis
- 3.6 Tempos de primeira passagem; probabilidades de absorção
- 3.7 Processos de ramificação
- 3.8 Cadeias de Markov com custos/recompensas
- 3.9 Reversibilidade temporal

4. Cadeias de Markov em Tempo Contínuo

- 4.1 Definições e exemplos
- 4.2 Propriedades da matriz de transição; equações de Chapman-Kolmogorov
- 4.3 Cálculo da matriz de transição: espaço de estados finito
- 4.4 Cálculo da matriz de transição: espaço de estados infinito
- 4.5 Classificação de estados; estados recorrentes e estados transientes
- 4.6 Comportamento limite em cadeias de Markov
- 4.7 Tempos de primeira passagem e distribuições tipo-fases
- 4.8 Cadeias de Markov com custos/recompensas
- 4.9 Reversibilidade temporal
- 4.10 Processos de nascimento e morte; filas de espera

5. Movimento Browniano e Aplicações*

- 5.1 Movimento browniano
- 5.2 Tempo até absorção; máximos; problema da ruína de um jogador
- 5.3 Processos derivados do movimento browniano: movimento browniano com tendência; movimento browniano geométrico; movimento browniano integrado
- 5.4 Valor de opções: teorema da arbitragem e fórmula de Black-Scholes

Detailed program

0. Introduction to stochastic processes

- 0.1 Stochastic processes and their characterization
- 0.2 Some relevant questions about stochastic processes
- 0.3 Some examples of stochastic systems and processes

1. Poisson processes

- 1.1 Properties of the exponential distribution
- 1.2 Poisson Process: definitions
- 1.3 Epochs in Poisson processes
- 1.4 Merging and splitting Poisson processes
- 1.5 Non homogeneous Poisson process
- 1.6 Compound Poisson process
- 1.7 Conditional Poisson process

2. Renewal processes

- 2.1 Introduction
- 2.2 Properties of the number of renewals
- 2.3 Renewal function
- 2.4 Renewal-type equations
- 2.5 Key renewal theorem
- 2.6 Recurrence times; the inspection paradox
- 2.7 Delayed renewal processes
- 2.8 Alternating renewal processes
- 2.9 Reward renewal processes
- 2.10 Regenerative processes

3. Discrete time Markov chains

- 3.1 Definitions and examples
- 3.2 Marginal distributions; Chapman-Kolmogorov equations
- 3.3 Classification of states; recurrent and transient states
- 3.4 Limit behavior of irreducible Markov chains
- 3.5 Limit behavior of reducible Markov chains
- 3.6 First passage times; absorption probabilities
- 3.7 Branching processes
- 3.8 Markov chains with costs/rewards
- 3.9 Reversible Markov chains

4. Continuous time Markov chains

- 4.1 Definitions and examples

- 4.2 Properties of the transition matrix; Chapman-Kolmogorov equations
- 4.3 Computing the transition matrix: finite state space
- 4.4 Computing the transition matrix: infinite state space
- 4.5 Classification of states; recurrent and transient states
- 4.6 Limit behavior of Markov chains
- 4.7 First passage times and phase-type distributions
- 4.8 Markov chains with costs/rewards
- 4.9 Reversible Markov chains
- 4.10 Birth and death processes; queueing systems

5. Brownian motion and applications*

- 5.1 Brownian motion
- 5.2 Hitting times; maxima; the gambler's ruin problem
- 5.3 Variants of the Brownian motion: Brownian motion with drift; geometric Brownian motion; integrated Brownian motion
- 5.4 Applications to pricing stock options: arbitrage theorem and Black-Scholes formula

Bibliografia principal/*Recommended bibliography*

- Kulkarni, V.G. (1995). *Modeling and Analysis of Stochastic Systems*. Chapman & Hall, London. (QA274.12-.76.KUL.59065, QA274.12-.76.KUL.45259)
- Ross, S.M. (1983). *Stochastic Processes*. John Wiley & Sons, New York. (QA274.12-.76.ROS.36921, QA274.12-.76.ROS.37578)

Bibliografia secundária/*Optional bibliography*

- Resnick, S. (1992). *Adventures in Stochastic Processes* Birkhauser, Boston. (QA274.12-.76.RES.43493)
- Ross, S.M. (2003). *Introduction to Probability Models* (8th. edition). Academic Press, San Diego, California. (QA273.ROS.62694)

Material didáctico/*Notes and other material*

- **Material de revisão/*Revision notes***

- *Notas de apoio de Complementos de Probabilidades e Estatística (caps. 1–3) da autoria de Manuel Cabral Morais/Lectures notes on Complements of Probability and Statistics (chaps. 1–3) in Portuguese and by Manuel Cabral Morais*

