

**Calendarização dos jogos da principal liga portuguesa
de futebol e atribuição de árbitros com recurso a
programação inteira**

André Ricardo Tenreiro Freitas dos Reis

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em

Engenharia e Gestão Industrial

Orientador: Prof. José Rui de Matos Figueira

Júri

Presidente: Prof. Francisco Miguel Garcia Gonçalves de Lima

Orientador: Prof. José Rui de Matos Figueira

Vogal: Prof. Augusto Manuel José Eusébio

Outubro 2015

Dedicatória

À minha família, aos meus amigos.

Resumo

A dissertação em apreço tem como objetivo o desenvolvimento de dois modelos matemáticos, não só capazes de calendarizar os jogos da principal liga portuguesa de futebol, mas também de atribuir árbitros aos respetivos jogos. O objetivo proposto será atingido a partir da aplicação de conceitos de Investigação Operacional à temática desportiva do futebol, recorrendo a técnicas baseadas em programação inteira. Atualmente, os processos de calendarização dos jogos das duas ligas profissionais de futebol existentes em Portugal e da afetação de árbitros, ou juizes de partida, aos jogos, são responsabilidade de duas organizações distintas e independentes uma da outra. A Federação Portuguesa de Futebol, mais precisamente o Conselho de Arbitragem, órgão social da própria Federação, está encarregue de atribuir os árbitros aos jogos, desenvolvendo-se este processo jornada a jornada da competição. A calendarização de jogos é efetuada pela Liga de Clubes Portugal, denominada por Liga NOS na época desportiva (2014/2015), consequência dos compromissos com o seu principal patrocinador. Qualquer destes dois organismos teve um papel muito importante para o desenvolvimento deste trabalho, contribuindo com informação relevante, dados reais, com os quais foi possível estabelecer critérios e construir restrições matemáticas capazes de modelar os modelos apresentados. Os algoritmos matemáticos construídos estão adaptados ao nosso país e à nossa realidade desportiva. Os resultados obtidos na calendarização desportiva, para os critérios considerados, revelaram-se melhores quando comparados com os atualmente existentes. Para a atribuição dos árbitros, procurou-se uma abordagem que mais se aproximasse da realidade, tendo-se obtido resultados considerados pela Federação Portuguesa como muito satisfatórios.

Palavras-chave: Calendarização Desportiva, Futebol, Atribuição de Árbitros, Investigação Operacional, Programação Inteira, Programação inteira binária.

Abstract

This dissertation has the objective of developing two mathematical models not only capable of scheduling the first Portuguese football league but also capable of assigning referees to those scheduled games. The purposed objective will be achieved by applying concepts from Operations Research in the football sports thematic recurring to integer programming based techniques. Nowadays the processes of scheduling games and assigning referees are responsibility of two distinct and independent organizations from each other. The Portuguese Football Federation (Federação Portuguesa de Futebol), more precisely the Referee's Council (Conselho de Arbitragem), part of the Federation, is in charge of assigning referees to the games, process made on a weekly basis. Scheduling games is a task that belongs to Liga de Clubes Portugal, named Liga NOS in season (2014/2015), due to their main sponsor. Both entities had an important influence on the development of this thesis due to the information provided (real data) which permitted the construction of mathematical constraints and the establishment of standards and criteria capable of modelling in a realistic way the essence of the presented models. The mathematical algorithms resulting from this master thesis are adapted to this country and to its respective sport's reality. The results obtained for the considered criteria of the scheduling model were better than the existing ones. For the referee assignment, the approach used on its methodology evolved to another, more realistic, which provided very satisfactory results on the eyes of the Portuguese Federation.

Key-words: Sports Scheduling, Football, Referee Assignment, Operations Research, Integer Programming, Binary Integer Programming.

Agradecimentos

A concretização desta dissertação de mestrado foi o maior e mais desafiante objetivo académico que até hoje enfrentei, pela junção num único documento, dos resultados do trabalho e investigação próprios e da aplicação de conhecimentos académicos adquiridos. O resultado final seria muito difícil de atingir se não tivesse contado com a imprescindível ajuda do orientador, Professor José Rui Figueira, a quem apresento um especial agradecimento pela disponibilidade e atenção desde sempre demonstradas. O seu método de trabalho contribuiu positivamente para a finalização desta tese de mestrado, tendo tido importância fundamental para o meu desempenho e motivação. À minha família mais próxima, nomeadamente mãe e irmão, e ao Filipe Casal, meu grande amigo, agradeço todo o apoio recebido.

Por ter sido muito importante para o sucesso de alguns contactos, não posso deixar de prestar um agradecimento especial ao Dr. Rui Chumbita Nunes. Sem ele, a interação, tanto com a Federação Portuguesa de Futebol, como com a Liga de Clubes Portugal, teria sido muito mais difícil de concretizar.

Finalmente, gostaria de agradecer ao Dr. Rui Manhoso, Vice-Presidente da Federação Portuguesa de Futebol, ao Sr. Antonino da Silva, Vice-Presidente do Conselho de Arbitragem - órgão social da Federação – e à Dra. Andreia Couto, Diretora Jurídica da Liga de Clubes de Portugal, pela simpatia e disponibilidade para colaborar neste trabalho, contribuindo, na medida do que lhes foi possível, com informação relevante para a realização e obtenção, com sucesso, do trabalho e do resultado final, agora apresentado.

Acrónimos

IO – Investigação Operacional

FPF – Federação Portuguesa de Futebol

LPFP – Liga Portuguesa de Futebol Profissional

LCP – Liga de Clubes Portugal

PI – Programação Inteira

PLI – Programação Linear Inteira

PLIB – Programação Linear Inteira Binária

PLIM – Programação Linear Inteira-Mista

Índice

1.	Introdução	1
1.1.	Contextualização	1
1.2.	Metodologia utilizada	4
1.3.	Objetivos.....	5
1.4.	Estrutura da Dissertação.....	6
2.	Definição do problema.....	7
3.	Revisão bibliográfica.....	12
3.1.	Calendarização de jogos em torneios	13
3.2.	Calendarização de jogos no futebol.....	16
3.3.	Atribuição de árbitros aos jogos.....	22
3.4.	Calendarização de jogos noutros desportos.....	24
3.5.	Conclusão.....	26
4.	Metodologia	28
4.1.	Modelo geral para uma calendarização básica	30
4.2.	Modelo primeira liga portuguesa	31
4.3.	Modelo afetação de árbitros aos jogos	38
4.4.	Conclusão.....	42
5.	Aplicação e resultados	44
5.1.	Análise do calendário utilizado na época desportiva 2014/2015.....	44
5.2.	Aplicação do modelo de calendarização de jogos na liga portuguesa	45
5.3.	Aplicação do modelo de afetação de árbitros na liga portuguesa.....	52
5.3.1.	Atribuição de árbitros completa (à época)	52
5.3.2.	Atribuição de árbitros semanal	53
5.4.	Interação final com a FPF.....	57
5.5.	Conclusão.....	59
6.	Conclusões finais e investigação futura.....	60

Referências	63
Anexo	65
Anexo A	65
Anexo B	72
Anexo C	74

Índice de Tabelas

Tabela 1: Ocorrências de ambos os critérios no calendário oficial 2014/2015.....	45
Tabela 2: Dez melhores calendários encontrados considerando os dois objetivos.	49
Tabela 3: Excerto da grelha de jogos relativa às jornadas que diferem nos dois melhores calendários. À esquerda o primeiro e à direita o segundo classificado, enunciados na tabela 2. .	50
Tabela 4: Resultados para o número de breaks atualmente utilizado.....	51
Tabela 5: Melhor calendarização obtida e respetiva atribuição de árbitros. Resultados provenientes de Excel.....	65
Tabela 6: Classificações dos árbitros nos jogos da primeira volta, considerando as duas ligas de futebol.....	72
Tabela 7: Classificações dos árbitros nos jogos da segunda volta, considerando as duas ligas de futebol.....	73
Tabela 8: Atribuição de árbitros respeitando as suas classificações semanais. Mesmo calendário que o considerado no Anexo A	74

Índice de Figuras

Figura 1: Ilustração da localização, próxima, de alguns clubes do campeonato nacional	32
Figura 2: Representação gráfica de raciocínio intermédio para a função objetivo do primeiro critério.....	36
Figura 3: Esboço gráfico representativo da abordagem certa para o primeiro critério considerado.	36

1. Introdução

Atualmente não é arriscado afirmar que o futebol é um dos desportos, se não mesmo o desporto mais mediático do mundo. Arrasta multidões, concentra grande atenção por parte da comunicação social, garante audiências, sustenta e é sustentado, entre outros, por publicidade, tem muitos e enormes interesses financeiros associados e concentra à sua volta motivações que passam, nomeadamente, pela organização dos eventos desportivos, sejam eles nacionais ou internacionais (Chadwick & Hamil, 2010). Nestes eventos enquadram-se, não só os campeonatos principais de todos os países que praticam a modalidade, como também os torneios relativos às respetivas taças nacionais ou até mesmo as grandes competições europeias como a conhecida *Liga dos Campeões* ou o campeonato europeu e mundial de seleções.

Todos os eventos requerem especial atenção na sua organização. Bons calendários são importantes para maximizar receitas, assegurar a atratividade dos jogos e manter o interesse dos adeptos, da imprensa e dos investidores, seja pela via do patrocínio aos clubes, seja pela publicidade. Encontrar o melhor calendário de jogos não é fácil, é mesmo uma questão muito complexa visto que tem que responder aos interesses dos vários decisores, com muitas naturezas distintas, com várias condicionantes e objetivos em consideração (Kendall *et al.*, 2010).

A Investigação Operacional (IO) tem-se revelado essencial no apoio à forma como se devem gerir eficazmente os recursos na área do desporto. A calendarização de jogos, respeitando inúmeros requerimentos de várias naturezas e intervenientes e a afetação de árbitros às partidas, são dois importantes problemas que têm despertado, nos últimos anos e de uma forma crescente, o interesse de investigadores no seu estudo (Kendall *et al.*, 2010).

É sobre o apoio da IO à resolução da problemática da calendarização dos jogos de futebol e à afetação dos árbitros a estes mesmo jogos, que incide a dissertação de mestrado agora em apreço.

Esta secção explica de uma forma simples e intuitiva toda a estrutura do trabalho desenvolvido. Inclui informação relativa ao contexto em que os problemas se inserem explicando brevemente, não só o porquê de existirem, mas também como podem ser resolvidos de uma melhor maneira. Introduce também o tipo de metodologia adotada na investigação, explicitando-a, define os objetivos principais, os quais a tese se propõe cumprir, e estabelece uma visão global da estrutura da mesma.

1.1. Contextualização

O crescente protagonismo que o futebol, considerado por muitos como o desporto rei, cada vez mais tem associado, faz com que seja necessário, não só que os calendários dos jogos dos campeonatos agradem a um maior número possível de espetadores, equipas e outros interessados, mas também que a organização de toda a envolvente aos jogos seja de topo. Aspectos relacionados com a deslocação das equipas a outras cidades, segurança nos estádios, controlo dos adeptos mais fervorosos e até mesmo a intervenção da comunicação social, são exemplos dos fatores que

implicam uma importante coordenação e análise prévia por parte da organização dos eventos desportivos.

Traduzindo a importância do futebol numa perspetiva financeira, grandes investimentos, seja nos clubes, em jogadores, em publicidade, em grandes eventos como campeonatos do mundo e/ou da Europa ou alguns campeonatos ou torneios de clubes europeus, milhões de euros são transacionados em transmissões televisivas, receitas de estádios, milhares de empregos e grandes oportunidades económicas para os anfitriões, sejam eles o país, os locais de realização dos eventos ou os clubes. Estas características do futebol e do respetivo meio envolvente fazem com que não possa ser considerado como um mero desporto, mas sim como uma indústria. Traduzindo numericamente toda a informação até agora referida, em 2006 um estudo elaborado pela empresa consultora *Deloitte*¹ concluiu que só o clube espanhol *Real Madrid F.C.* teve um total de receitas (bilheteira, comerciais e televisivas) a rondar os M€275.7 enquanto a média das receitas dos dez melhores clubes europeus esteve nos M€213.3, nesse mesmo ano². A mesma empresa tem vindo a realizar anualmente novos estudos sobre este mercado em crescente expansão³. A prova desse crescimento é que em 2008, ano potencialmente de declínio económico face à conjuntura económica e financeira que se fazia notar, o mesmo *Real Madrid F.C.* teve um total de receitas de aproximadamente M€366. O estudo realizado considera também na sua análise outros clubes de outros países influentes neste desporto, como a Inglaterra, França, Alemanha, Itália ou Turquia. Na análise realizada pela empresa para o ano de 2014 verifica-se que equipas portuguesas já são referenciadas, uma vez que o estudo contempla as vinte melhores equipas europeias geradoras de receita, mas refere mais dez até completar o *top 30* da Europa. Em 26º lugar da classificação dessas equipas encontra-se o clube português *Sport Lisboa e Benfica*.

Os resultados e as conclusões provenientes destes estudos vêm confirmar a tendência do crescimento económico deste mercado, nos últimos anos, nas principais ligas do mundo, incluindo Portugal, relevando também a ambição das restantes em tentar acompanhar essa tendência.

Estes e outros fatores têm despertado o interesse e motivação de vários atores para a análise deste fenómeno de massas, recorrendo a alguns meios para encontrar soluções para problemas existentes, onde a IO, nos últimos anos, tem aportado uma grande mais-valia. A IO aplicada à calendarização de jogos e à atribuição de árbitros aos jogos tem-se mostrado importante ao revelar-se como uma solução sobre a forma como se deve gerir eficazmente os requisitos de todas as partes envolvidas.

A calendarização dos jogos é uma tarefa que diz respeito à organização responsável pela Liga Portuguesa de Futebol Profissional (LFPF), a Liga de Clubes de Portugal (LCP). A LCP organiza e regulamenta as competições profissionais de futebol que se disputem no âmbito da Federação Portuguesa de Futebol, FPF. Encontra-se sediada no Porto e é uma organização autónoma e

¹ Informações sobre a empresa em <http://www2.deloitte.com/pt/pt.html>

² Para aceder ao estudo completo pode consultar o seguinte sítio:

<http://www2.deloitte.com/content/dam/Deloitte/uk/Documents/sports-business-group/deloitte-uk-deloitte-football-money-league-2006.pdf>. *Data de consulta: 23/03/15.*

³ Pode consultar diretamente os estudos realizados pela empresa desde 2006 até 2014 no local que se segue: <http://www2.deloitte.com/uk/en/pages/sports-business-group/articles/deloitte-football-money-league.html>. *Data de consulta: 23/03/15.*

totalmente independente do outro grande interveniente neste desporto, a FPF, no quadro da Lei de Bases do Sistema Desportivo⁴.

Sobre esta temática, o objetivo a atingir neste trabalho é o de criar um calendário de jogos que sirva a época desportiva e que satisfaça o maior número possível dos requisitos das partes interessadas e/ou que otimize os critérios que não possam ser totalmente satisfeitos. Para tal considerar-se-ão como dados as características da corrente época desportiva, 2014/2015, fornecidas diretamente pela LCP.

Alargando este problema a todo o globo, alguns dos principais objetivos considerados em vários estudos, cujos resultados já foram aplicados à vida real são, por exemplo, a minimização do número de jogos consecutivos, em casa ou fora, de uma equipa ao longo de toda a época e a minimização da distância total percorrida pelos clubes, assim como a consideração de exigências televisivas para transmissão de jogos. Como exemplo de restrições mais comuns tem-se que as equipas da mesma cidade devem ter calendários complementares (para a mesma jornada se uma joga em casa a outra deve jogar fora) ou restrições tipicamente estruturais de torneios com duas voltas, tais como uma equipa dever defrontar a mesma uma vez em casa e a outra fora e o calendário da segunda volta dever ser igual ao da primeira, com a diferença do local de jogo entre as mesmas duas equipas se inverter. Estudos realizados foram aplicados com sucesso em algumas das principais ligas europeias como a italiana (Della Croce & Oliveri, 2006) ou a alemã (Bartsch *et al.*, 2006).

Da informação possível de apurar sobre o panorama atualmente existente acerca da calendarização desportiva, sabe-se que o sorteio, realizado no início de cada época, é construído com o apoio de uma empresa subcontratada pela LCP. Esta empresa recebe da LCP as condicionantes do sorteio para o respetivo ano e, através da aplicação de algoritmos devolve à LCP um conjunto de soluções possíveis, representativas cada uma delas de um calendário que satisfará da melhor maneira todos os requerimentos exigidos. Sobre este conjunto de soluções a própria LCP procede a um sorteio, aberto à comunicação social, para escolher qual o calendário final de jogos a utilizar na época desportiva que se irá iniciar. A mecânica do sorteio é muito simples. Primeiro, a cada hipótese faz-se corresponder um número, depois, já no evento de divulgação, é tirado de um pote, que contém bolas numeradas, um número correspondente a um calendário. É este que irá representar a grelha de jogos da liga para essa época. No fim do evento, são distribuídos pelos convidados e pela comunicação social os calendários sorteados das três competições que a LPFP organiza (Primeira e Segunda liga de futebol profissional e Taça da Liga) e posteriormente disponibilizados no *site* oficial da mesma⁵.

Relativamente à geração de soluções por parte da empresa subcontratada, a informação relativa à maneira de como o processo decorre especificamente e o nome da própria empresa, foram consideradas pela LCP como informações a não fornecer. Estima-se que a abordagem utilizada seja, de certa forma, análoga à que atualmente é aplicada noutros países europeus com grande

⁴ Para saber mais sobre o assunto pode consultar:
<http://www.fpf.pt/Institucional/Documenta%C3%A7%C3%A3o/Normas/Legisla%C3%A7%C3%A3o-do-Desporto>.
Data de consulta: 23/03/15.

⁵ Para mais informações sobre a organização consultar <http://www.ligaportugal.pt>

importância futebolística, cujos respetivos estudos serão apresentados mais à frente na secção 3.2- *Calendarização de jogos no futebol*.

Sobre a atribuição de árbitros aos jogos, a informação obtida através da FPF é de que se trata de um processo manual realizado jornada a jornada, tendo em conta diversos fatores como a avaliação das prestações dos árbitros nos jogos que arbitram ao longo da época, a análise semanal da condição física e psicológica dos mesmos e o tipo de jogo em questão.

A afetação de recursos de forma eficiente é um interesse comum em todas as áreas e organizações nos mais variados tipos de negócio, sendo que as organizações responsáveis pelo calendário dos jogos da primeira liga portuguesa assim como as responsáveis pela atribuição dos árbitros, não fogem à regra. As decisões de afetação de recursos ou serviços, seja na área do desporto ou noutra, fazem frequentemente apelo a métodos e técnicas de IO, muitas vezes operacionalizadas através da elaboração de modelos de programação inteira (PI), inteira-mista, programação por restrições e pela aplicação de heurísticas ou meta heurísticas. Cada estudo é um caso específico, pois cada um deles possui diferentes características, restrições e objetivos. Portanto, atuais investigadores podem basear-se em trabalhos anteriores para realizar os seus, mas num caso de aplicação real, a modelação do problema torna-se numa dificuldade individual de quem o constrói.

Recorre-se a *software* de otimização para construir e estudar o comportamento dos modelos pretendidos. Para apoio ao desenvolvimento dos modelos e futura implementação computacional dos mesmos será utilizado o *software* da IBM - *ILOG CPLEX Optimization Studio v. 12.6* e o *Wolfram Mathematica v.9.0*. Sinteticamente, o primeiro *software*, vulgarmente conhecido como CPLEX, é um programa de otimização capaz de resolver problemas complexos com algoritmos robustos e com um desempenho e fiabilidade elevados. Possui solucionadores baseados em programação matemática, muito eficientes para modelos de programação linear, linear inteira-mista, estrangulada e inteira. Para além disso, permite que sejam utilizadas diferentes interfaces como *C++*, *C*, *Java* e *Python*, tornando-o numa ferramenta mais universal. Outra grande vantagem prende-se com o facto de ser possível traduzir os resultados obtidos no próprio programa em sistemas comumente utilizados pela maioria das organizações que atuam nos mercados de investimentos como o *Excel* ou o *Matlab*⁶. Já o *Mathematica*, é um programa que implementa um sistema de álgebra computacional. Além da própria linguagem de programação, inclui diversas bibliotecas com informação pronta a ser utilizada relativa a várias áreas científicas. Versões recentes já permitem ao utilizador fazer uma simbiose entre este e programas em *Java* ou *C++*. Encontra-se adaptado tanto a Windows como Linux ou Mac OS⁷.

1.2. Metodologia utilizada

A IO dispõe de um conjunto de ferramentas poderosas para construir modelos capazes de, computacionalmente e em pouco tempo, escalonar todos os jogos de uma liga de futebol tendo em conta condições específicas regulamentares e outras impostas. Acresce que vai também permitir explorar e resolver, enquanto estudo de caso, a questão da atribuição de árbitros a todos os jogos calendarizados.

⁶ Para mais informações sobre o *software* CPLEX consultar:

<http://www-01.ibm.com/software/commerce/optimization/cplex-optimizer/>. Data de consulta: 23/03/15.

⁷ Pode obter mais informações sobre o programa em: <http://www.wolfram.com/>. Data de consulta: 06/05/2015.

Como metodologia a adotar para a resolução dos problemas propostos, definem-se as seguintes etapas:

- 1) **Definição do problema** – Descreve os problemas a estudar, apresentando informação sobre a forma como atualmente se processam em Portugal e como são resolvidos, tendo em conta as condicionantes existentes no sorteio dos jogos do campeonato e os pressupostos subjacentes às nomeações dos árbitros para os referidos jogos. Complementarmente, introduz uma breve explicação teórica sobre a complexidade inerente a problemas inteiros e inteiros binários, problemas esses similares aos que serão aqui estudados.
- 2) **Revisão da literatura existente** – Contextualiza as problemáticas exploradas, apresentando uma sumula com os principais estudos já realizados sobre as mesmas em todo o mundo, destacando os critérios e restrições consideradas e as abordagens utilizadas pelos autores para encontrar soluções, fazendo referência à aplicação e ao sucesso que tiveram.
- 3) **Desenvolvimento do modelo** – Explicita as restrições e critérios que possam ser considerados nos dois problemas, assim como os modelos matemáticos desenvolvidos e utilizados para modelar cada um deles. Inicia-se com a apresentação de um modelo genérico e simples para uma maior familiarização com os seguintes, de maior complexidade.
- 4) **Tradução do modelo** – A modelação anteriormente criada é transcrita para uma linguagem computacional de otimização.
- 5) **Verificação e Validação do modelo construído** – Verifica a representação lógica do algoritmo computacional e valida a coerência dos resultados obtidos com a realidade estudada.
- 6) **Análise e discussão de resultados** – Apresenta uma análise aos resultados obtidos com os comentários julgados pertinentes, verificando e avaliando, novamente, a representação lógica do algoritmo computacional e a coerência dos resultados do programa com a realidade.
- 7) **Conclusões finais** – Inclui as conclusões finais da dissertação, abrindo caminho a futuras aplicações. Adicionalmente, apresenta indicações acerca de passos futuros a seguir na investigação.⁸

1.3. Objetivos

O principal objetivo a que esta dissertação se propõe é o de resolver os dois problemas atrás enunciados, apresentando a modelação de ambos e construindo uma ferramenta computacional que seja capaz de gerar bons resultados, com base em dados reais relativos à época desportiva 2014/2015. Isto será conseguido com recurso a PI, mais especificamente binária. Paralelamente, outros objetivos estão naturalmente intrínsecos nesta tese, pretendendo-se, em termos práticos, demonstrar também a importância da IO e a sua aplicabilidade a várias áreas, para além das exploradas ao longo do mestrado. Como trabalho de investigação pretende-se adquirir conhecimento e experiência no sentido de ganhar flexibilidade e capacidade para responder de forma adequada ao aparecimento de questões diversas que, de certa forma, estão no dia-a-dia dos processos de decisão

⁸ Metodologia adaptada de (Banks *et al.*, 2010).

de qualquer organização. Adicionalmente, pretende-se que o estudo contribua positivamente para futuros investigadores na área e que o desporto ganhe algum peso enquanto ferramenta educacional para uma mais fácil compreensão da IO lecionada, (Trick, 2004). Por fim, outra das ambições subjacentes a esta dissertação é a de que possa ser dado um importante contributo no estudo destas matérias e, quem sabe, se venha a proporcionar uma possível aplicação real nas duas organizações atualmente responsáveis pelos assuntos em análise.

1.4. Estrutura da Dissertação

A presente dissertação está organizada da seguinte forma:

- **Capítulo 2** - Define o problema relacionado com cada uma das problemáticas a estudar, explicitando a sua complexidade teórica e prática, através da apresentação de atuais abordagens utilizadas e restrições e critérios a utilizar para a sua solução.
- **Capítulo 3** - Apresenta uma sumula da literatura existente, relacionada com ambas as problemáticas estudadas na dissertação.
- **Capítulo 4** - Desenvolve os modelos necessários para representar algebricamente os dois problemas. Começa por introduzir um modelo simples, de fácil perceção, e só depois se desenvolvem os mais complexos.
- **Capítulo 5** - Aplica computacionalmente a metodologia previamente desenvolvida e discute os resultados obtidos.
- **Capítulo 6** - Descreve todas as conclusões provenientes desta dissertação de mestrado e sugere novas direções e outras considerações a ter em conta em futuros estudos na área.

2. Definição do problema

O presente capítulo define os dois problemas propostos a resolver: a calendarização de jogos, na primeira liga de futebol profissional portuguesa e a atribuição de árbitros aos respetivos jogos calendarizados.

Atualmente a calendarização de jogos em Portugal é um procedimento realizado automaticamente. Como é resolvido e por quem, são questões consideradas pela LCP como confidenciais, pelo que permanecerão ao longo de toda a dissertação como incógnitas. Como pressuposto, pensa-se que seja feito recorrendo a uma metodologia semelhante à que aqui se irá apresentar e que também é utilizada noutros países. Certo é que este processo se baseia nalguns critérios e restrições, o que acresce complexidade ao problema. Restrições variadas devem ser obrigatoriamente satisfeitas, tais como os três grandes clubes não se poderem defrontar entre si nas duas primeiras jornadas, as duplas *S.L. Benfica* e *Sporting*, *Porto* e *Boavista*, *Nacional* e *Marítimo* e, por fim, *Braga* e *Guimarães* não poderem jogar em casa ou fora simultaneamente, os jogos entre o *Benfica*, *Porto* e *Sporting* não poderem acontecer em jornadas consecutivas e *Benfica*, *Porto* e *Sporting* não poderem jogar os dois jogos entre si, em casa, na primeira metade do campeonato. Acresce que a segunda metade da competição terá que ter a mesma organização da primeira, apenas com os campos de jogo trocados devendo ser evitados, dentro do possível e para todas as equipas, os jogos consecutivos em casa ou fora ao longo da época. Estes requisitos provieram de documentação oficial obtida diretamente da LCP e são dados reais relativos à época desportiva 2014-2015, pelo que terão obrigatoriamente de ser satisfeitos no modelo a construir, uma vez que assim o foram na realidade⁹.

