Departamento de Matemática

ANÁLISE COMPLEXA E EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

SEGUNDO TESTE - VERSÃO B
17 DE DEZEMBRO DE 2016 - 8H

MEMEC, LEAN, MEC, LEGM

INSTRUÇÕES

- As cotações das alíneas estão indicadas na margem esquerda da folha do enunciado.
- **Desligue o telemóvel!**
- Não é permitida a utilização de quaisquer elementos de consulta nem de máquinas calculadoras.
- Justifique as respostas e apresente todos os cálculos.
- Numere todas as páginas do caderno de respostas e indique na tabela abaixo as páginas onde as questões são resolvidas.
- Boa sorte!

pergunta	página(s)	classificação
1		
2		
3		
4		
5 (a)		
5 (b)		
6		
7		
8		
total		

Nome: ______________________________

Nº: ____________ **Curso:** ____________

Sala: ____________ **Rubrica docente:** ____________

(1,5 val.) (1) Determine a solução do problema de valor inicial

$$y' = \cos(t)y^3; \quad y(0) = 1$$

indicando o intervalo máximo de definição da solução.

(1 val.) (2) Determine explicitamente a expressão da solução geral da equação

$$y\left(y\cos t + e^t\right) + (2y \operatorname{sen} t + e^t)\frac{dy}{dt} = 0$$

(1 val.) (3) Determine uma matriz A tal que $x(t) = e^{-t}(2,1)$ seja uma solução de $x' = Ax$.

(1 val.) (4) Ache uma solução particular do sistema

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} e^{-t}\operatorname{sen} t \\ e^{-t} \end{bmatrix}$$

(1 val.) (5) (a) Determine a solução geral da equação

$$y'' - 6y' + 10y = 0$$

(1 val.) (b) Determine a solução geral da equação

$$y'' - 6y' + 10y = 3e^{2t}$$

(1 val.) (6) Determine o desenvolvimento em série de Fourier da função $f\colon [-\pi,\pi] \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \pi - |x| & \text{se } |x| < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{se } \frac{\pi}{2} \leq |x| \leq \pi \end{cases}$$

indicando o valor para o qual a série converge para cada $x \in \mathbb{R}$.

(1,5 val.) (7) Determine a solução do problema de valor inicial e de fronteira

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - t^2 u & \text{para } 0 \leq x \leq 2\pi, t \geq 0 \\ u(0,t) = u(2\pi,t) = 0 & \text{para } t \geq 0 \\ u(x,0) = -\operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right) + 4\operatorname{sen}(2x) & \text{para } 0 \leq x \leq 2\pi \end{cases}$$

(1 val.) (8) Determine a solução do problema de valor inicial

$$\begin{cases} x' = -y(x^2+y^2) \\ y' = x(x^2+y^2) \end{cases} \qquad \text{com} \qquad \begin{cases} x(0) = 3 \\ y(0) = 4 \end{cases}$$

Sugestão: Use coordenadas polares.