Departamento de Matemática

Probabilidades e Estatística

LEGM, LEIC-A, MEC

1º semestre – 2011/2012 | 1º Teste

12/11/2011 – **10:30** | Duração: 1 hora e 30 minutos

Justifique convenientemente **todas as respostas!**

Grupo I — 10 valores

1. Uma empresa de segurança classifica as habitações de uma zona residencial, relativamente ao risco de assalto, em três grupos distintos: elevado, médio ou baixo. O primeiro grupo engloba 20% das habitações e o segundo 40%. De acordo com registos efectuados, sabe-se que: 30% das habitações do primeiro grupo já foram assaltadas; 90% das habitações do segundo grupo nunca foram assaltadas; e apenas 1% das habitações do último grupo foram assaltadas.

(a) Qual a percentagem de habitações já assaltadas nessa zona residencial? (2.5)

(b) Sabendo que uma habitação dessa zona residencial nunca foi assaltada, qual a probabilidade de pertencer ao segundo ou ao terceiro grupo? (2.0)

2. Uma traficante, fazendo-se passar por importadora de contas de cristal, tenta traficar diamantes misturando contas de diamante e de cristal na proporção de uma conta de diamante por cada 1000 contas. Um funcionário alfandegário decide examinar uma amostra de 100 contas, seleccionadas ao acaso e sem reposição de um total de 100000 contas apresentadas pela traficante.

(a) Identifique a distribuição do número de contas de diamante na referida amostra. Obtenha o valor esperado e a variância desta variável aleatória. (3.0)

(b) Indique a expressão para a probabilidade de não serem detectadas quaisquer contas de diamante nessa amostra. Obtenha um valor aproximado para esta probabilidade. (2.5)

Grupo II — 10 valores

1. Um sistema de comunicação aceita uma voltagem de entrada, voltagem esta de valor positivo, constante e igual a v. Por sua vez, a voltagem de saída é uma variável aleatória X que possui distribuição normal com valor esperado $\mu = 10^{-2} \times v$ e variância $\sigma^2 = 4$.

(a) Determine o valor de v tal que $P(X < 0) = 10^{-3}$, i.e., que garanta uma voltagem de saída negativa com probabilidade igual a 10^{-3}. (2.0)

(b) Considere agora 50 sistemas de comunicação similares ao anteriormente descrito e que operam de forma independente. Obtenha um valor para a probabilidade de a soma das voltagens de saída de todos esses sistemas ser negativa. (3.0)

Nota: Caso não tenha resolvido a alínea (a), considere $v = 618.04$.

2. Suponha que as variáveis aleatórias X e Y possuem função de probabilidade conjunta dada por:

		Y		
		-1	0	1
X	-1	$\frac{1}{6}$	0	$\frac{1}{6}$
	0	0	$\frac{1}{3}$	0
	1	$\frac{1}{6}$	0	$\frac{1}{6}$

(a) Calcule $P(X \leq 0 | Y = 1)$. (2.0)

(b) Confirme que a covariância entre X e Y é nula. Serão X e Y duas variáveis independentes? Justifique. (3.0)