



INSTITUTO
SUPERIOR
TÉCNICO

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Probabilidades e Estatística

LEMat, LMAC, MEAmbi, MEBiol, MEBiom, MEEC, MEFT, MEQ LEAN,
MEAer, MEMec

1º semestre – 2011/2012
12/11/2011 – 8:30

1º Teste
Duração: 1 hora e 30 minutos

Justifique convenientemente **todas as respostas!**

Grupo I

10 valores

1. Numa fábrica existem três máquinas distintas (A , B e C) que produzem *chips*. Estas máquinas são responsáveis pela produção de 25%, 35% e 40% dos *chips*, respectivamente. Assuma que 5% dos *chips* produzidos pela máquina A são defeituosos e que as correspondentes percentagens para as máquinas B e C são de 4% e 2%, respectivamente.
 - (a) Sabendo que um *chip* não é defeituoso, qual é a probabilidade de ter sido produzido pela máquina A ? (2.5)
 - (b) Para um *chip* seleccionado ao acaso, considere os seguintes eventos: “*chip* foi produzido pela máquina A ” e “*chip* é defeituoso”. Serão estes dois eventos independentes? Justifique. (2.0)
2. A probabilidade de que um certo tipo de transformador falhe nos primeiros 10 anos de operação é igual a 0.05. Considere que 20 desses transformadores são parte integrante de um sistema onde operam de modo independente.
 - (a) Identifique a distribuição da variável aleatória que representa o número de transformadores do sistema que falham nos primeiros 10 anos de operação. Calcule o valor esperado e o desvio-padrão desta variável aleatória. (3.0)
 - (b) Determine a probabilidade de que pelo menos 1 e quando muito 4 dos transformadores do sistema falhem nos primeiros 10 anos de operação. (2.5)

Grupo II

10 valores

1. Considere que $Y = X_1 + X_2$ é a soma de duas variáveis aleatórias independentes com distribuição uniforme contínua no intervalo $[0, 1]$.
 - (a) Atendendo ao facto de a função de densidade de probabilidade de Y ser (3.0)
$$f_Y(y) = \begin{cases} 0, & y < 0 \text{ ou } y > 2 \\ y, & 0 \leq y \leq 1 \\ 2 - y, & 1 < y \leq 2, \end{cases}$$
obtenha $P(0.5 < Y < 1.5)$.
 - (b) Calcule um valor aproximado para a probabilidade anterior recorrendo à distribuição normal. Teça um comentário à luz do resultado da alínea anterior. (2.0)
2. Represente por (X, Y) o par aleatório que indica o número de anos sem que ocorram anomalias na cor (X) e na textura (Y) num novo tipo de revestimento de placas. Considere que a função de probabilidade conjunta para (X, Y) é dada por:

		Y	
		1	2
X	1	0.4	0.1
	2	0.1	0.4

- (a) Determine $V(Y|X = 1)$. (2.0)
- (b) Obtenha o valor do coeficiente de correlação entre X e Y . Comente o resultado obtido. (3.0)