Relativamente aos critérios, eles são um pouco subjetivos, qualquer um adicionado não terá necessariamente prioridade máxima de satisfação, ainda que seja interessante otimizá-lo. É o caso de um que traga maior justiça e equilíbrio ao campeonato, tendo em conta a realidade das equipas com menores orçamentos financeiros por época e, conseqüentemente, menor força em campo, com o objetivo de que nenhuma destas equipas enfrente as três grandes (*Benfica*, *Porto* e *Sporting*) consecutivamente e, se possível, que nem joguem contra duas delas em jornadas seguidas. Isto, à partida, permitirá a estes clubes uma maior gestão do seu esforço e, conseqüentemente, trará não só maior equidade e competitividade aos jogos do campeonato, como também maior atratividade e interesse em acompanhar a competição. Complementarmente a este critério, minimizar-se-á outro respeitante ao número de jogos consecutivos em casa ou fora de uma equipa ao longo da competição, fator considerado pela LCP e anteriormente enunciado. Através do estudo desta problemática pretende-se encontrar calendários tão bons como os atuais, ou melhores, para estes critérios, em tempos de processamento consideravelmente baixos. Para tal, o modelo escolhido para desenvolver neste trabalho de mestrado será iniciado e implementado nos *software CPLEX* e *Wolfram Mathematica*.

⁹ Pode consultar o documento, consultando o seguinte *website*: <http://ligaportugal.pt/media/37491/press-release.pdf>. *Data de consulta*: 12/06/2015.

É comum nos dias que correm assistir a jogadores ou representantes de clubes criticarem o desempenho dos árbitros após perderem jogos, mostrando indignação de tal forma que por vezes se recusam a que as suas equipas sejam novamente arbitradas pelos mesmos árbitros. Este tipo de polémicas, entre outras, cria tensões entre os árbitros, os clubes e até a própria organização que atribui os juizes às partidas. A atribuição de árbitros aos jogos é, portanto, um tema delicado e muito importante, de tal forma que ainda hoje permanece a velha questão acerca do tipo de afetação de árbitros às provas, se por nomeação, se por sorteio¹⁰.

Para a atribuição de árbitros aos jogos calendarizados, pretende-se desenvolver um algoritmo capaz de fazer a afetação dos árbitros disponíveis, inicialmente para a liga, a todos os jogos que serão realizados ao longo do campeonato nacional e um outro que o faça, semana a semana, ao longo da competição (modelo mais próximo daquilo que é hoje a realidade deste tema, como se perceberá adiante). Para o efeito, não serão tidas em conta outras competições, tais como as taças ou jogos europeus que os árbitros portugueses possam arbitrar, pelo que o foco será meramente no campeonato nacional, podendo as outras competições serem futuramente introduzidas. Como já referido, a estrutura atualmente responsável pela atribuição dos árbitros aos jogos, das duas ligas portuguesas de futebol profissional (*Liga NOS* e segunda liga), é o Conselho de Arbitragem da FPF. De acordo com informação recolhida junto do mesmo, sabe-se que a afetação de árbitros é atualmente realizada jornada a jornada, pois depende de vários fatores, físicos e psicológicos, de cada um, que são monitorizados obrigatoriamente duas vezes por semana, em todas as semanas da prova. Complementarmente as suas prestações, jogo a jogo, também são analisadas e podem condicionar a arbitragem de futuros jogos. A diferença entre os dois modelos de árbitros construídos, para o caso da arbitragem, residirá no facto de o segundo modelo considerar as classificações dos árbitros em todos os jogos. É, portanto, importante construir um modelo flexível que possa ser modificado semanalmente antes de cada jornada, se necessário. Tem-se como objetivo construir dois cenários distintos. Resumidamente, o primeiro atribuirá árbitros a todos os jogos logo no início da época, ainda que possa, obviamente e com alguma certeza, ser ajustado consoante o passar das jornadas, devido aos fatores anteriormente referidos. No entanto, a existência de uma base inicial poderá, certamente, facilitar uma reafetação futura. O segundo modelo, será como que uma evolução do primeiro, em termos de proximidade à realidade. Serão consideradas as classificações dos árbitros semanais e, com base nelas, serão feitas as atribuições aos jogos. Apesar da calendarização da segunda liga não ser um objetivo desta investigação, nesta abordagem os seus jogos serão tidos em conta para as classificações semanais dos árbitros considerados, uma vez que estes, na realidade, estão encarregues de arbitrar todos os jogos de ambas as ligas.

Os fatores que condicionam a nomeação dos árbitros, apurados junto da FPF e a considerar para os modelos a desenvolver são os seguintes: a existência de um total de 23 árbitros principais (9 deles com estatuto internacional, ou seja, podem ser nomeados para jogos de competições europeias) e um árbitro ter que realizar um mínimo de 16 jogos por época, entre as duas ligas, para poder ser classificado (os árbitros estão sujeitos a uma classificação numerada de 1 a 5 em cada jogo que realizam, sendo que no final da época os três com menor classificação total descem de categoria,

¹⁰ Diretamente do presidente da FPF, Fernando Gomes, durante breve diálogo.

sendo despromovidos e os com melhor podem vir a adquirir estatuto internacional). Acresce que não devem fazer mais que um jogo por jornada, apesar de ser legalmente possível. A nomeação para jogos considerados como clássicos dá preferência aos árbitros com estatuto internacional ou aos 12 melhor classificados no *ranking* de arbitragem. Se um árbitro arbitrar uma partida de determinada equipa numa semana, só poderá voltar a arbitrar a mesma três semanas depois (não é obrigatório, mas tenta-se que assim seja), qualquer árbitro dos 23 tem a categoria necessária para arbitrar qualquer jogo da primeira liga, sendo que a respetiva nomeação dependerá de outros fatores e, finalmente, um árbitro tem direito a folgar duas semanas por época.

Verifica-se que existem fatores cuja obrigatoriedade de cumprimento é estrita, representando as restrições dos modelos a desenvolver, e outros em que não. Esta dualidade será considerada aquando da realização dos modelos e será devidamente adaptada à posição de restrição, caso se entenda que faz sentido o cumprimento rigoroso em toda a prova.

Note-se ainda que quando se refere comumente o termo *árbitro* se está a referir somente o árbitro principal, não considerando o resto da equipa que o acompanha num jogo. A equipa de arbitragem é constituída por um árbitro principal, dois assistentes e um quarto árbitro. Os três últimos não serão considerados para este estudo.

Este problema será implementado apenas no *software* de otimização *CPLEX*.

Assinala-se aqui o facto de que toda a metodologia desenvolvida neste trabalho diz respeito à informação obtida, junto das organizações, no início do ano 2015, ou seja, dados relativos à época desportiva existente à data (2014/2015).

A solução para a modelação de cada problemática será conseguida através do desenvolvimento de modelos baseados em PI, recorrendo a variáveis binárias, resultando portanto em modelos 0-1. A modelação das restrições a considerar em ambos será feita respeitando a programação linear inteira (PLI), no entanto a função objetivo do modelo relativo à calendarização de jogos do campeonato nacional terá características não lineares e, como tal, terá um tratamento específico e mais detalhado capaz de contornar essa situação. Este, recorrerá ao *software Wolfram Mathematica 9.0*.

É importante, neste momento, fazer uma breve contextualização sobre a complexidade teórica do tipo de problemas estudados neste trabalho. De uma forma muito sintética, uma vez que não é esse o objetivo principal a que esta dissertação se propõe, a programação linear pode ser definida como o método para obtenção dos melhores resultados (otimização) recorrendo à criação e desenvolvimento de modelos matemáticos cujas restrições e função objetivo, caso exista, são linearmente representadas. Se todas as variáveis do problema forem inteiras está-se perante uma subclasse da programação linear, chamada PLI.

Muitos destes problemas são considerados *NP-difícil*. Problemas *NP-difícil* são considerados, na teoria da complexidade computacional, como o conjunto de problemas de decisão que é pelo menos tão difícil como os mais difíceis de verificar em tempo polinomial, isto é, mais difíceis que problemas em NP^{11} . Contrariamente aos problemas em P^{12} , que podem ser facilmente resolvidos pelo

¹¹ NP provém do acrónimo inglês *Non-Deterministic Polynomial time*

¹² P representa a classe dos problemas que podem ser resolvidos em tempo polinomial.

computador, estes problemas não são tão fáceis de resolver, mas são fáceis de verificar se uma potencial solução é verdadeira ou não.

A título de curiosidade, um dos principais desafios matemáticos atualmente existente, cuja resolução daria imediatamente um milhão de dólares ao feliz contemplado, prende-se com o facto de perceber se $P \stackrel{?}{=} NP$, ou seja, se problemas NP podem ser resolvidos em tempo polinomial e não apenas verificados.¹³

O atrás exposto serve para que se possa perceber a dificuldade inerente a problemas do tipo dos aqui estudados. A programação linear possui algoritmos, como os algoritmos de pontos interiores, capazes de resolver em tempo polinomial problemas em P , enquanto a PI não o tem, e quanto maior for a complexidade do problema, mais demorado será o encontrar/verificar da solução, pois a análise combinatória tornar-se-á cada vez mais complexa. Nesta dissertação, os problemas não terão uma complexidade de tal forma grande que impossibilite o encontro de soluções, isto porque foram realizadas algumas simplificações, da realidade existente, capazes de encurtar o número de variáveis existente. No entanto, julga-se importante consciencializar e informar o leitor acerca da complexidade e da teoria matemática existente neste contexto.

Se as variáveis do problema forem binárias, presencia-se outro caso da PLI, ou seja, está-se perante um problema de programação linear inteira binária (PLIB), ou 0-1, também ele *NP-difícil*.

Hillier & Lieberman (2001) descortinam a dificuldade inerente a este tipo de problemas. Começam por constatar dois factos que aparentemente poderão ir contra a dificuldade teórica aqui afirmada, que são os seguintes:

- Os problemas de PLI têm um número de soluções menor que os baseados em programação linear;
- Os problemas de PLI constituem uma região de soluções admissível (conjunto de soluções que satisfazem todas as restrições envolvidas no problema) com um número finito de soluções.

Depois, consideram que duas falácias estão presentes nesta linha de pensamento. A primeira tem a ver com o facto de o problema ser facilmente resolvido, uma vez que o número de soluções é finito. Um conjunto finito de números pode ser incrivelmente grande. Um bom exemplo disso é o caso dos problemas estudados ao longo deste trabalho, com variáveis booleanas, em que para n variáveis existentes, existem 2^n soluções possíveis de considerar. Isto é, cada vez que se aumentar uma variável (n), o número de soluções duplica. Para ter uma ideia, com um $n=10$ poderemos ter mais de 1000 soluções e com $n=20$ passará do milhão. Este padrão de crescimento exponencial representa uma grande dificuldade neste tipo de problemas, essencialmente para os computadores em que, em muitos casos, o processo de procura de soluções se torna muito exaustivo, podendo não ser eficiente para todo o tipo de enunciado (dependerá das características próprias do problema). A segunda falácia proveniente dos pontos anteriormente enunciados e referida pelos autores é que, remover as soluções não inteiras de um modelo de programação linear, poderá facilitar a resolução em base PLI. Isto pelo contrário; é graças a essas soluções que se pode garantir a existência de uma solução

¹³ Caso se sinta curioso e capaz de ficar milionário, pode consultar o seguinte *site* para mais informações: <http://www.claymath.org/millennium-problems/p-vs-np-problem>. Data de consulta: 01/07/2015.

admissível ótima na fronteira eficiente admissível das soluções do problema. Esta garantia é essencial para a eficiência do método *Simplex*. Este método é utilizado para determinar, numericamente, a solução ótima de um modelo linear.

Concluindo, problemas de programação linear são, geralmente, mais fáceis de resolver que os de PLI. Conseqüentemente, um método, com uma abordagem aproximada, muito utilizado na resolução de problemas PLI, consiste na aplicação do método *Simplex* ao mesmo problema em programação linear, ou seja, relaxando o problema PLI através da eliminação da restrição de integralidade respeitante à condição dos números inteiros.

Perante esta informação e adicionando as restrições explicitadas e naturalmente exigidas para integrar os modelos, quando aplicadas ao caso real, está-se perante um problema cuja complexidade de resolução pode ser elevada, uma vez que o processo de pesquisa do solucionador utilizado no *software* escolhido fará a busca pelas melhores soluções através de números inteiros e não através de um espaço cujo conjunto de soluções seria maior, como o conjunto dos racionais ou reais por exemplo. Atualmente existem técnicas mais eficientes para a resolução deste tipo de problemas (PLI) já preparadas para as suas contingências, como por exemplo o *Branch-and-Bound* (um procedimento ou algoritmo por partição e avaliação progressivas). Este método, basicamente, divide o problema inicial em vários sub-problemas e encontra as melhores soluções inteiras em cada um dos sub-intervalos, seleccionando, no final, a melhor.

Em suma, em termos de processamento computacional, tudo isto contribui para que a dificuldade intrínseca deste tipo de problemas se faça notar. Como tal, e uma vez que todo o trabalho será desenvolvido num computador pessoal (*Intel core i7* com 4GBs de memória RAM e 2.4GHz de velocidade do processador), os resultados adquiridos serão os melhores atendendo a essa condição, mas seriam, eventualmente, ainda melhores quanto melhores fossem as características da máquina utilizada. À partida, a evolução das características do *hardware* refletirá uma melhoria (redução) dos tempos necessários para alcançar boas soluções.

3. Revisão bibliográfica

O crescimento do número de estudos sobre as temáticas da calendarização desportiva e da atribuição de árbitros é algo que se tem verificado nos últimos anos. Kendall *et al.* (2010) expõem cronologicamente diversos estudos publicados nesta área e analisam a clara tendência de crescimento do interesse científico que se tem verificado nos últimos quarenta anos. Referem ainda um leque de desportos em que a IO foi utilizada como uma importante ferramenta na resolução de problemas existentes, explicitando-os. Para além do futebol, o desporto mais aliciante para a realização de estudos científicos, outros começam a ser abordados, como por exemplo o basquetebol, críquete, andebol, basebol, hóquei ou até mesmo ténis e ténis de mesa.

Tanto a problemática da calendarização como a dos árbitros existem enquanto problemas a resolver porque ambas estão sujeitas a diversas condicionantes (restrições matemáticas). A complexidade do tema está não só relacionada com o número elevado de restrições e variáveis existentes, como também com a dificuldade teórica, relativa à procura de soluções, naturalmente existente em problemas cujas variáveis assumem características inteiras binárias em prol das reais, por exemplo. Algumas destas variáveis podem ser definidas de maneira semelhante em vários torneios de diferentes desportos desde que estes tenham uma estrutura de organização base semelhante ao que aqui será explorado.

Para que se perceba mais facilmente os temas, introduz-se de imediato exemplos de possíveis critérios e restrições já estudadas na construção de alguns algoritmos para calendarização:

- Em países com grande área geográfica, onde as equipas estão muito dispersas no mapa, torna-se importante minimizar as distâncias percorridas para com isso minimizar custos, este critério está presente nas duas problemáticas estudadas e pode ser visto em (Wright, 2006) e (Alarcón *et al.*, 2012);
- Nalguns países como em Itália, (Della Croce & Oliveri, 2006), ou no Brasil, (Ribeiro & Urrutia, 2006), os estádios são partilhados por mais de uma equipa, nesses casos é necessário restringir os calendários para que os jogos entre elas não coincidam em casa nas mesmas jornadas;
- A minimização do número de jogos seguidos, em casa ou fora, de uma equipa é um objetivo frequente aquando da organização de um torneio. Isto permite, não só que haja uma maior justiça ao longo da época entre todas as equipas, como que a própria equipa consiga ter mais receitas quando joga no seu estádio, pois há um maior intervalo temporal entre os desafios em casa, consentindo ao adepto uma melhor gestão das suas economias; e,
- Restrições básicas intrínsecas à estrutura do torneio como o número de voltas, ou partes, a existência de um número máximo de equipas e restrições às equipas tradicionalmente consideradas como as grandes, entre outras, estão presentes em quase todos os estudos.

Relativamente ao caso da arbitragem, os estudos atualmente existentes mantêm um grau de complexidade similar ao que aqui se irá desenvolver, isto porque as condicionantes consideradas para as atribuições de árbitros em todos eles são, em certa forma, parecidas. É um tipo de modelação mais limitada no que diz respeito à introdução de novas restrições ou critérios pois, na

realidade, o próprio problema em si não é tão vasto como a calendarização desportiva, por exemplo. De estudo para estudo difere apenas a abordagem e a técnica utilizada, por cada autor, na procura pelas melhores soluções.

Este descritivo permite ajudar a refletir sobre a dificuldade que pode ser considerar todos os estudos já realizados ao longo dos anos num único trabalho, e que tratando dois problemas relacionados, mas independentes, com variadas restrições e variáveis binárias cada um deles, pode ser complicado. Adicionalmente pretende introduzir o atual estado da arte de ambos os temas.

Por fim, este capítulo está dividido em cinco secções diferentes. A primeira reúne uma coletânea de estudos teóricos e gerais sobre o escalonamento de jogos em torneios. A segunda está diretamente aplicada a estudos sobre o futebol, enquanto a terceira e a quarta se relacionam, respetivamente, com a temática da atribuição de árbitros a jogos e com a aplicação da IO na ajuda à calendarização em outros desportos. Finalmente a quinta secção apresenta um pequeno grupo de conclusões finais sobre o capítulo.

Cada secção contará, se relevante, com uma introdução inicial do assunto que se relaciona e respetivas conclusões julgadas pertinentes. As secções relativas à apresentação e sintetização de estudos já realizados enumerarão diferentes obras de diferentes autores, fazendo uma breve descrição da metodologia e abordagens por eles utilizadas.

3.1. Calendarização de jogos em torneios

Esta secção sintetiza estudos importantes já realizados e relacionados com a problemática generalizada da calendarização de jogos em torneios desportivos. Não é feita qualquer distinção para um tipo particular de desporto, sendo a complexidade do sorteio de jogos estudada da forma mais abrangente, possível de aplicar a qualquer desporto que siga uma estrutura organizacional de jogos, tradicional ou comumente utilizada, traduzindo-se, por exemplo, em cada equipa realizar apenas um jogo por jornada e defrontar todas as outras, obrigatoriamente, pelo menos uma vez em toda a competição.

Henz et al. (2004) analisam a calendarização de jogos em torneios de uma e duas voltas. Apresentam diferentes abordagens para solucionar o problema, como a programação por restrições e a utilização da teoria dos grafos. Consideram como critério principal a minimização do número de jogos consecutivos em casa ou fora de uma equipa. É um estudo teórico de calendarização de jogos que considera as restrições matemáticas gerais básicas à organização de todos os torneios, como todas as equipas jogarem apenas uma vez por jornada ou a partir do início da segunda volta os mesmos jogos deverem ser disputados no campo contrário ao da primeira volta. São introduzidos pequenos exemplos necessários para a explicação de alguns conceitos utilizados pelos autores enquanto metodologias para encontrar uma solução e algumas definições, tais como, a primeira fatorização dos grafos, algoritmos de propagação para consistência de arcos em grafos e a minimização do efeito de transporte que basicamente considera o impacto na *performance* de duas equipas que jogaram numa jornada qualquer, na jornada seguinte. O estudo desenvolvido pelos autores não teve qualquer aplicação real.

Trick (2004) utiliza as questões relacionadas com o calendarização de jogos no desporto para ensinar conceitos e metodologias de modelação através de PI. Procura incentivar o estudo da IO, aplicando-a no desporto. Serve-se de um exemplo simples, um torneio de uma volta com seis equipas, para introduzir a modelação restringida pelas condicionantes mais comuns de uma liga desportiva, ou seja, nenhuma equipa poder jogar mais que uma partida por semana (ou jornada), proibição de determinados jogos em determinadas jornadas (o contrário também se aplica, requerimento de determinada partida em determinada jornada) e a não existência de jogos em jornadas consecutivas entre as mesmas equipas. Considera como critério a maximização do número total de assistência nos jogos. Finalmente, o autor conclui que problemas de calendarização tornam-se complicados de formular em programas computacionais como o *Excel*, para números de equipas iguais ou superiores a oito. Procura assim estimular o interesse por novas ferramentas capazes de lidar com este tipo de problemas mais intuitivamente, recorrendo a linguagens de modelação algébrica de programação, como *GAMS*, *AMPL* *XPRESS-MP* ou *OPL*. É um estudo teórico sem resultados práticos obtidos.

Post & Woeginger (2006) ajudam a resolver a dificuldade relativa à construção de calendários em torneios de uma volta, incidindo o seu estudo na minimização do número de jogos consecutivos de uma equipa, em casa ou fora, ao longo da competição. É uma investigação teórica que expõe alguns resultados importantes na área de intervenção, mostrando, por exemplo, que para um calendário de um torneio com n equipas e $n-1$ jogos por equipa, existe sempre um conjunto de padrões casa-fora (sequência de jogos, em casa ou fora, ao longo da época de uma equipa, para todas as equipas) a atribuir com um número de jogos consecutivos máximo em casa ou fora, por equipa, igual a $n(n-2)/4$. Adicionalmente os autores provam que para infinitos n é possível construir calendários com pelo menos $n(n-1)/6$ ocorrências de jogos consecutivos em casa ou fora totais. O estudo realizado foi meramente teórico não tendo sido expostas quaisquer aplicações práticas reais.

Briskorn & Drexl (2007) tratam a problemática da calendarização de jogos em torneios de uma e duas voltas. Resolvem-na através da realização de modelos baseados em PI. Têm em conta restrições como condições impostas por terceiros, aspetos de segurança, requerimentos legais e condições de atratividade, como requerimentos da televisão para jogos a transmitir. Acrescem ainda, segundo os autores, critérios contributivos para um torneio mais justo como a minimização do número de jogos consecutivos das equipas em casa ou fora e a organização das equipas de acordo com a tradicional “força” de cada uma. Os resultados do modelo desenvolvido foram obtidos computacionalmente recorrendo ao *software CPLEX 9.0*.

Rasmussen & Trick (2008) apresentam uma pesquisa sobre literatura dedicada ao estudo da calendarização de torneios, nos últimos trinta anos. Divide-se em duas partes, onde cada uma delas estuda um objetivo importante da calendarização de jogos. A primeira parte dedica-se ao estudo da minimização do número de jogos consecutivos realizados em casa ou fora e a segunda relaciona-se

com a minimização das distâncias percorridas pelas equipas. Começam por introduzir algumas restrições e critérios típicos de calendarização, existentes em diversos estudos já elaborados, tais como a garantia de que uma equipa joga em casa ou fora numa dada jornada, o evitar de jogos consecutivos realizados pelas equipas, em casa ou fora, nas primeiras e últimas duas jornadas do torneio, a transmissão televisiva dos grandes jogos em certas datas exigidas, a necessidade de haver calendários complementares para equipas que partilham o mesmo estádio ou que representam a mesma zona, estando perto umas das outras, e requisitos na elaboração dos padrões de jogos casa-fora, tentando o mesmo número de jogos consecutivos em casa ou fora para todas as equipas. Para cada parte referem diferentes métodos construtivos existentes noutros estudos, tais como a utilização de grafos, meta heurísticas ou programação por restrições.

Kendall et al. (2010) reúnem um número significativo de referências bibliográficas sobre a complexidade inerente à construção de calendários de jogos no desporto. Demonstram que o interesse de investigadores nesta área ao longo dos últimos quarenta anos tem crescido consideravelmente. Esta bibliografia encontra-se dividida em três partes nucleares. A primeira parte apresenta as principais definições, problemas e fundamentos, assim como expõe diferentes questões geralmente tidas em conta na solução da problemática atrás referida. De entre elas releva-se a otimização do número de jogos consecutivos, em casa ou fora, das equipas, a minimização total dos custos ou maximização total dos benefícios de um torneio, a distribuição de equipas por grandeza e força, a consideração de equipas que partilhem o mesmo estádio ou sejam da mesma região e a minimização das distâncias totais percorridas pelas equipas nos respetivos campeonatos. A segunda parte apresenta diferentes abordagens de resolução dos problemas de calendarização, já utilizadas noutras literaturas. Os autores apresentam diferentes metodologias para a obtenção de soluções, tais como a decomposição do problema (primeiro considerar o número de jogos consecutivos jogados em casa ou fora pelas equipas e depois fazer o respetivo calendário, tendo isto em consideração, ou vice-versa), o recurso à PI, por restrições, meta heurísticas e heurísticas. Finalmente, a terceira parte, apresenta diversas aplicações da IO em diferentes desportos, como o futebol, basquetebol, críquete, ténis, hóquei e ténis de mesa, não esquecendo a afetação de árbitros aos jogos.

Briskorn & Knust (2010) resolvem estudar a problemática da calendarização de jogos em torneios de apenas uma volta segundo um ponto de vista mais justo para todas as equipas envolvidas. Fazem-no dividindo as equipas intervenientes na competição por grupos de forças, com o objetivo de evitar jogos consecutivos de uma equipa contra outras, tradicionalmente consideradas muito fortes ou muito fracas. Introduzem dois conceitos base nas suas abordagens ao problema. O primeiro, denominado de *mudança de grupo*, significa que nenhuma equipa joga contra equipas do mesmo grupo em duas jornadas consecutivas, já o segundo, com a designação de *grupo balanceado*, diz que um grupo é, precisamente, balanceado se nenhuma equipa jogar mais de uma vez contra equipas do mesmo grupo, dentro de t jornadas consecutivas. Os dois conceitos estão relacionados sendo que o segundo implica o primeiro. Os autores dividem o estudo em três partes, em que a primeira analisa o caso de torneios com um número total de equipas par e três grupos de forças (as equipas fortes, as

fracas e as de média qualidade), a segunda considera um número de equipas impar, ambas modeladas considerando igual número de equipas por cada grupo e, finalmente, a terceira parte estuda casos onde o tamanho dos grupos é variado. Em todas as partes, para encontrar soluções, os autores aplicam a teoria de grafos e PI. Esta última, não explicitada no artigo, foi apenas referenciada como uma abordagem utilizada. Para a primeira parte os autores provam que é possível criar calendários que respeitam o conceito de mudança de grupo, excetuando o caso em que os grupos são constituídos por duas equipas, ou seja, o número total de equipas é igual a seis, pois tratam-se de três grupos. Relativamente à segunda parte, concluíram que, para um número impar de equipas e de grupos (com mais de uma equipa), existe um torneio de uma volta que respeita o conceito de grupos balanceados. Por fim, a terceira parte explicita diferentes resultados para diferentes números de equipas no torneio e de equipas nos grupos, mostrando através de uma tabela casos em que o conceito da mudança de grupo existe e casos em que não. É um estudo meramente teórico que não teve qualquer aplicação prática real.