Disponíveis em/*Available at*

<https://fenix.tecnico.ulisboa.pt/downloadFile/3779576921173/2011-05-27-NotasApoioCPE-REVISTAS-A4.pdf>

- **Lecture notes on Stochastic Processes** (em inglês/*in English*)

Entregues ao início das aulas (capítulo a capítulo) e disponíveis em/*Handed at the beginning of the classes (chapter by chapter) and available at*
<https://fenix.tecnico.ulisboa.pt/homepage/ist13114/lecture-notes-c1f>

- **Tabelas e formulário/Tables and form(ulae)**

Disponíveis em/*Available at*
<https://fenix.tecnico.ulisboa.pt/homepage/ist13114/formulae-and-tables>

- **Provas de avaliação**

Enunciados e resoluções das provas de/*Detailed solutions of the tests from 2012/13, 2013/14.*
Disponíveis em/*Available at*
<https://fenix.tecnico.ulisboa.pt/homepage/ist13114/detailed-solutions-of-the-tests>

Aulas e horários/Classes and schedule

- **Aulas/Classes**

Em inglês, caso haja alunas/os que não falem Português, e com a seguinte estrutura: motivação, resultado, exemplo, exercício. Os exercícios são marcados e distribuídos a alunas/os com antecedência e resolvidos pelas/os alunas/os no quadro já que “se aprende melhor Matemática de forma activa que passiva” (Karr, 1993, p. ix).

In English, in case there are any students who do not speak Portuguese, and with the following structure: motivation, result, example, exercise. The exercises are chosen and assigned to students in advance, and are solved by the students on the blackboard for “Mathematics is better learned actively than passively” (Karr, 1993, p. ix).

- **Horário (salas)/Schedule (classrooms)**

2as./Mon., 12:00–14:00 (P8, Pav. Matemática/*Mathematics Building*);
3as./Tue., 14:30–16:30 (QA1.4, Pav. Química/*Chemical Engineering Building*).

- **Horário de dúvidas/Recitation hours**

Proposta/*Proposed*: 2as./Mon., 10:00–12:00, Sala/*Room* P2.

Nota/*Note*: O docente poderá abandonar a sala caso o atraso das/os alunas/os seja superior a 30 minutos./*The teacher will eventually leave the room if the students are more than 30 minutes late.*

- **Horário de dúvidas extra/Extra recitation hours**

Mediante marcação prévia preferencialmente por sms (927941249), ou por tel. (218417047 ou Ext. 1047) ou e-mail (maj@math.ist.utl.pt), com pelo menos 24h de antecedência./*By appointment preferably by sms (927941249), tel. (218417047 or Ext. 1047) or e-mail (maj@math.ist.utl.pt), at least 24 hours in advance.*

Piso/*Floor* 5 – Sala/*Room* 5.49 – Pav. de Matemática/*Mathematics Building*.

Nota/*Note*: O docente poderá abandonar a sala caso o atraso das/os alun@s seja superior a 30 minutos./*The teacher will eventually leave the room if the student is more than 30 minutes late.*

Método de avaliação (resumo)/ *Assessment method (abridged version)*

A avaliação de conhecimentos desta disciplina contempla: / *The assessment method comprises:*

- dois testes (90%); / *two tests (90%);*
- comparência obrigatória a pelo menos 80% dos seminários de *Probabilidades e Estatística* (usualmente às 2as., das 11:00 às 12:00, na sala P3.10) e elaboração de um relatório (max. 2 páginas) sobre um dos seminários à escolha da/o aluna/o (10%) — entregue até às 24:00 de 1 de Junho de 2019/¹

*compulsory attendance of at least 80% of the Probability and Statistics seminars (usually held on Mondays, from 11:00 to 12:00, in Room P3.10) and a report (max. 2 pages) on one of the seminars (10%) — handed by June 1, 24:00.*²

Informação adicional

- A componente de testes da **avaliação de conhecimentos** na UC de *Introdução aos Processos Estocásticos* compreende **dois testes** com igual peso na classificação final (20 valores cada um) e incidindo sobre partes distintas da matéria, sendo que:
 - a duração de cada teste é de 1 hora e 30 minutos;
 - o **1o. Teste** realizar-se-á durante o período lectivo,³ concretamente no dia **4 de Maio** de 2019, Sábado, às **8:00**, em sala a anunciar.
 - o **2o. Teste** realizar-se-á durante a **Época Normal**,⁴ mais precisamente no dia **12 de Junho** de 2019, 4a. feira, às **8:00**;
 - para obter aprovação na UC, um aluno necessita de obter notas não inferiores a 7.0 valores em cada um dos testes;
 - a **Época de Recurso**⁵ realizar-se-á no dia **10 de Julho** de 2019, 4a. feira, às **8:00** (Teste 1) e às **9:45** (Teste 2), em sala a anunciar;
 - os alunos podem efectuar recurso ou do 1o. Teste ou do 2o. Teste ou de ambos os testes na Época de Recurso;
 - sempre que um aluno efectuar recurso de um teste, a nota obtida nesse recurso releva para a classificação final na UC apenas caso seja superior à obtida pelo aluno durante o período lectivo (1o. Teste) ou na Época Normal (2o. Teste).
- **Material permitido nas provas de avaliação**
 - Folhas de prova e de rascunho.

