8.1 Calcule a primeira correcção à dependência do potencial químico na temperatura para um gás de Fermi a densidade constante.

A densidade de estados do gás de Fermi a 3 dimensões é $g(E) = C\sqrt{E}$.

Use a seguinte aproximação

$$\int_0^\infty \frac{\sqrt{y}}{e^{y-x}+1}dy = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\left(1+\frac{\pi^2}{8}\frac{1}{x^2}+\mathrm{O}(\frac{1}{x^4})\right)$$

8.2 Um metal tem um coeficiente de Hall de $R_H = -4\times10^{-11}\ \mathrm{m^3\,C^{-1}}$ e uma condutividade de $\sigma = 1.72\times10^7\ \Omega^{-1}\,\mathrm{m}^{-1}$. Qual é o tempo de relaxação para os electrões?

8.3 Suponha que pode aplicar o modelo de electrões livres ao magnésio. O magnésio tem dois electrões de valência por átomo, uma densidade atómica $n_{\mathrm{at}} \simeq 4.3\times10^{28}\ \mathrm{m}^{-3}$, e uma resistividade de $\rho = 4.3\times10^{-8}\ \Omega\,\mathrm{m}$ à temperatura ambiente. Considere uma amostra de $V = 0.5\ \mathrm{cm}^3$ de magnésio

a) Qual é o vector de onda de Fermi?

b) Qual é a energia de Fermi em eV?

c) Qual é a densidade de estados ao nível de Fermi em estados/eV?

d) Qual é o coeficiente Hall que esperaria observar? Comente o facto de o valor experimental ser $R_H = -0.82\times10^{-10}\ \mathrm{m^3\,C^{-1}}$.

e) Qual é o livre percurso médio dos electrões (à temperatura ambiente)? Compare qualitativamente com as distâncias interatómicas.

8.4 Partindo da equação

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = -m\frac{\vec{v}}{\tau} - |e|\vec{E}$$

para a velocidade de deriva, mostre que a condutividade à frequência ω é

$$\sigma(\omega) = \sigma(0)\left(\frac{1+i\omega\tau}{1+(\omega\tau)^2}\right).$$

Problema numérico para fazer em casa

8.5 Considere agora uma partícula de massa m_e num potencial periódico correspondendo ao potencial "atómico" da prática 6.

$$V(x) = C\frac{\hbar^2}{m_e\sigma^2}\big(\sin^4(x/\sigma) - 1\big)$$

com $\sigma = 1.058 \times 10^{-10}$ m e $C = 3 + b/100$, onde b são os 2 últimos algarismos do seu número mecanográfico.

Na página da cadeira encontra um "notebook" do "Mathematica" que o pode ajudar.

a) Identifique com uma precisão de $0.0001\frac{\hbar^2}{m_e\sigma^2}$ os máximos e mínimos da primeira e segunda banda deste potencial.

b) Faça o gráfico de $E(k)$ para a primeira banda. Para encontrar o k pode ajustar "a olho" uma função sinusoidal ao envelope da função de onda (mais simples e pedagógico), ou fazer uma análise de Fourier (mais preciso).