Os estudos apresentados são exemplo de que o problema da calendarização pode ser tratado, em toda a sua complexidade, segundo uma perspectiva mais abstrata, não perdendo interesse para a investigação científica, pois podem vir a ser posteriormente aplicados em estudos de caso mais específicos, como consta na secção seguinte. De notar que, apesar de existir um padrão relativamente comum de restrições nos diversos estudos, tanto os objetivos que os autores se propõem solucionar, como as abordagens por eles utilizadas, divergem, parcial ou nalguns casos totalmente.

3.2. Calendarização de jogos no futebol

Este segundo grupo de referências científicas é considerado como o grupo nuclear desta dissertação. Refere-se exclusivamente a técnicas e abordagens utilizadas por diversos autores na busca pelas melhores soluções possíveis de calendários futebolísticos. Em cada descrição são identificados os critérios e restrições fundamentais que influenciaram a decisão final, assim como a especificidade da própria problemática explorada pelos autores e a metodologia e abordagem utilizadas.

Schreuder (1992) trata o escalonamento de jogos nas duas ligas de futebol profissional holandesas, primeira e segunda divisão. Tratam-se de torneios de duas partes, em que, o calendário gerado para a primeira metade será igual ao gerado para a segunda, invertendo só a localidade onde os jogos ocorrerão. Exemplifica no seu estudo a metodologia utilizada para um caso mais simples, apenas com seis equipas. Formula matematicamente o problema através da utilização de PI e resolve-o de duas maneiras. A primeira baseia-se na formação de padrões de jogos casa-fora e na atribuição de cada um a uma equipa diferente, formalizando assim um calendário final. Já para a segunda, aplica uma heurística que funciona combinando as equipas em grupos, ou *clusters*, termo inglês, reduzindo assim o espaço das soluções existentes. Até à data, a problemática da calendarização de jogos neste campeonato, era solucionada manualmente, tendo sido aqui aplicada computacionalmente pela primeira vez. O autor contou com a colaboração da associação de futebol holandês (KNVB),

responsável pela construção dos calendários de jogos profissionais, e teve em conta restrições variadas, tais como os clubes da mesma localidade terem sequências de jogos complementares, ter consideração por outros eventos de grande dimensão para que as equipas joguem fora quando estes eventos acontecerem perto de suas casas, uma equipa recentemente promovida dever jogar em casa na primeira jornada do campeonato e, finalmente, equipas com uma massa de adeptos aficionados, grande e potencialmente problemática, estarem proibidas de jogar fora dos seus estádios durante a semana. O autor pretende gerar uma solução que respeite de uma forma balanceada o máximo de cada um dos requerimentos envolvidos por todas as partes atuantes na competição. A abordagem descrita foi aplicada na primeira liga holandesa na época de 1989/90.

Dur et al. (2005) investigam a calendarização de jogos na liga chilena. Trata-se de um problema que tem como objetivo medir o quanto se pode “empurrar” os jogos decisivos, entre equipas do mesmo grupo, para o mais tarde possível, na época desportiva. Foi modelado através de um modelo de PLI e resolvido segundo uma abordagem, também ela linear inteira. Os autores tiveram em conta critérios como a limitação do número de jogos consecutivos em casa ou fora e o balanceamento do número de jogos em casa. Tiveram ainda em consideração restrições geográficas, de popularidade das equipas e televisivas. Em adição consideraram que não podem haver dois jogos consecutivos de uma qualquer equipa contra as grandes, a realização dos grandes jogos em determinadas jornadas e as condicionantes relativas ao turismo (uma equipa que esteja localizada numa zona turística deve jogar contra uma equipa de topo, pelo menos uma vez em casa durante as primeiras cinco jornadas). O algoritmo foi resolvido em *CPLEX 9.0* e os resultados foram aplicados à liga no ano seguinte (2006).

Bartsch et al. (2006) desenvolvem solução para resolver a forma do escalonamento de jogos das ligas Alemã e Austríaca como um problema multiobjetivo que foi modelado através de um modelo de Programação Linear Inteira - Mista (PLIM) e resolvido através da aplicação de uma abordagem heurística, ou seja, utilizando um algoritmo do tipo glutão com base numa truncatura da técnica de cálculo por separação e progressão sucessivas ou *branch-and-bound*, em inglês. Os autores tiveram em conta critérios como a minimização de jogos consecutivos em casa ou fora, a distância total percorrida pelas equipas, os custos associados a operações de logística, as condições impostas pela liga e pelos clubes e as exigências televisivas. O algoritmo foi implementado de raiz em linguagem C. Os resultados obtidos foram aplicados com sucesso nas duas ligas.

Della Croce & Oliveri (2006) dedicam-se à busca de uma solução para a questão da calendarização de jogos da principal liga italiana de futebol (série A). É um problema multiobjectivo, modelado e resolvido com recurso a PI através da utilização de uma abordagem heurística dividida em três fases. O modelo construído procura, na primeira fase, possíveis conjuntos de padrões casa-fora para todas as equipas intervenientes na liga, respeitando critérios impostos e explicitados a seguir. Já a segunda e a terceira fases procuram calendarizar os jogos e atribuir as respetivas equipas do campeonato estudado. Os autores resolvem o problema tendo em conta, principalmente, os critérios relativos a exigências de transmissões televisivas e à minimização do número de jogos consecutivos em casa ou

fora de todas as equipas na competição, satisfazendo em simultâneo outras restrições operacionais, como a liga ser um torneio a duas voltas em que a segunda é o espelho da primeira, invertendo apenas o anfitrião dos jogos entre as mesmas equipas e tendo em conta as preferências das equipas como, por exemplo, determinada equipa jogar em casa numa jornada específica. O principal objetivo é satisfazer totalmente as condicionantes na organização da liga, complementando com a otimização dos critérios. O algoritmo construído para este modelo foi implementado em linguagem C.

Ribeiro & Urrutia (2007) estudam a problemática da calendarização de jogos no campeonato brasileiro. Trata-se de um problema biobjetivo, modelado e resolvido com recurso a PI através da aplicação de uma abordagem dividida em três fases. Na primeira fase o modelo desenvolvido pelos autores cria padrões viáveis de jogos casa-fora, na segunda é atribuído um padrão a cada equipa e, finalmente, na terceira fase define-se o calendário final otimizado. Os autores tiveram em conta, para o resultado final, objetivos como exigências televisivas (maximização de receitas nas transmissões como consequência da maximização da transmissão do número de jogos transmitidos em canal aberto) e a minimização do número consecutivo de jogos em casa ou fora dos clubes. Condições intrínsecas à organização do campeonato também foram respeitadas como, por exemplo, o facto de todas as equipas terem de jogar uma vez em casa e outra fora nas duas primeiras e nas duas últimas jornadas da competição, equipas da mesma cidade deverem ter calendários complementares (se uma joga em casa a outra deve jogar fora), os jogos mais atrativos não poderem ser realizados nas últimas seis jornadas ou a meio da semana, as equipas *Flamengo* e *Fluminense* deverem respeitar a complementaridade de calendários nas últimas quatro jornadas e pelo menos uma equipa da cidade do Rio e outra de São Paulo deverem jogar fora das suas cidades, todas as jornadas. O algoritmo foi implementado em linguagem C++.

Rasmussen (2008) estuda o escalonamento de jogos na liga dinamarquesa. É um problema multicritério e foi modelado através da construção de um modelo de base lógica de decomposição Benders (*logic-based benders decomposition*), de PI e de programação por restrições. A solução foi encontrada através da aplicação de uma abordagem, dividida em quatro fases, e que incidiu na criação de padrões casa-fora, no encontro do conjunto de padrões compatíveis para todas as equipas, na verificação de viabilidade da solução e, finalmente, na atribuição das equipas aos respetivos padrões, ou seja, na calendarização final. Este torneio tem uma particularidade, pois é um torneio condicionado por três voltas, um par de equipas joga três vezes entre si ao longo da época. O autor divide as restrições utilizadas para a modelação em dois grupos, leves (*soft*) e pesadas (*hard*), ou obrigatórias, de acordo com o grau de prioridade que estas devam respeitar. Como restrições obrigatórias, considera o benefício para as seis melhores equipas da época anterior na primeira parte da época seguinte, a impossibilidade de jogos consecutivos em casa ou fora na última jornada e as preferências das equipas (esta restrição pode ser classificada como leve ou como pesada, dependendo dos motivos alegados pelos clubes). Relativamente às restrições leves, tem em conta que todas as equipas devem ter um jogo em casa e outro fora nas duas primeiras jornadas da competição e a preferência para a alternância entre jogos em casa e fora ao longo de todas as

jornadas do campeonato. O objetivo é produzir o melhor calendário, que minimize o impacto geral de todas estas restrições. Como as restrições obrigatórias têm que ser cumpridas para o calendário ser aceite pela Liga, o autor atribui apenas às restrições leves coeficientes que irão influenciar o valor das penalidades de cada uma, caso não sejam totalmente satisfeitas no resultado final. Estas restrições funcionam, de certa forma, como critérios, neste modelo. À data, o autor utilizou o *software CPLEX OPL Studio* para a implementação dos algoritmos baseados em PI e o *ILOG SOLVER* para os que recorreram à programação por restrições. Os resultados obtidos foram aplicados na época 2006/2007.

Goossens & Spieksma (2009) estudam a forma de definição do calendário de jogos da principal liga belga. É um problema multicritério que foi modelado através de um modelo de PLIM e solucionado através da aplicação de uma abordagem baseada na atribuição de prioridades aos critérios. Primeiro, os autores abordaram o comité responsável pela calendarização da prova para que este atribuísse uma cotação de 1 a 5 ao nível de prioridade que cada critério teria no sorteio, depois, com base nisso, construíram o modelo de programação inteira-mista a utilizar. Atribuíram a cada prioridade uma penalização sendo que a melhor solução final é a que melhor minimizar este total. Os autores apresentam o método tradicional do sorteio, o manual, e preocupam-se em automatizá-lo computacionalmente, de acordo com os pressupostos definidos. Para além desta abordagem utilizam outra, composta por duas fases, em que na primeira se encontra a sequência, padrão, de jogos para todas as equipas e na segunda se atribuem as respetivas equipas adversárias. Os critérios e restrições utilizados para o condicionamento dos jogos da liga foram os seguintes: interesses televisivos para maximização de audiências, condições impostas pelas equipas (relativas ao local do jogo numa dada jornada ou a adversários), todas as equipas devem receber uma equipa de topo em casa pelo menos uma vez em metade da época e proibição de clássicos (jogos entre grandes equipas) nos jogos imediatamente antes das competições europeias. O estudo foi desenvolvido tendo como base o calendário da época 2006-2007, tendo sido posteriormente aplicado na época 2007-2008.

Goossens & Spieksma (2009) investigam os diferentes formatos e técnicas de calendarização utilizadas em vinte e cinco ligas europeias de futebol, na época de 2008-2009. Introduzem o conceito de equilíbrio nos calendários, isto é, a preferência pela realização de calendários balanceados onde o número de jogos em casa de cada equipa deve ser igual ao número de jogos fora, ou seja, metade do total. Um calendário é equilibrado quando para cada equipa a diferença entre o número de jogos em casa e fora, no final da época desportiva, é no máximo um. A análise efetuada conclui que existe alguma diversidade na forma como as diferentes ligas europeias são calendarizadas e que há espaço para otimizar esse mesmo processo. É um estudo de investigação meramente teórico e de contextualização, não tendo sido aplicado em nenhum caso real.

Flatberg & Nilssen (2009) abordam a complexidade do escalonamento de jogos de futebol na principal liga norueguesa. O objetivo dos autores é a minimização do efeito de transporte (*carry-over*

effect em vocabulário anglo-saxónico) nesta competição. Este efeito define-se da seguinte forma: uma determinada equipa contribui para o efeito de transporte de uma outra se um diferente clube jogar contra essa numa qualquer jornada e contra a outra na jornada imediatamente a seguir. Este efeito foi matricialmente formulado e posteriormente introduzido como critério para a função objetivo. Formulam o problema através de uma abordagem a dois tempos. Primeiramente geram todos os padrões possíveis com zero ou, no máximo, uma situação onde dois jogos consecutivos em casa ou fora ocorrem ao longo da época de uma equipa, começando com o primeiro jogo da sequência em casa, gerando ainda outros padrões alternativos e complementares. Depois, os autores encontram uma solução de calendário possível através da modelação do problema por intervenção de PI.

Fiallos et al. (2010) estudam a calendarização de jogos do campeonato profissional de futebol das Honduras. Trata-se de um problema multiobjectivo, cuja solução pretende corrigir problemas atuais que advém de um processo de calendarização manual. Os diversos problemas existentes estavam, até à data, relacionados com a situação de algumas equipas que disputavam até quatro jogos consecutivos em casa, alguns clássicos serem jogados na primeira ou na última jornada, algumas equipas jogarem consecutivamente contra equipas mais fortes e equipas da mesma cidade jogarem simultaneamente em casa. Os autores desenvolvem um modelo que recorre à PLIM com o objetivo de definir os jogos que devem ser jogados em cada jornada e de promover maiores vendas de bilheteira e competitividade entre as equipas envolvidas na prova. Para a solução do modelo, consideraram restrições com três níveis de prioridade; alta, média e baixa. Com prioridade alta definiram as seguintes restrições: as equipas pertencentes à mesma localidade não devem jogar em casa simultaneamente, os jogos considerados clássicos não devem ser agendados para as primeiras e últimas duas jornadas e nenhuma equipa deve ter mais de dois jogos consecutivos em casa ou fora. Para restrições de prioridade média consideraram que os jogos clássicos não devem ser jogados em jornadas seguidas e nenhuma equipa deve defrontar equipas fortes em jornadas consecutivas. Finalmente, como restrições de baixa prioridade foi definido que para as equipas populares, pelo menos um jogo de entre os jogos contra outras equipas populares deve ser jogado em casa durante cada volta e cada equipa deve ter programado um jogo em casa e outro fora contra as equipas populares, em cada volta. O algoritmo foi resolvido em *AMPL-CPLEX* e os resultados obtidos foram aplicados com sucesso na época 2010.

Durán et al. (2012) analisam a questão da calendarização de jogos na segunda divisão de futebol chilena. Tratam e resolvem o problema através da realização de um modelo com recurso a técnicas de PLI. Os resultados obtidos foram aplicados com sucesso na liga durante cinco épocas seguidas, desde 2007. Cada uma foi sujeita a modificações pontuais por parte dos organizadores e, como tal, houve a necessidade dos autores adaptarem, anualmente, o modelo desenvolvido. Em anos de maior dificuldade na modelação, devido à existência de mais restrições, os autores formularam um segundo modelo com base em PLI, capaz de gerar padrões casa-fora atribuindo-os às equipas. Para obter uma solução, os autores tiveram em conta o calendário da primeira liga chilena (primeiramente elaborado e considerado prioritário pela organização), restrições básicas, como haver um jogo de

uma equipa por jornada e o critério de minimização do número dos jogos consecutivos em casa ou fora. Tiveram em consideração também restrições geográficas uma vez que as equipas se deslocam habitualmente de autocarro e as distâncias percorridas podem ser muito grandes. Acresce que tiveram em conta restrições de complementaridade de calendários entre equipas e de predefinição de datas para determinados jogos. Os algoritmos desenvolvidos foram implementados e resolvidos recorrendo ao *software* CPLEX.

Recalde et al. (2013) resolvem o problema da calendarização de jogos para a liga equatoriana de futebol. Fazem-no tendo em conta o critério da minimização do número de jogos seguidos em casa ou fora das equipas. Apresentam um modelo formulado em PI e resolvem-no através de uma abordagem heurística de três fases que passa pela criação viável de padrões de jogos, afetação dos padrões aos grupos de equipas, criados por regiões, e criação do calendário ótimo. Os autores tiveram em conta restrições diversas tais como as características muito particulares da liga equatoriana e condicionantes de atratividade do campeonato, o facto de não serem desejáveis clássicos nas primeiras e últimas duas jornadas da liga, a organização da liga por grupos em que dois deles são considerados os mais fortes e os jogos entre estes denominados por clássicos. Adicionalmente, grupos de equipas com mais de dois intervenientes terão jogos em casa todas as jornadas. O algoritmo foi implementado em C++ e os resultados obtidos foram utilizados na calendarização oficial da época desportiva de 2012.

Ribeiro & Urrutia (2014) estendem o trabalho desenvolvido em 2007 descrevendo novamente a formulação do modelo em PLI, a sua implementação e um relatório sobre a sua aplicação prática, nas épocas de 2009 e 2010. A aplicação à liga brasileira foi desenvolvida pelos autores através de um *software* de otimização em parceria com a CBF (Confederação Brasileira de Futebol). A abordagem utilizada para solucionar o problema é a mesma utilizada anteriormente pelos mesmos autores. Consideraram várias restrições aos objetivos do modelo desenvolvido, tais como as restrições tipicamente estruturais de um torneio a duas voltas, como uma equipa defrontar a mesma uma vez em casa e outra fora e o calendário da segunda volta ser igual ao da primeira com a exceção dos locais de jogo que invertem, restrições relativas aos padrões casa-fora, aos jogos clássicos e regionais e à geografia do país. Este estudo difere do anterior na medida em que novos critérios foram propostos e novas restrições introduzidas ou até mesmo removidas, durante o processo de decisão do melhor calendário pela organização da liga com o intuito de encontrar uma melhor solução de entre as várias fornecidas pelo modelo, fazendo ajustes de calendarização capazes de contribuir para um torneio mais atrativo.

O conjunto de exemplos explicitados ajudou a perceber a ideia de que ao longo dos anos se tem efetivamente verificado uma tendência a nível mundial para substituir ferramentas de calendarização manuais por computacionais, desenvolvidas essencialmente em *software* de otimização. Comprova-se através desta cronologia de diferentes estudos que os resultados obtidos, essencialmente através da aplicação de heurísticas, são satisfatórios do ponto de vista do decisor, tendo sido inclusivamente

aplicados com sucesso nas ligas de futebol reais. Em todos os estudos realizados os autores conseguiram superar as soluções anteriormente utilizadas. A leitura destes artigos permitiu confirmar a importância da aplicação de processos alternativos, rápidos e mais práticos, como heurísticas ou a utilização de padrões de jogos, para ir ao encontro da melhor e mais rápida solução para o problema.

3.3. Atribuição de árbitros aos jogos

O curto leque de artigos aqui apresentado é o que melhor define a problemática da atribuição de árbitros aos jogos. Duas das três referências aqui explicitadas são diretamente aplicadas ao futebol, no entanto, uma delas dedica-se à análise de um caso particular de afetação de juizes a uma competição universitária dedicada a estudantes de gestão, no Canadá. Não tendo relação aparente com os casos aos quais esta tese se propõe estudar, revelou-se uma fonte útil, pois as potencialidades de adaptação desta situação à estudada são grandes, mais uma vez devido ao facto de se tratar de um torneio com algumas características estruturais semelhantes às do futebol.

Yavuz et al. (2008) tratam a afetação de árbitros aos jogos de ligas profissionais de futebol. É um problema de programação inteira binária com restrições a satisfazer e resolvido utilizando dois tipos de abordagens. Uma baseia-se num procedimento heurístico construtivo e a outra num procedimento de pesquisa local. Os autores consideram várias restrições para a formulação do modelo, tais como evitar a atribuição do mesmo árbitro a dois jogos diferentes na mesma hora ou dois jogos em diferentes sítios no mesmo dia, a atribuição dos árbitros a mais jogos que o número predeterminado para cada um, assim como a atribuição dos mesmos em dias em que não estão disponíveis e a afetação frequente do mesmo árbitro à mesma equipa. O algoritmo foi implementado em *CPLEX 9.1* recorrendo à linguagem de programação *C#*.

Lamghari & Ferland (2011) dedicam-se às questões da afetação de árbitros ou juizes a torneios de uma volta. É o caso particular aplicado a uma competição universitária, para alunos de gestão, realizada pela Universidade da Concordia, em Montreal no Canadá. Trata-se de um problema de afetação de recursos que foi modelado através de um modelo de PLI e resolvido com a aplicação de uma abordagem meta heurística, baseada na pesquisa *Tabu*. Para a formulação do modelo, os autores tiveram em conta restrições de carácter obrigatório, respeitando as regras internas da competição, e outras desejáveis de cumprir, restrições leves, tentando corresponder o mais possível aos objetivos da organização. Para as primeiras, consideraram que um juiz pode ser responsável apenas por um desafio (por desafio entenda-se uma competição entre duas equipas, o que no futebol seria uma partida/jogo) por jornada, a cada desafio são atribuídos entre 3 a 5 árbitros em que pelo menos um deles terá que pertencer ao conjunto específico de árbitros com capacidades para presidir no júri, e um árbitro não pode arbitrar jogos com equipas provenientes da sua faculdade de origem. Para as leves, tentaram respeitar ao máximo restrições denominadas de equilíbrio (o número de árbitros experientes atribuídos deve ser igual ao número de árbitros novos, por desafio), de emparelhamento (dois árbitros não devem ser juntamente atribuídos a um desafio mais de uma vez em todas as jornadas) e de continuidade (um juiz não deve ser atribuído conseqüentemente à mesma

equipa). Os resultados obtidos provieram da implementação do algoritmo desenvolvido no *software CPLEX 9.13*.

Alarcón et al. (2012) estudam o problema da atribuição de árbitros aos jogos de futebol da liga chilena. Trata-se de um problema multicritério de afetação de recursos que foi modelado através da criação de um modelo de PLI e resolvido utilizando duas abordagens. Uma abordagem utiliza PLIM, considerada pelos autores como a tradicional, e a outra tem como base a realização e atribuição de padrões de jogos aos árbitros. Para a elaboração dos referidos padrões são considerados quatro caracteres, três zonas de intervenção (norte, centro e sul), mais um outro referente à possibilidade de o árbitro não ser atribuído numa jornada. Os autores tiveram em conta restrições como o balanceamento do número de jogos a arbitrar por cada árbitro, a frequência com que cada um é atribuído a uma dada equipa e as distâncias a percorrer nas deslocações a que cada um está sujeito ao longo de toda a época. Os algoritmos para as duas abordagens foram implementados em *AMPL* e resolvidos em *CPLEX 10.0*.

Pela existência de menos investigação sobre o assunto, conclui-se, sem grande dúvida, que a questão da atribuição de árbitros é um assunto consideravelmente menos estudado que o anterior.

Nos dias que correm, assistimos muitas vezes aos clubes, entre outros, fazerem duras críticas às prestações dos árbitros, pondo neles a culpa dos seus maus resultados. Inevitavelmente, ano após ano, uma antiga questão é lembrada. Deverão os árbitros ser atribuídos aos jogos via sorteio ou via nomeação? Continua a ser uma questão para a qual a resposta não é universalmente concordante. Em Portugal, tal como noutros países europeus, o processo dá-se via nomeação. No entanto, quiçá para reforçar a existência da outra opção, fazendo notar às partes envolvidas das potencialidades que a atribuição via sorteio poderia ter, a IO intervém nesta área e, ainda que poucos, alguns estudos sobre o tema já foram realizados. Os casos enunciados revelam que esta maneira de afetar recursos deve ser levada a sério, pois os resultados adquiridos são positivos, contribuindo para realçar a imparcialidade e a redução de conflitos de interesse na alocação de recursos aos jogos da competição.

Este tipo de modelos pode ser mais proveitoso quando adaptado numa base semanal, ou seja, considerar um misto entre o método atualmente aplicado pela FPF (nomeações) e o que será desenvolvido na dissertação, seria o ideal. Basicamente teria que ser um modelo construído de forma similar ao que aqui se fará, mas formatado para aceitar as condicionantes semanais dos árbitros e gerar semanalmente atribuições com base nelas. Como complemento ao trabalho desenvolvido, tentar-se-á fazer uma simulação que incorpore as prestações semanais dos árbitros que atuam e com base nelas fazer as atribuições nas semanas seguintes, sempre numa base semanal. Pretende-se enriquecer a presente dissertação com a exploração deste caso.

3.4. Calendarização de jogos noutros desportos

Este último grupo de artigos pretende mostrar em como a IO pode servir enquanto ferramenta útil na ajuda à tomada da melhor decisão, em diferentes desportos. Objetivamente tomaram-se como exemplos o críquete, basquetebol, rãguebi e andebol. À exceção do rãguebi, que à semelhança desta investigação é meramente um estudo de um problema baseado em dados reais, todos os outros tiveram verdadeira aplicação, com sucesso, nas respetivas ligas analisadas.

Willis & Terrill (1994) fazem o escalonamento de jogos de críquete da liga australiana, em colaboração com o Conselho de Críquete Australiano. Para tal, recorrem ao método de Arrefecimento Simulado para solucionar o problema que, até à data, era resolvido manualmente. Os autores têm em conta várias restrições, requeridas pelo órgão de gestão responsável pelo desporto australiano anteriormente referido, que se dividem em dois grandes grupos, sendo um deles denominado por restrições fixas, obrigatórias cumprir, e outro denominado por restrições de penalidade, as quais são listadas por ordem de prioridade de cumprimento. Como restrições fixas consideram a realização de determinados jogos em datas pré-definidas (dias ou semanas) e a não existência de jogos durante o período de outros eventos desportivos a realizar na cidade de Adelaide, referindo-se concretamente ao grande prémio de motociclos formula 1. Relativamente ao segundo grande grupo consideram como restrições variadas o evitar organizar jogos em zonas cujas condições climáticas não sejam propícias, a utilização das datas requeridas pela televisão para a realização de jogos e uma equipa protagonizar dois jogos no mesmo dia. Outras restrições relativas a datas, como os dias da semana em que os jogos ocorrem, foram também consideradas pelos autores. Os resultados obtidos, juntamente com alguns ajustes manuais, foram implementados na época 1992-1993.

Nemhauser & Trick (1998) abordam a problemática da calendarização de jogos de basquetebol, num torneio a duas voltas, entre nove equipas universitárias da Conferencia da Costa Atlântica, nos Estados Unidos da América. Resolvem o problema aplicando uma metodologia que combina técnicas enumerativas, compostas por três fases e PI. Numa primeira fase dedicam-se a encontrar um conjunto de padrões casa-fora-*adeus*, ou *bye* conforme denominado na literatura anglo-saxónica. Os autores utilizam esta funcionalidade uma vez que o campeonato é composto por um número ímpar de equipas e todas as equipas jogam numa jornada. Uma vez que uma partida é composta por dois adversários, adicionam uma décima equipa fictícia para facilitar a calendarização dos jogos. Nestas circunstâncias as equipas não jogam nas jornadas em que defrontam a fictícia, denominando-se, então, este processo por *bye*. O conjunto de padrões encontrados possui cardinalidade igual ao número de equipas participantes. Os padrões são relacionados entre si de modo a serem atribuídos jogos entre equipas às jornadas e, finalmente, afetam as equipas reais aos padrões, formando assim o calendário final. As três partes recorrem a PI que, respeitando certos requerimentos ou restrições, encontram várias soluções. Para a modelação dos problemas os autores tiveram em conta restrições relativas à formação dos padrões, tais como nenhuma equipa dever jogar mais de dois jogos consecutivos em casa ou fora, nas primeiras cinco jornadas cada equipa dever ter pelo menos dois jogos em casa e, na última semana, nenhuma equipa poder jogar fora nos dois jogos existentes.