¹No caso de trabalhadoras/es-estudantes ou caso não possam comparecer aos seminários devido a sobreposições de horários, a componente de seminários é substituída pela elaboração de resumo (max. 2 páginas) de um artigo que conste das secções de: a) *Artigos em Revistas Internacionais*; b) *Artigos ou Capítulos em Livros Editados*. O relatório pode ser escrito em português, inglês, francês, castelhano ou italiano.

²If you are not be able to attend at least 80% of the seminars, you have to write an additional report on one of the papers in the sections of: a) Papers in International Journals; b) Papers or Chapters in Edited Books. The report can be written in Portuguese, English, French, Spanish or Italian.

³**Período de aulas:** de 2a. feira 18 de Fevereiro de 2019 a 6a. feira 31 de Maio de 2019. **Período de Carnaval:** 2a. feira 4 de Março de 2019 e 3a. feira 5 de Março de 2019. **Férias de Páscoa:** de 2a. feira 15 de Abril de 2019 a 6a. feira 19 de Abril de 2019. **Período de preparação de exames:** de 2a. feira 3 de Junho de 2019 a 6a. feira 6 de Junho de 2019.

⁴**Época Normal:** de 2a. feira 7 de Junho de 2019 a 3a. 25 de Junho de 2019.

⁵**Época de Recurso:** de 3a. feira 2 de Julho de 2019 a 4a. feira 10 de Julho de 2019.

- Máquina de calcular.
- Tabelas e formulários.

- **Identificação pessoal**

@s alun@s só podem apresentar-se a provas munid@s do cartão de aluno do IST.

- **Anulação de provas**

A utilização ou a mera posse de materiais não permitidos em qualquer prova de avaliação é razão suficiente para a anulação da prova sem prejuízo da posterior instauração de processo disciplinar nos casos em que a falta for considerada grave.

Suggestions and tips to write the report

Adapted/inspired from/by:

<https://www.wikihow.com/Write-a-Report> and <https://www.wikihow.com/Write-a-Five-Paragraph-Essay>

- **Suggestions**

1. *Prepare an outline.*

Write an outline on what you would like to emphasize from the seminar/paper. There should be at least:

- *an introduction;*
- *middle or body section with headings, briefly detailing your ideas, impressions and criticisms on the seminar/paper;*
- *a summary and/or conclusion.*

2. *Research the topic.*

Get references/information relating to the seminar/paper, to back any points or arguments you want to make. Look online, in wikipedia, and at the library. Add a short bibliography.

3. *Write a rough draft.*

Proofread it and mark your errors clearly. Errors are not only spelling and grammar but also jumbled ideas and missing points.

4. *Rewrite your report, print and check for final errors.*

Hand/send the report to the teacher.

- **Tips**

1. *The introduction should have a good opener that attracts the reader's attention.*

2. *Be sure to rely on more than one source for your information.*

3. *When using information from the internet, make sure it comes from a reputable source. Look on the page and make sure you know who wrote the information and why they are providing it.*

4. *Never plagiarize (taking someone's work without giving them credit); it is not fair or ethical.*

5. *Write a concluding paragraph, making sure you restate (not repeat) your main impression about the seminar/paper.*

Try not to start your conclusion paragraph with "To conclude..." or "In conclusion..."

Try to think of a creative closer (kicker) as well.

6. *Ask someone else to proofread your report and offer constructive criticism.*

Grading the report

1. *Is the title and the abstract of the report appropriate?* 5 points
2. *Has the introduction a good opener that attracts the reader's attention?* 10 points
3. *Is the report statistically/mathematically consistent?* 40 points
4. *Was the report written in a clear/unambiguous/logical way with no jumbled ideas or missing points?* 30 points
5. *Does the report reflect full comprehension of the topic?* 25 points
6. *Does the report offer constructive criticism on the topic?* 20 points
7. *Did the student avoid plagiarism (i.e., taking someone's work without giving them credit)?* 20 points
8. *Has the conclusion a creative closer (kicker) and did the student make sure he/she did restate (not repeat) his/her main impression?* 5 points
9. *Spelling, grammar, presentation.* 35 points
10. *Are the references adequate? Did the student rely on reputable/statistically solid sources of information? Are the references/information used to back any points or arguments that the student wanted to make?* 10 points