Outras restrições foram consideradas como é o caso de, por jornada, haver sempre quatro equipas que jogam em casa, quatro que jogam fora e uma que não joga, o último jogo da época está reservado para os jogos com maiores rivalidades e restrições televisivas, como o jogo entre as equipas *Duke-UNC* ocorrer obrigatoriamente nas jornadas dez e dezassete e a equipa *UNC* defrontar a *Clem* na primeira jornada. Adicionalmente, restrições relativas a requerimentos de algumas equipas foram também consideradas, como por exemplo a equipa *Duke* não jogar na jornada quinze, ou seja, ter um *adeus* ou a equipa *Wake* jogar fora na jornada dezasseis. Finalmente, os autores consideraram também a tradicional força que as equipas *UNC*, *Wake* e *Duke* têm e, como tal, nenhuma outra equipa deve enfrentar as três em jornadas consecutivas. Todos os algoritmos criados foram implementados em *CPLEX 4.0*, tendo os resultados sido aplicados na época desportiva de 1997-1998.

Wright (2006) descreve e estuda a dificuldade da calendarização de jogos na liga nacional de basquetebol da Nova Zelândia. Trata-se de um problema de otimização combinatória multiobjectivo, resolvido através da aplicação de uma variante da meta heurística do Arrefecimento Simulado. Até à data, o escalonamento de jogos na liga era efetuado manualmente. O autor desenvolve com o seu trabalho um programa computacional capaz de gerar melhores resultados em menos tempo e, para isso, teve em conta fatores como a distância percorrida pelas equipas, a disponibilidade dos estádios, pois estes são partilhados por várias modalidades, e restrições básicas tais como, nenhuma equipa poder ter dois jogos no mesmo dia e cada equipa ter apenas um jogo em casa contra cada uma das restantes. O autor atribui pesos ou penalidades, às restrições sendo que o objetivo final passa pela minimização dessas. O valor dos pesos proveio de um processo de tentativa e erro depois de alguma pesquisa feita pelo autor com os potenciais utilizadores do programa desenvolvido. Os resultados obtidos foram aplicados na época de 2004.

Lewis & Thompson (2011) exploram a calendarização de jogos numa perspetiva geral e aplicam a teoria estudada a um estudo de caso real relativo à principal liga de rãguebi galesa, representada por um torneio de duas voltas. Aplicam dois tipos de abordagem para a obtenção de soluções e comparam a performance das mesmas. Em ambas recorrem à implementação de técnicas baseadas em grafos coloridos e operadores de vizinhança, assim como a PI. Relativamente à primeira abordagem, esta é um processo multi-faseado que começa com uma solução inicial arbitrária, proveniente dos grafos coloridos e que é sujeita a uma iteração sempre que a função de custo das restrições leves (ou menos prioritárias na sua satisfação total), calculada em cada iteração, diminuir. A cada iteração é aplicada a meta heurística do Arrefecimento Simulado usando operadores de vizinhança. Relativamente à segunda abordagem utilizada pelos autores, otimização multiobjetivo, esta pretende eliminar violações dos dois tipos de restrições, leves e obrigatórias. Para tal, os autores combinam as duas funções de custo respetivas, numa única e ponderada, com a finalidade de minimizar as penalidades. Traduzem as restrições consideradas e a seguir explicitadas em funções de custo, atribuindo penalidades ao não cumprimento das mesmas. Como restrições obrigatórias consideram a complementaridade de calendários devido à partilha de estádio de algumas equipas, a

realização dos jogos entre rivais da mesma localidade em datas específicas e a não disponibilidade de alguns estádios, devido à partilha dos mesmos com outros desportos ou outras ligas. Adicionalmente consideram como restrições leves a preferência para a existência de pelo menos cinco jornadas entre jogos disputados com as mesmas equipas, com o anfitrião do jogo entre elas a alternar, e o critério de evitar a existência de jogos consecutivos em casa ou fora, minimizando esse número ao máximo. Os algoritmos desenvolvidos foram computacionalmente implementados no *software FICO Xpress versão 20.00.05*.

Larson & Johansson (2013) analisam a criação e desenvolvimento de calendários de jogos na primeira liga profissional de andebol sueca, que pretende aumentar o tamanho da sua época desportiva. A liga era, até à data, um torneio de duas voltas. Além deste, os autores adicionam uma competição, de uma volta, com realização antes do inicialmente existente, aumentando assim o tamanho da liga em mais meia época. Tratam o problema seguindo uma abordagem baseada na aplicação de PI, onde desenvolvem padrões de jogos casa-fora e atribuem-nos às equipas, para a criação dos melhores calendários, respeitando os critérios a seguir mencionados. Os autores procuram encontrar soluções que respeitem, principalmente, um requerimento imposto pela própria liga, ou seja, a liga pretende que a localidade onde se realizaram jogos consecutivos entre as mesmas duas equipas seja alternada. Para além deste, outros critérios e restrições foram considerados, como é o caso, respetivamente, da existência de um número mínimo de jogos consecutivos em casa ou fora e de, no novo torneio introduzido, cada equipa dever ter uma jornada em que não joga, ou “joga” contra uma equipa fictícia, visto o número total de equipas participantes no torneio ser impar. Adicionalmente consideraram que em nenhuma altura da competição a diferença entre as partidas de qualquer equipa, disputadas em casa e fora, pode exceder um. Os resultados obtidos foram aplicados à liga sueca na época 2013-2014.

Esta secção fecha o leque dos artigos considerados relevantes para o trabalho e que contribuíram positivamente para a realização do mesmo. Conclui-se que, atualmente, as possibilidades da aplicação da IO abrangem cada vez mais desportos para além do futebol, devolvendo, igualmente, em todos eles soluções boas o suficiente para serem aplicadas nas respetivas ligas.

3.5. Conclusão

A compilação dos diversos estudos, presentes nesta revisão bibliográfica, teve como principal finalidade, não só a aquisição de conhecimentos sobre os temas a desenvolver no âmbito desta tese de mestrado, mas também a informação aos futuros leitores interessados nos assuntos, relativamente aos estudos, abordagens e metodologias aplicadas.

Após análise, verificou-se que as duas problemáticas são maioritariamente resolvidas com recurso a técnicas de PI. Técnicas de combinatória que utilizam a teoria de grafos são também, por vezes, utilizadas por alguns autores, porém é com PI e algumas heurísticas que a maioria deles formula e resolve os seus modelos. A tendência é a de que a calendarização de jogos se faça cada vez mais por via computacional, menosprezando a manual. Para tal, uma vez que a estrutura

combinatória destes problemas pode ser elevada e conseqüentemente os respectivos tempos de processamento computacional também o podem ser (conseguindo mesmo nalguns casos, segundo alguns autores, levar cerca de um dia até processar soluções viáveis (Ribeiro & Urrutia, 2014), (Bartsch *et al.*, 2006) e (Russell & Urban, 2006)), as técnicas aplicadas pelos investigadores para a resolução destes problemas são cada vez mais direcionadas para a utilização de padrões de jogos, heurísticas ou meta-heurísticas, como o Arrefecimento Simulado, a Pesquisa Tabu ou Heurísticas Construtivas, baseadas em algoritmos faseados. Em toda a investigação fundamentada em heurísticas os resultados obtidos superaram os existentes até à data dos estudos. Isto contribui para confirmar, não só que há uma maior facilidade em encontrar soluções admissíveis viáveis, mas que também existe uma favorável e considerável redução dos tempos de processamento até as encontrar. Estes fatores são considerados pelos investigadores como essenciais na escolha desta abordagem, pois encontram soluções suficientemente boas e rápidas, que vão ao encontro daquilo que os decisores entendem ser aceitável e desejável para as suas competições e para todas as partes envolvidas.

Como conclusão, a modelação dos dois problemas propostos será baseada em programação inteira binária e, dependendo da exigência computacional de cada modelo no computador disponível, será ponderada, ou não, a utilização de métodos computacionalmente menos exigentes, como heurísticas, no apoio a uma mais rápida pesquisa de soluções por parte do *software* utilizado.

4. Metodologia

Este capítulo introduz todo o formalismo e teoria necessária para a interpretação matemática e consequente modelação das duas temáticas. A problemática da calendarização de jogos de uma liga desportiva é comumente formulada da maneira que se segue. Uma liga contém um número par de n equipas diferentes, se for ímpar, para efeitos de formulação não tem problema, pois força-se o número total para que fique par introduzindo uma equipa fictícia, ou *dummy* em inglês, ou seja, é uma representação de uma equipa inexistente em que cada vez que outra deva jogar contra ela, significa que terá folga nessa jornada. Este acontecimento denomina-se na literatura internacional como *bye*. Cada equipa tem que jogar contra todas as outras $l \geq 1$ vezes na competição. Este fator, l , define se o torneio tem uma, duas, três ou mais voltas (ou partes), sendo respetivamente $l = 1, 2, 3$ ou superior. O número de jornadas existentes em todo o calendário será igual a $(n - 1)l$, onde cada equipa terá que jogar só e obrigatoriamente um jogo por jornada e contra todas as outras numa volta, não se defrontando a si própria, obviamente.

Por simplificação, considerar-se-á como uma calendarização admissível aquela que satisfizer as restrições envolvidas, respeitando o objetivo principal, e que dê aos interessados uma grelha de jogos semanal, não importando exatamente o dia e hora em que cada jogo irá ocorrer em cada semana. Evidentemente que isto é um fator também tido em conta na marcação dos jogos, pois todas as partidas devem acontecer em horários propícios a maiores audiências, proporcionando maiores receitas, sejam televisivas ou de bilheteira dos estádios envolvidos. Futuramente, para efeitos do estudo, termos como *jornada* ou *semana* serão utilizados para mencionar a mesma coisa.

Um sorteio consiste na escolha condicionada de quais as equipas que jogam contra as outras, por jornada, ao longo da época desportiva e para cada um dos pares decidir qual a equipa que jogará em casa e, conseqüentemente, qual jogará fora, em cada parte. Designar-se-á o primeiro índice do par (i, j) para a equipa que joga no seu estádio e o segundo para a equipa visitante, logo torna-se claro, nesta fase, que a partida disputada entre o par de equipas (i, j) será diferente da partida (j, i) . Esta distinção será considerada neste trabalho, pois a LPFP é uma liga com duas partes, ou seja com $l = 2$. Usualmente as ligas estão organizadas com $l = 1$ e $l = 2$. No primeiro caso não é feita distinção entre os pares i e j , visto haver apenas uma volta de jogos, ou seja, apenas um jogo entre as mesmas duas equipas. Para um torneio $l = 1$ com n equipas (sendo o n par), teremos $\frac{n}{2}(n - 1)$ jogos no seu total. No fundo, uma liga com $l = 2$ não é mais que a composição de duas metades $l = 1$. Este tipo de torneio terá, portanto, o dobro dos jogos do anterior. No entanto, devido à complementaridade evidente que as duas voltas devem ter, a competição é normalmente calendarizada como uma só. Campeonatos como o português utilizam esta propriedade, pois são competições onde a segunda parte é o espelho da primeira, mas com inversão no fator casa ou, por outras palavras, se na segunda jornada da primeira volta a equipa A defrontar a B em sua casa, na segunda jornada da segunda volta será a B que enfrentará em sua casa a A e assim sucessivamente, para todos os intervenientes e todas as jornadas.

Este sistema não é único, campeonatos como o inglês, por exemplo, são particularmente diferentes. Fazem uma inversão na ordem das jornadas da primeira metade para a segunda do campeonato, em que os pares da última jornada da primeira volta irão ser os mesmos na primeira jornada da segunda volta, assim como os da penúltima jornada da primeira serão os segundos da segunda jornada da segunda volta e assim em diante, assunto estudado em Kendall (2008).

Finalmente, dois conceitos importantes devem ser referidos, pois são eles que de forma mais intuitiva ajudam a descrever e a representar a calendarização de uma liga. Fala-se dos termos “calendário de oponentes” e de “padrão de jogos casa-fora” (respectivamente *opponent schedule* e *home-away pattern*, em literatura anglo-saxónica), referidos por Kendall *et al.* (2010), entre outros autores. O primeiro conceito pode ser representado por uma matriz $n \times (n - 1)$ onde uma entrada representa o adversário da equipa i numa dada semana t , ou seja, uma matriz onde as linhas representam os clubes e as colunas as jornadas. Para a mesma linha o avanço das casas representa o avanço das jornadas de uma equipa ao longo do período da competição. Tem-se n linhas em que cada uma representa uma equipa participante na prova e $(n-1)$ colunas, visto que cada equipa tem como adversárias todas as participantes, à exceção dela própria. Relativamente ao segundo termo, já algumas vezes referido no capítulo anterior, é também definido como uma matriz com as mesmas dimensões da anterior, mas as entradas nas células tomam apenas dois parâmetros possíveis: H (casa, do termo inglês *home*) ou A (fora ou *away*). Seguindo as linhas da matriz, percebe-se, assim, o padrão de jogos ou, se se preferir, a sequência de jogos de uma equipa ao longo de toda a temporada e os locais onde as partidas se irão disputar. Se numa linha da matriz a respetiva equipa possuir duas entradas consecutivas em casa ou fora, então essa equipa encontra-se numa situação denominada na literatura internacional por *break*. Um dos objetivos do modelo de calendarização a criar, neste estudo, será o de minimizar este número total de acontecimentos em toda a competição.

Tratando agora o segundo problema, segundo Kendall *et al.* (2010) a questão da atribuição de árbitros aos jogos é talvez a segunda mais estudada, logo depois da calendarização de jogos. Basicamente esta problemática tem como preliminar a formulação da anterior, pois surge em sua consequência. Pegando na grelha de jogos previamente construída e tendo em conta as restrições referentes à arbitragem, é feita uma atribuição de um árbitro, dentro do grupo de árbitros disponíveis, a cada jogo do campeonato.

Em termos gerais, o formalismo e o tipo de nomenclatura utilizados neste modelo serão semelhantes ao do anterior.

Como explicitado na secção 3.3 *Atribuição de árbitros aos jogos*, Alarcón *et al.* (2012), para além da tradicional abordagem baseada em PLI, utilizam outra baseada na atribuição de padrões aos árbitros, tal como é também frequentemente utilizada no escalonamento de jogos, o que foi possível constatar através da leitura da secção 3.2 *Calendarização de jogos no futebol*. O resultado desse estudo é interessante pois, comparando as duas abordagens utilizadas, conclui que a segunda é, sob o ponto de vista computacional, consideravelmente mais rápida que a primeira. Esta tendência verifica-se igualmente quando aplicada à calendarização.

Finalizando, reforça-se que, o modelo a desenvolver nesta dissertação assumirá que para um jogo é somente necessário o árbitro principal. Todo o resto da equipa de arbitragem não será

considerado. Isto será oportunamente explicado, introduzindo-se por agora um modelo simples, de cariz introdutório.

4.1. Modelo geral para uma calendarização básica

Nesta secção constrói-se o modelo que servirá como introdução aos problemas propostos neste trabalho. Para tal, desenvolve-se um modelo capaz de escalonar os jogos de uma competição com duas voltas, considerando apenas três restrições estritamente necessárias à sua estruturação. Na realidade isto não acontece, pois, na indústria do futebol, as partes interessadas são muitas (como por exemplo, canais televisivos, organizadores, comunicação social, patrocinadores e as próprias equipas,...) e algumas têm poder e influência suficientes para condicionar o sorteio da grelha de jogos. No entanto, tal como em todos os problemas de modelação mais complexos, torna-se útil, não só para quem os cria, mas também para quem futuramente os lê, começar o processo de construção do modelo matemático de uma forma inicial mais simples e, progressivamente, ir tornando-o mais complexo, à medida que se introduzem novas restrições.

Apresenta-se, de seguida, alguma notação importante. Define-se o conjunto E como o conjunto que representa as equipas na prova, $E = \{1, \dots, n\}$, sendo n o número máximo de equipas participantes na competição e assumido à partida como número par. Adicionalmente, denomina-se por K o conjunto que define as semanas ou jornadas do torneio, $K = \{1, \dots, 2(n-1)\}$, e por i e j as equipas que jogam em casa e fora, respetivamente, sendo que $(i, j) \in E^2$.

Por fim, define-se a variável binária x_{ijk} , que tem valor igual a 1 se o jogo (i, j) ocorrer na jornada k e assume valor igual a 0 no caso contrário.

As equações matemáticas que definem o modelo na sua forma mais geral, garantindo um calendário apenas com a realização correta dos jogos entre os participantes, são as seguintes:

$$\sum_{k \in K} x_{ijk} = 1, \forall (i, j) \in E^2 \text{ e } i \neq j \quad (1)$$

$$\sum_{k \in K} x_{jik} = 1, \forall (i, j) \in E^2 \text{ e } i \neq j \quad (2)$$

$$\sum_{i \in E} (x_{ijk} + x_{jik}) = 1, \forall j \in E, \forall k \in K \text{ e } i \neq j \quad (3)$$

As restrições (1) e (2) garantem que cada equipa joga contra a outra apenas duas vezes em toda a competição, uma no seu estádio e outra no estádio do adversário. A restrição (3) assegura que cada equipa joga um jogo por jornada ao longo de toda a época.

Uma vez que nada está definido relativamente ao sistema utilizado no exercício presente nesta secção (se o português, se o inglês, por exemplo) para a organização dos jogos da segunda metade da prova, visto ainda não ser assunto prioritário, nenhuma restrição será formulada acerca disso. Caso contrário, uma expressão semelhante à (10) – presente na subsecção seguinte – com o intervalo de jornadas ajustado a este caso, teria que ser desenvolvida. É denotar que a primeira

metade desta competição começa na jornada 1 e vai até à $(n-1)$ enquanto a segunda parte começa na jornada n e termina na $2(n-1)$.

Este tipo de problema normalmente possui um objetivo a atingir, razão pela qual habitualmente são formulados juntamente com uma função objetivo. Para este efeito, o de introduzir a modelação na sua forma mais simples, não se revela necessário, pois habitualmente são funções específicas para cada caso em análise. Porém, na secção seguinte já será necessário criar um modelo completo, onde o desenvolvimento de uma função objetivo será útil para a modelação mais eficiente da problemática.

4.2. Modelo primeira liga portuguesa

A primeira liga de futebol profissional é uma competição dividida em duas voltas, $l = 2$ e atualmente, época 2014/2015, composta por *dezoito* equipas. A estrutura a duas partes é a mais frequente nos principais campeonatos no mundo. Assim, uma equipa que jogue na primeira jornada do campeonato no seu estádio, jogará obrigatoriamente contra a mesma equipa no estádio deste seu adversário na décima oitava jornada, primeira jornada da segunda metade da prova. Cada equipa realiza dezassete jogos em cada metade da liga.

Conforme explicado no capítulo 1, a investigação efetuada para determinar como é o atual desenvolvimento de todo o processo de calendarização foi, de certa forma, inconclusiva. Porém, acredita-se que será um algoritmo capaz de integrar restrições e critérios específicos e gerar uma solução final, sob a forma de calendário desportivo que os satisfaça. É isto que se pretende neste trabalho, desenvolver uma ferramenta eficaz, prática e intuitiva, capaz de gerar boas soluções, para os objetivos considerados, e, quem sabe, que possa ser aproveitada para utilização futura, por entidades ligadas a essa tarefa.

Apresentam-se em baixo as restrições utilizadas pela LCP aquando da realização do sorteio, condicionado, no início da presente época desportiva (2014/2015). Note-se que todos os pontos explicitados foram diretamente disponibilizados por entidades internas à própria organização, com livre permissão para utilização, sendo como tal, consideradas de fonte oficial. Assim:

1. Cada equipa faz apenas e obrigatoriamente um jogo por jornada;
2. Cada equipa joga contra todas as outras apenas uma vez em cada metade da competição;
3. Os clubes grandes, por outras palavras, aqueles que habitualmente lideram a tabela classificativa e que são tradicionalmente três, o *Benfica*, *Porto* e *Sporting*, não se podem defrontar nas duas primeiras jornadas;
4. Equipas localizadas na mesma região não podem jogar simultaneamente em casa ou fora na mesma jornada.

O campeonato é composto pelos seguintes 18 clubes: *S.L. Benfica*, *F.C. Porto*, *Sporting C.P.*, *S.C. Braga*, *V. Guimarães*, *C.F. Belenenses*, *F.C. Paços de Ferreira*, *C.D. Nacional*, *Rio Ave F.C.*, *C.S. Marítimo*, *Moreirense F.C.*, *Estoril*, *Boavista F.C.*, *Académica de Coimbra*, *V. Setúbal*, *Gil Vicente F.C.*, *Arouca* e *F.C. Penafiel*, sendo que destes há quatro duplas consideradas como críticas pela organização devido à antiga rivalidade e proximidade local existente entre elas, fala-se do *Benfica* e *Sporting* (em Lisboa), *Porto* e

Boavista (no Porto), *Nacional* e *Marítimo* (na ilha da Madeira) e *Braga* e *Guimarães* (em Braga), conforme representado na Figura 1, mais à frente;

5. Os jogos tradicionalmente considerados de clássicos (jogos entre os três grandes clubes, *Benfica*, *Porto* e *Sporting*) não podem ser realizados em jornadas consecutivas;
6. Os clubes grandes não podem jogar todos os jogos contra outros grandes em casa, na primeira metade do campeonato, isto é, se o *Benfica* joga em casa contra o *Sporting* terá que jogar fora contra o *Porto*; e,
7. A segunda metade da prova tem que ser um espelho da primeira, ou seja, a sequência de jogos realizados por cada equipa ao longo de todas as jornadas da primeira parte da prova deve ser a mesma dos realizados ao longo da segunda, invertendo apenas o local onde as partidas são disputadas. Se na primeira metade da competição uma determinada equipa enfrenta outra no seu estádio, na mesma jornada da segunda metade terá que a enfrentar no campo do adversário.



Figura 1: Ilustração da localização, próxima, de alguns clubes do campeonato nacional¹⁴.

Acresce a estas condicionantes que se pretende tentar garantir uma maior justiça entre as equipas mais pequenas e, com isso, criar maior competitividade no campeonato e, conseqüentemente, maior audiência, visibilidade e interesse de potenciais novos investidores no país. Para tal, tentar-se-á que nenhuma destas equipas enfrente as três grandes consecutivamente e, se

¹⁴ Imagem adaptada de <https://www.your-vector-maps.com/countries/-portugal/?imagelist=l-port> e http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Portugal_administrative_map-fr.svg. Data de consulta: 25/03/15.

possível, que nem jogue contra duas delas em jornadas seguidas. Entenda-se por equipas mais pequenas todas exceto *Benfica*, *Porto* e *Sporting*.

Tentar-se-á gerar maior equilíbrio, considerando no modelo dois objetivos. O primeiro refere-se à minimização do número de jogos consecutivos em casa ou fora, de cada equipa, ou seja, evitar que uma equipa jogue duas vezes seguidas em casa ou fora (*break*). Com isto, pretende-se que as equipas façam menos viagens seguidas, gerindo melhor essa despesa e que evitem jogar em casa em semanas seguidas, garantindo uma melhor gestão financeira dos seus adeptos e consequentemente maior assistência nos estádios. O segundo objetivo é o de que as equipas mais pequenas, aquelas com menores orçamentos por época, contribuam positivamente para uma melhor visibilidade nacional e internacional do campeonato. Para tal, tentar-se-á que nenhuma destas enfrente duas das três grandes em jornadas seguidas. Isto teoricamente permitirá uma melhor gestão do esforço, relativa ao menor desgaste inerente ao não confronto em semanas seguidas dos adversários que, física e psicologicamente, mais exigem por parte de cada uma. Consequentemente, gera-se uma maior disputa nos jogos entre todos os intervenientes, privilegiando assim a competitividade do campeonato. Concluindo, o caso em apreço, é um problema biobjetivo e será modelado recorrendo a técnicas de programação inteira binária, PIB. Posteriormente, este modelo será traduzido para linguagem computacional utilizando os *software CPLEX 12.6* e *Wolfram Mathematica 9.0*, sendo que os seus principais resultados serão exportados para *Excel* e apresentados e discutidos na presente dissertação.

Formula-se agora o modelo necessário para solucionar este problema. A construção do mesmo será delineada por sucessivas fases. Inicialmente serão criados os conjuntos e índices necessários. Em seguida será definida a variável de decisão, em função dos respetivos índices, assim como serão explicitadas as restrições em termos matemáticos e a função objetivo final do modelo. Tentar-se-á que esteja o mais generalizado possível para que seja mais fácil a sua adaptação a diferentes variações de dados iniciais, parâmetros ou restrições.

Conjuntos

$E = \{1, \dots, n\}$, representa o conjunto de equipas.

$E_1 = \{1, \dots, n_1\}$, subconjunto de E que representa as equipas que habitualmente estão nas posições cimeiras da classificação.

C = conjunto que representa as regiões que alocam mais de uma equipa, num raio geográfico curto, considerado importante e suficientemente relevante para ser tido em conta, $E(C) \subset E$.

Como exemplo representativo deste conjunto, considera-se o subconjunto $E(A)$ = subconjunto de E que define as equipas existentes na região A , em que A representa uma possível região das quatro consideradas no atual caso português: Lisboa, Porto, Madeira ou Braga. Cada uma delas é constituída por um dos quatro pares de clubes já enunciados e presentes na Figura 1, atrás apresentada.

$K = \{1, \dots, n-1\}$, conjunto das jornadas, relativo à primeira volta do campeonato (sabendo a calendarização da primeira volta do modelo, sabe-se facilmente a da segunda).

$K_1 = \{1, \dots, k_1\}$, subconjunto de K que representa as primeiras jornadas da prova.

Índices

i - Índice representativo da equipa que joga em casa.

j - Índice representativo da equipa que joga fora de casa.

k - Índice representativo das jornadas.

Variável de Decisão

Define-se a variável de decisão, binária, x_{ijk} , da forma que se segue:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{se jogo } (i, j) \text{ se realizar na jornada } k \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases}$$

Restrições matemáticas

$$\sum_{i \in E} (x_{ijk} + x_{jik}) = 1, \forall j \in E, \forall k \in K \text{ e } i \neq j \quad (4)$$

$$\sum_{k \in K} (x_{ijk} + x_{jik}) = 1, \forall (i, j) \in E^2, i \neq j \quad (5)$$

$$\sum_{(i,j) \in E1^2} (x_{ijk} + x_{jik}) = 0, \forall k \in K_1 \text{ e } i \neq j \quad (6)$$

$$\sum_{(w_1, w_2) \in E^2} (x_{iw_1k} - x_{w_2jk}) = 0, \forall k \in K, \forall (i, j) \in E^2(c) \text{ e } i \neq j, j \neq w_2, i \neq w_1 \text{ e } w_2 \neq w_1 \quad (7)$$

$$\sum_{(i,j) \in E1^2} (x_{ijk} + x_{ij,k+1}) \leq 1, \forall k \in \{1, \dots, n-2\} \text{ e } i \neq j \quad (8)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in E1} x_{ijk} = 1, \forall i \in E1 \text{ e } i \neq j \quad (9)$$

$$\sum_{k \in K} x_{ijk} - \sum_{k \in (K+(n-1))} x_{jik} = 0, \forall (i, j) \in E^2 \text{ e } i \neq j \quad (10)$$

As restrições (4) e (5), tal como no modelo introdutório, garantem a estrutura e organização básicas e obrigatórias neste tipo de torneios. Obrigam a que cada equipa faça forçosa e unicamente um jogo por jornada e que cada uma das equipas jogue contra as restantes, uma vez em cada metade da época. A restrição (6) evita os confrontos entre clubes grandes nas k_1 jornadas iniciais da prova e a

(7) contribui para que as equipas existentes em determinadas regiões comuns tenham calendários complementares, isto é, para todas as jornadas quando uma jogar em casa a outra deve jogar fora, evitando assim dois jogos na mesma zona. Os índices w representam outras equipas que não as i e j . A restrição (8) obriga a que os grandes clássicos não aconteçam em jornadas consecutivas, distanciando-os pelo menos em uma semana, contribuindo para “empurrar” a decisão do vencedor o mais possível para o fim do campeonato e mantendo um interesse mais alargado e fervoroso dos adeptos do futebol, ao longo de toda a competição. Uma vez que se trabalha com índices $k+1$, para designar a jornada seguinte, é necessário fazer esse acerto no conjunto de jornadas a considerar, para que os limites da solução não sejam ultrapassados, evitando assim possíveis entraves na procura de soluções no modelo. As restrições (9) e (10) garantem, respetivamente, que um clube grande não pode fazer todos os seus jogos contra os outros de igual dimensão em casa, numa volta do campeonato, e que a segunda metade da prova deve ser um reflexo da primeira. Os jogos realizados em cada jornada da primeira metade devem ser os mesmos que os realizados nas respetivas jornadas da segunda metade, apenas com a mudança da equipa que joga em casa.

De realçar que existem algumas restrições que são específicas para o campeonato português, encontrando-se modeladas tendo essa especificidade em consideração, estando refletidas, por exemplo, nas restrições (7) e (9).

Cada uma das restrições representa, pela mesma ordem, as condicionantes anteriormente descritas.

Função Objetivo

Como referido anteriormente, tratando-se de um problema biobjetivo, duas funções objetivo terão que ser modeladas, cada uma de acordo com um dos dois critérios em avaliação. A primeira será responsável pela minimização do **número de jogos consecutivos, em casa ou fora, de todas as equipas (critério 1 ou primeiro critério)**, enquanto a segunda deverá minimizar o **número de vezes em que equipas mais pequenas enfrentam duas das três grandes, consecutivamente (critério 2 ou segundo critério)**.

Considerando, numa primeira fase, apenas o **critério 1**, a linha de raciocínio desenvolvida até encontrar a função objetivo final, passou por obter uma função capaz de, para a primeira volta (primeiras 17 jornadas, no caso português), aproximar o número total de jogos em casa, de uma equipa, a metade do número total de jogos da volta (aproximou-se a oito jogos), garantindo assim, pelo menos, um número equiparado de jogos em casa e de jogos fora, para cada equipa. A expressão desenvolvida foi a seguinte:

$$\min \sum_{i \in E} \left(\sum_{k \in K} \sum_{j \in E} x_{ijk} - 8 \right)^2 \quad (11)$$

Concluiu-se que, esta expressão, apesar de assegurar o número de jogos repartido, não garantia a alternância desejada das deslocações das equipas entre os seus estádios e os dos seus

adversários numa base semanal, podendo inclusivamente, num pior cenário, estarem os oito jogos seguidos em casa e os restantes fora. Foi necessário restringir a dimensão temporal da expressão (11) e chegou-se à conclusão de que a expressão teria que ser reescrita para um intervalo de apenas duas semanas. Utilizando o mesmo tipo de raciocínio para a sua construção, obter-se-ia algo com um comportamento semelhante ao exemplificado na figura seguinte.

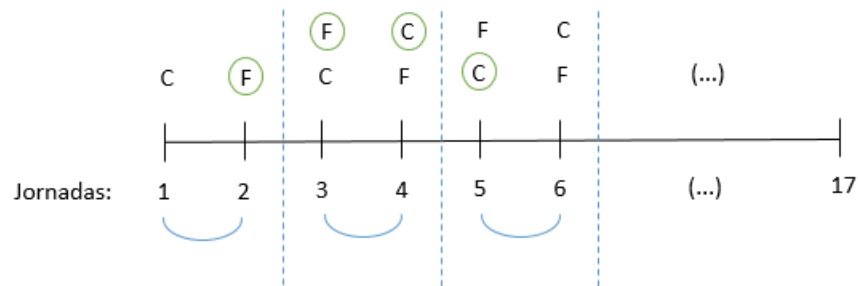


Figura 2: Representação gráfica de raciocínio intermédio para a função objetivo do primeiro critério.

Para as primeiras duas semanas seria fácil obter um jogo em casa, C, e outro fora, F (não interessa a ordem desde que sejam alternados), porém, indo de duas em duas jornadas, nas duas semanas seguintes isto poderia ou não acontecer, havendo a possibilidade de obter dois jogos seguidos fora, ou em casa, nas jornadas correspondentes às ligações entre os intervalos bissemanais, como se verifica pelas hipóteses envoltas em círculos. Não conseguindo, com este formalismo, obter o resultado desejado, ou seja, um calendário que considerasse o número mínimo de *breaks*, foi necessário explorar um pouco mais esta possibilidade, chegando, desta vez, a uma solução mais apelativa, cuja abordagem foi estimulada conforme esboçado na figura seguinte.

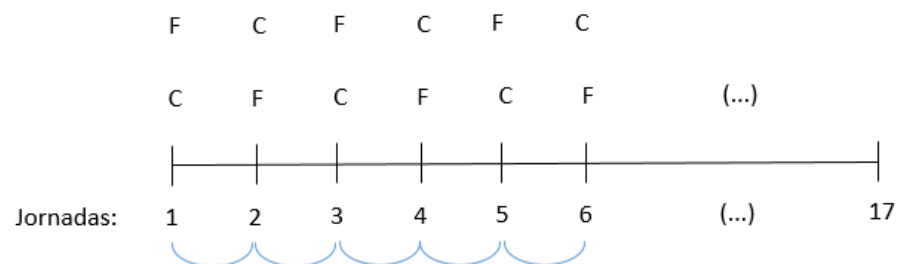


Figura 3: Esboço gráfico representativo da abordagem certa para o primeiro critério considerado.

A principal diferença, nos dois tipos de raciocínio, é unicamente o facto de este último considerar a jornada anterior, na definição da localização geográfica do jogo da jornada presente. Isto fará com que o número de jogos seguidos no mesmo estádio, que poderia existir inicialmente na transição de um par de jornadas para outro, seja agora minimizado, minimizando assim o número total. Deixou-se de ter um passo de duas semanas ao longo da época, para ter um que considera à mesma duas semanas, mas que o faz com uma iteração de uma em uma. Em termos práticos, a primeira iteração

tem em conta a semana 1 e 2, a segunda iteração considera as semanas 2 e 3 (aqui já se sabe o valor da 2, basta encontrar o da 3, tendo esse em consideração) e assim sucessivamente para os restantes períodos. Definiu-se então a seguinte expressão capaz de minimizar este critério:

$$\min \sum_{i \in E} \sum_{k=1}^{n-2} \left(\sum_{\substack{j \in E \\ j \neq i}} (x_{ijk} + x_{ijk+1}) - 1 \right)^2 \quad (12)$$

Nesta expressão, o somatório em j pode tomar três valores possíveis: 0,1 ou 2, visto tratarem-se de variáveis binárias. Destes, o que minimiza a expressão será o 1, ou seja, é quando acontece somente um jogo em casa, para dada equipa i , em duas jornadas seguidas. Esta expressão está definida apenas para a primeira volta do campeonato (somatório em k). Sabendo os resultados da primeira, facilmente se saberá os da segunda pois, mais uma vez, as equipas intervenientes nos jogos são as mesmas.

Tendo em conta que se pretende obter o número total de resultados em toda a competição, é necessário criar a parcela relativa à segunda volta e outra que trate as duas jornadas transitórias entre ambas, ou seja o par composto pelas jornadas $(n-1)$ e n , respetivamente a 17ª e a 18ª do campeonato (última da primeira volta e primeira da segunda, cujos jogos repetem os da jornada inicial). O critério final fica, então, definido por:

$$\min [2 \times \left(\sum_{i \in E} \sum_{k=1}^{n-2} \left(\sum_{\substack{j \in E \\ j \neq i}} (x_{ijk} + x_{ijk+1}) - 1 \right)^2 \right) + \sum_{i \in E} \left(\sum_{\substack{j \in E \\ j \neq i}} (x_{ij(n-1)} + x_{ji1}) - 1 \right)^2] \quad (13)$$

Em que n representa o número total de equipas na prova e $(n-1)$ o número total de jornadas de metade da competição. Por memória, a LPFP conta com um total de $n=18$ equipas participantes na prova.

Relativamente ao **critério 2**, definiu-se a expressão seguinte:

$$\min [2 \times \sum_{i \in E} \left(\sum_{\substack{j \in E \\ j \neq i}} \sum_{\substack{w \in E \\ w \neq j}} \sum_{k=1}^{n-2} (x_{ijk}x_{iwk+1} + x_{jik}x_{wik+1} + x_{ijk}x_{wik+1} + x_{jik}x_{iwk+1}) \right) + \sum_{i \in E} \left(\sum_{\substack{j \in E \\ j \neq i}} \sum_{\substack{w \in E \\ w \neq j}} (x_{ij(n-1)}x_{wi1} + x_{ji(n-1)}x_{iw1} + x_{ij(n-1)}x_{iw1} + x_{ji(n-1)}x_{wi1}) \right)] \quad (14)$$

Esta expressão, tal como a anterior, é não linear, pelo que não será possível implementá-las no CPLEX. A forma de contornar este problema será demonstrada no capítulo seguinte, na secção dedicada à respetiva aplicação no caso da primeira liga portuguesa (secção 5.2). Na expressão (14), tal como na situação anterior, a primeira parcela diz respeito a todas as jornadas da competição,

excetuando a última da primeira volta e a primeira da segunda, que estão contempladas na segunda parcela. Olhando apenas para os somatórios, excluindo o fator multiplicador de 2, a primeira parcela diz respeito apenas à primeira parte e, como tal, é necessário multiplicá-la por dois para termos também em conta os resultados provenientes da segunda parte. Este raciocínio é similar ao desenvolvido para o primeiro critério e só é possível devido ao espelhamento existente entre as duas jornadas. Considerou-se o índice i como o representativo das equipas pequenas e os restantes (j e w) como o das grandes (*Benfica, Porto e Sporting*). Uma vez que se pretende minimizar a ocorrência de “*equipa pequena defrontar equipa grande em jornadas consecutivas*”, recorre-se ao produto entre variáveis de decisão, pois o acontecimento só se verifica se acontecer nas duas jornadas, ou seja, matematicamente dá-se quando o x_{ijk} e o $x_{ij,k+1}$ forem iguais a 1. Isto para cada uma das quatro situações possíveis (equipa pequena ter, consecutivamente, dois jogos em casa, dois jogos fora ou as sequências *fora-casa* e *casa-fora*).

Tem-se, finalmente, os dois critérios definidos e a modelação final do modelo concluída. Resta agora implementá-lo computacionalmente e obter resultados. Tudo isso será desenvolvido no capítulo 5. *Aplicação e resultados*.

4.3. Modelo afetação de árbitros aos jogos

Os árbitros são peças fundamentais em todas as competições de futebol. A exigência à qual estão sujeitos é enorme, Helsen & Bultynck (2004) concluem que, por jogo, um árbitro toma entre 100 a 140 decisões. Tendo uma partida de futebol 90 minutos, este valor traduz-se em, aproximadamente, uma decisão a cada 45 segundos. Para evitar controvérsia e polémica no final dos jogos é, portanto, necessário fazer um bom planeamento, com a melhor atribuição possível de árbitros a todos os jogos, tendo em consideração a exigência física e mental requerida em cada partida e o próprio estado físico e psicológico do árbitro, tentando assim minimizar o número de decisões mal tomadas em cada partida.

Modelar uma afetação de juizes de partida que retrate fielmente a realidade existente é um problema mais complicado, quando comparado com o que aqui se irá estudar, por dois motivos. O primeiro relaciona-se com o sistema atualmente adotado para as nomeações dos árbitros. Ocorrências semanais influenciam a nomeação de um juiz para uma partida. Modelar a avaliação física e psicológica de um árbitro, semanalmente, é algo que não será considerado neste estudo de caso, pois são variáveis de difícil previsão e para as quais não foi possível obter qualquer tipo de dados históricos e daí obter um padrão realista e possível de aplicar. O segundo motivo relaciona-se com o facto de, neste trabalho, quando se utiliza o termo “árbitro” se estar a considerar apenas e só o árbitro principal de uma partida. No entanto, como é sabido, uma equipa de arbitragem, num jogo, é constituída por mais de um elemento. Esta, é constituída por:

- Um árbitro principal, autoridade máxima num jogo;
- Dois juizes de linha, responsáveis essencialmente pela marcação dos foras de jogo e das reposições laterais no jogo; e,
- Um quarto árbitro, responsável pelo registo de infrações às leis do jogo incorridas pelos jogadores e das substituições dos mesmos.

Devido à elevada complexidade que ambos os pontos trariam ao modelo e ao seu processamento computacional, causado essencialmente pelo aumento substancial do número de variáveis utilizadas, estes não serão considerados na dissertação em apreço.

Introduzir-se-á, daqui em diante, uma formulação possível de um modelo PLIB capaz de fazer uma afetação de árbitros através de sorteio, ainda que condicionado, a uma grelha de jogos existente.

As condicionantes, oficialmente utilizadas pela FPF, para a nomeação dos árbitros na época desportiva 2014/2015, e consideradas para este caso são as seguintes:

1. Existência de um total de 23 árbitros, tendo 9 deles estatuto internacional;
2. A cada jogo será atribuído apenas um árbitro;
3. Um árbitro faz apenas um jogo por jornada;
4. Um árbitro tem que realizar um número mínimo de jogos por época, considerar-se-á somente 8, uma vez que a prioridade será modelar apenas a primeira divisão de futebol;
5. A nomeação para jogos clássicos dá preferência a árbitros com estatuto internacional;
6. Tenta-se que se um árbitro que arbitra determinada equipa numa semana, só volte a arbitrar jogos da mesma, t semanas depois. O modelo respeitará $t=3$ semanas; e,
7. Qualquer árbitro, dos 23 disponíveis, está apto a desempenhar funções em qualquer partida da liga.

Apesar de atualmente a FPF não fazer qualquer restrição ao facto de um mesmo árbitro arbitrar os dois jogos entre as mesmas duas equipas do campeonato, essa restrição será aqui respeitada, evitando assim a repetição do mesmo juiz nos mesmos confrontos e, conseqüentemente, possíveis polémicas que possam daí advir. Esta será portanto a oitava restrição. Acrescenta-se, a título de curiosidade, que na época desportiva aqui estudada (2014/2015), na qual o *S.L.Benfica* viria a ser campeão nacional, uma das polémicas criadas, já perto do final da competição, foi precisamente sobre a nomeação do mesmo árbitro ao segundo jogo entre o mesmo par de equipas (*Benfica e Gil Vicente*), sendo que na primeira partida alguns erros de arbitragem foram apontados ao respetivo juiz.¹⁵ O modelo criado evitará que situações como esta se possam repetir.

Atualmente as regras impostas aos árbitros aplicam-se não só à primeira, mas também à segunda liga de futebol, sendo que, por exemplo, os 23 árbitros enunciados na restrição 1 são o total para todas as jornadas das duas ligas. As oito restrições aqui consideradas são aquelas que, após avaliação, melhor modelavam apenas a primeira liga de futebol. As condicionantes (5) e (6) são, hoje em dia, utilizadas enquanto preferências nas alocações de árbitros, sendo que, neste estudo, terão carácter obrigatório, ou seja, as duas serão utilizadas enquanto restrições no modelo a desenvolver, pois entende-se que, podendo ser satisfeitas dessa forma, o modelo torna-se mais objetivo.

Assumir-se-á, *à priori*, que todos os árbitros estão disponíveis para nomeação em todas as jornadas e que os que não forem nomeados numa semana estarão disponíveis para arbitrar a segunda liga, nessa mesma semana. Com base nestes acontecimentos elabora-se o seguinte modelo:

¹⁵ Caso queira saber mais sobre a notícia em questão, pode consultar: <http://www.maisfutebol.iol.pt/gil-vicente/benfica/jose-mota-o-mundo-esta-surpreendido-com-a-nomeacao-de-joao-capela>. Data de consulta: 27/06/2015.

Conjuntos

$E = \{1, \dots, n\}$, representa o conjunto de equipas.

$K = \{1, \dots, 2(n-1)\}$, representa o conjunto total das jornadas do campeonato.

$A = \{r_1, \dots, r_{xfinal}\}$, conjunto representativo dos árbitros disponíveis para toda a prova.

$A_{int} = \{r_1, \dots, r_x\}$, subconjunto de A referente aos árbitros com estatuto internacional.

$A_{nint} = \{r_{x+1}, \dots, r_{xfinal}\}$, subconjunto de A referente aos árbitros sem estatuto internacional.

$J = J_c \cup J_{nc}$, conjunto representativo dos jogos calendarizados.

J_c = subconjunto de J relativo aos jogos clássicos.

J_{nc} = subconjunto de J relativo aos jogos normais ou não clássicos.

Índices

i - índice representativo dos árbitros.

j - índice representativo dos jogos.

e - índice representativo das equipas.

k - índice representativo das jornadas.

Parâmetros

$\alpha_{jk} = 1$ se o jogo j for jogado na jornada k e igual a 0 em caso contrário.

$\beta_{ej} = 1$ se a equipa e jogar no jogo j e igual a 0 em caso contrário.

a_{min} = número mínimo de jogos que um arbitro tem de realizar por época.

a_{ie} = número máximo de jogos que o árbitro i faz por época à equipa e .

t = número mínimo de semanas de intervalo entre arbitragens de um árbitro à mesma equipa e .

Variável de decisão

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se o árbitro } i \text{ for atribuido ao jogo } j \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases}$$

Restrições matemáticas

$$\sum_{i \in A} x_{ij} = 1, \forall j \in J \quad (15)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} \alpha_{jk} \leq 1, \forall i \in A \text{ e } \forall k \in K \quad (16)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} \geq a_{min}, \forall i \in A \quad (17)$$

$$\sum_{i \in A_{int}} x_{ij} = 1, \forall j \in J_c \quad (18)$$

$$\sum_{d=0}^{t-1} \sum_{j \in J} x_{ij} \beta_{ej} \alpha_{j,k+d} \leq 1, \forall i \in A, \forall e \in E \text{ e } \forall k \leq |K| - t + 1 \quad (19)$$

$$\sum_{k \in K} (x_{ij} \alpha_{jk} + x_{ij} \alpha_{j,k+(n-1)}) \leq 1, \forall i \in A \text{ e } \forall j \in J \quad (20)$$

$$\sum_{j \in J} \beta_{ej} x_{ij} \leq a_{ie}, \forall i \in A \text{ e } \forall e \in E \quad (21)$$

As restrições (15) e (16) garantem que a cada jogo é atribuído apenas um árbitro e que este faz no máximo um jogo por semana. A restrição (17) força a que um número mínimo de jogos (considera-se 8) tenha que ser ajuizado por cada árbitro, pois só assim podem ser classificados e, com base na classificação acumulada, no final da época, permanecer, ou não, na primeira liga de futebol profissional na temporada seguinte. Os três árbitros com menor classificação serão despromovidos. O somatório de todas as classificações do árbitro tem em consideração os seus jogos nas duas ligas de futebol. Dessa classificação provém o estatuto internacional dos mesmos e daí surge a combinação presente na restrição (18) que associa aos jogos clássicos, árbitros unicamente com esse estatuto e aos restantes, quaisquer uns. A restrição (19) assegura que um árbitro não pode ser atribuído a jogos da mesma equipa mais de uma vez em t semanas seguidas, indo assim ao encontro da condição estipulada. Uma vez mais, o período atualmente considerado pelo Conselho de Arbitragem da FPF é de 3 semanas. É necessário ter em atenção o limite para o intervalo de jornadas em que esta restrição se aplica, uma vez que se impõe um intervalo constante de semanas a considerar para cada iteração do valor de k (primeiro somatório e segunda inequação). A restrição (20) garante que um mesmo árbitro não seja responsável pela arbitragem dos dois jogos entre os mesmos dois intervenientes e, finalmente, a restrição (21) impõe um limite máximo ao número de jogos que um árbitro pode fazer à mesma equipa em toda a época. Esta última, tal como a anterior, é extra face às atualmente consideradas. Caso a organização responsável tenha como objetivo impor este limite, o modelo desenvolvido estará facilmente adaptado a tal imposição. No caso em estudo não será considerada, pois não o é na realidade do nosso país, talvez por esse limite ser indiretamente controlado por outras restrições já tidas em conta como as (15), (16) e (19). No entanto, acredita-se que a restrição (20) traz valor acrescentado ao sistema atualmente implementado na liga portuguesa, pois poderá evitar eventuais polémicas à volta das prestações dos árbitros nos jogos entre as mesmas duas equipas. Como tal, esta será introduzida no modelo a desenvolver.

Acrescenta-se, a título de curiosidade, que o estatuto internacional dos árbitros é anualmente atribuído pelo próprio país em colaboração com a *Fédération Internationale de Football Association* (FIFA), pelo que, neste exemplo, será considerado fixo para o mesmo leque de nove árbitros.

4.4. Conclusão

Este capítulo constitui, habitualmente, a fase mais complexa de toda a metodologia de resolução de um problema (modelação), uma vez que é aqui que toda a sua amplitude e particularidades devem ser percebidas e devidamente exploradas. Importa que o modelo esteja preparado para desenvolver qualquer calendário, sujeito às condicionantes pré-definidas, e que, com qualquer calendário que receba como *input*, consiga fazer uma atribuição de árbitros, revelando, assim, responder eficazmente ao caso específico em análise. Era este o objetivo inicial do trabalho o qual, após a sua formulação matemática, se acredita que foi atingido e cumprido com sucesso.

Relativamente à primeira problemática, importa referir que a maneira encontrada para a modelação dos dois critérios considerados se fundamentou através de programação não linear ou seja, se o *software* de otimização utilizado fosse capaz de resolver problemas não lineares, as soluções ótimas seriam facilmente encontradas pelo mesmo, mas como o *CPLEX* lida apenas com funções lineares, algumas variantes terão que ser consideradas na abordagem, à procura dos melhores calendários. A forma anterior define os critérios da maneira que se entende ser a mais adequada à otimização do modelo conjunta. Porém, a metodologia adotada, nesta dissertação, para encontrar os calendários com os valores mínimos de ambos os critérios será particularmente diferente e será toda ela explicada no capítulo seguinte.

Para a segunda problemática, nalguns casos, as restrições foram adaptadas de maneira a serem utilizadas unicamente para a primeira liga não considerando, na modelação, a intervenção dos juízes de prova na segunda liga. Assume-se à partida que os árbitros não nomeados para a primeira liga, em cada semana, estão aptos a arbitrar jogos da liga inferior.

Note-se que as regras atualmente impostas aos árbitros aplicam-se não só à primeira, mas também à segunda liga de futebol, sendo que, por exemplo, tanto os 23 árbitros enunciados na primeira restrição, como o número mínimo de 16 jogos enunciado na secção 2, supostamente a considerar na restrição 4, são o total para todas as jornadas das duas ligas. Isto, na realidade, cria um problema de maior complexidade na afetação dos recursos disponíveis, pois há o mesmo número de recursos para mais atribuições. Aqui só será explorada a primeira divisão portuguesa. Como tal, a segunda condicionante, da forma que se apresentou, deixará de fazer sentido cumprir, uma vez que se assim fosse o modelo relaxaria, pois para que todos os árbitros cumprissem um mínimo de 16 jogos por época, somente considerando a primeira liga, teria que ser atribuído mais que um árbitro nalguns jogos. Para este efeito, considerar as folgas do árbitro ao longo da época também deixará de ser necessário, pois reduzindo o número mínimo de jogos para 8, apenas para a primeira liga (aproximadamente metade), e sabendo de ante mão que esta tem 18 equipas, há um total de 306 partidas a disputar por época, ora, este número dá aproximadamente 13 jogos por árbitro. Há, portanto, liberdade para o árbitro estar semanas sem arbitrar, não havendo a necessidade de criar uma restrição específica, no modelo a desenvolver para este efeito, pois só geraria redundância.

Após modelação daquelas que foram consideradas como as restrições e critérios de maior interesse para a dissertação, segue-se agora a validação e verificação dos mesmos. Isto será realizado no capítulo seguinte, aplicando computacionalmente os modelos ao caso aqui em estudo e,

com base nos resultados obtidos, constatar-se-á a lógica e coerência dos mesmos, tendo por referência a realidade.

5. Aplicação e resultados

Este capítulo irá refletir a aplicação da metodologia e formalismo até agora desenvolvidos ao caso prático da LPFP. Após a modelação das duas problemáticas em apreço, inicia-se o processo de tradução das mesmas para linguagem computacional, onde a coerência dos modelos irá sendo validada, pela comparação da análise dos resultados obtidos pelo programa com os atualmente existentes no calendário implementado, pela LCP, na primeira liga portuguesa de futebol. Futuramente, interessará comparar, essencialmente, os valores dos dois critérios, considerados nas funções objetivo, provenientes do primeiro modelo, com os existentes no calendário real e, com base neles, perceber o quão melhores ou piores são.

Apesar de existir uma relação evidente entre os dois modelos desenvolvidos e de poderem ser implementados em conjunto, ir-se-á proceder separadamente, tal como acontece na realidade, pois as entidades responsáveis por cada uma dessas tarefas são autónomas.

O presente capítulo encontra-se dividido em quatro secções. Na primeira é feita uma análise aos aspetos considerados pertinentes, do calendário atualmente em vigor. Na segunda e na terceira são aplicados, respetivamente, os modelos desenvolvidos para a calendarização dos jogos e para a atribuição dos árbitros, sendo explicitados os resultados e as notas julgadas relevantes. Na quarta e última secção será elaborada uma conclusão sobre todo o capítulo.

5.1. Análise do calendário utilizado na época desportiva 2014/2015

Neste momento torna-se essencial analisar aquele que é, atualmente, o calendário utilizado na LPFP. Para tal, numa primeira fase, devem ser validadas todas as restrições enunciadas, cumpridas pela LCP no calendário. Posteriormente, será fundamental saber o número de acontecimentos existentes para cada critério de avaliação, através da aplicação da função objetivo desenvolvida, para o primeiro modelo, ao calendário. Tudo isto será realizado recorrendo ao *software* de apoio *Wolfram Mathematica 9.0*, uma vez que se está a lidar com funções não lineares e o *CPLEX* não trabalha facilmente com essas características, exceto em casos particulares.

O calendário oficial para a época desportiva 2014/2015 está disponível na página *online* da LCP, em versão *pdf*, podendo, inclusivamente, noutros sítios, ser descarregado sob o formato *Excel*¹⁶. Isto facilitará o trabalho uma vez que nesse formato é facilmente importado para o *Mathematica*, onde toda a sua análise será efetuada.

- **Validação das restrições utilizadas**

As restrições consideradas pela liga foram introduzidas no mesmo programa em que se criou a função objetivo, relativa à calendarização, e foram validadas com sucesso, tendo o programa devolvido “verdadeiro” para cada uma delas, em função do calendário analisado (2014/2015). O procedimento é relativamente simples. Atendendo a que, nesta fase, a tradução computacional do

¹⁶ Pode encontrar o calendário, em formato Excel, relativo à época 2014/2015, em: <http://utilitarios.no.sapo.pt/util.htm>. Data de consulta: 22/05/2015.

modelo da calendarização já está desenvolvida (apresenta-se na subsecção seguinte), basta somente atribuir à variável de decisão os valores relativos ao calendário introduzido, ou seja, todos os i, j e k 's do calendário, e reescrever as restrições com base nessa “nova” variável. Dentro de todas as restrições enumeradas, foi necessário validar a referente à não existência de jogos entre os três clubes grandes nas duas primeiras jornadas do campeonato, fazendo, por exemplo, a expressão representativa desta restrição (restrição (6)) igual a zero, para as duas primeiras jornadas, esperando que o programa devolvesse “verdadeiro”. Adicionalmente, foi necessário confirmar que essas mesmas equipas não faziam todos os jogos entre elas, em casa ou fora, na primeira volta, a que se juntou a necessidade de garantir que os jogos clássicos não aconteceriam em jornadas consecutivas. Finalmente, foi validado se as duplas residentes na mesma região possuíam, efetivamente, calendários complementares. Todas as verificações devolveram verdadeiro estando, portanto, respeitadas e refletidas no calendário utilizado.

Note-se que as restrições básicas que garantem a estrutura da competição, como as duas primeiras enunciadas na secção 4.2 *Modelo primeira liga portuguesa*, ou o espelhamento da segunda metade face à primeira, também aí enunciada, são naturalmente cumpridas em todos os calendários criados sendo que, como tal, não foi necessário grande esforço na sua validação, pois seria impensável considerar sequer um calendário utilizado que violasse qualquer uma destas restrições.

- **Resultados obtidos**

Verificou-se que para todo o calendário existem 48 casos em que equipas jogam fora ou em casa, em duas jornadas seguidas (**primeiro critério**), não interessando fazer a distinção dos locais, pois considera-se que ambos têm igual prioridade de minimização na competição, e 13 situações em que equipas pequenas defrontam duas das grandes em jornadas consecutivas (**segundo critério**). Estes valores sistematizam-se na tabela seguinte.

Tabela 1: Ocorrências de ambos os critérios no calendário oficial 2014/2015

Crítérios Calendarização	Número de Acontecimentos
Primeiro	48
Segundo	13

5.2. Aplicação do modelo de calendarização de jogos na liga portuguesa

Após a introdução das restrições no *CPLEX* tenta-se otimizar o modelo criado. Com a introdução da função objetivo enfrenta-se o primeiro grande problema de toda a investigação. O processo de busca de soluções do *software* corre indeterminadamente, durante horas, não acusando qualquer tipo de erro, mas revelando-se incapaz de finalizar o processamento com sucesso. O algoritmo de pesquisa utilizado pelo *software* é o *Branch-and-Cut*. Este é um método de otimização combinatória aplicado a problemas em PLI. Não sendo o modelo totalmente linear, devido às características das funções

objetivo criadas, este algoritmo não é eficiente na busca de soluções ótimas. Resumidamente, este algoritmo funciona através da combinação das técnicas *Branch and Bound* e *Cutting planes* (planos de corte) para lidar com as sucessivas relaxações lineares do problema. Os planos de corte melhoram a relaxação do problema PI aproximando-o da solução inteira, (Mitchell, 2002). O funcionamento do algoritmo *Branch-and-Bound* foi já explicado no capítulo 2- *Definição do problema*.

Perante isto, surge a necessidade de tratar os critérios, individualmente e noutra *software*. Como tal, a função do *CPLEX*, em toda a investigação, resumiu-se a gerar, para o primeiro modelo, boas soluções admissíveis, não considerando qualquer objetivo. Soluções admissíveis são aquelas que respeitam as restrições consideradas, satisfazendo-as, sem conflitos, na sua totalidade. Introduz-se, finalmente, nesta altura da investigação, o *software Wolfram Mathematica 9.0*. É neste que se fará a implementação e tratamento dos critérios nas soluções admissíveis, previamente geradas no *CPLEX*.

Considerando apenas as restrições fornecidas pela liga e aquelas que se relacionam com a estrutura da competição (introduzidas por exemplo no modelo introdutório, subsecção 4.1 da dissertação em apreço), o número de soluções admissíveis obtido foi de aproximadamente 17.000 calendários. Quando importados para o *Mathematica*, para serem otimizados, processo explicado mais à frente, os resultados para ambos os critérios, quando comparados com os do calendário atual, foram drásticos. Para o primeiro critério, por exemplo, o número de acontecimentos foi cerca de três vezes superior a 48 (número presente na época 2014/2015), em todo o conjunto das soluções. Adicionou-se, então, uma nova restrição no *CPLEX* que proibiria que uma equipa jogasse mais de duas vezes em sua casa, em três jornadas seguidas em toda a prova, possibilitando apenas, no máximo, a existência de *breaks* e evitando casos em que esse número de jogos seria superior ou igual a 3. Este caso é evitável, como se verifica pelo facto de nenhum calendário oficial utilizado nos diferentes países possuir essa característica. Esta restrição foi modelada conforme a expressão que se segue.

$$\sum_{j \in E} (x_{ijk} + x_{ijk+1} + x_{ijk+2}) \leq 2, \forall i \in E, \forall k \in \{1, \dots, n-2\} \text{ e } i \neq j \quad (22)$$

A restrição (22) permitiu ao programa diminuir substancialmente o número de soluções e, de certa forma, simultaneamente, contribuir para a otimização dos resultados pretendidos, na medida em que muitos calendários contavam com ocorrências de três ou mais jogos seguidos em casa ou fora, da mesma equipa. Obteve-se um conjunto de 11.000 soluções admissíveis, com resultados consideravelmente melhores.

Salienta-se, mais uma vez, que o número de soluções admissíveis obtido no programa depende da capacidade física da máquina disponível. Quanto maior esta for, seja em velocidade do processador, seja em *RAM*, por exemplo, mais soluções serão possíveis de encontrar, pois menos dificuldades informáticas existirão, até atingir o número máximo disponível, inerente ao problema. Devido a este efeito, os números aqui referidos terão sempre implícito o facto de terem sido o máximo possível face às características do computador disponível na investigação (*Intel core i7* com 4GBs de *RAM* e 2.4GHz de velocidade do processador), disso dependendo todos os resultados.

Clarificando a metodologia aplicada na parte prática do trabalho, adotada para todo o processo em ambos os problemas, tem-se o seguinte: relativamente à calendarização de jogos, será utilizado primeiramente o *CPLEX*, para adquirir o maior número possível de soluções admissíveis e de seguida o *Mathematica* para implementação dos dois critérios nas mesmas soluções encontradas e obtenção dos melhores calendários. Já sobre a problemática da atribuição de árbitros, a aplicação prática contará com duas abordagens em que se utilizará somente o *CPLEX*, uma vez que toda a modelação pode ser feita respeitando a linearidade da PI, interessa apenas afetar recursos a todos os jogos, fazendo otimizações simples para o segundo caso, conforme explicado adiante.

Para cada uma das soluções admissíveis existentes, os dois critérios serão quantificados de acordo com o número total de ocorrências. Os eventos relativos aos dois critérios serão definidos no programa e as suas existências/ocorrências serão contadas em cada calendário. O calendário final escolhido será o que melhor otimizar ambos os critérios, ou seja, o que apresentar um menor número nas duas ocorrências, ou de alguma em particular, caso seja essa a preferência do decisor. Neste caso concreto, considerar-se-ão os que otimizarem ambos os critérios. À partida, o primeiro critério terá sempre mais peso que o segundo, no *tradeoff* entre os dois, pois tenta otimizar o acontecimento para o máximo de equipas possível na competição, sendo um critério geral para todas as equipas, enquanto o segundo é mais individualizado, pois trará, essencialmente, benefício para as equipas mais pequenas.

Para a otimização do modelo, é necessário começar por modelar os critérios. Formula-se matematicamente o evento que determina que uma equipa joga dois jogos seguidos, em casa ou fora, contra duas outras, da seguinte forma:

$$\sum_{(j,w) \in E^2} \sum_{k \in \{1, \dots, \#K-1\}} (x_{ijk} + x_{iwk+1}) = 2, \forall i \in E \text{ e } i \neq j, i \neq w \text{ e } w \neq j \quad (23)$$

$$\sum_{(j,w) \in E^2} \sum_{k \in \{1, \dots, \#K-1\}} (x_{jik} + x_{wik+1}) = 2, \forall i \in E \text{ e } i \neq j, i \neq w \text{ e } w \neq j \quad (24)$$

A expressão (23) refere-se à ocorrência dos dois jogos em casa, enquanto a (24) se refere ao caso em que determinada equipa joga fora do seu estádio. Quando alguma das expressões se revelar uma igualdade verdadeira, significa que o acontecimento existe e será contabilizado.

As expressões (23) e (24) cobrem apenas as jornadas da primeira volta até à última semana da mesma. Para a avaliação completa da liga é necessário definir uma outra condição, muito semelhante às anteriores, mas para o caso particular das jornadas de transição, isto é, para o par constituído pela última jornada da primeira volta e pela primeira jornada da segunda volta, pois entre estas o acontecimento também poderá existir. Esta situação torna-se agora algo intuitiva e pode ser escrita da seguinte forma:

$$\sum_{(j,w) \in E^2} (x_{ij(n-1)} + x_{wi1}) = 2, \forall i \in E \text{ e } i \neq j, i \neq w \text{ e } w \neq j \quad (25)$$

$$\sum_{(j,w) \in E^2} (x_{ji(n-1)} + x_{iw1}) = 2, \forall i \in E \text{ e } i \neq j, i \neq w \text{ e } w \neq j \quad (26)$$

A primeira expressão refere-se aos jogos seguidos em casa e a segunda aos jogos fora. Uma vez que o calendário recebido no *Mathematica*, como *input*, considera apenas a primeira volta, na segunda parcela do somatório é necessário inverter a ordem dos jogos relativos à primeira jornada da segunda volta, para que a décima oitava seja, na realidade, bem representada.

Estando estas jornadas cobertas, resta apenas explorar as restantes pertencentes à segunda volta da prova. Para tal e uma vez que o calendário é complementar, basta dobrar o número de acontecimentos encontrado para a primeira volta, através das primeiras duas expressões, pois qualquer um evento que aí aconteça voltará a ocorrer também na segunda, nas mesmas semanas, porque a ordem dos jogos mantém-se. Para este efeito, interessa apenas contabilizar a ocorrência não interessando distinguir se acontece em casa ou fora, consideram-se ambos com igual influência. Isto, somado aos valores encontrados em (25) e (26), devolverá o total destes acontecimentos na prova e corresponderá ao tratamento da primeira função objetivo pretendida. Mais uma vez, o campeonato nacional, na época 2014/2015, conta com um total de 18 equipas, ou seja, 34 jornadas, com 17 em cada metade.

Relativamente ao segundo critério, a sua modelação, seguindo a mesma linha de raciocínio, pode ser elaborada através da contagem do número de acontecimentos dado por cada uma das expressões que se seguem:

$$\sum_{(j,w) \in E^{1^2}} \sum_{k \in \{1, \dots, \#K-1\}} (x_{ijk} + x_{iwk+1}) = 2, \forall i \in E \text{ e } i \neq j, i \neq w \text{ e } w \neq j \quad (27)$$

$$\sum_{(j,w) \in E^{1^2}} \sum_{k \in \{1, \dots, \#K-1\}} (x_{jik} + x_{wik+1}) = 2, \forall i \in E \text{ e } i \neq j, i \neq w \text{ e } w \neq j \quad (28)$$

$$\sum_{(j,w) \in E^{1^2}} \sum_{k \in \{1, \dots, \#K-1\}} (x_{ijk} + x_{wik+1}) = 2, \forall i \in E \text{ e } i \neq j, i \neq w \text{ e } w \neq j \quad (29)$$

$$\sum_{(j,w) \in E^{1^2}} \sum_{k \in \{1, \dots, \#K-1\}} (x_{jik} + x_{iwk+1}) = 2, \forall i \in E \text{ e } i \neq j, i \neq w \text{ e } w \neq j \quad (30)$$

$$\sum_{(j,w) \in E^{1^2}} (x_{ij(n-1)} + x_{wi1}) = 2, \forall i \in E \text{ e } i \neq j, i \neq w \text{ e } w \neq j \quad (31)$$

Tem-se, igualmente, um conjunto de expressões para os jogos na primeira volta - (27) a (30) - e outro que modela os jogos, em casa, nas jornadas intermédias, representado pela expressão (31). Ainda, neste último caso, as restantes três situações (dois jogos fora ou as duas possibilidades de

casa-fora ou *fora-casa*) seguem a mesma lógica, pelo que, para não saturar o leitor, não serão explicitadas, uma vez que, nesta altura, já se considera serem facilmente modeladas.¹⁷

Finalmente, calcula-se o total destes dois acontecimentos em todo o calendário. É com base nesses resultados que se irá perceber se um calendário é melhor, pior ou igual ao utilizado na liga oficial 2014/2015.

A tabela que se segue representa os dez melhores resultados encontrados dos 11.000 disponíveis. Verifica-se que o número mínimo de acontecimentos encontrados para o primeiro critério foi de 43, havendo pelo menos dez opções com este valor, e que o melhor valor encontrado, para o segundo critério, foi de 2. Qualquer calendário disponível na Tabela 2 é melhor que o atualmente considerado, pelo menos, nos dois objetivos em análise. Procuraram-se os melhores calendários para ambos os critérios em simultâneo, cujos resultados, curiosamente, coincidiram com a prioridade existente na realidade, que preza pela minimização do critério 1. Ou seja, para o primeiro critério, os melhores calendários encontrados foram os mesmos quando se procurou somente pelos seus menores valores, ou quando se fez a otimização em conjunto com o segundo.

Tabela 2: Dez melhores calendários encontrados considerando os dois objetivos.

Critério 1	Critério 2
43	2
43	2
43	4
43	4
43	4
43	4
43	4
43	4
43	4
43	4

A diferença existente entre os dois primeiros calendários reside nos jogos relativos às últimas jornadas, de ambas as partes. Comparando os dois, verifica-se, por exemplo, que tanto na décima quinta como na décima sétima jornada do campeonato, a diferença está essencialmente nos locais em que alguns jogos ocorrem. Os pares de equipas são os mesmos, no entanto, inverte-se de um calendário para o outro a equipa que joga em casa. Adicionalmente, a ordem dos jogos, numa jornada, pode variar, contudo, esse fator não é dado como relevante no trabalho (apesar de o ser matemática e computacionalmente) sendo que o seu efeito se considera irrelevante para o resultado final. De notar que estas pequenas variações em nada influenciam os resultados finais dos dois critérios avaliados. Relativamente aos restantes resultados, constantes na tabela acima, conclui-se que podem existir várias soluções com os mesmos resultados numéricos, mas tendo diferenças, ainda que difiram em poucas situações, como nas anteriormente explicadas. Segue-se, um excerto

¹⁷ Caso pretenda informações sobre alguma das expressões desenvolvidas nos modelos pode contactar o aluno enviando um *email* para: andre.ricardo.reis@tecnico.ulisboa.pt

da grelha de jogos de cada um dos dois melhores calendários, respeitante à décima quinta e décima sétima jornada. Para os mesmos pares, algumas das diferenças existentes estão identificadas a cores. O cinzento-escuro identifica dois jogos entre as mesmas duas equipas em que, tanto a ordem de aparecimento na jornada, como os campos da partida, estão alterados nos dois calendários. Por outro lado, verifica-se que o clube *Benfica* enfrenta o *Estoril* na décima quinta jornada do melhor calendário, enquanto no segundo fazem a abertura dos jogos da mesma (cinzento claro). Finalmente, a azul, verifica-se um outro exemplo semelhante ao assinalado no cinzento-escuro. Matematicamente e computacionalmente, cada uma destas pequenas variantes contribui para que uma nova solução seja contabilizada no conjunto dos resultados gerados.

Tabela 3: Excerto da grelha de jogos relativa às jornadas que diferem nos dois melhores calendários. À esquerda o primeiro e à direita o segundo classificado, enunciados na tabela 2.

<i>Jornada</i>	<i>Equipa i</i>	<i>Equipa j</i>
15	Arouca	Guimarães
	Benfica	Estoril
	FCPorto	Marítimo
	GilVicente	Setúbal
	Moreirense	Belenenses
	Nacional	Académica
	Penafiel	Boavista
	RioAve	Sporting
	SCBraga	PFerreira
	17	Académica
Belenenses		Setubal
Benfica		GilVicente
Boavista		Sporting
Estoril		Nacional
Marítimo		Arouca
Moreirense		Penafiel
RioAve		PFerreira
SCBraga		Guimarães

<i>Jornada</i>	<i>Equipa i</i>	<i>Equipa j</i>
15	Benfica	Estoril
	FCPorto	Marítimo
	GilVicente	Setúbal
	Moreirense	Belenenses
	Nacional	Académica
	PFerreira	SCBraga
	Penafiel	Boavista
	RioAve	Sporting
	Guimarães	Arouca
	17	Académica
Benfica		GilVicente
Boavista		Sporting
Estoril		Nacional
Marítimo		Arouca
Moreirense		Penafiel
RioAve		PFerreira
SCBraga		Guimarães
Setúbal		Belenenses

Pretende-se, de seguida, encontrar o calendário atualmente utilizado, dentro do leque de soluções existente, pois, sendo este elaborado computacionalmente e partindo do pressuposto de que respeita apenas as restrições fornecidas, estaria, sem dúvida, entre as soluções admissíveis do *CPLEX*, visto terem subjacente as mesmas restrições. Porém, como se constata na Tabela 4, em baixo, isso não aconteceu. Não é de estranhar, pois para além das 11.000 soluções admissíveis encontradas, outras mais podem existir. Acredita-se que o número máximo de soluções não foi possível de alcançar, neste trabalho, tendo sido 11.000 o limite possível, não ficando a garantia se há, ou não, mais soluções. Além disso, a informação proveniente da LCP contempla apenas as

restrições, não tendo sido por eles divulgado se consideram algum outro critério para além da contagem dos *breaks* ou não. Crê-se que este fator tem que ser modelado enquanto critério, pois é impossível construir um calendário que os elimine totalmente, ou seja, que os considere como restrição. Briskorn *et al.* (2010) estudam a construção de calendários com um número mínimo de *breaks* e afirmam que, para um torneio de apenas uma volta com $2n$ equipas, o número mínimo destas ocorrências é dado por: $2n-2$. Para este caso, segundo o estudo, considerando 18 equipas, $n=9$, e um torneio a duas voltas, conclui-se que, pelo menos, 32 *breaks* acontecerão. Será preciso analisar, tal como aqui foi feito, as jornadas que conectam as duas partes da competição, pois não está contemplado no cálculo anterior. O estudo realizado não se aplica apenas ao futebol, mas também a qualquer torneio cuja estrutura seja similar à existente no futebol. Ainda assim, para o mesmo valor do primeiro critério existente no calendário atual, obteve-se 22 outros calendários que otimizam o segundo, sendo uma vez mais melhores que o atual. Igual raciocínio se poderia fazer para o segundo critério, otimizando assim o primeiro, com base nesse. O caso que otimiza ambos os critérios, como já se percebeu, encontra-se presente na tabela 2, anteriormente representada.

Tabela 4: Resultados para o número de *breaks* atualmente utilizado.

Critério 1	Critério 2
48	4
	4
	4
	4
	2
	4
	4
	4
	2
	2
	2
	2
	4
	4
	4
	2
	4
	2
	2
	2
	2
	5

Por fim, como resultado, obteve-se um conjunto de 11.000 soluções admissíveis no *CPLEX*, em cerca de 9 minutos de processamento e aproximadamente 3 horas em todo o processo de otimização

das mesmas no *Mathematica*. O melhor calendário é apresentado, integralmente, juntamente com a atribuição completa dos árbitros (presente na subsecção 5.3.1 - *Atribuição de árbitros completa*) no **Anexo A**.

5.3. Aplicação do modelo de afetação de árbitros na liga portuguesa

O processo de atribuição de árbitros aos jogos será realizado de duas formas diferentes. A primeira, anteriormente indicada no projeto de tese, terá em conta todas as restrições modeladas no capítulo anterior, fazendo a afetação a todos os jogos da competição, num único momento: o início da prova. Já a segunda, para além das restrições, considerará a classificação semanal dos árbitros. Como já referido, a aptidão de cada árbitro para gerir um jogo é verificada semanalmente, dependendo essencialmente de três fatores: avaliação física, avaliação psicológica e prestação em campo nos seus jogos anteriores. Em síntese, simular-se-á um valor para as classificações referentes às suas prestações em campo e, com base nelas, far-se-á o sorteio condicionado para os jogos futuros. Esta metodologia, um pouco mais realista e próxima da que se pratica na realidade, funcionará numa base temporal semanal. Em termos de processamento computacional, para cada semana será necessário receber a classificação dos árbitros relativamente ao desempenho da semana anterior, atribuir novos árbitros para a semana presente e gerar as classificações dos que jogaram, a ter em conta na semana seguinte. No ponto seguinte explica-se e analisa-se mais em pormenor cada uma das duas partes.

5.3.1. Atribuição de árbitros completa (à época)

Após determinação do melhor calendário para os jogos, procede-se agora à atribuição dos árbitros a esses mesmos jogos. Os resultados deste problema são representados por um conjunto de árbitros, identificados com numeração de 1 a 23, sendo que se considerou que os 9 primeiros números estão atribuídos aos árbitros que possuem estatuto internacional. Contrariamente à representação das equipas, aqui não será feita qualquer atribuição baseada em nomes verdadeiros, partindo da premissa de que isso não é relevante, uma vez que se considera que cada um dos árbitros está, à partida, apto e capaz de desempenhar qualquer jogo a realizar na liga.

Desde que as restrições utilizadas sejam totalmente satisfeitas, não há motivos para que o decisor considere mais interessante, ou mais relevante, ter mais do que uma atribuição completa de árbitros por calendário, pois, mais uma vez, parte-se do princípio que todos os árbitros disponíveis têm a categoria suficiente para arbitrar qualquer desafio da primeira liga e que estão disponíveis para arbitrar em todas as semanas. Caso a organização responsável pela tarefa considere relevante ter mais que um cenário para a afetação de árbitros, por época desportiva, o programa criado devolveu 20 diferentes atribuições só para o melhor calendário encontrado, capazes de satisfazer as restrições consideradas. No entanto, para o caso de estudo em análise, uma vez que não se pretende qualquer objetivo para além da afetação, julga-se suficiente a apresentação de apenas uma das atribuições, de entre as possíveis.

Apresenta-se no **Anexo A** a solução encontrada para o melhor calendário e a respetiva afetação de árbitros. Este calendário corresponde ao primeiro da *Tabela 2: Dez melhores calendários encontrados considerando os dois objetivos*. e teve como resultados, para ambos os critérios considerados, 43 vezes em que ocorrem *breaks* e 2 vezes em que uma equipa pequena joga contra duas das grandes, em semanas seguidas. Apesar dos resultados serem matematicamente melhores e da atribuição, em termos algorítmicos, estar certa, verifica-se nalguns casos uma alocação de recursos de alguma forma “descontrolada”, isto é, uma vez que computacionalmente o programa não sabe que se trata de árbitros e que para ele o importante é providenciar soluções que respeitem as restrições, nota-se por vezes uma falta de “noção” na afetação dos árbitros. Não há uma lógica por trás. Exemplificando, por outras palavras e segundo a perspetiva do programa, atribuir um árbitro dez vezes em dez jornadas seguidas da prova (ficando de fora nas restantes 24) é tão certo como distribuir o mesmo dez vezes ao longo de toda a competição. Num caso real, há variantes que influenciam esta decisão. É com base nessa lacuna, que se introduz a abordagem a seguir. Tenta-se controlar o sorteio introduzindo alguns critérios de seleção semanais, como se verá no ponto seguinte da dissertação.

A atribuição de um árbitro, a cada uma das 306 partidas do campeonato, foi um processo rápido, que durou cerca de 30 segundos a finalizar, no CPLEX.

5.3.2. Atribuição de árbitros semanal

Contrariamente ao ponto anterior, pretende-se agora dar maior importância à afetação semanal dos árbitros aos respetivos jogos. Para tal, será desenvolvido um simulador de performances semanais e, com base nele, serão efetuadas as atribuições. Este simulador seguirá uma distribuição uniforme inteira que gerará valores pseudoaleatórios entre 1 e 5 (intervalo de classificações a que os árbitros estão sujeitos na realidade). Esta nova aplicação atribuirá pontuações semanais a 21 dos 23 árbitros existentes. O programa considera que, para a mesma semana, para além dos 9 árbitros encarregues dos jogos da primeira divisão, serão atribuídos outros 12 a jogos da segunda liga (esta é constituída por 24 equipas, logo 12 jogos por semana, época 2014/2015). Não tendo como objetivo gerar calendários para esta liga, tem-se em conta a sua existência nesta atribuição, pois, novamente, as nomeações atualmente realizadas pela FPF consideram, para os mesmos 23 árbitros, os jogos das duas ligas profissionais. Deste modo resultará a folga de apenas dois árbitros por jornada.

Além de todas as restrições consideradas no modelo anterior, serão desenvolvidos novos critérios, que darão prioridades à condição de sorteio dos árbitros.

Esta aplicação da problemática dos árbitros, tal como a anterior, será realizada sobre o melhor calendário encontrado e será estruturada, para cada jornada da primeira liga, da maneira que se segue:

- **Semana 1-** Faz-se a atribuição de árbitros aos 9 jogos realizados nessa jornada, considerando todas as restrições utilizadas no modelo anterior e modeladas no capítulo 4. Visto tratar-se da primeira semana, nenhum fator relativo às condições dos árbitros foi considerado, partindo-se do princípio que todos se apresentam às suas funções, no início de

época, com capacidades suficientemente satisfatórias para exercer qualquer jogo. Dos restantes árbitros, seleciona-se, aleatoriamente, 12 para arbitram os jogos desta semana, da liga inferior.

- **Semana 2-** É necessário introduzir características novas ao algoritmo desenvolvido, nomeadamente criar um contador de jogos para cada árbitro, permitindo assim saber quantos jogos cada árbitro já realizou na primeira liga. Sendo a semana anterior uma simples afetação, sem considerar qualquer objetivo, como no caso inicialmente estudado, introduz-se nesta uma função objetivo capaz de maximizar a atribuição de árbitros com menos jogos realizados, até à data. Isto tentará, de alguma forma, equilibrar o número de jogos entre todos os árbitros na primeira liga, ao longo de toda a época desportiva. Entramos portanto numa situação diferente das anteriores, cuja função objetivo foi modelada da seguinte maneira:

$$\max \sum_{i \in \text{Árb. Disponíveis}} \sum_{j \in \{9 \times (k-1) + 1, \dots, 9 \times k\}} x_{ij} \quad (32)$$

ou seja, é necessário definir um novo conjunto composto pelos árbitros que ainda não arbitram jogos da primeira liga nesta semana ou, generalizando esse conjunto para ser utilizado em todas as futuras jornadas da prova, com o menor número de jogos já realizados (nesta fase ainda existem árbitros sem intervenções em qualquer jogo), denominado por *Árbitros Disponíveis* e o intervalo dos jogos existentes nesta jornada, ou seja, generalizando para todas as semanas: $\{9 \times (k - 1) + 1, \dots, 9 \times k\}$, onde k representa o índice relativo à respetiva jornada e os números subjacentes ao respetivo conjunto representam os índices dos jogos numerados na prova.

- **Semana 3-** Preenche-se os jogos da jornada com os árbitros que ainda não arbitram na primeira liga. Uma vez que existem 23 árbitros e no fim da terceira jornada finalizam-se 27 partidas, existirão 4 árbitros que, nesta semana, farão os seus segundos jogos na prova. Esses jogos, como os seguintes, já terão em atenção as classificações obtidas pelos árbitros nos jogos da semana anterior, isto é, a partir de agora, torna-se necessário considerar as classificações dos juízes, em adição a todas as restrições previamente consideradas.
- **Semanas 4 a 33-** Da quarta jornada à penúltima, o processo de atribuição será semelhante em todas elas e terá em conta os seguintes critérios:
 - Prioridade no sorteio aos árbitros menos utilizados;
 - Prioridade no sorteio de árbitros cuja classificação foi máxima na jornada anterior (igual a 5); e,

- Prioridade na não atribuição de árbitros cuja classificação foi menor ou igual a dois na jornada anterior.

Consideram-se estes três pontos como critérios e não como restrições, uma vez que se tratam de preferências e não de obrigatoriedade. Procura-se que o efeito dos mesmos seja otimizado da melhor forma. O modelo será tanto melhor quanto melhor for o desempenho dos respetivos objetivos. A função desenvolvida para modelar estes três critérios foi a seguinte:

$$\begin{aligned}
 \max [& 0.5 \times \left(\sum_{i \in \text{Árb. Disponíveis}} \sum_{j \in \{9 \times (k-1) + 1, \dots, 9 \times k\}} x_{ij} \right) + 2 \times \left(\sum_{i \in A: \text{classif}[i]=5} \sum_{j \in \{9 \times (k-1) + 1, \dots, 9 \times k\}} x_{ij} \right) - 10 \times \\
 & \times \left(\sum_{i \in A: \text{classif}[i] \leq 2} \sum_{j \in \{9 \times (k-1) + 1, \dots, 9 \times k\}} x_{ij} \right)] \quad (33)
 \end{aligned}$$

Utilizam-se estimativas de ponderações para cada critério de forma a dar-lhes o peso relativo de prioridade, julgado mais justo e lógico, quando aplicado ao caso real. Para tal, recorre-se à técnica da soma ponderada. A primeira parcela contribui positivamente para a maximização das nomeações de árbitros com menos utilizações, enquanto a segunda premeia os árbitros, cujas classificações na jornada anterior sejam máximas, valorizando a continuidade dos mesmos. Como referido na introdução do capítulo, será necessário, em todas as semanas do intervalo considerado, registar e gravar numa variável os valores das classificações dos árbitros, gerados numa dada semana, para serem posteriormente utilizados como critério, na semana seguinte (*classif[i]*, em que *i* representa o índice associado a cada árbitro). A última parcela da função objetivo tem um contributo negativo na maximização do problema, uma vez que será tanto melhor quanto melhor for a sua minimização e prende-se com a não utilização de árbitros na presente jornada, quando as suas classificações na anterior forem consideradas insatisfatórias, ou seja, menores ou iguais a dois. As ponderações foram atribuídas, junto de um dos responsáveis pelas nomeações em Portugal e, não tendo sido definidas com grande rigor numérico, foi transmitida uma ordem de prioridades capaz de representar, de forma satisfatória e coerente, tanto o funcionamento real das nomeações, como as pesagens escolhidas no modelo. Isto é, não sendo obrigatório que um árbitro que tenha um mau desempenho numa jornada fique de fora na seguinte, na realidade tenta-se, sempre que possível, que assim o seja. Devido a isto surge o fator 10, um número relativamente superior a todos os restantes e, conseqüentemente, causador de um impacto (negativo), também ele relativamente superior aos outros. Este último termo foi sempre satisfeito em todas as jornadas consideradas do campeonato em análise, ou seja, o peso escolhido foi de tal forma maior que os restantes que, na otimização do problema, nunca foi opção, pois contribuiria para minimizar, mais que maximizar, o resultado final da função objetivo. Sobre os critérios favoráveis à maximização, ou seja, aqueles cujo objetivo é de que sejam cumpridos o máximo de vezes possível, pois as suas ocorrências contribuem positivamente para

o resultado do problema, optou-se por destacar as boas arbitragens dos árbitros, premiando a continuidade dos que obtiveram nota máxima, no fim da partida arbitrada na jornada anterior. A FPF baseia as suas nomeações no conceito da meritocracia, premiando as boas exibições dos árbitros com a sua continuidade, corroborando assim a lógica aqui assente.

Esta profissão tem, de certa forma, alguma frustração associada, uma vez que um árbitro é mais facilmente lembrado por um erro que fez numa partida, do que por todas as boas e, por vezes, difíceis decisões que foi obrigado a tomar no decurso da mesma. Estão constantemente debaixo de críticas e muitas das vezes de ameaças, sendo que poucas são as vezes em que as suas boas exibições são devidamente reconhecidas e premiadas. É esse reconhecimento que se pretende atingir. Relativamente ao primeiro critério, é importante manter os árbitros com menos utilizações no ativo, equilibrando o número de jogos entre todos, para conseguirem, pelo menos, alcançar o número de jogos mínimo e necessário para receber uma classificação no final da época, e perceber se, na época seguinte, manterão o escalão ou não. Atualmente a FPF considera esse número igual a 16 jogos, para as duas ligas. Como o objetivo do trabalho contempla apenas a primeira divisão, considerou-se apenas metade deste número, assumindo que, eventualmente, os restantes oito jogos serão cumpridos no escalão inferior à primeira liga profissional (caso não estudado, apenas considerado).

- **Semana 34 (última jornada)-** Para os nove jogos da última semana, o critério de seleção tentará dar prioridade aos *Melhores Árbitros* ao longo de toda a época, ou seja, os nove cujas somas de todas as classificações ao longo do campeonato forem superiores, representando-se da seguinte forma:

$$\max \sum_{i \in \text{Melhores \u00c1rb.}} \sum_{j \in \{9 \times (k-1) + 1, \dots, 9 \times k\}} x_{ij} \quad (34)$$

Apresenta-se no **Anexo B** a tabela relativa às classificações dos árbitros geradas na competição e no **Anexo C** o resultado final da aplicação desta abordagem. Cada jornada apresenta as classificações que os árbitros obtiveram nessa mesma semana. Para a última semana do campeonato, é feita a soma do total de classificações que cada árbitro acumulou durante a competição e são escolhidos, preferencialmente, os nove primeiros. Para efeitos de atribuição, uma vez que se trata da semana de fecho da prova, não é relevante saber como se portam os árbitros aí, pois já não serão realizadas mais atribuições na época.

Nesta situação os tempos de processamento computacionais são ligeiramente superiores à anterior, sendo que se registou cerca de 4 segundos para obter uma solução por semana, ou seja 136 segundos para as 34 jornadas, um pouco mais de dois minutos no total.

5.4. Interação final com a FPF

Após a obtenção, com sucesso, de resultados importantes pensou-se ser interessante conseguir algumas reações por parte das entidades envolvidas em ambas as temáticas. A existência de uma opinião positiva para concluir esta investigação, oriunda de uma entidade oficial, aportaria uma valorização extra para o trabalho, ou seja, poderia deixar a expectativa de que estaria dado o “pontapé de saída” para o evoluir da investigação, melhor direcionada e focalizada nas necessidades específicas das organizações, otimizando o desenvolvimento agora apresentado, ajustando-o às práticas utilizadas ou a utilizar. No entanto, considerando o facto de se tratar de um tema algo “melindroso”, não foi fácil, por motivos óbvios, ter sucesso nas tentativas de contacto com as entidades oficiais relacionadas com o assunto, acredita-se que isso não tirará valor ao que até agora foi construído e às respetivas conclusões. O objetivo deste ponto seria o de culminar a dissertação desenvolvida com um conjunto de opiniões oriundas de entidades externas e oficiais, de alguma forma ligadas à competição.

Foram realizadas tentativas para obtenção de opiniões, não só das organizações envolvidas, mas também de alguns clubes potencialmente interessados nos resultados deste trabalho, mais propriamente os relativos à segunda problemática, a atribuição de árbitros via sorteio condicionado, que habitualmente é a que mais polémica causa. Curiosamente, este tema foi publicamente discutido no início da época desportiva 2015/2016 onde alguns clubes apoiaram um procedimento de atribuição de árbitros via sorteio puro em detrimento das nomeações, mas que a FPF, mantendo-se fiel às suas convicções, viria a chumbar.

Tentou-se abordar os três clubes grandes e dois de menor dimensão (*Vitória Futebol Clube* e *Os Belenenses*) não tendo havido interesse em colaborar. Restringiu-se, então, a tentativa de apresentação dos resultados às duas organizações envolvidas na criação e desenvolvimento da competição. O único *feedback* de colaboração recebido proveio, mais uma vez, da FPF. A disponibilidade desde sempre demonstrada pelo Sr. Antonino da Silva merece de novo um especial agradecimento, pois mesmo sendo uma investigação que vai, de certa forma, contra aquilo que é atualmente praticado pelo Conselho de Arbitragem da FPF, do qual ele é o vice-presidente, a sua vontade em colaborar e simpatia foram desde sempre incontestáveis.

O parecer recebido foi em tudo positivo. Uma vez que foi a única opinião possível de recolher, tentou-se que abrangesse o máximo possível de ambos os temas. Indiscutivelmente, um representante dos árbitros em Portugal tem também conhecimentos suficientes sobre a calendarização da liga que lhe permitam emitir uma opinião credível. Relativamente a este último tema, a resposta foi muito satisfatória. Sabendo que as condicionantes consideradas foram as mesmas que as utilizadas em 2014/2015 e que os valores obtidos para os critérios foram melhores, a aceitação não poderia ter sido mais positiva. Realça-se o facto da importância, legitimidade e utilidade dos critérios considerados, terem sido aprovados pela própria FPF.

Já sobre a problemática da arbitragem, mais uma vez todas as restrições foram validadas, assim como todos os critérios considerados na segunda aplicação. Ainda sobre esta, a lógica semanal adotada foi considerada como uma boa representação daquilo que é hoje praticado. Apesar do modelo ser uma versão simplificada da realidade, foi considerado interessante e suficientemente

representativo do campeonato português. Apenas dois reparos foram feitos e serão explicitados em seguida. Para além dos árbitros considerados na investigação, a realidade portuguesa considera um outro grupo constituído por 12 árbitros estagiários. Estes exercem apenas jogos da segunda liga e estarão igualmente sujeitos a classificação. No fim da época, os três melhores sobem de categoria (para C1, categoria necessária para arbitrar a primeira liga) e estão aptos a exercer na primeira divisão e os restantes permanecem na categoria C2 (podem apenas arbitrar até à segunda liga)¹⁸. Havendo mais árbitros disponíveis, haverá uma maior e mais fácil distribuição dos mesmos por todos os jogos. Se para o mesmo número de jogos das duas ligas, existem agora mais 12 árbitros capazes de arbitrar jogos da segunda (tendo eles que cumprir um número mínimo de partidas – fizeram cerca de 18 jogos na época 2014/2015) haverá maior folga para a afetação de recursos, em consequência do cumprimento total de todas as restrições. A integração deste grupo de futuros árbitros, na investigação, é algo a ponderar para futuros trabalhos na área, mais próximos da realidade do sistema de arbitragem utilizado. Adicionalmente, a FPF considera que a atribuição de apenas árbitros internacionais aos jogos clássicos deve continuar a ser cumprida enquanto critério e não restrição, uma vez que a liga possui árbitros não internacionais, com vasta experiência de primeira liga, os quais estão, atualmente, aptos para este tipo de exigência desportiva. Porém, uma vez que é algo que a FPF tenta satisfazer sempre que possível, foi mantida a condicionante enquanto restrição, visto ser algo cuja satisfação pode ser totalmente concretizável no modelo desenvolvido, resolvendo-se assim esta exigência por parte de alguns clubes importantes na competição, de forma a ultrapassar eventuais polémicas.

Finalizando, uma nota deve ser dada relativamente ao facto deste trabalho estudar um tipo de abordagem que conta com a oposição da FPF. Houve, efetivamente, este ano (para a época 2015/2016), alguns clubes que apoiaram o sorteio dos árbitros, no entanto, perderam em votação. Entenda-se que, o que alguns clubes defenderam foi o sorteio puro dos árbitros, ou seja, para determinado jogo de uma jornada, sortear um árbitro dentro de todos os disponíveis, para o jogo seguinte sortear outro entre todos os disponíveis menos o previamente selecionado e assim sucessivamente.

Esta investigação introduz um panorama de atribuição de árbitros alternativo que, no fundo, é muito similar ao manualmente realizado, mas por via computacional. Respeita todas as restrições que são hoje em dia consideradas, apesar de não considerar alguns fatores que complicariam a modelação da problemática. Ainda assim, percebendo o objetivo da investigação tanto para o aluno como para a ciência relacionada com a área de intervenção, a FPF mostrou-se disponível a colaborar tendo tido um papel crucial na validação e verificação da informação utilizada e resultados obtidos.

¹⁸ Para saber mais sobre as categorias e regulamentação dos árbitros consulte o seguinte documento: http://www.fpf.pt/Portals/0/Documentos/RegimentosRegulamentos/CO_022.pdf. Data de consulta: 04/08/2015.

5.5. Conclusão

Em suma, construir um calendário que obedeça a todas as restrições exigidas e que atribua um árbitro a cada uma das 306 partidas existentes, foi conseguido em cerca de 3 horas, 9 minutos e 30 segundos (para a abordagem completa) e 3 horas e 11 minutos (na abordagem semanal). Para o modelo da calendarização, encontraram-se soluções substancialmente melhores que as existentes na época considerada, otimizando assim a problemática, para os critérios considerados. Relativamente à arbitragem, criou-se um modelo mais aproximado daquilo que representa a realidade, sendo que ainda podem ser consideradas outras especificações para, progressivamente, o tornar mais realista. Nos tempos que correm, com toda a formação e a recente profissionalização da arbitragem, os árbitros são hoje melhores que ontem, o que implica que, tendencialmente, exibições com classificação abaixo de 2, inclusive, são raras, quando se fala de competição ao mais alto nível. No entanto, continuam a ser valores considerados na escala de pontuações existente e, como tal, também foram aqui tidos em conta. A própria geração de valores pode, portanto, ser também ela melhorada de forma a reduzir a ocorrência destes valores.

Caso o detalhe da investigação incidisse também sobre a segunda liga portuguesa de futebol, as restrições dos árbitros aplicar-se-iam igualmente a esta e, conseqüentemente, uma especial atenção teria que ser tomada relativamente aos árbitros que ficariam de fora, em cada jornada. Seria necessário garantir um número limite de jogos seguidos para que um mesmo árbitro pudesse ficar de fora, evitando assim casos em que estaria ausente muitas semanas seguidas, em ambas as ligas. Note-se que, com as restrições existentes para a segunda liga, mantendo o mesmo número de árbitros, a afetação de recursos, satisfazendo todas as restrições, estaria mais condicionada e dificultada, ou seja, poderia, eventualmente, haver uma tendência do programa desenvolvido de variar pouco as afetações dos árbitros. No entanto, só experimentando se saberia! A prioridade tenderia para a primeira liga e só depois seriam afetados os da segunda liga (dentro dos 14 disponíveis, o que, dependendo das restrições específicas desta liga, poderia não ter uma grande margem). Eventualmente o programa sentiria dificuldades em resolver o problema sem relaxar a solução, o que levaria à necessidade de acrescentar mais árbitros (por exemplo os árbitros estagiários atualmente utilizados e referidos na secção anterior).

Neste trabalho, como a única obrigação estipulada para cada árbitro é a de que tenha que cumprir, no mínimo, os 8 jogos por época, isto interessará pouco. Entre todas as semanas que não arbitram a primeira liga, arbitrarão certamente alguns jogos da segunda, contribuindo para aumentar o número de jogos, por época, nos quais são responsáveis. Isto porque, neste caso, as folgas dos árbitros são atribuídas, aleatoriamente, ao conjunto de árbitros que não ajuíza a primeira divisão, ou seja, ao conjunto dos 14 árbitros, sendo que a probabilidade de ser sempre o mesmo sorteado a ficar sem arbitrar (isto é, a receber classificação igual a zero, pelo programa), em semanas consecutivas, é pequena. Basicamente, para finalizar, seria necessário garantir que o evento: *o mesmo árbitro obter zero*, não ocorreria com relativa frequência, evitando assim o aparecimento de uma outra injustiça.

6. Conclusões finais e investigação futura

A dissertação realizada desenvolve uma metodologia baseada em três modelos de PI capazes de resolver os problemas da calendarização de jogos e da respetiva afetação de árbitros no campeonato português. Começa com uma contextualização de ambos, explicando como as problemáticas são abordadas e praticadas na realidade portuguesa e com uma revisão às técnicas atualmente utilizadas para a resolução de problemas semelhantes, em diferentes partes do mundo. A literatura existente permite ter uma ideia global de todo o tipo de ferramentas e abordagens já utilizadas e permite perceber o que fazer para tirar o maior proveito de ambas, quando aplicadas corretamente à realidade portuguesa. A sua realização deu, portanto, um contributo fundamental na metodologia adotada, para o estudo desenvolvido.

O facto destes dois problemas serem os mais estudados, na área da IO no desporto, (Kendall *et al.*, 2010), faz com que esta dissertação tenha especial interesse e relevância enquanto contributo para a literatura já existente, uma vez que, da muita informação já conhecida, principalmente sobre calendarização, nenhuma foi aplicada a Portugal. Cada país tem as suas especificações, particularidades e interesses próprios nas suas ligas de futebol e é isso que distingue todas as análises e estudos já realizados, em que, apesar de poderem existir abordagens semelhantes, nunca há um problema igual, sendo por isso impossível a um autor reproduzir outros trabalhos já realizados.

Mais uma vez, pretendeu-se, através da implementação das duas funções objetivo, no primeiro modelo, proporcionar ao calendário final uma maior equidade e justiça entre todas as equipas participantes na prova e, conseqüentemente, conseguir uma competição desportivamente mais equilibrada e mais atraente aos olhos de todos os interessados pelo futebol. Teve em conta a situação mais frágil a nível económico ou desportivo das equipas, isto, atentando nas despesas e na teórica gestão de esforço inerente às deslocações a outros estádios ou aos jogos contra equipas grandes em semanas seguidas. Adicionalmente, permitiu uma alavancagem mais uniforme de capital nos clubes ao longo das semanas, derivado à massa associativa que assiste fervorosamente aos jogos das suas equipas nos seus estádios, uma vez que o adepto consegue mais facilmente gerir as suas economias para ver a sua equipa de quinze em quinze dias, do que semanalmente. Da experiência própria, vivida e assistida em pessoas próximas, os adeptos, quer se queira quer não, enquanto puderem, tentarão sempre estar no seu estádio a apoiar a sua equipa e esse número de vezes será tanto maior quanto mais espaçados esses jogos o forem e, obviamente, quanto melhor for a *performance* do respetivo clube em campo e da envolvente desportiva que contribui para o espetáculo. A tudo o que se acaba de referir acresce o facto das condicionantes atualmente utilizadas terem sido obrigatoriamente cumpridas, pois entende-se que todas elas fazem sentido, sendo consideradas quase como “senso comum”. A ferramenta desenvolvida trouxe valor acrescentado, pois ao mesmo tempo que as respeitou, introduziu novidades, como a criação do critério 2 no modelo da calendarização e da oitava restrição no modelo da arbitragem.

Acerca do segundo modelo, duas situações foram desenvolvidas. Uma primeira em que se criou um modelo que não é fielmente representativo daquilo que é a realidade, pois faz uma atribuição dos árbitros para todos os jogos numa fase preliminar da competição, não entrando em linha de conta

com as questões relacionadas com o estado semanal de cada árbitro. Na segunda abordagem, aproxima-se o modelo da realidade, desenvolvendo uma ferramenta que considera, através de simulação, um dos fatores semanais que fazem depender a atribuição dos árbitros: as suas performances nos jogos. Ambas as abordagens contaram com aproximações ou simplificações da realidade. Consideraram apenas como “árbitros” o principal, sendo que o resto da equipa de arbitragem, necessária num jogo, não foi tida em conta, ficando a introdução deste ponto a considerar para futuras investigações nesta área, e como fator semanal apenas as classificações dos árbitros, desprezando, por exemplo, as suas avaliações físicas obrigatórias. Assumiu-se que um árbitro está sempre apto e que os que não são convocados a arbitrar na primeira liga podem sê-lo na segunda. No entanto, não deixa de ser um estudo interessante e útil, pois ter uma base de atribuições disponível pode facilitar, e muito, a tarefa de atribuições futuras.

Para efeitos de estudo, em ambos os modelos não foram tidas em conta outras competições tais como as taças ou jogos europeus, o foco foi meramente o campeonato nacional, podendo as outras competições ser futuramente introduzidas em novos modelos ou modelos complementares.

No entanto, para as circunstâncias consideradas, ambos os modelos revelaram-se eficientes e eficazes, tanto nas soluções encontradas, como nos tempos de processamento computacional. Perante tudo isto, os resultados obtidos foram, portanto, muito positivos, reconhecidos diretamente pelo vice-presidente do Conselho de Arbitragem da FPF. A implementação real ao caso português, de ambos os modelos seria, como popularmente se costuma dizer, “*a cereja no topo do bolo*”, uma vez que daí seria possível obter resultados oficiais face à sua eficiência e transparência, quando aplicados no sistema de futebol atualmente existente. Por agora, pode-se apenas validar e verificar, em termos teóricos, que os modelos satisfazem todas as restrições exigidas, providenciando resultados compatíveis com os esperados. Esses resultados, face à conjuntura atual, são capazes de prevenir eventuais polémicas que se têm vindo a verificar no passado recente, nomeadamente relacionadas com a atribuição de árbitros que se revelaram não estar a altura do nível de exigência requerido nalguns jogos e a possibilidade de o mesmo árbitro gerir os mesmos dois jogos, entre as mesmas duas equipas, na prova.

Para os interessados nesta área de investigação, futuramente novos passos podem ser dados de maneira a dar continuidade a este trabalho, tornando-o ainda mais específico, focalizado e completo. Sugere-se que, no caso da problemática dos árbitros, se considere não só o árbitro principal mas também toda a sua equipa de arbitragem e se melhore os métodos utilizados para a simulação de classificações de maneira a torná-la, progressivamente, mais próxima do real. Relativamente à calendarização de jogos seria interessante considerar tanto o escalonamento da segunda divisão como a existência de outras competições, tais como as taças nacionais ou as competições europeias de clubes. A introdução de competições internacionais também poderá ser incorporada no problema dos árbitros, introduzindo assim, principalmente, uma indisponibilidade nacional, dos árbitros internacionais, nas semanas em que estes arbitram jogos de cariz europeu. Isto, se o objetivo do investigador for a representação real, resumir-se-ia na introdução de um novo critério, no modelo a desenvolver, que minimize a atribuição de árbitros internacionais a jogos nacionais, em semanas europeias. Note-se que, na realidade, evita-se que arbitrem, mas podem fazê-lo. Caso o objetivo do

investigador passe, claramente, por otimizar o sistema atualmente existente, então, sugere-se a introdução do critério como restrição, pois, habitualmente, os jogos europeus têm um nível de competitividade alta, o que causa um desgaste acrescido no árbitro (mesmo ignorando o facto de poderem ter que fazer longas distâncias de avião, por exemplo) e, conseqüentemente, uma menor condição física e até psicológica no jogo do campeonato nacional posterior.

Finalmente, aconselha-se a que ambos os programas sejam computacionalmente elaborados no mesmo *software*, pois evitar-se-á, seguramente, o aparecimento de potenciais confusões e baralhamentos na criação e desenvolvimento do código, por parte do programador, assim como facilitará o visionamento e a perceção do mesmo, por parte de um potencial interessado no trabalho.

Referências

- Alarcón, F., Durán, G., & Guajardo, M. (2014). Referee assignment in the Chilean football league using integer programming and patterns. *International Transactions in Operational Research*, 21(3), 415-438.
- Banks, J., Carson, J., Nelson, B., & Nicol, D. (2010). *Discrete-event system simulation* (Fourth edition). Upper Saddle River, NJ, USA, Person Education Inc.
- Bartsch, T., Drexl, A., & Kröger, S. (2006). Scheduling the professional soccer leagues of Austria and Germany. *Computers and Operations Research*, 33(7), 1907–1937.
- Briskorn, D., & Drexl, A. (2009). IP models for round robin tournaments. *Computers and Operations Research*, 36(3), 837–852.
- Briskorn, D., & Knust, S. (2010). Constructing fair sports league schedules with regard to strength groups. *Discrete Applied Mathematics*, 158(2), 123–135.
- Chadwick, S., & Hamil, S. (2010). *Managing Football: An International Perspective*. London, Butterworth-Heinemann.
- Della Croce, F., & Oliveri, D. (2006). Scheduling the Italian Football League: An ILP-based approach. *Computers and Operations Research*, 33(7), 1963–1974.
- Dur, G., Guajardo, M., Miranda, J., & Saur, D. (2005). Scheduling the Chilean Soccer League by Integer Programming, *Interfaces*, 37(6), 539-552.
- Durán, G., Guajardo, M., & Wolf-yadlin, R. (2012). Operations Research Techniques for Scheduling Chile's Second Division Soccer League, *Interfaces* 42(3), 273–285.
- Fiallos, J., Pérez, J., Sabillón, F., & Licon, M. (2010). Scheduling Soccer League of Honduras using Integer Programming. In *IIE Annual Conference. Proceedings* (p.1). Institute of Industrial Engineers-Publisher.
- Flatberg, T., & Nilssen, E. (2009). Scheduling the topmost football leagues of Norway. In *23rd European Conference on Operational Research Book of Abstracts, Bonn, Germany* (p. 240).
- Goossens, D. R., & Spieksma, F. C. R. (2009). Soccer schedules in Europe: an overview. In *Multidisciplinary International Conference on Scheduling: Theory and Applications, Dublin, Ireland*, 10–12.
- Helsen, W., & Bultynck, J.-B. (2004). Physical and perceptual-cognitive demands of top-class refereeing in association football. *Journal of Sports Sciences*, 22(2), 179–189.
- Henz, M., Müller, T., & Thiel, S. (2004). Global constraints for round robin tournament scheduling. *European Journal of Operational Research*, 153(1), 92–101.
- Hillier, F., & Lieberman, G. (2001). *Introduction To Operations Research* (7th edition). McGraw-Hill.
- Kendall, G. (2008). Scheduling English football fixtures over holiday periods. *Journal of the Operational Research Society*, 59(6), 743–755.
- Kendall, G., Knust, S., Ribeiro, C. C., & Urrutia, S. (2010). Scheduling in sports: An annotated bibliography. *Computers and Operations Research*, 37(1), 1–19.

- Lamghari, A., & Ferland, J. a. (2011). Assigning judges to competitions of several rounds using Tabu search. *European Journal of Operational Research*, 210(3), 694–705.
- Larson, J., & Johansson, M. (2013). Constructing Schedules for Sports Leagues with Divisional and Round-robin Tournaments. *Journal of Quantitative Analysis in Sports*, 10(2), 119-129.
- Lewis, R., & Thompson, J. (2011). On the application of graph colouring techniques in round-robin sports scheduling. *Computers and Operations Research*, 38(1), 190–204.
- Mitchell, J. E. (2002). Branch-and-Cut Algorithms for Combinatorial Optimization Problems. *Handbook of Applied Optimization*, 65–77, Oxford University Press.
- Nemhauser, G. L., & Trick, M. a. (1998). Scheduling A Major College Basketball Conference. *Operations Research*, 46(1), 1–8.
- Post, G., & Woeginger, G. J. (2006). Sports tournaments, home-away assignments, and the break minimization problem. *Discrete Optimization*, 3(2), 165–173.
- Rasmussen, R. V. (2008). Scheduling a triple round robin tournament for the best Danish soccer league. *European Journal of Operational Research*, 185(2), 795–810.
- Rasmussen, R. V., & Trick, M. a. (2008). Round robin scheduling - a survey. *European Journal of Operational Research*, 188(3), 617–636.
- Recalde, D., Torres, R., & Vaca, P. (2013). Scheduling the professional Ecuadorian football league by integer programming. *Computers and Operations Research*, 40(10), 2478–2484.
- Ribeiro, C. C., & Urrutia, S. (2006). Scheduling the Brazilian soccer tournament with fairness and broadcast objectives. In *Practice and Theory of Automated Timetabling VI, 6th International Conference*, (pp. 147-157), Springer Berlin Heidelberg.
- Ribeiro, C. C., & Urrutia, S. (2014). Scheduling the Brazilian Soccer Tournament: Solution Approach and Practice, *Interfaces*, 42(3), 260-272.
- Russell, R. a., & Urban, T. L. (2006). A constraint programming approach to the multiple-venue, sport-scheduling problem. *Computers and Operations Research*, 33(7), 1895–1906.
- Schreuder, J. M. (1992). Combinatorial aspects of construction of competition Dutch Professional Football Leagues. *Discrete Applied Mathematics*, 35, 301–312.
- Trick, M. (2004). Using Sports Scheduling to Teach Integer Programming. *INFORMS Transactions on Education*, 5(1), 10–17.
- Van't Hof, P., Post, G., & Briskorn, D. (2010). Constructing fair round robin tournaments with a minimum number of breaks. *Operations Research Letters*, 38(6), 592–596.
- Willis, R., & Terrill, B. (1994). Scheduling the Australian State Cricket using Simulated Annealing. *The Journal of the Operational Research Society*, 45(3), 276–280.
- Wright, M. B. (2006). Scheduling fixtures for Basketball New Zealand. *Computers & Operations Research*, 33(7), 1875–1893.
- Yavuz, M., Inan, U. H., & Fiğlali, A. (2008). Fair referee assignments for professional football leagues. *Computers and Operations Research*, 35(9), 2937–2951.

Anexo

Anexo A

Tabela 5: Melhor calendarização obtida e respetiva atribuição de árbitros. Resultados provenientes de *Excel*.

Jornadas	Jogo	Equipa i	Equipa j	Árbitros
1	1	Boavista	Arouca	3
	2	Estoril	Penafiel	4
	3	GilVicente	FCPorto	21
	4	Maritimo	Belenenses	20
	5	PFerreira	Moreirense	11
	6	RioAve	SCBraga	17
	7	Sporting	Nacional	5
	8	Guimaraes	Academica	9
	9	Setubal	Benfica	18
2	10	Academica	Boavista	7
	11	Belenenses	Guimaraes	17
	12	FCPorto	Setubal	5
	13	Moreirense	RioAve	2
	14	Nacional	Arouca	15
	15	PFerreira	Benfica	4
	16	Penafiel	Maritimo	18
	17	SCBraga	GilVicente	13
	18	Sporting	Estoril	22
3	19	Arouca	Estoril	5
	20	Benfica	Nacional	1
	21	Boavista	Belenenses	14
	22	GilVicente	Sporting	6
	23	Maritimo	Academica	4
	24	Penafiel	PFerreira	9
	25	RioAve	FCPorto	19
	26	Guimaraes	Moreirense	21
	27	Setubal	SCBraga	22
4	28	Academica	Estoril	1
	29	Belenenses	Penafiel	5
	30	Benfica	Guimaraes	12
	31	FCPorto	Sporting	7
	32	GilVicente	Arouca	23
	33	Moreirense	Maritimo	13
	34	Nacional	RioAve	22
	35	PFerreira	Setubal	3
	36	SCBraga	Boavista	18
5	37	Arouca	RioAve	20
	38	Belenenses	SCBraga	21

	39	Boavista	Benfica	11
	40	Estoril	GilVicente	2
	41	Nacional	Moreirense	17
	42	Penafiel	FCPorto	15
	43	Sporting	Academica	12
	44	Guimaraes	PFerreira	8
	45	Setubal	Maritimo	19
6	46	Academica	Arouca	5
	47	Benfica	RioAve	3
	48	FCPorto	Belenenses	4
	49	GilVicente	Nacional	13
	50	Maritimo	Guimaraes	22
	51	Moreirense	Estoril	6
	52	PFerreira	Boavista	1
	53	Penafiel	Setubal	21
	54	SCBraga	Sporting	10
7	55	Arouca	FCPorto	11
	56	Belenenses	Academica	6
	57	Boavista	Maritimo	3
	58	GilVicente	Guimaraes	23
	59	Nacional	Penafiel	14
	60	PFerreira	Estoril	4
	61	SCBraga	Benfica	12
	62	Sporting	Moreirense	16
	63	Setubal	RioAve	2
8	64	Belenenses	Sporting	1
	65	Benfica	FCPorto	8
	66	Boavista	Nacional	6
	67	Estoril	SCBraga	11
	68	Maritimo	PFerreira	16
	69	Moreirense	Arouca	3
	70	Penafiel	Academica	9
	71	RioAve	GilVicente	7
	72	Guimaraes	Setubal	17
9	73	Academica	RioAve	19
	74	Arouca	Sporting	2
	75	Benfica	Penafiel	16
	76	Estoril	Belenenses	22
	77	FCPorto	Nacional	9
	78	GilVicente	PFerreira	10
	79	Maritimo	SCBraga	17
	80	Guimaraes	Boavista	15
	81	Setubal	Moreirense	18
10	82	Belenenses	Arouca	19
	83	Boavista	Setubal	22

	84	Moreirense	GilVicente	21
	85	Nacional	Maritimo	3
	86	PFerreira	Academica	12
	87	Penafiel	Guimaraes	7
	88	RioAve	Estoril	5
	89	SCBraga	FCPorto	1
	90	Sporting	Benfica	4
11	91	Academica	Setubal	20
	92	Arouca	Benfica	5
	93	Belenenses	Nacional	14
	94	Estoril	Boavista	16
	95	FCPorto	Guimaraes	21
	96	GilVicente	Penafiel	1
	97	Maritimo	RioAve	13
	98	SCBraga	Moreirense	6
	99	Sporting	PFerreira	17
12	100	Benfica	Moreirense	20
	101	FCPorto	Estoril	8
	102	GilVicente	Academica	4
	103	Maritimo	Sporting	15
	104	PFerreira	Belenenses	7
	105	Penafiel	SCBraga	11
	106	RioAve	Boavista	2
	107	Guimaraes	Nacional	13
	108	Setubal	Arouca	17
13	109	Academica	SCBraga	9
	110	Belenenses	RioAve	11
	111	Benfica	Maritimo	14
	112	Boavista	GilVicente	13
	113	Estoril	Setubal	4
	114	Moreirense	FCPorto	5
	115	Nacional	PFerreira	6
	116	Penafiel	Arouca	21
	117	Guimaraes	Sporting	19
14	118	Academica	Benfica	1
	119	Belenenses	GilVicente	5
	120	Boavista	Moreirense	14
	121	Maritimo	Estoril	12
	122	PFerreira	FCPorto	16
	123	RioAve	Guimaraes	20
	124	SCBraga	Arouca	19
	125	Sporting	Penafiel	18
	126	Setubal	Nacional	21
15	127	Arouca	Guimaraes	17
	128	Benfica	Estoril	13

	129	FCPorto	Maritimo	20
	130	GilVicente	Setubal	22
	131	Moreirense	Belenenses	2
	132	Nacional	Academica	14
	133	Penafiel	Boavista	23
	134	RioAve	Sporting	1
	135	SCBraga	PFerreira	8
16	136	Academica	Moreirense	16
	137	Belenenses	Benfica	8
	138	FCPorto	Boavista	11
	139	GilVicente	Maritimo	18
	140	Nacional	SCBraga	13
	141	PFerreira	Arouca	15
	142	Penafiel	RioAve	17
	143	Sporting	Setubal	6
	144	Guimaraes	Estoril	4
17	145	Academica	FCPorto	19
	146	Belenenses	Setubal	15
	147	Benfica	GilVicente	3
	148	Boavista	Sporting	5
	149	Estoril	Nacional	23
	150	Maritimo	Arouca	13
	151	Moreirense	Penafiel	10
	152	RioAve	PFerreira	21
	153	SCBraga	Guimaraes	22
18	154	Arouca	Boavista	23
	155	Penafiel	Estoril	2
	156	FCPorto	GilVicente	8
	157	Belenenses	Maritimo	19
	158	Moreirense	PFerreira	17
	159	SCBraga	RioAve	3
	160	Nacional	Sporting	19
	161	Academica	Guimaraes	3
	162	Benfica	Setubal	23
19	163	Boavista	Academica	4
	164	Guimaraes	Belenenses	7
	165	Setubal	FCPorto	6
	166	RioAve	Moreirense	1
	167	Arouca	Nacional	18
	168	Benfica	PFerreira	8
	169	Maritimo	Penafiel	1
	170	GilVicente	SCBraga	18
	171	Estoril	Sporting	6
20	172	Estoril	Arouca	14
	173	Nacional	Benfica	5

	174	Belenenses	Boavista	8
	175	Sporting	GilVicente	3
	176	Academica	Maritimo	11
	177	PFerreira	Penafiel	6
	178	FCPorto	RioAve	7
	179	Moreirense	Guimaraes	9
	180	SCBraga	Setubal	10
21	181	Estoril	Academica	22
	182	Penafiel	Belenenses	14
	183	Guimaraes	Benfica	20
	184	Sporting	FCPorto	1
	185	Arouca	GilVicente	22
	186	Maritimo	Moreirense	17
	187	RioAve	Nacional	6
	188	Setubal	PFerreira	22
	189	Boavista	SCBraga	1
22	190	RioAve	Arouca	9
	191	SCBraga	Belenenses	2
	192	Benfica	Boavista	3
	193	GilVicente	Estoril	5
	194	Moreirense	Nacional	23
	195	FCPorto	Penafiel	5
	196	Academica	Sporting	16
	197	PFerreira	Guimaraes	10
	198	Maritimo	Setubal	12
23	199	Arouca	Academica	20
	200	RioAve	Benfica	15
	201	Belenenses	FCPorto	18
	202	Nacional	GilVicente	14
	203	Guimaraes	Maritimo	11
	204	Estoril	Moreirense	8
	205	Boavista	PFerreira	20
	206	Setubal	Penafiel	23
	207	Sporting	SCBraga	17
24	208	FCPorto	Arouca	23
	209	Academica	Belenenses	19
	210	Maritimo	Boavista	15
	211	Guimaraes	GilVicente	19
	212	Penafiel	Nacional	20
	213	Estoril	PFerreira	1
	214	Benfica	SCBraga	9
	215	Moreirense	Sporting	18
	216	RioAve	Setubal	7
25	217	Sporting	Belenenses	5
	218	FCPorto	Benfica	6

	219	Nacional	Boavista	4
	220	SCBraga	Estoril	22
	221	PFerreira	Maritimo	8
	222	Arouca	Moreirense	1
	223	Academica	Penafiel	16
	224	GilVicente	RioAve	13
	225	Setubal	Guimaraes	4
26	226	RioAve	Academica	14
	227	Sporting	Arouca	13
	228	Penafiel	Benfica	14
	229	Belenenses	Estoril	18
	230	Nacional	FCPorto	3
	231	PFerreira	GilVicente	15
	232	SCBraga	Maritimo	16
	233	Boavista	Guimaraes	23
	234	Moreirense	Setubal	11
27	235	Arouca	Belenenses	11
	236	Setubal	Boavista	2
	237	GilVicente	Moreirense	8
	238	Maritimo	Nacional	17
	239	Academica	PFerreira	23
	240	Guimaraes	Penafiel	8
	241	Estoril	RioAve	3
	242	FCPorto	SCBraga	14
	243	Benfica	Sporting	2
28	244	Setubal	Academica	15
	245	Benfica	Arouca	1
	246	Nacional	Belenenses	20
	247	Boavista	Estoril	4
	248	Guimaraes	FCPorto	16
	249	Penafiel	GilVicente	23
	250	RioAve	Maritimo	1
	251	Moreirense	SCBraga	20
	252	PFerreira	Sporting	8
29	253	Moreirense	Benfica	17
	254	Estoril	FCPorto	2
	255	Academica	GilVicente	18
	256	Sporting	Maritimo	16
	257	Belenenses	PFerreira	19
	258	SCBraga	Penafiel	3
	259	Boavista	RioAve	12
	260	Nacional	Guimaraes	21
	261	Arouca	Setubal	10
30	262	SCBraga	Academica	5
	263	RioAve	Belenenses	22

	264	Maritimo	Benfica	8
	265	GilVicente	Boavista	1
	266	Setubal	Estoril	19
	267	FCPorto	Moreirense	4
	268	PFerreira	Nacional	10
	269	Arouca	Penafiel	7
	270	Sporting	Guimaraes	3
31	271	Benfica	Academica	22
	272	GilVicente	Belenenses	2
	273	Moreirense	Boavista	3
	274	Estoril	Maritimo	13
	275	FCPorto	PFerreira	6
	276	Guimaraes	RioAve	15
	277	Arouca	SCBraga	21
	278	Penafiel	Sporting	13
	279	Nacional	Setubal	17
32	280	Guimaraes	Arouca	10
	281	Estoril	Benfica	20
	282	Maritimo	FCPorto	14
	283	Setubal	GilVicente	11
	284	Belenenses	Moreirense	18
	285	Academica	Nacional	18
	286	Boavista	Penafiel	6
	287	Sporting	RioAve	7
	288	PFerreira	SCBraga	15
33	289	Moreirense	Academica	8
	290	Benfica	Belenenses	12
	291	Boavista	FCPorto	9
	292	Maritimo	GilVicente	17
	293	SCBraga	Nacional	6
	294	Arouca	PFerreira	3
	295	RioAve	Penafiel	2
	296	Setubal	Sporting	14
	297	Estoril	Guimaraes	23
34	298	FCPorto	Academica	4
	299	Setubal	Belenenses	21
	300	GilVicente	Benfica	14
	301	Sporting	Boavista	17
	302	Nacional	Estoril	19
	303	Arouca	Maritimo	11
	304	Penafiel	Moreirense	19
	305	PFerreira	RioAve	11
	306	Guimaraes	SCBraga	2

Anexo B

Tabela 6: Classificações dos árbitros nos jogos da primeira volta, considerando as duas ligas de futebol¹⁹.

<i>Árbitros/Jornadas</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	2	2	5	4	2	0	5	2	4	5	3	3	5	2	3	0	4
2	2	4	2	3	3	4	2	5	2	2	3	2	1	3	5	1	0
3	4	0	2	2	5	1	4	4	1	3	5	3	5	4	3	5	4
4	4	2	3	3	1	1	0	1	5	3	4	2	2	0	5	2	3
5	5	5	3	1	1	1	3	5	1	4	3	2	3	2	0	3	1
6	5	3	4	4	4	5	4	4	5	5	4	3	4	2	4	2	3
7	2	2	2	2	0	1	1	2	0	5	4	1	5	3	1	3	2
8	2	4	5	3	2	1	4	5	1	0	2	4	3	4	5	3	1
9	1	3	0	5	1	3	1	4	3	3	4	1	0	2	4	5	4
10	0	5	2	2	5	3	3	0	4	4	4	0	5	4	2	1	4
11	1	4	4	4	5	5	5	1	3	5	5	2	2	5	2	2	2
12	1	5	2	3	4	1	5	5	2	4	2	1	4	2	4	1	3
13	5	0	5	1	1	1	3	4	5	1	4	1	3	3	2	0	0
14	1	4	2	0	1	0	5	4	1	2	5	1	4	0	2	2	1
15	3	1	4	5	2	1	0	1	5	1	0	2	2	4	0	2	1
16	2	5	2	3	3	5	1	2	1	3	1	5	1	5	2	5	1
17	1	3	1	3	1	1	4	4	3	1	5	2	0	5	4	4	1
18	5	4	0	5	1	2	4	3	2	1	5	2	4	5	2	1	4
19	4	1	2	1	2	3	5	4	2	1	3	5	2	1	3	5	3
20	3	2	4	2	1	4	4	1	0	0	4	1	5	5	3	5	2
21	1	5	4	3	1	1	3	1	2	2	1	4	3	1	3	2	4
22	0	3	3	1	0	1	1	0	4	1	4	1	5	2	1	3	1
23	1	3	1	0	5	3	2	4	3	1	0	0	3	5	1	5	3

¹⁹ A classificação igual a zero representa que o árbitro não foi sorteado nessa semana para arbitrar.

Tabela 7: Classificações dos árbitros nos jogos da segunda volta, considerando as duas ligas de futebol

Árbitros/Jornadas	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34-Classif. Acum. Final²⁰
1	5	3	2	3	2	3	4	3	2	0	5	3	2	5	2	2	98
2	4	1	4	2	3	5	5	4	3	4	3	1	2	1	5	4	97
3	1	0	1	1	2	1	5	2	3	4	4	1	0	2	5	2	92
4	4	2	2	3	4	3	1	1	2	5	2	4	1	2	5	2	88
5	2	5	4	1	5	2	1	1	3	5	3	2	2	2	0	4	90
6	2	4	0	4	5	1	0	2	1	2	5	1	4	4	4	2	112
7	4	1	5	3	5	4	2	4	2	2	0	4	5	2	4	5	95
8	4	1	5	1	3	2	3	3	2	2	1	3	5	4	5	2	103
9	4	1	5	3	1	4	4	1	0	1	2	0	1	0	3	0	83
10	5	4	1	1	0	5	2	0	2	0	3	3	4	1	3	3	95
11	0	2	5	4	1	3	5	2	3	4	5	5	5	3	5	2	122
12	3	5	3	0	2	0	1	3	3	4	1	3	5	2	3	3	102
13	2	1	5	4	4	2	4	1	3	1	4	4	3	5	2	4	101
14	3	5	5	2	2	1	1	2	5	1	2	5	4	1	4	4	96
15	2	4	4	5	5	4	5	1	2	1	0	4	5	5	2	5	103
16	1	0	3	5	5	2	4	1	4	2	5	3	3	4	4	1	110
17	1	2	0	2	1	3	2	4	5	4	1	5	5	1	0	1	97
18	4	4	3	4	5	4	2	2	1	5	5	3	0	2	4	0	116
19	3	5	5	1	4	1	1	5	3	1	5	1	4	3	4	4	116
20	1	5	2	2	4	3	3	0	0	3	5	4	4	0	2	5	109
21	2	2	2	5	3	2	0	4	5	4	2	4	1	2	3	1	104
22	0	4	5	3	0	2	3	1	2	1	1	2	5	2	5	1	90
23	1	3	2	0	4	0	4	4	5	3	4	0	3	5	5	2	108

²⁰ Classificação acumulada final: soma de todas as classificações de cada árbitro ao longo de toda a época (33 jornadas anteriores).

Anexo C

Tabela 8: Atribuição de árbitros respeitando as suas classificações semanais. Mesmo calendário que o considerado no **Anexo A**.

<i>Jornada</i>	<i>Jogo</i>	<i>Árbitro</i>	<i>Classificação semanal</i>
1	1	3	4
	2	4	4
	3	21	1
	4	20	3
	5	11	1
	6	17	1
	7	5	5
	8	9	1
	9	18	5
2	10	23	3
	11	8	4
	12	10	5
	13	15	1
	14	12	5
	15	1	2
	16	19	1
	17	2	4
	18	14	4
3	19	2	2
	20	16	2
	21	6	4
	22	3	2
	23	1	5
	24	7	2
	25	22	3
	26	13	5
	27	4	2
4	28	8	3
	29	1	4
	30	5	1
	31	9	5
	32	13	1
	33	11	4
	34	6	4
	35	22	1
	36	21	3
5	37	15	2
	38	18	1
	39	23	5

	40	12	4
	41	14	1
	42	17	1
	43	16	3
	44	11	5
	45	9	1
6	46	10	3
	47	16	5
	48	12	1
	49	23	3
	50	20	4
	51	3	1
	52	2	4
	53	6	5
54	11	5	
7	55	16	1
	56	6	4
	57	19	1
	58	14	5
	59	10	3
	60	20	4
	61	1	5
	62	23	2
	63	11	5
8	64	14	4
	65	8	5
	66	11	1
	67	5	5
	68	12	5
	69	4	1
	70	19	4
	71	1	2
	72	13	4
9	73	5	1
	74	12	2
	75	2	2
	76	18	2
	77	19	2
	78	17	3
	79	8	1
	80	3	1
	81	14	1
10	82	13	1
	83	6	5
	84	15	1

	85	22	1
	86	9	3
	87	17	1
	88	4	3
	89	10	4
	90	7	5
11	91	7	4
	92	1	3
	93	8	2
	94	16	1
	95	6	4
	96	3	5
	97	11	5
	98	12	2
	99	4	4
12	100	18	2
	101	3	3
	102	11	2
	103	15	2
	104	17	2
	105	22	1
	106	7	1
	107	14	1
	108	9	1
13	109	16	1
	110	23	3
	111	8	3
	112	21	3
	113	19	2
	114	1	5
	115	6	4
	116	20	5
	117	3	5
14	118	7	3
	119	10	4
	120	3	4
	121	22	2
	122	20	5
	123	1	2
	124	21	1
	125	13	3
	126	18	5
15	127	11	2
	128	23	1
	129	18	2

	130	14	2
	131	13	2
	132	20	3
	133	16	2
	134	17	4
	135	2	5
16	136	8	3
	137	15	2
	138	2	1
	139	21	2
	140	19	5
	141	9	5
	142	4	2
	143	12	1
144	17	4	
17	145	9	4
	146	16	1
	147	20	2
	148	19	3
	149	7	2
	150	23	3
	151	3	4
	152	22	1
	153	5	1
18	154	10	5
	155	21	2
	156	18	4
	157	3	1
	158	19	3
	159	6	2
	160	4	4
	161	12	3
	162	2	4
19	163	1	3
	164	11	2
	165	4	2
	166	10	4
	167	2	1
	168	14	5
	169	7	1
	170	9	1
	171	18	4
20	172	5	4
	173	12	3
	174	14	5

	175	20	2
	176	10	1
	177	15	4
	178	19	5
	179	23	2
	180	22	5
21	181	13	4
	182	19	1
	183	22	3
	184	8	1
	185	11	4
	186	14	2
	187	9	3
	188	6	4
	189	7	3
22	190	21	3
	191	13	4
	192	16	5
	193	15	5
	194	4	4
	195	7	5
	196	9	1
	197	18	5
	198	1	2
23	199	5	2
	200	15	4
	201	18	4
	202	16	2
	203	6	1
	204	7	4
	205	8	2
	206	2	5
	207	20	3
24	208	10	2
	209	2	5
	210	17	2
	211	11	5
	212	15	5
	213	12	1
	214	7	2
	215	18	2
	216	9	4
25	217	22	1
	218	3	2
	219	2	4

	220	21	4
	221	13	1
	222	11	2
	223	23	4
	224	8	3
	225	15	1
26	226	19	3
	227	17	5
	228	21	5
	229	7	2
	230	23	5
	231	1	2
	232	12	3
	233	8	2
	234	10	2
27	235	21	4
	236	17	4
	237	23	3
	238	9	1
	239	14	1
	240	13	1
	241	20	3
	242	16	2
	243	5	5
28	244	5	3
	245	18	5
	246	17	1
	247	21	2
	248	4	2
	249	20	5
	250	3	4
	251	11	5
	252	23	4
29	253	6	1
	254	1	3
	255	18	3
	256	13	4
	257	11	5
	258	10	3
	259	16	3
	260	20	4
	261	19	1
30	262	17	5
	263	4	1
	264	11	5

	265	8	5
	266	15	5
	267	10	4
	268	12	5
	269	21	1
	270	14	4
31	271	12	2
	272	15	5
	273	22	2
	274	7	2
	275	17	1
	276	11	3
	277	3	2
	278	6	4
	279	8	4
32	280	13	2
	281	20	2
	282	1	2
	283	9	3
	284	6	4
	285	15	2
	286	11	5
	287	23	5
	288	19	4
33	289	23	2
	290	5	4
	291	4	2
	292	11	2
	293	2	4
	294	22	1
	295	17	1
	296	3	2
	297	8	2
34	298	1	
	299	11	
	300	6	
	301	18	
	302	2	
	303	19	
	304	8	
	305	16	
	306	3	